

feixinglixue2009@163.com

pin: 123456

大气扰动中的飞行原理

肖业伦 金长江 著

陈
宣
仪

S
Y
0
9
0
5
4
0
6

国防工业出版社

(京)新登字106号

内 容 简 介

本书是系统地论述飞机在大气扰动(紊流和风切变)中飞行的基本原理及有关航空技术问题的专著。它介绍了大气扰动对飞行特性和安全性的影响,建立了风切变和离散突风的数学模型,论述了各向同性的紊流的频谱和相关特性,系统地推导了在变化风场中飞行器运动方程的多种形式,阐述了飞机对大气紊流的响应频谱的计算方法,研究了飞机在风切变中飞行的特点及飞行控制原理,讲述了大气扰动的仿真和飞机在扰动大气中飞行的仿真,论述了机载设备测量风速和风梯度的原理。

本书可供从事飞行力学、飞行控制、飞机设计和飞机运行的航空工程师和研究人员使用。对于航空院校的教师和研究生也是有益的参考书。

大气扰动中的飞行原理

肖业伦 金长江 著

责任编辑 何曼庆

*

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路23号)

(邮政编码 100044)

新华书店经售

国防工业出版社印刷厂印装

*

787×1092毫米 16开本 印张13¹/₂ 插页2 298千字

1993年1月第一版 1993年1月第一次印刷 印数:0001—1,000册

ISBN 7-118-00954-7/V·73 定价:13.90元

致 读 者

本书由国防科技图书出版基金资助出版。

国防科技图书出版工作是国防科技事业的一个重要方面。优秀的国防科技图书既是国防科技成果的一部分，又是国防科技水平的重要标志。为了促进国防科技事业的发展，加强社会主义物质文明和精神文明建设，培养优秀科技人才，确保国防科技优秀图书的出版，国防科工委于1988年初决定每年拨出专款，设立国防科技图书出版基金，成立评审委员会，扶持、审定出版国防科技优秀图书。

国防科技图书出版基金资助的对象是

1. 学术水平高，内容有创见，在学科上居领先地位的基础科学理论图书，在工程技术理论方面有突破的应用科学专著。

2. 学术思想新颖，内容明确、具体、有突出创见，对国防科技发展具有较大推动作用的专著；密切结合科学技术现代化和国防现代化需要的高科技内容的专著。

3. 有重要发展前景和有重大开拓使用价值，密切结合科学技术现代化和国防现代化需要的新技术、新工艺内容的科技图书。

4. 填补目前我国科学技术领域空白的薄弱学科的科技图书。

国防科技图书出版基金评审委员会在国防科工委的领导下开展评审工作，职责是：负责掌握出版基金的使用方向，评审受理的图书选题，决定资助的图书选题和资助金额，以及决定中断或取消资助等。经评审给予资助的图书，由国防工业出版社列选出版。

国防科技事业已经取得了举世瞩目的成就。国防科技图书承担着记载和弘扬这些成就，积累和传播科技知识的使命。在改革开放的新形势下，国防科工委率先设立出版基金，扶持出版科技图书，这是一项具有深远意义的创举。此举势必促使国防科技图书的出版，随着国防科技事业的发展更加兴旺。

设立出版基金是一件新生事物，是对出版工作的一项改革。因而，评审工作需要不断地摸索、认真地总结和及时地改进，这样，才能使有限的基金发挥出巨大的效能。评审工作更需要国防科技工业战线广大科技工作者、专家、教授，以及社会各界朋友的热情支持。

让我们携起手来，为祖国昌盛、科技腾飞、出版繁荣而共同奋斗！

国防科技图书出版基金
评审委员会

国防科技图书出版基金
第一届评审委员会组成人员

主任委员：邓佑生

副主任委员：金朱德 太史瑞

委员：尤子平 朵英贤 刘琯德
(按姓氏笔画排列)

何庆芝 何国伟 张汝果

范学虹 金 兰 柯有安

侯 迁 高景德 莫梧生

曾 铎

秘书长：刘琯德

序 言

自从本世纪初人类有了飞机以来，从事航空事业的人们不断总结经验，有所发明，有所发现，有所创造，有所前进，运用空气动力学和与之配套的科学技术，制成各式各样的飞机。人类已经可以在大气层内高速远距离飞行。现代高性能大型飞机的成功设计和使用，标志着人类向自由飞行的理想又迈进了一步。但即使在科学技术高度发展的今天，与大气扰动有关的各种现象，仍然制约和困扰着人类的正常航行活动。据统计，由于风切变而引起飞行事故的死亡人数约占全部空难人数的40%。为了解决人们关心的飞行安全问题，科学地分析大气扰动造成的灾难性事故，科学地总结经验和教训，是航空科学技术从必然走向自由的一个进程。在这个进程中，航空科学家都力图用当时最新的科学技术来抑制或消除大气扰动对飞行的不利影响，这正是航空科学技术日新月异、蓬勃发展的活力之所在。

在大气扰动中安全可靠地进行航行活动，必须解决下列三个方面的问题：一是充分认识大气扰动的气象特征及其变化规律；二是能及时准确探测和预报危险的大气扰动现象；三是提高飞行器自身对抗大气扰动的能力，这就需要充分认识大气扰动危害飞行安全的机理。这些研究内容是跨大气动力学、流体力学、固体力学、飞行力学、信息技术和自动控制等多学科的研究内容。从这个意义上讲，肖业伦和金长江两位同志撰写的《大气扰动中的飞行原理》这本专著，有机地搭接了有关学科的相互联系，对推动上述诸方面研究工作的开展是很有益的。

对航行活动影响最大的是中小时间和空间尺度的大气扰动形式，主要是大气紊流和风切变，尤以低空风切变危害最大，因而成为最近十五年来航空界关注的主要研究课题之一。鉴于飞行器对抗大气扰动的实际能力有限，正确的对策是回避危险的大气扰动。回避的前提条件是准确的探测、及时的告警预报。因此，机载探测告警回避系统是一种自主式对抗大气扰动危害的最理想的手段。目前的难点在于：如何可靠地探测大气扰动，并综合评估其危险程度。这个问题还将在相当长的时间内制约正常的航行活动。我相信，我国的航空科技工作者在这方面是会有所作为的。在这种情况下，这本专著的出版是十分及时的。专著中系统地研究了大气扰动对飞机飞行性能和飞行品质的影响，为飞机设计和大气扰动的探测、告警、回避对策，提供了理论基础，也将推动与飞行器设计有关学科研究工作的开展。

何文治

1991年10月10日

前 言

自人类成功飞行的第一天起,大气扰动对飞行的影响始终是飞行器设计和使用中一个令人关心的问题。在航空事业的发展进程中,人们都力图用当时最新的科学技术来缓解和抑制大气扰动对飞行器的不利影响。近20多年来,随着空中交通的日益繁忙,人们期望更安全、更舒适的飞行。但70年代以来不断发生的大气扰动的危害,特别是低空风切变造成的多起飞行事故,仍然严重困扰着现代的飞行活动,使这个问题再次引起世界范围的关注,成为近20多年来航空科学技术中最活跃的研究课题之一。

在原国防科委“7210办公室”^①飞行力学专业组和国家自然科学基金的支持下,从70年代末开始,原北京航空学院^②飞行力学教研室在张桂联教授、赵震炎教授和胡兆斗教授的指导并参与下,在飞机飞行品质规范的研究和编写工作以及与航空科研单位的协作中,对大气紊流和风切变开展了一系列基础研究和工程研究,先后培养出三名工程博士和多名硕士、学士。一些兄弟院校和研究所的同事也作了相当多的研究工作。中国航空学会所属的北京航空学会多次组织全国性的有关大气扰动与飞行安全的研讨会。总的看,在这个研究领域的某些方面,我国已接近或达到国外同类研究水平,这就为本书的撰写提供了丰富的素材和依据。因此,除了在大气扰动现象及其描述方面较多地引用了国外学者的研究资料外,本书主要以国内的研究成果为主。

本书的雏形是本书作者之一肖业伦1984年为研究生编写的教材《飞机大气紊流响应》。以后,又发表了许多新的研究成果,作者在给飞行力学专业研究生的授课中,不断吸收国内和国外的最新研究成果,使讲课内容逐渐系统、充实,为撰写本书奠定了基础。

本书包含两部分内容。一部分内容是有关大气动力学领域的变化风场特性及与其相关的天气现象,重点介绍对飞行影响最严重最直接的中、小时空尺度的大气运动。由于受条件的限制,特别是受本书篇幅的限制,对这部分属于气象学的内容,只能从工程应用观点引入一些必要的物理概念,旨在给不熟悉气象学的航空科技工作者提供一些必要的背景材料。这部分内容包含在本书前两章中,其中第一章列举了一些大气扰动危害的事例,介绍了这一领域的研究发展和现状,相当于本书的绪论。

本书的另一部分内容是研究变化风场对飞行特性和飞行安全性的影响,揭示风对飞行影响的物理本质,阐述计算、仿真、试验和评定的方法,为大气扰动的主动抑制提供必要的基础知识。这部分内容包含在第三~六各章中。

本书在最后定稿时,删去了研究大气紊流响应所需的有关数学基础方面的内容,放弃了原计划想写的在扰动大气中飞行的最优控制方面的内容,而仅保留了大气扰动现象及其对飞机运动影响的最基本的概念和原理。正是在这个意义上,本书才取名为《大气扰动中的飞行原理》。

① 该办公室现归国防科工委领导。

② 该学院现已改名为北京航空航天大学。

在撰写过程中,按照最近才颁布的航空航天工业部航空工业标准 HB6445-90,本书采用新标准中规定的坐标系和运动变量符号规定,这将有利于新标准的推广应用。

除了作者的研究工作外,本书还引用了其他同事的研究成果和心得。这里特别要提及赵震炎教授在我国第一台飞行模拟机的研制工作中,就成功地建立和使用合适的大气扰动模型,提出了实用的数值仿真方法^[1];胡兆丰教授早在1979年就系统地研究介绍了飞机大气紊流响应计算的基本原理和方法,承担了我国《有人驾驶飞机(固定翼)飞行品质》规范中大气扰动一章的主编工作^[2]。另外,还应提及韩潮博士在风切变对飞机动态特性的影响方面所提出的很有见地的看法^[3]和徐可博士对大气紊流频谱的深入研究^[4]。他们的研究工作推动了我国在这一研究领域工作的全面开展,本书中吸收了他们的部分研究成果。

目前,对大气扰动影响的研究工作正处在一个关键的发展阶段,这个阶段的重点是如何利用主动控制技术和先进的探测手段来抑制和探测大气扰动的影响,并正确及时回避,使飞行更舒适、更安全。这方面的发展和突破需要多学科的综合研究。为此,航空航天工业部不久前成立了“机载低空风切变探测与回避技术研究领导小组”。这将有力地推动我国在大气扰动对飞行影响方面研究工作的发展。作者希望,本书的出版能给这项研究工作的开展起一块铺路石的作用。

本书第一、五章、第二章的2.1~2.4和第六章的6.3~6.4节由金长江撰写。第三、四章、第二章的2.6~2.8和第六章的6.1~6.2节由肖业伦撰写。

作者先后在德国布伦瑞克工业大学飞行导航研究所进修访问,得到了该所所长G.Schänzer教授和R.Brockhaus教授及其他许多同事的帮助和支持,本书也引用了他们的研究成果。作者仅在本书出版之际,衷心地感谢他们的友好帮助和关怀。

作者还要感谢“7210办公室”飞行力学专业组和国家自然科学基金会在研究工作中所给与的长期有效的资助,没有这种资助,要取得现在的研究成果是根本不可能的。同样,作者还要感谢国防科工委拨专款资助本专著的出版。

最后,作者特别要感谢何文治同志对本书的关心和支持,并特为本书写了序言。

本书是作者在繁忙的教学和科研工作的间隙挤时间撰写的,时间的紧迫加上作者的水平 and 实践经验所限,缺憾和谬误实所难免,敬请读者不吝赐教。

目 录

主要符号表	XIII
第一章 大气扰动与飞行	I
1.1 大气扰动与飞行安全	I
1.2 大气扰动对飞行的影响	3
1.3 大气扰动与飞行研究的发展和现状	7
第二章 大气扰动现象及其模型化描述	11
2.1 概念和定义	11
2.2 低空风切变现象及其类型	14
2.2.1 锋面风切变	14
2.2.2 与地面强风有关的风切变	17
2.2.3 与对流风暴有关的风切变	18
2.3 微下冲气流风切变强度和时空尺度	24
2.4 风切变的工程化模型	27
2.4.1 微下冲气流风切变的线性化模型	27
2.4.2 微下冲气流的简化流体动力学模型	31
2.4.3 地面边界层风切变的对数模型	36
2.4.4 地面边界层风切变的指数模型	38
2.4.5 矢量切变的描述	39
2.4.6 地面边界层急流模型	41
2.4.7 锋面流动风切变模型	43
2.4.8 离散突风	46
2.5 大气紊流现象及一些统计结果	48
2.5.1 大气紊流现象	48
2.5.2 大气紊流场的一些统计结果	50
2.6 平稳随机过程的数学描述	53
2.6.1 单变量随机过程的相关和频谱	53
2.6.2 多变量随机过程的特性	56
2.7 大气紊流的频谱特性	58
2.7.1 关于大气紊流的基本假设	58
2.7.2 紊流场的相关函数	59
2.7.3 紊流场的频谱函数	62
2.8 大气紊流模型	63
2.8.1 Dryden 模型	63
2.8.2 Von Karman 模型	65
2.8.3 Dryden 模型和 Von Karman 模型的比较	66
2.8.4 紊流梯度频谱和交叉频谱	67
2.8.5 紊流模型在飞机响应问题中的应用	70
第三章 变化风场中飞行器的运动方程	73
3.1 坐标系和运动变量的定义	73
3.1.1 坐标系	73
3.1.2 各坐标系之间的关系	74
3.1.3 补充关系	76

3.2 飞行器的质心运动方程	77
3.2.1 一般形式	77
3.2.2 在大地坐标系中的质心运动方程	78
3.2.3 在机体坐标系中的质心运动方程	78
3.2.4 在航迹坐标系中的质心运动方程	79
3.2.5 航迹坐标系中质心运动方程的简化	79
3.2.6 在气流坐标系中的质心运动方程	81
3.3 飞行器的转动方程	81
3.4 风速和风梯度的空气动力效应	82
3.5 飞行器运动方程的线性化	84
3.5.1 运动方程线性化的目的和条件	84
3.5.2 质心运动方程的线性化	85
3.5.3 转动方程的线性化	86
3.5.4 纵向运动方程组	87
3.5.5 横侧运动方程组	88
3.5.6 动力学导数的表示法	89
第四章 飞机对大气紊流的响应	91
4.1 线性系统的传递函数矩阵	91
4.1.1 状态方程和输出方程	91
4.1.2 开环传递函数	91
4.1.3 闭环传递函数	93
4.2 输出(响应)的频谱和方差的计算	94
4.2.1 输出(响应)频谱的计算	94
4.2.2 输出(响应)方差的计算	95
4.3 飞机运动的输出矢量和输出方程	96
4.4 飞机对大气紊流的响应——算例	98
4.4.1 纵向运动中飞机的响应	99
4.4.2 横侧运动中飞机的响应	102
4.5 等效确定性输入方法	103
第五章 低空风切变对飞机运动特性的影响	107
5.1 引言	107
5.2 变化风场中的速度矢量几何	108
5.3 风和风切变的描述	110
5.4 变化风场中的飞机运动方程	112
5.5 变化风对过载的影响	113
5.6 常值风场中的飞行性能	114
5.7 变化风场中的飞行性能	116
5.7.1 水平风加速度对飞行性能的影响	119
5.7.2 铅垂风加速度对飞行性能的影响	121
5.7.3 水平风加速度和铅垂风加速度的综合影响	126
5.8 微下冲气流对起飞爬升性能的影响	127
5.8.1 微下冲气流一维分量的飞行性能边界	128
5.8.2 二维微下冲气流的飞行性能边界	137
5.9 飞机在变化风场中等空速飞行时的需用推力	143
5.10 飞机在变化风场中飞行时的能量特性	145
5.11 风切变危险性尺度	150
5.12 风切变飞行指引系统的飞行力学基础	152
5.12.1 在风切变中手动操纵飞行的困难	152
5.12.2 风切变飞行指引系统原理	153

5.13 风切变对飞机动态特性的影响	156
5.13.1 飞机对风切变响应的一般研究方法	156
5.13.2 飞机对风切变响应的简化分析研究	157
5.14 从风切变事故中吸取的教训和飞行机组操作模式	161
5.14.1 从风切变事故中吸取的教训	161
5.14.2 飞行机组的操作模式	162
5.14.3 机组对风切变的预防措施	163
5.14.4 遵守标准操作程序	164
5.14.5 风切变改出技术	164
第六章 大气扰动的仿真和测量	166
6.1 大气紊流的数值仿真	166
6.1.1 概述	166
6.1.2 白色噪音信号的生成	166
6.1.3 Dryden 模型大气紊流的相关函数	167
6.1.4 成形滤波器参数的确定	169
6.1.5 大气紊流信号序列的生成	171
6.1.6 方法的检验和改进	172
6.1.7 大气紊流二维场的数值仿真	173
6.2 大气扰动中飞行的数值仿真	174
6.2.1 概述	174
6.2.2 在大气紊流中飞机飞行的数值仿真	175
6.2.3 在确定风场中飞机飞行的数值仿真	177
6.3 机载风速测量原理	182
6.3.1 在位式机载风速测量原理	182
6.3.2 测量传感器安装位置影响的修正	183
6.3.3 输入误差对风速测量误差的影响	184
6.4 机载低空风切变探测告警回避一体化技术简介	185
附录	188
附录一 飞行训练模拟机使用的风切变模型	188
附录二 二维微下冲气流的 24 个涡对叠加模型	193
附录三 模态集结法及其在飞行力学中的应用	194
附录四 计算 (sI-A) 逆阵的子程序	197
附录五 生成和检验一维紊流速度序列的程序	198
参考文献	200

主要符号表

拉丁字母

A	线性系统的状态矩阵
A	空气动力矢量
B	线性系统的控制作用矩阵
b	机翼展长
C	线性系统的扰动作用矩阵
C	气动侧力
C_c	气动侧力系数
C_D	气动阻力系数
C_L	气动升力系数
C_l	气动滚转力矩系数
C_m	气动俯仰力矩系数
C_n	气动偏航力矩系数
c_A	机翼平均气动弦长
D	气动阻力
D_α	气动阻力对迎角的偏导数
$E(\Omega)$	能量频谱函数
e	推力偏心距
F	作用力矢量
$f(\xi)$	紊流纵向相关函数
G_{zw}	状态矢量对控制矢量的传递函数矩阵
G_{zx}	状态矢量对扰动矢量的传递函数矩阵
g	重力加速度
$g(\xi)$	紊流横向相关函数
H	飞行高度
H_b	能量高度
I_x, I_y, I_z	飞机的惯性矩
I_{xy}, I_{yz}, I_{zx}	飞机的惯性积
i	$i = \sqrt{-1}$, 虚数单位
L	气动升力
L	气动滚转力矩
L_l	紊流纵向尺度
L_g	紊流横向尺度
L_p	气动滚转力矩对滚转角速度的偏导数

L_q	气动升力对俯仰角速度的偏导数
L_r	气动滚转力矩对偏航角速度的偏导数
L_u, L_v, L_w	紊流速度分量 u_w, v_w, w_w 的积分尺度
L_α	气动升力对迎角的偏导数
$L_\alpha^{\dot{}}$	气动升力对迎角变化率的偏导数
L_β	气动滚转力矩对侧滑角的偏导数
M	气动俯仰力矩
M	作用力矩矢量
M_q	气动俯仰力矩对俯仰角速度的偏导数
M_α	气动俯仰力矩对迎角的偏导数
$M_\alpha^{\dot{}}$	气动俯仰力矩对迎角变化率的偏导数
m	飞机的质量
N	气动偏航力矩
N_p	气动偏航力矩对滚转角速度的偏导数
N_r	气动偏航力矩对偏航角速度的偏导数
N_β	气动偏航力矩对侧滑角的偏导数
n_y	沿机体横轴的过载系数
n_z	沿机体竖轴的过载系数
p	飞机滚转角速度
q	飞机俯仰角速度
$R_u(\tau)$	随机过程 $u(t)$ 的相关函数
r	飞机偏航角速度
S_a	气流坐标系
S_b	机体坐标系
S_g	大地坐标系
S_h	航迹坐标系
T	发动机推进力
T_{ab}	由机体坐标系 S_b 到气流坐标系 S_a 的变换矩阵
t	时间
u	飞行速度沿机体纵轴 x 的分量

XIV

u	控制矢量	α_x	航迹速度迎角
u_x	航迹速度沿机体纵轴 x 的分量	α_w	风速度造成的迎角(突风迎角)
u_w	风速度或紊流速度沿机体纵轴 x 的分量	β	侧滑角
V	飞行速度(飞行相对于空气的速度)矢量	β_K	航迹速度侧滑角
V	飞行速度的模, 空速	β_w	风速度造成的侧滑角(突风侧滑角)
V_A	飞行速度矢量	γ	航迹倾角(爬升角)
V_s	航迹速度(飞机相对于大地的速度)矢量	δ_f	发动机油力控制参数
V_w	风速度或紊流速度矢量	δ_l	副翼(滚转操纵面)偏转角
v	飞行速度沿机体横轴 y 的分量	δ_m	升降舵(俯仰操纵面)偏转角
v_K	航迹速度沿机体横轴 y 的分量	δ_n	方向舵(偏航操纵面)偏转角
v_w	风速度或紊流速度沿机体横轴 y 的分量	θ	俯仰角
W	风速度矢量	μ	航迹速度滚转角
w	飞行速度沿机体竖轴 z 的分量	ξ_1, ξ_2, ξ_3	沿 x, y, z 方向的距离
w_K	航迹速度沿机体竖轴 z 的分量	ρ	空气密度
w_w	风速度或紊流速度沿机体竖轴 z 的分量	δ	推进力与机体纵轴之间的角度
x	状态矢量	$\sigma_u, \sigma_v, \sigma_w$	紊流速度分量 u_w, v_w, w_w 的均方根值
Y	横向气动力(气动力沿机体横轴 y 的分量)	σ_w	紊流速度 V_w 的均方根值
Y_p	横向气动力对滚转角速度的偏导数	τ	相关函数中的时间间隔
Y_r	横向气动力对偏航角速度的偏导数	$\Phi_u(\omega)$	随机过程 $u(t)$ 的频谱函数
Y_β	横向气动力对侧滑角的偏导数	$\Phi_{uu}(\Omega), \Phi_{vv}(\Omega), \Phi_{ww}(\Omega)$	紊流速度分量 u_w, v_w, w_w 的空间频谱函数
y	输出矢量	$\Phi_{uw}(\omega), \Phi_{vw}(\omega), \Phi_{ww}(\omega)$	紊流速度分量 u_w, v_w, w_w 的时间频谱函数
z	扰动矢量	ϕ	滚转角
希腊字母		χ	航迹方位角
α	迎角	ψ	偏航角
		Ω	空间频率, Ω_1 的简化形式
		$\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$	沿 x, y, z 方向的空间频率
		ω	时间频率

第一章 大气扰动与飞行

1.1 大气扰动与飞行安全

在地球大气层中飞行的飞行器，例如飞机、直升机和各种有翼式导弹，都要借助相对空气运动产生的空气动力飞行，因此，作为提供空气动力的介质——空气的静态物理特性（密度、压强、温度等）和动态物理特性（空气团的运动）对在大气层中飞行的飞行器的运动特性的影响，从来就是航空科学家极为关注的问题。此外，任何航天飞行器都要穿越地球大气层飞往太空或重返地球，所以，地球大气的静态和动态特性对航天飞行器穿越大气层阶段的影响，也是航天科学家必须考虑的重要因素。

标准大气描述了人为规定的地球大气的静态物理特性，是计算和比较飞行器飞行性能和飞行品质的一种平均的理想大气状态。实际的地球大气状态是随时间和地点而变化的。大气的变化一方面表现为其静态物理参数的变化，例如，温度、压强和密度的变化；另一方面表现为大气处在不停的运动状态。广义上讲，相对标准大气的任何偏差都可称为大气扰动；狭义上讲，大气扰动是指大气的运动特性。

地球大气层内的各种天气现象，例如，云、雨、雾、雪、雹、霾、雷暴、闪电、结冰等，都影响飞行器的正常飞行。例如，能见度降低、飞机积冰等直接影响飞行性能，甚至危及飞行安全。但本书特别要研究的则是与大气运动特性有关的另一种天气现象——风对飞行器运动特性的影响。

地球大气运动包含有各种空间和时间尺度的运动（图1-1），认识各种不同尺度的大气运动的特点对大气动力学是非常重要的。这是因为，描述大气运动的运动方程是非线性的，要求其解析解是极其困难的，而且大气运动现象不同，引起这些现象的机理及其物理过程是完全不同的。大气动力学研究的对象及任务是将一般大气运动方程尽可能简化，根据简化方程研究大气现象最本质的机理及其物理过程。

地球大气的各种尺度的运动并不是各自独立地出现和发展的，而是彼此间具有极强的相互作用和影响的，如图1-1所示。在接近地表面的大气中，存在着1cm~100m左右各种尺度的大气紊流。地面边界中的紊流又穿越边界层把各种物理变化（动量、热量、水蒸气等）垂直向上输送。另一方面，最大空间尺度的运动——大气环流中所包含的季节变化、年变化及气流的长期变化等，又会影响和形成小尺度的大气运动。

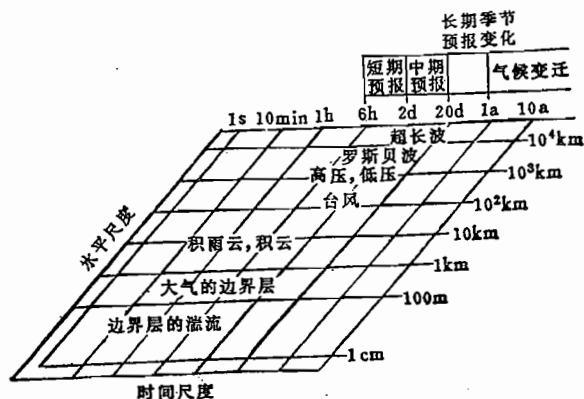


图1-1 大气运动的空间及时间尺度(°)

大气的大尺度运动影响全球和大地域的气候变化。着重研究大气环流的变化规律,关系到全球关注的粮食、能源、公害等社会问题。

作为大气动力学的一个分支的航空气象学,着重于对局部地域中小尺度大气运动规律的研究,这是由飞行器尺寸大小及其飞行的空间和时间范围决定的,飞行器的运动特性主要受当地当时飞行环境大气运动的影响。

大气运动的各种现象属于天气现象。天气对飞行的影响可归结为飞行的乘坐舒适性和飞行的安全性,这正是人类飞行需特别关注大气扰动的根本原因。

根据国际民航组织(ICAO)的飞行事故和事故征候报告统计,从1968~1987年的20多年间,全世界与国际民航组织有合同关系的国家(除苏联外),年平均死亡人数为800多人,图1-2是航班飞行中亡人飞行事故情况统计。因此,从航空事业起步到今天,飞行安全始终是航空科学的重要研究课题。解决飞行安全不外下列途径:极大地提高飞机的可靠性、良好的驾驶员培训、及时准确的天气预报、增强飞机应付天气变化的能力,近15年来,大气扰动对飞行的影响已成为非常活跃的研究课题。

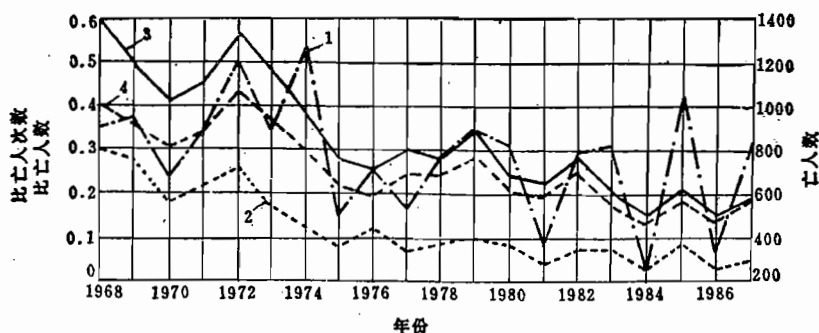


图1-2 全世界1968~1987年航班死亡飞行事故统计

1—亡人数; 2—亡人数/亿公里; 3—亡人事故次数/亿架公里; 4—亡人事故次数/10万次着陆。

特别要指出的是,即使在飞行器设计相当完善的今天,天气因素仍然是造成飞行事故的重要原因之一。根据ICAO对与天气因素相关联的飞行事故和事故征候(1970~1985年)的统计(表1-1),天气因素造成的飞行事故平均占总飞行事故的30%左右。这就是说,每三次飞行事故中就有一次是由天气原因造成的。

表1-1统计了造成飞行事故的各种天气因素。从历年统计看,低云、雾和风是三种最危险的天气因素,约占天气因素造成飞行事故总和的50%以上,其中与大气动态特性(8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 16, 18, 20等项)相关联的飞行事故平均占10%左右,即每三次天气因素造成的飞行事故中,就有一次是由大气的动态特性(风、风切变、紊流等)造成的。

天气因素除了造成严重的飞行事故外,还会影响航班飞行的准时性。据美国空中运输协会统计,北美地区1987年平均日飞行26000架次,平均有975架次延误15min以上,其中天气因素造成的飞行延误占60~70%,占日平均飞行架次的3%左右。

表1-1的统计数据说明,即使在航空科学技术高度发达的今天,飞行活动仍然受到天气因素的制约和困扰。因此,认识了解天气现象的发生发展规律并准确预报,仍然是航空气象学一个相当艰巨的任务。

表1-1 天气因素造成的飞行事故统计(1970~1985年)(%)

序号	天气因素	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84	85	平均
1	低云	4.5	5.0	3.9	6.2	3.2	4.7	3.5	4.9	2.5	6.0	2.5	4.7	8.6	7.2	6.0	4.9	4.9
2	雨	1.4	2.1	2.2	3.9	1.7	2.5	1.3	3.5	1.3	2.8	2.1	3.1	5.4	3.8	4.1	4.0	2.8
3	雾	3.1	3.9	3.4	4.5	3.5	3.3	3.9	5.2	3.0	4.2	1.2	2.8	7.9	7.8	5.6	3.7	4.2
4	雪	1.4	2.1	0.6	2.0	1.5	2.2	2.6	1.4	1.3	2.8	1.2	1.6	2.2	3.8	0.9	2.5	1.9
5	冰雹	0	0	0	0.3	0.9	0.3	0	0.6	0	0.4	0	1.6	0	0.6	0.3	0	0.3
6	机身结冰	2.0	1.1	1.4	1.7	1.7	2.5	1.6	2.0	1.7	1.4	2.1	1.2	2.9	1.6	1.9	3.7	1.9
7	其他结冰	0.6	0.7	0	1.1	0.3	0.3	0.6	0	0	0.4	0.4	0	0	0.6	0.3	0.3	0.3
8	不利的风	1.7	2.9	1.4	3.9	2.0	2.2	3.9	3.5	1.7	3.9	3.3	2.0	5.0	3.8	4.7	3.4	3.1
9	风切变	0.6	0	0	0	0.3	0.6	0.3	0.3	0	1.4	1.2	1.2	3.2	0.6	1.3	0.3	0.7
10	风的突变	0.6	0.4	0	0	0	0.6	0	0	0.8	1.1	0	1.6	0	0	0.3	0	0.3
11	晴空湍流	1.7	3.2	1.4	2.0	1.5	2.2	0	0.9	1.7	1.1	1.7	1.6	1.8	0.9	0.6	0.9	1.5
12	云中湍流	3.4	3.9	3.6	3.2	3.8	1.9	3.2	3.8	2.5	2.1	5.8	3.5	3.9	2.2	2.5	2.5	3.2
13	升降气流	0.6	0.7	0.6	0.6	0.6	1.4	0.3	1.4	1.3	1.8	2.1	3.9	1.4	0.9	0.3	0	1.1
14	局地旋风	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4	0	0	0	0.1
15	待用																	
16	龙卷	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4	0	0	0	0	0	0.1
17	飞机电击	0.6	0.4	0	0.3	0.3	0	0	0.9	0.4	0	0.4	0.8	0	0	0	0.3	0.3
18	热带气旋	0	0	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0.4	0	0	0	0	0.1
19	飑线	0.3	0	0	0.3	0	0	0	0	0	0	0	0	0.7	0	0	0	0.1
20	高空风	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	高温	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.3	0	0.3	0.1
22	烟/霾	0.9	1.8	1.4	0.3	0.6	0.3	0.6	1.2	1.3	1.1	0	0.4	2.5	1.6	2.8	1.2	1.1
23	高密度高度	0.3	0	0	0.6	0.3	0	0.3	0.6	0.4	0	0	0	1.1	0	0.3	0.3	0.3
24	雷暴	1.7	1.1	2.5	1.4	2.0	1.7	1.0	2.3	1.7	0.7	4.1	2.0	2.2	1.3	0.9	0.6	1.7
25	其他	0.3	0.7	0	0.3	0	0	0	0	0.4	0.4	0	0	0.4	0.6	0	0.6	0.2
大气紊流因素综合		5.1	7.5	5	4.2	5.3	4.1	3.2	4.7	4.2	3.2	7.5	5.1	5.7	3.1	3.1	3.4	4.7
风切变因素综合		3.5	4.0	2.0	4.5	2.9	4.8	4.5	5.2	3.8	8.2	6.6	8.7	9.6	5.1	6.6	3.7	5.2
风因素综合		8.9	11.1	7.3	8.7	8.2	8.9	7.7	9.9	8	11.4	14.1	15	15.7	8.4	9.7	7.11	10
全部天气因素		25.7	30.0	22.7	31.4	24.2	26.7	23.2	32.5	21.9	31.2	27.7	32.7	49.5	37.6	32.9	29.1	30

1.2 大气扰动对飞行的影响

大气扰动的基本特征参数是空气团的运动速度——风速 V_w ，大气扰动表现为风速的时间和空间的变化。风速 V_w 和飞行器地速 V_k 、空速 V_A 组成了一个速度三角形（图1-3）。速度三角形是大气扰动飞行原理的最基本关系。地速 V_k 描述了在惯性空间（视地面坐标系为惯性坐标系）内飞行器的运动，决定了惯性力 $m dV_k/dt$ 的大小和方向；空速 V_A 则影响作用在飞行器上的空气动力 $(1/2)\rho V^2 C_A S$ 的大小，其中， C_A 为空气动力系数，而风速矢量 V_w 则影响速度三角形的相互关系。

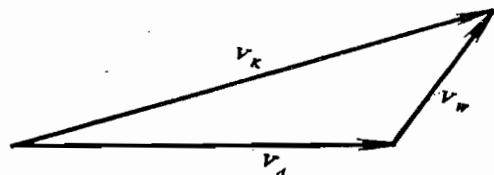


图1-3 速度三角形

按照空气团的运动特性,风可以分成常值风和变化风。常值风是指在一定的空间范围、时间范围内,风速矢量 $\vec{V}_w$ 为常值的风;变化风是指在一定的空间和时间范围内,风速的大小和方向都变化的风。风的空间和时间的变化分布称为风场。

按照风速矢量相对飞机的飞行方向,风又可分成顺风(沿飞行方向)、逆风(与飞行方向相反)和侧风(与飞行方向构成一定夹角)。

在飞行力学中,处理常值风对飞行的影响比较简单,可直接按速度三角形关系进行研究。在飞行性能问题中,要考虑风对续航性能、起飞着陆等飞行性能的影响以及对操纵效能等的要求。

自然界并不存在严格意义下的常值风,常值风只是说明在一个相对长的时间范围内,所研究的空间范围内的风速的均值保持不变。由图1-4所示的一种风速测量结果可见,即使在一定的时间和空间范围内,风速均值不变,但瞬时值还呈现围绕均值的脉动。按常值风场处理时,是不考虑脉动分量对飞行的影响的。

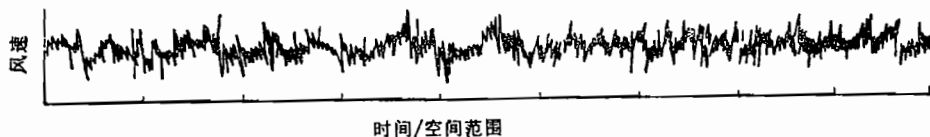


图1-4 常值风的测量结果

本书的研究对象是变化风场的特性及其对飞行的影响。由图1-5所示的变化风场的测量结果可见,不仅风速的脉动分量 $\tilde{V}_w$ 在变,而且风速的均值 $\bar{V}_w$ 也发生变化。变化风场的基本特性表现在均值风 $\bar{V}_w$ 和紊流分量 $\tilde{V}_w$ 的时间和空间的变化规律上。

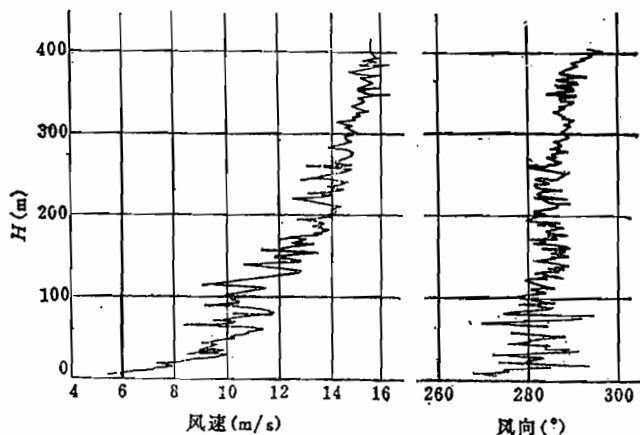


图1-5 变化风的测量结果

变化风场对飞行活动具有重大影响,它既可以帮助人类飞行(例如,滑翔机借助上升气流飞行),也会常常妨碍和危害飞行。从地面到同温层的地球大气层都出现可变风,可变风出现的高度层次决定了飞行器受变化风影响而发生问题的类型,例如,发生在低空的风切变危害和发生在高空的晴空紊流颠簸等。

低空风切变对飞机起飞和进场着陆的危害已为国际航空和气象学界所公认。从1968

~1986年间, 美国航空总死亡人数中约有40%死于低空风切变事故。表1-2列出了1970~1985年这16年间与低空风切变有关的28次飞行事故情况, 其中, 还包括我国首次公开报道的1983年4月4日发生在广州白云机场的空中国王—200飞机的风切变事故。这些统计说明, 低空风切变是一种严重危害飞行安全的天气现象。

表1-2 低空风切变飞行事故统计
(1970~1985年)

序	时 间	地 点	机 型	飞行阶段	死亡/受伤	风切变情况	天气情况
1	1970.7.20 11:26	冲绳	DC—8	着陆	4/0	近跑道头, 顺风10kn	1海里直径范围强降雨
2	1970.12.10 19:26	托马斯	CV—640	着陆	—	着陆于80°, 20kn的风	阵雨, 背风面气流
3	1971.1.4 18:32	加尔第雅	DC—3	着陆	0/2	顺风变逆风	锋面风切变
4	1972.5.18 14:21	劳德代尔	DC—9	着陆	0/3	14:18, 180°, 20kn; 14:26后, 130°, 12kn	强雷暴
5	1972.7.16 14:06	新奥尔良	B—727	着陆	0/0	指示空速从162kn减小到122kn	强暴雨和雷暴
6	1972.12.12 22:56	肯尼迪	B—707	着陆	0/0	1500英尺顺风42kn, 地面逆风5kn	雾和毛毛雨
7	1973.3.3 12:50	威奇塔	B—727	着陆	0/0	12:40, 100°, 10kn; 12:49为170°, 10kn至70°, 10kn	雷 暴
8	1973.6.15 14:03	芝加哥	DC—8	着陆	0/0	估计离地3000英尺处, 50英尺/s下降气流, 500英尺处为13英尺/s	大 暴 雨
9	1973.7.23 16:43	路易斯	FM—227B	着陆	38/6	上升和下降气流	外流切变, 雷暴, 急剧气压上升
10	1973.11.27 18:51	恰塔努加	DC—9	着陆	0/42	低空风切变	外流切变, 雷暴外流
11	1973.12.17 15:43	波士顿	DC—10	着陆	0/16	500英尺, 200°, 24kn; 200英尺, 260°, 12kn; 地面315°, 8kn	锋面切变, 雨和雾
12	1974.1.30 23:14	帕果	B—707	着陆	95/5	最后4s时, 顶风减小, 并下降气流	外流切变, 强降雨
13	1975.6.24 15:06	肯尼迪	B—727	着陆	112/12	14kn顶风到1kn顶风, 并21英尺/s下降气流	小的下冲气流或微下冲气流, 雷暴
14	1975.8.7 15:11	丹佛	B—727	起飞	0/15	5s内指示空速从158kn减到116kn	同 上

(续)

序	时 间	地 点	机 型	飞行阶段	死亡/受伤	风切变情况	天气情况
15	1975.11.12 20:02	罗利	B-727	着陆	0/11	10°, 风向有变化, 阵风21kn	降水率为3英寸/h
16	1975.12.31 10:56	格林	DC-9	着陆	0/0	200°, 风向有变化	小雨和雾
17	1976.6.23 16:12	费城	DC-9	着陆	0/87	65kn顶风至20kn 顺风	微下冲气流, 外流切变, 快速移动雷暴
18	1976.12.12 23:26	梅角	DHC-6	着陆	3/7	阵风50kn	锋面切变
19	1977.6.3 12:58	塔克森	B-727	起飞	0/0	30kn顶风到30kn 顺风	微下冲气流, 外流切变, 快速移动雷暴
20	1980.6.12 14:16	瓦利	AIR. WIR965	着陆	13/2	双发动机熄火	弓形回波伴有大雨
21	1982.7.6	莫斯科	伊尔62	起飞	90/0	严重乱流和风切变	雷 暴
22	1982.7.9 15:09	新奥尔良	B-727	起飞	153/9	顶风/顺风和下降气流切变	微下冲气流伴有大雨
23	1983.1.16	安卡拉	B-727	着陆	47/20	风切变	雪, 能见度不好
24	1983.4.4 10:50	广州白云	空中国王-200	起飞	8/0	强烈下冲气流	积雨云
25	1984.5.12	萨摩亚群岛	DHC-7	着陆	飞机损伤	风切变导致过猛着陆	
26	1984.5.31 13:19	丹佛	B-727	起飞	飞机严重损伤	强风切变使飞机撞天线	积雨云
27	1984.6.13	底特律	DC-9	进场	0/5	风切变	
28	1985.8.2晚上	达拉斯	B-727	着陆	130/24	强烈风切变	雷 雨

晴空紊流和云中紊流是另一种影响飞行的大气扰动现象。飞机在大气紊流场中飞行时会发生紊流颠簸。紊流颠簸是指飞机出现左右摇摆、上下抛投、前后冲击和机身抖振。一位飞行员描述了他亲自经历的一次紊流颠簸：“我们碰上了最强烈的颠簸，这是我飞行两万多小时以来从未经历过的。我感到好像由一种极端严重的向上加速度触发了飞机抖振……，好像坐在一个巨大的被强烈打击的音叉的一端时所遭遇的那样……，从那时起，我们失去了姿态、高度、速度和方位的概念。我们注视仪表，看不出任何可供参考的东西。严重以至强烈的抖振和撕裂、扯裂以及哗啦啦的声响持续着，图囊、手册、烟灰盘、小提箱、铅笔和手电筒等好像无引导的导弹到处飞舞，使人觉得好像支架要分离，结构要散架似的……”。

轻度紊流颠簸会干扰驾驶员的正常操纵和乘坐舒适性，而重度紊流颠簸则会影响飞行任务的完成，甚至危及飞行安全。据美国国家运输安全委员会对1964~1975年这12年间的729次民用飞机飞行事故的统计，其中与大气紊流有关的飞行事故183起，占事故总数的25%。在这183起事故中，有68起与晴空紊流有关，占大气紊流所造成飞行事故的37%(表1-3)。在这68起飞行事故中，1架飞机被毁，2架受到严重损伤，4架受到小

的损伤, 总共伤亡223人 (其中亡39人)。图1-6是一次紊流颠簸的飞行记录。由该记录可见, 飞行参数在很短的时间内 (60~100s) 变化很快, 其中法向过载变化更为剧烈。

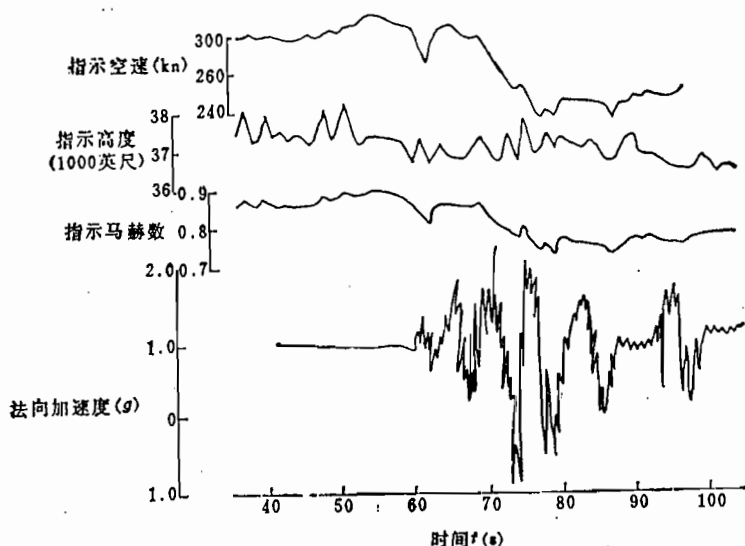


图1-6 紊流颠簸的一次飞行记录
(雷暴天气, B-707)

研究变化风对飞行的影响, 在本书中归结为研究风切变和大气紊流各自的影响, 同时也要研究两者的综合影响。

表1-3 与大气紊流相关联的飞行事故统计

年份	紊流造成事故次数	晴空紊流引起事故次数	事故总数	年份	紊流造成事故次数	晴空紊流引起事故次数	事故总数
1964	15	5	79	1971	14	6	48
1965	14	2	83	1972	13	4	50
1966	13	4	75	1973	13	8	43
1967	13	4	70	1974	19	5	47
1968	22	10	71	1975	11	7	45
1969	20	8	63	总计	183	68	729
1970	16	5	55				

1.3 大气扰动与飞行研究的发展和现状

随着与天气现象相关联的飞行事故的不断发生, 要求航空科学工作者利用最新的科学技术去研究认识大气扰动对飞行的影响。50年代前, 限于当时的科学技术水平, 还难以对不断发生的与大气扰动相关联的飞行事故作出满意的分析和解释。

50年代后, 世界上陆续出现了洲际间航行的各种大型喷气运输机, 航空运输量逐年增加, 人类对航空运输的准时性、安全可靠性的期望越来越高, 迫切需要提高飞机对抗大气扰动的应变能力。50年代后, 航空科学技术终于能对大气扰动对飞行的影响作出理

论解释, 而首先开始的是50年代末兴起的对飞机大气紊流响应的研究。在一定程度上可以说, 人类从严重飞行事故中所吸取的经验教训和对理想飞行的追求促进了航空科学技术的发展, 大气扰动中飞行科学的发展完全证明了这种观点。

60年代前后发生的多起晴空紊流造成的飞行事故引起了航空界的密切关注, 从50年代末到70年代初, 以飞机对大气紊流的结构模态反应、飞机对大气紊流响应和改善乘坐品质为主要内容的紊流颠簸问题成为当时的主要研究内容之一。加拿大的Etkin教授为飞机大气紊流响应作了开创性工作^[6], 他系统地说明了飞机大气紊流响应的理论研究方法。到60年代末期, 美国军方正式把大气紊流响应纳入军用飞行品质规范^[7], 这可以说是对60年代前大气紊流响应研究成果的一个总结和认可。

1975年6月24日在纽约肯尼迪国际机场, 一架B-727飞机在着陆时坠毁, 死亡113人。这次航空史上著名的空难事故经以藤田(Fujita)教授为首的美国国家运输安全委员会事故调查组的分析, 确认低空风切变是这次飞行事故的主要原因。此后, 国际民航组织、世界气象组织以及各国的航空和气象机构, 积极开展对风切变及其危害的研究。同年, 国际民航组织正式发出通报, 要求把低空风切变列入主要的研究课题。

1977年, 国际民航组织成立低空风切变和紊流研究组, 负责通报各国研究情况, 制定有关低空风切变的指导性文件。美国首次由联邦航空局(FAA)、国家海洋大气局(NOAA)和国家航空航天局(NASA)等机构联合召开了“气象和环境输入航空系统”讨论年会, 主要讨论了低空风切变问题。

1978年, 苏联国家水文气象中心等10几个单位召开了风切变和紊流讨论会, 研究了经国家水文气象和自然环境监测委员会、航空工业部和民用航空部批准的《民航飞机在风切变环境条件下起飞和着陆的飞行安全方法和手段》。同时, 美国开始了为期两年(1978~1979年)的下冲气流研究计划, 以芝加哥大学藤田教授为首, 在芝加哥奥亥尔机场附近作了现场试验。

1980年, 美国和日本联合成立了风切变研究会, 共同开展两国有关航区的风切变特征、危害情况等方面的研究, 向决策机构提供技术咨询。1980年11月, 美国国防部正式颁发新版军用飞机飞行品质规范MIL-F-8785C^[8], 对1969年8月颁发的MIL-F-8785B中大气扰动部分作了重大修改, 除了对大气紊流中飞行品质提出更全面的要求外, 还首次把对低空风切变的飞行品质要求列入军用规范, 这标志着对大气扰动的认识进入了一个新的阶段。

1981年, 美国拟定了以风切变为主题的大型综合研究计划——联合机场天气研究计划(JAWS), 综合研究各种严重危害飞行安全的微下冲气流的有关问题, 如微下冲气流的统计分析、云物理模型、时空变化特性以及低空风切变的探测报警设备、风切变对飞行的影响和模拟等。1982年5月25日至8月13日, 在科罗拉多丹佛市斯普林顿国际机场附近设置了试验区, FAA、NASA等20多个单位参加了JAWS研究计划。同年10月, 以上述现场试验为背景, 召开了第六次“气象和环境输入航空系统”年会, 着重研究了风切变危险方面的培训影片、风切变中的飞行技术、从飞行试验数据记录中确定有风切变意义的各种速度和姿态准则、飞行训练模拟机的最佳风切变模型及其使用、风切变的探测与报警、评价低空风切变警报系统(LLWSAS)等六个方面的内容。

1983年, 美国联合航空公司首次提出风切变培训计划, 旨在使飞行员了解低空风切

变知识、可视征兆及改出和回避风切变的飞行技术,并提出了一些规定,如遭遇指示空速变化 $\pm 20(\text{nmile/h})$ 以上的强风切变时应推迟起飞和着陆。

1985年,美国联邦航空局提出风切变总体规则。连续发生的多起风切变飞行事故是制定该规划的基础。1975~1985年间,美国有十几架飞机毁于风切变飞行事故,死伤数百人,甚至美国总统里根座机也仅差几分钟就险遭风切变危害。因此,风切变总体规划提出了抗风切变培训、地面风切变探测及其设备、机载风切变探测设备及飞行指引系统、终站区域信息传输和显示系统、风切变危险的特征化等项研究内容,这是一个全面对付风切变的长期研究计划。

1987年,美国联邦航空局公布的风切变训练大纲和资料^[9]指出:“回避风切变是最好的防护。风切变超出任何一架商用喷气运输机和具有极高技巧的驾驶员的能力。”

风切变的危害也引起其他国家的关注。德国布伦瑞克工业大学飞行导航研究所在Schänzer教授的领导下,从70年代末开始的特殊研究项目“58”到1982年开始的特殊研究项目“212”(飞行安全)中,都把大气扰动及其对飞行的影响作为主要研究内容。近十几年来,该特殊研究项目在航空气象、风切变和大气紊流对飞行的影响及对策、大气扰动中的空中交通、风场测量等方面,都取得了令人瞩目的研究成果,成为欧洲地区研究大气扰动与飞行安全的一个著名研究中心。

从70年代末开始,我国航空科技界也开展了对大气扰动的研究。空军航空气象研究所、原北京航空学院飞行力学教研室等单位先后开展了对大气扰动现象及其对飞行影响的研究,在大气扰动的气象本质、大气扰动对飞行影响的机理、风场测量、驾驶员风切变培训等方面都取得了重要进展。

1978年,原北京航空学院飞行力学教研室首先开始了飞机对大气紊流响应的研究,解决了飞机大气紊流响应计算方法、数字仿真技术。1980年以后,在“7210办公室”飞行力学专业组和国家自然科学基金的资助下,系统地开展了大气扰动对飞行影响的研究,在风切变工程化模型、影响机理、紊流颠簸主动抑制和抗风切变对策等方面取得了一批研究成果。

1979年,空军航空气象研究所开展了对低空风切变的研究,收集了北京、上海、南京等地区的塔层风资料,统计整理成适于我国情况的风切变资料。

1985年,中国航空学会所属的北京航空学会举办了全国首次低空风切变专题讲习班,推动了我国对低空风切变研究工作的开展。

1989年11月,航空航天工业部召开了第一次机载风切变探测系统研讨会,并于1990年2月成立了机载低空风切变探测与回避技术研究课题领导小组,全面规划我国低空风切变探测设备的发展研究工作,这标志着我国对大气扰动的研究工作进入了一个新的阶段。

综上所述,从60年代至今,特别自1975年以来,各国对大气扰动与飞行的研究工作投入了巨大的人力和财力,并在下列三方面取得了重大进展:

(1) 揭示了大气扰动危害飞行安全的某些气象本质。大气扰动表现为变化风,其对飞行的影响主要有两种类型:风切变和大气紊流。出于飞机设计的需要,业已提出了各种简单的、能正确描述大气扰动主要参数内在联系的大气扰动工程化模型。

(2) 揭示了大气扰动对飞行影响的机理。风切变和大气紊流对飞机的影响是不

的, 其研究方法也完全不同。

大气紊流是一种随机过程, 应借助随机过程理论研究飞机大气紊流响应, 通过紊流颠簸主动抑制措施改善乘坐舒适性。

风切变是指平均风速在一定时间和距离上的变化, 主要关心沿飞行航迹1500~3000 m(即5000~10000英尺)距离和20~40s飞行时间内的风速变化特性。风切变的影响主要是能量问题, 对抗风切变的首要措施是回避。

(3) 研制了一些探测和警告大气扰动影响的地面设备和机载设备。目前, 美国已在100多个主要机场安装了低空风切变警报系统(LLWAS), 发展了机载在位式低空风切变探测警报系统, Sperry公司的机载风切变系统已获得FAA的适航证。

人类对大气扰动与飞行的研究虽然取得了上述重大进展, 但彻底解决大气扰动危害问题尚需相当长的时间。目前世界范围内共同面临的技术难点在于: 还不能在飞机进入严重大气扰动场(特别是风切变场)之前可靠地探测和确定风切变和紊流量级。人类迫切需要一种安全可靠的前视式机载风切变探测系统。未来对大气扰动和飞行的研究将集中在下列几个方面:

(1) 大气扰动危险的特征化和量化, 明确定出与实际飞行相适应的危险尺度。

(2) 研究发展能探测微下冲气流、紊流、风暴位置、龙卷风、阵风锋等预报信息的地面传感器。

(3) 研究发展能在各种气象条件下(大雨和晴空)探测风切变和紊流、并在飞机飞行性能允许范围内能选择飞行航迹的机载传感器和飞行指引系统。

(4) 研制发展能把探测到的天气信息或预报实时传送给空中飞行机组和地面空中交通管制人员的终站综合系统。

由此可见, 全面解决大气扰动危害, 需要航空气象、飞行力学、自动控制、测试技术、数据处理等学科进行综合治理, 这将是一项长期的研究课题。

第二章 大气扰动现象及其模型化描述

2.1 概念和定义

研究大气扰动对飞机运动的影响,需建立描述大气扰动现象的教学模型。大气扰动中包含各种时间和空间尺度的运动,其产生的机理和发展过程各不相同。大气扰动运动的较严格形式的流体动力学方程都是非线性微分方程,除个别情况外,其解析求解是很困难的。显然,采用这样复杂的流体动力学方程来研究大气扰动的影响是很不方便的。

目前,研究大气扰动对飞机运动的影响,广泛使用简化大气扰动模型,又称工程化模型,它主要描述风场基本物理参数之间的关联,而略去一些次要的影响因素。这些在一定条件下的大气扰动简化模型反映了所研究现象的最本质的机理和物理过程,调整参数方便,使用灵活,从而有最大可能来表征真实的大气扰动。

大气扰动的简化模型是从对大气扰动现象的长期观测统计,特别是对有关事故和事故征候的数据统计分析而归纳总结出来的。

有些资料,例如参考文献[2, 7, 8, 10],规定或建议有各种大气扰动模型。但应指出,所采用的大气扰动模型应当与所研究的目的(设计分析、数值仿真、飞行模拟、事故分析等)以及整个系统研究的真实性相一致,要求模型既便于处理又具有灵活性。因此,不能期望规定一个通用的大气扰动模型。本章将主要说明确定大气扰动各主要特征参数相互关联的方法,介绍已在工程中使用的各种模型。应该指出,到目前为止,对大气扰动的模型化描述研究还是很不够的,还需要气象工作者和航空科学工作者共同致力于这一边缘课题的研究。

大气扰动场包含风速、风向、温度等的空间和时间变化,也包含降水(雨、雪等)特性,这些特性之间的关联问题是气象学中尚未完全解决的问题。本书所关心的大气扰动主要是指运动空气团的动力学特性,重点是风速、风向特性。风速、风向和温度的空间、时间变化曲线称为剖面,气象学中又称为廓线。图 2-1 是低空扰动风的一个测量结果。

总的风速 V_w 可分解为平均风速 $\bar{V}_w$ 和紊流分量 $\tilde{V}_w$,图 2-2 示出这三个量的关系。按照风速剖面的分解方式,本书采用下列定义:

1. 平均风

平均风是风速的基准值。平均风随时间和空间变化,所以,平均风应指特定时间内风速的平均值。但对工程研究来说,常可不考虑平均风随时间的变化,故本书不用气象学中“平均时间”的概念,而采用所谓“冻结场”假设。

图 2-3 是参考文献[7, 8, 10]建议计算时使用的平均风速的统计值。

2. 紊流

紊流是指叠加在平均风上的连续随机脉动。紊流现象须用随机过程的理论和方法来描述。

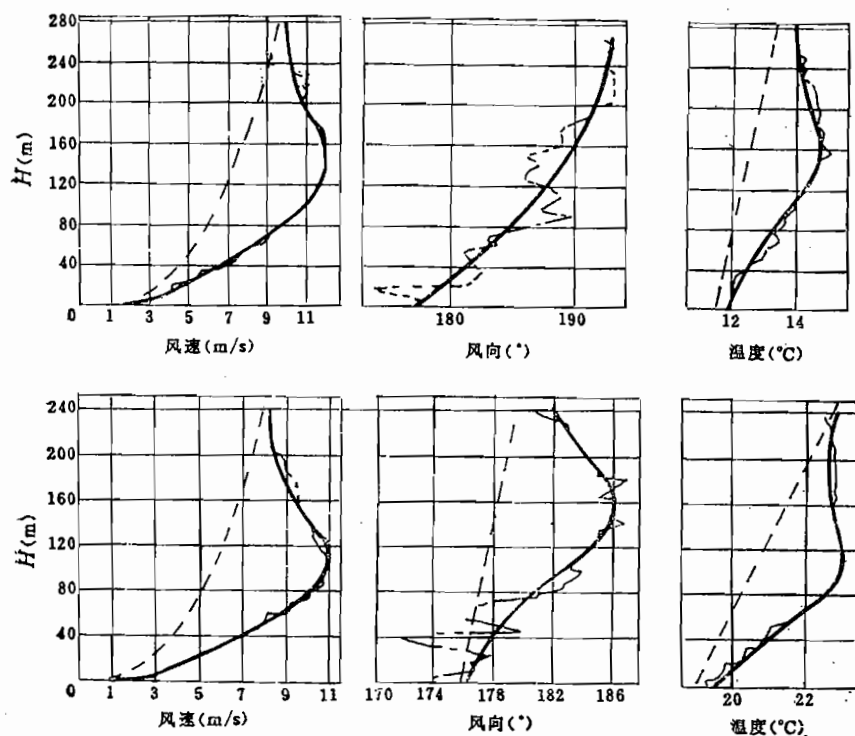


图2-1 风速、风向和温度剖面的一个测量结果

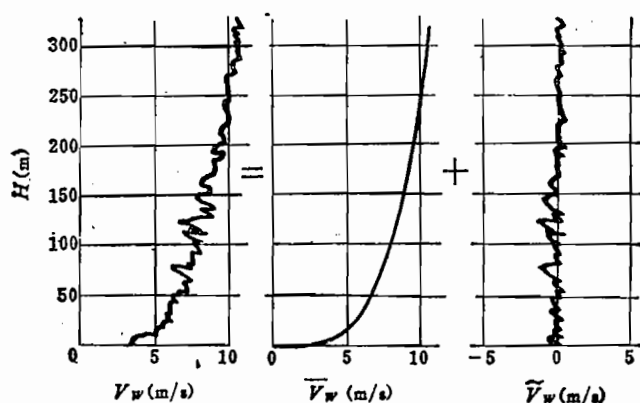


图2-2 风速剖面的分解

3. 风切变

风切变是指平均风的时间或空间变化。由于距离除以时间等于速度，所以，时间和空间可以互相转换。1983年，美国国家研究委员会（NRC）给风切变更具体的定义是：空间两点处的风速差除以两点间的距离⁽⁹⁾。

4. 风速矢量切变

风速矢量切变是指平均风方向在空间内的变化。

5. 突风

突风是指一种离散的或确定的风速变化。在工程研究中, 突风可以单独使用, 也可以叠加到平均风和/或紊流上, 以表示强的大气扰动。恰当地使用突风, 可以表示离散的风切变(例如逆温风切变), 也可以表示大气紊流 Gauss 型假设中所不能出现的较大的峰值。

使用风的模型时, 应注意风速和风向的定义。在气象学中, 风速矢量是按地面坐标系定义的, 按照风吹来的方向把风分解成东、南、西、北和垂直分量。在飞行动力学中, 一般采用相对飞行方向来定义风, 把风分成顺风/逆风分量(纵向)、侧风分量(横向)和上升/下降气流分量(铅垂方向)。图 2-4 示出在几种坐标系中风分量表示方法。

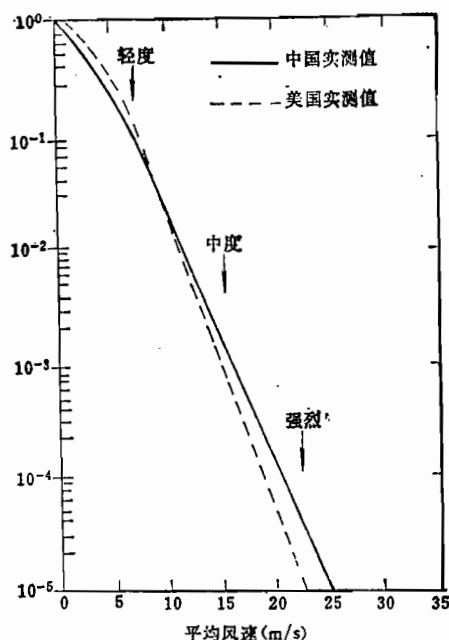


图2-3 在参考高度上平均风速的超越概率

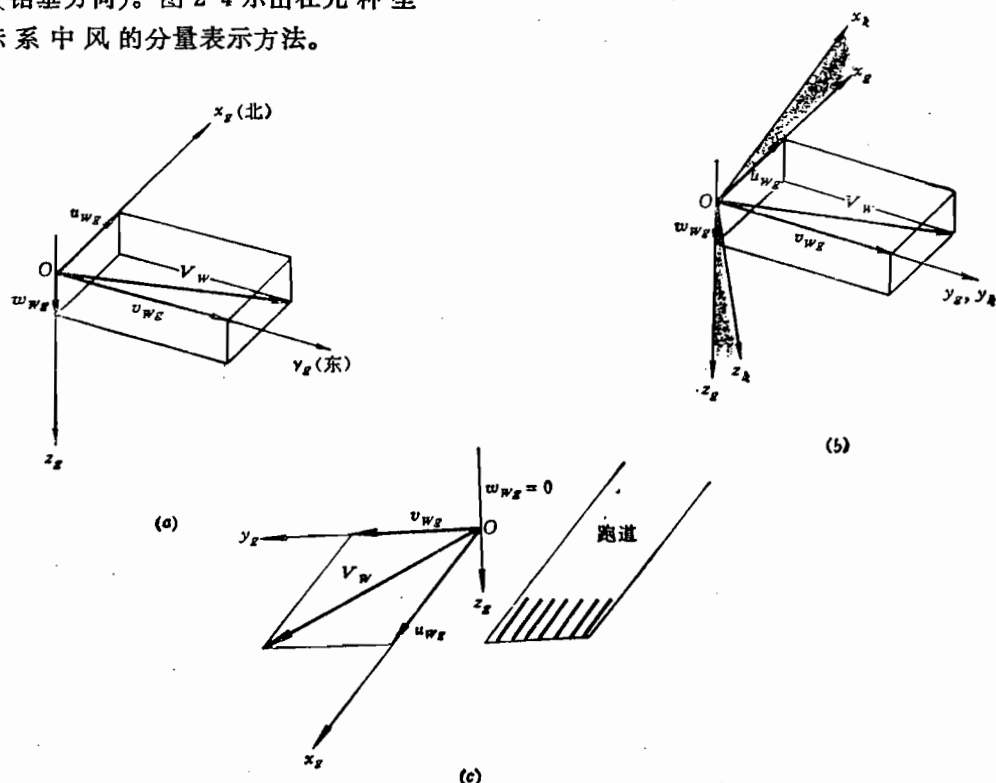


图2-4 风在不同坐标系上的表达方式

(a) 在气象学坐标系上定义; (b) 在飞行动力学坐标系上定义;

(c) 当垂直风分量等于零时按跑道方向定义。

在风切变和大气紊流现象的统计研究基础上, 本章将讨论大气扰动的模型化描述及常用的大气扰动模型。

2.2 低空风切变现象及其类型

按照低空风切变形成的物理原因, 低空风切变可分成锋面风切变、与地面强风有关的风切变以及和对流风暴有关的风切变^[9]。除这种分类外, 有的资料又把风切变划分成对流风切变、锋面风切变、逆温型风切变和地形造成的风切变等。本书将按照参考文献[9]的分类方法, 从物理上简要说明各种风切变的形成, 其中, 也包含了其他分类方法中所涉及的风切变。

2.2.1 锋面风切变

锋面在气象学中是指两种不同物理特征的空气团之间的分界面。按照空气团的物理特性(温度、湿度、压强等), 锋面可分成暖锋和冷锋。温度较高的暖空气团从温度较低的冷空气团上面对冷气团的挤压冲击称为暖锋; 相反, 从暖空气团下面向前推进的楔形冷空气冲击称为冷锋。一般这两种锋面的斜率和形状完全不同。通常, 暖锋具有相当均匀的斜率(大多在1:50到1:200之间), 而冷锋的廓线多呈“水滴”状。图2-5描绘了一个低空气旋附近锋面系统的各种气象特征参数的分布情况以及压强、温度和风速的变化过程。气压的降低和风的兴起可能预示着暖锋将要来临。暖空气团要上升到冷空气团

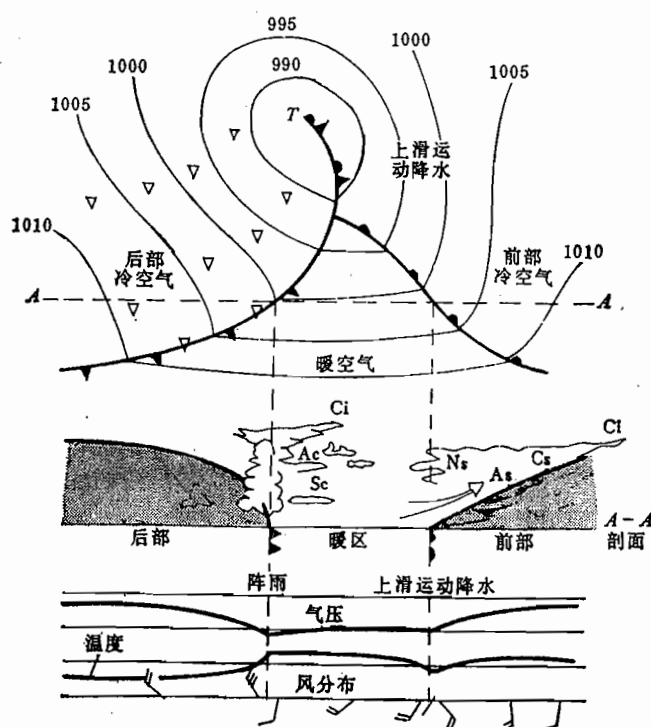


图2-5 一个典型的锋面系统^[11]

Ac—高积云, As—高层云, Ci—卷云, Cs—卷层云, Ns—雨层云, Sc—层积云。

上方, 逐渐形成云层集结, 并可能以雨或雪的降水形式下降。在暖锋前方常会出现能见度降低或者雾。由于降水, 温度会下降, 但穿越冷锋后温度又上升。按照压强梯度的大小, 风可能形成强风 (在图2-5中是向右吹的风)。

在冷锋前方气压又开始下降, 风又反向, 出现云层密集、降雨或雷暴, 有时还会出现强的突风。这些都是穿越冷锋的征兆。在图2-5中, 风向为 $90^{\circ} \sim 135^{\circ}$ 向右吹的风, 风速为 $5 \sim 15 \text{ m/s}$, 风向变化可达 180° 。

图2-6是北京地区一次冷锋的风速廓线和温度廓线。

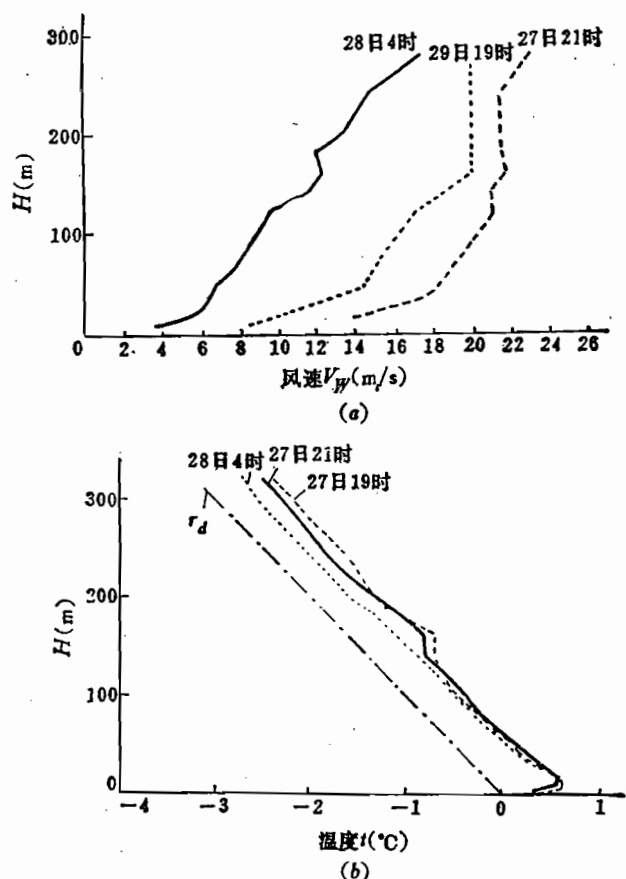


图2-6 北京地区风速和温度廓线的测量结果

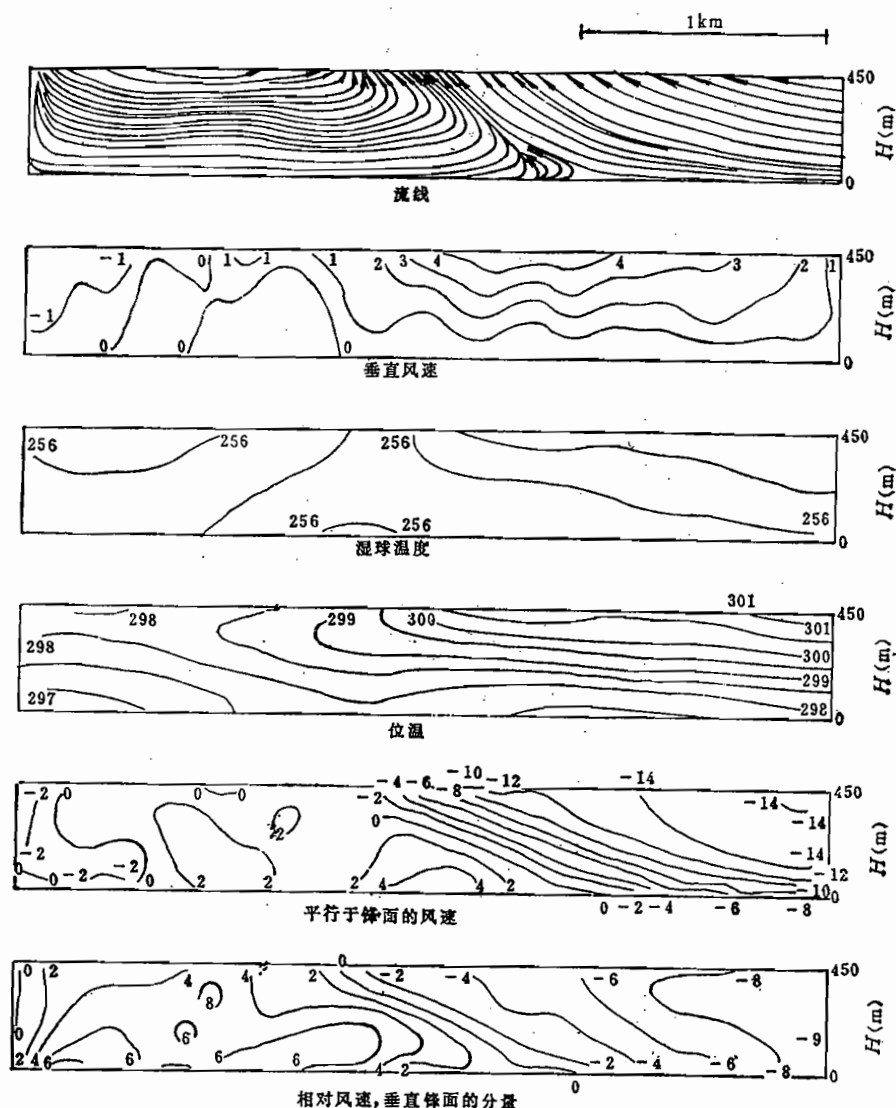
(a) 风速廓线, (b) 温度廓线。

图2-7是一个全面描绘锋面结构的典型测量结果。在该测量结果中, 锋面内的上升气流速度达 $\pm 4 \text{ m/s}$, 最大水平风速达 $6 \sim 20 \text{ m/s}$ 。

穿越锋面飞行时, 飞机会遇到锋面风切变。锋面风切变的强度主要取决于下列因素:

(1) 锋面前后的温度差 温度差或温度变化越大, 风切变强度越大。当温度差大于 5.56°C (或 10°F) 时, 才呈现明显的风切变。

(2) 锋面上的温度梯度 垂直锋面方向上温度变化越大, 风切变强度就越大。当锋面温度梯度大于 $5.56^{\circ}\text{C}/93\text{km}$ (或 $10^{\circ}\text{F}/50\text{n mile}$) 时, 才表现为较明显的风切变。

图2-7 锋面结构的一种测量结果⁽¹¹⁾

(3) 锋面的移动速度 锋面移动速度越快, 风切变强度就越大。当锋面移动速度大于56km/h (30kn) 时, 才表现为明显的风切变。

在冷锋附近常会出现雷暴。一般讲, 飞机穿越冷锋不会遭遇到严重低空风切变。但这并不是说, 冷锋造成的风切变就不严重, 1973年在波士顿附近坠毁的 DC-10 飞机就与冷锋风切变有关。

暖锋风切变主要表现在垂直方向上, 当飞机上升或下降穿越空气密度变化的区域时, 可能会遇到这种风切变。虽然暖锋的风向变化不如暴风雨风切变那样严重, 但暖锋风切变也会造成飞行事故。特别应避免飞机进入暖锋的雷暴区。

通常, 锋面是一种根据天气综合观测能较准确预报的天气现象。伴随锋面所出现的

风切变参数可由锋面的移动速度和垂直方向的温度变化来估计。一般情况下,对空中交通作出锋面的提前警告是可能的。

2.2.2 与地面强风有关的风切变

在中纬度地区,从地面到1000m这一高度范围称为大气边界层。大气边界层内所包含的空气质量约占全部大气质量的10%。研究地面边界层内的强风风切变,须考虑地面摩擦对大气动能衰减的影响。

大气边界层可划分成不同的层次(图2-8)。紧贴地球表面的一层很薄的大气称为层流底层,其上面是内层,又称Prandtl层。内层内的大气流动状况与离地高度、地面的摩擦剪应力以及大气的稳定性有关^①。内层厚度约为30~100m(约占大气边界层总厚度的10%),在这个高度上,大气流动速度可达流速的70~80%,而风的方向可近似认为不随高度而变。大气边界层最外层称为外层,又称为Ekman边界层,高度范围为250~1000m,在这一层内风向随高度变化。

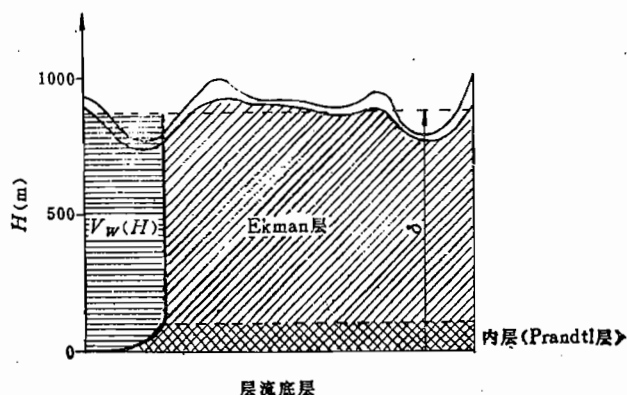


图2-8 大气边界层构成⁽¹⁾

有时,近地面附近的风速变化可能很大,例如,在近地面附近发生的低空急流。按照低空急流形成的物理原因及其对飞机起飞和进场着陆的影响程度,特别须注意气旋(例如锋面)造成的低空气流、夜间急流和地形诱导的低空风切变。

在靠近气旋风暴区附近会发生强的低空急流风。在冷锋前方,强的低空急流风常常就存在在地面上,出现在气旋风暴的暖区里。低空急流风的风速在地面处减小到零。飞机在这种风场中进场着陆,会遭遇严重降低飞行性能的风切变,如图2-9所示。

在春季和夏季,当夜间辐射冷却达到最大,并且地面上存在中等以上的压力梯度时,可能会形成夜间急流。当飞机下降进入到风速低的区域时,夜间急流会引起飞行性能降低,类似于图2-9所示情况。

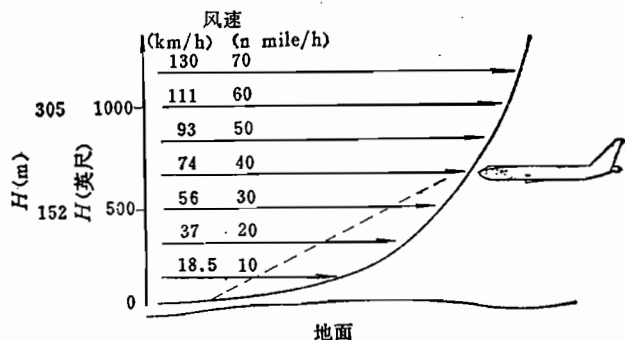


图2-9 低空急流风对进场飞机的影响

① 大气稳定性用温度梯度来定义。

$dT/dH < -0.0098 \text{ K/m}$ 不稳定
 $-0.0046 \geq dT/dH \geq -0.0098 \text{ K/m}$ 中性
 $dT/dH > -0.0046 \text{ K/m}$ 稳定

地形诱导的低空风切变是指崎岖的地形(地面粗糙度大)造成的低空风切变。一般讲,若提前预报锋面低空急流(或气旋低空急流)和夜间低空气流,不会给驾驶员带来很多问题。但若锋面、夜间低空急流发生在崎岖的地形附近,则迅速减小的风速和崎岖地形造成的紊流旋涡会同时出现,其综合影响将十分严重。这种综合影响相当于风切变加上紊流颠簸,而且越靠近地面影响越严重。

除了上述三种低空急流风切变外,山脉也会造成山地坡和下坡风切变。当一股急流流过山脉时,在山的背面会形成低空槽而诱发强的下坡风。下坡风中往往又存在紊流(图2-10)。

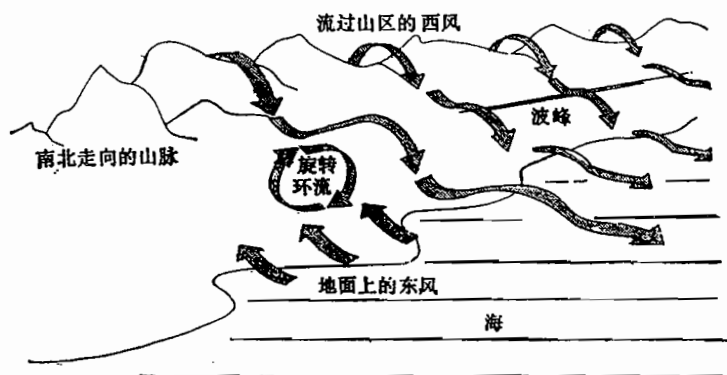


图2-10 下坡风切变和紊流

湖面和海面附近会形成陆地/海洋风环流(图2-11),一般会出现中等以下强度的风切变。陆地/海洋风切变除了它自身的影响外,还会增强其他形式风切变的影响,例如,海洋风加剧微下冲气流影响的严重程度。

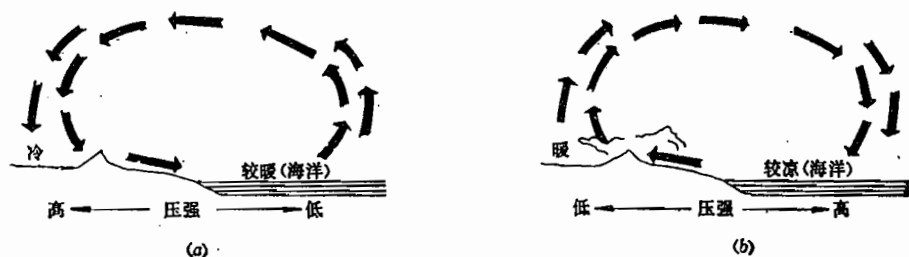


图2-11 陆地/海洋风环流示意图

(a) 夜间、冬季; (b) 白天、夏季。

2.2.3 与对流风暴有关的风切变

对流风暴形成的风切变对空中交通影响最为严重,危害最大。对流风暴风切变表现为对流形式的下冲气流。按照下冲气流的外流的水平范围,又可分成微下冲气流和宏下冲气流⁽⁹⁾。

微下冲气流是一种降水诱导的下降气流,当这种下降气流到达地球表面时,形成向外辐射的流动,犹如从一个软管垂直向地面喷水时在各个方向上形成水的飞溅一样。微下冲气流的外流范围小于4km。

宏下冲气流是指外流范围大于4km、类似于微下冲气流流动形式的下冲气流。宏下冲气流这个术语使用并不广泛，一般就泛指下冲气流。

微下冲气流是一种最危险的风切变形式。当飞机在低空穿越微下冲气流时，首先会遭遇到逆风，然后是顺风。飞机实际遭遇到微下冲气流的流动情况往往更复杂。

经美国国家研究委员会（NRC）1983年确认的与风切变有关的51次飞行事故中，65%的风切变事故与雷雨有关，且通常都会有微下冲气流，其余的35%飞行事故与非对称风切变和锋面风切变有关。因此，近10年来对风切变的研究工作主要放在对微下冲气流风切变的研究上。

按照下冲气流形成的物理原因，下冲气流又划分成雷暴风切变、降水（大雨、小雨或幡状云）微下冲气流风切变。

一、雷暴风切变

在猛烈发展的雷暴中含有无与伦比的巨大能量，这是一种对航空飞行最危险的天气现象。

雷暴有两种主要形式：一种是与气团状态有关的雷暴，简称气团雷暴；另一种是在强气旋锋面内发展形成的雷暴，称为气旋雷暴。一般气旋雷暴系统要比气团雷暴强烈得多。

气团雷暴是由地球表面局部加热发展形成的。被加热的空气上升逐渐形成积云，进而发展成更强的对流浓积云，随着其继续发展，在云的上部开始降水，首先是雪，然后是大雨，这就是气团雷暴的成熟阶段。大约经1h后，由于降水切断了能源（即加热的上升气流），雷暴开始消散。在雷暴消散阶段，雷暴完全由下冲气流形成，最后只是小雨。图2-12图解说明一个气团雷暴从生长、成熟到消散的三个典型发展阶段。

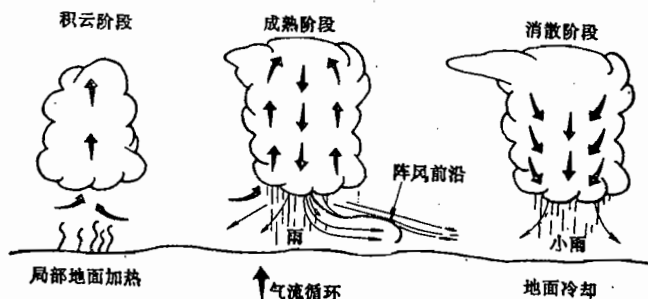


图2-12 气团雷暴单体的生成、成熟和消散发展过程⁽⁸⁾

气团雷暴和气旋雷暴都会形成很强的外流，图2-13说明如何从一个雷暴单体结构中产生向外流动的冷空气阵风前沿的过程。附加的外流特性是雨—冷空气流动的结果，与图2-12中所示雷暴单体的成熟和消散阶段有关。雷暴不一定都形成阵风前沿，但有时会出现阵风前沿形成的外流。外流通常是一种具有很高风速的紊乱流动，会给机场站区造成严重威胁。另外，沿阵风前沿还会出现水平旋涡和很强的垂直运动。

图2-14是雷暴外流的平面视图，图中给出了几种外流的尺度。较大尺度的外流是由阵风前沿形成的，其中心处内核称为下冲气流。图2-14(a)表示一种静止的雷暴外流，外流从雨轴向外呈圆形伸展，阵风前沿如同一个环。而当雷暴沿一定方向移动时，

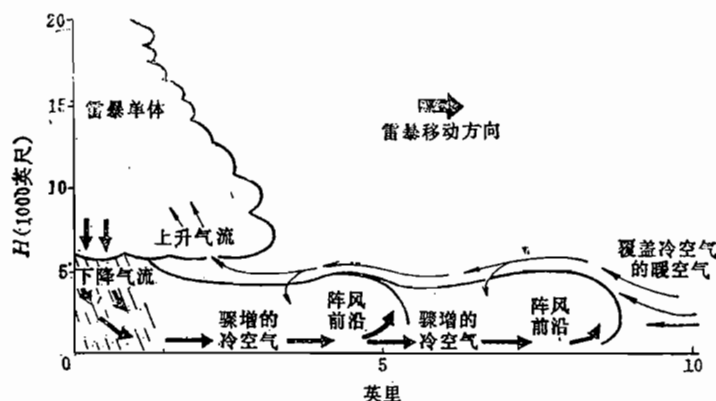


图2-13 从气团雷暴中穿出的阵风前沿剖面图

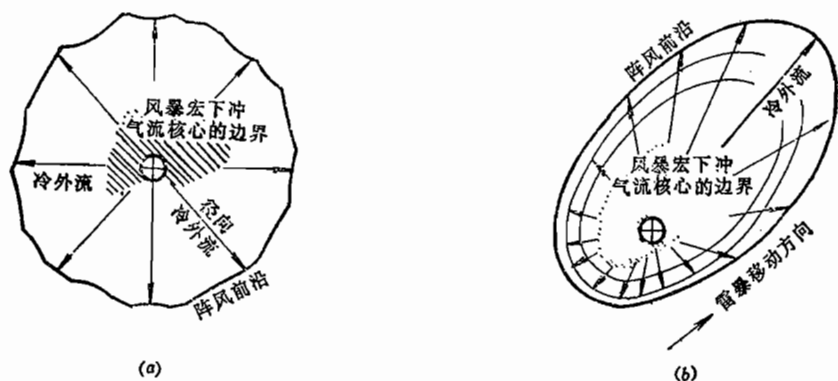


图2-14 从雷暴中形成的各种尺度冷空气外流

(a) 静止的雷暴; (b) 移动的雷暴。

外流是一个拉长的环, 如图 2-14(b) 所示, 雷暴中心核会诱导出局部的下降气流和外流, 即非常危险的微下冲气流。

大多数雷暴在地球表面上的直径范围为 9~20km, 少数更强烈的雷暴直径范围可达 50~60km。极端严重的雷暴上升气流/下降气流的直径范围为 2~10km, 而阵风前沿从雷暴边缘一直延伸到 50km 以外。阵风前沿宽度为 90~200km, 阵风前沿的外流有时可延伸到数百公里以外。

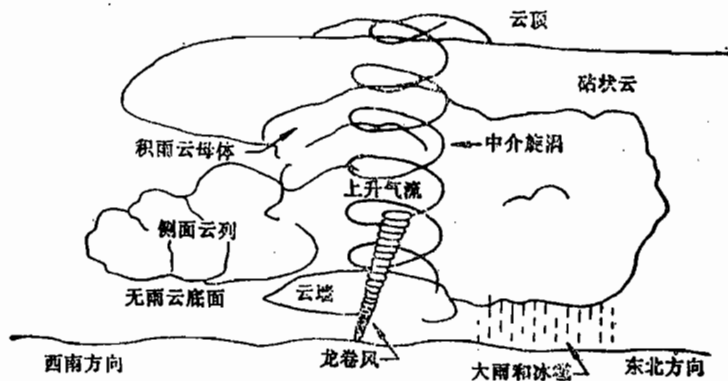


图2-15 严重的气旋雷暴系统

锋面系统或气旋风暴系统的上升气流也可能形成雷暴。与气团雷暴不同的是：锋面（气旋）雷暴沿高度方向会出现垂直风切变，即随高度增加风速加大，结果造成锋面雷暴在垂直方向是倾斜的，因而降水离开了上升气流，于是上升气流/下降气流可在相当长的时间内（2~6 h）继续发展，反过来又使雷暴内的气流加速到比单纯气团雷暴的风速大得多。由于这种垂直风环境和邻近气旋风暴系统的附加旋转效应，部分雷暴开始旋转，首先形成的旋转区域称为中介旋涡，其直径约有10km，最终可能形成龙卷风。图2-15是一个严重雷暴的结构图，正在形成龙卷风，风速随高度增加（表现为水平风的垂直切变）。

表2-1 对气团雷暴和气旋（锋面）雷暴的特点作了比较。

表2-1 气团雷暴和锋面雷暴的比较⁽⁹⁾

类型	气 团 雷 暴		锋 面 雷 暴	
单体结构	有组织、松散的多体结构	有组织的多单体结构	有组织的多单体结构	高度组织的单体结构
强度	中 等	中等到严重	严 重	严重到很严重
对起飞和着陆可能与雷暴有关的破坏现象	局部强阵风，可能产生下冲气流，但并不普遍	阵风前沿，下冲气流，在大水面上水龙卷，或局部冰雹	阵风前沿，下冲气流，微下冲气流，在大水面上的水龙卷，冰雹，龙卷风	阵风前沿，下冲气流和微下冲气流，飓风族，大范围冰雹
实 例	海/大洋区域随机生成的气团，或在山脉附近局部生成的气团	常组织成列，特别在热带，飚线，热带气旋中的风暴线	主要是亚热带中的锋面，可能组织成列或中尺度的群体	主要在中纬度大陆地区锋面，称为“超单体风暴”
移 动	通常随平均流转动，当在山脉附近出现时很可能不移动	随平均流移动，但在一个有利的侧面上相继的单体发展可能造成在这个方向上的移动	随着锋面移动，在阵风前沿处有新单体发展，特别在现存的单体之间	绝大多数是向平均流的右方移动（有时分开变为两个风暴），保持不动且带来惨重局部破坏的不常见

二、微下冲气流

70年代中期，藤田教授指出，雷暴除了形成大范围的宏下冲气流外，有时还会形成

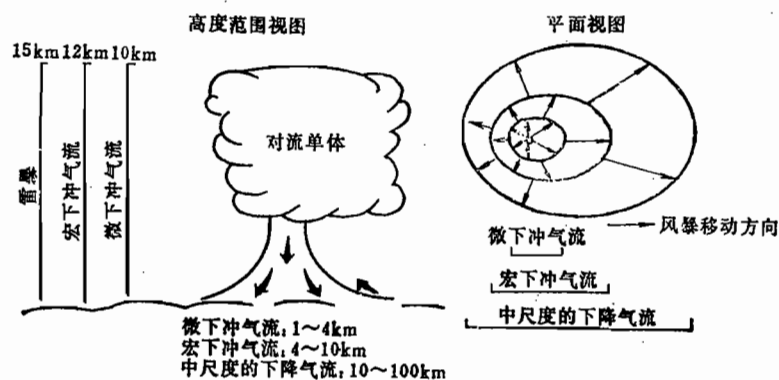


图2-16 几种下冲气流范围的比较⁽⁹⁾

直径在1000m以下的下冲气流。藤田教授把水平外流直径范围小于4km的下冲气流称为微下冲气流。图2-16示出简单对流云中形成微下冲气流的性质。

微下冲气流的水平旋涡除包含下降气流外,还包含强烈的上升气流(图2-17)。飞机穿越微下冲气流时,会引起空速和迎角的变化。美国JAWS(联合机场天气研究计划)的试验表明,微下冲气流的水平旋涡发生在600m以下的低空,有时会高一些。与旋涡有关的潜在的上升气流是不能忽视的。飞机从下降气流区进入上升气流区,迎角会增大。如果在进入上升气流区之前,飞机已处在大迎角状态,则飞机进入旋涡诱导的上升气流区后,可能会超过失速迎角。

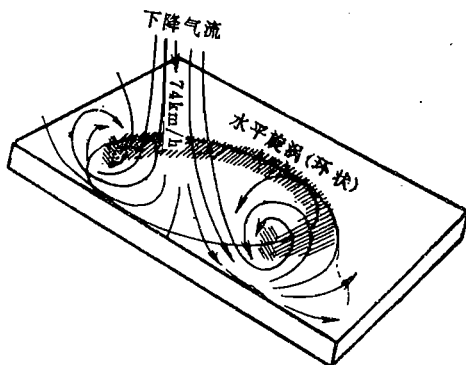


图2-17 微下冲气流的水平旋涡简化模型

飞机穿越微下冲气流时首先会遇到逆风外流,空速增大;然后飞机进入下降气流区,最后飞机顺风飞出微下冲气流区。在着陆进场时,微下冲气流逆风区使空速的增大容易使驾驶员误认为飞机是处在能量增大的风场中,驾驶员可能按正常习惯推机头下俯并收油门,以便使飞机回到预定的进场着陆下滑线上。这样操作会使飞机在进入下降气流区和顺风区后面临极其危险的境遇。

飞机进入微下冲气流区域后,除遭遇逆风/顺风、上升气流/下降气流外,还会遇到侧风切变。侧风切变的严重程度与飞机和微下冲气流遭遇时的相对位置有关。图2-18是藤田教授对1982年在新奥尔良发生的一架三发动机喷气飞机事故的分析。由图可见,在这次飞行事故中,微下冲气流中心不在跑道轴线上,因而有明显的侧风切变。通常,微下冲气流侧风分量对飞行性能影响不大,但严重的侧风会增加驾驶员的工作负担,增加飞行仪表指示的模糊程度。强烈微下冲气流的侧风分量会形成很大的滚转力矩。

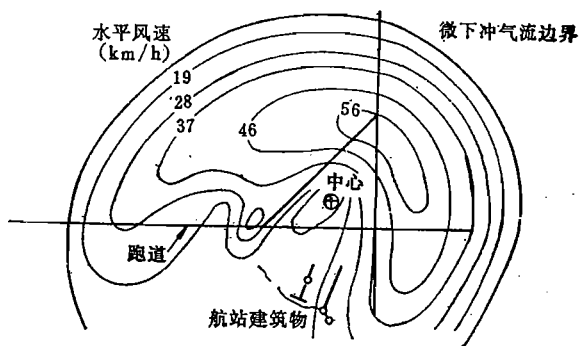


图2-18 藤田教授对1982年新奥尔良事故的分析^[9]

微下冲气流中常伴有紊流出现,但直到现在,对微下冲气流的紊流情况的了解还远远不够。一些初步的研究表明,微下冲气流中的紊流要比低空风暴外流中的紊流强。

微下冲气流的发生发展过程和降水现象密切相关。当雷暴在其中部形成降水(离地约有6000m高度),如果降水载荷大于云的承载能力,会形成向地面降落的冰、雪花、雹或雨等降水形式。降水诱导的冷空气会形成冷却的降水轴,其内部的空气温度低于周围环境温度,因而诱发下降的冷空气流。所以,飞机在进场和离场穿越雷暴天气的大雨区时,须当心可能伴生的微下冲气流。图2-19说明了雷暴大雨中微下冲气流的形成简图。

降水轴内的水使空气冷却,因而浮力下降,可能会形成微下冲气流、严重的甚至极

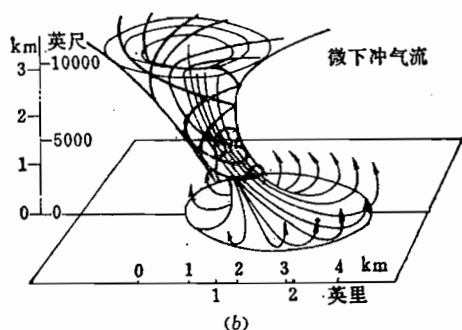
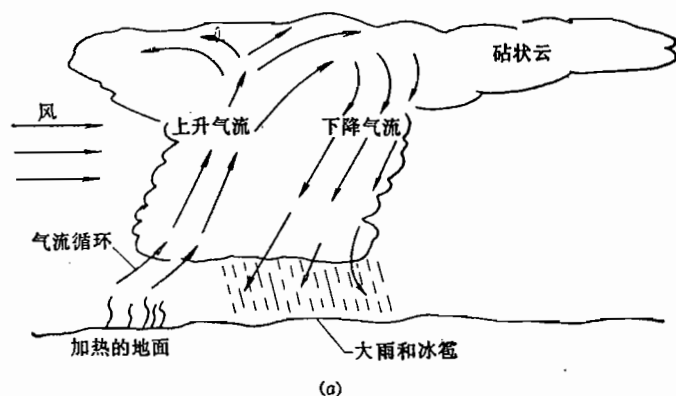


图2-19 雷暴大雨中的微下冲气流

(a) 在6000m高度上雷暴中微下冲气流的生成发展;

(b) 微下冲气流下降并冲击地面。

严重的紊流、强风、大雨、冰雹、飞沙走石等形式的危害。目前，气象雷达虽能探测出雷暴危害，但还难以预知伴随雷暴还会出现何种形式的危害。因此，避开雷暴区是防止与雷暴微下冲气流风切变遭遇的唯一方法。

在比较干燥的天气条件下，或者只有很小的细雨或幡状云天气条件下，也会发生微下冲气流。在相对干燥的天气条件下，发生微下冲气流的原因可以解释如下：在云底（5000m以下）区域内的空气很干燥，当对流云降水落入这种低温干燥空气中会汽化。汽化是一种冷却过程，使冷空气变重，致使与降水相伴的空气加速向下降落。汽化雨越接

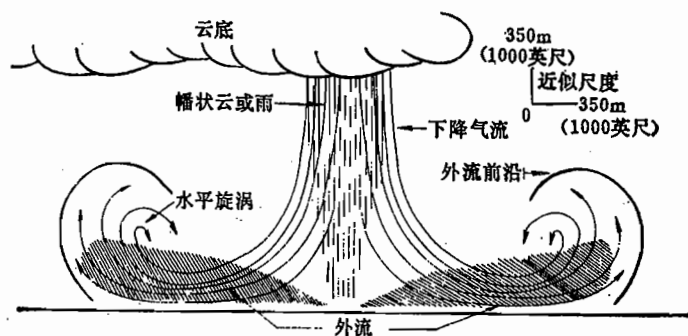


图2-20 干燥天气条件下微下冲气流的形成^(a)

近地面, 冷却在加速向下降落的气流中的作用越大。图 2-20 说明了干燥天气条件下微下冲气流的形成发展过程。

细雨/幡状云的微下冲气流又称为干式微下冲气流, 雷暴/大雨的微下冲气流又称为湿式微下冲气流, 它们的主要差别在于: 湿式微下冲气流由大降水载荷迫使气流下降并生成外流; 干式微下冲气流由降水汽化生成。这两种微下冲气流的流动形式及其对飞机性能的影响并无本质不同。

各种风切变形式具有不同的时间、空间特征, 其对飞机影响的严重程度也有所不同。表 2-2 列出了各类风切变的特征及其危险程度。

表2-2 风切变的时间和空间尺度

风切变类型	空间 (水平) 尺度	时间尺度	危险程度
微下冲气流	< 4 km	< 4 ~ 20min	大
宏下冲气流	> 4 km	数十分钟	大
雷暴阵风锋	几十公里	几小时	大
冷 锋	数百公里	数十小时	中
暖 锋	数百公里	数十小时	中
辐射逆温	几百米至数百公里	几小时	中
地形风切变	几百米至数百公里	几小时	中

2.3 微下冲气流风切变强度和时空尺度

微下冲气流的强度和时空尺度是全面描述微下冲气流特征的最基本参数。由于我国尚未对微下冲气流的气象特征作系统研究, 本节所引用的资料主要以著名的中尺度气象学家藤田教授为首的美国气象学界近10多年来在 JAWS 中的研究结果。这些统计资料主要由三种途径收集整理: 地面测风网络系统、多普勒雷达和飞机飞行数据记录器(FDR)。地面测风网络主要是 FAA 在 110 个机场布置的低空风切变警报系统 (LLWSAS) 和其他一些地面测风系统。

受树木、建筑物或其他地物的影响, 直接在地面测量的风数据往往偏低。多普勒雷达的扫描区可以离地足够高, 因此受地面影响较小, 测量结果较为准确, 与事故分析所得数据比较符合, 但事故风切变风速分布比试验样本风速更严重。

JAWS 用多普勒雷达测量研究了在干燥天气和大雨天气条件下发生的数百次微下冲气流。研究表明, 微下冲气流是一种比较简单的空气流动。图 2-21 图解说明了微下冲气流流动的时间过程。受地面效应影响, 还在气流到达地面之前, 微下冲气流就开始膨胀, 在第一次撞击地面后的一段时间内, 微下冲气流的流速及其变化 (逆风—顺风、或左右风速差) 逐渐增强。在图 2-21 中, 在下降气流撞击地面后的 5 min 内 (即从 5 ~ 10 min), 风切变最强, 然后开始衰减。一般在微下冲气流撞击地面的 10 ~ 20 min 后开始消散。

图 2-22 是多普勒雷达探测的 75 次微下冲气流的空间尺度和强度的统计平均值。一

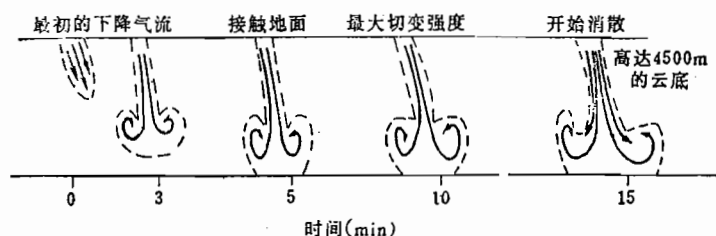


图2-21 微下冲气流在垂直方向的时间发展过程

个中等强度的微下冲气流首次撞击地面时的最大风速差平均为 45km/h ，而当达到峰值强度时的最大风速差平均可达 87km/h ；首次撞击地面时的直径为 1.7km ， 6min 后扩大到 2.8km 。

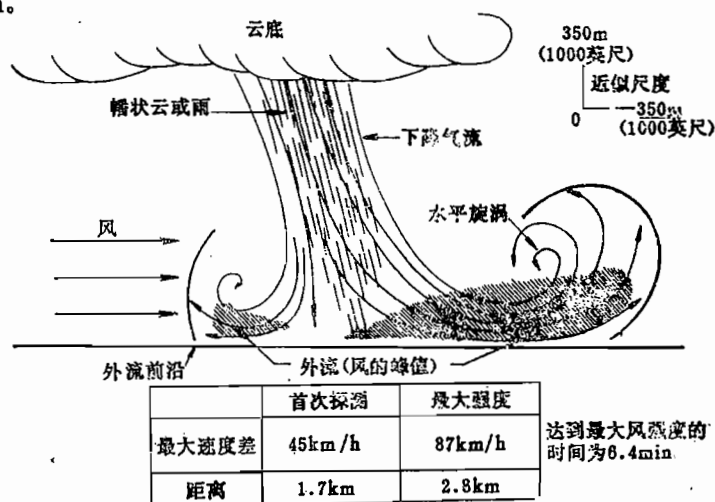


图2-22 多普勒雷达探测的75次微下冲气流的强度、空间尺度的统计平均值

图 2-23 是JAWS 用多普勒雷达从 75 次探测结果中所得出的微下冲气流峰值切变频率(次数)的统计结果，其中半数以上的微下冲气流的风速差高于平均值 87km/h ，有一次记录到的微下冲气流的风速差高达 174km/h 。

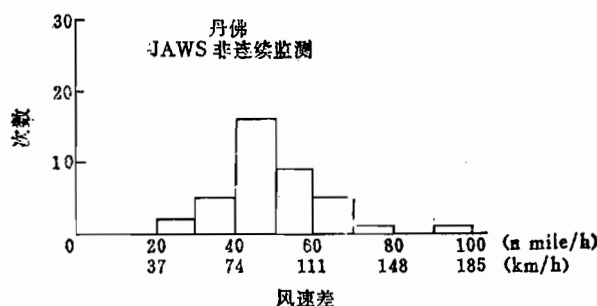


图2-23 多普勒雷达探测的75次微下冲气流强度出现的频度

从不同的研究途径所得到的有关微下冲气流的统计结果都类似于 JAWS 的统计结果，如图 2-24 所示。测量研究还说明，风切变的强度分布及其出现频率与所观测地区的地理位置关系不大。

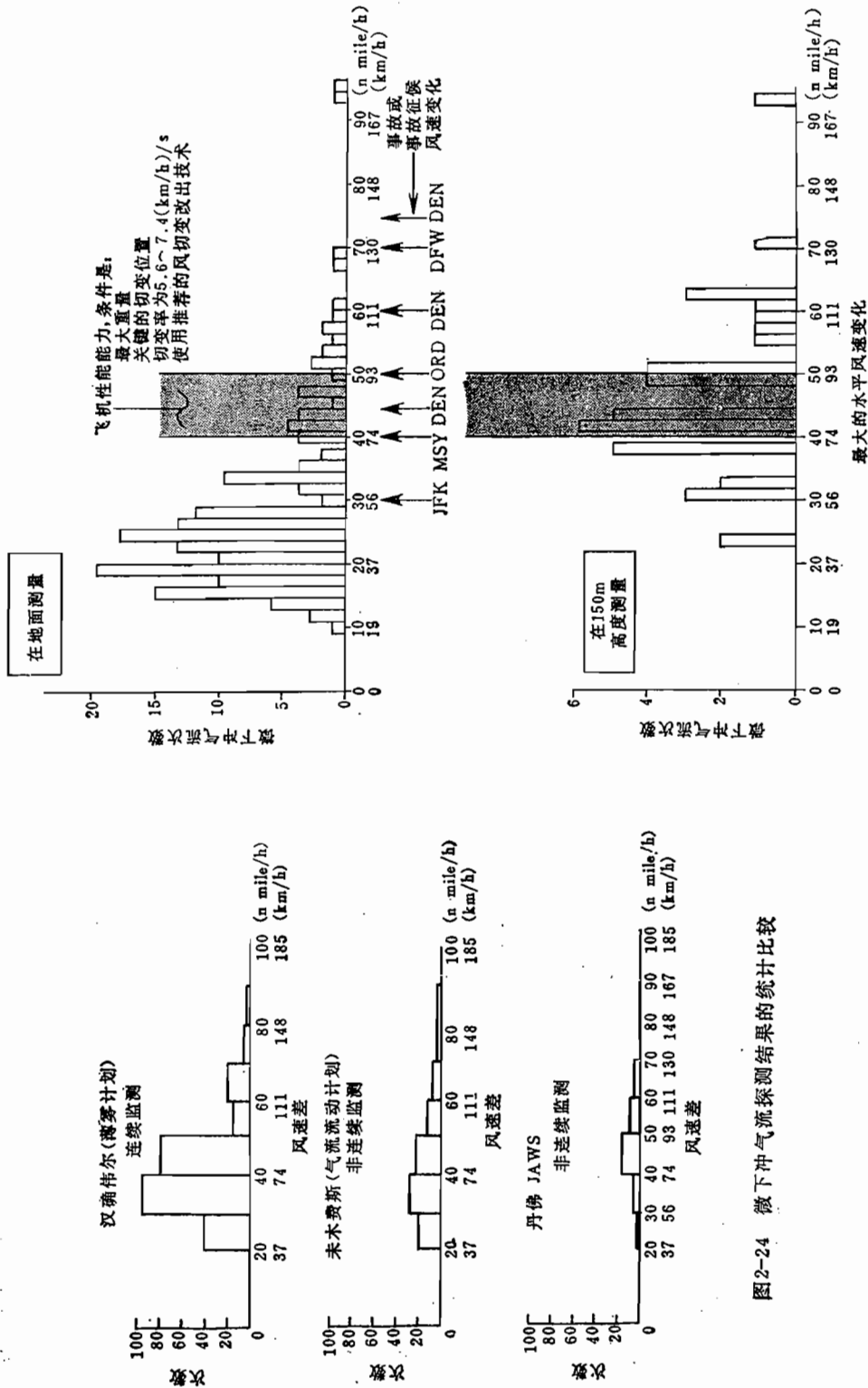


图2-24 微下冲气流探测结果的统计比较

图2-25 风切变强度统计

受地面摩擦的影响,在不同高度上的测量结果是不同的。图 2-25 的上图示出地面和离地 150 m (即 500 英尺) 高度上多普勒雷达的探测结果。图上还标明了发生微下冲气流事故及事故征候时的风速差及地点。图中的阴影区表示商用喷气飞机的性能所能承受的最大风速差的估计范围。从图示可见,还有很大一部分大强度风切变(风速差大于 90 km/h) 是目前飞机飞行性能所无法承受的。

2.4 风切变的工程化模型

风切变的工程化模型是研究风切变对飞行性能和飞行品质影响的基本原始数据,也是在飞行模拟机上训练驾驶员识别偶然的风切变遭遇,并成功地从偶然风切变中进行改出训练的环境条件(如果不是灾难性的风切变)。另外,微下冲气流模型也是评定模拟探测器研究设计的原始环境数据。

目前,建立低空风切变模型有三种方式,第一种方式是把多普勒雷达测量数据以网格形式存储在计算机中,也可以建立风切变事故数据库,在使用时采用内插法取值。

建立低空风切变模型的第二种方式是按照流体力学和热力学规律建立并求解大气动力学方程。大气动力学方程是非线性的,一般要占用大量内存和花费很多机时才能数值求解。这种复杂的模型不太适于工程模拟仿真使用。

建立低空风切变模型的第三种方式是工程化模型方法。这种方法是建立能描述低空风切变现象最本质的机理及运动过程的简化数学模型。这种工程化风切变模型简单,使用方便,又具有较好的真实性,很适于工程研究使用。

建立低空风切变模型,应特别注意低空风切变的下列特征:

- (1) 风切变的量级 风速变化应是飞行距离的函数;
- (2) 风速变化率 指风速在规定距离内或时间范围内的变化;
- (3) 风切变尺度 指风切变事件的空间或时间尺度大小;
- (4) 风切变场的非对称性 所观测到的大多数风切变场是不对称的,即逆风区和顺风区在尺度和量级上是不一样的。

模拟上述四种主要风切变特征的程度,关系到风切变模型的真实程度。通常,须用实测数据和风切变事故统计数据来评估核验风切变模型。

为了特殊模拟研究的需要,例如,微下冲气流/杂波/雷达模拟研究,有时还须能模拟其他物理特性,例如,温度、气压和湿度(各种降水特性)以及雷达反射因子(dBz)。NASA为低空风切变探测回避系统发展的一种对流云和雷暴模型 TASS,在三维网格内生成微下冲气流发展的时间历程,其输出参数包括雷达反射率因子(dBz)、风速分量、温度、气压和湿度等^[12]。

2.4.1 微下冲气流风切变的线性化模型

在JAWS大量统计研究的基础上,参考文献[9]推荐了微下冲气流的线性化模型,供飞行训练模拟机使用,并获得了满意的结果。

微下冲气流是三维风切变,一般表达式为

$$V_w = f(x_g, y_g, z_g)$$

在大量事故数据统计分析的基础上, 参考文献〔9〕认为风速仅是 x_g 的函数, 即

$$V_w = f(x_g)$$

同时取一系列的距离参考点 x_{REF} , 并假定各参考点间的风速变化是线性关系。附录一列出了微下冲气流的线化模型。下面说明建立这些线化模型的统计根据。

一、风切变的风速量级

图 2-26 是 JAWS 收集的微下冲气流最大水平风速变化的两种频度分布统计, 其中, 图 2-26(a) 是地面风速表测量结果 (离地高度 3m (即 10 英尺) 左右), 频度最高的最大水平风速变化为 37 km/h。图 2-26(b) 是多普勒雷达的测量统计结果 (离地高度大于 91m (即 300 英尺)), 频度最高的最大水平风速变化为 83 km/h。不同离地高度上这两种测量统计结果表明: 风切变的最大水平风速差随高度增加而增大。这是地面粗糙度及其他因素影响的必然结果。这两种统计说明, 经常出现的微下冲气流的最大水平风速变化范围为 37~83 km/h。在地面附近 (3m 高) 测到的风速变化高达 167 km/h (即 90 n mile/h), 如图 2-26(a) 所示。

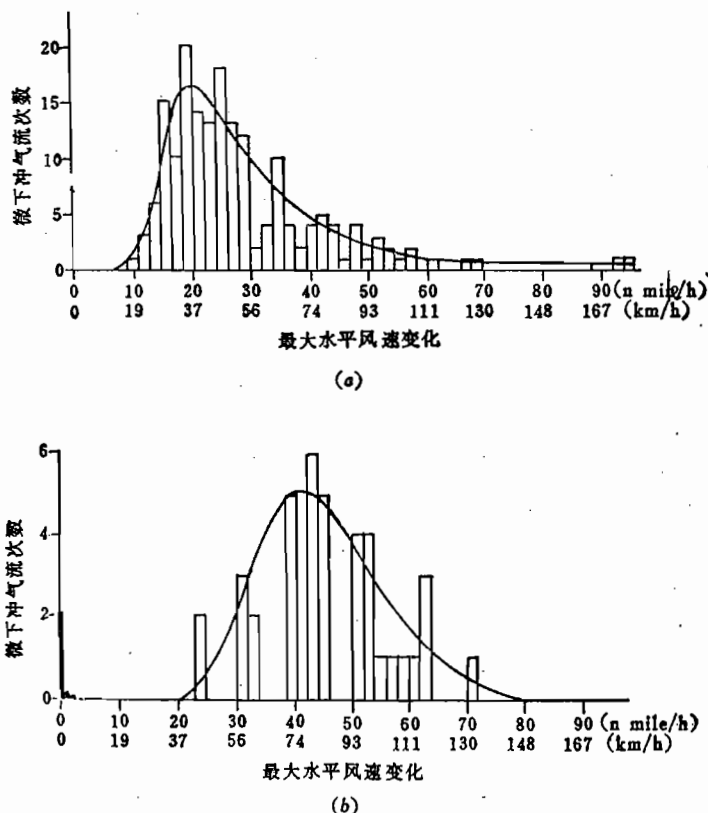


图2-26 微下冲气流最大水平风速变化的测量统计 (JAWS)

(a) 地面风速表数据 (186次微下冲气流); (b) 多普勒雷达数据 (38次微下冲气流, 150m 高度上的数据)。

二、风速变化率

风速变化率是指在一定时间或距离内风速的变化, 又称为风切变强度, 单位为 (km/h)/m 或 (km/h)/s。

风切变的风速变化量和变化率都对飞机的飞行性能有重要影响。低强度风切变,即使风速变化很大,但对飞行性能影响不大。高强度风切变且风速变化量也很大时,会严重威胁飞行安全。因此,建立风切变模型时,应充分注意高强度、大风速变化情况下的风切变。

图 2-27 是 JAWS 用多普勒雷达观测的 13 个微下冲气流风速变化率的统计结果。观测的原始数据是以距离为基准的最大风速的变化率。已观测到在 610m (即 2000 英尺) 距离范围内风速变化高达 56km/h (即 30 n mile/h), 相当于风速变化率为 0.092(km/h)/m (即 0.016(n mile/h)/英尺)。当标定地速为 278km/h (即 150 n mile/h) 时, 相当于以时间为基准的风速变化率为 7 (km/h)/s (即 4(n mile/h)/s)。

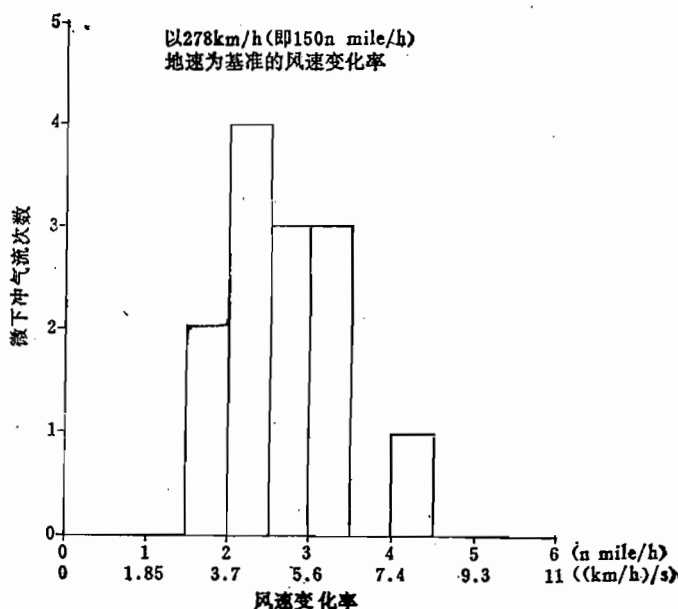


图 2-27 多普勒雷达观测的微下冲气流的风速变化率
(测量高度为 152.4m (即 500 英尺)) (JAWS)

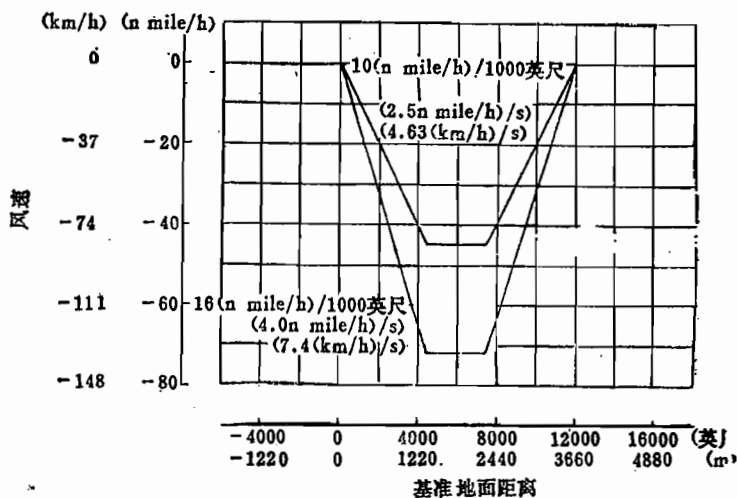


图 2-28 供训练使用的名义风速变化率 (FAA)

根据类似的观测统计, FAA 推荐的风切变强度如图 2-28 所示 (供机组飞行训练使用)。

三、风切变尺度

根据雷达的观测统计, 图 2-29 给出典型的微下冲气流的风速剖面。从最大逆风到最大顺风的空间尺度范围为 1830~3660 m (即 6000~12000 英尺), 该尺度范围与图 2-28 是相当的。风切变的尺度度和飞机地速又共同决定了飞机穿越风切变的时间尺度。大多数严重风切变的遭遇时间只有 20~30 s。因此, 风切变的短时性对及时识别和采取正确的操纵对策的要求是很高的。

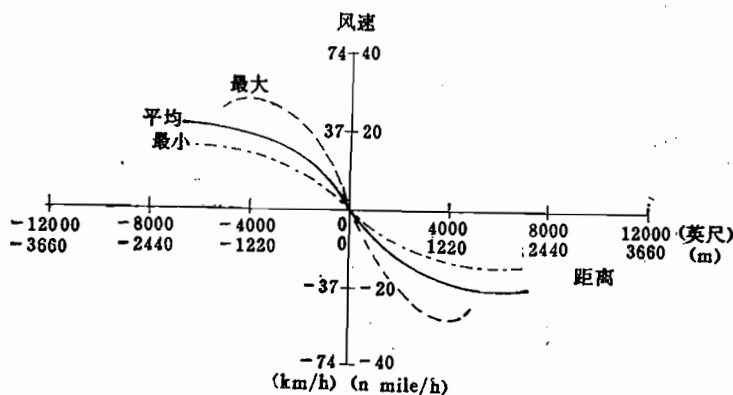


图2-29 多普勒雷达观测的典型微下冲气流风速剖面 (JAWS)

四、风切变场的非对称性

JAWS 的研究统计发现, 微下冲气流外流流谱呈明显的非对称性。图 2-30 说明了对称和非对称的微下冲气流模型及相应的风速剖面。风切变的非对称性说明, 在出现明显的顺风切变之前, 未出现明显的逆风切变。

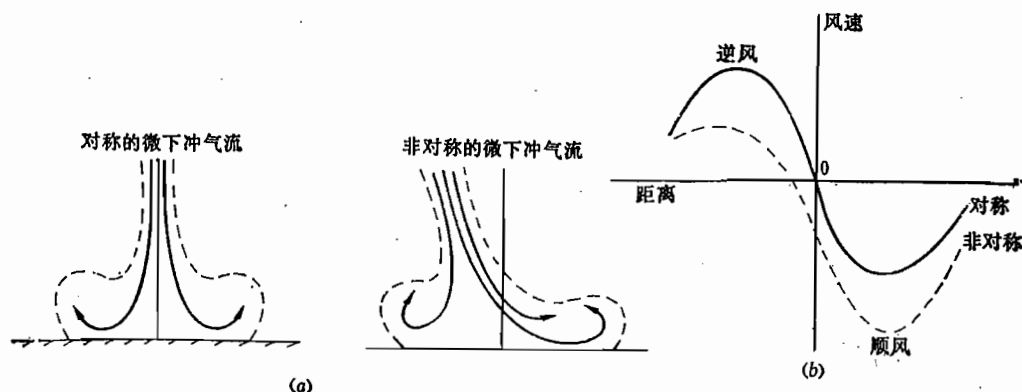


图2-30 微下冲气流的非对称性
(a) 微下冲气流的形式; (b) 风速剖面比较。

五、微下冲气流风切变事故的风速剖面

图 2-31 是美国国家运输安全委员会从飞行数据记录器 (FDR) 信息中提取的事故记录的风速剖面 (如其中点划线、虚线和细实线所示)。在 1830~4267 m (即 6000~

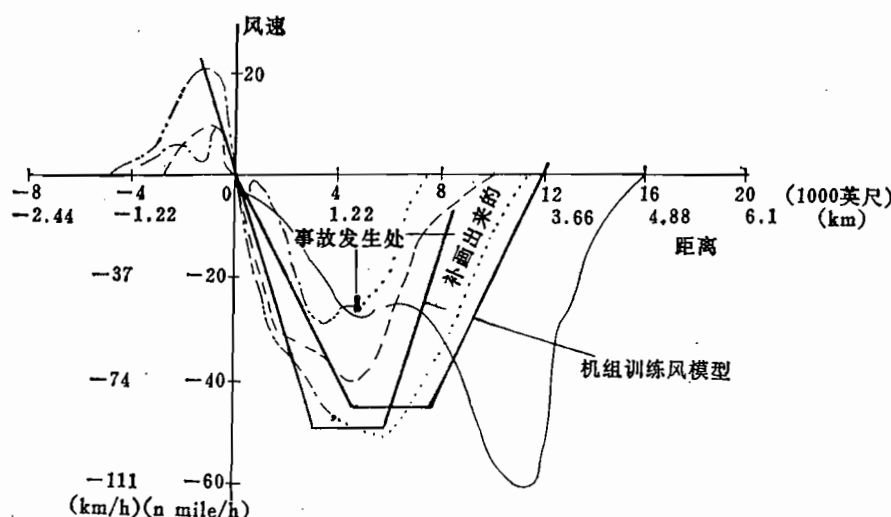


图2-31 从FDR中选出的典型微下冲气流风切变事故风剖面及其简化线性化剖面

14000英尺) 距离范围内事故发生时的风速变化可高达 130 km/h (70 n mile/h)。根据多次类似的风速剖面分析研究, FAA推荐了简化的线性化风剖面(粗实线),基本上可以反映出微下冲气流风切变的主要特征。

表2-3 列出 JAWS 的多普勒雷达的测量统计结果和从 FDR 中得到的事故风切变数据, 两者是相当一致的。

表2-3 微下冲气流风切变的低空多普勒雷达观测数据和FDR的风切变事故数据的比较

主要特性	数据来源	JAWS低空多普勒雷达观测数据	从FDR中得到的事故风切变数据
风速变化		$56\sim112\text{ km/h}$ (即 $30\sim60\text{ n mile/h}$)	$28\sim130\text{ km/h}$ (即 $15\sim70\text{ n mile/h}$)
风速变化率		$3.7\sim7.4\text{ (km/h)/s}$ (即 $2\sim4\text{ (n mile/h)/s}$)	$3.7\sim13\text{ (km/h)/s}$ (即 $2\sim7\text{ (n mile/h)/s}$)
风切变尺度		$1824\sim3658\text{ m}$ (即 $6000\sim12000\text{ 英尺}$)	$1824\sim4267\text{ m}$ (即 $6000\sim12000\text{ 英尺}$)
风对变的对称性		非对称	非对称

以上述统计分析为基础, FAA 提出了多种供飞行模拟机训练使用的微下冲气流线性化风模型, 附录一列出其中 4 种。同样, 这些模型也可供数值仿真研究使用。

2.4.2 微下冲气流的简化流体动力学模型

70年代以来, 用流体动力学原理来建立微下冲气流的模型, 一直是一种很活跃的并且至今仍在发展的模型化方法。

微下冲气流的流体动力学模型化方法是把风切变场视为不可压、无粘、无旋或位流场, 不考虑温度变化。Woodfield和Wood最早提出的微下冲气流的涡环原理模型^[18], 是应用最广泛的方法(图2-32)。

微下冲气流涡环模型的基本原理是：在高度 H_i 和水平方向 x_i 上布置一系列强度 Γ_i 的涡环，为了满足地面边界条件，在 $(-H_i, x_i)$ 上再布置一系列相应的镜像涡环 Γ_i ，当赋予 Γ_i 不同值，就可按需要由 Γ_i 和 $-\Gamma_i$ 诱导出微下冲气流的流场。

由Biot—Savart定理，三维涡的诱导速度为

$$dV = \frac{1}{4\pi} \frac{\Gamma \times \mathbf{q}}{r^3} ds \quad (2-1)$$

涡线AB(图2-33(a))对空间任一点P的诱导速度为

$$V = \frac{1}{4\pi} \int_{AB} \frac{\Gamma \times \mathbf{q}}{r^3} ds \quad (2-2)$$

一个空间封闭的涡环对P点的诱导速度为

$$V = \frac{1}{4\pi} \oint \frac{\Gamma \times \mathbf{q}}{r^3} ds \quad (2-3)$$

式中，各有关符号的意义如图2-33所示。

求解式(2-3)须曲线积分，当采用多个空间涡环叠加模型时，曲线积分是很烦的。

为了计算方便，韩潮用多段直线涡线的封闭折线涡来近似涡环^[8]，每段直线涡AB的强度为 Γ ，涡矢量与AB同向(图2-33(b))。由式(2-2)可求得直线涡AB在空间任一点P的诱导速度为

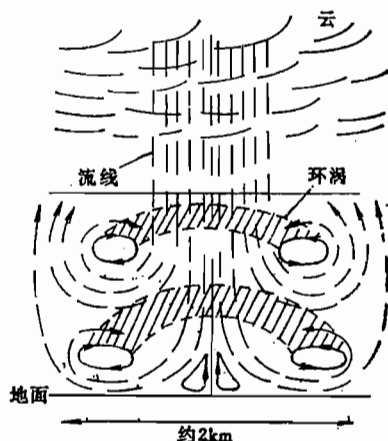


图2-32 涡环原理模型

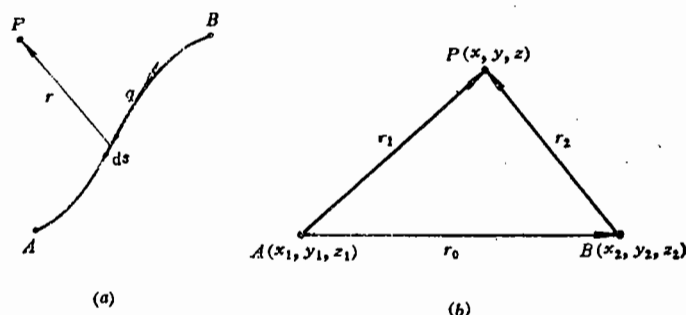


图2-33 涡线及其诱导速度

(a) 曲线涡, (b) 直线涡。

$$V = \frac{\Gamma}{4\pi} \frac{\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_2|} \left(\frac{\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_0}{r_1} - \frac{\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_0}{r_2} \right) \quad (2-4)$$

沿空间任意坐标 x, y, z 分解，得诱导速度的分量表达式为

$$\begin{aligned} u_i(x, y, z) &= -\frac{\Gamma}{4\pi} K_{ui} \\ v_i(x, y, z) &= -\frac{\Gamma}{4\pi} K_{vi} \\ w_i(x, y, z) &= -\frac{\Gamma}{4\pi} K_{wi} \end{aligned} \quad (2-5)$$

式中， K_{ui}, K_{vi}, K_{wi} 为沿 x, y, z 三个方向的诱导因子，其表达式为

$$K_{ui} = A[(y_2 - y_1)(z - z_1) - (z_2 - z_1)(y - y_1)]$$

$$\begin{aligned}
 K_{vi} &= A[(z_2 - z_1)(x - x_1) - (x_2 - x_1)(z - z_1)] \\
 K_{wi} &= A[(x_2 - x_1)(y - y_1) - (y_2 - y_1)(x - x_1)]
 \end{aligned}
 \quad (2-6)$$

而

$$A = \frac{B - C}{D} \quad (2-7)$$

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{(x_2 - x_1)(x - x_1) + (y_2 - y_1)(y - y_1) + (z_2 - z_1)(z - z_1)}{[(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + (z - z_1)^2]^{1/2}} \\
 C &= \frac{(x_2 - x_1)(x - x_2) + (y_2 - y_1)(y - y_2) + (z_2 - z_1)(z - z_2)}{[(x - x_2)^2 + (y - y_2)^2 + (z - z_2)^2]^{1/2}} \\
 D &= [(y_2 - y_1)(z - z_1) - (z_2 - z_1)(y - y_1)]^2 \\
 &\quad + [(z_2 - z_1)(x - x_1) - (x_2 - x_1)(z - z_1)]^2 \\
 &\quad + [(x_2 - x_1)(y - y_1) - (y_2 - y_1)(x - x_1)]^2
 \end{aligned}
 \quad (2-8)$$

为了满足地面流动的边界条件, 按镜像涡 (一对涡环) 原理, 由 n 段直线涡组成的封闭折线涡的总的诱导速度为

$$\begin{aligned}
 u &= \frac{\Gamma}{4\pi} \sum_{i=1}^n (K_{vi} - K_{vsi}) \\
 v &= \frac{\Gamma}{4\pi} \sum_{i=1}^n (K_{wi} - K_{wsi}) \\
 w &= \frac{\Gamma}{4\pi} \sum_{i=1}^n (K_{si} - K_{si'})
 \end{aligned}
 \quad (2-9)$$

式中, 下标 s 表示镜像涡的影响。

若封闭的涡环在一个平面内, 则通过坐标旋转和平移, 可把平面 $x'O'y'$ 内的涡环以任意方式转移到空间任意位置 (图 2-34)。坐标变换关系为

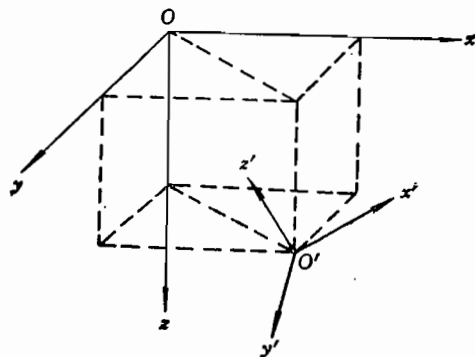


图2-34 涡环坐标变换

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \quad (2-10)$$

式中, 各矩阵元素 a_{ij} 为方向余弦, 即

$$a_{ij} = \cos(i, j) \quad (i, j = 1, 2, 3)$$

也可由旋转欧拉角表示

$$[a_{ij}] = I_x(\theta_x) I_y(\theta_y) I_z(\theta_z) \quad (2-11)$$

通过坐标变换可获得所需要的流场形式, 以符合微下冲气流非对称性要求。

采用折线封闭涡环模型建立微下冲气流流场时, 只要给定涡环直径、圆心坐标及涡环所在平面的方位和涡环的强度, 就可求出符合地面边界条件的单涡环的诱导速度场和多个涡环叠加的诱导速度场。图 2-35 是按折线涡环叠加而得到的二维对称微下冲气流的流场图。

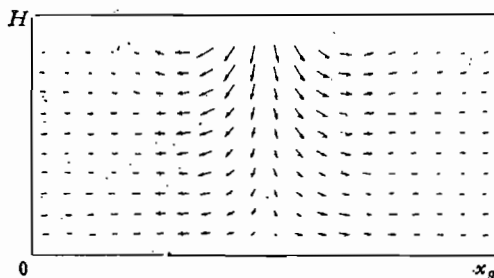


图2-35 对称微下冲气流折线涡环模型流场^[8] (用箭头表示速度)

根据涡分布和偶极子分布的等价性, 也可用偶极子分布建立微下冲气流模型^[14]。与折线涡环模型相比, 偶极子模型表达式较为复杂, 花费机时也较多。从工程模拟仿真效果看, 两者是类似的。

在大多数情况下, 特别关心微下冲气流对飞机纵向运动特性的影响, 此时可采用微下冲气流的二维模型。由折线涡环模型可以直接建立二维微下冲气流模型。

Swolinsky 提出二维微下冲气流的 n 个涡对模型^[11], 使用方便、灵活, 又相当真实。其原理与折线涡模型类似。

单个直线涡的诱导速度与半径 r 和时间的关系为

$$V(r, t) = \frac{\Gamma_0}{2\pi r} \left(1 - e^{-\frac{r^2}{4\nu t}} \right) \quad (2-12)$$

式中, Γ_0 为 $t = 0$ 时的涡强度, ν 为动粘性系数。 n 个直线涡所诱导的水平 and 垂直风分量为

$$u_{wg} = \sum_{i=1}^n \frac{\Gamma_{0i} H_i}{2\pi r_i^2} \left(1 - e^{-\frac{r_i^2}{4\nu t}} \right)$$

$$w_{wg} = \sum_{i=1}^n \frac{\Gamma_{oi} x_i}{2 \pi r_i^2} \left(1 - e^{-\frac{r_i^2}{4 \nu t}} \right) \quad (2-13)$$

式中

$$H_i = H - H_{i0}$$

$$x_i = x_g - x_{i0}$$

$$r_i^2 = x_i^2 + H_i^2$$

图 2-36 给出直线涡叠加原理及有关符号。

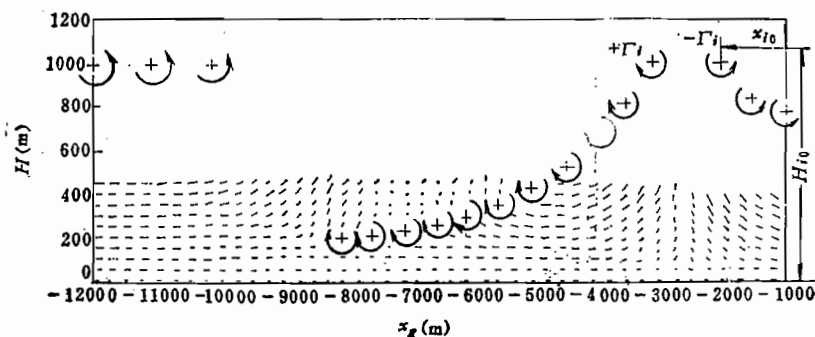


图2-36 微下冲气流二维模型的直线涡叠加原理^[11]

表 2-4 给出 9 个涡对分布模型，附录 2 给出 24 个涡对分布模型。

表2-4 微下冲气流的涡对分布^[11]

涡 对 号	x_{i0} (m)	H_{i0} (m)	Γ_{i0} (m ² /s)
1	-8000	±1000	±18000
2	-7000	±1000	±18000
3	-6000	±1000	±18000
4	-5000	±1000	±18000
5	-4000	±1000	±18000
6	-3000	±1000	±18000
7	-2000	±1000	±30000
8	-1000	±1000	±45000
9	0	±1000	±45000

其他参数如下

$$\nu = 15.0 \text{ m}^2/\text{s} \quad (\text{表面动粘性系数})$$

$$t = 900 \text{ s} \quad (\text{涡的持续时间})$$

$$m = 0.21 \quad (\text{边界层方程指数})$$

$$H_R = 500 \text{ m} \quad (\text{参考高度})$$

2.4.3 地面边界层风切变的对数模型

流体力学中建立地面边界层流动模型有很多简便的方法, 其中, 应用最广泛的是对数模型和指数模型, 后者将在 2.4.4 节中加以讨论。

对数模型早在 1924 年就由 Prandtl 提出。在绝热中性大气条件下, 边界层的对数形式是

$$u_w = \frac{u_{w0}}{k} \ln \frac{H}{H_0} \quad (2-14)$$

式中, H_0 称粗糙度高度, 表征地面粗糙度的影响, 约为地面障碍物高度的 $1/30 \sim 1/10$ 。 $k=0.4$, 称为 Karman 常数。 u_{w0} 称为摩擦速度, 取决于地面上剪应力 τ_0 和空气密度 ρ_0 , 形式为

$$u_{w0} = \sqrt{\frac{\tau_0}{\rho_0}} \quad (2-15)$$

式 (2-14) 所示速度分布模型只适用于大气边界层的 Prandtl 层 (图 2-8), 即适用于 $30 \sim 100\text{m}$ 以下的高度范围。

若大气边界层为层流或者稳定的, 随高度增加速度剖面将不同于绝热过程。应用相似准则, 由式 (2-14) 得一般的模型化准则为

$$k \frac{H}{u_{w0}} \frac{\partial u_w}{\partial H} = \phi \left(\frac{H}{L_*} \right) \quad (2-16)$$

式中, L_* 为长度尺度, 取决于摩擦速度 u_{w0} 、热流量 $\hat{H}$ 、等压比热 C_p 、空气密度 ρ_0 、温度 T_0 和重力加速度 g , 其表达式为

$$L_* = -\frac{u_{w0}^2}{k} - \frac{C_p T_0 \rho_0}{g \hat{H}} \quad (2-17)$$

其中

$$\hat{H} = -\rho_0 C_p k_H \frac{\partial \hat{\theta}}{\partial H} \quad (2-18)$$

位温随高度的变化率为

$$\frac{\partial \hat{\theta}}{\partial H} = \frac{dT}{dH} + \frac{g}{C_p} \quad (2-19)$$

函数 $\phi(H/L_*)$ 一般由经验确定, 当 H/L_* 较小时, 近似为

$$\phi \left(\frac{H}{L_*} \right) = 1 + \alpha_s \frac{H}{L_*} \quad (2-20)$$

式中, α_s 为经验系数。式 (2-20) 扩展了 Prandtl 表达式 (2-14), 式 (2-14) 只适用于 $\phi=1$ 的情况。把式 (2-20) 代入式 (2-16), 并对高度积分, 最后得速度分布为

$$u_w(H) = \frac{u_{w0}}{k} \left(\ln \frac{H}{H_0} + \alpha_s \frac{H - H_0}{L_*} \right) = (u_w)_{\phi=1} + \Delta u_w \quad (2-21)$$

该式由两项组成: 第 1 项是对数绝热部分, 相当于 Prandtl 对数模型; 第 2 项是随高度线性变化附加项, 表征与大气稳定性的关系。式 (2-21) 又称为对数—线性风剖面。图 2-37 表示对数—线性风剖面的叠加原理。

与测量结果比较表明, 直到数百米高度, 对数—线性模型都与测量结果符合得很好。

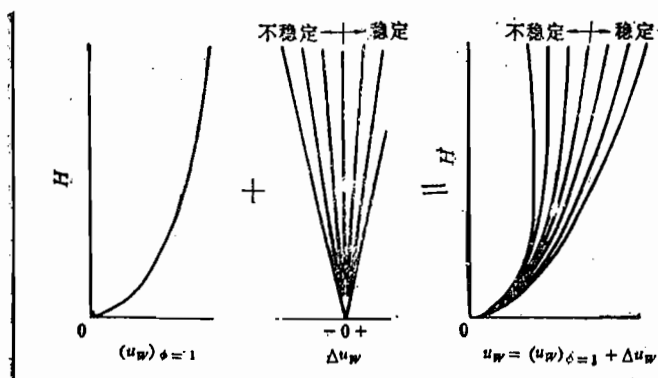
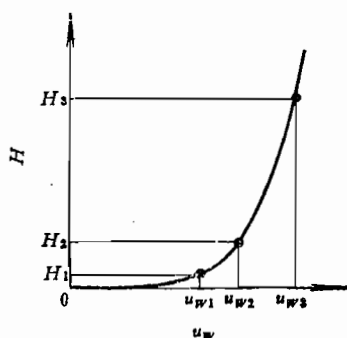
图2-37 地面边界层的对数-线性风剖面模型⁽¹¹⁾

图2-38 由测量风剖面特征点确定对数-线性模型参数

在比较光滑的风剖面上，原则上用三个特征测量点的有关数据，即可确定风模型参数 u_{w0} 、 H_0 和 α_0/L_* (图 2-38)。

用回归分析法可由测量风剖面确定对数-线性模型参数。原则上，三个测量高度 H_1 、 H_2 和 H_3 上的三个测量值 u_{w1} 、 u_{w2} 、 u_{w3} 可以构成与测量风剖面近似的模型风剖面，有关表达式为

$$\frac{\alpha_\phi}{L_*} = \frac{\ln \frac{H_2}{H_3} - \frac{u_{w2} - u_{w3}}{u_{w1} - u_{w2}} \ln \frac{H}{H_2}}{\frac{u_{w2} - u_{w3}}{u_{w1} - u_{w2}} (H_1 - H_2) + H_3 - H_2}$$

$$u_{w0} = \frac{(u_{w2} - u_{w3}) k}{\ln \frac{H_2}{H_3} + \frac{\alpha_\phi}{L_*} (H_2 - H_3)} \quad (2-22)$$

$$H_0 = H_1 e^{\left(\frac{\alpha_\phi}{L_*} H_1 - \frac{u_{w1} k}{u_{w0}} \right)}$$

式中， L_* 由式 (2-17) 确定。

函数 $\phi(H/L_*)$ 也可用其他经验方法确定，例如

$$\phi\left(\frac{H}{L_*}\right) = 1 + 4.7 \frac{H}{L_*} \quad (H/L_* > 0)$$

$$\phi\left(\frac{H}{L_*}\right) = \left(1 - 15 \frac{H}{L_*}\right)^{-1/4} \quad (H/L_* < 0)$$

相应的风剖面方程为

$$u_{w0} = \frac{u_{w0}}{k} \left(\ln \frac{H}{H_0} + 4.7 \frac{H - H_0}{L_*} \right) \quad (2-24)$$

$$u_w = \frac{u_{w0}}{k} \left[\ln \frac{H}{H_0} - 2 \ln \left(\frac{1+f}{2} \right) - \ln \frac{(1+f)^2}{2} + 2 \arctan f - \frac{\pi}{2} \right]$$

式中

$$f = \left(1 - 15 \frac{H}{L_*} \right)^{1/4}$$

参考文献[8]建议一种检验飞行品质用的地面边界层对数模型

$$u_w = u'_w \frac{\ln\left(\frac{H}{H_0}\right)}{\ln\left(\frac{H'}{H_0}\right)} \quad (2-25)$$

式中 H' 和 u'_w ——地面测风传感器所在高度及该高度上的风速;
 H_0 ——地面粗糙度高度, 一般约为 $0.0046 \sim 0.61 \text{ m}$ 。

2.4.4 地面边界层风切变的指数模型

地面边界层风切变指数模型的形式为

$$u_w = u_{wR} \left(\frac{H}{H_R} \right)^m \quad (2-26)$$

式中 u_{wR} ——参考高度 H_R 上的平均风速。

边界层速度分布的指数规律很早就有了, 后来的研究主要致力于确定指数 m 。研究表明, 地面粗糙度和大气稳定性对指数 m 的影响很大。图 2-39 示出中性大气下, 指数 m 与地面粗糙度 H_0 以及与地面类型的关系。从该图可见, 指数 m 随地面粗糙度 H_0 的增加而增加。

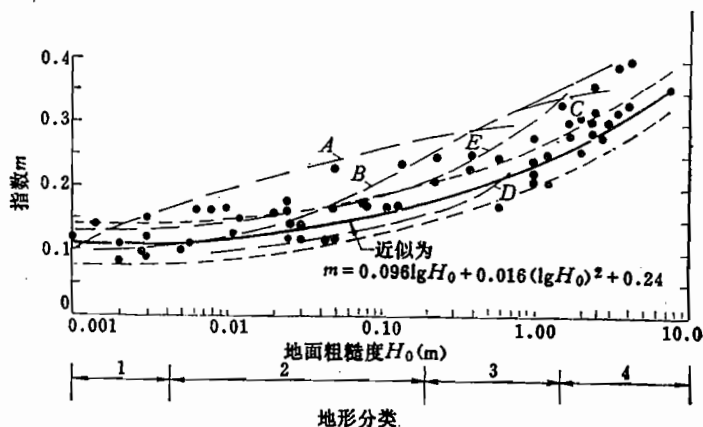


图2-39 指数 m 与地面粗糙度的关系 (中性大气)⁽¹¹⁾

曲线	来源
A	PANOFSKY ET AL—1960
B	DAVENPORT—1963
C	DAVENPORT—1967
D	HELLIWELL—1970
E	E. S. D. U—1972

通过归纳分析, 对图 2-39 统计结果的拟合表达式为

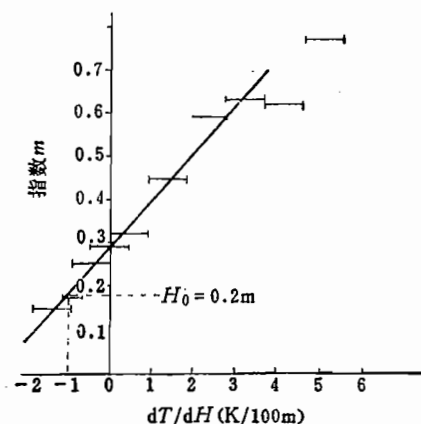
$$m = 0.096 \lg H_0 + 0.016 (\lg H_0)^2 + 0.24 \quad (2-27)$$

地形状态对粗糙度和指数 m 的影响如表 2-5 所示。

式 (2-27) 是在干燥绝热条件下, 温度梯度 $dT/dH = -0.0098 \text{ K/m}$ 条件下给出的。实际上, 大气稳定性参数 dT/dH 对指数 m 也有重要影响, 如图 2-40 所示。

表2-5 地形分类及粗糙度

地形分类 参数	1 光滑 冰—水—雪—海洋	2 中等粗糙 矮草—牧场—田野	3 粗糙 田野—森林—市郊	4 很粗糙城市
H_0 (m)	10^{-5} — 4.10^{-4} — 10^{-3} — 0.02	0.001 — $0.03/0.07$ — 0.2	1.0 …… 1.5	1.0 — 3.0 — 4.0
指数 m	0.08 — 0.11 — 0.12	0.13 — 0.143 — 0.16	0.2 …… 0.23	0.25 …… 0.4

图2-40 温度梯度 dT/dH 对指数 m 的影响 (测量统计)

综合地面粗糙度 H_0 和温度梯度 dT/dH 的影响, 指数 m 的表达式为

$$m = k_1 + k_2 \lg \frac{H_0}{c} + k_3 \left(\lg \frac{H_0}{c} \right)^2 + k_4 \frac{dT}{dH} \quad (2-28)$$

式中 $k_1 = 0.345$;
 $k_2 = 0.096$;
 $k_3 = 0.016$;
 $c = 1.0 \text{ m}$;
 $k_4 = 10.7 \text{ m/K}$ 。

2.4.5 矢量切变的描述

前面两节在建立地面边界层风切变模型时, 未考虑风向随高度的变化。一般情况下, 在几百米以下高度, 这样建立的风模型可以给出很符合实际的结果。但超过一定高度后, 风向变化可达 $30^\circ \sim 40^\circ$, 这就应该考虑风向的变化。

Ekman 最早研究了风向随高度的变化^[9]。为了使讨论简单, Ekman 只限于求解中性大气条件下的定常运动, 并认为平均风速在垂直方向上的变化要比在水平方向上的变化大得多, 而且假定地面边界层内空气粘性系数、密度及 Coriolis 参数皆为常数。在这些前提下, 解的形式为

$$\begin{aligned} u_{wg} &= V_g [1 - e^{-bH} \cos(bH)] \\ v_{wg} &= V_g [e^{-bH} \sin(bH)] \end{aligned} \quad (2-29)$$

其中

$$b = \frac{1}{h_k}$$

式中 h_E ——Ekman 边界层厚度；

$$h_E = \left(\frac{2K}{f} \right)^{1/2}$$

K —— H 方向的涡粘性系数；

f ——Coriolis 参数；

V_G ——地转风。

为了直观，可将 u_{wg} 和 v_{wg} 分别取为水平坐标和铅垂坐标，把 u_{wg} 和 v_{wg} 画在图上，构成速矢端线（图 2-41），又称为高空风分析图。 v_{wg}/u_{wg} 是风速和等压线夹角的正切。在地面上风速矢量与等压线成 45° 夹角。从地面向上风速逐渐增加，风速矢量与等压线所成夹角却随高度增加而减小。当 $H = \pi h_E$ 时， $v_{wg} = 0$ ，此时风与等压线平行，但风速比地转风 V_G 稍大。这样，在北半球边界层内，风是顺时针方向旋转的，这就是 Ekman 螺线风速分布。

Ekman 螺线方程 (2-29) 是在一定的简化前提下求出的，实际大气边界层内的风速分布不一定完全与 Ekman 螺线相同。许多观测结果表明，风开始平行等压线的高度 πh_E 为 1000m 左右，若取 $f = 10^{-4} s^{-1}$ ，则相当于 $K = 5 \cdot 10^4 cm^2 s^{-1}$ 。

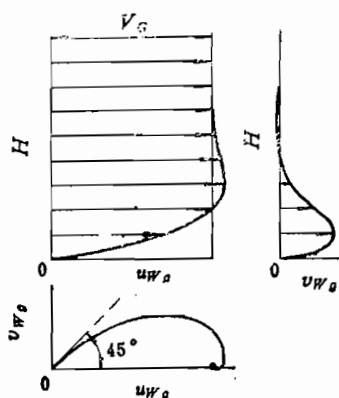


图2-41 层流边界层流动

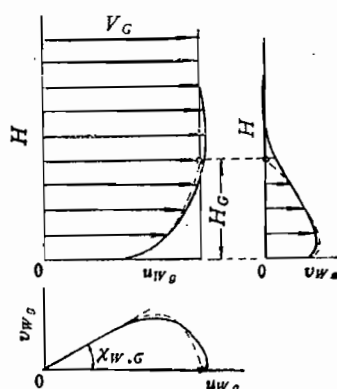


图2-42 紊流边界层流动

Prandtl 从指数规律导出紊流有摩擦时的边界层流动，风的分量形式为

$$u_{wg} = V_G \left(\frac{H}{H_G} \right)^m \quad (2-30)$$

$$v_{wg} = u_{wg} \left(1 - \frac{H}{H_G} \right) \operatorname{tg} \chi_{w.g}$$

由此可得相对地转风的夹角为

$$\operatorname{tg} \chi_w = \frac{v_{wg}}{u_{wg}} = \left(1 - \frac{H}{H_G} \right) \operatorname{tg} \chi_{w.g} \quad (2-31)$$

为了求 χ_w ，除了应确定地转风 V_G 和边界层厚度 H_G 外，还应确定地转风与地面风之间的夹角 $\chi_{w.g}$ (图 2-42)。由于受众多因素影响，至今尚不能准确定出 $\chi_{w.g}$ 。其主要影响因素是不同温度、气象参数的大时间范围内的变化及地面粗糙度的不均匀性。作为近似估计，Prandtl 按指数规律中的指数 m 给出

$$\operatorname{tg} \chi_{w.g} = [m(m+2)]^{1/2} \quad (2-32)$$

当 $m = 0.1 \sim 0.4$ 时, $\chi_{w.g} = 25^\circ \sim 45^\circ$ 。

另外也可按地面切向速度 u_{w0} 和地转风 V_g 来估计风向角, 即

$$\sin \chi_{w.g} = 10.7 \frac{u_{w0}}{V_g} \quad (2-33)$$

2.4.6 地面边界层急流模型

边界层急流 (Low Level Jet) 这个术语在文献资料中使用还不完全一致, 因为它的起因各不相同。

边界层急流是一种在稳定的地面边界层 ($H = 100 \sim 300 \text{ m}$) 内发生的地面逆温现象。当地面风较弱时, 边界层急流表现为在几十米厚的高度范围内, 形成一股比地转风速大 1.5 倍以上的平面急流。有时风向也会发生较大的变化 (在 300 m 高度范围内风向改变 90°), 而流动的紊流程度比较弱 (图 2-43)。

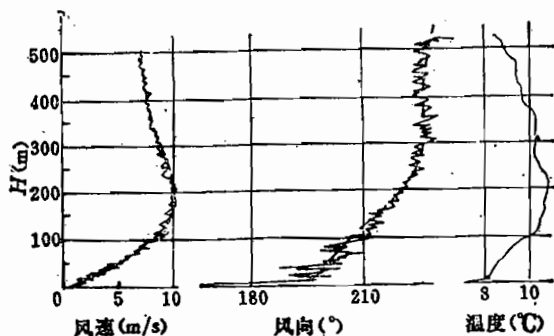


图2-43 边界层急流的一个测量结果

边界层急流风剖面不同于简单的地面边界层风剖面。根据大量的观测统计, 边界层急流风剖面有两种类型, 如图 2-44 所示。

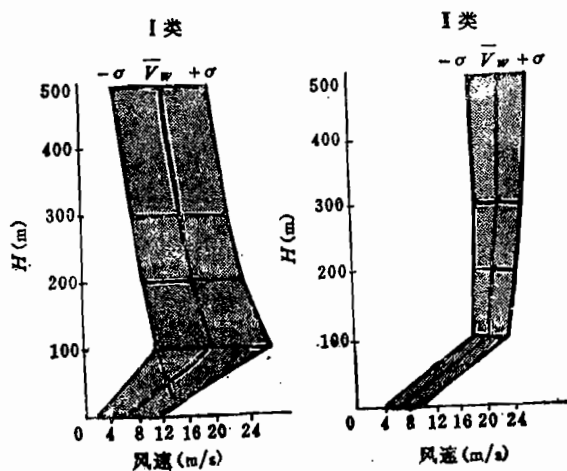


图2-44 边界层急流的两种剖面形式⁽¹¹⁾

第Ⅰ类边界层急流风剖面表现在距地面某一高度上有一个最大风速值；第Ⅱ类边界层急流风剖面则表现为风速连续增加，但从某一高度起风速增加得相对缓慢。图2-44所示为平均风速及方差 $\sigma = 5\%$ 时的测量统计结果。

边界层急流是一种非定常流动，但考虑到飞机进场或离场穿越边界层急流风切变场的时间很短（1~2min），近似可按准定常流动处理。

边界层急流模型可按流体力学中的平面壁面射流原理建立。平面壁面射流是指从一条狭长缝中所流过的具有较大宽度的平面自由射流，自由射流的下侧面沿壁面流动，其上侧面与静止的或流动的空气相混合。在壁面附近，速度分布具有边界层流动的特点，而在离壁面较远的地方才呈自由射流。图2-45说明了距地面不同高度上开口从右向左射流时的测量结果，测量结果是按相对边界层厚度 δ 的相对高度 H/δ 和相对边界层上的流动速度 u_1 的相对速度 u/u_1 画出的。由图可见，开口离壁面越远，最大流速越小，射流层厚度越小，射流所波及的最大高度越大。测量研究表明，当开口离壁面的高度为0.25~0.75边界层厚度时，射流速度最大。

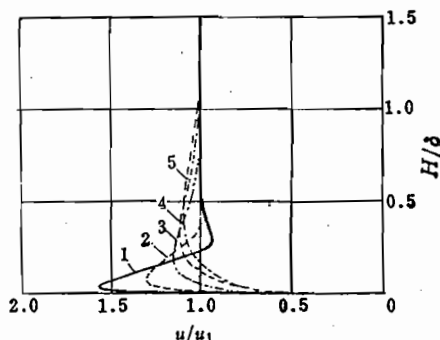


图2-45 壁面射流速度分布的测量结果

($u_1 = u(H = \delta)$, $\delta = 2.54\text{cm}$, x 为距射流出口的距离)

1— $x = 7.9\text{cm}$; 2— $x = 15.1\text{cm}$; 3— $x = 36\text{cm}$; 4— $x = 56\text{cm}$; 5— $x = 76\text{cm}$ 。

壁面射流理论是相对静止空气建立的，这里只研究沿射流最大范围内的二维速度分布。一般运动边界层（非静止空气）内的壁面射流没有解析解，只能数值求解。

边界层急流风模型可按地面边界层风剖面和平面对自由射流的速度剖面的叠加原理建立，这两种速度剖面都可用解析式表达。

按流体力学原理，自由射流的水平速度分量 $u(x, H)$ 相对最大射流速度 $u_m(x)$ 的关系为

$$\frac{u(x, H)}{u_m(x)} = 1 - \text{th}^2\left(k \frac{H}{x}\right) \quad (2-34)$$

假设沿水平方向 x 的速度分布是均匀的，则又可写成

$$\frac{u(H)}{u_m(x)} = 1 - \text{th}^2\left(C_r \frac{H - H_r}{H_r}\right) \quad (2-35)$$

式中 H_r ——表征对称分布的自由射流的最大速度的高度；

C_r ——形状因子。

当把自由射流的速度分布叠加到 Prandtl 地面边界层指数模型上时，可得地面边界层急流的垂直速度剖面为

$$u_w(H) = u_{w,r} \left(\frac{H}{H_r}\right)^m + u_{w,r} \left[1 - \text{th}^2\left(C_r \frac{H - H_r}{H_r}\right) \right] \quad (2-36)$$

图2-46 示出地面边界层急流风剖面的叠加原理。

地面边界层急流的矢量切变模型也可按风速模型的类似叠加方式建立（图2-47），高度 H 上相对高度 H_0 的风向偏差的一阶近似式为

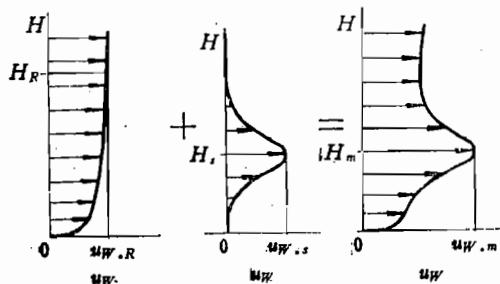


图2-46 地面边界层急流风剖面的叠加原理

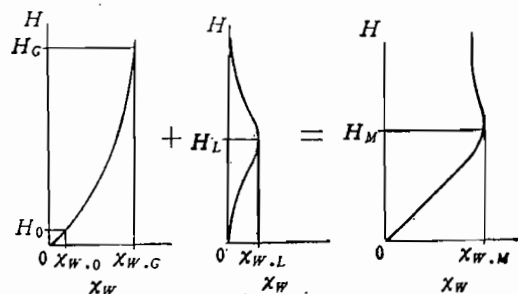


图2-47 地面边界层急流风向剖面的叠加原理

$$X_w(H) = X_{w,0} + \arctg \left[\frac{H-H_0}{H_G-H_0} \operatorname{tg}(X_{w,G}-X_{w,0}) \right] + X_{w,L} \left[1 - \operatorname{th}^2 \left(C_L \frac{H-H_L}{H_L} \right) \right] \quad (2-37)$$

边界层急流的最大速度有时在很低的高度上就出现,或者在急流最大速度出现之后,速度下降不很剧烈,如图2-48所示。此时,只要把式(2-36)稍作变化,就可得到相应的速度剖面:在自由射流速度分布上叠加一个等速度分布并乘以地面边界层形状函数 $(H/H_R)^m$, 即

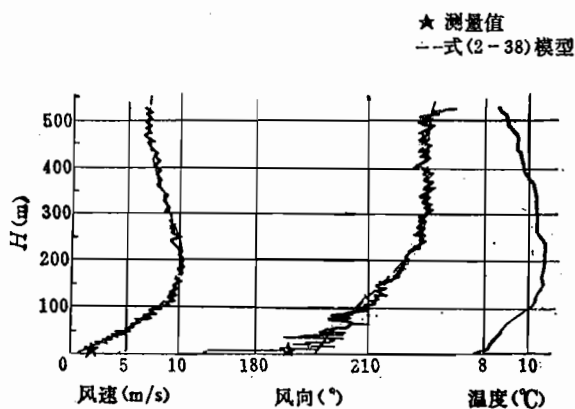


图2-48 式(2-38)模型与测量结果的比较

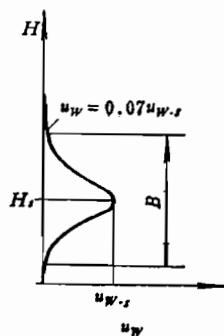


图2-49 射流宽度定义

$$u_w(H) = \left\{ u_{w,R} + u_{w,s} \left[1 - \operatorname{th}^2 \left(C_s \frac{H-H_s}{H_s} \right) \right] \right\} \left(\frac{H}{H_R} \right)^m \quad (2-38)$$

这就是说,射流部分,特别是低于最大速度下的射流分量,也受地面边界层的影响。

式(2-38)中的因子 C_s 描述最大风速出现的高度 H_s 和射流垂直方向宽度 B 之间的关系。射流宽度是指7%最大速度所限定的速度范围(图2-49)。因而,因子 C_s 描述了射流速度分布的形状,又称为形状因子

$$B = 4 \frac{H_s}{C_s} \quad (2-39)$$

2.4.7 锋面流动风切变模型

冷锋、暖锋的流动过程各不相同,形式也相当复杂。采用流面分支解可以建立锋面的流动模型,图2-50(a)所示流场可用下列方程描述

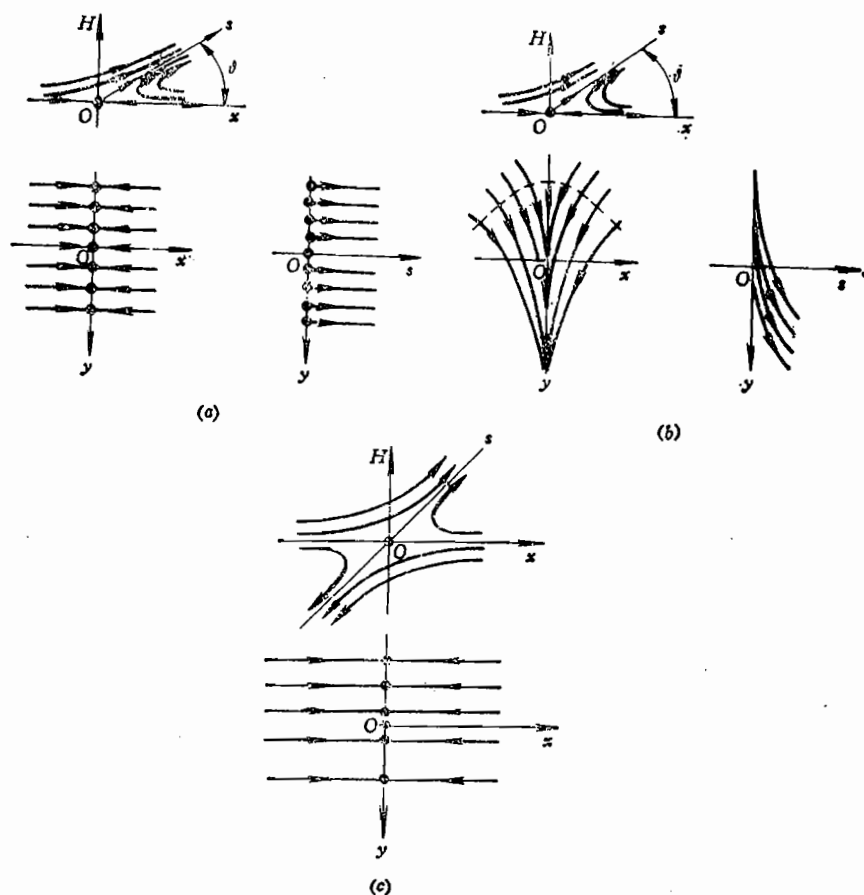


图2-50 锋面的二维、三维流面分支
(a) 二维流面分支, (b) 三维流场, (c) 自由流面分支。

$$u = bxH + cH^2 \quad (2-40)$$

$$w = -b \frac{H^2}{2} \quad (2-41)$$

锋面的倾斜角为

$$\operatorname{tg} \vartheta = -\frac{3}{2} \frac{b}{c} \quad (2-42)$$

若再叠加上随高度线性变化的横向流动

$$v = kH \quad (2-43)$$

则可得如图 2-50(b) 所示的三维流场。

在上述表达式中, 速度 u 和 w 与 H 成二次方, 风速将很快增大到不实际的程度。为此, 须按锋面的核心流动、过渡流动和外围流动的不同区域对式 (2-40) 和式 (2-41) 进行修正。把式 (2-40) 和式 (2-41) 中的高度指数减小到 1, 即得

$$\begin{aligned} u &= ex + H \\ w &= -eH \\ v &= kH \end{aligned} \quad (2-44)$$

$$\operatorname{tg} \vartheta = -2 - \frac{e}{f}$$

其流动图形如图 2-50(c) 所示。这里只考虑 $H > 0$ 的高度范围。选择不同的 e/f , 就可得到不同的倾斜角 ϑ 。限制各个风分量的绝对值, 就可以模拟锋面风场的范围, 例如, 在规定的锋面风场范围外, 定义各风分量为常值。图 2-51 是 $6000\text{m} \times 1000\text{m}$ 范围的风场, 图中还示出沿进场下滑线 ($\theta = -3^\circ$) 上的风速、风向与测量结果的比较, 二者比较一致。

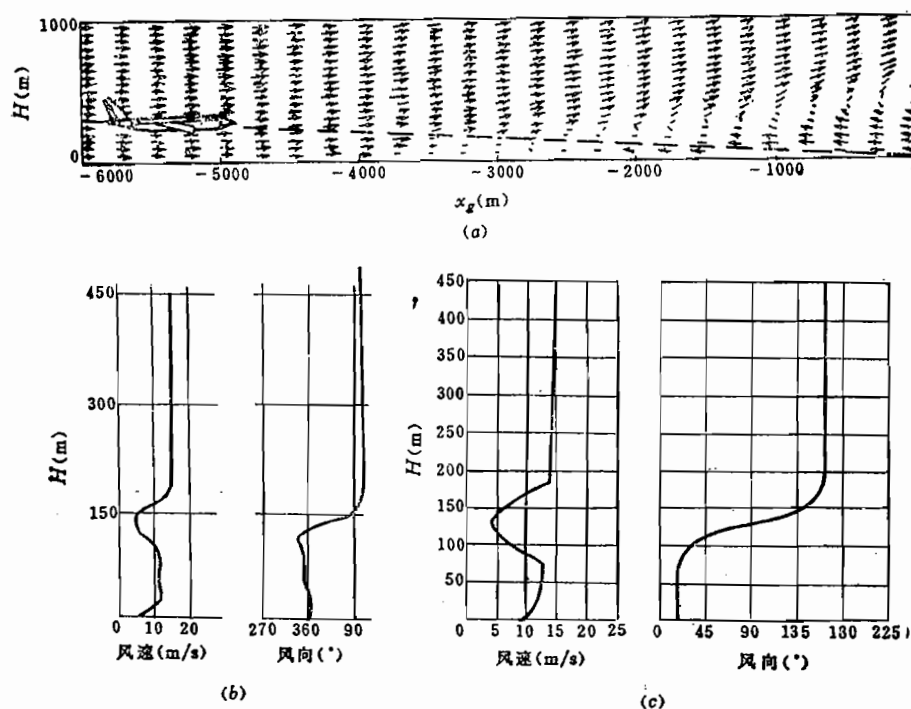


图2-51 由式 (2-44) 确立的二维锋面流场

(a) 式 (2-44) 的仿真流场; (b) 沿进场下滑线的风场测量结果; (c) 从式 (2-44) 模型所得出的沿进场下滑线的风场。

除了采用流面分支方法建立锋面流场模型, 也可以用涡叠加方法建立锋面流场模型。表 2-6 是 9 个涡对的锋面流动, 风场速度分量的计算公式与式 (2-13) 相同, 图 2-52 是按表 2-6 的涡对模型建立的锋面流场。

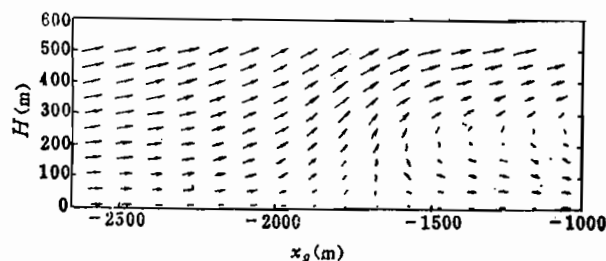


图2-52 涡对模型的锋面流场

表2-6 涡对锋面流场模型^[11]

涡对号	x_{i0} (m)	H_{i0} (m)	Γ_{i0} (m ² /s)
1	-8000	± 1500	∓ 10
2	-6500	± 1500	∓ 10
3	-5000	± 1500	∓ 10
4	-3500	± 1500	∓ 10
5	-1500	± 300	± 6
6	-1000	± 300	± 6
7	-500	± 300	± 6
8	0	± 300	± 6
9	500	± 300	± 6

其他参数为

$$\nu = 15 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$t = 900 \text{ s}$$

$$H_K = 500 \text{ m}$$

$$m = 0.21$$

$$u_{w0} = 4 \text{ m/s}$$

2.4.8 离散突风

突风 (Gust) 又称阵风, 表现为确定性风速变化。实际使用中, 突风可表征离散的风切变 (如逆温风切变)、大气紊流中的峰值、飞机尾流区流动、地形诱导的气流等。

在飞行品质评定、飞机强度计算和飞行控制系统设计中, 广泛使用所谓 (1 - cosine) 型离散突风模型^[7,8]。80 年代前, 较多采用的是全波长 (1 - cosine) 离散突风模型, 如图 2-53(a) 所示。80 年代后, 更倾向于使用半波长的 (1 - cosine) 型离散突风模型 (图 2-53(b))。

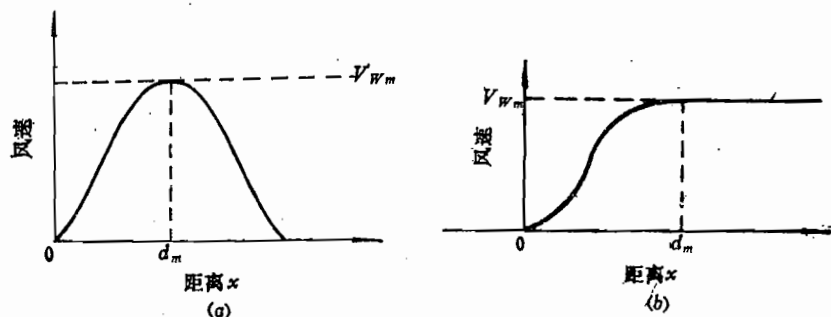


图2-53 (1 - cosine) 离散突风模型

(a) 全波长 (1 - cosine) 突风; (b) 半波长 (1 - cosine) 突风。

全波长 (1 - cosine) 离散突风模型为

$$\begin{cases} V_w = 0 & x < 0 \\ V_w = \frac{V_{wm}}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{d_m} \right) & 0 \leq x \leq 2d_m \\ V_w = 0 & x > 2d_m \end{cases} \quad (2-45)$$

半波长 (1 - cosine) 离散突风模型为

$$\begin{cases} V_w = 0 & x < 0 \\ V_w = \frac{V_{wm}}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi x}{d_m} \right) & 0 \leq x \leq d_m \\ V_w = V_{wm} & x > d_m \end{cases} \quad (2-46)$$

上述离散突风模型可用来表征任一方突风分量。

与全波长 (1 - cosine) 离散突风模型相比, 半波长 (1 - cosine) 离散突风模型使用较为方便灵活。例如, 用多个半波长 (1 - cosine) 离散突风模型顺序连接可构成一种新的突风型式 (图 2-54(a))。除了 (1 - cosine) 型离散突风模型外, 也可采用斜坡型 (图 2-54(b)) 和阶跃型突风。

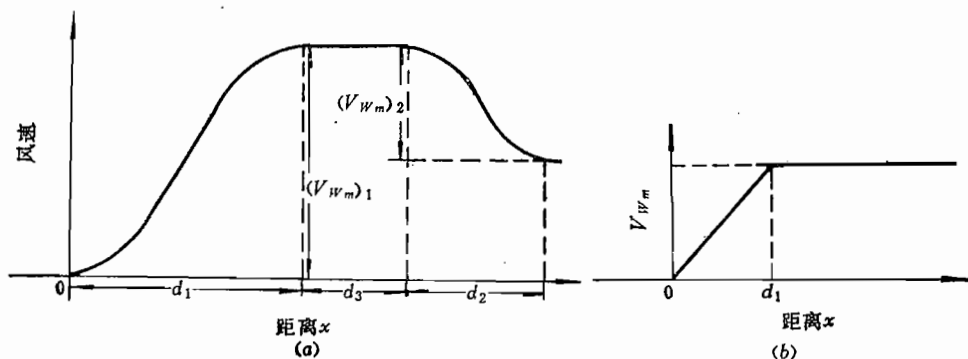


图2-54 其他型式离散突风

(a) 两个半波长 (1 - cosine) 突风的叠加; (b) 斜坡型突风。

离散突风主要由突风尺度 d_m 和突风强度 V_{wm} 决定, 这两个参数还决定突风梯度

$$\frac{\partial V_w}{\partial x} = \frac{\pi}{2} \frac{V_{wm}}{d_m} \sin \frac{\pi x}{d_m} \quad (2-47)$$

所以, 离散突风也是风切变的一种形式。

使用中, 为了使突风影响和飞机、飞行控制系统的各有关自振频率相协调, 应选择各种尺度 d_m 的离散突风。突风强度和尺度可与连续随机紊流模型中的强度和尺度一致。图 2-55 是离散突风的尺度 d_m 和强度 V_{wm} 与 Dryden 大气紊流模型的特征波长 L 和强度 σ 的关系^[8]。

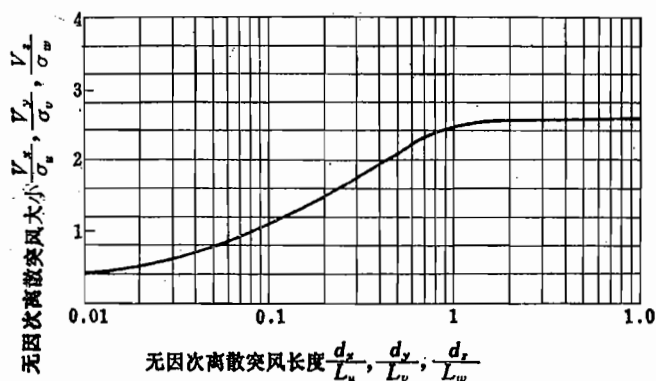


图2-55 离散突风的尺度和强度的选取^[8]

若飞机以速度 V 作匀速直线运动, 则空间域 (以距离 x 作为自变量) 的离散突风可变换到时间域 (以时间 t 作为自变量), 变换关系为

$$\begin{aligned} x &= Vt \\ d_m &= Vt_m \end{aligned} \quad (2-48)$$

式中 t_m ——风速达最大值 V_{wm} 时所用时间。

2.5 大气紊流现象及一些统计结果

2.5.1 大气紊流现象

自然界中的风从来不以纯净的形式出现。由于摩擦、旋涡等原因, 在风出现的同时, 也往往伴生有紊流。

大气紊流现象的形成和出现与很多因素有关, 例如风切变、热交换, 地形诱导等。图2-56提供了大气紊流形成情况的两个例子。其中, 图2-56(a)表示建筑物和树木等物引起风切变和紊流; 图2-56(b)表示在山丘的背面形成风切变和紊流。

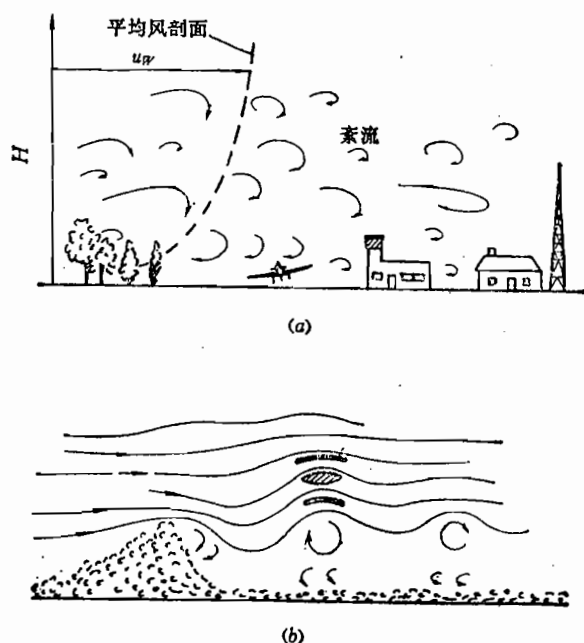


图2-56 紊流的形成

(a) 建筑物等引起的风切变和紊流; (b) 山丘背面形成的风切变和紊流。

飞机拖曳的尾流也会形成紊流区。测量表明, 在大型飞机尾涡区内, 垂直风速可达 30 m/s , 在平静的大气环境下, 尾涡可持续保持 10 min 以上。图2-57是飞机拖曳尾涡示意图。

风和紊流往往是同时出现的。在飞行中, 测量记录的风速往往是围绕一个平均值摆动的, 这个平均值代表空气的大体移动, 称为风, 其速度以 V_{wm} 表示; 而摆动 (或脉

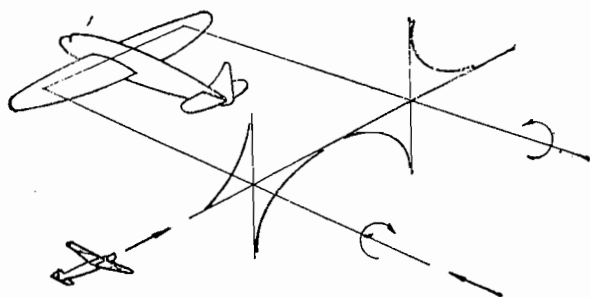


图2-57 飞机尾涡引起的紊流

动) 量反映空气的局部流动, 称为紊流, 其速度以 ΔV_w 表示。图2-58是紊流速度各分量 Δu_w , Δv_w 和 Δw_w 的测量记录样本, 这里未给出总的风速。

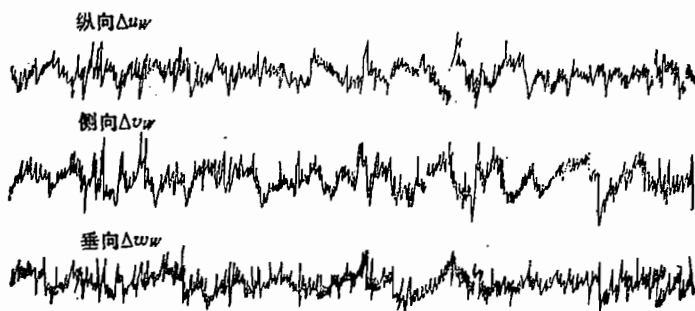


图2-58 紊流速度分量测量记录样本

按照上述说法, 总的风速 V_w 可表示成

$$V_w = V_{w.m} + \Delta V_w \quad (2-49)$$

平均风速的定义为

$$V_{w.m} = \frac{1}{T} \int_0^T V_w(t) dt \quad (2-50)$$

而紊流速度为

$$\Delta V_w = V_w - V_{w.m} \quad (2-51)$$

其中, T 为测量统计平均风速的时间尺度。

由定义式 (2-50) 可见, 统计的平均风速与所采用的时间 T 有关。因此, 平均风速与紊流风速的划分有一定的人为性, 但还是可以大致划分的, 而且划分是有好处的。可以说, 平均风速是风速中很低频的部分。因此, 平均风速也是时间的函数, 即 $V_{w.m}(t)$ 。本章 2.5~2.8 节以及第四章, 将专门研究紊流速度 ΔV_w 。在不致混淆的前提下, 就用 V_w 或者 W 表示紊流速度, 用 u_w , v_w , w_w 表示紊流速度分量。

紊流速度是随机变量。上述定义已经隐含着它的平均值 μ_w 为零。紊流速度的均方差定义为

$$\sigma_w^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T V_w^2 dt \quad (2-52)$$

而把 σ_w 称为紊流速度的均方根值, 又称标准偏差。

紊流速度的均方差 σ_w^2 或均方根值 σ_w 与紊流场强度密切相关, 有时就称其为紊流强度。但严格地讲, 紊流强度是指最大紊流速度 $V_{w, \max}$, 表2-7是按 $V_{w, \max}$ 作的紊流强度的分级。

表2-7 紊流强度分级

$V_{w, \max}$ (m/s)	强度级
2~6	微弱
6~12	中等
12~16	强烈
16~20	极强

2.5.2 大气紊流场的一些统计结果

图2-59是紊流速度分量 u_w 、 v_w 、 w_w 的均方根值 σ_u 、 σ_v 、 σ_w 累计概率的统计^[16]。由图可见, 紊流越强 (即 σ 越大), 其出现的概率越低。

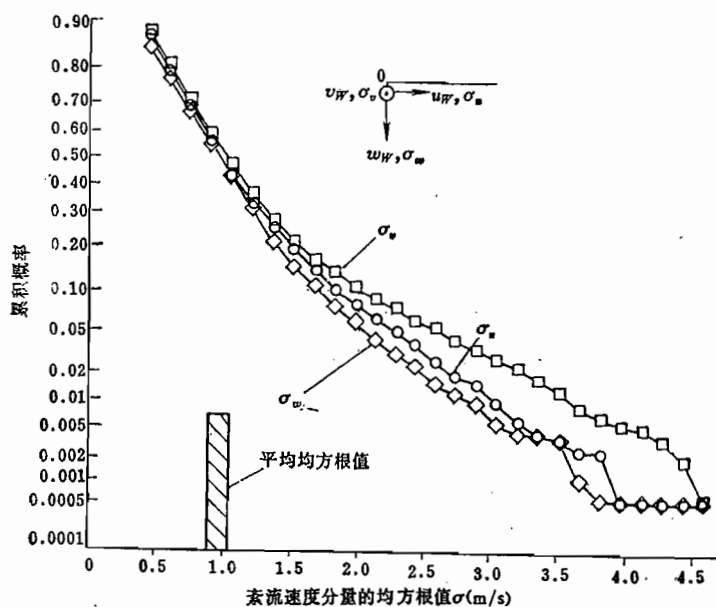


图2-59 紊流速度分量均方根值的累计概率

图2-60表示不同地形状态下每公里上紊流速度峰值的数目。由这个测量统计可见, 地形越复杂粗糙, 出现的概率越大 (即越频繁)。例如, 水面上3.5 m/s的紊流速度峰值与山区8.5 m/s的紊流速度峰值的概率是一样的。

图2-61是大气紊流场范围的统计结果, 其中50%以上的紊流场范围小于50 km。这说明大气紊流场呈现为间断性的块状分布。如果飞机以300 m/s的速度穿越直径为50 km的大气紊流场, 则所需时间为3 min以下。正因为如此, 目前所采用的紊流场的统计观测时间 $T = 5$ min。

图2-62是紊流场厚度的测量统计, 其中50%以上的大气紊流场的厚度在500 m左右。

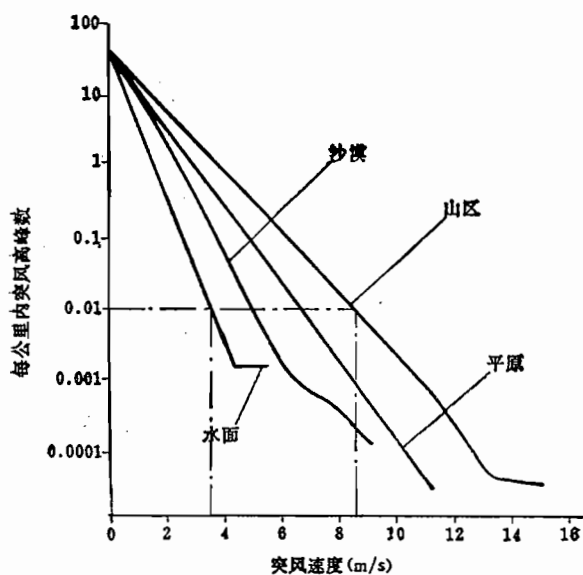
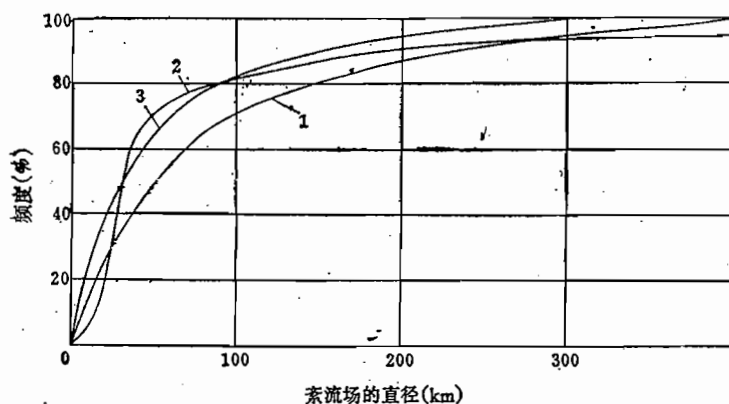


图2-60 每公里上素流峰值概率

图2-61 同样温度区的紊流场直径统计^[15]

1—苏联；2—加拿大；3—美国。

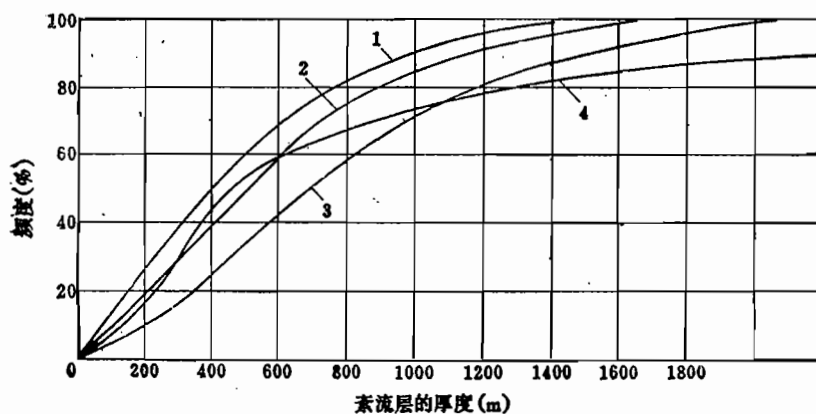


图2-62 大气紊流层的厚度统计

1—苏联北部；2—苏联中部；3—苏联南部；4—加拿大。

上面列举的大气紊流场的有关测量统计结果, 从强度、空间尺度方面大致勾画出大气紊流场的主要特性。

目前, 还只有少数的数据说明平均风速 $V_{w.m}$ 对紊流速度均方根值 σ_w 的影响, 可以把这种影响写成

$$\sigma_w = \sigma_{w0} + \frac{\partial \sigma_w}{\partial V_{w.m}} V_{w.m} \quad (2-53)$$

ARB (英国航空记录研究会) 的测量研究结果是

$$\sigma_{w0} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_w}{\partial V_{w.m}} = 0.09 \quad (H \approx 0)$$

美国的 J.C. Houbold 所给出的相应研究结果⁽⁴⁰⁾ 如图 2-63 所示。这些结果表明, 在仿真研究中应考虑大气边界条件的影响。

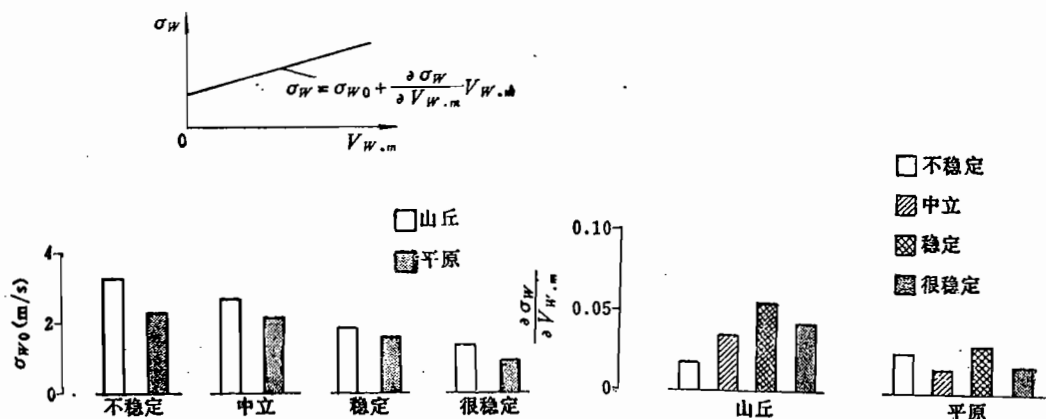


图 2-63 紊流速度关系式中的系数

(J. C. Houbold 的研究结果)

综上所述, 大气紊流状况与高度 H 、大气稳定性参数 (温度梯度) dT/dH 以及地形状态有关。为此, 需引入一个恰当地评价地形状态的尺度, 通常用地形系数 R_T 表示。大气紊流速度均方根值受地形的影响, 可用下式表示

$$\sigma_w = R_T \sigma_{w0} \quad (2-54)$$

其中, σ_{w0} 表示水面上大气紊流速度的均方根值。地形系数 R_T 表征地形粗糙程度对紊流的影响程度。表 2-8 列出主要地貌的地形系数。

表 2-8 地形系数⁽¹⁵⁾

地形状况	地形系数 R_T
水面、沙漠	1
耕地	1.1
林区	1.15
丘陵	1.3
山区	1.4

地形系数 R_T 的正确评估对地形跟踪系统 (TFS) 具有重要意义。

图 2-64 说明地形系数 R_T 对紊流速度均方根值受平均风速影响 $\partial \sigma_w / \partial V_{w.m}$ 的情况。

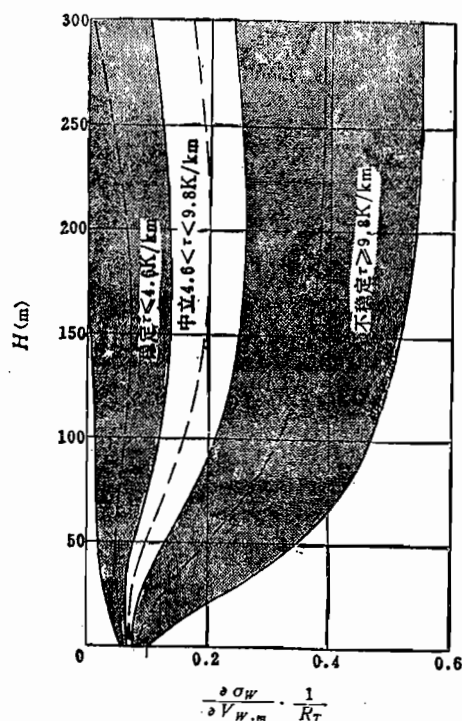
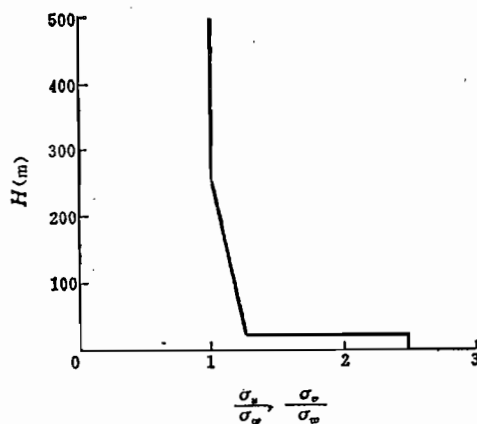
图2-64 地形系数 R_T 对 $\sigma_w/\bar{V}_{w.m}$ 的影响

图2-65 紊流速度三个分量的均方根值的关系

该图全面地反映了高度 H 、大气稳定性（或温度梯度） $\tau = dT/dH$ 和地形系数 R_T 的综合关系。在较高的高度上，紊流均方根值也较大，但随大气稳定性的增加而减小。

上面所述只是大气紊流速度垂直分量 w_w 的均方根值 $\sigma_{w.w}$ （为了简单，以后写成 σ_w ）的一些统计结果。图2-65示出紊流速度三个分量的关系。它表明，在 $H > 250$ m 的高度，三个方向上紊流速度的均方根值是一样的；在 $H < 250$ m，尤其在地面附近，受地球表面的壁面作用，紊流速度的垂直分量比另两个水平分量较小。

2.6 平稳随机过程的数学描述

2.6.1 单变量随机过程的相关和频谱

首先研究单变量随机过程，例如 $u(t)$ 。一般而言，随机过程的统计特性（平均值、均方差、相关函数和频谱函数等）也是随时间而变化的，这种过程称为非平稳随机过程。但是，非平稳随机过程的处理还没有成熟的方法，目前在工程技术问题（其中包括飞机在紊流中飞行的问题）中，往往限于研究平稳随机过程，即该过程的统计特性不随时间而变化。本节只研讨平稳随机过程的特性。

平稳随机过程 $u(t)$ 的平均值定义为

$$\mu_u = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u(t) dt \quad (2-55)$$

并假设 $\mu_u = 0$ 。于是, $u(t)$ 的均方差定义为

$$\sigma_u^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u^2(t) dt \quad (2-56)$$

下面定义 $u(t)$ 的相关函数 (参看图2-66)

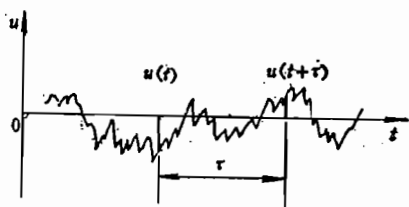


图2-66 相关函数 $R_u(\tau)$ 的定义

$$R_u(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u(t) u(t+\tau) dt \quad (2-57)$$

在物理意义上, $R_u(\tau)$ 反映随机过程 $u(t)$ 在时间坐标轴上的先后相关程度。

由定义式 (2-57) 可见, 当 $\tau = 0$ 时, 相关函数的值等于均方差, 即

$$R_u(0) = \sigma_u^2 \quad (2-58)$$

由定义还可以推论出, 相关函数是 τ 的偶函数, 即

$$R(-\tau) = R(\tau) \quad (2-59)$$

当时间间隔 τ 无限增大时, 随机过程就失去了先后相关性, 即

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} R(\tau) = 0 \quad (2-60)$$

为了方便, 还引入所谓范化相关函数

$$r_u(\tau) = \frac{R_u(\tau)}{R_u(0)} = \frac{R_u(\tau)}{\sigma_u^2} \quad (2-61)$$

显然 $r_u(0) = 1$ 。

此外, 把

$$T = \frac{1}{\sigma_u^2} \int_0^\infty R_u(\tau) d\tau = \int_0^\infty r_u(\tau) d\tau \quad (2-62)$$

称为随机过程 $u(t)$ 的特征时间。

与随机过程的相关函数相对应的是频谱函数, 它是相关函数的Fourier变换

$$\Phi_u(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_u(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2-63)$$

其中, ω 是时间频率。由于 $R_u(\tau)$ 是 τ 的偶函数, 可以推知, $\Phi_u(\omega)$ 也是 ω 的偶函数。

相关函数是频谱函数的Fourier逆变换

$$R_u(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_u(\omega) e^{j\omega\tau} d\omega \quad (2-64)$$

由此得到

$$\sigma_u^2 = R_u(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_u(\omega) d\omega \quad (2-65 a)$$

或

$$\sigma_u^2 = 2 \int_0^\infty \Phi_u(\omega) d\omega \quad (2-65b)$$

可见, 频谱函数曲线以下的面积就等于 $u(t)$ 的均方差 σ_u^2 , 而均方差表征随机过程 (例如紊流) 的功率 (或能量), 因而, 频谱函数 $\Phi_u(\omega)$ 表征过程的功率按频率 ω 的分布, 所以, 频谱函数又称为功率密度谱, 常用符号 PDS (Power Density Spectrum) 表示。

这里必须指出两点:

第一, 在文献中, 关于 Fourier 变换和逆变换中的系数规定还不统一, 有时候系数 $1/(2\pi)$ 不出现在正变换中, 而出现在逆变换中, 有时候在正变换和逆变换中都有系数 $1/\sqrt{2\pi}$, 因此, $\Phi(\omega)$ 和 $R(\tau)$ 的公式与这里有所不同。

第二, 在有的文献中, 由 $R(\tau)$ 到 $\Phi(\omega)$ 的公式中系数为 $1/\pi$, $\Phi(\omega)$ 的定义域为 $(0, \infty)$, 因此, 在由 $\Phi(\omega)$ 到 $R(\tau)$ 的公式中积分限为 $(0, \infty)$, 这种频谱称为单侧频谱, 而本书定义的频谱 $\Phi(\omega)$ 的定义域为 $(-\infty, \infty)$, 称为双侧频谱, 两者的关系为

$$\text{单侧频谱} = 2 \times (\text{双侧频谱})$$

见图 2-67。

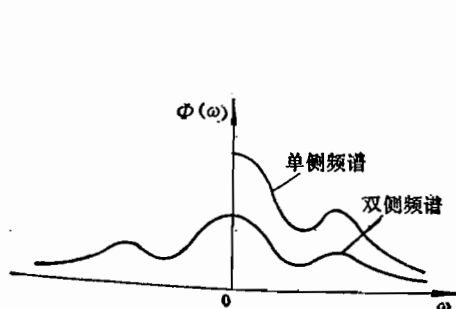


图 2-67 单侧频谱与双侧频谱

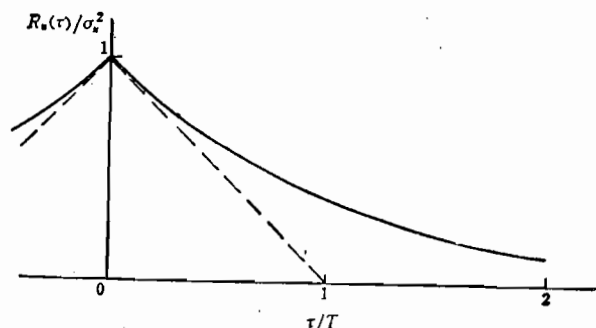


图 2-68 指数型相关函数

下面考察一个典型的相关函数, 即指数形式的相关函数

$$R_u(\tau) = \sigma_u^2 e^{-a|\tau|} \quad (2-66)$$

按式 (2-62) 求出相应的特征时间

$$T = \frac{1}{\sigma_u^2} \int_0^\infty \sigma_u^2 e^{-a\tau} d\tau = \frac{1}{a}$$

因此, 得到以无因次时间表示的范化相关函数

$$r_u(\tau) = \frac{R_u(\tau)}{\sigma_u^2} = e^{-|\tau|/T} \quad (2-67)$$

如图 2-68 所示。

按式 (2-63) 求相应的频谱函数

$$\begin{aligned} \Phi_u(\omega) &= \frac{\sigma_u^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|\tau|/T} e^{-i\omega\tau} d\tau = \frac{\sigma_u^2}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-|\tau|/T} (\cos\omega\tau - i\sin\omega\tau) d\tau \\ &= \frac{\sigma_u^2}{\pi} \int_0^\infty e^{-\tau/T} \cos\omega\tau d\tau \end{aligned}$$

用分部积分法求出

$$\Phi_u(\omega) = \frac{\sigma_u^2}{\pi} \cdot \frac{T}{(1 + \omega^2 T^2)} \quad (2-68)$$

该函数的图像如图2-69所示。

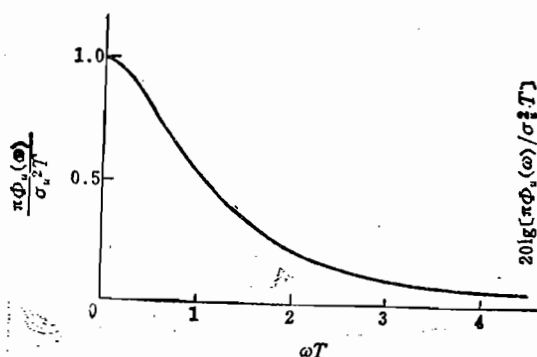


图2-69 式(2-68)描述的频谱函数

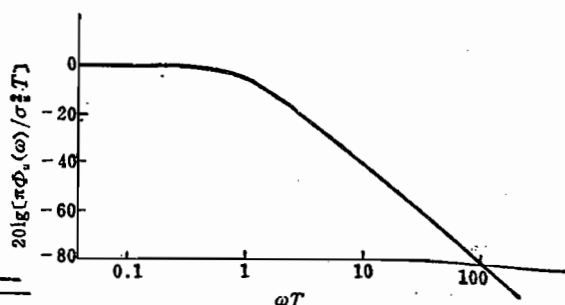


图2-70 对数尺度中的频谱曲线

这种函数 $\Phi_u(\omega)$ 具有以下性质:

- (1) $\Phi_u(-\omega) = \Phi_u(\omega)$
- (2) $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \Phi_u(\omega) = 0$ 且 $\lim_{\omega \rightarrow \infty} \Phi_u(\omega) \propto \omega^{-2}$
- (3) $\Phi_u(0) = \frac{\sigma_u^2}{\pi} T$

为了在广阔的频率范围内显示频谱函数的特性, 可以以对数坐标画出频谱曲线, 如图2-70所示。

2.6.2 多变量随机过程的特性

下面研究多变量随机过程 $u_1(t), u_2(t), \dots, u_n(t)$ 的情况。这时不仅要考虑这些过程本身的特性, 而且要考虑它们之间的相互关系特性。

过程 $u_i(t)$ 与 $u_j(t)$ 的互相关函数定义为 (参看图2-71)

$$R_{u_i u_j}(\tau) = R_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_i(t) u_j(t + \tau) dt \quad (2-69)$$

当 $i = j$ 时, $R_{u_i u_i}(\tau) = R_{ii}(\tau)$, 就是过程 $u_i(t)$ 本身的相关函数。

为了区别起见, 把 $R_{ii}(\tau)$ 称为自相关函数, 把 $R_{ij}(i \neq j)$ 称为互相关 (或交叉相关) 函数。例如, 有三个随机过程 $x(t), y(t), z(t)$, 则 $R_{xx}(\tau), R_{yy}(\tau), R_{zz}(\tau)$ 是自相关函数, $R_{xy}(\tau), R_{yx}(\tau), R_{xz}(\tau), \dots$ 是互相关函数。

这样的 $n \times n$ 个相关函数组成相关矩阵

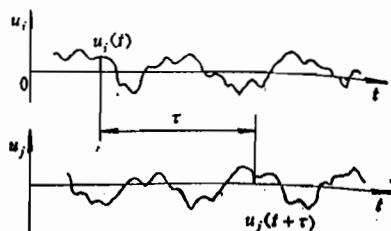


图2-71 相关函数 $R_{u_i u_j}(\tau)$ 的定义

$$R(\tau) = \begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \cdots R_{1n} \\ R_{21} & R_{22} \cdots R_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ R_{n1} & R_{n2} \cdots R_{nn} \end{bmatrix} \quad (2-70)$$

对角线元素是自相关函数, 非对角线元素是互相关函数。

按照定义式 (2-69), 有

$$R_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_i(t) u_j(t + \tau) dt$$

作变换 $t = t' - \tau$, 则

$$R_{ij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T+\tau}^{T+\tau} u_i(t' - \tau) u_j(t') dt' = R_{ij}(-\tau)$$

所以, 得到相关函数的性质

$$R_{ij}(\tau) = R_{ij}(-\tau) \quad (2-71)$$

特别是

$$R_{ij}(0) = R_{ij}(0) \quad (2-72)$$

把 $R_{u_i u_j}(0)$ 即 $R_{ij}(0)$ 称为 $u_i(t)$ 与 $u_j(t)$ 的协方差, 用 $V_{u_i u_j}$ 或 V_{ij} 表示。按式 (2-69), 有

$$V_{u_i u_j} = V_{ij} = R_{ij}(0) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T u_i(t) u_j(t) dt \quad (2-73)$$

当 $i = j$ 时, V_{ii} 就是 $u_i(t)$ 的均方差 $\sigma_{u_i}^2$ 。

这样的 $n \times n$ 个协方差组成协方差矩阵

$$V = \begin{bmatrix} V_{11} & V_{12} \cdots V_{1n} \\ V_{21} & V_{22} \cdots V_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ V_{n1} & V_{n2} \cdots V_{nn} \end{bmatrix} \quad (2-74)$$

其对角线元素是均方差或自方差, 非对角线元素是互方差或协方差。由性质式 (2-72) 可见

$$V_{ji} = V_{ij} \quad (2-75)$$

所以, 协方差矩阵是对称矩阵。

与式 (2-63) 类似, 过程 $u_i(t)$ 与 $u_j(t)$ 的频谱函数为

$$\Phi_{u_i u_j}(\omega) = \Phi_{ij}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (2-76)$$

$\Phi_{u_i u_j}(\omega)$ 或 $\Phi_{ij}(\omega)$ 称为过程 $u_i(t)$ 的自频谱函数, 即功率密度谱函数, $\Phi_{u_i u_j}(\omega)$ 或 $\Phi_{ij}(\omega)$ ($i \neq j$) 称为互 (或交叉) 频谱函数。

$n \times n$ 个频谱函数组成频谱矩阵

$$\Phi(\omega) = \begin{bmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \cdots \Phi_{1n} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \cdots \Phi_{2n} \\ \vdots & \vdots \\ \Phi_{n1} & \Phi_{n2} \cdots \Phi_{nn} \end{bmatrix} \quad (2-77)$$

根据表达式 (2-76) 和性质式 (2-71), 有

$$\Phi_{ij}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(-\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau$$

作变换 $\tau = -\tau'$, 则

$$\Phi_{ij}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\tau') e^{i\omega\tau'} d\tau'$$

由于 $e^{i\omega\tau} = (e^{-i\omega\tau})^*$, 所以, 得到交叉频谱的重要性质

$$\overline{\Phi_{ij}(\omega)} = [\Phi_{ij}(\omega)]^* \quad (2-78)$$

上标 * 表示复共轭。由此还可以推论出自频谱 $\Phi_{ii}(\omega)$ 是实函数。

式 (2-76) 的逆运算是

$$R_{ij}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ij}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (2-79)$$

当 $\tau = 0$ 时

$$V_{ij} = R_{ij}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ij}(\omega) d\omega \quad (2-80)$$

特别是

$$\sigma_i^2 = V_{ii} = 2 \int_0^{\infty} \Phi_{ii}(\omega) d\omega \quad (2-81)$$

2.7 大气紊流的频谱特性

2.7.1 关于大气紊流的基本假设

实际的大气紊流是十分复杂的物理现象。为了使飞机响应问题的研究不致于过分复杂, 不得不把大气紊流适当地加以理想化, 即可对它作几条基本假设^[10]。当然, 这些假设仅仅是针对研究飞机在大气紊流中飞行的问题而作的, 不一定能推广到其他问题。

1. 平稳性和均匀性假设

一般地说, 大气紊流速度既是时间的、又是位置的随机函数。不仅如此, 而且大气紊流的统计特征即平均值和均方差以及相关函数和频谱函数, 也可能随时间和位置而变化。但是, 对于在航空工程中的应用而言, 为了使问题不致于太复杂, 人们假设: 大气紊流的统计特征既不随时间而变 (认为紊流是平稳的), 也不随位置而变 (认为紊流是均匀的)。这就是大气紊流的平稳性和均匀性假设。

由于紊流速度是随机地随时间和位置而变化的: $W = W(t, r)$, 当飞机以一定的规律在大气中飞行时, 它的位置变化是 $r = r(t)$, 因而, 飞机所经受的紊流速度也是随时间而变化的

$$\begin{aligned} W &= W(t, r(t)) \\ &= W(t) \end{aligned} \quad (2-82)$$

由前述大气紊流的平稳性和均匀性假设, 可导致如下结果, 即以均匀速度在大气中飞行的飞机所经受 (面临) 的紊流速度是平稳的随机过程, 其统计特性不随时间而变化。

2. 各向同性假设

各向同性假设的含意是, 认为大气紊流的统计特性不随坐标系的旋转而变化, 即与方向无关。因而当研究三维紊流场结构时, 坐标轴的方向可以任意选取。

这个假设对于中空和高空紊流是符合实际的, 但是在低空 (大约 300 m, 以下), 特别是在大气边界层内, 存在着明显的各向异性。例如, 铅垂方向的紊流分量均方根值 σ_w 小于水平方向的 σ_u 和 σ_v 。

3. Gauss 分布假设

该假设认为大气紊流是 Gauss 型的, 即速度大小服从于正态分布。这个假设对于飞机运动量的频谱和均方差来说是不起作用的, 但对于有关概率的计算却是很有益的。

虽然有些测量结果表明, Rayleigh 分布或 Weibul 分布更符合实际, 但对于飞机响应问题的分析来说, 采用 Gauss 分布假设仍是合理的。

4. Taylor 冻结场假设

一般情况下, 大气紊流的速度 W (或 V_w) 是随机地随时间 t 和位置 r 而变化的

$$W = W(t, r)$$

当飞机在大气中飞行时, 它所经受的紊流速度的变化率为

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial r} \frac{dr}{dt}$$

而飞机的飞行速度 (这里指对地速度) 为

$$V_k = \frac{dr}{dt}$$

所以

$$\frac{dW}{dt} = \frac{\partial W}{\partial t} + \frac{\partial W}{\partial r} V_k \quad (2-83)$$

因为通常飞机飞行速度远大于紊流速度及其变化量, 飞机飞过相当长的距离所需时间很短, 因此, 紊流速度的改变足够小, 可以忽略不计。也就是说, 式 (2-83) 右边的第一项远小于第二项, 因而该式可以近似化为

$$\frac{dW}{dt} \approx \frac{\partial W}{\partial r} V_k \quad (2-84)$$

在物理意义上, 就是当处理紊流对飞机飞行影响的问题时, 可以把大气紊流“冻结”。这个假设称为 Taylor 冻结场假设。

利用这个假设, 人们可以仅考虑紊流场中气流速度的空间分布, 即 $\partial W / \partial r$ 。当结合飞机飞行问题时, 这个空间分布就转化为飞机所经受的紊流速度随时间的变化 dW / dt , 如式 (2-84) 所表明。

2.7.2 紊流场的相关函数

由于采用了 Taylor 冻结场假设, 故只需要研讨紊流速度 W 在空间的分布, 而不必考虑它随时间的变化。

选取空间固定坐标系 $Ox_s y_s z_s$ (或者用 $Ox_1 x_2 x_3$ 表示)。按照各向同性假设, 该坐标系的方向可以任意规定。但按习惯把 x_s (即 x_1) 轴选定为沿飞机飞行方向比较方便。考察紊流速度 W 在该坐标系中的分量 u_w, v_w, w_w (或者用 u_{w1}, u_{w2}, u_{w3} 表示)。由于在

本节仅研究紊流速度的特性, 不涉及飞机的速度, 为了方便, 省略下标 W , 即把紊流速度分量简写成 u, v, w (或 u_1, u_2, u_3)。

这时, 要研究的是在位置 r 处的紊流速度分量 u_i 和在位置 $r+\xi$ 处的分量 u_j 之间的相关 (见图 2-72)

$$R_{ij}(\xi) = \text{corr}[u_i(r)u_j(r+\xi)]$$

$$(i, j = 1, 2, 3) \quad (2-85)$$

根据大气紊流均匀性假设, 该相关函数不取决于位置 r , 只取决于位置差 (距离)

$$\xi = [\xi_1, \xi_2, \xi_3]^T.$$

下面研究两类单纯情况。

第一类是纵向相关, 即当距离差与速度

度分量为同方向的情况。包括 $R_{11}(\xi_1, 0, 0)$, $R_{22}(0, \xi_2, 0)$ 和 $R_{33}(0, 0, \xi_3)$ 三种。例如, 图 2-73 (a) 的 $R_{11}(\xi_1, 0, 0)$ 是 u_{1A} 和 u_{1B} 的相关函数, 而 AB 的距离为 ξ_1 , 其定义为

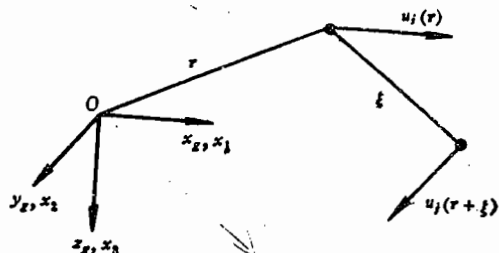
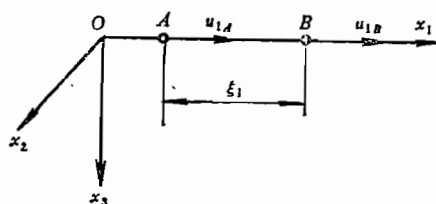
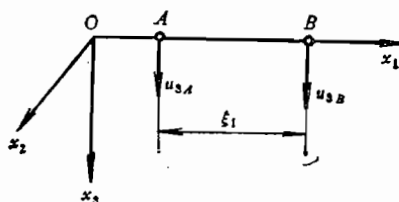


图2-72 紊流速度的位置相关 $R_{12}(\xi)$



(a)



(b)

图2-73 两类单纯相关情况

(a) 纵向相关, (b) 横向相关。

$$R_{11}(\xi_1, 0, 0) = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{2l} \int_{-l}^l u_1(x_1)u_1(x_1+\xi_1)dx_1 \quad (2-86)$$

这样的相关可以用一个通用的纵向相关函数 $f(\xi)$ 来表示, 它反映沿着矢量 ξ 方向的速度分量之间的相关性。由于各向同性, 所以, 有

$$\begin{aligned} R_{11}(\xi_1, 0, 0) &= R_{22}(0, \xi_2, 0) \\ &= R_{33}(0, 0, \xi_3) = \sigma^2 f(\xi) \end{aligned} \quad (2-87)$$

第二类是横向相关, 即距离差与速度分量为互相垂直的情况, 包括

$$\begin{aligned} &R_{11}(0, \xi_2, 0) \quad R_{11}(0, 0, \xi_3) \\ &R_{22}(0, 0, \xi_3) \quad R_{22}(\xi_1, 0, 0) \\ &R_{33}(\xi_1, 0, 0) \quad R_{33}(0, \xi_2, 0) \end{aligned}$$

例如, 图 2-73 (b) 的 $R_{33}(0, 0, \xi_1)$ 是 u_{3A} 和 u_{3B} 的相关, 而 AB 的距离为 ξ_1 , 其定义为

$$R_{33}(\xi_1, 0, 0) = \lim_{l \rightarrow \infty} \frac{1}{2l} \int_{-l}^l u_3(x_1)u_3(x_1+\xi_1)dx_1 \quad (2-88)$$

这样的相关可以用一个通用的横向相关函数 $g(\xi)$ 来表示, 它反映与矢量 ξ 相垂直的速度分量之间的相关性。由各向同性, 有

$$\begin{aligned} R_{11}(0, \xi_2, 0) &= R_{11}(0, 0, \xi_3) \\ &= R_{22}(0, 0, \xi_3) = \dots = \sigma^2 g(\xi) \end{aligned} \quad (2-89)$$

G.K. Batchelor 的理论研究结果^[17]表明, 在各向同性紊流中, 任何一个 $R_{ij}(\xi)$ 都可以通过上述两个基本相关函数 $f(\xi)$ 和 $g(\xi)$ 表示

Batchelor 定理 $R_{ij}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \sigma^2 \left\{ [f(\xi) - g(\xi)] \frac{\xi_i \xi_j}{\xi^2} + g(\xi) \delta_{ij} \right\}$ (2-90)

式中 δ_{ij} 是 Kronecker 算子

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$$

σ^2 是紊流速度均方差,

$$\xi^2 = \xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2$$

由该式可以推论出, 如果 $i \neq j$, 而且 ξ_i 或 ξ_j 为零, 则 R_{ij} 等于零。特别是, 若 $i \neq j$, 则 $R_{ij}(0) = 0$ 。

由不可压缩流的连续性条件得出, $f(\xi)$ 与 $g(\xi)$ 之间还存在确定的关系

$$\rightarrow g(\xi) = f(\xi) + \frac{1}{\xi} \frac{df(\xi)}{d\xi} \quad (2-91)$$

所以, 建立各向同性紊流场的相关函数的问题归结为寻找基本相关函数 $f(\xi)$ 和 $g(\xi)$ 。而由于两者之间存在关系式 (2-91), 该问题又归结为寻找 $f(\xi)$ 。 $f(\xi)$ 和 $g(\xi)$ 的典型形状如图 2-74 所示。

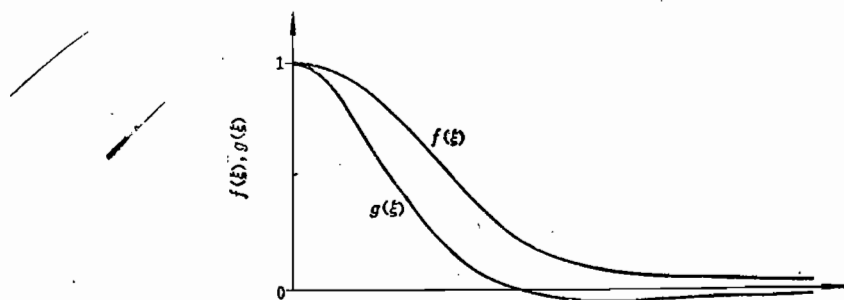


图2-74 函数 $f(\xi)$ 和 $g(\xi)$ 的典型形状

与 $f(\xi)$ 和 $g(\xi)$ 有关的还有纵向相关尺度 L_l 和横向相关尺度 L_s , 定义为

$$\begin{aligned} L_l &= \int_0^\infty f(\xi) d\xi \\ L_s &= \int_0^\infty g(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (2-92)$$

利用关系式 (2-91), 可以找出它们之间的关系

$$\begin{aligned} L_s &= \int_0^\infty \left[f(\xi) + \frac{1}{\xi} \xi \frac{df(\xi)}{d\xi} \right] d\xi = \int_0^\infty f(\xi) d\xi + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^\infty \xi df(\xi) \\ &= \int_0^\infty f(\xi) d\xi + \frac{1}{2} [\xi f(\xi)]_0^\infty - \frac{1}{2} \int_0^\infty f(\xi) d\xi = \frac{1}{2} \int_0^\infty f(\xi) d\xi \end{aligned}$$

$$f(\xi) \rightarrow g(\xi) \rightarrow R_{ij}(\xi) \rightarrow$$

62

所以

$$L_f = 2L_g \quad (2-93)$$

在上面的推导中, 利用了

$$[\xi f(\xi)]_{\xi=0} = 0$$

$$[\xi f(\xi)]_{\xi=\infty} = 0$$

前者是显然的, 后者还有待于在 2.8 节证实。

2.7.3 紊流场的频谱函数

$$Z(x) \rightarrow \theta_{ij} \rightarrow R_{ij}$$

2.5 节建立了时间相关函数 $R_u(\tau)$ 与时间频谱函数 $\Phi_u(\omega)$ 的关系。完全类似, 可以通过 Fourier 变换和逆变换建立空间相关函数 $R_{ij}(\xi_1, \xi_2, \xi_3)$ 与空间频谱函数 $\Theta_{ij}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$ 的关系

$$\Theta_{ij}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) e^{-i\Omega \cdot \xi} d\xi_1 d\xi_2 d\xi_3 \quad (2-94)$$

和

$$R_{ij}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \iiint_{-\infty}^{\infty} \Theta_{ij}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) e^{i\Omega \cdot \xi} d\Omega_1 d\Omega_2 d\Omega_3 \quad (2-95)$$

其中

$$i\Omega \cdot \xi = i(\Omega_1 \xi_1 + \Omega_2 \xi_2 + \Omega_3 \xi_3)$$

与相关函数的 Batchelor 公式 (2-90) 相对应的频谱函数关系式是

$$\Theta_{ij}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) = \frac{E(\Omega)}{4\pi\Omega^4} (\Omega^2 \delta_{ij} - \Omega_i \Omega_j) \quad (2-96)$$

式中, $E(\Omega)$ 是紊流能量函数, 具有如下性质

$$\frac{1}{2} (\sigma_u^2 + \sigma_v^2 + \sigma_w^2) = \int_0^\infty E(\Omega) d\Omega \quad (2-97)$$

现说明空间频率 $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ 的物理意义。例如, 某个量 (如紊流速度 u) 沿 x_1 轴的变化为 (见图 2-75)

$$u = u_m \cos \Omega_1 x_1$$

则相应的波长

$$\lambda_1 = \frac{2\pi}{\Omega_1}$$

式中, Ω_1 是与波长 λ_1 成反比的量。 λ_1 的单位为 m, Ω_1 的单位为 rad/m。

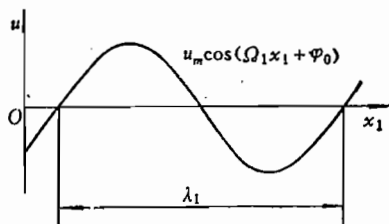


图2-75 空间频率 Ω_1 与波长 λ_1

事实上, 紊流速度沿 x_1 轴的变化是由无穷多个像 $\cos \Omega_1 x_1$ 这样的谐波分量组成的, $\Omega_1 = -\infty \sim +\infty$ 。

$\Theta_{ij}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$ 是空间三维频谱, 把它对 Ω_3 积分就成为二维频谱

$$\Psi_{ij}(\Omega_1, \Omega_2) = \int_{-\infty}^{\infty} \Theta_{ij}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) d\Omega_3 \quad (2-98)$$

再对 Ω_2 积分, 就成为一维频谱

紊流梯度: U_w, V_w, W_w

$$U_w = \frac{\partial W}{\partial x}$$

63

$$\Phi_{ij}(\Omega_1) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi_{ij}(\Omega_1, \Omega_2) d\Omega_2 \quad (2-99)$$

因为后面将研究飞机沿 x_1 轴飞行的情况, 而沿 x_1 轴的空间频率正是 Ω_1 。所以, 以 Ω_1 为自变量的一维频谱函数 $\Phi_{ij}(\Omega_1)$ 是很有意义的。

把一维频谱 Φ_{ij} 再对 Ω_1 积分, 就得到相应的协方差

$$V_{ij} = R_{ij}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ij}(\Omega_1) d\Omega_1 \quad (2-100)$$

特别是, 紊流分量 u_1 的均方差可以表示为

$$\sigma_i^2 = \sigma_{u_i}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ii}(\Omega_1) d\Omega_1 \quad (2-101)$$

与一维频谱函数 $\Phi_{ij}(\Omega_1)$ 对应的是一维相关函数 $R_{ij}(\xi, 0, 0)$, 它们是 Fourier 变换对

$$\Phi_{ij}(\Omega_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{ij}(\xi_1, 0, 0) e^{-i\Omega_1 \xi_1} d\xi_1 \quad (2-102)$$

$$R_{ij}(\xi_1, 0, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{ij}(\Omega_1) e^{i\Omega_1 \xi_1} d\Omega_1 \quad (2-103)$$

$\Phi_{11}(\Omega_1)$ [即 $\Phi_{uu}(\Omega_1)$] 是纵向紊流频谱, 对应于纵向相关函数 $\sigma^2 f(\xi_1)$, 它们之间的关系就是 Fourier 变换对的关系

$$\Phi_{11}(\Omega_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^2 f(\xi_1) e^{-i\Omega_1 \xi_1} d\xi_1 \quad (2-104)$$

$\Phi_{22}(\Omega_1)$ [即 $\Phi_{vv}(\Omega_1)$] 和 $\Phi_{33}(\Omega_1)$ [即 $\Phi_{ww}(\Omega_1)$] 是横向紊流频谱, 对应于横向相关函数 $\sigma^2 g(\xi_1)$, 它们之间的关系也是 Fourier 变换对的关系

$$\Phi_{22}(\Omega_1) = \Phi_{33}(\Omega_1) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sigma^2 g(\xi_1) e^{-i\Omega_1 \xi_1} d\xi_1 \quad (2-105)$$

可见, 紊流频谱也完全取决于基本相关函数 $f(\xi)$ 和与它有关的 $g(\xi)$ 。

根据公式 (2-104) 和 (2-105), 以及 $f(\xi)$ 和 $g(\xi)$ 之间的关系式 (2-91), 可以推出纵向频谱与横向频谱之间的关系

$$\Phi_{22}(\Omega_1) = \Phi_{33}(\Omega_1) = -\frac{1}{2} \Phi_{11}(\Omega_1) - \frac{1}{2} \Omega_1 \frac{d\Phi_{11}(\Omega_1)}{d\Omega_1} \quad (2-106)$$

在涉及飞机飞行动力学的问题中, 人们关心的是紊流速度沿飞行方向 (即沿 x_1 轴) 的变化, 因而面临的空间频率分量总是 Ω_1 。为了简单起见, 以后将 Ω_1 简写成 Ω 。

2.8 大气紊流模型

2.8.1 Dryden模型

根据大量测量和统计数据, Dryden 提出了指数型的纵向相关函数

$$f(\xi) = e^{-\xi/L} \quad (2-107)$$

而横向相关函数 $g(\xi)$ 可以按关系式 (2-91) 推导

$$g(\xi) = e^{-\xi/L} \left(1 - \frac{\xi}{2L} \right) \quad (2-108a)$$

或

$$g(\xi) = f(\xi) \left(1 - \frac{\xi}{2L}\right) \quad (2-108b)$$

以 ξ/L 为自变量的函数 f 和 g 的曲线如图 2-76 所示。

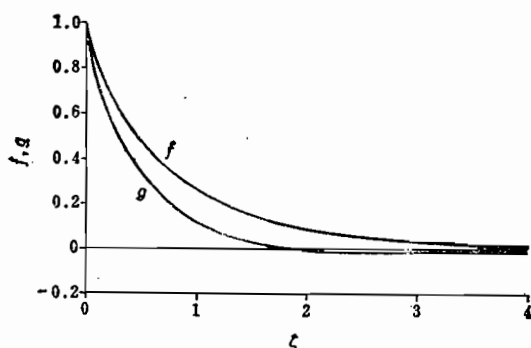


图2-76 Dryden模型的 f 和 g 曲线

在 $\xi = 0$ 处的斜率为

$$\left. \begin{aligned} \frac{df(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=0} &= -\frac{1}{L} \\ \frac{dg(\xi)}{d\xi} \Big|_{\xi=0} &= -\frac{2}{3} \frac{1}{L} \end{aligned} \right\} \quad (2-109)$$

按式 (2-92) 求纵向尺度和横向尺度

$$L_u = L_r = \int_0^\infty f(\xi) d\xi = \int_0^\infty e^{-\xi/L} d\xi = L \quad (2-110a)$$

$$L_v = L_w = L_g = \int_0^\infty g(\xi) d\xi = \int_0^\infty e^{-\xi/L} \left(1 - \frac{\xi}{2L}\right) d\xi = \frac{L}{2} \quad (2-110b)$$

所以, 在各向同性紊流场中, 三个方向的紊流尺度 (或特征波长) 的关系为

$$L_u = 2L_v = 2L_w \quad (2-111)$$

此外, 还有

$$\sigma_u^2 = \sigma_v^2 = \sigma_w^2 \quad (2-112)$$

有了 $f(\xi)$ 和 $g(\xi)$, 即可按公式 (2-104) 和式 (2-105), 通过 Fourier 变换, 求出 Dryden 模型的纵向和横向频谱函数

$$\left. \begin{aligned} \Phi_{uu}(\Omega) &= \sigma_u^2 \frac{L_u}{\pi} \frac{1}{1 + (L_u \Omega)^2} \\ \Phi_{vv}(\Omega) &= \sigma_v^2 \frac{L_v}{\pi} \frac{1 + 12(L_v \Omega)^2}{[1 + 4(L_v \Omega)^2]^2} \\ \Phi_{ww}(\Omega) &= \sigma_w^2 \frac{L_w}{\pi} \frac{1 + 12(L_w \Omega)^2}{[1 + 4(L_w \Omega)^2]^2} \end{aligned} \right\} \quad (2-113)$$

不难检验, 它们是符合关系式 (2-106) 的。

Dryden 频谱的渐近性质是

$$\lim_{\Omega \rightarrow 0} \Phi(\Omega) = \text{const}$$

(2-114)

$$\lim_{\Omega \rightarrow \infty} \Phi(\Omega) \propto \Omega^{-2}$$

在无穷远处的渐近性质是不符合紊流理论的，这是该模型的一个缺陷。

Dryden 模型的优点在于：频谱形式简单，是有理式，可以作因式分解，这对于紊流数值仿真是必要的（详见第六章）。

Dryden 模型的能量频谱函数为

$$E(\Omega) = \sigma^2 \frac{8L}{\pi} \frac{L^4 \Omega^4}{(1 + L^2 \Omega^2)^3} \quad (2-115)$$

图 2-77 显示了在一定的紊流尺度 ($L_u = 2L_v = 2L_w = 200\text{m}$) 下，纵向频谱 $\Phi_u(\Omega)$ 和横向频谱 $\Phi_v(\Omega)$, $\Phi_w(\Omega)$ 的曲线。这里， Φ_u , Φ_v , Φ_w 分别是 Φ_{uu} , Φ_{vv} , Φ_{ww} 的简写符号。

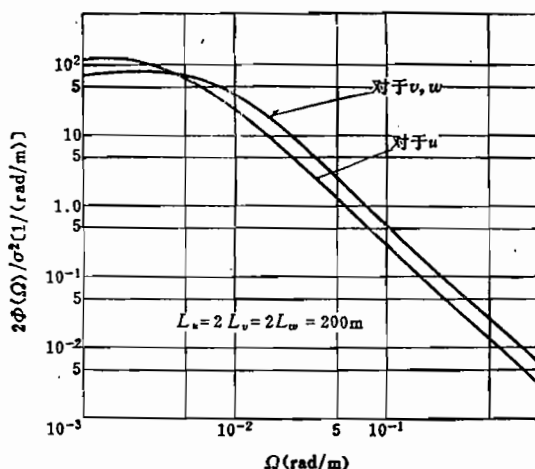


图2-77 Dryden模型的纵向和横向紊流频谱的示例

2.8.2 Von Karman模型

高频更精确

Von Karman 根据理论和测量数据，导出大气紊流的能量频谱函数

$$E(\Omega) = \sigma^2 \frac{55L}{9\pi} \frac{(aL\Omega)^4}{[1 + (aL\Omega)^2]^{17/6}} \quad (2-116)$$

$$\alpha = 1.339$$

这个能量频谱函数符合紊流理论中的极限条件：当 $\Omega \rightarrow 0$ 时， $E \propto \Omega^4$ ；当 $\Omega \rightarrow \infty$ 时， $E \propto \Omega^{-5/3}$ 。

三个紊流分量的频谱是

$$\Phi_{uu}(\Omega) = \sigma_u^2 \frac{L_u}{\pi} \frac{1}{[1 + (aL_u\Omega)^2]^{5/6}}$$

$$\Phi_{vv}(\Omega) = \sigma_v^2 \frac{L_v}{\pi} \frac{1 + (8/3)(2aL_v\Omega)^2}{[1 + (2aL_v\Omega)^2]^{11/6}}$$

$$\Phi_{ww}(\Omega) = \sigma_w^2 \frac{L_w}{\pi} \frac{1 + (8/3)(2aL_w\Omega)^2}{[1 + (2aL_w\Omega)^2]^{11/8}}$$

$$a = 1.339 \quad (2-117)$$

它们具有如下渐近性质

$$\lim_{\Omega \rightarrow 0} \Phi(\Omega) = \text{const}$$

$$\lim_{\Omega \rightarrow \infty} \Phi(\Omega) \propto \Omega^{-5/3} \quad (2-118)$$

第二个性质满足 Kolmogorov 条件。

按式 (2-104) 和式 (2-105), 把 $\Phi_{11}(\Omega)$ 和 $\Phi_{33}(\Omega)$ 进行 Fourier 逆变换, 就得到纵向和横向相关函数

$$\left. \begin{aligned} f(\xi) &= \frac{2^{2/3}}{\Gamma(1/3)} \xi^{1/3} K_{1/3}(\xi) \\ g(\xi) &= \frac{2^{2/3}}{\Gamma(1/3)} \xi^{1/3} \left[K_{1/3}(\xi) - \frac{1}{2} \xi K_{2/3}(\xi) \right] \end{aligned} \right\} \quad (2-119)$$

式中 $\xi = \xi / (aL)$;

Γ 为 Gamma 函数;

K 为 Bessel 函数。

以 $\xi = \xi / aL$ 为自变量的函数 f 和 g 的曲线如图 2-78 所示。

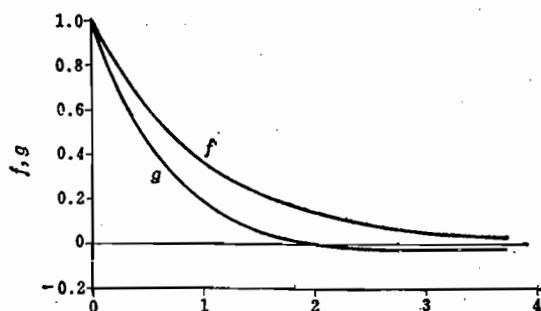


图2-78 Von Karman模型的 f 和 g 曲线

2.8.3 Dryden模型和Von Karman模型的比较

Dryden 模型和 Von Karman 模型的理论体系有所不同。对于 Dryden 模型, 先建立相关函数, 然后推导出频谱函数; 而 Von Karman 模型则相反, 先建立频谱函数, 然后推导出相关函数。

下面比较这两个模型的相关函数和频谱函数, 考查它们的差别。

在给定的紊流强度 σ_w 和紊流尺度 L_w 下, 图 2-80 比较了两个模型的纵向频谱函数 $\Phi_w(\Omega)$ 。可见, 在低频范围内, 两者几乎重合, 而在高频范围内显示出差别, 特别是斜率的差别。由公式 (2-113) 和 (2-117) 可以推导出在双对数坐标尺度下频谱函数的渐近斜率。对于 Φ_u , Φ_v 和 Φ_w 的结果是,

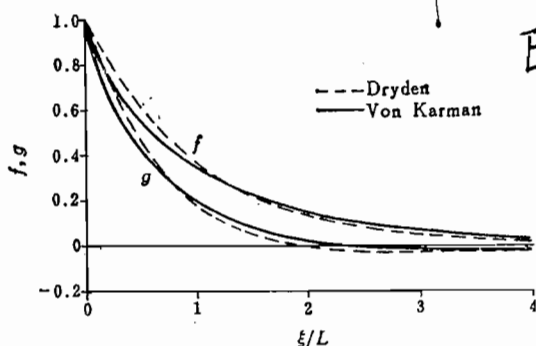
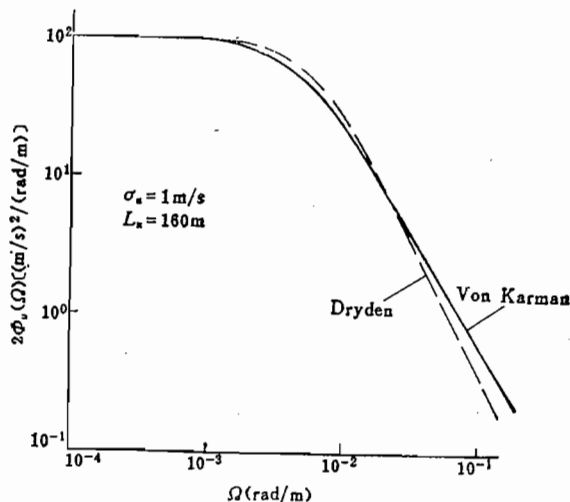


图2-79 Dryden和Von Karman模型的纵向和横向相关函数的比较

ξ/L —自变量; f —纵向相关函数; g —横向相关函数。

图2-80 Dryden和Von Karman模型的纵向频谱函数的比较⁽¹⁵⁾

$$\lim_{\Omega \rightarrow \infty} \frac{d \lg \Phi(\Omega)}{d \lg \Omega} = \begin{cases} -2 & \text{对于 Dryden 模型} \\ -5/3 & \text{对于 Von Karman 模型} \end{cases}$$

由这些曲线的比较可以看出,这两种模型的差别是不大的。如果再考虑到测量的误差,可以认为,这两种模型的差别对于工程问题来说是微不足道的。

但是如同前面所指出的,两种频谱函数在高频端的斜率不同,而飞机结构模态频率通常恰好处在高频范围,因而高频范围内的紊流可能激发飞机结构振动。所以,在研究涉及飞机结构振动的飞行品质、飞机的结构疲劳等问题时,只要可行,最好使用 Von Karman 大气紊流频谱。但是对于刚性飞机的飞行品质分析来说, Dryden 和 Von Karman 大气紊流频谱都是适用的。

2.8.4 紊流梯度频谱和交叉频谱

在第三章将看到,影响飞机运动的不仅有紊流速度 u_w , v_w , w_w 本身,而且还有紊流速度的梯度,特别是 $u_{wx}(=\partial u_w/\partial x)$, $w_{wy}(=\partial w_w/\partial y)$, $v_{wx}(=\partial v_w/\partial x)$ 。所以需要这些梯度的频谱以及有关的交叉频谱。这些梯度以后将简写为 u_x , w_y , v_x 。同前,如果在

表达式中仅出现空间频率分量 Ω_1 , 就把 Ω_1 简写成 Ω 。

参考文献〔4〕推导出紊流速度和任意阶梯度的相关函数和频谱函数的公式

$$\begin{aligned} & R_{u_i(m;\alpha;\beta;\gamma)u_j(n;\xi;\eta;\lambda)}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \\ &= (-1)^m \frac{\partial^{(m+n)}}{\partial \xi_1^{(\alpha+\zeta)} \partial \xi_2^{(\beta+\eta)} \partial \xi_3^{(\gamma+\lambda)}} R_{u_i u_j}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \\ & \Theta_{u_i(m;\alpha;\beta;\gamma)u_j(n;\xi;\eta;\lambda)}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) \\ &= (-1)^m i^{(m+n)} \Omega_1^{(\alpha+\zeta)} \Omega_2^{(\beta+\eta)} \Omega_3^{(\gamma+\lambda)} \Theta_{u_i u_j}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) \end{aligned} \quad (2-120)$$

式中

$$\begin{aligned} u_i(m; \alpha, \beta, \gamma) &= \frac{\partial u_i^{(m)}}{\partial x^\alpha y^\beta z^\gamma} \\ m &= \alpha + \beta + \gamma \\ u_j(n; \xi, \eta, \lambda) &= \frac{\partial u_j^{(n)}}{\partial x^\xi y^\eta z^\lambda} \\ n &= \xi + \eta + \lambda \end{aligned} \quad (2-121)$$

利用以上公式, 对于 $v_x v_x$ 来说, $i = j = 2$, $m = \alpha = n = \xi = 1$, $\beta = \gamma = \eta = \lambda = 0$, 故有

$$\Theta_{v_x v_x}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) = (-1)^1 i^2 \Omega_1^2 \Theta_{vv}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$$

对 Ω_3 和 Ω_2 积分后

$$\Phi_{v_x v_x}(\Omega) = \Omega^2 \Phi_{vv}(\Omega)$$

如前所述, 将 Ω_1 简写成 Ω 。

对于 $w_x w_x$ 来说, $i = j = 3$, 其它同上, 故同样得到

$$\Phi_{w_x w_x}(\Omega) = \Omega^2 \Phi_{ww}(\Omega)$$

但以上公式的问题是: 当 $\Omega \rightarrow \infty$ 时, $\Phi_{v_x v_x}$ 和 $\Phi_{w_x w_x}$ 不趋近于 0, 因而使 v_x 和 w_x 的均方差成为不确定。为了克服这个障碍, 人为地加上修正因子, 使它们成为

$$\begin{aligned} \Phi_{v_x v_x}(\Omega) &= \frac{\Omega^2}{1 + \left(\frac{3b}{\pi} \Omega\right)^2} \Phi_{vv}(\Omega) \\ \Phi_{w_x w_x}(\Omega) &= \frac{\Omega^2}{1 + \left(\frac{4b}{\pi} \Omega\right)^2} \Phi_{ww}(\Omega) \end{aligned} \quad (2-122)$$

式中, b 为翼展。

对于 $w_y w_y$ 来说, $i = j = 3$, $m = \beta = n = \eta = 1$, $\alpha = \gamma = \xi = \lambda = 0$, 按式 (2-119), 有

$$R_{w_y w_y}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = (-1)^1 \frac{\partial^2}{\partial \xi_2^2} R_{ww}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) \quad (2-123)$$

而按 Batchelor 公式 (2-90), 有

$$R_{ww}(\xi_1, \xi_2, \xi_3) = \sigma^2 \left\{ [f(\xi) - g(\xi)] \frac{\xi_1^2}{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2} + g(\xi) \right\} \quad (2-124)$$

把式 (2-124) 代入式 (2-123), 求二阶导数后, 再令 $\xi_2 = \xi_3 = 0$, 得到 $R_{w_y w_y}(\xi_1, 0, 0)$, 然后求出

$$\Phi_{w_y w_z}(\Omega) = -\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{w_y w_z}(\xi_1, 0, 0) e^{-i\Omega \xi_1} d\xi_1 \quad (2-125)$$

当然, 以上运算是非常复杂的。将运算结果加以适当的修正和拟合, 得到如下工程应用公式

$$\Phi_{w_y w_z}(\Omega) = \sigma_w^2 \frac{0.4 \left(\frac{\pi L_w}{2b} \right)^{1/3}}{2L_w} \frac{1}{1 + \left(\frac{4b}{\pi} \Omega \right)^2} \quad (2-126)$$

下面分析、讨论和推导各个有关的交叉频谱。

由空间相关性的 Batchelor 公式 (2-90) 可以推出

$$R_{uv}(\xi_1, 0, 0) = 0$$

$$R_{vw}(\xi_1, 0, 0) = 0$$

$$R_{wu}(\xi_1, 0, 0) = 0$$

再注意到 $\Phi_{ij}(\Omega)$ 是 $R_{ij}(\xi_1, 0, 0)$ 的 Fourier 变换 [公式 (2-102)], 所以, 可得结论

$$\Phi_{uv}(\Omega) = \Phi_{vw}(\Omega) = \Phi_{wu}(\Omega) = 0 \quad (2-127)$$

对于 (uw_z) 来说, 在公式 (2-120) 中, 指标 $n = \xi = 1$, 其余皆为 0, 故

$$\Theta_{uw_z}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) = i\Omega_1 \Theta_{uw}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$$

对 Ω_3 , Ω_2 积分后

$$\Phi_{uw_z}(\Omega) = i\Omega \Phi_{uw}(\Omega)$$

而刚才已指出 $\Phi_{uw} = 0$, 所以

$$\Phi_{uw_z}(\Omega) = 0 \quad (2-128)$$

同样可得到

$$\Phi_{uv_z}(\Omega) = 0 \quad (2-129)$$

对于 (vw_z) 来说, 在公式 (2-120) 中, 指标 $n = \xi = 1$, 其余皆为 0, 故

$$\Theta_{vw_z}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3) = i\Omega_1 \Theta_{vw}(\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$$

对 Ω_3 , Ω_2 积分后, 成为

$$\Phi_{vw_z}(\Omega) = i\Omega \Phi_{vw}(\Omega)$$

同样可得到

$$\Phi_{vv_z}(\Omega) = i\Omega \Phi_{vv}(\Omega)$$

为了与 $\Phi_{v_z v_z}$ 和 $\Phi_{w_z w_z}$ 表达式中引用的修正因子相协调, 在 Φ_{vw_z} 和 Φ_{vv_z} 中也引入相应的修正因子

$$\begin{aligned} \Phi_{vw_z}(\Omega) &= \frac{i\Omega}{\sqrt{1 + \left(\frac{4b}{\pi} \Omega \right)^2}} \Phi_{vw}(\Omega) \\ \Phi_{vv_z}(\Omega) &= \frac{i\Omega}{\sqrt{1 + \left(\frac{3b}{\pi} \Omega \right)^2}} \Phi_{vv}(\Omega) \end{aligned} \quad (2-130)$$

从一般公式 (2-120) 还可以推论出

$$\begin{aligned}\Phi_{w_x w_x}(\Omega) &= \Phi_{w_x w_x}^*(\Omega) \\ \Phi_{v_x v_x}(\Omega) &= \Phi_{v_x v_x}^*(\Omega)\end{aligned}\quad (2-131)$$

由各向同性条件, 还可以推论出

$$\begin{aligned}\Phi_{v_x w_x}(\Omega) &= \Phi_{w_x v_x}(\Omega) = 0 \\ \Phi_{v_x v_y}(\Omega) &= \Phi_{v_y v_x}(\Omega) = 0\end{aligned}\quad (2-132)$$

最后要指出, 现有的飞行品质规范的背景材料(参考文献[10])给出的两个交叉频谱的表达式为

$$\Phi_{w_x w_x}(\Omega) = \frac{i\Omega}{1 + i \frac{4b}{\pi} \Omega} \Phi_{ww}(\Omega)$$

$$\Phi_{v_x v_x}(\Omega) = \frac{i\Omega}{1 - i \frac{3b}{\pi} \Omega} \Phi_{vv}(\Omega)$$

它们是用频谱分解法得到的。参考文献[18]已指出, 用频谱分解法求交叉频谱可以导致错误的结果。而且参考文献[4]证明了, 紊流频谱函数必然是实的偶函数或者纯虚的奇函数。而上述表达式不符合此论断, 因而是错误的。但表达式(2-130)则是用严格的方法导出的, 所以, 是正确的。但两者的差别对于飞机响应的影响都是很小的。

2.8.5 紊流模型在飞机响应问题中的应用

1. 空间频谱与时间频谱的关系

以上推导的大气紊流频谱是以空间频率 Ω_1 为自变量的空间频谱 $\Phi(\Omega_1)$, 而为了计算飞机对大气紊流的响应所需要的是以时间频率 ω 为自变量的时间频谱。因此, 必须把空间频谱转化成时间频谱。

本来, 按 Taylor 假设, 紊流速度是坐标 x_g (即 x_1) 的随机函数, 相应的频谱是 $\Phi(\Omega)$ (即 $\Phi(\Omega_1)$)。当飞机以速度 V_* 沿 x_g 轴直线飞行时, 飞机所经受的紊流速度是时间 t 的随机函数, 相应的频谱是 $\Phi(\omega)$ 。对应于某个 Ω 和 ω , 紊流速度为

$$\begin{aligned}W &= W_m \cos(\Omega x_g) \\ &= W_m \cos(\omega t)\end{aligned}\quad (2-133)$$

可见 $\Omega x_g = \omega t$, 而 $x_g = V_* t$, 所以

$$\Omega_* = \frac{\omega}{V_*} \quad (2-134)$$

此外, 任何速度分量的均方差可以表示成

$$\sigma^2 = 2 \int_0^\infty \Phi(\Omega) d\Omega = 2 \int_0^\infty \Phi(\omega) d\omega$$

可见

$$\Phi(\Omega) d\Omega = \Phi(\omega) d\omega = \Phi(\omega) V_* d\Omega$$

所以, 对于大气紊流的任何频谱, 有

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{V_*} \Phi(\Omega) = \frac{1}{V_*} \Phi(\omega/V_*) \quad (2-135)$$

例如, Dryden 模型的纵向频谱函数, 转化成时间频谱

$$\Phi_{uu}(\omega) = \sigma_u^2 \frac{L_u}{\pi V_*} \frac{1}{1 + (L_u \omega / V_*)^2} \quad (2-136)$$

用类似的方式, 可以把以距离 ξ_1 为自变量的空间相关函数 $R(\xi_1)$ 转化为以时间间隔 τ 为自变量的相关函数 $R(\tau)$

$$R(\tau) = R(\xi / V_*) \quad (2-137)$$

例如, Dryden 模型的纵向相关函数转化成时间相关

$$R_{uu}(\tau) = \sigma_u^2 \exp(-\tau / (L_u / V_*)) \quad (2-138)$$

而 L_u / V_* 则是纵向特征时间。

2. 飞行品质规范

不仅大气紊流本身是随机过程, 而且它的统计特征量(如 σ_u , σ_v , σ_w , L_u , L_v , L_w)的数值大小也是不固定的。虽然有许多测量统计结果, 但这些数据也呈现很大的分散性。因此, 对于飞机设计来说, 不能以某个具体地区、具体时间的测量数据作为依据, 而应以经过讨论, 并且经权威机构批准的某些规范为依据。有关大气紊流(更广泛地说是大气扰动)的数据在飞行品质规范中加以规定。例如, 中国航空工业部标准《有人驾驶飞机的飞行品质规范》^[2], 美国军用规范 MIL-F-8785B^[7], MIL-F-8785C^[8]等。

这里简要介绍一下 MIL-F-8785C (以下简称 8785C) 中有关大气紊流的一些规定。

关于紊流模型, 8785C 指出: “只要可能, 就应使用 Von Karman 形式的连续紊流模型, 以使飞行品质的分析和可供比较的结构分析相一致。当没有可供比较的结构分析或不能使用 Von Karman 形式时, 允许使用 Dryden 形式的模型”。

8785C 中列出的 Von Karman 模型和 Dryden 模型的紊流速度频谱与本书列出的公式在实质上是—致的, 仅有两点由定义造成的差别:

第一, 本书给出的频谱是双侧的, 定义域为 $(-\infty, +\infty)$, 而 8785C 的频谱是单侧的, 定义域为 $(0, +\infty)$, 两者相差因子 2;

第二, 在各向同性紊流中, 本书紊流尺度的关系是 $L_u = 2L_v = 2L_w$, 而 8785C 的紊流尺度的关系是 $L_u = L_v = L_w$ 。为了与本书的符号一致, 下面引述 8785C 的数据时, 将其中的 L_v , L_w 改写为 $2L_v$, $2L_w$ 。

为了保存原貌, 下面引述 8785C 时, 仍保留了该标准中采用的英制单位, 应用时请读者自行换算 (1 英尺 = 0.3048m, 1kn = 1n mile/h = 514.44m/s)。

关于紊流尺度和强度, 8785C 规定了两个高度范围的模型。

中空/高空模型 ($h > 2000$ 英尺)

紊流尺度

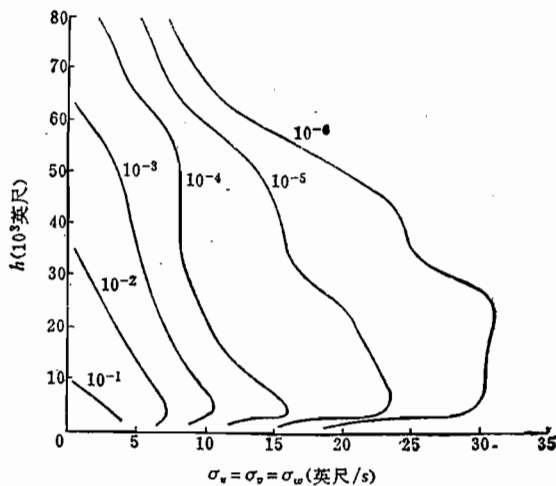
$$L_u = 2L_v = 2L_w = 2500 \text{ 英尺 (按 Von Karman 模型)}$$

$$L_u = 2L_v = 2L_w = 1750 \text{ 英尺 (按 Dryden 模型)}$$

紊流强度

$\sigma_u = \sigma_v = \sigma_w$ 作为超越概率的函数, 见图 2-81。

低空模型

图2-81 $\sigma_u = \sigma_v = \sigma_w$ 随高度和超越概率的变化 (8785 C)

紊流尺度

$$\left. \begin{aligned} 2L_w &= h \\ L_u &= 2L_v = \frac{h}{(0.177 + 0.000823h)^{1.2}} \end{aligned} \right\} 10 < h < 1000 \text{ 英尺}$$

$$L_u = 2L_v = 2L_w = 1000 \text{ 英尺} \quad h > 1000 \text{ 英尺}$$

紊流强度

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_w} = \frac{\sigma_v}{\sigma_w} = \begin{cases} \frac{1}{(0.177 + 0.000823h)^{0.4}} & h \leq 1000 \text{ 英尺} \\ 1 & h > 1000 \text{ 英尺} \end{cases}$$

式中, u_{20} 是 20 英尺高度上的风速, 作为超越概率的函数, 见图 2-82。

此外, 8785C 还规定了在航空母舰上起降的扰动模型。

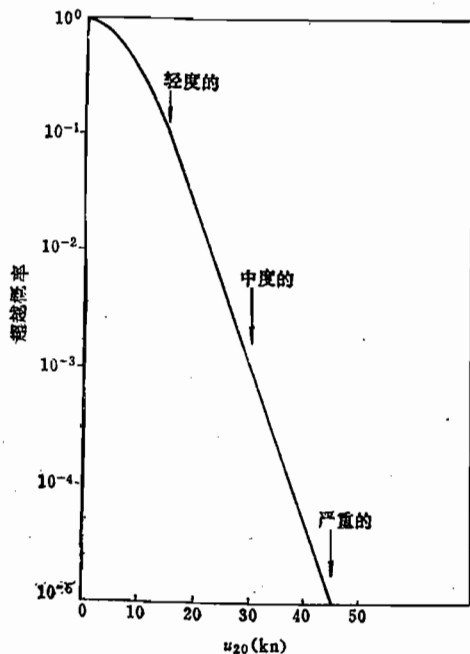


图2-82 在20英尺高度上平均风速值的超越概率

第三章 变化风场中飞行器的运动方程

为了研究飞行器在扰动大气中的运动特性,需要建立在变化风场中飞行器的运动方程。以这样的运动方程为基础,就能够进行以下工作:

- (1) 进行各种具体情况下飞行器运动的数值仿真;
- (2) 分析和讨论风速或风速梯度对飞行的影响;
- (3) 由线性化的方程得出飞行器运动变量对风速的传递函数;为自动控制系统的设计提供依据;

- (4) 寻找利用机载设备测量风速的技术方案并进行误差分析。

因此,运动方程是本书将要研究的各个课题的必要前提。

大气中经常存在各种形式的风,建立在大气中飞行的飞行器的运动方程时,就应该考虑风的存在。而这种方程的体系或形式,在现有文献中是多种多样的^[19~22]。本书将建立一套与现有文献有所不同的、既严格又方便的飞行器运动方程。

3.1 坐标系和运动变量的定义

3.1.1 坐标系

在研究飞行器的运动特性时,如1.2节所述,在一般情况下,飞行器的对地速度(或称航迹速度)矢量 V_k 、对空速度(或称飞行速度)矢量 V_A (或 V)与当时当地(飞行器质心处)的风速度矢量 V_w 构成所谓速度三角形关系

$$V_k = V_A + V_w \quad (3-1)$$

在不考虑地球曲率和旋转的假设下,为了建立飞行器的运动方程,需要下列坐标系(它们都是右手直角坐标系,不再一一指明)。

(1) 大地坐标系 $O_g x_g y_g z_g (S_g)$ 。原点 O 通常取在地面上的某一点;轴 z_g 为铅垂向下,轴 x_g 和 y_g 在水平面内,方向可随意规定。此外,还定义飞行器牵连大地坐标系 $Ox'_g y'_g z'_g$,其原点在飞行器质心,其轴平行于 x_g, y_g, z_g ;在不致引起混淆时,可写成 $Ox_g y_g z_g$,亦以 S_g 表示。

(2) 机体(或本体)坐标系 $Ox_b y_b z_b (S_b)$ 。由于该坐标系最常用,故常常简写为 $Oxyz$ 。原点 O 在飞行器质心。轴 x_b 在飞行器对称平面内,沿结构纵轴指向前;轴 z_b 亦在对称平面内,垂直于轴 x_b ,指向下;轴 y_b 垂直于对称平面,指向右。

(3) 气流坐标系(或称空气动力坐标系) $Ox_a y_a z_a (S_a)$ 。原点 O 取在飞行器质心。轴 x_a 沿飞行速度矢量 V_A ,指向前方;轴 z_a 在飞行器对称平面内,垂直于轴 x_a ,指向下;轴 y_a 垂直于轴 x_a 和 z_a ,指向右。

(4) 航迹坐标系 $Ox_k y_k z_k (S_k)$ 。原点 O 在飞行器质心。轴 x_k 沿航迹速度矢量 V_k (亦即沿航迹切线),指向前;轴 z_k 在通过轴 x_k 的铅垂平面内,垂直于轴 x_k ,指向下;轴 y_k 垂直于铅垂平面 $x_k z_k$ (因而是水平的),指向右。

3.1.2 各坐标系之间的关系

任何两个坐标系之间的关系可以用一组 Euler 角来定义。

S_g 与 S_b 的关系用偏航角 ψ 、俯仰角 θ 和滚转角 ϕ 来确定 (见图3-1)。 S_g 如果首先绕轴 z_g 转过角 ψ ，然后绕当时的轴 y 转过角 θ ，最后绕当时的轴 x 转过角 ϕ ，就与 S_b 重合。这样的相继旋转过程可以用如下简明符号表示：

$$S_g \xrightarrow{R_z(\psi)} \bigcirc \xrightarrow{R_y(\theta)} \bigcirc \xrightarrow{R_x(\phi)} S_b \quad (3-2)$$

式中，符号 $R_x(\phi)$ 表示绕轴 x 转过角 ϕ ；角 ψ ， θ ， ϕ 确定飞行器相对于地面的姿态，统称为姿态角。

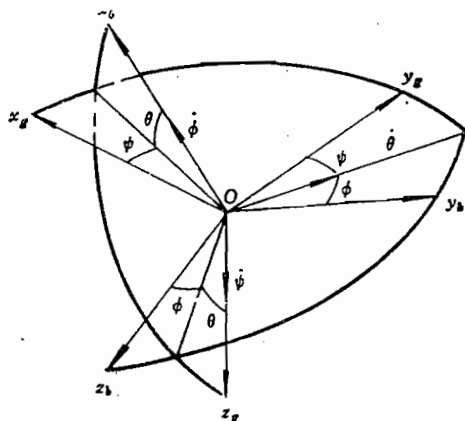


图3-1 坐标系 S_g 、 S_b 及角 ψ ， θ ， ϕ

根据坐标变换的一般原理^{〔6〕,〔22〕}，可以得到由 S_g 到 S_b 的变换矩阵

$$T_{bg} = T_x(\phi) T_y(\theta) T_z(\psi)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos \theta \cos \psi & \cos \theta \sin \psi & -\sin \theta \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3-3)$$

其中， T_x ， T_y ， T_z 是基元变换矩阵，其一般公式如下

$$T_x(\alpha) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & \sin \alpha \\ 0 & -\sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}, \quad T_y(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 & -\sin \alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

$$T_z(\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha & \sin \alpha & 0 \\ -\sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3-4)$$

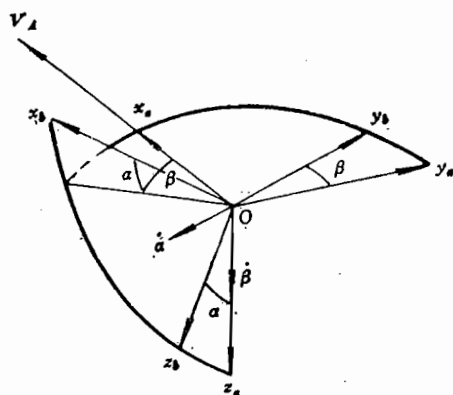
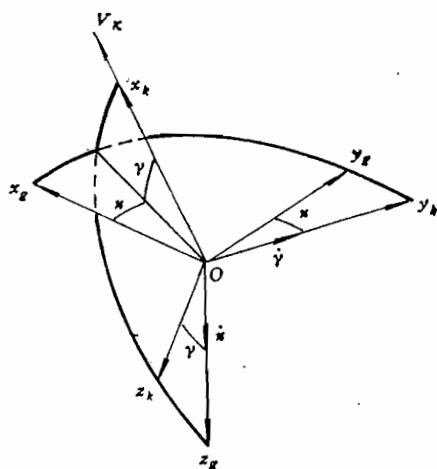
式中 α 表示绕任一坐标轴转过的一個欧拉角。

坐标系 S_a 与 S_b 的关系用 (气动) 迎角 α 和 (气动) 侧滑角 β 确定 (参看图3-2)

$$S_b \xrightarrow{R_y(-\alpha)} \bigcirc \xrightarrow{R_x(\beta)} S_a \quad (3-5)$$

角 α 和 β 描述飞行速度矢量相对于飞行器本体的方向，因而决定空气动力作用。相应的变换矩阵为

$$T_{ba} = T_x(\beta) T_y(-\alpha) = \begin{bmatrix} \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta & \sin \alpha \cos \beta \\ -\cos \alpha \sin \beta & \cos \beta & -\sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \alpha & 0 & \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3-6)$$

图3-2 坐标系 S_b , S_a 及角 α, β 图3-3 坐标系 S_g , S_k 及角 χ, γ

坐标系 S_g 与 S_k 的关系用爬升角 γ 和航迹方位角 χ 来确定 (参看图3-3)

$$S_g \xrightarrow{R_z(\chi)} \circ \xrightarrow{R_y(\gamma)} S_k \quad (3-7)$$

角 γ 和 χ 描述航迹速度矢量 V_k 相对于地面的方向。相应的变换矩阵为

$$T_{kg} = T_y(\gamma) T_z(\chi) = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \chi & \cos \gamma \sin \chi & -\sin \gamma \\ -\sin \chi & \cos \chi & 0 \\ \sin \gamma \cos \chi & \sin \gamma \sin \chi & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (3-8)$$

坐标系 S_g 与 S_a 的关系可以表示为

$$S_g \xrightarrow{R_z(\chi_a)} \circ \xrightarrow{R_y(\gamma_a)} \circ \xrightarrow{R_z(\mu_a)} S_a \quad (3-9)$$

这三个角 χ_a, γ_a, μ_a 的另外一套符号是 ψ_a, θ_a, ϕ_a (考虑到与 ψ, θ, ϕ 的对应关系)。从 S_g 到 S_a 的变换矩阵为

$$T_{ag} = T_z(\mu_a) T_y(\gamma_a) T_z(\chi_a) = \begin{bmatrix} \cos \gamma_a \cos \chi_a & \cos \gamma_a \sin \chi_a & -\sin \gamma_a \\ \sin \mu_a \sin \gamma_a \cos \chi_a - \cos \mu_a \sin \chi_a & \sin \mu_a \sin \gamma_a \sin \chi_a + \cos \mu_a \cos \chi_a & \sin \mu_a \cos \chi_a \\ \cos \mu_a \sin \gamma_a \cos \chi_a + \sin \mu_a \sin \chi_a & \cos \mu_a \sin \gamma_a \sin \chi_a - \sin \mu_a \cos \chi_a & \cos \mu_a \cos \chi_a \end{bmatrix} \quad (3-10)$$

坐标系 S_k 和 S_b 本来可以通过 $\gamma, \chi, \psi, \theta, \phi$ 来联系, 但为了使运动方程式简单, 故利用角 μ, α_k, β_k 联系

$$S_k \xrightarrow{R_z(\mu)} \circ \xrightarrow{R_x(-\beta_k)} \circ \xrightarrow{R_y(\alpha_k)} S_b \quad (3-11)$$

角 α_k 和 β_k 在 ISO—1151^[28] 中未出现, 仅在本书才引入 (注意: 它们与参考文献 [19] 定义的亦有重大差别)。这两个角决定航迹速度矢量 V_k 相对于机体的方向。角 α_k, β_k 类似于 α, β , 但没有空气动力学意义。角 α_k 称为航迹速度迎角, β_k 称为航迹速度侧滑角, 角 μ 称为航迹速度滚转角。其相应的变换矩阵为

$$T_{bs} = T_y(a_K) T_x(-\beta_K) T_z(\mu)$$

$$= \begin{bmatrix} \cos a_K \cos \beta_K & -\cos \mu \cos a_K \sin \beta_K + \sin \mu \sin a_K & -\sin \mu \cos a_K \sin \beta_K - \cos \mu \sin a_K \\ \sin \beta_K & \cos \mu \cos \beta_K & \sin \mu \cos \beta_K \\ \sin a_K \cos \beta_K & -\cos \mu \sin a_K \sin \beta_K - \sin \mu \cos a_K & -\sin \mu \sin a_K \sin \beta_K + \cos \mu \cos a_K \end{bmatrix} \quad (3-12)$$

由 S_s 到 S_b 的变换矩阵可以由两个已知的矩阵推导得出

$$T_{sb} = T_{zo} T_{bo}$$

$$= \begin{bmatrix} \sin \beta_K \sin \beta + \cos \beta_K \cos \beta \cos(a - a_K) & \sin \beta_K \cos \beta - \cos \beta_K \sin \beta \cos(a - a_K) & -\cos \beta_K \sin(a - a_K) \\ \cos \mu [\cos \beta_K \sin \beta - \sin \beta_K \cos \beta \cos(a - a_K)] & \cos \mu [\cos \beta_K \cos \beta + \sin \beta_K \sin \beta \cos(a - a_K)] & \cos \mu \sin \beta_K \cdot \sin(a - a_K) \\ -\sin \mu \cos \beta \sin(a - a_K) & +\sin \mu \sin \beta \sin(a - a_K) & -\sin \mu \cos(a - a_K) \\ \sin \mu [\cos \beta_K \sin \beta - \sin \beta_K \cos \beta \cos(a - a_K)] & \sin \mu [\cos \beta_K \cos \beta + \sin \beta_K \sin \beta \cos(a - a_K)] & \sin \mu \sin \beta_K \cdot \sin(a - a_K) \\ +\cos \mu \cos \beta \sin(a - a_K) & -\cos \mu \sin \beta \sin(a - a_K) & +\cos \mu \cos(a - a_K) \end{bmatrix} \quad (3-13)$$

3.1.3 补充关系

为了由 $\varphi, \theta, \phi, \chi, \gamma$ 求出 α_K, β_K, μ , 可以利用关系式

$$T_{kb}(\mu, \beta_K, \alpha_K) = T_{kg}(\chi, \gamma) T_{gb}(\psi, \theta, \phi)$$

比较等式的相应元素, 即可得到

$$\begin{aligned} \sin \beta_K &= \cos \gamma [\sin \phi \sin \theta \cos(\psi - \chi) - \cos \phi \sin(\psi - \chi)] - \sin \gamma \sin \phi \cos \theta \\ \sin \alpha_K &= \{\cos \gamma [\cos \phi \sin \theta \cos(\psi - \chi) + \sin \phi \sin(\psi - \chi)] \\ &\quad - \sin \gamma \cos \phi \cos \theta\} / \cos \beta_K \\ \sin \mu &= \{\sin \gamma [\sin \phi \sin \theta \cos(\psi - \chi) - \cos \phi \sin(\psi - \chi)] \\ &\quad + \cos \gamma \sin \phi \cos \theta\} / \cos \beta_K \end{aligned} \quad (3-14)$$

所有坐标系之间的关系示意图 3-4, 该图具有对称结构。以 V_K 为基础的 $\alpha_K, \beta_K, \chi, \gamma, \mu$ 与以 V_A 为基础的 $\alpha, \beta, \chi_A, \gamma_A, \mu_A$ 是完全对应的。但应注意, 坐标系 S_K 和 S_s 并不处在对称位置上。

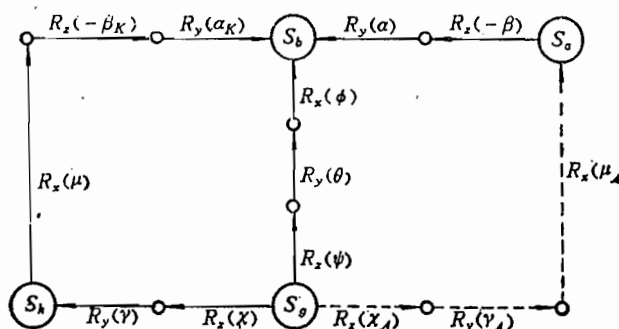


图3-4 坐标系的结构图

在平静大气的特殊情况下, $V_w = 0, V_K = V_A$

因而

$$\alpha_K = \alpha \quad \beta_K = \beta$$

$$\chi = \chi_s, \quad \gamma = \gamma_s, \quad \mu = \mu_s$$

此时 S_k 与 S_s 之间的关系就变得很简单

$$\left. \begin{aligned} S_k &\xrightarrow{R_s(\mu)} S_s \\ T_{sk} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \mu & \sin \mu \\ 0 & -\sin \mu & \cos \mu \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \text{当 } V_w = 0 \text{ 时} \quad (3-15)$$

注意, 参考文献[19]中定义的 α_k , β_k 与 α , β 是不对应的, 即使在无风情况 ($V_w = 0$) 下, 这两对角 (α_k , β_k 与 α , β) 彼此也不相等。

3.2 飞行器的质心运动方程

3.2.1 一般形式

飞行器质心运动的矢量方程是

$$m \frac{dV_K}{dt} = F \quad (3-16)$$

按照作用力的性质, 力 F 可分解成推进力 T 、空气动力 A 和重力 mg

$$F = T + A + mg \quad (3-17)$$

取某个活动的参考坐标系 S_r , 并设航迹速度矢 V_K 在 S_r 中的分量为 u_{Kr} , v_{Kr} , w_{Kr} ; 参考系 S_r 的角速度矢 Ω 在 S_r 中的分量为 p_r , q_r , r_r , 则方程 (3-16) 的矩阵形式为

$$m \left(\begin{bmatrix} du_{Kr}/dt \\ dv_{Kr}/dt \\ dw_{Kr}/dt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p_r \\ q_r \\ r_r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} u_{Kr} \\ v_{Kr} \\ w_{Kr} \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} F_{xr} \\ F_{yr} \\ F_{zr} \end{bmatrix} \quad (3-18)$$

式中, 右上角的乘号 “ $\times$ ” 表示斜对称矩阵, 即

$$\begin{bmatrix} p_r \\ q_r \\ r_r \end{bmatrix} \times \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -r_r & q_r \\ r_r & 0 & -p_r \\ -q_r & p_r & 0 \end{bmatrix} \quad (3-19)$$

现分析各个力的分量。设推进力 T 在飞行器对称平面内, 与纵轴 x_s 之间的角为 σ , 则在 S_s 中推进力的分量为

$$(T_{xs}, T_{ys}, T_{zs})^T = [T \cos \sigma \quad 0 \quad -T \sin \sigma]^T \quad (3-20)$$

通常, 空气动力 A 以它在气流坐标系 S_a 中的分量升力 L 、侧力 C 和阻力 D 表示, 即

$$(A_{xs}, A_{ys}, A_{zs})^T = [-D \quad C \quad -L]^T \quad (3-21)$$

重力 mg 则直接在大地坐标系 S_g 中给出

$$(g_{xs}, g_{ys}, g_{zs})^T = [0 \quad 0 \quad g]^T \quad (3-22)$$

方程 (3-18) 的具体形式取决于所采用的参考坐标系 S_r 。

下面将分别取大地坐标系 S_g 、机体坐标系 S_s 和航迹坐标系 S_k 作为参考系 S_r , 来推导质心运动方程的具体形式。

3.2.2 在大地坐标系中的质心运动方程

由于不考虑地球的曲率和旋转, 故大地坐标系 S_g 的旋转角速度为零, 因此, 方程 (3-18) 很简单

$$m \begin{bmatrix} du_{K_g}/dt \\ dv_{K_g}/dt \\ dw_{K_g}/dt \end{bmatrix} = T_{gb} \begin{bmatrix} T \cos \sigma \\ 0 \\ -T \sin \sigma \end{bmatrix} + T_{gb} T_{ba} \begin{bmatrix} -D \\ C \\ -L \end{bmatrix} + m \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

式中涉及的坐标变换矩阵已在 3.1 节给出。其运动学方程也很简单

$$\begin{bmatrix} dx_g/dt \\ dy_g/dt \\ dz_g/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{K_g} \\ v_{K_g} \\ w_{K_g} \end{bmatrix} \quad (3-24)$$

根据关系式 (3-1), 飞行速度矢量 V (即 V_A) 在机体坐标系 S_b 中的分量为

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = T_{bg} \begin{bmatrix} u_{K_g} - u_{w_g} \\ v_{K_g} - v_{w_g} \\ w_{K_g} - w_{w_g} \end{bmatrix} \quad (3-25)$$

式中, 在大地坐标系中的风速分量 u_{w_g} , v_{w_g} , w_{w_g} 为已知。有了 u , v , w , 就能求出空速 V , 迎角 α 和侧滑角 β [见以后的式 (3-29)]。

3.2.3 在机体坐标系中的质心运动方程

这套方程是最常用的, 所以文中较详细地进行推导。取 S_b 作为 S_r , 它的角速度就是飞行器的转动角速度, 其分量以 p , q , r 表示, 航迹速度矢量 V_K 的分量以 u_K , v_K , w_K 表示 (省略下标 b)。于是方程 (3-18) 的形式为

$$m \begin{bmatrix} du_K/dt \\ dv_K/dt \\ dw_K/dt \end{bmatrix} = m \begin{bmatrix} rv_K - qw_K \\ pw_K - ru_K \\ qu_K - pv_K \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T \cos \sigma \\ 0 \\ -T \sin \sigma \end{bmatrix} + T_{ba} \begin{bmatrix} -D \\ C \\ -L \end{bmatrix} + T_{bg} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (3-26)$$

质心的位置以它在 S_g 中的坐标 x_g , y_g , z_g 表征, 其变化率为

$$\begin{bmatrix} dx_g/dt \\ dy_g/dt \\ dz_g/dt \end{bmatrix} = T_{gb} \begin{bmatrix} u_K \\ v_K \\ w_K \end{bmatrix} \quad (3-27)$$

根据等式 (3-1), 可以得到飞行速度矢量 V 在机体系 S_b 中的分量

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_K \\ v_K \\ w_K \end{bmatrix} - T_{bg} \begin{bmatrix} u_{w_g} \\ v_{w_g} \\ w_{w_g} \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

其中, 风速在 S_g 中的分量 u_{w_g} , v_{w_g} , w_{w_g} 认为已知。

然后可以求出飞行速度大小、迎角和侧滑角

$$\left. \begin{aligned} V &= (u^2 + v^2 + w^2)^{1/2} \\ \sin \beta &= v/V \\ \tan \alpha &= w/u \end{aligned} \right\} \quad (3-29)$$

这些方程还要加上绕质心转动的方程, 才成为封闭系统。

3.2.4 在航迹坐标系中的质心运动方程

本书将推导出一套独特的在航迹坐标系中的质心运动方程。

参看图 3-3, 航迹坐标系 S_K 的旋转角速度分量为

$$(\Omega_K)_K = \begin{bmatrix} -(d\chi/dt)\sin\gamma \\ d\gamma/dt \\ (d\chi/dt)\cos\gamma \end{bmatrix} \quad (3-30)$$

而航迹速度矢 V_K 的分量为

$$(V_K)_K = [V_K \quad 0 \quad 0]^T \quad (3-31)$$

把等式 (3-30), 式 (3-31) 代入方程 (3-18) 中, 得

$$m \begin{bmatrix} dV_K/dt \\ V_K \cos \gamma (d\chi/dt) \\ -V_K (d\gamma/dt) \end{bmatrix} = T_{Kb} \begin{bmatrix} T \cos \sigma \\ 0 \\ -T \sin \sigma \end{bmatrix} + T_{Ka} \begin{bmatrix} -D \\ C \\ -L \end{bmatrix} + T_{Kg} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} \quad (3-32)$$

式中出现的矩阵 T_{Kb} , T_{Ka} , T_{Kg} 已在 3.1 节给出。

必要的运动学方程是

$$\begin{bmatrix} dx_g/dt \\ dy_g/dt \\ dz_g/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{Kg} \\ v_{Kg} \\ w_{Kg} \end{bmatrix} = V_K \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \chi \\ \cos \gamma \sin \chi \\ -\sin \gamma \end{bmatrix} \quad (3-33)$$

机体系统中的空速分量为

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = T_{bg} \begin{bmatrix} u_{Kg} - u_{Wg} \\ v_{Kg} - v_{Wg} \\ w_{Kg} - w_{Wg} \end{bmatrix} \quad (3-34)$$

3.2.5 航迹坐标系中质心运动方程的简化

上节建立的航迹坐标系中的质心运动方程因太复杂而未写成展开形式。但是在正常飞行条件下, 这些方程可以大大简化。

在正常飞行条件下, 角 α , β , α_K , β_K 及它们的差值均足够小。此外, 差值 $\theta - \gamma$ 和 $\psi - \chi$ 也是小量。因此, 矩阵 T_{Kb} [式 (3-12)] 可简化为

$$T_{Kb} \approx \begin{bmatrix} 1 & \beta_K & \alpha_K \\ -\beta_K \cos \mu + \alpha_K \sin \mu & \cos \mu & -\sin \mu \\ -\beta_K \sin \mu - \alpha_K \cos \mu & \sin \mu & \cos \mu \end{bmatrix} \quad (3-35)$$

矩阵 T_{Ka} [式 (3-13)] 也可简化成

$$T_{Ka} \approx \begin{bmatrix} 1 & -(\beta - \beta_K) & -(\alpha - \alpha_K) \\ (\beta - \beta_K) \cos \mu - (\alpha - \alpha_K) \sin \mu & \cos \mu & -\sin \mu \\ (\beta - \beta_K) \sin \mu + (\alpha - \alpha_K) \cos \mu & \sin \mu & \cos \mu \end{bmatrix} \quad (3-36)$$

而且 α_K , β_K , μ 的公式 (3-13) 可简化为

$$\left. \begin{aligned} \beta_K &= (\theta - \gamma) \sin \phi - (\psi - \chi) \cos \gamma \cos \phi \\ \alpha_K &= (\theta - \gamma) \cos \phi + (\psi - \chi) \cos \gamma \sin \phi \\ \sin \mu &= \sin \phi - (\psi - \chi) \sin \gamma \cos \phi \end{aligned} \right\} \quad (3-37)$$

此外, 常规飞行器的推进力安装角 σ 也是小量, 因此, $T \cos \sigma \approx T$, $T \sin \sigma \approx 0$ 。在这些条件下, 方程 (3-32) 可以简单地展开

$$m \begin{bmatrix} dV_K/dt \\ V_K \cos \gamma d\chi/dt \\ -V_K d\gamma/dt \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} 1 \\ -\beta_K \cos \mu + (\alpha_K + \sigma) \sin \mu \\ -\beta_K \sin \mu - (\alpha_K + \sigma) \cos \mu \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -D - C\beta_w + La_w \\ (C - D\beta_w) \cos \mu + (L + D\alpha_w) \sin \mu \\ (C - D\beta_w) \sin \mu - (L + D\alpha_w) \cos \mu \end{bmatrix} + mg \begin{bmatrix} -\sin \gamma \\ 0 \\ \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (3-38)$$

式中, α_w 和 β_w 的定义是

$$\left. \begin{aligned} \alpha_w &= \alpha - \alpha_K \\ \beta_w &= \beta - \beta_K \end{aligned} \right\} \quad (3-39)$$

由式 (3-39) 看出, α 和 β 由两部分组成: 一部分为由风速造成的 α_w 和 β_w ; 另一部分为由航迹速度造成的 α_K 和 β_K , 如图 3-5 所示。

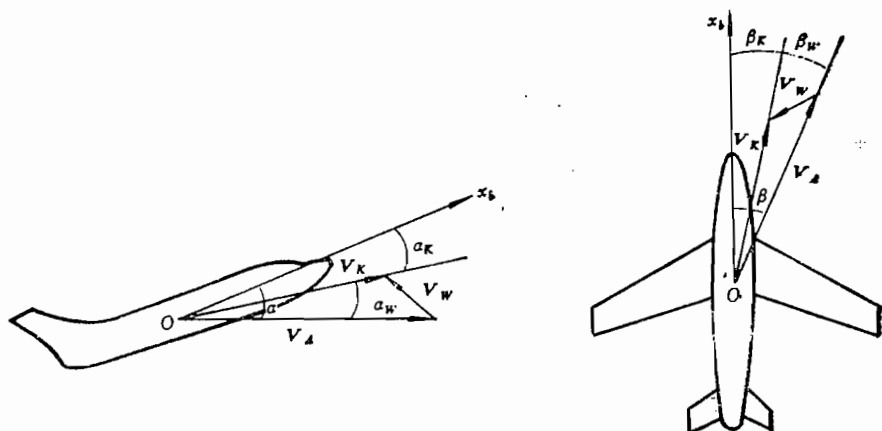


图3-5 迎角 α 和侧滑角 β 的形成

把近似等式 (3-37) 代入 (3-39), 得到

$$\left. \begin{aligned} \alpha_w &= \alpha - (\theta - \gamma) \cos \phi - (\psi - \chi) \cos \gamma \sin \phi \\ \beta_w &= \beta - (\theta - \gamma) \sin \phi + (\psi - \chi) \cos \gamma \cos \phi \end{aligned} \right\} \quad (3-40)$$

虽然用上式可以算出 α_w 和 β_w , 但相当复杂, 不如直接由风速来求出 α_w 和 β_w 。由式 (3-29) 及类似的公式, 可得近似等式

$$\begin{aligned} \alpha &\approx w/V, & \beta &\approx v/V \\ \alpha_K &\approx w_K/V_K, & \beta_K &\approx w_K/V_K \end{aligned}$$

如果风速远远小于空速, 则由上式及式 (3-39), 有

$$\left. \begin{aligned} \alpha_w &= (w - w_K)/V = -w_K/V \\ \beta_w &= (v - v_K)/V = -v_K/V \end{aligned} \right\} \quad (3-41)$$

可再次参看图 3-5。

简化运动方程 (3-38) 加上近似关系式 (3-37)、式 (3-41), 不仅可以用来进行飞行器运动的数值仿真, 而且可以用来分析风对飞行航迹的影响。

3.2.6 在气流坐标系中的质心运动方程

为了便于分析风切变对飞行特性的影响, 还需要建立在气流坐标系 S_a 中的飞行器质心运动方程。

把关系式 (3-1) 代入方程 (3-16) 中, 有

$$m \left(\frac{dV_A}{dt} + \frac{dV_W}{dt} \right) = F \quad (3-42)$$

把该方程投影到气流坐标系中。 dV_A/dt 在 S_a 中的分量与 dV_W/dt 在 S_a 中的分量类似, 因此, 与方程 (3-32) 相对应, 有

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} m dV_A/dt \\ m V_A \cos \gamma_a (d\gamma_a/dt) \\ -m V_A d\gamma_a/dt \end{bmatrix} + m T_{ag} \begin{bmatrix} \dot{u}_{wg} \\ \dot{v}_{wg} \\ \dot{w}_{wg} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} T \cos(\alpha + \sigma) \cos \beta \\ -T \cos(\alpha + \sigma) \sin \beta \\ -T \sin(\alpha + \sigma) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -D \\ C \\ -L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -mg \sin \gamma_a \\ mg \cos \gamma_a \sin \mu_a \\ mg \cos \gamma_a \cos \mu_a \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3-43)$$

式中, u_{wg} , v_{wg} , w_{wg} 是风速 V_W 在 S_g 中的分量; T_{ag} 已在式 (3-10) 中给出。

对于对称飞行情况, 二维坐标系 (x, z) 的关系式是

$$T_{ag} = \begin{bmatrix} \cos \gamma_a & -\sin \gamma_a \\ \sin \gamma_a & \cos \gamma_a \end{bmatrix} \quad (3-44)$$

于是, 完整的运动方程为

$$\begin{aligned} m \dot{V}_A &= -m (\cos \gamma_a \dot{u}_{wg} - \sin \gamma_a \dot{w}_{wg}) + T \cos(\alpha + \sigma) \\ &\quad - D - mg \sin \gamma_a \\ -m V_A \dot{\gamma}_a &= -m (\sin \gamma_a \dot{u}_{wg} + \cos \gamma_a \dot{w}_{wg}) - T \sin(\alpha + \sigma) \\ &\quad - L + mg \cos \gamma_a \end{aligned} \quad (3-45)$$

这里, 把 $\dot{u}_{wg}$ 和 $\dot{w}_{wg}$ 作为已知项移到方程的右边。

3.3 飞行器的转动方程

作为刚体的飞行器的转动矢量方程为

$$\frac{dH}{dt} = M_R \quad (3-46)$$

式中, M_R 是作用在飞行器上的所有外力对质心的力矩矢量; H 是飞行器对质心的动量矩, 决定于惯性矩和角速度。在机体坐标系中, H 的分量为

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_y & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \quad (3-47)$$

式中, p , q , r 为机体角速度 Ω 在机体坐标系中的分量, 分别称为滚转角速度, 俯仰

角速度和偏航角速度。 I_x, I_y, I_z 是飞行器的惯性矩, I_{xy}, I_{yz}, I_{zx} 是惯性积。

方程(3-46)在具有角速度 Ω 的机体坐标系中的分量形式为

$$\begin{bmatrix} dH_x/dt \\ dH_y/dt \\ dH_z/dt \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_R \\ M_R \\ N_R \end{bmatrix} \quad (3-48)$$

式中, L_R, M_R, N_R 是总力矩矢量 M_R 在机体坐标系中的分量, 分别称为滚转力矩、俯仰力矩和偏航力矩。

下面假设飞行器具有对称平面 $x_b z_b$, 因而

$$I_{xy} = I_{yz} = 0 \quad (3-49)$$

于是飞行器转动的动力学方程为

$$\begin{bmatrix} I_x dp/dt - I_{xz} dr/dt \\ I_y dq/dt \\ I_x dr/dt - I_{xz} dp/dt \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} (I_x - I_y)qr - I_{xz}pq \\ (I_x - I_z)pr + I_{xz}(p^2 - r^2) \\ (I_y - I_z)pq + I_{xz}qr \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L \\ M \\ N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ Te \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3-50)$$

式中, L, M, N 是气动力滚转、俯仰和偏航力矩; Te 表示由发动机偏心距 e 而引起的俯仰力矩。

为了得到转动的运动学方程, 参看图3-1, 可以写出

$$\begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + T_{\theta} \begin{bmatrix} -\dot{\theta} \sin \psi \\ \dot{\theta} \cos \psi \\ 0 \end{bmatrix} + T_{\psi} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} \sin \theta \\ \dot{\theta} \cos \phi + \dot{\psi} \sin \phi \cos \theta \\ -\dot{\theta} \sin \phi + \dot{\psi} \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}$$

由此可以解出

$$\begin{bmatrix} d\phi/dt \\ d\theta/dt \\ d\psi/dt \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p + \tan \theta (q \sin \phi + r \cos \phi) \\ q \cos \phi - r \sin \phi \\ (q \sin \phi + r \cos \phi) / \cos \theta \end{bmatrix} \quad (3-51)$$

3.4 风速和风梯度的空气动力效应

在常规的飞行力学研究中, 认为气动力 L, C, D 和力矩 L, M, N 取决于如下参数: 飞行高度 h , 飞行速度 V 〔或Mach数 M 〕, 迎角 α 及其变化率 $\dot{\alpha}$, 侧滑角 β 及其变化率 $\dot{\beta}$, 操纵面偏角如副翼偏角 δ_a , 升降舵偏角 δ_e , 方向舵偏角 δ_r 等, 而且这些关系在一定范围内可以用气动导数(例如 $C_{L\alpha}, C_{m\dot{\alpha}}, C_{l\dot{\beta}}$)来表示。

当研究紊流大气中的飞行力学原理时, 首先要考虑飞行速度和迎角、侧滑角都受到风速的影响, 在3.2节已经阐明

$$\left. \begin{aligned} V &\approx V_K - u_w \\ \alpha &= \alpha_K + \alpha_w \approx \alpha_K - w_w / V \\ \beta &= \beta_K + \beta_w \approx \beta_K - v_w / V \end{aligned} \right\} \quad (3-52)$$

这些是风速的第一阶影响。

风速的第二阶影响是由风速梯度(即风速沿机体的非均匀分布)造成的。如果在计算总体飞行速度 V 和总体迎角 α 及侧滑角 β 时, 考虑的是飞行器质心处的风速 u_w, v_w, w_w 〔式(3-28)和式(3-29)〕, 那末, 风速沿机体的非均匀分布又引起附加的气动力作用。

关于如何计及这些梯度的气动力效应, 有的作者^[24]认为影响气动作用的是飞机相对于空气的角速度 p_r, q_r, r_r

$$\begin{bmatrix} p_r \\ q_r \\ r_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p \\ q \\ r \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} p_w \\ q_w \\ r_w \end{bmatrix} \quad (3-53)$$

而风的角速度 p_w, q_w, r_w 则是由风梯度 $w_{wy} = \partial w_w / \partial y, v_{wx} = \partial v_w / \partial x$ 等造成的

$$\begin{bmatrix} p_w \\ q_w \\ r_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_{wy} - v_{wx} \\ u_{wx} - w_{wy} \\ v_{wx} - u_{wy} \end{bmatrix} \quad (3-54)$$

因而这些角速度应该与飞行器的气动旋转导数(或称动导数)相联系, 例如

$$C_l = \dots + C_{lp} [p - (w_{wy} - v_{wx})] b / 2V \\ + C_{lr} [r - (v_{wx} - u_{wy})] b / 2V + \dots$$

式中 b ——翼展。

这种处理法好像合乎逻辑, 但实际上是不合理的。原因是: 第一, 例如风梯度 w_{wy} 和 v_{wx} 在产生滚转力矩和偏航力矩中的气动力效应是大不相同的(参看图 3-6(a) 与 (b)); 第二, 已经知道, 在地面边界层以外, 风场基本上是无旋流动, 它符合如下

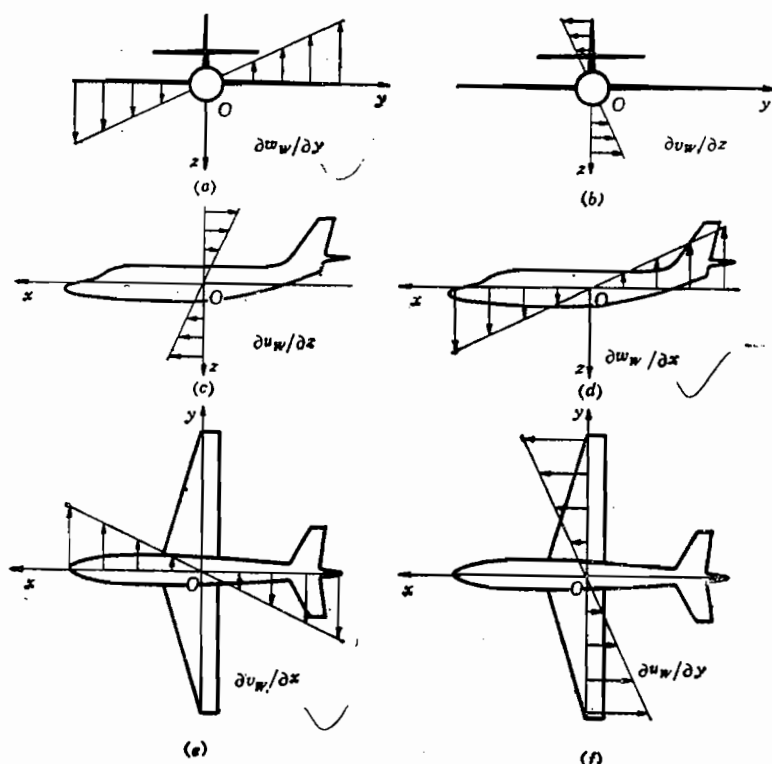


图3-6 风梯度的气动力效应

(a) 梯度 $\partial w_w / \partial y$, (b) 梯度 $\partial v_w / \partial z$, (c) 梯度 $\partial u_w / \partial z$
(d) 梯度 $\partial w_w / \partial x$, (e) 梯度 $\partial v_w / \partial x$, (f) 梯度 $\partial u_w / \partial y$.

条件

$$\left. \begin{aligned} w_{wy} - v_{wx} &= 0 \\ u_{wx} - w_{wx} &= 0 \\ v_{wx} - u_{wy} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-55)$$

若按上述做法, 会导致如下结果: 无旋风场中的风梯度对飞行器不产生任何气动作用。这显然是错误的。

因此, 合理的做法应该是, 不同的风梯度应乘以不同的气动导数, 即

$$\begin{aligned} C_l &= \dots + [C_{lp} p + C_{lp1}(-w_{wy}) + C_{lp2}(v_{wx})] b / 2V \\ &\quad + [C_{lr} r + C_{lr1}(-v_{wx}) + C_{lr2}(u_{wy})] b / 2V + \dots \\ C_m &= \dots + [C_{mq} q + C_{m\dot{\alpha}} \dot{\alpha}_K + C_{mq1}(-u_{wx}) + C_{mq2}(w_{wx})] c_A / 2V + \dots \\ C_n &= \dots + [C_{np} p + C_{np1}(-w_{wy}) + C_{np2}(v_{wx})] b / 2V \\ &\quad + [C_{nr} r + C_{nr1}(-v_{wx}) + C_{nr2}(u_{wy})] b / 2V + \dots \end{aligned} \quad (3-56)$$

式中, c_A 为机翼平均气动强。所有与风梯度相联系的气动导数 (例如 C_{lp1} , C_{lp2}) 都应由理论和实验空气动力学的方法仔细确定。但是目前尚缺少这样的结果, 只得用下述近似方法, 即对于典型飞机外形, 取

$$\begin{aligned} C_{mq1} &\approx 0, \quad C_{mq2} \approx C_{mq} - C_{m\dot{\alpha}}, \\ C_{lp1} &\approx C_{lp}, \quad C_{lp2} \approx 0, \quad C_{lr1} \approx C_{lr}, \quad C_{lr2} \approx 0, \\ C_{np1} &\approx C_{np}, \quad C_{np2} \approx 0, \quad C_{nr1} \approx C_{nr}, \quad C_{nr2} \approx 0 \end{aligned}$$

这是根据典型飞机的气动特点作出的判断, 图 3-6 可以部分地说明此问题。当然, 对于其他外形的飞行器, 应另外考虑。于是, 与风梯度有关的气动力矩系数可以近似写成

$$\begin{aligned} C_l &= \dots + [C_{lp}(p - w_{wy}) + C_{lr}(r - v_{wx})] b / 2V + \dots \\ C_m &= \dots + [C_{mq}(q + w_{wx}) + C_{m\dot{\alpha}}(\dot{\alpha}_K - w_{wx})] c_A / 2V + \dots \\ C_n &= \dots + [C_{np}(p - w_{wy}) + C_{nr}(r - v_{wx})] b / 2V + \dots \end{aligned} \quad (3-57)$$

严格地说, 风梯度对气动力系数 C_L , C_C , C_D 也有影响, 但通常可以忽略不计。

3.5 飞行器运动方程的线性化

3.5.1 运动方程线性化的目的和条件

上述 3.2 节和 3.3 节导出的完整运动方程, 可以用来进行任意风场下飞行器运动的数值仿真, 以得到飞行器运动的时间历程。用这种方法可以解决许多实际问题, 但是, 这样的非线性方程有时不便于进行数学分析处理。

为了便于对飞行器运动作数学分析, 特别为了显示风对飞行的影响, 并为飞行控制系统的设计提供控制对象的数学模型, 需要把飞行器运动方程加以线性化。

为了使线性化方程不过于复杂, 可假设原始飞行状态 (即未扰动状态) 为无风时的对称定常直线飞行状态, 亦即原始状态 (以下标 0 表示) 的参数为

$$\left. \begin{aligned} V_{K0} &= V_0, \quad \alpha_{K0} = \alpha_0, \\ \beta_{K0} &= \beta_0 = 0, \quad \psi_0 = 0, \quad \phi_0 = 0, \quad \mu_0 = 0, \\ q_0 &= 0, \quad p_0 = 0, \quad r_0 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3-58)$$

此外, 假设风速 V_w 远小于飞行速度, 则由风引起的飞行器运动变量的偏差亦为小量。

3.5.2 质心运动方程的线性化

方程 (3-26) 和方程 (3-38) 都是飞行器质心运动方程,但前者在机体坐标系中;后者在航迹坐标系中。

切向力方程和法向力方程的线性化是从方程 (3-38) 的第一行和第三行出发的,其结果是

$$m d\Delta V_K/dt = \Delta T - \Delta D + L_0 \alpha_w + mg \cos \gamma_0 \Delta \gamma \quad (3-59)$$

$$m V_0 d\Delta \gamma/dt = \Delta T (\alpha_0 + \sigma) + \Delta L + D_0 \alpha_w + mg \sin \gamma_0 \Delta \gamma \quad (3-60)$$

侧向力的线性化有两种可能性。

一种可能性是从方程 (3-38) 的第二行出发,得

$$m V_0 \cos \gamma_0 \Delta \dot{\chi} = T_0 (\alpha_0 + \sigma) \Delta \mu + \Delta C + L_0 \Delta \mu$$

因为在基准状态下,有平衡条件

$$T_0 (\alpha_0 + \sigma) + L_0 = mg \cos \gamma_0$$

故上式成为

$$m V_0 \cos \gamma_0 \Delta \dot{\chi} = \Delta C + mg \cos \gamma_0 \Delta \mu \quad (3-61)$$

另一种可能性是根据方程 (3-26) 的第二行

$$m d v_K/dt = m (p w_K - r u_K) + Y + m g \sin \phi \cos \theta$$

由于

$$v_K = V_K \sin \beta_K, \quad w_K = V_K \cos \beta_K \sin \alpha_K, \quad u_K = V_K \cos \beta_K \cos \alpha_K$$

考虑原始(基准)状态的条件式 (3-58), 而且认为 α_0 不大, 可以取

$$\sin \alpha_0 \approx \alpha_0, \quad \cos \alpha_0 \approx 1$$

因此, 线性化结果为

$$m V_0 d\Delta \beta_K/dt = m V_0 (\alpha_0 \Delta p - \Delta r) + \Delta Y + mg \cos \theta_0 \Delta \phi \quad (3-62)$$

以后将主要使用方程 (3-62) 的形式, 因为它比方程 (3-61) 方便。

方程 (3-59), (3-60) 和 (3-62) 中的力增量可以表示为

$$\left. \begin{aligned} \Delta T &= T_v \Delta V + T_a \Delta \alpha + \Delta T_c \\ \Delta L &= L_v \Delta V + D_a \Delta \alpha + \Delta D_c \\ \Delta L &= L_v \Delta V + T_a \Delta \alpha + L_q \Delta q_s + L_z \Delta \dot{\alpha}_s + \Delta L_c \\ \Delta Y &= Y_v \Delta V + Y_a \Delta \alpha + Y_\beta \Delta \beta + Y_p \Delta p_s + Y_r \Delta r_s + \Delta Y_c \end{aligned} \right\} \quad (3-63)$$

式中采用了偏导数的简化符号, 例如 $D_a = \partial D / \partial \alpha$ 。

由方程 (3-62) 的线性化, 可以得到

$$\left. \begin{aligned} \Delta V &= \Delta V_K - u_w \\ \Delta \alpha &= \Delta \alpha_K + \alpha_w = \Delta \alpha_K - w_w / V_0 \\ \Delta \beta &= \Delta \beta_K + \beta_w = \Delta \beta_K - v_w / V_0 \end{aligned} \right\} \quad (3-64)$$

按照 3.4 节的解释, 风速梯度的气动效果可以化成相应的角速度, 即

$$\left. \begin{aligned} \Delta p_s &= \Delta p - w_{wy} \\ \Delta q_s &= \Delta q + w_{wx} \\ \Delta r_s &= \Delta r - v_{wx} \\ \Delta \dot{\alpha}_s &= \Delta \dot{\alpha}_K - w_{wx} \end{aligned} \right\} \quad (3-65)$$

方程 (3-63) 中的四个操纵量可以写成导数形式

$$\begin{aligned}\Delta T_c &= T_{\delta_f} \Delta \delta_f \\ \Delta D_c &= D_{\delta_m} \Delta \delta_m \\ \Delta Y_c &= Y_{\delta_l} \Delta \delta_l + Y_{\delta_n} \Delta \delta_n \\ \Delta L_c &= L_{\delta_m} \Delta \delta_m\end{aligned}\quad (3-66)$$

式中 $\Delta \delta_f$ ——有效油门开度 (由于发动机系统的惯性通常不可忽略, $\Delta \delta_f$ 并不等于驾驶舱中的油门杆偏度);

$\Delta \delta_m$ ——升降舵偏角增量;

$\Delta \delta_l$ ——副翼偏角增量;

$\Delta \delta_n$ ——方向舵偏角增量。

如果飞行器还有其他类型的操纵器 (如直接升力和直接侧力操纵面), 也可按类似方式处理。

利用以上关系式 (3-63), 式 (3-64), 式 (3-65) 和式 (3-66), 把方程 (3-59), (3-60) 和 (3-62) 归纳成

$$\begin{aligned}m(d\Delta V_K/dt) &= (T_V - D_V)(\Delta V_K - u_w) + (T_a - D_a)(\Delta \alpha_K - w_w/V_0) \\ &\quad - L_0 w_w/V_0 - mg \cos \gamma_0 \Delta \gamma + T_{\delta_f} \Delta \delta_f - D_{\delta_m} \Delta \delta_m \\ mV_0 d\Delta \beta_K/dt &= mV_0 \alpha_0 \Delta p - mV_0 \Delta r + Y_V(\Delta V_K - u_w) + Y_a(\Delta \alpha_K - w_w/V_0) \\ &\quad + Y_\beta(\Delta \beta_K - v_w/V_0) + Y_p(\Delta p - w_{wy}) + Y_r(\Delta r - v_{wx}) \\ &\quad + mg \cos \theta_0 \Delta \phi + Y_{\delta_l} \Delta \delta_l + Y_{\delta_n} \Delta \delta_n \\ mV_0(d\Delta \gamma/dt) &= [T_V(\alpha_0 + \sigma) + L_V](\Delta V_K - u_w) + [T_a(\alpha_0 + \sigma) + L_a] \\ &\quad \cdot (\Delta \alpha_K - w_w/V_0) - D_0 w_w/V_0 + mg \sin \gamma_0 \Delta \gamma + L_q(\Delta q + w_{wx}) \\ &\quad + L_\alpha(\Delta \dot{\alpha}_K - w_{wx}) + T_{\delta_f}(\alpha_0 + \sigma) \Delta \delta_f + L_{\delta_m} \Delta \delta_m\end{aligned}\quad (3-67)$$

在同样的条件下, 运动学方程 (3-33) 的线性化结果为

$$\left. \begin{aligned}d\Delta x_g/dt &= \cos \gamma_0 \Delta V_K - V_0 \sin \gamma_0 \Delta \gamma \\ d\Delta y_g/dt &= V_0 \cos \gamma_0 \Delta \chi \\ d\Delta z_g/dt &= -V_0 \cos \gamma_0 \Delta \gamma - \sin \gamma_0 \Delta V_K\end{aligned} \right\} \quad (3-68)$$

3.5.3 转动方程的线性化

考虑到气动力矩的函数关系

$$L = L(V, \alpha, \beta, p, r, \delta_l, \delta_m, w \cdot g \cdot)$$

$$M = M(V, \alpha, \beta, \dot{\alpha}, q, \delta_m, w \cdot g \cdot)$$

$$N = N(V, \alpha, \beta, p, r, \delta_l, \delta_m, w \cdot g \cdot)$$

式中, $w \cdot g \cdot$ 代表风梯度, 有关的式子见式 (3-57)。于是转动动力学方程 (3-50) 的线性化结果为

$$\begin{aligned}I_x d\Delta p/dt - I_{xz} d\Delta r/dt &= L_V(\Delta V_K - u_w) + L_a(\Delta \alpha_K - w_w/V_0) \\ &\quad + L_\beta(\Delta \beta_K - v_w/V_0) + L_p(\Delta p - w_{wy}) + L_r(\Delta r - v_{wx}) + L_{\delta_l} \Delta \delta_l + L_{\delta_n} \Delta \delta_n \\ I_y d\Delta q/dt &= (M_V + T_V e)(\Delta V_K - u_w) + (M_a + T_a e)(\Delta \alpha_K - w_w/V_0) \\ &\quad + M \dot{\alpha}(\Delta \dot{\alpha}_K - w_{wx}) + M_q(\Delta q + w_{wx}) + M_{\delta_m} \Delta \delta_m + T_{\delta_f} e \Delta \delta_f \\ I_z d\Delta r/dt - I_{xz} d\Delta p/dt &= N_V(\Delta V_K - u_w) + N_a(\Delta \alpha_K - w_w/V_0)\end{aligned}$$

$$+N_p(\Delta\beta_K - v_w/V_0) + N_p(\Delta p - w_{wy}) + N_r(\Delta r - v_{wx}) + N_{\delta l}\Delta\delta_l + N_{\delta n}\Delta\delta_n \quad (3-69)$$

式中应用了偏导数符号, 例如, $N_p = \partial N / \partial p$.

运动学方程 (3-51) 的线性化结果是

$$\left. \begin{aligned} d\Delta\phi/dt &= \Delta p + \operatorname{tg}\theta_0 \Delta r \\ d\Delta\theta/dt &= \Delta q \\ d\Delta\psi/dt &= \Delta r / \cos\theta_0 \end{aligned} \right\} \quad (3-70)$$

几何关系式 (3-37) 的线性化结果是

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha_K &= \Delta\theta - \Delta\gamma \\ \Delta\beta_K &= \alpha_0 \Delta\phi - \cos\gamma_0 (\Delta\psi - \Delta\chi) \\ \Delta\mu &= \Delta\phi - \sin\gamma_0 (\Delta\psi - \Delta\chi) \end{aligned} \right\} \quad (3-71)$$

3.5.4 纵向运动方程组

仍然按照飞行力学的传统作法, 将线性化运动方程划分成互相独立的纵向运动方程组和横侧运动方程组。当然这样做是人为的, 因为这样就不得不忽略纵向运动和横侧运动之间的相互影响, 例如 $N_v \Delta V$, $Y_a \Delta\alpha$, ...。

所有包含变量 ΔV_K , $\Delta\alpha_K$, $\Delta\gamma$, Δq , $\Delta\theta$ 和控制量 $\Delta\delta_f$, $\Delta\delta_m$ 以及风扰动量 u_w , w_w , w_{wx} 的方程汇集起来, 组成纵向运动方程组

$$\begin{aligned} m(d\Delta V_K/dt) &= (T_v - D_v)\Delta V_K + (T_a - D_a)\Delta\alpha_K - mg\cos\gamma_0\Delta\gamma \\ &\quad + T_{\delta f}\Delta\delta_f - D_{\delta m}\Delta\delta_m - (T_v - D_v)u_w - (L_0 + T_a - D_a)w_w/V_0 \\ mV_0(d\Delta\gamma/dt) &= [T_v(\alpha_0 + \sigma) + L_v]\Delta V_K + [T_a(\alpha_0 + \sigma) + L_a]\Delta\alpha_K \\ &\quad + mg\sin\gamma_0\Delta\gamma + L_q\Delta q + L_a\Delta\dot{\alpha}_K + T_{\delta f}(\alpha_0 + \sigma)\Delta\delta_f + L_{\delta m}\Delta\delta_m \\ &\quad - [T_v(\alpha_0 + \sigma) + L_v]u_w - [D_0 + T_a(\alpha_0 + \sigma) + L_a]w_w/V_0 \\ &\quad + (L_q - L_a)w_{wx} \\ I_y d\Delta q/dt &= (M_v + T_v e)\Delta V_K + (M_a + T_a e)\Delta\alpha_K + M_q\Delta q \\ &\quad + M_a\Delta\dot{\alpha}_K + T_{\delta f}e\Delta\delta_f + M_{\delta m}\Delta\delta_m - (M_v + T_v e)u_w \\ &\quad - (M_a + T_a e)w_w/V_0 + (M_q - M_a)w_{wx} \\ d\Delta\theta/dt &= \Delta q \\ \Delta\alpha_K &= \Delta\theta - \Delta\gamma \end{aligned} \quad (3-72)$$

然后把该方程组化成标准矩阵形式

$$\begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mV_0 - L_a & 0 & 0 \\ 0 & -M_a & I_y & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\dot{V}_K \\ \Delta\dot{\alpha}_K \\ \Delta\dot{q} \\ \Delta\dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (T_v - D_v) & mg\cos\gamma_0 & 0 & -mg\cos\gamma_0 \\ T_v(\alpha_0 + \sigma) + L_v & T_a(\alpha_0 + \sigma) + L_a - mg\sin\gamma_0 & mV_0 + L_q & mg\sin\gamma_0 \\ M_v + T_v e & M_a + T_a e & M_q & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_K \\ \Delta\alpha_K \\ \Delta q \\ \Delta\theta \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
& + \begin{bmatrix} T_{\delta f} & -D_{\delta m} \\ T_{\delta f}(\alpha_0 + \sigma) & L_{\delta m} \\ T_{\delta f} e & M_{\delta m} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_f \\ \Delta \delta_m \end{bmatrix} \\
& + \begin{bmatrix} -(T_V - D_V) & -(L_0 + T_\alpha - D_\alpha)/V_0 & 0 \\ -[T_V(\alpha_0 + \sigma) + L_V] & -[D_0 + T_\alpha(\alpha_0 + \sigma) + L_\alpha]/V_0 & L_q - L_{\dot{\alpha}} \\ -(M_V + T_V e) & -(M_\alpha + T_\alpha e)/V_0 & M_q - M_{\dot{\alpha}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_w \\ w_w \\ w_{wx} \end{bmatrix} \quad (3-73)
\end{aligned}$$

令：状态矢量

$$x_1 = [\Delta V_K \quad \Delta \alpha_K \quad \Delta q \quad \Delta \theta]^T \quad (3-74)$$

控制矢量

$$u_1 = [\Delta \delta_f \quad \Delta \delta_m]^T \quad (3-75)$$

扰动矢量

$$w_1 = [u_w \quad w_w \quad w_{wx}]^T \quad (3-76)$$

把方程 (3-69) 写成

$$R_1 \dot{x}_1 = A'_1 x_1 + B'_1 u_1 + C'_1 w_1 \quad (3-77)$$

式中, R_1 , A'_1 , B'_1 , C'_1 即是式 (3-69) 中的相应矩阵, 然后化成

$$\dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1 u_1 + C_1 w_1 \quad (3-78)$$

式中

$$A_1 = R_1^{-1} A'_1, \quad B_1 = R_1^{-1} B'_1, \quad C_1 = R_1^{-1} C'_1 \quad (3-79)$$

3.5.5 横侧运动方程组

忽略速度 ΔV 和迎角 $\Delta \alpha$ 对侧力 Y , 滚转力矩 L 和偏航力矩 N 的影响, 把所有包含变量 $\Delta \beta_K$, Δp , Δr , $\Delta \phi$, $\Delta \psi$ 和控制量 $\Delta \delta_f$, $\Delta \delta_m$ 以及风扰动量 u_w , w_w , w_{wx} 的方程汇集起来, 形成横侧运动方程组

$$\begin{aligned}
mV_0 d\Delta \beta_K / dt &= Y_\beta \Delta \beta_K + (Y_p + \alpha_0 mV_0) \Delta p + (Y_r - mV_0) \Delta r \\
&\quad + mg \cos \gamma_0 \Delta \phi + Y_{\delta f} \Delta \delta_f + Y_{\delta m} \Delta \delta_m - Y_\beta v_w / V_0 \\
&\quad - Y_p w_{wy} - Y_r v_{wx} \\
I_x d\Delta p / dt - I_{xz} d\Delta r / dt &= L_\beta \Delta \beta_K + L_p \Delta p + L_r \Delta r + L_{\delta f} \Delta \delta_f \\
&\quad + L_{\delta m} \Delta \delta_m - L_\beta v_w / V_0 - L_p w_{wy} - L_r v_{wx} \\
I_x d\Delta r / dt - I_{xz} d\Delta p / dt &= N_\beta \Delta \beta_K + N_p \Delta p + N_r \Delta r + N_{\delta f} \Delta \delta_f \\
&\quad + N_{\delta m} \Delta \delta_m - N_\beta v_w / V_0 - N_p w_{wy} - N_r v_{wx} \\
d\Delta \phi / dt &= \Delta p + \tan \theta_0 \Delta r \\
d\Delta \psi / dt &= (1 / \cos \theta_0) \Delta r \\
\Delta \chi &= \Delta \psi + (\Delta \beta_K - \alpha_0 \Delta \phi) / \cos \gamma_0 \quad (3-80)
\end{aligned}$$

式 (3-80) 的前四个方程可以化成矩阵形式

$$\begin{bmatrix} mV_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_x & -I_{xz} & 0 \\ 0 & -I_{xz} & I_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Delta \beta_K} \\ \dot{\Delta p} \\ \dot{\Delta r} \\ \dot{\Delta \phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_\beta & Y_p + \alpha_0 mV_0 & Y_r - mV_0 & mg \cos \gamma_0 \\ L_\beta & L_p & L_r & 0 \\ N_\beta & N_p & N_r & 0 \\ 0 & 1 & \tan \theta_0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \beta_K \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta \phi \end{bmatrix}$$

$$+ \begin{bmatrix} Y_{\delta l} & Y_{\delta n} \\ L_{\delta l} & L_{\delta n} \\ N_{\delta l} & N_{\delta n} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \delta_l \\ \Delta \delta_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Y_{\beta}/V_0 & -Y_p & -Y_r \\ -L_{\beta}/V_0 & -L_p & -L_r \\ -N_{\beta}/V_0 & -N_p & -N_r \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_w \\ w_w \\ v_{wx} \end{bmatrix} \quad (3-81)$$

令：状态矢量

$$\mathbf{x}_2 = [\Delta \beta \quad \Delta p \quad \Delta r \quad \Delta \phi]^T \quad (3-82)$$

控制矢量

$$\mathbf{u}_2 = [\Delta \delta_l \quad \Delta \delta_n]^T \quad (3-83)$$

扰动矢量

$$\mathbf{w}_2 = [v_w \quad w_w \quad v_{wx}]^T \quad (3-84)$$

把方程 (3-80) 写成

$$\dot{R}_2 \mathbf{x}_2 = A'_2 \mathbf{x}_2 + B'_2 \mathbf{u}_2 + C'_2 \mathbf{w}_2 \quad (3-85)$$

式中, R_2 , A'_2 , B'_2 , C'_2 即是式 (3-81) 中的相应矩阵, 然后化成

$$\dot{\mathbf{x}}_2 = A_2 \mathbf{x}_2 + B_2 \mathbf{u}_2 + C_2 \mathbf{w}_2 \quad (3-86)$$

式中

$$A_2 = R_2^{-1} A'_2, \quad B_2 = R_2^{-1} B'_2, \quad C_2 = R_2^{-1} C'_2 \quad (3-87)$$

3.5.6 动力学导数的表示法

为了推导方便, 上述各运动方程中, 都使用有因次的动力学导数, 例如

$$M_q = \partial M / \partial q \quad [\text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}]$$

但实际上风洞试验或气动计算给出的往往是无因次的气动导数, 例如

$$C_{mq} = \frac{\partial C_m}{\partial q^*}$$

$$C_m = \frac{M}{\frac{1}{2} \rho V^2 S c}$$

$$q^* = \frac{qc}{2V}$$

因此, 必须注意这两种导数之间的换算。

下面, 按新的航空标准⁽⁴⁰⁾的规定, 列出方程所包含的导数的换算公式

$$D_a = C_{D\alpha} \frac{1}{2} \rho V^2 S$$

$$L_o = C_{L\alpha} \frac{1}{2} \rho V^2 S$$

$$L_a = C_{L\dot{\alpha}} \frac{1}{4} \rho V S c$$

$$L_q = C_{Lq} \frac{1}{4} \rho V S c$$

$$Y_{\beta} = C_{Y\beta} \frac{1}{2} \rho V^2 S$$

$$Y_p = C_{Yp} \frac{1}{4} \rho V S b$$

$$Y_r = C_{Yr} \frac{1}{4} \rho V S b$$

$$L_\beta = C_{L\beta} \frac{1}{2} \rho V^2 S b$$

$$L_p = C_{Lp} \frac{1}{4} \rho V S b^2$$

$$L_r = C_{Lr} \frac{1}{4} \rho V S b^2$$

$$M_a = C_{ma} \frac{1}{2} \rho V^2 S c$$

$$M_{\dot{a}} = C_{m\dot{a}} \frac{1}{4} \rho V S c^2$$

$$M_q = C_{mq} \frac{1}{4} \rho V S c^2$$

$$N_\beta = C_{n\beta} \frac{1}{2} \rho V^2 S b$$

$$N_p = C_{np} \frac{1}{4} \rho V S b^2$$

$$N_r = C_{nr} \frac{1}{4} \rho V S b^2$$

(3-88)

式中 c ——机翼平均气动弦长;
 b ——机翼展长。

第四章 飞机对大气紊流的响应

大气紊流是随机过程, 它的特性只能用统计的方法, 即用频谱函数或相关函数来描述。第二章已经给出了大气紊流的统计特性, 即紊流速度和梯度的频谱函数和相关函数。

第三章系统地推导了在任意变化风场中飞行器的运动方程, 而且在风速度远小于飞行速度的条件下, 得到了以风速度及其梯度为扰动量的线性化运动方程组, 并且近似地分成独立的两组: 纵向运动方程组和横侧运动方程组。

本章将研究飞机在大气紊流中运动的特性, 即飞机对大气紊流的响应。

4.1 线性系统的传递函数矩阵

4.1.1 状态方程和输出方程

研究飞机对大气紊流响应的主要方法是功率密度谱 (PDS) 法, 即由已知的大气紊流频谱 (功率密度谱) 和飞机运动量对大气紊流量的传递函数, 计算出飞机运动量响应的频谱, 因响应频谱包含着飞机响应的全部信息, 故还可求出响应量的相关函数和方差。

下面阐述一般线性系统的传递函数的求法。第三章最后得到的线性化的飞机纵向或横侧运动方程组都可以归属于如下形式的线性系统状态方程

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} + \mathbf{C}\mathbf{z} \quad (4-1)$$

其中, $\mathbf{x}$ 是 n 维状态矢量, $\mathbf{u}$ 是 r 维控制矢量, $\mathbf{z}$ 是 l 维扰动矢量。

m 维输出矢量 $\mathbf{y}$ 一般可写成

$$\mathbf{y} = \mathbf{D}\mathbf{x} + \mathbf{E}\dot{\mathbf{x}} + \mathbf{H}\mathbf{u} + \mathbf{F}\mathbf{z} \quad (4-2)$$

计及方程 (4-1), 则成为

$$\begin{aligned} \mathbf{y} &= (\mathbf{D} + \mathbf{E}\mathbf{A})\mathbf{x} + (\mathbf{H} + \mathbf{E}\mathbf{B})\mathbf{u} + (\mathbf{F} + \mathbf{E}\mathbf{C})\mathbf{z} \\ &= \mathbf{D}_*\mathbf{x} + \mathbf{H}_*\mathbf{u} + \mathbf{F}_*\mathbf{z} \end{aligned} \quad (4-3)$$

其中

$$\mathbf{D}_* = \mathbf{D} + \mathbf{E}\mathbf{A}, \quad \mathbf{H}_* = \mathbf{H} + \mathbf{E}\mathbf{B}, \quad \mathbf{F}_* = \mathbf{F} + \mathbf{E}\mathbf{C} \quad (4-4)$$

4.1.2 开环传递函数

在开环情况下, 控制矢量 $\mathbf{u}$ 是独立的 (见图 4-1), 由状态方程 (4-1), 得到状态矢量对控制矢量的传递函数矩阵为

$$\mathbf{G}_{xu}(s) = \frac{\mathbf{x}(s)}{\mathbf{u}(s)} = (s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{B} \quad (4-5)$$

它是 $n \times r$ 维矩阵, 其元素 $(G_{xu})_{ij}$ 是 x_i 对 u_j 的传递函数

$$(G_{xu})_{ij} = G_{x_i u_j}(s) = \frac{x_i(s)}{u_j(s)} \quad (4-6)$$

本书采用简化的符号, 即用 $x(s)$ 表示 $x(t)$ 的 Laplace 变换。

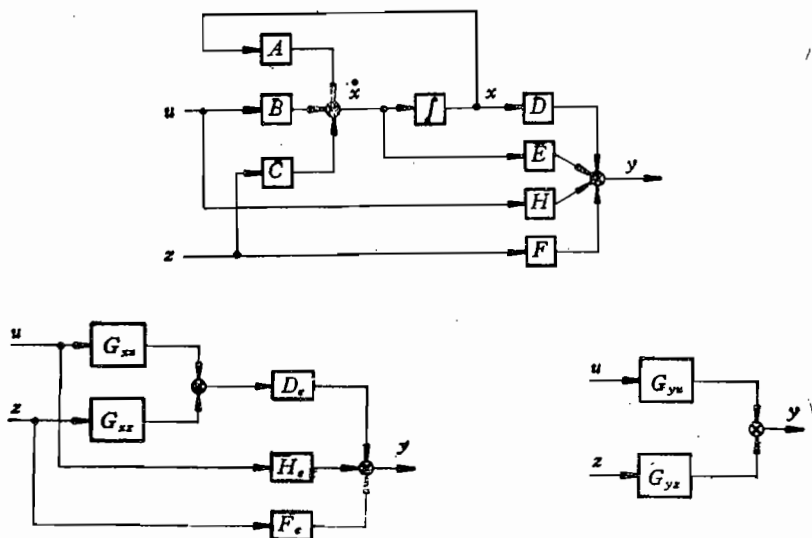


图 4-1 开环系统方块图

同样地, 状态矢量对扰动矢量的传递函数矩阵为

$$G_{xz}(s) = \frac{x(s)}{z(s)} = (sI - A)^{-1}C \quad (4-7)$$

它是 $n \times l$ 维的。

根据输出方程 (4-3), 得到输出矢量对控制矢量的 $m \times r$ 维传递函数矩阵

$$\begin{aligned} G_{yu}(s) &= \frac{y(s)}{u(s)} = D_e G_{xu}(s) + H_e \\ &= D_e (sI - A)^{-1} B + H_e \end{aligned} \quad (4-8)$$

输出矢量对扰动矢量的 $m \times l$ 维传递函数矩阵

$$\begin{aligned} G_{yz}(s) &= \frac{y(s)}{z(s)} = D_e G_{xz}(s) + F_e \\ &= D_e (sI - A)^{-1} C + F_e \end{aligned} \quad (4-9)$$

上述公式出现的逆矩阵可以按下列公式计算

$$\begin{aligned} (sI - A)^{-1} &= \frac{\text{adj}(sI - A)}{\det(sI - A)} \\ &= \frac{Q_n s^n + Q_{n-1} s^{n-1} + \cdots + Q_1 s + Q_0}{p_n s^n + p_{n-1} s^{n-1} + \cdots + p_1 s + p_0} \end{aligned} \quad (4-10)$$

式中, 系数 p_i 和 n 阶矩阵 Q_i 按如下递推公式计算

$$\left. \begin{aligned} p_n &= 1, \quad Q_n = 0 \\ Q_{n-k} &= p_{n-k+1} I + A Q_{n-k+1} \\ p_{n-k} &= -\text{Sp}(A Q_{n-k}) / k \end{aligned} \right\} \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (4-11)$$

式中, Sp 表示矩阵的迹。

附录四提供一个按式 (4-11) 编制的子程序 FADEEV。

把式 (4-10) 代入式 (4-8), 得到

$$G_{yu}(s) = \frac{R_n s^n + R_{n-1} s^{n-1} + \dots + R_1 s + R_0}{p_n s^n + p_{n-1} s^{n-1} + \dots + p_1 s + p_0} \quad (4-12)$$

式中, $m \times r$ 维矩阵为

$$R_k = D_k Q_k B + p_k H, \quad (k = 0, 1, \dots, n) \quad (4-13)$$

把式 (4-10) 代入式 (4-9), 得到

$$G_{ys}(s) = \frac{T_n s^n + T_{n-1} s^{n-1} + \dots + T_1 s + T_0}{p_n s^n + p_{n-1} s^{n-1} + \dots + p_1 s + p_0} \quad (4-14)$$

式中, $m \times l$ 维矩阵为

$$T_k = D_k Q_k C + p_k F, \quad (k = 0, 1, \dots, n) \quad (4-15)$$

4.1.3 闭环传递函数

一般情况下, 自动控制方程为 (参看图 4-2)

$$u = K_1 x + K_2 \dot{x} + Pz \quad (4-16)$$

式中, K_1 和 K_2 为 $r \times n$ 维反馈矩阵, P 为 $r \times l$ 维前馈矩阵 (或称补偿矩阵)。

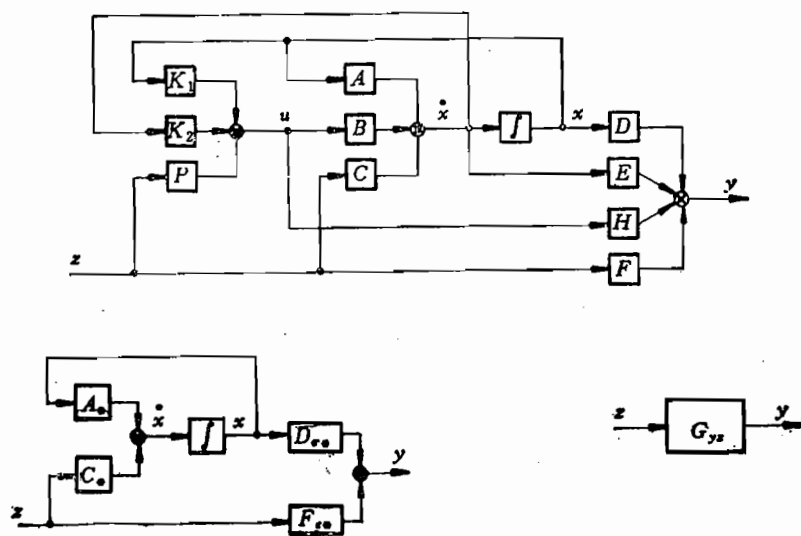


图 4-2 闭环系统方块图

把控制方程 (4-16) 代入状态方程 (4-1), 得

$$(I - BK_2) dx/dt = (A + BK_1)x + (C + BP)z \quad (4-17)$$

于是系统方程为

$$dx/dt = A_* x + C_* z \quad (4-18)$$

式中

$$\left. \begin{aligned} A_* &= (I - BK_2)^{-1}(A + BK_1) \\ C_* &= (I - BK_2)^{-1}(C + BP) \end{aligned} \right\} \quad (4-19)$$

由方程 (4-18) 得到闭环情况下状态矢量对扰动矢量的 $n \times l$ 维传递函数矩阵

$$G_{zs}(s) = (sI - A_*)^{-1} C_* \quad (4-20)$$

把式 (4-16) 和 (4-18) 代入输出方程 (4-2), 得

$$y = D_{**}x + F_{**}z \quad (4-21)$$

式中

$$\begin{aligned} D_{**} &= (D + EA) + (H + EB)(K_1 + K_2 A_*) \\ F_{**} &= (F + EC) + (H + EB)(P + K_2 C_*) \end{aligned} \quad (4-22)$$

于是闭环情况下输出矢量对扰动矢量的 $m \times l$ 维传递函数矩阵为

$$\begin{aligned} G_{yz}(s) &= D_{**}G_{zx}(s) + F_{**} \\ &= D_{**}(sI - A_*)^{-1}C_* + F_{**} \end{aligned} \quad (4-23)$$

可见, 闭环情况下对扰动矢量传递函数的计算可以完全利用开环情况下的相应公式, 只需要作如下代换

$$\begin{aligned} A &\rightarrow A_*, & C &\rightarrow C_* \\ D &\rightarrow D_{**}, & F &\rightarrow F_{**} \end{aligned} \quad (4-24)$$

利用以上一般公式, 可以求出开环和闭环情况下飞机运动对紊流的传递函数。但关于飞机运动的输出矢量和输出方程以及控制方程, 在第三章中尚未提到, 将在后面阐述。

4.2 输出(响应)的频谱和方差的计算

4.2.1 输出(响应)频谱的计算

以上已得到了线性系统的输出矢量 y 对扰动矢量 (更一般地说应是输入矢量) z 的传递函数矩阵

$$G_{yz}(s) = \begin{bmatrix} G_{11}(s) \cdots G_{1l}(s) \\ \vdots \\ G_{m1}(s) \cdots G_{ml}(s) \end{bmatrix} \quad (4-25)$$

为了简单, 元素 G 的下标 yz 省略了。因此, 当扰动 (或输入) 已知时, 可以求出响应 (或输出)。

在飞机对大气紊流的响应问题中, 扰动 (输入) 是多变量随机过程, 而且它的频谱函数矩阵为已知

$$\Phi_z(\omega) = \begin{bmatrix} \Phi_{z,z_1}(\omega) \cdots \Phi_{z,z_l}(\omega) \\ \vdots \\ \Phi_{z,z_1}(\omega) \cdots \Phi_{z,z_l}(\omega) \end{bmatrix} \quad (4-26)$$

飞机的响应 (输出) 也是多变量随机过程, 欲求它的频谱函数矩阵

$$\Phi_y(\omega) = \begin{bmatrix} \Phi_{y,y_1}(\omega) \cdots \Phi_{y,y_m}(\omega) \\ \vdots \\ \Phi_{y,y_1}(\omega) \cdots \Phi_{y,y_m}(\omega) \end{bmatrix} \quad (4-27)$$

参考文献 [6] 已经证明了, 输出和输入的频谱矩阵是通过传递函数矩阵 G_{yz} (以下简称 G) 按如下公式联系的

$$\begin{aligned} \Phi_y(\omega) &= G^*(i\omega)\Phi_z(\omega)G^T(i\omega) \\ &(m \times m)(m \times l)(l \times l)(l \times m) \end{aligned} \quad (4-28)$$

式中, 上角 * 表示复共轭, T 表示转置。展开形式是

$$\begin{aligned}
 \Phi_{y_j y_j} &= \sum_{k=1}^l [G_{jk}^* (\Phi_z G^T)_{kj}] \\
 &= \sum_{k=1}^l \left[G_{jk}^* \sum_{p=1}^l \Phi_{z_k z_p} G_{jp} \right] \\
 &\quad (i=1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, m) \quad (4-29)
 \end{aligned}$$

特别重要的是对角线元素 (即响应分量的自频谱)

$$\Phi_{y_i y_i} = \sum_{k=1}^l \sum_{p=1}^l G_{ik}^* G_{ip} \Phi_{z_k z_p} \quad (4-30)$$

由于频谱函数的对称共轭性质

$$\Phi_{z_p z_k}(\omega) = \Phi_{z_k z_p}^*(\omega) \quad (4-31)$$

所以

$$\begin{aligned}
 \Phi_{y_i y_i}(\omega) &= \sum_{k=1}^l |G_{ik}(i\omega)|^2 \Phi_{z_k z_k}(\omega) \\
 &\quad + \sum_{k=1}^{l-1} \sum_{p=k+1}^l 2\operatorname{Re}[G_{ik}^*(i\omega) G_{ip}(i\omega) \Phi_{z_k z_p}(\omega)] \\
 &\quad (i=1, 2, \dots, m) \quad (4-32)
 \end{aligned}$$

上述公式包含复数运算。为了避免复数运算, 可以采用另一种形式的公式。由式 (4-14) 可见, 矩阵 $G_{ys}(s)$ 的所有元素的分子是共同的 (即与 i 无关), 因而可以令

$$G_{ij}(i\omega) = \frac{a_{ij}(\omega) + ib_{ij}(\omega)}{c(\omega) + id(\omega)} \quad (4-33)$$

和

$$\Phi_{z_i z_j} = \xi_{ij}(\omega) + i\eta_{ij}(\omega) \quad (4-34)$$

把式 (4-33) 和式 (4-34) 代入式 (4-30), 并且利用关系式 (4-31), 经过一些推导后得到公式

$$\begin{aligned}
 \Phi_{y_i y_i}(\omega) &= \frac{1}{c^2 + d^2} \sum_{k=1}^l \sum_{p=1}^l [(a_{ik}a_{ip} + b_{ik}b_{ip})\xi_{kp} \\
 &\quad + (b_{ik}a_{ip} - a_{ik}b_{ip})\eta_{kp}] \quad (4-35)
 \end{aligned}$$

4.2.2 输出 (响应) 方差的计算

在按公式 (4-32) 或式 (4-35) 计算了运动响应量 y_i 的频谱以后, 可以计算 y_i 的方差 (为了简单, 暂时省略下标 i)

$$\sigma_y^2 = R_{yy}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{yy}(\omega) d\omega \quad (4-36)$$

由于 $\Phi_{yy}(\omega)$ 是 ω 的偶函数, 故可以把双侧积分转化成单侧积分

$$\sigma_y^2 = 2 \int_0^{\infty} \Phi_{yy}(\omega) d\omega \quad (4-37)$$

考虑到函数 $\Phi_{yy}(\omega)$ 的特点以及 ω 的变化范围, 把上式再加以变换

$$\begin{aligned}\sigma_y^2 &= 2 \int_0^\infty \omega \Phi_{yy}(\omega) \frac{d\omega}{\omega} \\ &= 2 \int_{-\infty}^\infty \omega \Phi_{yy}(\omega) d \lg \omega\end{aligned}$$

或

$$\sigma_y^2 = 2 \times 2.303 \int_{-\infty}^\infty \omega \Phi_{yy}(\omega) d \lg \omega \quad (4-38)$$

由于函数 $\omega \Phi_{yy}(\omega)$ 在 $\lg \omega$ 的正向和负向都趋近于零, 因而积分区间可以取为有限的, 即

$$\sigma_y^2 \approx 2 \times 2.303 \int_a^b \omega \Phi_{yy}(\omega) d \lg \omega \quad (4-39)$$

积分下限 a 和上限 b 的选取, 既要考虑积分精度要求, 又要考虑飞机运动数学模型 (包含紊流分量的运动方程) 的适用范围。例如, 当紊流波长 λ 小于飞机特征长度 L 的若干倍时, 紊流的线性化模型就失去了意义, 因而频率 ω 取得太大是没有意义的。

公式 (4-38) 表明, 曲线 $\omega \Phi_{yy}(\omega)$ 与横轴 $\lg \omega$ 之间面积的 4.606 倍就是 σ_y^2 , 见图 4-3。

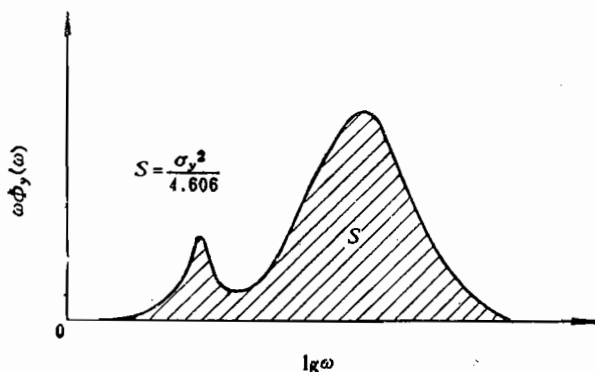


图4-3 曲线 $\omega \Phi_{yy}(\omega) = f(\lg \omega)$ 的意义

4.3 飞机运动的输出矢量和输出方程

第三章推导了以紊流 (或突风) 为扰动量的飞机运动方程 (3-78) 或方程 (3-86), 其中 x_1 或 x_2 是状态矢量。为了评定飞机对紊流的响应特性, 应适当选择输出矢量 y_1 或 y_2 , 并且建立输出方程。

对于飞机纵向运动来说, 适宜的输出矢量是

$$y_1 = [\Delta V_K \quad \Delta V \quad \Delta \alpha \quad \Delta q \quad \Delta \theta \quad \Delta n_{zp}]^T \quad (4-40)$$

式中, ΔV 和 $\Delta \alpha$ 的表达式已在式 (3-64) 中给出

$$\Delta V = \Delta V_K - u_w \quad (4-41)$$

$$\Delta \alpha = \Delta \alpha_K - w_w / V_0$$

而 Δn_{zp} 是飞机纵轴上坐标为 x_p 的点 P 处的 z 向过载, 它与重心处过载 Δn_z 的关系为

$$\Delta n_{zp} = \Delta n_z - \frac{1}{g} x_p \Delta \dot{q} \quad (4-42)$$

另一方面, 从线性化运动方程出发, 有

$$mV_0\Delta\dot{\gamma} = \Delta L + mg\sin\gamma_0\Delta\gamma \quad (4-43)$$

按定义, 重心处过载

$$\Delta n_x = -\Delta L/mg \quad (4-44)$$

此外, 有

$$\Delta\gamma = \Delta\theta - \Delta\alpha_K, \quad \Delta\dot{\gamma} = \Delta\dot{\theta} - \Delta\dot{\alpha}_K \quad (4-45)$$

把式 (4-43)~式 (4-45) 代入式 (4-42), 得

$$\Delta n_{x_p} = -\frac{V_0}{g}(\Delta\dot{\theta} - \Delta\dot{\alpha}_K) + \sin\gamma_0(\Delta\theta - \Delta\alpha_K) - \frac{1}{g}x_p\Delta\dot{q} \quad (4-46)$$

综合以上结果, 得到输出矢量的表达式

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta V_K \\ \Delta\gamma \\ \Delta\alpha \\ \Delta q \\ \Delta\theta \\ \Delta n_{x_p} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\sin\gamma_0 & 0 & \sin\gamma_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_K \\ \Delta\alpha_K \\ \Delta q \\ \Delta\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_0}{g} & \frac{-x_p}{g} & \frac{-V_0}{g} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\dot{V}_K \\ \Delta\dot{\alpha}_K \\ \Delta\dot{q} \\ \Delta\dot{\theta} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1/V_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_w \\ w_w \\ w_{wx} \end{bmatrix} \quad (4-47) \end{aligned}$$

这就形成了式 (4-2) 的标准形式

$$\dot{y}_1 = D_1 x_1 + E_1 \dot{x}_1 + F_1 z_1 \quad (4-48)$$

式中, D_1 , E_1 , F_1 是方程 (4-48) 中的相应矩阵。

对于飞机横侧运动来说, 适宜的输出矢量是

$$y_2 = [\Delta\beta \quad \Delta p \quad \Delta r \quad \Delta\phi \quad \Delta n_{y_p}]^T \quad (4-49)$$

式中, $\Delta\beta$ 容易由式 (3-64) 得到

$$\Delta\beta = \Delta\beta_K - v_w/V_0 \quad (4-50)$$

而 Δn_{y_p} 是在飞机纵轴上坐标为 x_p 的点 P 处的横向过载, 它与重心处的过载 Δn_y 的关系为

$$\Delta n_{y_p} = \Delta n_y + \frac{1}{g}x_p\Delta\dot{r} \quad (4-51)$$

而按定义

$$\Delta n_y = \Delta Y/mg \quad (4-52)$$

由第三章方程 (3-67) 中第二式的线性化结果

$$mV_0\Delta\dot{\beta}_K = m(\alpha_0 V_0\Delta p - V_0\Delta r) + \Delta Y + mg\cos\theta_0\Delta\phi \quad (4-53)$$

将式 (4-52), 式 (4-53) 代入式 (4-51), 得

$$\Delta n_{y_p} = \frac{V_0}{g}(-\alpha_0\Delta p + \Delta r + \Delta\dot{\beta}_K) - \cos\theta_0\Delta\phi + \frac{1}{g}x_p\Delta\dot{r} \quad (4-54)$$

所以, 输出矢量的表达式为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta\phi \\ \Delta n_{yp} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -a_0 V_0/g & V_0/g & -\cos\theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta_K \\ \Delta p \\ \Delta r \\ \Delta\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ V_0/g & 0 & x_p/g & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\Delta\beta_K} \\ \dot{\Delta p} \\ \dot{\Delta r} \\ \dot{\Delta\phi} \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -1/V_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{Wx} \\ w_{Wy} \\ v_{Wz} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4-55)$$

亦即

$$\mathbf{y}_2 = D_2 \mathbf{x}_2 + E_2 \dot{\mathbf{x}}_2 + F_2 \mathbf{z}_2 \quad (4-56)$$

式中, D_2 , E_2 , F_2 是方程 (4-55) 中的相应矩阵。

4.4 飞机对大气紊流的响应——算例

本节通过一个典型例子来介绍飞机对大气紊流的响应。

取 Airbus-300 飞机作为计算对象。取两个飞行状态:

- 状态 1 (S1): $V=117.8\text{m/s}$ ($M=0.35$), $H=1000\text{m}$, 构型 2;
- 状态 2 (S2): $V=151.5\text{m/s}$ ($M=0.45$), $H=1000\text{m}$, 构型 2。

飞机的总体数据取为:

质量 $m=0.130 \times 10^6 \text{kg}$

机翼面积 $S=260\text{m}^2$

机翼平均弦长 $c=6.608\text{m}$

机翼展长 $b=44.8\text{m}$

惯性矩和惯性积

$$I_x = 6.011 \times 10^6 \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_y = 10.53 \times 10^6 \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_z = 15.73 \times 10^6 \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

$$I_{xz} = -0.330 \times 10^6 \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

推力偏心距 $e_p=2.65\text{m}$

推力偏斜角 $\sigma_p=0$

质心位置 $\bar{x}_{cg}=0.30$

状态 S1 的条件

$$V_0=117.8\text{m/s}, \quad H_0=1000\text{m}$$

$$q=7714.45\text{N/m}^2, \quad \alpha_0=0.06133\text{rad}$$

横侧向气动导数为 (注: A300 的纵向和横侧向气动系数和导数, 都以机翼平均弦长作为参考长度)

$$C_{y\beta} = -1.06500$$

$$C_{y\dot{\beta}} = 0.51905$$

$$\begin{aligned}
 C_{yr} &= 2.20000 & C_{i\beta} &= -1.26109 \\
 C_{ip} &= -9.85944 & C_{ir} &= 3.95391 \\
 C_{n\beta} &= 1.14675 & C_{np} &= -2.68805 \\
 C_{nr} &= -6.77410
 \end{aligned}$$

在此状态下计算出横侧运动的特征值为

$$\begin{aligned}
 s_{1,2} &= -0.18890 \pm 1.27104 i \\
 s_3 &= -1.30100 \\
 s_4 &= -0.00599
 \end{aligned}$$

(纵向气动参数略)

按照飞行品质规范^[7], 在此高度上:

——紊流尺度 $L_w = 2L_v = 2L_u = 530 \text{ m}$

——紊流强度 $\sigma_u = \sigma_v = \sigma_w = 1.766 \text{ m/s}$

为了表示一个量 y 的功率谱密度, 将画出两类曲线: A类曲线, 以 $\lg \omega$ 为横轴, 以 $\lg[\Phi_y(\omega)/\sigma^2]$ 为纵轴, 其中 σ 是紊流强度。这样的曲线以 $A_y(\omega)$ 表示。这对应于系统理论中的Bode曲线, 是工程中常用的形式; B类曲线, 以 $\lg \omega$ 为横轴, 以 $\omega \Phi_y(\omega)$ 为纵轴, 这样的曲线以 $B_y(\omega)$ 标记。它的优点是, 曲线以下的面积代表 (正比于) σ_y^2 (见式 (4-38)), 曲线 $B_y(\omega)$ 反映频率域内能量的分布状况。

下面分别讲述纵向运动和横侧运动中飞机的响应特性。

4.4.1 纵向运动中飞机的响应

飞机纵向运动的状态矢量为

$$\mathbf{x}_1 = [\Delta V_K \quad \Delta \alpha_K \quad \Delta q \quad \Delta \theta]^T$$

输出矢量为

$$\mathbf{y}_1 = [\Delta V_K \quad \Delta V \quad \Delta \alpha \quad \Delta q \quad \Delta \theta \quad \Delta n_x]^T$$

在算例中, 取 $x_p = 0$, 即仅研究质心处的过载, 故 Δn_x 简写为 Δn_z 。

按本章讲述的方法, 计算了各个输出量 (即飞机响应量) 的功率谱密度谱。其中, ΔV , $\Delta \alpha$ 和 Δn_z 的 B 类曲线见图 4-4。

值得注意的是, $\Delta \alpha$ 和 Δn_z 的曲线有两个峰值, 分别对应于长周期模态和短周期模态的频率; 而 ΔV 的曲线则只有一个峰值, 对应于长周期模态频率。这两个模态的频率值为

——长周期模态频率 $\omega_{ps} = 0.105 \text{ (rad/s)}$ (状态 S1)

0.082 (rad/s) (状态 S2)

——短周期模态频率 $\omega_{sp} = 1.648 \text{ (rad/s)}$ (状态 S1)

2.119 (rad/s) (状态 S2)

飞行状态 S1 下的 ΔV , $\Delta \alpha$ 和 Δn_z 的 A 类曲线见图 4-5。

紊流速度 u_w , w_w 和梯度 w_{wx} ($= \partial w_w / \partial x$) 的 A 类曲线见图 4-6 (a)。

以上计算包含了紊流的完整作用, 即速度 u_w , w_w 和梯度 w_{wx} ($= \partial w_w / \partial x$) 的自频谱和互频谱作用。为了揭示梯度 w_{wx} 在里面所起作用的大小, 还计算了一种情况, 即忽略梯度 w_{wx} 作用的情况。对于飞行状态 S1, 完整输入情况和忽略 w_{wx} 的情况下, ΔV , $\Delta \alpha$,

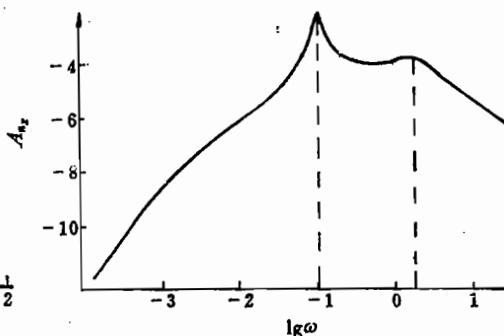
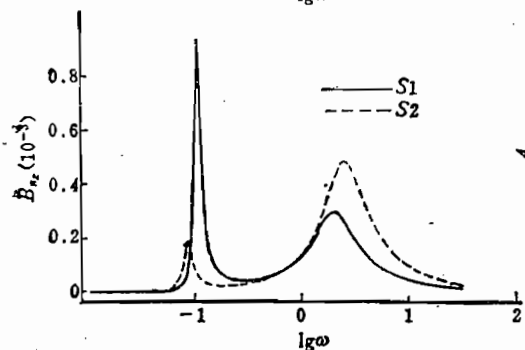
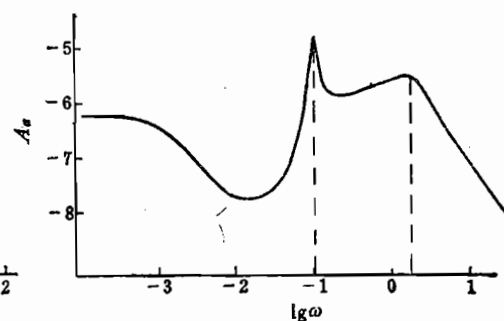
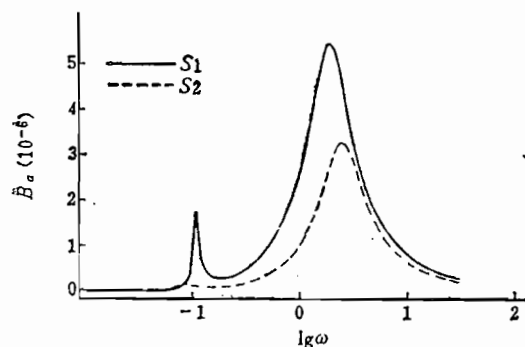
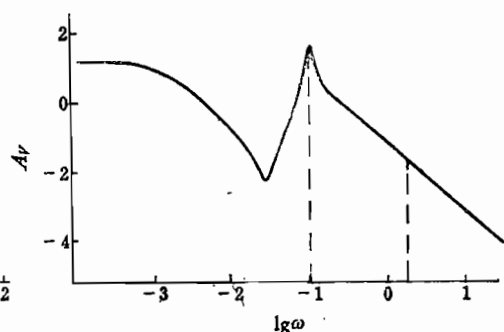
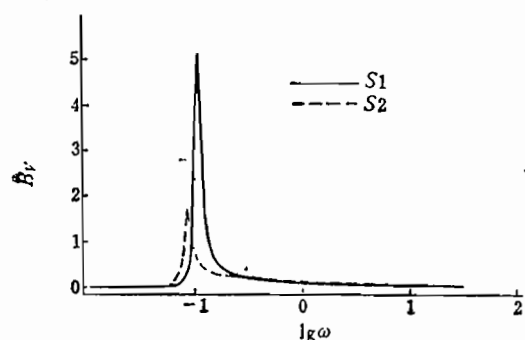
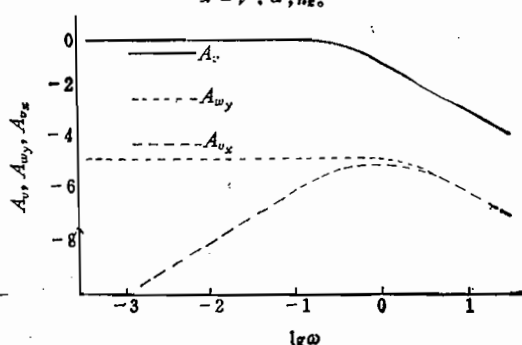
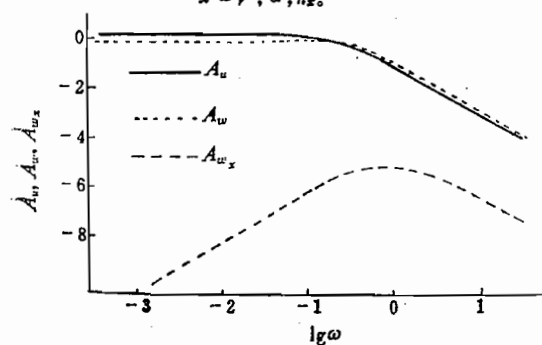


图4-4 状态S1和S2下飞机纵向运动响应的频谱: B类曲线

图中符号 $B_x = \omega \phi_x(\omega) / \sigma^2$, 其中下标 $x = V, \alpha, n_z$ 。

图4-5 状态S1下飞机纵向运动响应的频谱: A类曲线

图中符号 $A_x = \lg[\phi_x(\omega) / \sigma^2]$, 其中下标 $x = V, \alpha, n_z$ 。



(a)

(b)

图4-6 紊流的频谱

(a) u_w, w_w, w_{wx} 的A类曲线; (b) v_w, w_{wy}, v_{wx} 的A类曲线。

图中符号 $A_x = \lg[\Phi_x(\omega) / \sigma^2]$, 其中下标 $x = u_w, v_w, w_w, u_{wx}, w_{wx}, w_{wy}$ 。

Δn_x 的 B 类曲线见图 4-7。两种情况下的响应均方根值 σ 见表 4-1。图线和表格都表明, 梯度 w_{wx} 的作用是不显著的。

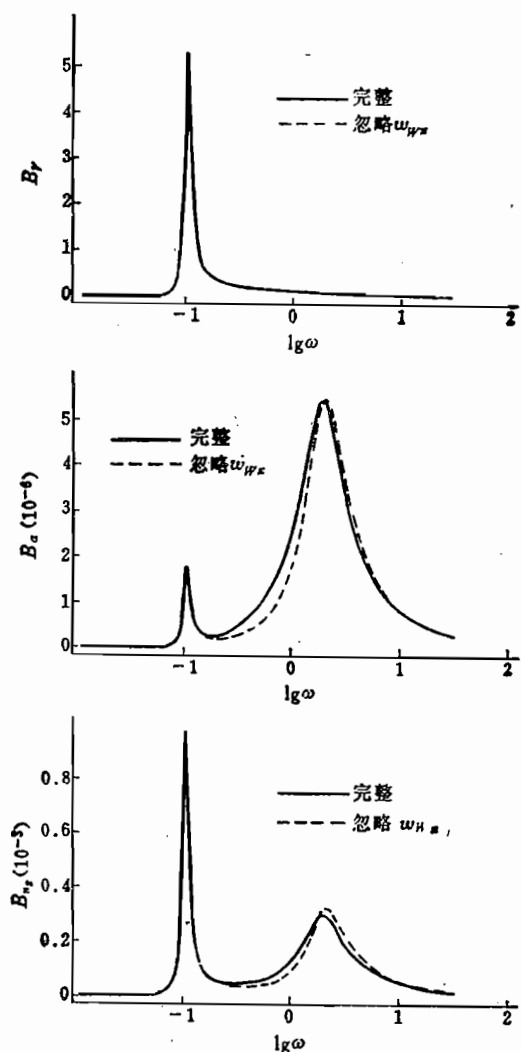


图4-7 紊流梯度 w_{wx} 在飞机纵向运动响应中的作用

图中符号 $B_x = \omega \Phi_x(\omega) / \sigma^2$, 其中下标 $x = V, \alpha, n_x$ 。

表4-1 飞机纵向运动响应的均方根值 σ

	条 件		
	状态 S1 完整输入	状态 S1 无 w_{wx} 输入	状态 S2 完整输入
σ_{VK} (m/s)	2.896	2.960	1.971
σ_V (m/s)	3.181	3.240	2.495
σ_α (rad)	0.00769	0.00741	0.00581
σ_q (r/s)	0.00785	0.00951	0.00711
σ_θ (rad)	0.0317	0.0329	0.0178
σ_{nx}	0.0684	0.0689	0.0736

4.4.2 横侧运动中飞机的响应

飞机横侧运动的状态矢量为

$$x_2 = [\Delta\beta_K \quad \Delta p \quad \Delta r \quad \Delta\phi]^T$$

输出矢量为

$$y_2 = [\Delta\beta \quad \Delta p \quad \Delta r \quad \Delta\phi \quad \Delta n_{y,p}]^T$$

针对两个飞行状态 (S1, S2), 计算了各个输出量 (飞机响应量) 的功率密度频谱。其中, $\Delta\beta$ 和 Δn_y 的 B 类曲线见图 4-8。这些曲线有一个与荷兰滚模态频率 (状态 S1 下 $\omega_{dr}=1.271\text{rad/s}$, 状态 S2 下 $\omega_{dr}=1.520\text{rad/s}$) 对应的峰值。但是, $\Delta\phi$ 的曲线还有另一个峰值, 它对应于很低的频率 (状态 S1 下, $\omega_*=0.00562\text{rad/s}$)。关于这个频率的物理意义及该峰值产生的原因, 在参考文献[26]中有详细的解释。

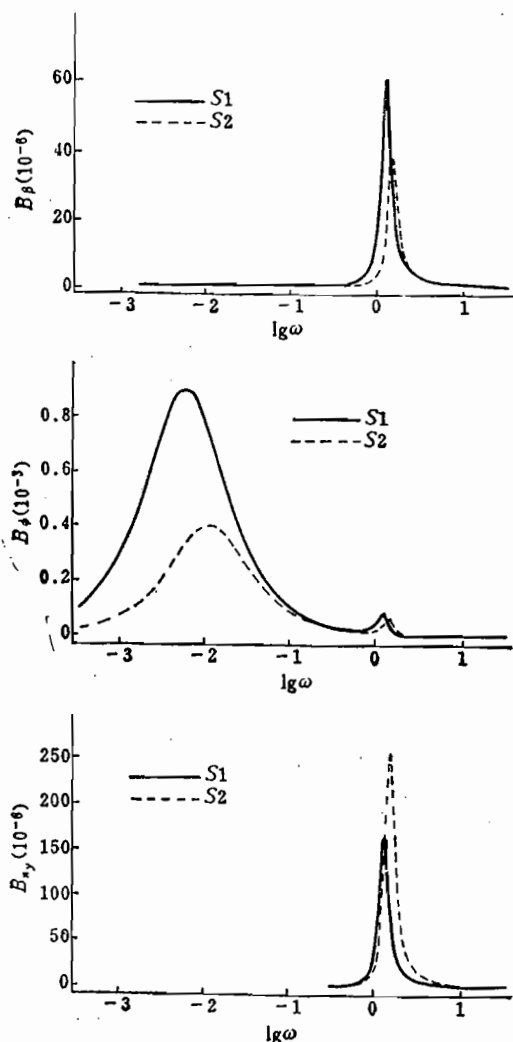


图 4-8 状态 S1 和 S2 下飞机横侧运动响应的频谱: B 类曲线

图中符号 $B_x = \omega \Phi_x(\omega) / \sigma^2$, 其中下标 $x = \beta, \phi, n_{y,p}$ 。

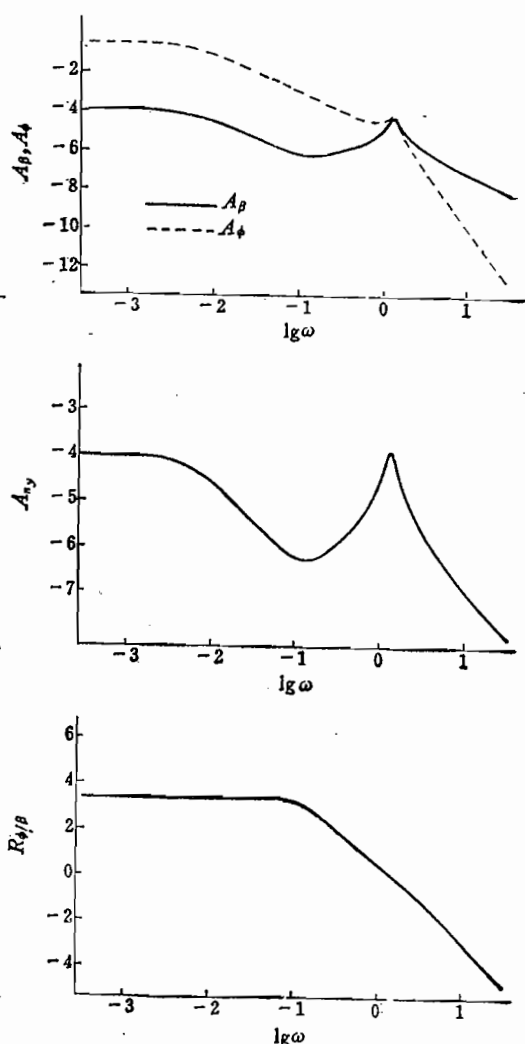


图 4-9 状态 S1 下飞机横侧运动响应的频谱: A 类曲线

图中符号 $A_x = \lg[\Phi_x(\omega) / \sigma^2]$, 其中下标 $x = \phi, \beta, n_{y,p}$;
 $R_{\phi/\beta} = \lg[\Phi_{\phi}(\omega) / \Phi_{\beta}(\omega)]$ 。

飞行状态S1下的 $\Delta\beta$, $\Delta\phi$, Δn_y 的A类曲线见图4-9, 这里还有曲线 $R_{\phi/\beta}$, 它的意思是 $\lg[\Phi_{\phi}(\omega)/\Phi_{\beta}(\omega)]$ 。

紊流速度 v_w 和梯度 $w_{wy} (= \partial w_w / \partial y)$ 和 $v_{wx} (= \partial v_w / \partial x)$ 的A类曲线见图4-6(b)。

为了显示梯度 $\partial v_w / \partial x$ 和 $\partial w_w / \partial y$ 作用的大小, 还研究了两种补充情况, 都对应于飞行状态S1。第一种情况下忽略 $\partial v_w / \partial x$, 第二种情况下忽略 $\partial v_w / \partial x$ 和 $\partial w_w / \partial y$ 。这两种情况的计算结果和完整输入(即都不忽略)情况的计算结果的比较见图4-10和表4-2。从这些图和表可以明显地看出, 梯度 $\partial v_w / \partial x$ 在飞机横侧运动响应中的作用很小, 梯度 $\partial w_w / \partial y$ 在产生 β 和 n_y 中的作用也很小, 而它在产生滚转角 ϕ 中的作用则是主导的。上述结论非常重要。参考文献[27]也得到了类似的结论。

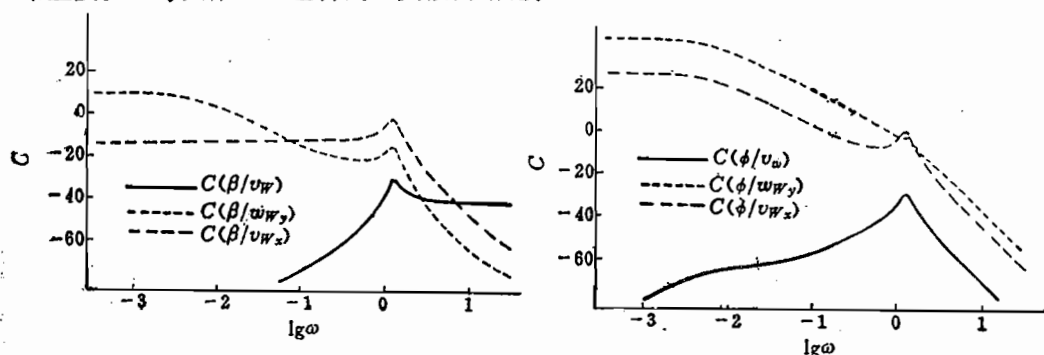


图4-10 紊流梯度 v_{wx} 和 w_{wy} 在飞机横侧运动响应中的作用

图中符号 $B_x = \omega \Phi_x(\omega) / \sigma^2$, 其中下标 $x = \beta, \phi, n_y$ 。

表4-2 飞机横侧运动响应的均方根值 σ

响应均方根值	条 件			
	状态 S1 完整输入	状态 S1 无 v_{wx}	状态 S1 无 $(v_{wx} + w_{wy})$	状态 S2 完整输入
σ_{β} (rad)	0.0139	0.0139	0.0136	0.0109
σ_{ϕ} (r/s)	0.0211	0.0224	0.0201	0.0217
σ_r (r/s)	0.0169	0.0179	0.0143	0.0146
σ_{ϕ} (rad)	0.1331	0.1327	0.0164	0.0893
σ_{n_y}	0.0218	0.0233	0.0231	0.0274

值得指出的是, 在表4-1和表4-2中, 忽略梯度时的结果可能比完整输入时的结果更大。原因是, 虽然梯度自频谱(如 $\Phi_{w_x w_x}$, $\Phi_{v_x v_x}$)的贡献总是正的, 但交叉频谱(如 $\Phi_{w w_x}$, $\Phi_{v v_x}$)的贡献则可能是正的或负的, 而且该负值的作用可能超过自频谱的正值作用, 详见参考文献[4]。

4.5 等效确定性输入方法

以上讲述的频谱响应法是研究飞机对大气紊流响应问题的最主要的方法, 已得到了广泛的应用。

同时, 在学术界还提出了另外一类处理线性系统对随机扰动的响应的方法, 称为等效确定性输入方法, 简称EDIT (Equivalent Deterministic Input Technique)。它的实

质是把随机输入按它的频谱特性转化成等效的确定性的输入, 根据该动力学系统对此确定性输入的响应, 可求出对随机输入的响应的方差。

这种方法首先在参考文献[28]中针对单输入单输出系统提出。后来, 参考文献[29]在原则上把它推广到多变量系统。以后, 参考文献[30~32]又得到进一步发展和改善。本节简要阐述EDIT的理论和基本公式。

一般线性动力学系统的运动方程

$$dx/dt = Ax + Cz \quad (4-57)$$

式中, x 是 n 维状态矢量, z 是 l 维扰动矢量, A 和 C 是相应的矩阵。

状态矢量对扰动矢量的 $n \times l$ 维传递函数矩阵为

$$G_{xz}(s) = (sI - A)^{-1}C \quad (4-58)$$

状态矢量的频谱矩阵 $\Phi_x(\omega)$ 与扰动矢量的频谱矩阵的关系为

$$\Phi_x(\omega) = G^*(i\omega)\Phi_z(\omega)G^T(i\omega) \quad (4-59)$$

或

$$\Phi_z^T(\omega) = \frac{1}{2\pi} G(i\omega) 2\pi \Phi_z^T(\omega) G^H(i\omega) \quad (4-60)$$

式中, 上标 T 表示转置, $*$ 表示复共轭, H 表示复共轭转置。

假设, $2\pi\Phi_z^T(\omega)$ 能够表示成对角分块矩阵的形式

$$2\pi\Phi_z^T(\omega) = \begin{bmatrix} Q_1 & & \\ & Q_2 & \\ & & \ddots \\ & & & Q_r \end{bmatrix} \quad (4-61)$$

而且每一块 Q_k ($k = 1, 2, \dots, r$) 可以分解成如下形式

$$Q_k = \begin{bmatrix} U_{k1}U_{k1}^* & U_{k1}U_{k2}^* & \dots & U_{k1}U_{kp}^* \\ U_{k2}U_{k1}^* & U_{k2}U_{k2}^* & \dots & U_{k2}U_{kp}^* \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ U_{kp}U_{k1}^* & U_{kp}U_{k2}^* & \dots & U_{kp}U_{kp}^* \end{bmatrix} \quad (4-62)$$

式中, ki 意味着 k, i , 且 $U_i = U_i(\omega)$ 。对于现实的随机物理现象, 上述条件是可满足的。

于是, 把 $2\pi\Phi_z^T(\omega)$ 表示为

$$2\pi\Phi_z^T(\omega) = \sum_{k=1}^r P_k(\omega) P_k^H(\omega) \quad (4-63)$$

式中

$$P_k(\omega) = [0, 0, \dots, 0, U_{k1}, U_{k2}, \dots, U_{kp}, 0, 0, \dots, 0]^T \quad (4-64)$$

将式 (4-63) 代入式 (4-60) 后, 得到

$$\Phi_z^T(\omega) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=1}^r [G(i\omega)P_k(\omega)][G(i\omega)P_k(\omega)]^H \quad (4-65)$$

已经知道, 相关矩阵 $R_x(\tau)$ 与频谱矩阵 $\Phi_x(\omega)$ 的关系为

$$R_x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (4-66)$$

当 $\tau = 0$ 时, 成为协方差矩阵, 它的转置

$$V_x^T = R_x^T(0) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_x^T(\omega) d\omega \quad (4-67)$$

由于协方差矩阵的对称性, 且考虑式 (4-65), 则有

$$V_x = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{k=1}^r [G(i\omega)P_k(\omega)][G(i\omega)P_k(\omega)]^H d\omega \quad (4-68)$$

另一方面, 推广的Parseval定理为

$$V_x = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)x^T(t)dt = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega)X^H(\omega)d\omega \quad (4-69)$$

式中, $X(\omega)$ 是 $x(t)$ 的 Fourier 变换

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-i\omega t}dt \quad (4-70)$$

与式 (4-66) 对应, $P_k(\omega)$ 的 Fourier 逆变换为

$$p_k(t) = [0, 0, \dots, 0, u_{k1}(t), u_{k2}(t), \dots, u_{kp}(t), 0, 0, \dots, 0]^T \quad (4-71)$$

设想, 矢量 $p_k(t)$ 作为时间函数, 自 $t=0$ 起作用于原来的动力学系统 (A, C) , 且激励出输出矢量 $\xi_k(t)$, 即它服从于

$$\begin{aligned} d\xi_k/dt &= A\xi_k + Cp_k \\ \xi_k(0) &= 0 \end{aligned} \quad (4-72)$$

于是 $\xi_k(t)$ 的协方差矩阵为

$$\begin{aligned} V_{ik} &= \int_{-\infty}^{\infty} \xi_k(t)\xi_k^T(t)dt \\ &= \int_0^{\infty} \xi_k(t)\xi_k^T(t)dt \end{aligned} \quad (4-73)$$

因为当 $t < 0$ 时, $\xi_k(t) = 0$ 。

按照 Parseval 定理

$$V_{ik} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \xi_k(\omega)\xi_k^H(\omega)d\omega \quad (4-74)$$

式中, $\xi_k(\omega)$ 是 $\xi_k(t)$ 的 Fourier 变换, 它是通过系统的传递函数矩阵 G 与 $P_k(\omega)$ 联系的

$$\xi_k(\omega) = G(i\omega)P_k(\omega) \quad (4-75)$$

将式 (4-19) 代入式 (4-18), 得

$$V_{ik} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} [G(i\omega)P_k(\omega)][G(i\omega)P_k(\omega)]^H d\omega \quad (4-76)$$

比较式 (4-68) 与式 (4-76), 且考虑式 (4-73), 可见

$$V_x = \sum_{k=1}^r V_{ik} = \sum_{k=1}^r \int_0^{\infty} \xi_k(t)\xi_k^T(t)dt \quad (4-77)$$

因此, 可以计算随机响应矢量 $x(t)$ 的协方差矩阵 V_x 。

为了使计算更容易, 可把式 (4-77) 转化为

$$V_x = S(\infty) \quad (4-78)$$

式中, $S(t)$ 由如下微分方程决定

$$\begin{aligned} dS(t)/dt &= \sum_{k=1}^r \xi_k(t) \xi_k^T(t) \\ S(0) &= 0 \end{aligned} \quad (4-79)$$

由此可得，按运动方程(4-57)由随机扰动 $z(t)$ 激发出来的状态矢量 $x(t)$ 的协方差矩阵 V_x ，可以按下列步骤计算或模拟：

- (1) 将给定的扰动频谱矩阵 $\Phi_z(\omega)$ 按式(4-61)分成对角块；
- (2) 将每个对角块 Q_k 按式(4-62)分解，从而按式(4-64)组成 r 个矢量 $P_k(\omega)$ ；
- (3) 求出 $P_k(\omega)$ 的Fourier逆变换，即得到 r 个矢量 $p_k(t)$ ，如式(4-71)；
- (4) 用数值方法〔例如Runge-Kutta法〕同时求解微分方程(4-72)和(4-79)，并且按式(4-78)求出协方差矩阵 V_x 。

关于EDIT在飞机响应问题中的应用，请参看参考文献[32]。

第五章 低空风切变对飞机运动特性的影响

5.1 引言

气象学家和流体力学家很早就知道,地面附近风的大小和方向是变化的。早在1924年,Ekman和Prandtl就先后建立了地面边界层的理论和规律。但直到1947年,Etkin才首先从飞行力学观点研究了地面边界层现象对飞机运动特性的影响^[33],他根据Ekman螺线研究了随高度线性增加的铅垂风梯度对飞机的影响,计算了飞机的爬升和下滑航迹。但这项研究在很长时间内并未得到重视,因为当时在航行活动中,飞机穿越地面边界层好像并没有出现什么问题,或者由于不了解事故的原因而简单的归咎于驾驶员的操纵失误。直到60年代,各国制定的航空标准中还未对变化风作出相应的规定,这足以证明人们当时是如何忽视地面边界层中风场对飞行活动的影响的。

70年代中期以后,风切变造成的飞行事故日益引起航空界的关注,并成为飞行力学工作者研究的重要问题之一。首先开始的是研究风切变对着陆进场阶段飞机稳定性的影响,其中有代表性的研究工作是Krauspe关于常值、与地点有关的风梯度对飞机运动特性的影响^[34]。相比之下,关于低空风切变对飞机起飞爬升的影响则研究得较少,早期只有参考文献[35]研究了飞机穿越离散风切变区域对航迹倾角的影响问题,直到1986年才提出穿越风切变场的数值优化的起飞航迹。Hahn在1988年发表的论文[36]中系统地研究了低空变化风,特别是各种地面边界层现象对飞机起飞爬升特性的影响,并在大量数值仿真基础上给出了适于工程使用的近似解析表达式和性能估算方法。

70年代中期开始的对风切变的大量研究,加深了对风切变现象的理解,基本澄清了低空风切变危害飞行安全的机理。从飞行力学角度看,主要研究成果表现在:

(1) 低空风切变危害飞行安全的实质是一个能量问题。欲使飞机保持预定航迹穿越风切变场,这就涉及能量管理和适配。作为一种蕴含自然灾害的风切变场,若当地能量超出飞机本身的能量水平时,则会危及飞行安全,甚至造成灾难性后果。

(2) 轻微的甚至中等强度的风切变对飞机运动特性的影响与其他类型扰动对飞机的影响并无本质上的不同。作为一种低频扰动的风切变现象主要激发飞机的低频运动模态,例如,纵向的沉浮运动模态(Phygoide)。对于可能造成灾难性后果的强烈风切变,期望用常规的控制手段来对抗,似已毫无意义。

(3) 鉴于低空风切变的突发性、短时性,最好的防御措施是回避。回避的前提是对风切变的提前探测和告警。虽然目前已研制成不同类型的机载现状式低空风切变探测装置,但还不能提前预报。因此,发展具有前视功能的机载低空风切变探测系统和完善的地面风切变探测设备,是保证飞行安全、提前回避的理想手段,因而成为目前国际上竞相发展的高技术项目。

(4) 低空风切变危害的最终解决,需要可靠的探测设备(机载或地面探测设备)发展以后才有可能,因此,近期内对机组人员和管理人员的风切变培训就显得尤为重要。美

国国家研究委员会指出“与风切变及其危险性有关的教育和训练，对于多数驾驶员来讲是不够的。在各类驾驶员中开展一场教育运动能迅速减少由风切变造成的危险”^[9]。作为一个由各种业务部门组成的航空行业都与风切变有关，除了加强对机组人员的风切变培训外，建立一种管理人员适用的风切变避让原则，支持机组由于避让风切变造成的航班中断或延误，这对减少风切变的威胁是十分有效的方法。FAA 于 1987 年 2 月出版的《低空风切变训练资料》^[9]，就是基于上述思想所作的极为有益的工作，已成为各国进行风切变训练的指导性文件。

(5) 研究低空风切变对飞机运动特性的影响，目前所采用的方法主要有数值仿真方法和在飞行模拟机上的模拟飞行方法两种。数值仿真方法的优点是便于调整改变参数（飞行状态参数和飞机构型状态参数）、模拟各种风切变场，便于进行重复性研究和评估。在数值仿真研究基础上，再由驾驶员在飞行模拟机上进行核实、补充、验证数值仿真的结果。飞行模拟机研究的优点在于能较真实地再现飞机的特性，例如操纵偏转速率、操纵力和极限值，可重现飞机对风切变的反应和驾驶感觉。

参考文献[37]用风洞试验方法研究了风切变的影响，这种方法是在风洞中由喷嘴模拟下冲气流，模型是可控的。这种风洞试验方法设备复杂、费用高，目前还尚未被广泛使用。

本章将从飞行力学观点，研究低空风切变对飞行性能、飞机能量特性的影响，分析风切变对飞机动态特性的影响，揭示风切变危害飞行安全的物理本质，为风切变训练和探测提供必要的基础。

5.2 变化风场中的速度矢量几何

在第三章中已建立了描述飞机在变化风场中运动的完整运动方程。刚体飞机共有六个运动自由度，按照飞行力学中习用的方法，把完整的飞机运动分成纵向运动和横侧运动。研究变化风对主要飞行性能的影响时，研究飞机的纵向运动也就足够了，这特别适用于研究低空风切变对飞机起飞和着陆进场性能的影响，因为这两种飞行阶段都以直线飞行为主。

飞机对称飞行穿越风场时的各速度矢量及相互间的几何关系如图 5-1 所示。

在图 5-1 上，飞机以飞行速度 V_A （又称空速）相对空气运动，空气相对地面的运动速度（又称风速）用 V_w 表示，因而飞机相对地面的运动速度（地速，又称航迹速度） V_K 是前两个速度矢量之和

$$V_K = V_A + V_w \quad (5-1)$$

航迹速度的时间变化为

$$\dot{V}_K = \dot{V}_A + \dot{V}_w \quad (5-2)$$

飞机对称飞行时的航迹速度在地坐标系上的分量表达式为

$$V_{Kg} = \begin{bmatrix} u_{Kg} \\ w_{Kg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_g \\ \dot{z}_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{x}_g \\ -\dot{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_K \cos \gamma \\ -V_K \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (5-3)$$

其中在航迹坐标系上的航迹速度分量表达式为

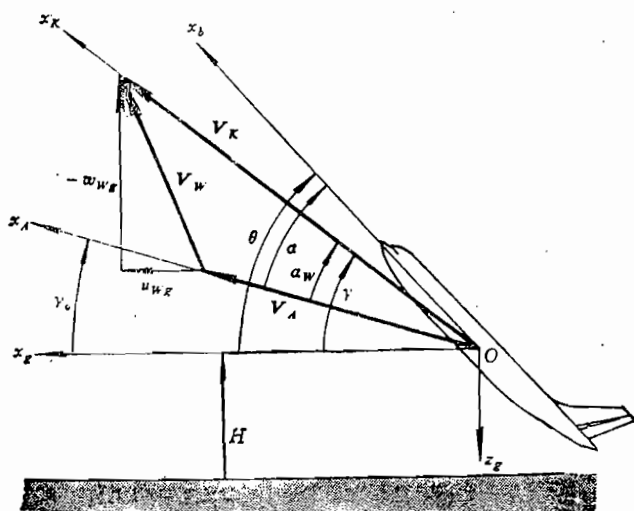


图5-1 飞机对称飞行时的速度矢量几何

$$V_K = \begin{bmatrix} V_K \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-4)$$

同样，空速在气流坐标系上的分量表达式为

$$V_A = \begin{bmatrix} V_A \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5-5)$$

对称飞行时空速在地坐标系上的分量表达式为

$$V_{Ag} = \begin{bmatrix} u_{Ag} \\ w_{Ag} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_A \cos \gamma_0 \\ -V_A \sin \gamma_0 \end{bmatrix} \quad (5-6)$$

因而飞机对称飞行时，式(5-1)在地面坐标系上的分量表达式形式为

$$\begin{bmatrix} V_K \cos \gamma \\ -V_K \sin \gamma \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_A \cos \gamma_0 \\ -V_A \sin \gamma_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_{wg} \\ w_{wg} \end{bmatrix} \quad (5-7)$$

式中， u_{wg} 和 w_{wg} 为水平风分量和铅垂风分量（见 5.3 节）。

由图 5-1 还可得角度关系

$$\gamma = \gamma_0 + \alpha_w \quad (5-8)$$

式中， γ_0 为空速矢量 V_A 与水平面之间的夹角，简称空速倾角； α_w 为空速矢量 V_A 和地速矢量 V_K 之间的夹角，简称突风迎角；突风迎角 α_w 在描述风对飞机运动的影响和建立飞机有风时的运动方程时是很方便的。规定从气流坐标系的 x_b 轴顺时针转到航迹坐标系的 x_K 轴的 α_w 为正。

另外还有角度关系

$$\theta = \gamma_0 + \alpha \quad (5-9)$$

由图 5-1 所示几何关系还可得在航迹坐标系上的速度关系为

$$V_K = V_A \cos \alpha_w + u_{wg} \cos \gamma - w_{wg} \sin \gamma \quad (5-10)$$

$$0 = V_A \sin \alpha_w + u_{wg} \sin \gamma + w_{wg} \cos \gamma \quad (5-11)$$

因而

$$\cos \alpha_w = \frac{V_K}{V_A} - \frac{1}{V_A} (u_{wg} \cos \gamma - w_{wg} \sin \gamma) \quad (5-12a)$$

$$\sin \alpha_w = -\frac{1}{V_A} (u_{wg} \sin \gamma + w_{wg} \cos \gamma) \quad (5-12b)$$

在小角度假设下, 近似有

$$\alpha_w = -\frac{1}{V_A} (u_{wg} \gamma + w_{wg}) \quad (5-13)$$

$$V_K = V_A + u_{wg} - w_{wg} \gamma \quad (5-14)$$

5.3 风和风切变的描述

风和风切变可用不同的坐标系来描述。气象学中描述风的最古老、也是使用最普遍的方法是极坐标表示法。这种描述方法只考虑风速矢量 V_w 在水平面的投影及其相对地理学朝北方向的夹角 χ_w (风向角), 把风吹来的方向定义为正。在领航学和气象学中把风速的水平分量称为风速的大小。这种极坐标描述风的方法只表征了空间风场的一部分, 不能完全描述空间风场, 特别不能完全描述风切变场。

气象学中描述空间风场的完整方法是使用地面直角坐标系 (参见图 2-4)。

飞行力学中虽然也在地面坐标系中描述风速矢量, 但坐标系的定义与气象学使用的地面坐标系不同。为了研究方便, 飞行力学中的 x_g 轴虽然也定义在水平面内, 但其正方向是任意选择规定的; z_g 轴垂直向下定义为正, y_g 按右手坐标系确定。在领航学中, 习惯上规定 x_g 轴向北为正。

研究风切变对飞行的影响时, 本书采用飞行力学坐标系, 这也是目前国际上习惯使用的参考系。在地面坐标系中风速矢量可表示成

$$V_w = \begin{bmatrix} u_{wg} \\ v_{wg} \\ w_{wg} \end{bmatrix} \quad (5-15)$$

每个风速分量的定义是:

水平风分量 u_{wg} : 顺风为正;

铅垂风分量 w_{wg} : 下降风为正;

侧风分量 v_{wg} : 向左为正。

变化风场特性与时间、地点有关, 一般可写成

$$V_{wg} = f(x_g, y_g, z_g, t) \quad (5-16)$$

风的变化可表示成

$$\dot{V}_{wg} = \frac{DV_{wg}}{Dt} \quad (5-17)$$

又可分解成

$$\dot{V}_{wg} = \frac{\partial V_{wg}}{\partial t} + \frac{dV_{wg}}{dt} \quad (5-18)$$

等式右边第一项称为局部导数, 表征在一个固定地点上风速随时间的变化, 右边第二项称为相对导数, 表征由于观测地点变化所看到的风速随时间的变化。

相对飞机飞行速度而言, 风场的移动速度要慢得多。另外, 在一个固定地点上, 风速的变化也较飞机位置变化慢得多。在这样的前提下, 可以把空间风场视为地点固定, 并且风速不随时间变化的所谓“冻结场”。这样, 按照式 (5-18), 风的变化只是由飞机位置变化引起的。若飞机位置表示成

$$\mathbf{r} = [x_g \quad y_g \quad z_g]^T \quad (5-19)$$

则飞机位置变化引起的风速变化为

$$\dot{V}_{wg} = \frac{dV_{wg}}{dt} = \frac{dV_{wg}}{d\mathbf{r}} \frac{d\mathbf{r}}{dt} = V_{wr} V_{K_g}$$

式中, V_{wr} 为风场的梯度矢量。对于在飞机对称面内的二维风场, 风场梯度为

$$V_{wr} = \begin{bmatrix} \partial u_{wg}/\partial x_g & \partial u_{wg}/\partial z_g \\ \partial w_{wg}/\partial x_g & \partial w_{wg}/\partial z_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{wx} & u_{wz} \\ w_{wx} & w_{wz} \end{bmatrix} \quad (5-20)$$

风速变化矢量形式为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{wg} &= \begin{bmatrix} \dot{u}_{wg} \\ \dot{w}_{wg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} du_{wg}/dt \\ dw_{wg}/dt \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \frac{\partial u_{wg}}{\partial x_g} \frac{dx_g}{dt} + \frac{\partial u_{wg}}{\partial z_g} \frac{dz_g}{dt} \\ \frac{\partial w_{wg}}{\partial x_g} \frac{dx_g}{dt} + \frac{\partial w_{wg}}{\partial z_g} \frac{dz_g}{dt} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} u_{wx}\dot{x}_g + u_{wz}\dot{z}_g \\ w_{wx}\dot{x}_g + w_{wz}\dot{z}_g \end{bmatrix} \end{aligned}$$

代入式 (5-3), 得

$$\dot{V}_{wg} = \begin{bmatrix} \dot{u}_{wg} \\ \dot{w}_{wg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{wx}V_K \cos\gamma - u_{wz}V_K \sin\gamma \\ w_{wx}V_K \cos\gamma - w_{wz}V_K \sin\gamma \end{bmatrix} \quad (5-21)$$

当航迹倾角 γ 不大时, 式 (5-21) 可近似写成

$$\dot{V}_{wg} = \begin{bmatrix} \dot{u}_{wg} \\ \dot{w}_{wg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{wx}V_K - u_{wz}V_K\gamma \\ w_{wx}V_K - w_{wz}V_K\gamma \end{bmatrix} \quad (5-22)$$

在有些情况下, 引入

$$\dot{H} = V_K \gamma$$

则

$$\dot{V}_{wg} = \begin{bmatrix} \dot{u}_{wg} \\ \dot{w}_{wg} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{wx}V_K - u_{wz}\dot{H} \\ w_{wx}V_K - w_{wz}\dot{H} \end{bmatrix} \quad (5-23)$$

由式 (5-26) 可见, 在气流坐标系上列写的飞机质心动力学方程中, 风的影响只表现在风的变化 $\dot{w}_g$ 和 $\dot{u}_g$ 上, 而与风速大小无关。这是很显然的, 因为当风没有变化时 (即常值风), 其对飞机的空气动力状态是没有影响的。这种列写方式的优点是能突出风的变化 (或风的加速度 $\dot{w}_g$ 和 $\dot{u}_g$) 及空速倾角 γ_a , 使空速倾角 γ_a 在研究风对飞行性能的影响中, 具有很重要的意义, 成为一个新的特征量。

在小角度假设下, 由式 (5-26(a)) 可求得

$$\gamma_a = -\frac{T - D - m(\dot{V}_A + \dot{u}_g)}{mg - m\dot{w}_g} \quad (5-27)$$

或者

$$\gamma_a = \frac{\frac{T}{mg} - \frac{D}{mg} - \frac{\dot{u}_g}{g} - \frac{\dot{V}_A}{g}}{1 - \frac{\dot{w}_g}{g}} \quad (5-28)$$

由式 (5-26 b) 可求出空速倾角的变化率为

$$\begin{aligned} \dot{\gamma}_a &= \frac{m(\dot{w}_g + \dot{u}_g \gamma_a) + L - mg + T(\alpha + \sigma)}{mV_A} \\ &= \frac{g}{V_A} \left[\frac{\dot{w}_g}{g} + \frac{\dot{u}_g}{g} \gamma_a + \frac{L}{mg} + \frac{T}{mg}(\alpha + \sigma) - 1 \right] \end{aligned} \quad (5-29)$$

5.5 变化风对过载的影响

按照过载系数的定义, 过载是指除重力外, 其余所有作用在飞机上的外力的合力与飞机重量之比。因此, 由式 (5-25 a) 和 (5-25 b) 可得在航迹坐标系上的过载分量表达式为

$$n_{xK} = \frac{m\dot{V}_K + mg \sin \gamma}{mg} \quad (5-30)$$

$$n_{yK} = \frac{m\dot{V}_K + mg \cos \gamma}{mg} \quad (5-31)$$

为了书写简单, 去掉下标 K , 则由式 (5-25 a) 得纵向过载为

$$n_x = \frac{L \sin \alpha_w - D \cos \alpha_w + T \cos(\alpha - \alpha_w + \sigma)}{mg} \quad (5-32)$$

由式 (5-25 b) 得法向过载为

$$n_z = \frac{L \cos \alpha_w + D \sin \alpha_w + T \sin(\alpha - \alpha_w + \sigma)}{mg} \quad (5-33)$$

在小角度假设下, 又可简化成

$$n_x = \frac{L \alpha_w - D + T}{mg} \quad (5-34)$$

$$n_z = \frac{L + D \alpha_w + T(\alpha - \alpha_w + \sigma)}{mg} \quad (5-35)$$

一般民用飞机的推力 T 和阻力 D 都小于飞机重量 mg 和升力 L , 在小角度假设下, 式 (5-35) 又可进一步简化成

$$n_z = \frac{L}{mg} \quad (5-36)$$

正常飞行时, 为了保持飞机的空气动力状态, 多以等空速 $V_A = \text{const}$ (因而 $\dot{V}_A = 0$) 穿越风场。若为常值风场, 即 $V_w = \text{const}$ (因而 $\dot{V}_w = 0$), 按

$$\dot{V}_K = \dot{V}_A + \dot{V}_w$$

则在上述情况下应该

$$\dot{V}_K = 0$$

或者

$$\begin{bmatrix} \dot{V}_K \\ -\dot{\gamma} V_K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

由式 (5-31) 得飞机以等空速穿越常值风场时的法向过载为

$$n_z = \cos \gamma \approx 1 \quad (5-37)$$

为了明显地表征变化风场对过载的影响, 由式 (5-26(b)) 可得

$$\frac{L}{mg} = \frac{V_A}{g} \dot{\gamma}_a - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \gamma_a - \frac{T}{mg} (\alpha + \sigma) + 1$$

一般民用飞机

$$\frac{T}{mg} (\alpha + \sigma) \ll 1$$

因而

$$\frac{L}{mg} = 1 + \frac{V_A}{g} \dot{\gamma}_a - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \gamma_a$$

按式 (5-36), 最后得风场变化对法向过载的影响为

$$n_z = 1 + \frac{V_A}{g} \dot{\gamma}_a - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \gamma_a \quad (5-38)$$

5.6 常值风场中的飞行性能

常值风场对飞机飞行性能的影响是人们比较熟悉的, 但缺少较系统的说明。为了完整地认识风场的影响, 常值风场可视为变化风场的特殊情况。

当飞机以等空速 ($\dot{V}_A = 0$) 在常值风场 ($\dot{u}_{wg} = \dot{w}_{wg} = 0$) 中飞行时, 按前一节的讨论, 航迹速度 (或地速) V_K 也保持不变, 即 $\dot{V}_K = 0$, 这就相当于飞机在常值风场中定常飞行。由式 (5-28) 得空速倾角为

$$\gamma_a = \frac{T}{mg} - \frac{D}{mg} \quad (5-39)$$

式中, D/mg 又可写成系数形式

$$\frac{D}{mg} = \frac{D}{L} n_z = \frac{C_D}{C_L} n_z$$

则式 (5-39) 又可写成

$$\gamma_a = \frac{T}{mg} - \frac{C_D}{C_L} n_z \quad (5-40)$$

当近似认为 $n_x = 1$ 时, 空速倾角为

$$\gamma_a = \frac{T}{mg} - \frac{C_D}{C_L} \quad (5-41)$$

因而在常值风场中等空速飞行时, 空速倾角 γ_a 是不变的。

由式 (5-8) 和式 (5-13) 又可求出航迹倾角为

$$\gamma = \frac{\gamma_a - \frac{w_{wg}}{V_A}}{1 + \frac{u_{wg}}{V_A}} \quad (5-42)$$

几何上升率为

$$\dot{H} = V_K \sin \gamma \quad (5-43)$$

式中, 航迹速度可由式 (5-7) 得

$$V_K \cos \gamma = V_A \cos \gamma_a + u_{wg}$$

在小角度假设下

$$V_K = V_A + u_{wg} \quad (5-44)$$

而由式 (5-7) 第 2 式, 又得几何上升率为

$$\dot{H} = V_K \sin \gamma = V_A \sin \gamma_a - w_{wg} \quad (5-45)$$

近似表达式为

$$\dot{H} = V_A \gamma_a - w_{wg} \quad (5-46)$$

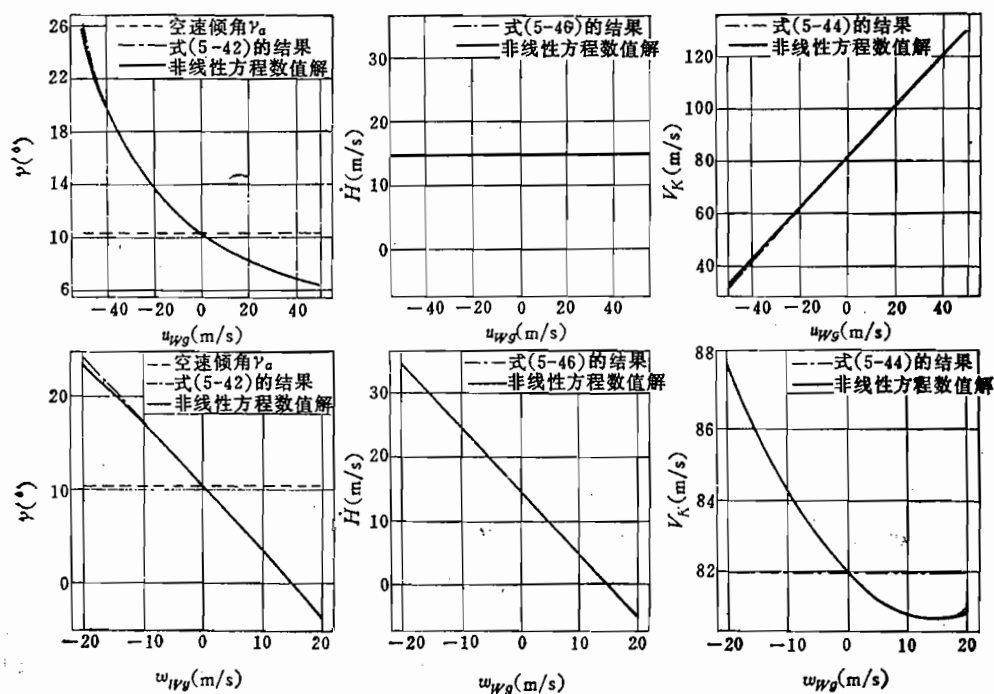


图5-3 常值风对飞行性能特征量的影响

实际的上升高度

$$H = \int_{x_{g0}}^{x_g} \operatorname{tg} \gamma dx_g \approx \int_{x_{g0}}^{x_g} \gamma(x_g) dx_g \quad (5-47)$$

在常值风场中等空速飞行时, 空速倾角 γ_0 不变, 由式 (5-42) 可知, 航迹倾角 γ 也不变。因而, 式 (5-47) 可写成

$$H = x_g \gamma + H_0 \quad (5-48)$$

由式 (5-42) 和式 (5-46) 可见, 当飞机以等空速在常值风场中飞行时, 飞机的上升 (或下滑) 性能 γ 和 $\dot{H}$ 只取决于实际风 (u_{wg} , w_{wg}) 和定常飞行状态的空速倾角 γ_0 。图 5-3 示出常值风对飞机的航迹倾角 γ 、几何上升率 $\dot{H}$ 和航迹速度 V_K 的影响。为了说明近似解的适用性, 图 5-3 上也示出由非线性方程求出的数值解。由图 5-3 可见, 近似解可满足工程计算需要。

在上升飞行 ($\gamma_0 > 0$) 情况下, 当逆风 ($u_{wg} < 0$) 加大或顺风 ($u_{wg} > 0$) 减小时, 航迹倾角 γ 正向增大; 而在下降飞行情况下 ($\gamma_0 < 0$), 则与上述情况相反, 如图 5-3 和式 (5-42) 所示。

同样, 上升风 ($w_{wg} < 0$) 增大或下降风 ($w_{wg} > 0$) 减小, 使航迹倾角 γ 和几何上升率 $\dot{H}$ 增大, 而对航迹速度 V_K 的影响很小。

5.7 变化风场中的飞行性能

在 5.4 节中所导出的各表达式已说明了变化风场 ($\dot{u}_{wg} \neq 0$, $\dot{w}_{wg} \neq 0$) 对性能特征量——空速倾角 γ_0 的影响, 在本节中将进一步研究分析。

一般情况下, 即使遇到变化风场, 还希望保持飞机的空气动力状态, 以等空速 $V_A = \text{const}$ (因而 $\dot{V}_A = 0$) 飞行。在这种理想飞行情况下, 式 (5-28) 简化成

$$\gamma_0 = \frac{\frac{T}{mg} - \frac{D}{mg} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g}}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}} \quad (5-49)$$

也可表成系数形式

$$\gamma_0 = \frac{\frac{T}{mg} - \frac{C_D}{C_L} n_x - \frac{\dot{u}_{wg}}{g}}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}} \quad (5-50)$$

式中还计入了过载系数 n_x 对空速倾角 γ_0 的影响。风的变化, 尤其是铅垂方向风的变化 $\dot{w}_{wg}$, 必然引起过载系数的变化, 如式 (5-38) 所示。因此, 变化风场对空速倾角 γ_0 的影响, 在式 (5-50) 中除直接显含在 $\dot{u}_{wg}/g$ 和 $\dot{w}_{wg}/g$ 中外, 还隐含在过载系数 n_x 中。在定常飞行状态下, 可以认为

$$mg = L_s \quad (5-51)$$

实际阻力与升力变化

$$L = n_x L_s$$

有关。阻力可写成系数形式

$$D = qSC_D = qS(C_{D0} + AC_L^2) = qS(C_{D0} + AC_{Ls}^2 n_z^2)$$

因而

$$\begin{aligned} \frac{D}{mg} &= \frac{D}{L_s} = \frac{C_D}{C_{Ls}} = \frac{C_{D0}}{C_{Ls}} + AC_{Ls} n_z^2 \\ &= \frac{C_{Ds}}{C_{Ls}} + \frac{n_z^2 - 1}{\frac{C_{D0}}{AC_{Ls}^2} + 1} \frac{C_{Ds}}{C_{Ls}} \end{aligned} \quad (5-52)$$

把式 (5-52) 代入式 (5-49) 中, 得

$$\gamma_a = \frac{\frac{T}{mg} - \frac{C_{Ds}}{C_{Ls}} - \frac{n_z^2 - 1}{\frac{C_{D0}}{AC_{Ls}^2} + 1} \frac{C_{Ds}}{C_{Ls}} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g}}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}} \quad (5-53)$$

由式 (5-53), 过载系数可表示成

$$n_z = (c_1 + c_2 \gamma_a)^{0.5} \quad (5-54)$$

式中

$$\begin{aligned} c_1 &= 1 + \frac{1}{AC_{Ls}} \left(\frac{T}{mg} - \frac{C_{Ds}}{C_{Ls}} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \right) \\ c_2 &= -\frac{1}{AC_{Ls}} \left(1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} \right) \end{aligned}$$

而由式 (5-38), 过载系数又可写成

$$n_z = c_3 + c_4 \gamma_a + c_5 \dot{\gamma}_a \quad (5-55)$$

式中

$$\begin{aligned} c_3 &= 1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} \\ c_4 &= -\frac{\dot{u}_{wg}}{g} \\ c_5 &= \frac{V_A}{g} \end{aligned}$$

当 $\dot{u}_{wg} = \text{const}$ 和 $\dot{w}_{wg} = \text{const}$, 即风场是等加速 (或等减速) 风场, 则系数 c_1 、 c_2 、 c_3 、 c_4 和 c_5 是常值。比较式 (5-54) 和式 (5-55) 可见, 只有当 $\dot{\gamma}_a = 0$ 才满足。这就意味着, 飞机以等空速在等加速变化风场中飞行时, 空速倾角 $\gamma_a = \text{const}$, 写成表达式为

$$\dot{\gamma}_a = 0 \text{ 当 } \begin{pmatrix} \dot{u}_{wg} = \text{const} \\ \dot{w}_{wg} = \text{const} \end{pmatrix} \text{ 时} \quad (5-56)$$

此时过载为 (由式 (5-38))

$$n_z = 1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \gamma_a \quad (5-57)$$

故

$$n_z^2 = 1 + 2 \frac{\dot{w}_{wg} \dot{u}_{wg}}{g^2} \gamma_a + \frac{\dot{w}_{wg}^2}{g^2} + \frac{\dot{u}_{wg}^2}{g^2} \gamma_a^2 - 2 \frac{\dot{w}_{wg}}{g} - 2 \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \gamma_a \quad (5-58)$$

由于

$$\begin{aligned} \frac{\dot{w}_{wg}^2}{g^2} &\ll 2 \frac{\dot{w}_{wg}}{g} \\ \frac{\dot{u}_{wg}^2}{g^2} \gamma_a^2 &\ll 2 \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \gamma_a \\ 2 \frac{\dot{w}_{wg} \dot{u}_{wg}}{g^2} \gamma_a &\ll 1 \end{aligned}$$

式 (5-58) 简化成

$$n_z^2 = 1 - 2 \frac{\dot{w}_{wg}}{g} - 2 \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \gamma_a \quad (5-59)$$

把式 (5-59) 代入式 (5-53), 经整理得

$$\gamma_a = \frac{\frac{T}{mg} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g} - \frac{C_{D0} + AC_{LS}^2(1 - 2\dot{w}_{wg}/g)}{C_{LS}}}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} - 2AC_{LS} \frac{\dot{u}_{wg}}{g}} \quad (5-60)$$

该式说明了空速倾角 γ_a 与已知的飞机定常飞行特征量以及实际风变化量的关系, 只需要几个飞机参数, 例如 T 、 m 、 C_{D0} 、 C_{LS} 等即可确定 γ_a 。

若不计过载变化对空速倾角的影响, 即近似认为 $n_z = 1$, 由式 (5-50) 得

$$\gamma_a = \frac{\frac{T}{mg} - \frac{C_D}{C_L} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g}}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}} = \frac{\gamma_{as} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g}}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}} \quad (5-61)$$

式中

$$\gamma_{as} = \frac{T}{mg} - \frac{C_{DS}}{C_{LS}} \quad (5-62)$$

为无风影响时定常飞行状态下的空速倾角。

按照上述定性讨论, 可得出下列结论:

(1) 实际风分量 u_{wg} 和 w_{wg} 通过突风迎角 α_w 而直接影响航迹倾角 γ ;

(2) 实际风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 和 $\dot{w}_{wg}$ 对航迹倾角 γ 的影响是由空速倾角 γ_a 的变化引起的。

图 5-4 用框图说明了风场对飞行性能的影响, 由图可见空速倾角 γ_a 在说明风对飞

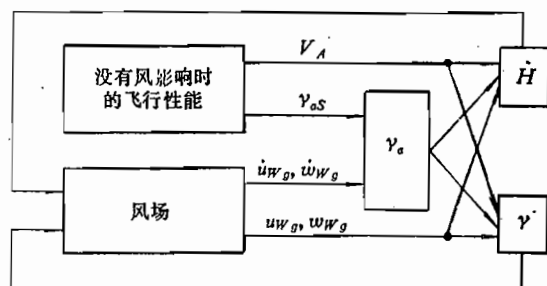


图 5-4 风对飞行性能影响逻辑⁽⁸⁸⁾

行性能影响中的重要意义。

为了进一步说明风的变化对飞行性能的影响, 下面分别研究水平风变化 $\dot{u}_{wg}$ 和铅垂风变化 $\dot{w}_{wg}$ 的作用。

5.7.1 水平风加速度对飞行性能的影响

考虑水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 的单独影响时, 相当于认为 $\dot{w}_{wg} = 0$ 。研究风对飞行性能的影响不外乎两种方法: 一种是按 5.4 节导出的运动方程结合运动学和几何学关系式, 在给定起始条件下用数值计算方法求解。这是一种准确的数值仿真方法, 具有计算精度高的优点, 但不便于从物理上进行分析, 透明性差。另一种方法是按照本节前面导出的近似计算方法, 这种方法的优点是计算简单、能突出主要的物理本质, 便于定性分析, 而计算精度较差, 但在一定条件下可以满足工程计算的需要。本节将主要以工程近似计算方法为主进行分析讨论。

不计过载变化对空速倾角 γ_a 的影响, 即认为 $n_x = 1$, 当 $\dot{w}_{wg} = 0$ 时, 由式(5-61)得

$$\gamma_a = \gamma_{as} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \quad (5-63)$$

考虑过载系数变化对空速倾角 γ_a 的影响, 当 $\dot{w}_{wg} = 0$ 时, 由式(5-60)得

$$\gamma_a = \frac{\frac{T}{mg} - \frac{C_{DS}}{C_{LS}} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g}}{1 - 2AC_{LS} \frac{\dot{u}_{wg}}{g}} \quad (5-64)$$

为了说明和比较式(5-63)与式(5-64)的适用性, 图 5-5 给出了 $\dot{u}_{wg}$ 对 γ_a 影响的一个算例, 同时也给出按非线性方程数值仿真的研究结果。在 $-5 \text{ m/s}^2 \leq \dot{u}_{wg} \leq 5 \text{ m/s}^2$ 范围, 近似计算结果与精确计算结果是一致的。而 5 m/s^2 的风加速度相当于重力加速度 g 的 50%, 在这样的水平风加速度范围内, 即使认为 $n_x = 1$, 计算结果也是比较准确的。图 5-6 给出了按式(5-38)和按非线性数值仿真计算的过载系数, 在 $-5 \text{ m/s}^2 \leq \dot{u}_{wg} \leq 5 \text{ m/s}^2$ 范围, 过载系数的变化最大仅为 10%, 因此, 式(5-63)计算较准确。

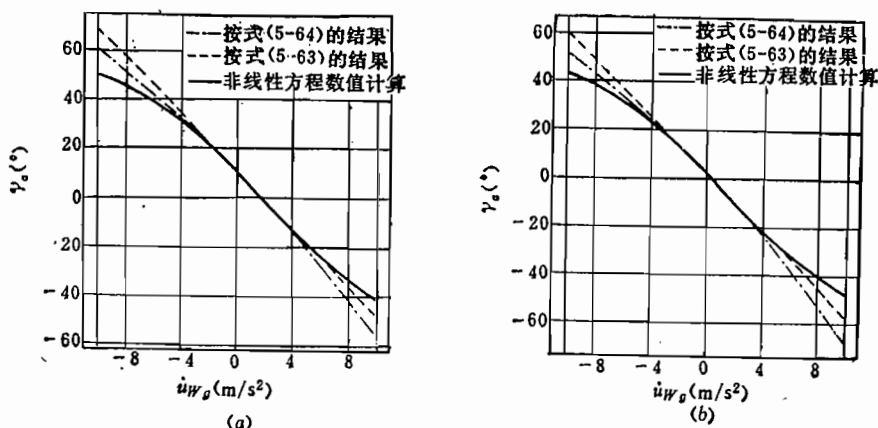


图5-5 水平风加速度对空速倾角 γ_a 的影响
(a) 双发动机飞行, (b) 单发动机飞行。

由图 5-5 可以看出, 按式 (5-64) 计算的空速倾角 γ_a 在逆风加速度 ($\dot{u}_{wg} < 0$) 较大时, 比式 (5-63) 准确; 而在顺风加速度 ($\dot{u}_{wg} > 0$) 较大时, 则式 (5-63) 计算结果较式 (5-64) 好, 原因在于导出式 (5-64) 过程中, 计算过载系数 n_z^2 时略去了一些平方项, 结果造成过载影响偏大 (参见图 5-6)。

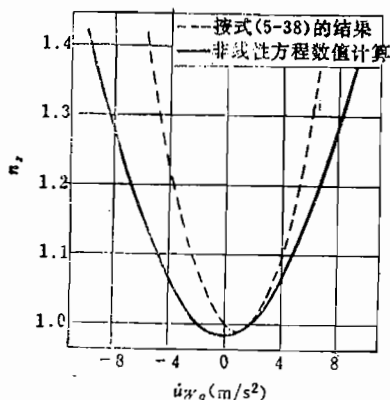


图5-6 水平风加速度对过载系数的影响
(双发飞行)

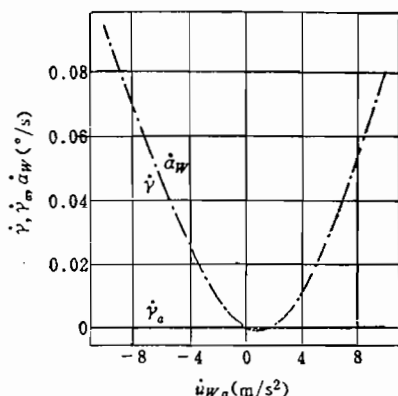


图5-7 水平风加速度对状态角速度的影响
(双发飞行)

图 5-7 是用非线性方程数值计算求出的航迹倾角、突风迎角和空速倾角的变化 $\dot{\gamma}$ 、 $\dot{\alpha}_w$ 和 $\dot{\gamma}_a$ 。数值仿真计算结果证明了式 (5-56) 的正确性, 即在等加速风变化时 $\dot{\gamma}_a = 0$, 从而 $\dot{\gamma} = \dot{\alpha}_w$ 。图 5-7 还表明, 航迹倾角的变化 $\dot{\gamma}$ 与水平风加速度方向无关且永远为正值, 其原因在于: 由式 (5-13) 可得

$$V_A \dot{\alpha}_w = -\dot{u}_{wg} \gamma - u_{wg} \dot{\gamma} - \dot{w}_{wg}$$

因为 $\dot{\gamma} = \dot{\alpha}_w$, 并代入 $\dot{w}_{wg} = 0$, 得

$$\dot{\gamma} = -\frac{\dot{u}_{wg}}{V_A + u_{wg}} \gamma \quad (5-65)$$

当 $V_A > -u_{wg}$ 时, $\dot{\gamma}$ 的正负只取决于 $\dot{u}_{wg}$ 和 γ 。对于给定的水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$, 由图 5-5 可求出相应的空速倾角 γ_a , 而水平风的大小 u_{wg} 并不能改变空速倾角 γ_a 的符号, 从而由式 (5-42) 可见, 水平风速 u_{wg} 也不会影响航迹倾角 γ 的正负。因为 $\dot{u}_{wg} > 0$ 时, $\gamma_a < 0$, 从而 $\gamma < 0$; $\dot{u}_{wg} < 0$ 时, $\gamma_a > 0$, 从而 $\gamma > 0$, 即 $\dot{u}_{wg} \gamma < 0$, 所以, $\dot{\gamma} > 0$ 。

上述示例说明, 采用近似计算式 (5-63) 研究水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 对飞行性能的影响是足够准确的, 从而可用来进一步研究其对其他飞行性能的影响。研究风的影响时, 可以认为在所研究的最初瞬时水平风速为零, 即初始条件为

$$u_{wg}(t=0) = 0$$

从而实际水平风速是

$$u_{wg}(t) = \dot{u}_{wg} t \quad (5-66)$$

由式 (5-42) 和式 (5-61), 得航迹倾角为

$$\gamma(t) = \frac{\gamma_a(t)}{1 + \frac{u_{wg}(t)}{V_A}} = \frac{\gamma_{as} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g}}{1 + \frac{\dot{u}_{wg} t}{V_A}} \quad (V_A \neq -\dot{u}_{wg} t) \quad (5-67)$$

几何上升率 H 为 (由式 (5-46))

$$\dot{H}(t) = V_A \gamma_e(t) = V_A \left(\gamma_{as} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \right) \quad (5-68)$$

上升高度

$$H(t) = H_0 + \Delta H = H_0 + \int_0^t \dot{H}(t) dt = H_0 + V_A \left(\gamma_{as} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \right) t \quad (5-69)$$

经过的水平距离可通过

$$\dot{x}_g(t) = V_K = V_A + \dot{u}_{wg} t \quad (5-70)$$

从而得

$$x_g(t) = x_{g0} + V_A t + \frac{1}{2} \dot{u}_{wg} t^2 \quad (5-71)$$

图 5-8 是一架示例飞机的计算结果。为了比较, 图上分别给出按上述近似式的计算结果和由非线性方程经数值计算结果。

式 (5-67) 仅适用于 $V_A \neq -\dot{u}_{wg} t$ 范围, 即只限于

$$t_{sp} = -\frac{V_A}{\dot{u}_{wg}} \quad (5-72)$$

当 $t = t_{sp}$ 时, 由式 (5-70) 可见 $\dot{x}_g(t_{sp}) = 0$ 。显然这种情况只在出现逆风加速度 $\dot{u}_{wg} < 0$ 时才会发生, 达到这一状态所经过的距离为

$$x_{gstp} = -\frac{1}{2} \frac{V_A^2}{\dot{u}_{wg}} + x_{g0} \quad (5-73)$$

高度为

$$H_{sp} = H_0 + \frac{V_A^2}{\dot{u}_{wg}} \left(\frac{\dot{u}_{wg}}{g} - \gamma_{as} \right) \quad (5-74)$$

图 5-9 说明水平顺风加速度 ($\dot{u}_{wg} > 0$) 对飞行性能的影响。

从上述定性和定量分析可得出如下结论: 水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 首先使空速倾角 γ_e 改变一个确定值; 空速倾角 γ_e 的变化又立即改变了航迹倾角 γ ; 航迹倾角 γ 的变化又和水平风 u_{wg} 一起综合改变了突风迎角 α_w ; 当空速 V_A 不变时, 几何上升率 $\dot{H}$ 只取决于空速倾角 γ_{as} 。

另外, 由式 (5-67) 和式 (5-68) 可见, 当

$$\dot{u}_{wg} = g \gamma_{as} \quad (5-75)$$

时, 航迹倾角和上升率 $\gamma = 0$ 、 $\dot{H} = 0$, 这就是说, 当水平风的变化达到一定程度 (式 (5-75)) 时, 飞机就再不能爬升飞行。式 (5-75) 可绘成图 5-10 所示线性关系。图示结果说明, 一个很小的顺风加速度 ($\dot{u}_{wg} > 0$), 就可以抵消较大的上升梯度 γ_{as} 。对本示例飞机, 单发飞行时允许的顺风加速度为 $\dot{u}_{wg, \gamma_x} \leq 0.28 \text{ m/s}^2$, 双发飞行时允许的顺风加速度为 $\dot{u}_{wg, \gamma_x} \leq 1.78 \text{ m/s}^2$ 。鉴于 $\dot{u}_{wg}$ 的大小表征了风切变的强度, 因而上述分析结论也同样适用于水平风切变的影响。

5.7.2 铅垂风加速度对飞行性能的影响

当 $\dot{u}_{wg} = 0$ 时, 由式 (5-61) 得铅垂风加速度对空速倾角 γ_e 的影响为

$$\gamma_e = \frac{\gamma_{as}}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}} \quad (5-76)$$

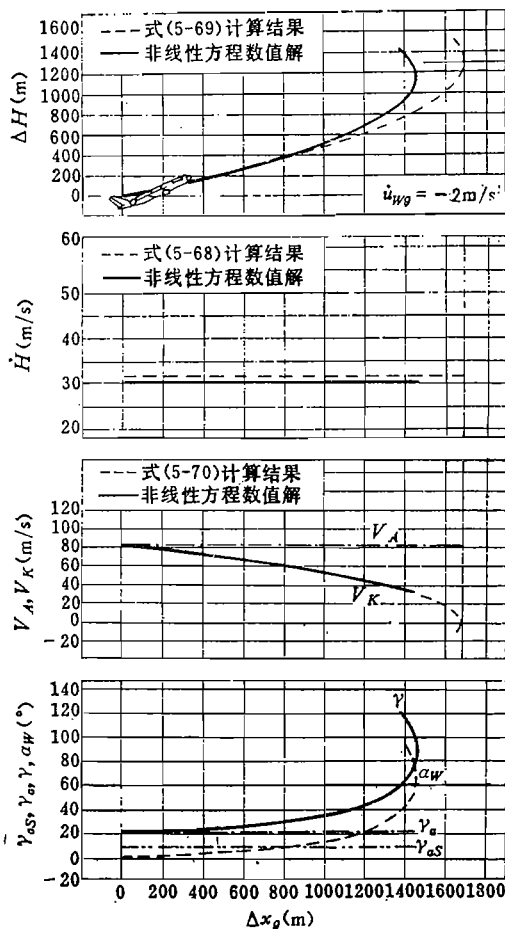


图5-8 在等水平风加速度（逆风）风场中的性能指标变化

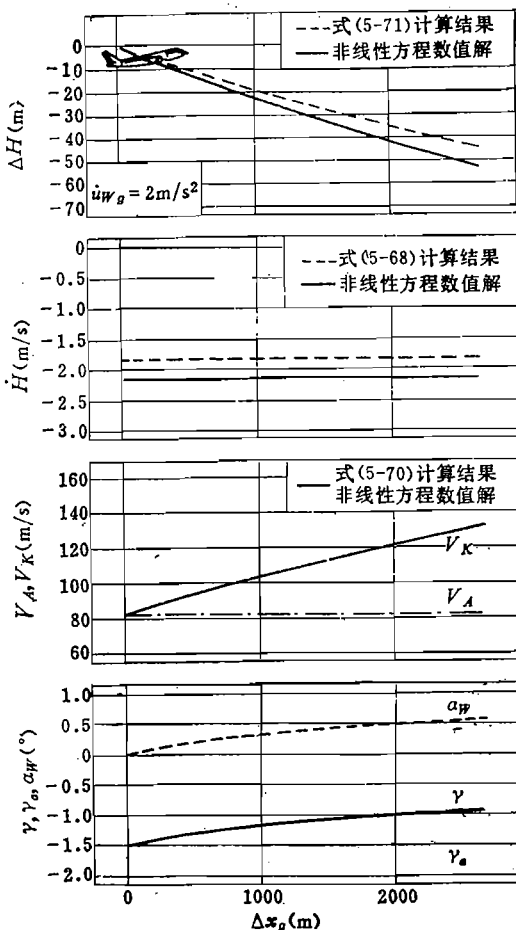


图5-9 在等水平风加速度（顺风）风场中的性能指标变化

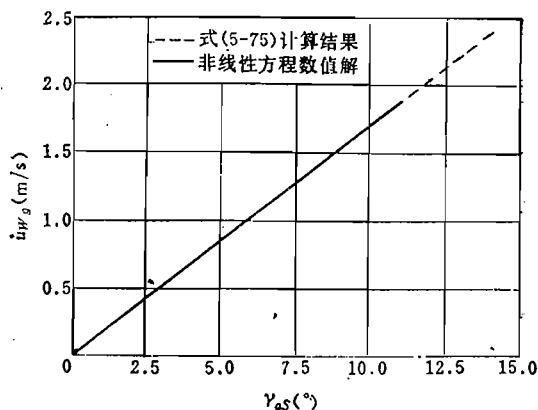


图5-10 顺风加速度（或风切变）的飞行性能边界
($\dot{H}, \gamma = 0$) 与定常空速倾角 γ_{aT} 的关系

图 5-11 以算例说明了铅垂风加速度 $\dot{w}_g$ 对空速倾角 γ_a 的影响。图示结果表明, 用近似式 (5-76) 的计算结果 (假设 $n_x = 1$) 与非线性方程数值解和计入过载变化 ($n_x \neq 1$) 影响的结果 (式 (5-60)) 相差较大, 在单发飞行情况下 (图 5-11(a)), 近似式 (5-76) 计算结果甚至与精确解的方向都相反。造成这种误差的原因是式 (5-76) 完全未计入 $\dot{w}_g$ 变化造成的过载 $n_x (\neq 1)$ 的影响, 而计入了过载 $n_x \neq 1$ 影响的近似式 (5-60) 则很接近非线性方程精确解。

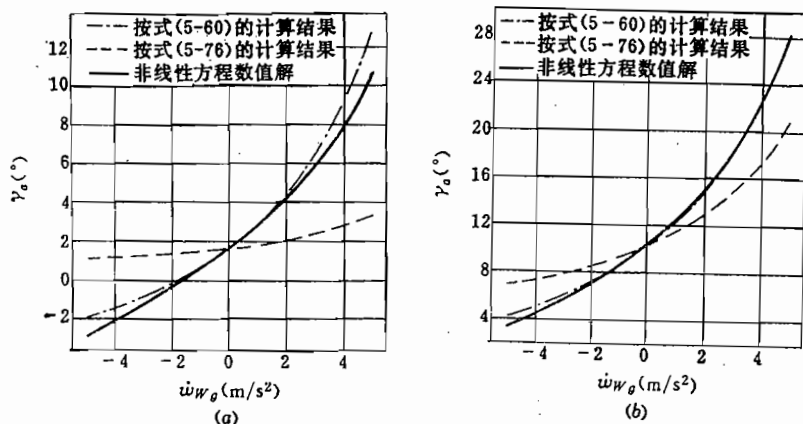


图 5-11 铅垂风加速度对空速倾角的影响

(a) 单发动机飞行; (b) 双发动机飞行。

铅垂风加速度 $\dot{w}_g$ 对过载 n_x 的影响要比水平风加速度 $\dot{w}_R$ 大, 这可从式 (5-38) 看出, $\dot{w}_g$ 对 n_x 的影响项还与 γ_a 有关, 一般 γ_a 不大。图 5-12 示出 $\dot{w}_g$ 对 n_x 的影响。

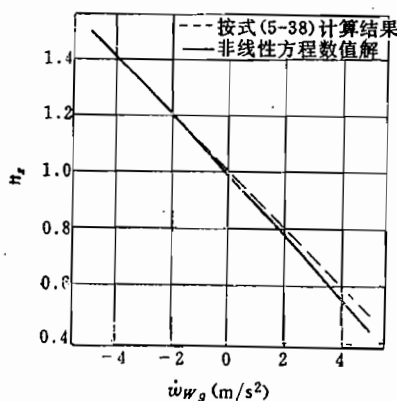


图 5-12 铅垂风加速度对过载的影响

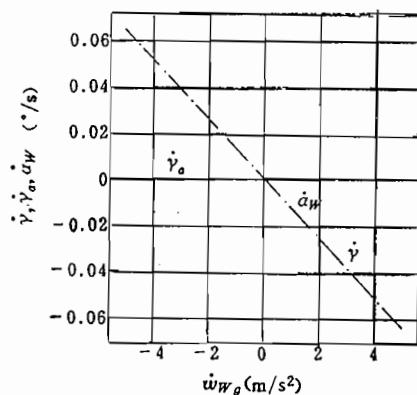


图 5-13 铅垂风加速度对飞行性能状态角速度的影响

由图 5-11 可见, 当 $\dot{w}_g > 0$ (即向下的铅垂风加速度) 使空速倾角 γ_a 增大, 而 $\dot{w}_g < 0$ 使空速倾角 γ_a 减小, 定性可由式 (5-76) 得到解释: 当 $\dot{w}_g \rightarrow g$ (重力加速度) 时, $\gamma_a \rightarrow \infty$; 而 $\dot{w}_g = g$, 相当于飞机处于自由失重情况, 重力 $mg = 0$ 。故 $\dot{w}_g > 0$ 时, $\gamma_a > 0$, 当 $\dot{w}_g$ 再增大时, γ_a 正向趋于无穷大。

$\dot{w}_g$ 对航迹倾角的影响可由式 (5-13) 得到解为

$$V_A \dot{\alpha}_w = -\dot{w}_{wg}$$

考虑到式 (5-56), 则又得

$$\dot{\gamma} = -\frac{\dot{w}_{wg}}{V_A} \quad (5-77)$$

图 5-13 示出 $\dot{w}_{wg}$ 对 $\dot{\gamma}$ 、 $\dot{\gamma}_0$ 和 $\dot{\alpha}_w$ 的影响。

虽然在确定飞行性能时, 式 (5-76) 不如计入过载影响的式 (5-60) 好, 但式 (5-76) 便于作定性分析用, 况且在双发飞行情况下, 式 (5-76) 的计算结果也还可以, 特别在 $2\text{ m/s}^2 \leq \dot{w}_{wg} \leq 2\text{ m/s}^2$ (相当 $|\dot{w}_{wg}| \leq 0.2g$) 范围, 完全可用式 (5-76) 计算 γ_{as} 。

铅垂风加速度对其他飞行性能的影响, 可以在一定起始条件下求出。为简单计, 设起始条件为 $w_{wg}(t=0)=0$, 则铅垂风速变化为

$$w_{wg}(t) = \dot{w}_{wg}t \quad (\dot{w}_{wg} = \text{const}) \quad (5-78)$$

航迹倾角可由式 (5-42) 求得

$$\gamma(t) = \gamma_0(t) - \frac{w_{wg}(t)}{V_A} = \frac{\gamma_{as}}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}} - \frac{\dot{w}_{wg}t}{V_A} \quad (5-79)$$

几何上升率 $\dot{H}(t)$ 由式 (5-45) 求得, 为

$$\dot{H}(t) = V_A \gamma(t) - w_{wg}(t) = V_A \frac{\gamma_{as}}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}} - \dot{w}_{wg}t \quad (5-80)$$

因而高度为

$$H = H_0 + \Delta H = H_0 + V_A \frac{\gamma_{as}}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}} t - \frac{1}{2} \dot{w}_{wg} t^2 \quad (5-81)$$

铅垂风变化对地速影响不大, 近似可认为

$$\dot{x}_g = V_A$$

则飞行距离为

$$x_g(t) = x_{g0} + V_A t \quad (5-82)$$

图 5-14 和图 5-15 分别示出等加速上升风场和等加速下降风场对飞行性能的影响。为了比较, 还给出非线性方程数值解。

在图 5-15 所示加速下降风场情况下出现航迹转折点, 这一特征点相当于 $\dot{H}=0$, 由式 (5-80) 可得, 这一点在时间

$$t(\dot{H}=0) = \frac{V_A \gamma_{as}}{\dot{w}_{wg} \left(1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} \right)} \quad (5-83)$$

时达到。当时的位置坐标

$$x_g(H=0) = x_{g0} + \frac{V_A^2 \gamma_{as}}{\dot{w}_{wg} \left(1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} \right)} \quad (5-84)$$

$$H(\dot{H}=0) = H_0 + \frac{1}{2} \frac{V_A^2 \gamma_{as}^2}{\dot{w}_{wg} \left(1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} \right)^2} \quad (5-85)$$

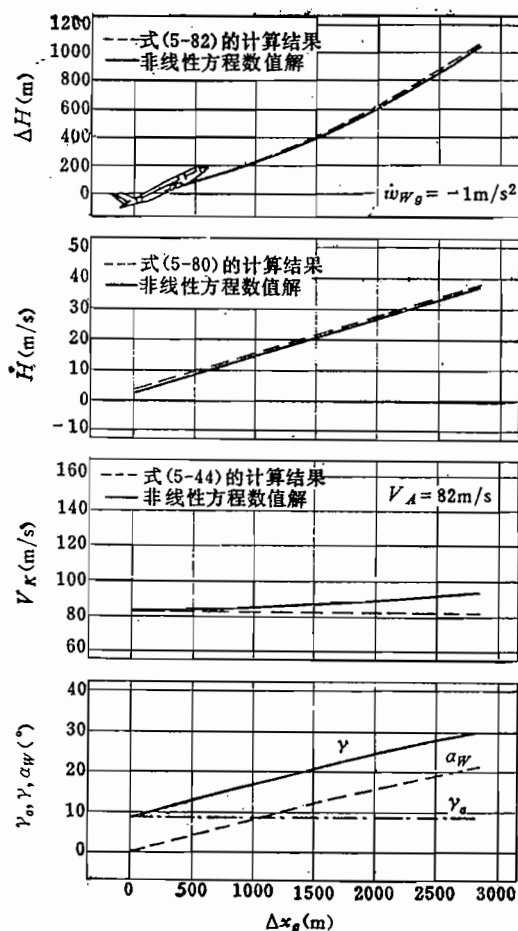


图5-14 等加速上升风场对飞行性能的影响

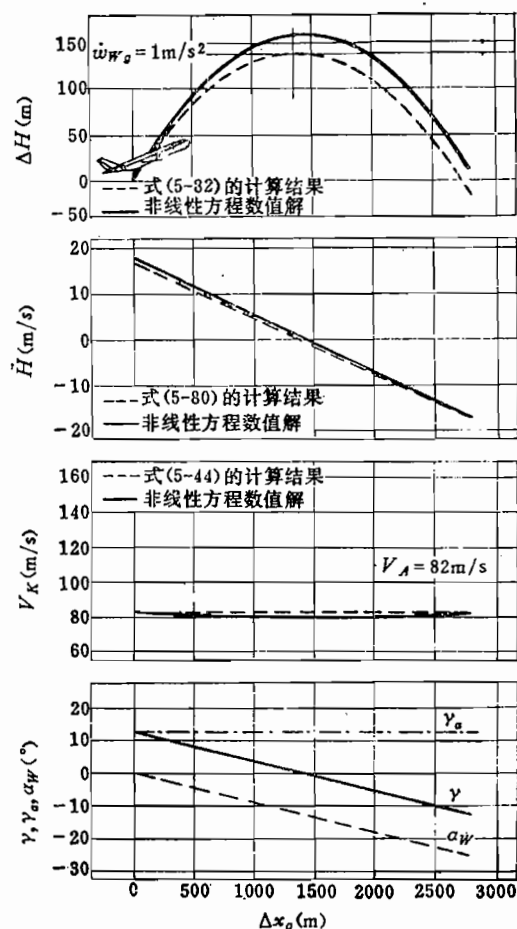


图5-15 等加速下降风场对飞行性能的影响

在航迹转折点上, $\gamma = 0$, 由式 (5-79) 得该点上铅垂风速

$$w_{wg}(H=0) = \frac{V_A \gamma_{as}}{1 - \frac{w_{wg}}{g}} \quad (5-86)$$

在给定 V_A 和 γ_{as} 时, $w_{wg}(\dot{H}, \gamma = 0)$ 与 w_{wg} 的关系如图 5-16 形式。为了比较, 图中还示出由非线性方程求出的飞行性能边界。图 5-16 说明, 飞机在何种铅垂风场 w_{wg} 和 $\dot{H}$ 的组合状态下不再能上升飞行, 而且单发飞行和双发飞行的性能边界是不同的。对于单发飞行 (推力减小) 时, 不计入过载影响所计算的性能边界误差较大, 因此, 在可能情况下应计入过载影响。

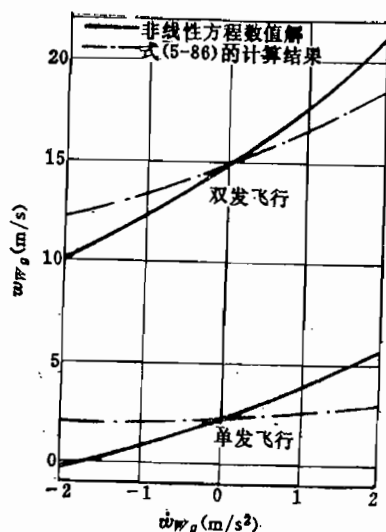


图5-16 飞行性能边界 ($H = 0$, $\gamma = 0$) 与铅垂风速 w_{wg} 和加速度 w_{wg} 的关系

5.7.3 水平风加速度和铅垂风加速度的综合影响

当风场中同时包含有水平风和铅垂风的变化时,难以给出如前两节那样直观的结论。但在这种组合风场情况下,可以找出达到 $\dot{H} = 0$ 和 $\gamma = 0$ 的飞行性能边界对应的风场特性。

按照图 5-4, 水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 和铅垂风加速度 $\dot{w}_{wg}$ 直接影响空速倾角 γ_a , 如式 (5-61) 所示; 而水平风速和铅垂风速 u_{wg} 和 w_{wg} 则直接影响航迹倾角 γ (式 (5-42)) 和几何上升率 $\dot{H}$ (式 (5-46))。当 $\gamma = 0$ 、 $\dot{H} = 0$ 时, 由式 (5-42) 和式 (5-46) 可见, 此时的空速倾角为

$$\gamma_a = \frac{w_{wg}}{V_A} \quad (5-87)$$

此时的铅垂风速为

$$w_{wg} = V_A \gamma_a \quad (5-88)$$

把式 (5-61) 代入式 (5-88), 得

$$w_{wg} = \frac{V_A}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}} \left(\gamma_{as} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \right) \quad (5-89)$$

图 5-17 以铅垂风加速度 $\dot{w}_{wg}$ 为参变量, 给出铅垂风速 w_{wg} 与水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 的关系曲线。在曲线的上部, 飞机不能再作爬升飞行。例如, 当上升风速 $w_{wg} \approx -10 \text{ m/s}$ 时, 顺风加速度只要达到 $\dot{u}_{wg} = 3 \text{ m/s}^2$, 飞机就不可能再作上升飞行。

综合上述讨论, 变化风场对飞行性能的影响可归结如下:

(1) 风场加速度 $\dot{u}_{wg}$ 和 $\dot{w}_{wg}$ 通过影响空速倾角 γ_a 而影响航迹倾角 γ ; 水平风加速度 (或切变) 对飞行性能的影响要比铅垂风加速度的影响大;

(2) 风场的风速 u_{wg} 和 w_{wg} 通过改变突风迎角 α_w 而改变 γ , 而铅垂风速 w_{wg} 的影响要比水平风速 u_{wg} 的影响大; 只有较大的水平风速 (相对飞行速度 V_A 而言) 才会造成明显的航迹倾角变化, 而一个较小的铅垂风速就会引起可观的航迹倾角的变化。

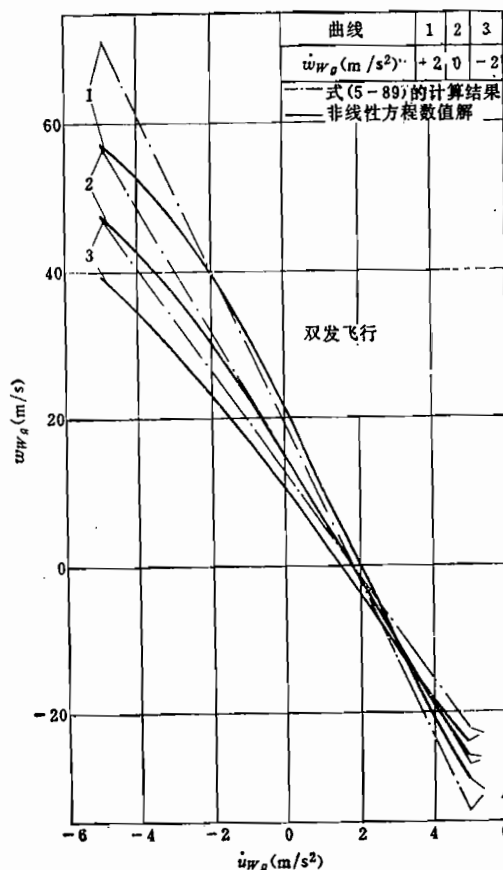


图5-17 变化风场的飞行性能边界 ($H=0$, $\gamma=0$)

5.8 微下冲气流对起飞爬升性能的影响

对飞行安全影响最严重、最危险的变化风场是微下冲气流。为了能按 5.7 节所述的简化分析方法研究微下冲气流对飞行性能的影响, 首先需要一种能描述微下冲气流流动过程的简化数学模型。参考文献[34]给出一种对称微下冲气流的二维简化模型, 如图 5-18 所示。若把坐标原点取在滞止点 0 上, 则微下冲气流风速分量可表示成

$$u_{wg} = u_{wx} x_g \quad (5-90)$$

$$w_{wg} = w_{wz} z_g = -w_{wx} H \quad (5-91)$$

式中, 水平风梯度

$$u_{wx} = \frac{\Delta u_{wg}}{\Delta x_g} \quad (5-92)$$

铅垂风梯度

$$w_{wz} = \frac{\Delta w_{wg}}{\Delta z_g} = - \frac{\Delta w_{wg}}{\Delta H} \quad (5-93)$$

这种简化模型认为另外两种风梯度 u_{wz} 和 w_{wx} 均为零。参考文献 [34] 指出, 这种描述方式与真实微下冲气流的流场是相当一致的。这样, 微下冲气流风切变场的特性只归结为四个特征量: u_{wg} , w_{wg} , u_{wz} 和 w_{wx} , 从而使所研究的问题得以简化。

在起飞爬升情况下, 最关心微下冲气流对飞行性能的影响。造成飞机起飞爬升性能恶化的下降风和顺风风切变主要发生在微下冲气流中心附近。在到达微下冲气流中心之前, 飞机遇到的是逐渐加大的逆风, 并伴有上升风, 这两种风对飞机爬升飞行是有利的。而当飞机离开微下冲气流中心后, 遇到的是顺风切变, 顺风逐渐减小, 甚至变成逆风, 而下降风逐渐消失。总的看来, 在微下冲气流中心区外, 风的情况明显比中心区有利, 所以, 从性能角度看, 飞机在微下冲气流中心区起飞可视为一种临界危险情况, 因为飞机从起飞一开始就遭遇一种极不利的风场影响。

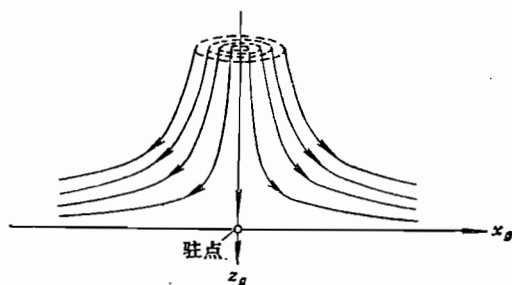


图5-18 微下冲气流的对称二维简化模型

5.8.1 微下冲气流一维分量的飞行性能边界

一、铅垂风场的影响

在微下冲气流中心, 下降风速可达 50 m/s , 一般情况下, 对起飞爬升关系重大的区域, 下降风速在 10 m/s 左右。这样大的下降风速会明显影响飞机的起飞爬升航迹。

按照式 (5-42) 和式 (5-61), 铅垂风速及其变化对航迹倾角的影响为

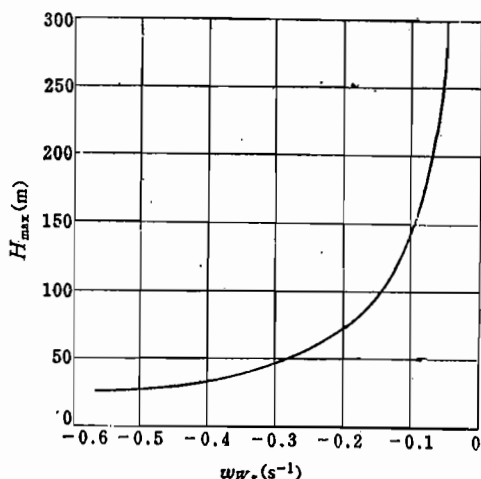
$$\gamma = \frac{\gamma_{as}}{1 - \frac{w_{wg}}{g}} - \frac{w_{wg}}{V_A} \quad (5-94)$$

在飞机不再能作爬升飞行的边界条件下, $\dot{H} = 0$, $\gamma = 0$, 由式 (5-91) 得最大飞行高度为

$$H_{\max} = - \frac{w_{wg}}{w_{wz}} = - \frac{V_A \gamma_{as}}{w_{wz}} \quad (5-95)$$

因为 $H_{\max} > 0$, 故 $\gamma_{as} > 0$ 时, 只有 $w_{wz} < 0$, 即下降风。图 5-19 说明了 $H_{\max}$ 与 w_{wz} 的关系。

图 5-19 表明, 铅垂风梯度 w_{wz} 越大, 飞机所能达到的最大高度 $H_{\max}$ 越低。由于在

图5-19 飞机能爬升达到的最大飞行高度 $H_{\max}$ 与铅垂风梯度的关系

边界条件 $\gamma = 0$ 时, $n_z = 1$, 近似式的简化条件与实际情况几乎一致, 所以按式 (5-95) 求出的解与非线性方程精确解几乎完全相同。由图 5-19 可以看出, 当 $w_{wz} \leq -0.2s^{-1}$ 时, 飞机所能达到的最大飞行高度 $H_{\max} \leq 75m$ 。若障碍高度大于 75m, 则会出现危险, 此时受铅垂风切变的影响, 飞机将会触地。

按照式 (5-44), 只有铅垂风影响时的航迹速度为

$$V_K = V_A \quad (5-96)$$

从而飞机的几何上升率为

$$\dot{H} = V_A \gamma \quad (5-97)$$

为了求出解析形式近似解, 可把航迹倾角 γ (式(5-94)) 在 $\dot{w}_{wg} = 0$ 处展成 Taylor 级数, 其一阶形式为

$$\gamma = \gamma_{as} - \frac{w_{wg}}{V_A} + \frac{\gamma_{as}}{g} \dot{w}_{wg} \quad (5-98)$$

把式 (5-22) 和式 (5-91) 代入, 经整理, 得航迹倾角 γ 和高度 H 的关系为

$$\gamma = \frac{\gamma_{as} V_A + w_{wz} H}{\frac{V_A}{w_{wz}} + \frac{V_A^2}{g} \gamma_{as}} \cdot \frac{1}{w_{wz}} \quad (5-99)$$

在小角度假设下

$$\gamma = \frac{dH}{dx_g}$$

所以

$$dx_g = dH / \gamma = \frac{V_A}{\gamma_{as} V_A + w_{wz} H} + \frac{V_A^2}{g} \gamma_{as} w_{wz} dH$$

积分后得飞行航迹表达式为

$$x_g = \left(\frac{V_A}{w_{wz}} + \frac{V_A^2}{g} \gamma_{as} \right) \ln \frac{\gamma_{as} V_A + w_{wz} H}{\gamma_{as} V_A + w_{wz} H_0} + x_{g0} \quad (5-100)$$

该式在 $w_{wz} \neq 0$, $H_{\max} \geq H \geq H_0$ 时成立, 而当 $H \rightarrow H_{\max}$ 时, $x_g \rightarrow \infty$ 。

图 5-20 比较了近似解和非线性方程数值计算精确解。在爬升阶段, 两者有一定差别, 其原因在于未计入过载变化的影响。随着航迹变平, 铅垂风变化也很小。

二、水平风场的影响

(一) 等空速飞行

由式 (5-42) 和式 (5-61) 得水平风速及其变化对航迹倾角的影响为

$$\gamma = \frac{\gamma_{as} - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}}{1 + \frac{u_{wg}}{V_A}} \quad (5-101)$$

航迹速度为

$$V_K = V_A + u_{wg} = V_A + u_{wz} x_g \quad (5-102)$$

在小角度假设下, 上升率为

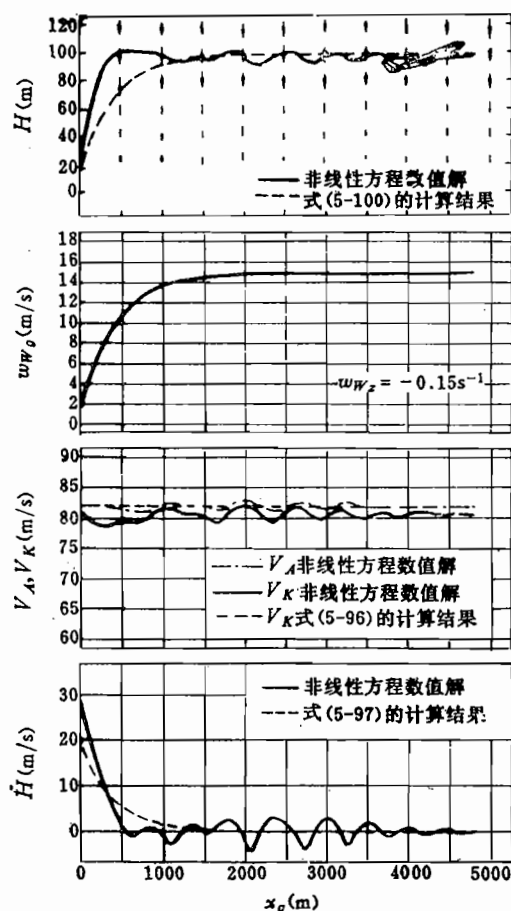


图5-20 在微下冲气流铅垂风场影响下的起飞特性

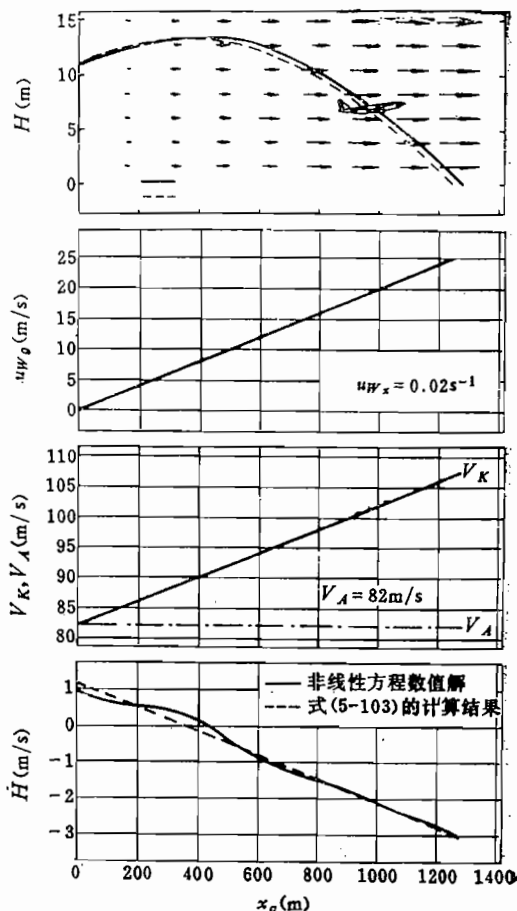


图5-21 在微下冲气流水平风场影响下的起飞特性

$$\dot{H} = V_K \gamma = (V_A + u_{wx} x_g) \frac{\gamma_{as} - \frac{u_{wg}}{g}}{1 + \frac{u_{wg}}{V_A}}$$

代入式 (5-22) 和式 (5-90), 又得

$$H = \gamma_{as} V_A - \frac{V_A}{g} u_{wx} (V_A + u_{wx} x_g) \quad (5-103)$$

在小角度假设下, $\gamma = dH/dx_g$, 由式 (5-101) 得

$$dH = V_A \gamma_{as} \frac{1}{V_A + u_{wx} x_g} dx_g - \frac{V_A}{g} u_{wx} dx_g$$

经积分, 得飞行航迹表达式为

$$H = \frac{V_A \gamma_{as}}{u_{wx}} \ln \left(\frac{V_A + u_{wx} x_g}{V_A + u_{wx} x_{g0}} \right) - \frac{V_A}{g} u_{wx} (x_g - x_{g0}) + H_0 \quad (5-104)$$

该式在 $V_A > -u_{wx} x_g$ 或 $V_A > -u_{wg}$ 时成立。

图 5-21 比较了上述近似解与非线性方程的精确解。图示结果表明, 近似解与精确解相当一致。比较图 5-20 和图 5-21 可以发现, 微下冲气流的水平风切变会使航迹出现

转折点, 当飞行高度很低时, 飞机会触地。在航迹转折点处, $\dot{H} = 0$, 由式 (5-103) 可求出航迹转折点处的坐标为

$$x_{gw} = \frac{g}{u_{wx}^2} \gamma_{as} - \frac{V_A}{u_{wx}} \quad (5-105)$$

把 x_{gw} 代入式 (5-104), 又可求出航迹转折点处的高度为

$$H_w = \frac{V_A \gamma_{as}}{u_{wx}} \ln \frac{g \gamma_{as}}{u_{wx} V_A + u_{wx}^2 x_{g0}} + \frac{V_A^2}{g} - \frac{g V_A}{u_{wx}} \gamma_{as} + \frac{V_A}{g} u_{wx} x_{g0} + H_0 \quad (5-106)$$

图 5-22 的上图和中图给出不同水平风梯度下的转折点高度和水平坐标 H_w 和 x_{gw} 。随水平风梯度的增大, 航迹转折点的高度 H_w 和水平距离 x_{gw} 均很快减小。

图 5-23 的上图和中图示出飞机开始爬升的坐标 x_{g0} 对转折点位置 H_w 和 x_{gw} 的影

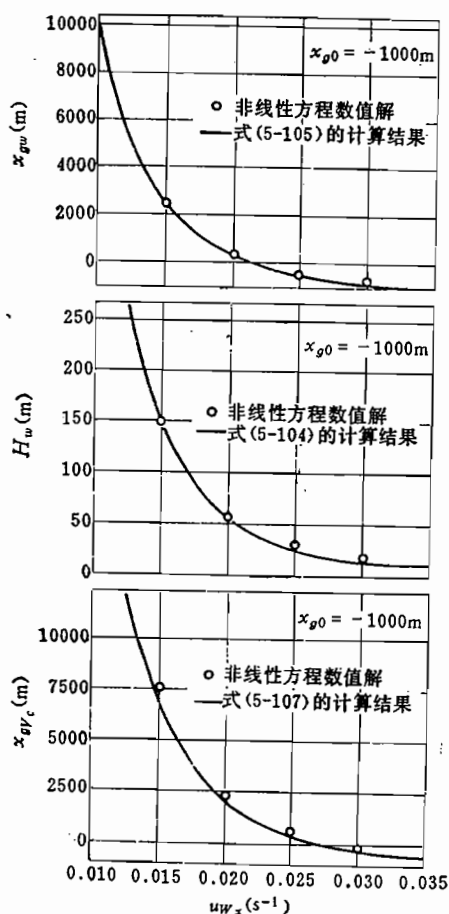


图5-22 等空速飞行时微下冲气流水平风梯度对航迹转折点位置的影响

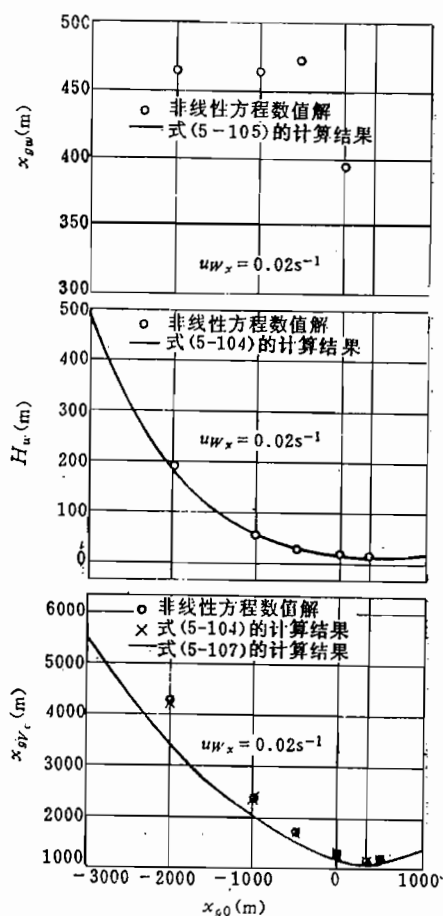


图5-23 在微下冲气流水平风场等空速飞行时, 开始爬升坐标 x_{g0} 对航迹特性的影响

响, 当 $x_{g0} > 0$ 时, 表示飞机在微下冲气流中心 ($x_g = 0$) 以后开始飞行。按照近似式 (5-105), 转折点水平坐标 x_{gw} 与起始点坐标 x_{g0} 无关, 但非线性方程数值解并不是这样, 实际上在确定 x_{gw} 时, 非线性方程中与假设空速 $V_A = \text{const}$ 的很小偏差就将改变航

迹转折点。按照定义,在达到航迹转折点时,航迹倾角 $\gamma \rightarrow 0$, 此时飞行速度的微小偏差就可能使航迹倾角在到达零之前,造成转折点的水平移动。但近似式(5-104)所确定的转折点高度 H_w 与非线性方程数值解吻合得很好。图 5-23 中间图表明,开始起飞点在微下冲气流中心之前越远,航迹转折点高度 H_w 越高。在图示情况下, $u_{wx} = 0.02\text{s}^{-1}$, 当 $H_w = 11\text{m}$ 时, $x_{g0} = 350\text{m}$, 这就意味着,飞机在微下冲气流中心后面 350m 就不能正常起飞,因为航迹转折点高度 H_w 还未超过障碍高度(11m)。如果飞机在微下冲气流后面还要远的地方起飞,非线性方程数值解就求不出航迹转折点,飞机从一开始就处于下降飞行。但近似解还能给出转折点高度和单值的 x_{gw} , 不过该转折点高度在起始坐标之前,这个转折点没有实际意义,因为飞机不会飞经这一点。

在微下冲气流水平风场中等速飞行航迹的另一个特征点是航迹触地点,理论上它可按条件 $H = 0$ 求出。但当 $H = 0$ 时,式(5-104)变成一个不能解析求解的超越方程。为了求出其近似解,把式(5-104)展成 Taylor 级数,取其到第二阶,则变换成一个二次方程,其解的形式为

$$x_{gv} = A + \sqrt{A^2 + B} \quad (5-107)$$

式中

$$A = \frac{u_{wx}x_{g1} + V_A}{u_{wx}} - \frac{(u_{wx}x_{g1} + V_A)^2}{\gamma_{as}g}$$

$$B = \frac{2(H_1 - H_2)(u_{wx}x_{g1} + V_A)^2}{\gamma_{as}V_A u_{wx}}$$

式中, H_1 和 x_{g1} 是起始高度及与其相应的水平坐标; H_2 是终点高度; x_{gv} 是与 H_2 对应的等空速飞行高度 ($V_A = c$), 当 $H_2 = 0$ 时的水平坐标 x_{gv} 即为触地点位置。由于按式(5-105)可以很方便地确定航迹转折点,所以可选转折点作为起始点,即 $H_1 = H_w$, $x_{g1} = x_{gw}$ 。用航迹转折点作为确定触地点的起始点的好处在于:用近似式即可很准确地求出转折点,这样,当把式(5-104)展成 Taylor 级数时的误差也只影响转折点后这一部分航迹。另外,转折点处的系数 $A = 0$, 这可以证明如下:由式(5-103)可得 $\gamma = \dot{H}/V_K$, 故

$$\gamma = \frac{V_A \gamma_{as} u_{wx}}{V_K^2} \left(\frac{V_K}{u_{wx}} - \frac{V_K^2}{g \gamma_{as}} \right) \quad (5-108)$$

式中,括号内项即为系数 A 。在转折点处航迹倾角 $\gamma = 0$, 因而 $A = 0$, 这样式(5-107)可以简化。

当航迹转折点位于开始起飞点之前,则应选择 $H_1 = H_0$, $x_{g1} = x_{g0}$ 作为确定触地点的起始点。

式(5-107)只取一个加法根,这是因为系数 B 的 $H_1 - H_2 > 0$, 必然使 x_{gv} 增加。

图 5-22 和图 5-23 的下图分别示出水平风梯度 u_{wx} 和起始坐标 x_{g0} 对触地点坐标 x_{gv} 的影响。水平风梯度 u_{wx} 和起始坐标 x_{g0} 越大,触地点离起飞开始点越近,而当在转折点后起飞,则 x_{gv} 增大。

图 5-22 和图 5-23 表明,近似式(5-107)确定的触地点位置与非线性方程数值解比较一致,是可以接受的。若不采用式(5-107)的近似解法,也可直接按 $H = 0$ 的条

件, 由式 (5-104) 求出更准确的触地点坐标。

为了综合给出参数 u_{wx} 和 x_{g0} 的影响, 图 5-24 以另一种形式绘出了图 5-22 和图 5-23。图上画出了水平风速限制在 $-40 \text{ m/s} \leq u_{wg} \leq 40 \text{ m/s}$ 范围内, 实际上 $u_{wg} = 40 \text{ m/s}$ 相当于 $u_{wg} = 144 \text{ km/h}$ 。另外还标出 $\gamma = 0$ 即转折点的边界和不同的 x_{g0} 下的触地边界。

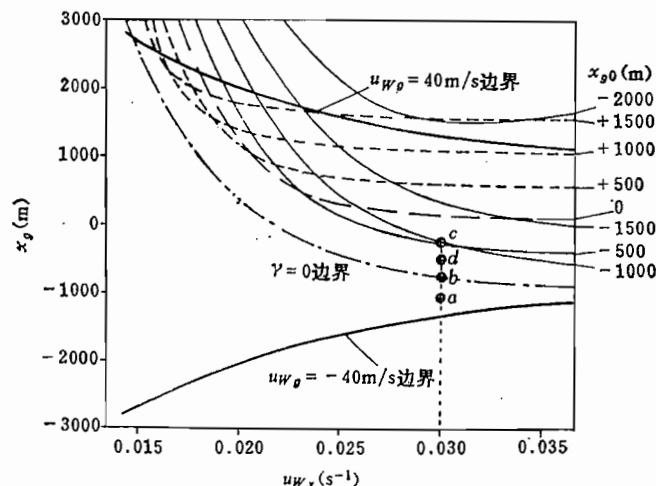


图5-24 在微下冲气流水平风场中等空速起飞时的性能边界图

图 5-24 使用方法如下: 例如已知水平风梯度为 $u_{wx} = 0.03 \text{ s}^{-1}$, 起飞开始坐标为 $x_g = x_{g0} = -1000 \text{ m}$, 相当于图中 a 点。点 a 位于 $u_{wg} = -40 \text{ m/s}$ 边界线上方, 这意味着, 这一点未超出风速限制。若飞机沿正方向 x_g 飞行, 则当 $x_g = -800 \text{ m}$ (点 b) 处达到 $\gamma = 0$, 即到达航迹转折点; 而当 $x_g = -200 \text{ m}$ (点 c) 达到对应 $x_{g0} = -1000 \text{ m}$ 的边界线, 即到达触地位置。

若起飞开始时水平风梯度仍为 $u_{wx} = 0.03 \text{ s}^{-1}$, 但起始坐标为 $x_g = x_{g0} = -500 \text{ m}$ (点 d), 此时在起飞点前有一个航迹转折点, 从而飞机不再能作爬升飞行。在这个例子中触地点坐标与前面 $x_{g0} = -1000 \text{ m}$ 的情况恰好一样。

图 5-24 的缺点是对应不同的 x_{g0} 的边界线互相交叉, 不够直观, 这是因为, 图 5-24 上的坐标 x_g 是相对微下冲气流中心取的。为此, 可把纵坐标换成触地点相对起飞开始点的相对距离 Δx_{gvc} , 如图 5-25 所示形式。

(二) 以允许减速到抖动速度的低空速飞行

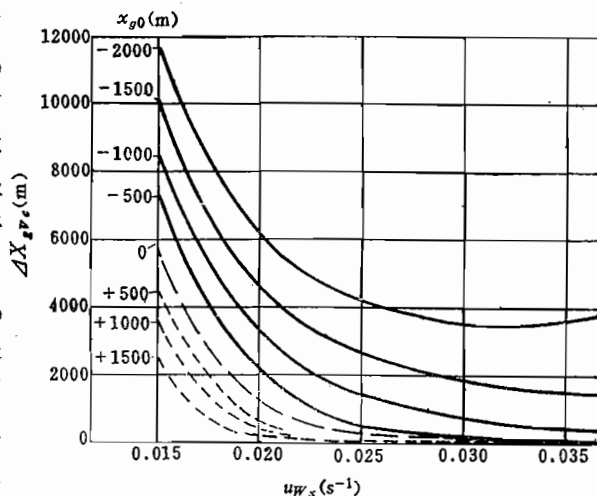


图5-25 在微下冲气流水平风场中等空速飞行的相对距离

上面的看法都是在认为以等空速起飞爬升 ($V_A = \text{const}$) 的前提下得出的。实际上,

为了防止飞机触地，驾驶员都不用等空速飞行。因此，在什么条件下能延缓或避免触地，就很值得研究。

这种想法基于下述理想概念。若飞机首先以等空速爬升飞行到高度 H_0 ，到此为止，前面所提出的近似解法都是可用的。为了能确定到达起始高度 H_0 所经过的水平距离，应把式 (5-107) 中的 H_2 换成 H_0 。从这里开始，保持 $H=H_0$ 飞行，但持续的风切变会导致空速损失，但允许空速减小到抖动速度（或抖杆速度）。本节示例中允许的抖动速度 $V_s=58\text{ m/s}$ 。这里不采用相当气流发生分离的最大迎角，而采用抖动速度的原因是：在飞机的使用和操作手册中，习惯上都用抖动速度；另一方面，当作飞行机动时，飞机是处在 $\gamma=0$ ， $\dot{\gamma}=0$ 的水平飞行，从而可认为 $n_x=1$ ，这样就可以不考虑过载对抖动速度 V_s 的影响，而认为 $V_s=\text{const}$ ， V_s 就可以作为唯一的边界条件。

为了能给出对微下冲气流的一般看法，下面的讨论中也同时考虑铅垂风分量。当飞机作 $\gamma=0$ 的水平飞行时，在空速减小的范围内高度不变，因而 $\dot{w}_{wg}=0$ 。由式 (5-42) 得

$$\gamma_a(V_A) - \frac{w_{wg}}{V_A} = 0$$

代入式 (5-28) 后，得

$$\gamma_{ax}(V_A) - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} - \frac{\dot{V}_A}{g} - \frac{w_{wg}}{V_A} = 0 \quad (5-109)$$

因而空速的变化为

$$\dot{V}_A = g\gamma_{ax}(V_A) - \dot{w}_{wg} - \frac{gw_{wg}}{V_A} = g\gamma_{ax}(V_A) - u_{wx}V_A - \frac{gw_{wg}}{V_A} \quad (5-110)$$

又可写成

$$\dot{V}_A = \frac{dV_A}{dx_g} \frac{dx_g}{dt} = \frac{dV_A}{dx_g} [V_A(x_g) + u_{wx}x_g] \quad (5-111)$$

从而可求出

$$\frac{dV_A}{dx_g} = \frac{g\gamma_{ax}(V_A)}{V_A(x_g) + u_{wx}x_g} - u_{wx} + \frac{gw_{wg}H_0}{V_A(x_g)[V_A(x_g) + u_{wx}x_g]} \quad (5-112)$$

由式 (5-90) 可见，风速随飞行距离线性变化，在一阶近似下，空速也可视为随 x_g 线性变化。这样，在所研究的空速减小范围内，可以采用一个平均空速 $\bar{V}_A$ 。本节的示例飞机的 $V_s=58\text{ m/s}$ ，正常飞行速度 $V_A=82\text{ m/s}$ ， $\bar{V}_A=70\text{ m/s}$ 。

另外，虽然空速倾角 γ_{as} 随空速变化，但在近似计算时取一个与平均空速 $\bar{V}_A$ 对应的平均空速倾角 $\bar{\gamma}_{as}$ ，示例中 $\bar{\gamma}_{as}=\gamma_{as}(\bar{V}_A=70\text{ m/s})=9.8^\circ$ 。

采用上述平均空速 $\bar{V}_A$ 和平均空速倾角 $\bar{\gamma}_{as}$ 假设后，式 (5-112) 改写成

$$\frac{dV_A}{dx_g} = \frac{g\bar{V}_A\bar{\gamma}_{as} + gw_{wg}H_0}{\bar{V}_A} \cdot \frac{1}{\bar{V}_A + u_{wx}x_g} - u_{wx} \quad (5-113)$$

经积分得

$$\Delta V_A = V_{AH_0} - V_s = \frac{g\bar{\gamma}_{as}\bar{V}_A + gw_{wg}H_0}{\bar{V}_A u_{wx}} \ln \frac{\bar{V}_A + u_{wx}x_{gH_0}}{\bar{V}_A + u_{wx}x_{gV_s}} + u_{wx}(x_{gV_s} - x_{gH_0}) \quad (5-114)$$

式中， V_{AH_0} 是空速开始减小时刻的空速， x_{gH_0} 是当时的水平坐标， x_{gV_s} 是空速达到抖动速度 V_s 时的水平坐标，因此， ΔV_A 表征了空速的减小值。式 (5-114) 是一个超越方

程, 为了近似求解, 仍按前述方法, 把它展成 Taylor 级数, 由其二阶形式近似表达式可得到一个 x_{gv} 的二次方程, 解的形式为

$$x_{gv} = A + \sqrt{A^2 + B} \quad (5-115)$$

式中

$$A = \frac{\bar{V}_A + u_{wx} x_{gH_0}}{u_{wx}} - \frac{(\bar{V}_A + u_{wx} x_{gH_0})^2}{g \bar{V}_A + \frac{g}{\bar{V}_A} u_{wx} H_0}$$

$$B = 2 \frac{(\bar{V}_A - V_s)(\bar{V}_A + u_{wx} x_{gH_0})^2}{u_{wx} \left(g \bar{V}_A + \frac{g}{\bar{V}_A} u_{wx} H_0 \right)}$$

式 (5-115) 取加法根是为了与空速减小 ($V_A - V_s$) 后的水平距离增加相一致。当只研究微下冲气流水平风影响时, 上述方程中的 $w_{ws} = 0$ 。

除了由式 (5-115) 近似求解外, 也可由式 (5-113) 数值积分求解, 但不如近似解直观。

图 5-26 给出在微下冲气流水平风场中低空速飞行时的解 x_{gv} , 近似解与非线性方程数值解是一致的。比较图 5-22 和图 5-26 可以看出, 在风切变场中, 以允许的减速作低空速飞行机动, 可以明显增大水平飞行距离。例如, 在同样的风切变场 $u_{wx} = 0.025 \text{ s}^{-1}$ 飞行, 且开始起飞时的 $x_{g0} = -1000 \text{ m}$, 由图 5-22 得 $x_{gvC} = 470 \text{ m}$, 由图 5-26 得 $x_{gv} = 2800 \text{ m}$ 。这就是说, 采用减小空速的低空速机动飞行方式, 可以增加飞行距离 2km 多。

因此, 目前国际上推荐的风切变改出技术中强调“允许低空速, 即允许飞机相对空气的速度减小, 以使爬升角最大而高度下降最小”。^[9] 在民用飞机上较低的限制空速是抖杆启动时的速度。现代大多数喷气运输机上都装有抖杆装置, 把它作为一种接近失速的告警装置。飞机出现抖杆时, 还具有足够的空速和俯仰角裕度, 超过抖杆俯仰角会导致失速。因此, 抖杆俯仰角代表改出期间允许使用的最大俯仰角。当飞机遭遇风切变时, 为了控制航迹并使高度下降最小, 需要使用抖动俯仰角, 此时应均匀地用小的变化速率调节俯仰角, 使飞机在断续抖杆状态下飞行。

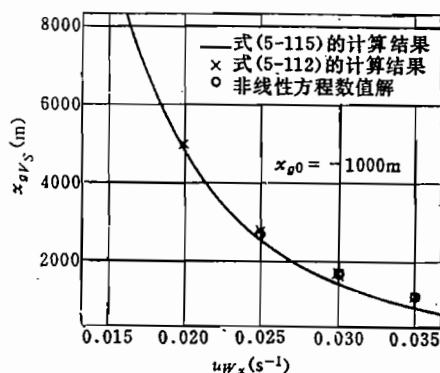


图5-26 在微下冲气流水平风场中到达抖动速度时所经过的水平距离

图 5-27 示出低空速飞行时的其他性能特征量。

图 5-28 示出在微下冲气流水平风场中低空速飞行时性能边界图。与等空速飞行边界图 5-24 比较可见, 使用空速余量明显地改善了飞行安全性, 只有在很大的风梯度 $u_{wx} > 0.035 \text{ s}^{-1}$, 并且 $x_{g0} = -1000 \text{ m}$ 时才存在危险。而在其他情况下, 只有当风速异常大的情况下才会出现危险。

图 5-29 示出从起飞开始点到达到抖动速度时的距离增量 Δx_{gv} , 随 x_{g0} 的正向增大, 相对距离也减小。

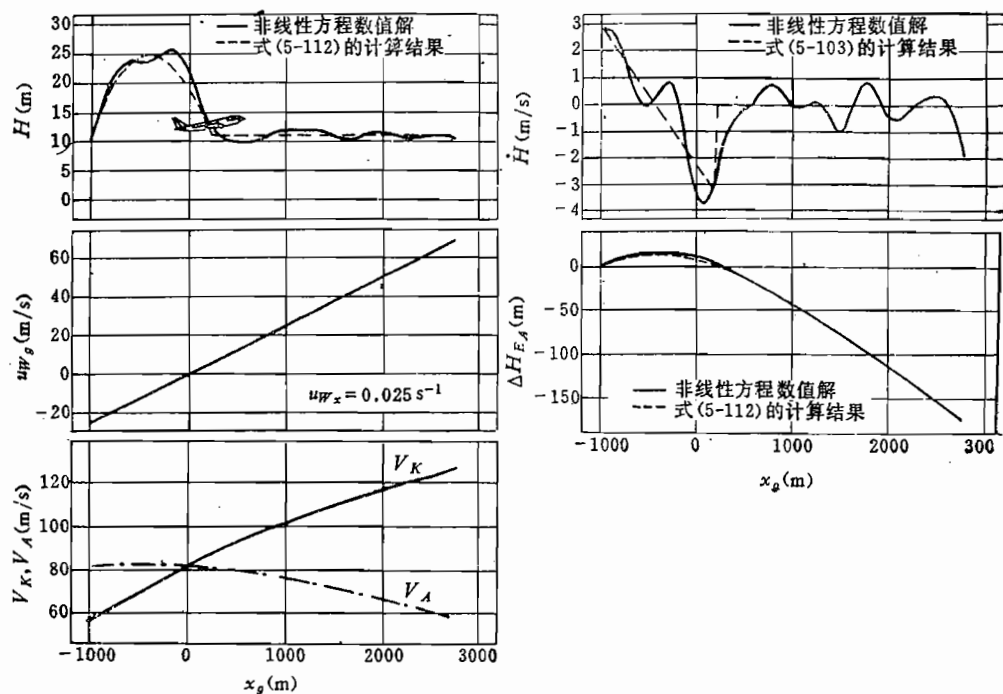


图5-27 在微下冲气流水平风场中低速飞行时的飞行性能

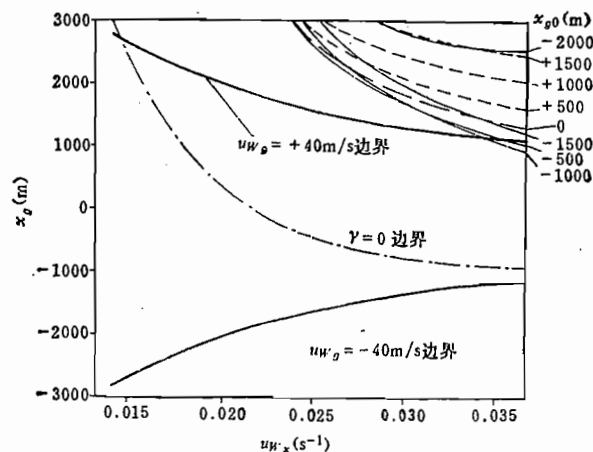


图5-28 在微下冲气流水平风场中低速飞行时的性能边界图

综观微下冲气流铅垂风场和水平风场的单独影响, 水平风及其变化是危险的临界情况, 尽管两者单独作用都可能造成偶然触地事故, 但相对铅垂风场而言, 水平风场的影响更为严重。

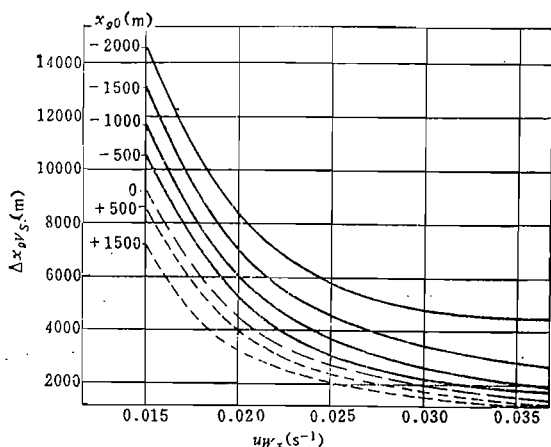


图5-29 在微下冲气流水平风场中低空速飞行的相对距离

5.8.2 二维微下冲气流的飞行性能边界

一、等空速飞行时二维微下冲气流的飞行性能边界

5.7 节的研究分析业已表明, 与铅垂风速和水平风加速度相比, 铅垂风加速度的影响是次要的, 这种看法也完全适合微下冲气流, 因为在微下冲气流中, 即使水平风切变所引起的航迹倾角也是不大的, 从而飞机的几何上升率很小, 铅垂风加速度也不大。

当不考虑铅垂风加速度对飞行性能的影响时, 由式 (5-42)、式 (5-61) 和式 (5-90)、式 (5-91) 得航迹倾角为

$$\gamma = \frac{\gamma_{as} - \frac{u_{wx}}{g} (V_A + u_{wx} x_g) + \frac{w_{wx} H}{V_A}}{1 + \frac{u_{wx} x_g}{g}} \quad (5-116)$$

式中同时出现高度 H 和水平距离 x_g 两个变量, 不便于求解。为了能得到一个表征主要参数影响的近似表达式, 参考文献[36]把式 (5-116) 对 x_g 求导, 得到 γ 的一次线性微分方程, 经积分得其解为

$$\gamma = \frac{u_{wx}^2 V_A}{g (w_{wx} - u_{wx})} + \left[\gamma_0 - \frac{u_{wx}^2 V_A}{g (w_{wx} - u_{wx})} \right] \left[\frac{V_A + u_{wx} x_{g0}}{V_A + u_{wx} x_g} \right]^{(1 - w_{wx}/u_{wx})} \quad (5-117)$$

式中, γ_0 是起始航迹倾角, 由式 (5-116), 代入起飞爬升开始时的起始坐标 x_{g0} 和 H_0 得

$$\gamma_0 = \frac{\gamma_{as} - \frac{u_{wx}}{g} (V_A + u_{wx} x_{g0}) + \frac{w_{wx} H_0}{V_A}}{1 + \frac{u_{wx} x_{g0}}{g}} \quad (5-118)$$

把表征航迹倾角 γ 的式 (5-117) 沿水平距离 x_g 积分, 则可得到高度 H 和水平距离 x_g 之间的关系为

$$\begin{aligned}
 H = & -\frac{u_{Wz}^2 V_A}{g(w_{Wz} - u_{Wz})} (x_g - x_{g0}) + \left[\gamma_0 - \frac{u_{Wz}^2 V_A}{g(w_{Wz} - u_{Wz})} \right] \\
 & \cdot \left[1 + \frac{u_{Wz}}{V_A} x_{g0} \right]^{(1-u_{Wz}/u_{Wz})} \frac{V_A}{u_{Wz}} \\
 & \times \left[\left(1 + \frac{u_{Wz}}{V_A} x_g \right)^{\frac{u_{Wz}}{u_{Wz}}} - \left(1 + \frac{u_{Wz}}{V_A} x_{g0} \right)^{\frac{u_{Wz}}{u_{Wz}}} \right] + H_0 \quad (5-119)
 \end{aligned}$$

在计算航迹速度 V_K 时, 也可以不考虑铅垂风速的影响, 从而仍可用式 (5-102), 这样, 飞机的几何上升率为

$$\begin{aligned}
 \dot{H} = V_K \gamma = (V_A + u_{Wz} x_g) \left\{ \frac{u_{Wz}^2 V_A}{g(w_{Wz} - u_{Wz})} \right. \\
 \left. + \left[\gamma_0 - \frac{u_{Wz}^2 V_A}{g(w_{Wz} - u_{Wz})} \right] \left[\frac{V_A + u_{Wz} x_{g0}}{V_A + u_{Wz} x_g} \right]^{(1 - \frac{u_{Wz}}{u_{Wz}})} \right\} \quad (5-120)
 \end{aligned}$$

为了校核上述近似解的适用性, 图 5-30 同时给出了在一种二维微下冲气流中主要航迹特性的近似解与非线性方程数值解的比较。二维微下冲气流水平风和铅垂风的综合作用也会使航迹出现转折点, 在转折点处 $\gamma = 0$, 则由式 (5-117) 可求出转折点的位置为

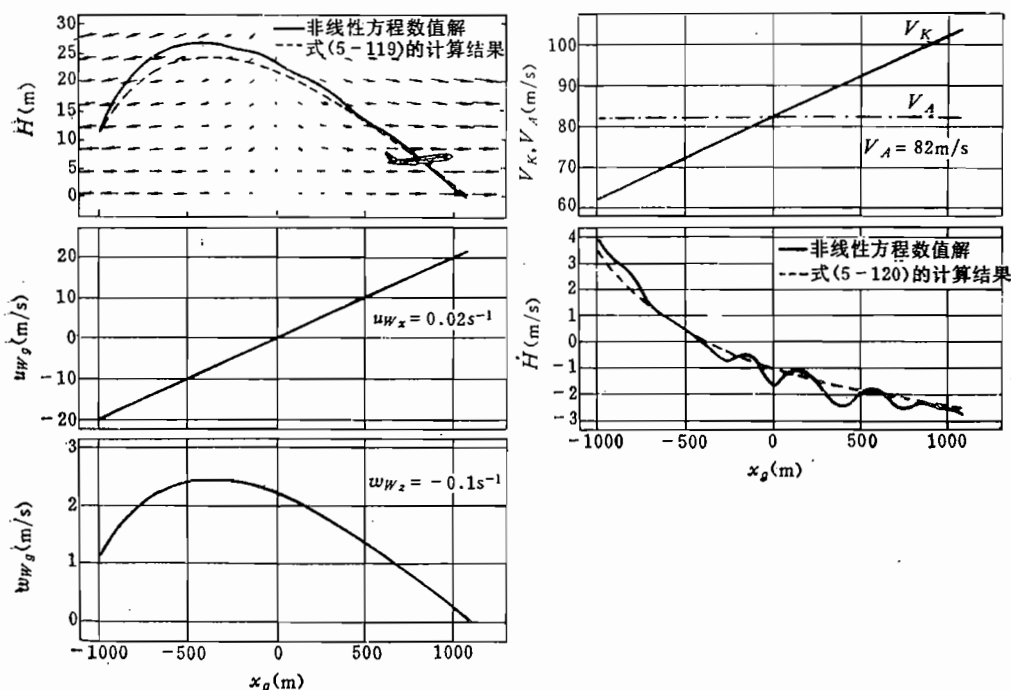


图 5-30 在二维微下冲气流中等空速飞行时的航迹特性

$$x_{gw} = \frac{V_A}{u_{Wz}} \left\{ \left(1 + \frac{u_{Wz}}{V_A} x_{g0} \right) \left[1 + \frac{g \gamma_0}{u_{Wz}^2 V_A} (w_{Wz} - u_{Wz}) \right]^{\frac{u_{Wz}}{u_{Wz}}} - 1 \right\} \quad (5-121)$$

转折点处的高度 H_w 可代入 x_{gn} , 由式 (5-119) 求出。

作为示例, 图 5-31 示出 $x_{g0} = -1000\text{m}$ 和 $w_{Wz} = -0.15\text{s}^{-1}$ 时转折点坐标 x_{gw} 和 H_w 与水平风梯度 u_{Wz} 的关系, 随水平风梯度 u_{Wz} 的增大, 转折点高度 H_w 和水平坐标 x_{gw} 都减小, 当 $u_{Wz} > 0.031\text{s}^{-1}$ 时, 转折点将在起飞开始之前出现, 从而飞机不可能再作爬升飞行。

图 5-32 示出给定 x_{g0} 和 u_{Wz} 时, 性能特征量与铅垂风梯度 w_{Wz} 的关系, 随铅垂风梯度 w_{Wz} 的减小 (绝对值增大), 转折点高度 H_w 和水平距离 x_{gw} 都要减小。

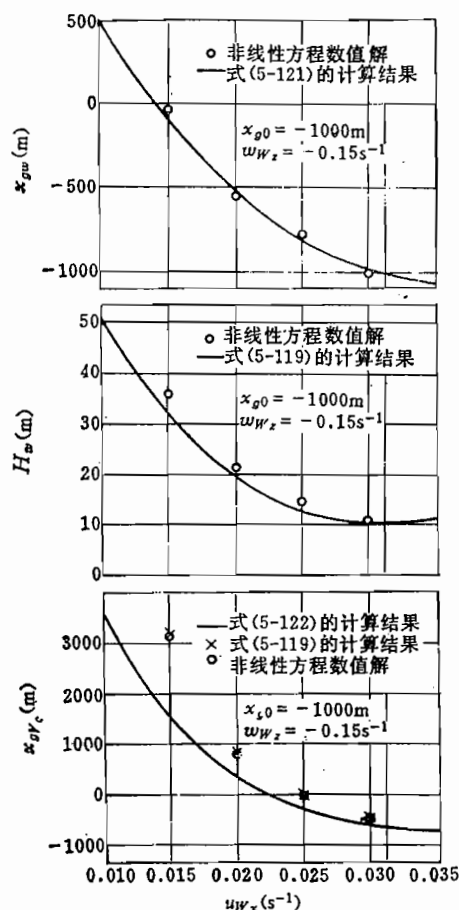


图5-31 在微下冲气流中等空速飞行时性能特征量与水平风梯度的关系

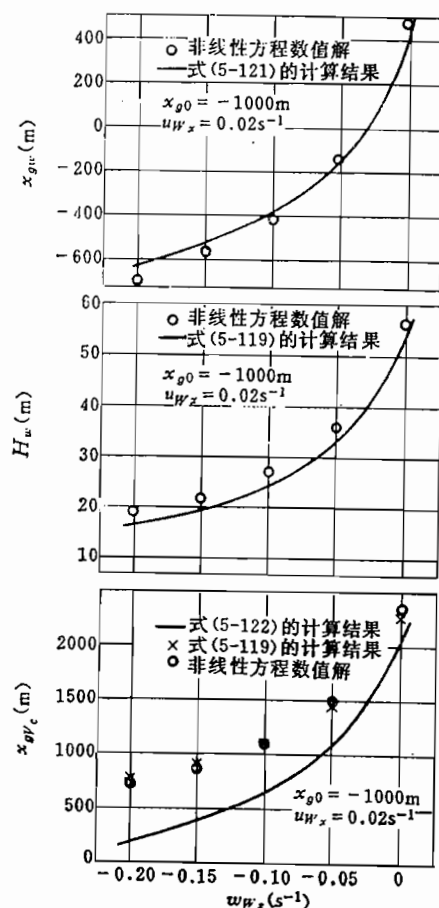


图5-32 在微下冲气流中等空速飞行时性能特征量与铅垂风梯度的关系

图 5-33 示出起始坐标 x_{g0} 对性能特征量的影响, 在微下冲气流中心前方越远处起飞 ($x_{g0} < 0$), 转折点在微下冲气流前方越远 ($x_g < 0$), 转折点高度 H_w 越大, 这是因为在微下冲气流前方越远处起飞, 则逆风分量越大, 使航迹速度变小, 从而水平风加速度变小, 这又会使转折点高度变大。在图 5-33 上, 当 $u_{Wz} = 0.02\text{s}^{-1}$ 和 $w_{Wz} = -0.1\text{s}^{-1}$ 时, 则在 $x_{g0} \approx 0$, $H_w = 11\text{m}$, $x_{gw} \approx 0$ 相当于达到边界, 航迹相当是一个转折点。若在微下冲气流后方 ($x_{g0} > 0$) 越远处起飞, 则理论航迹转折点是在所研究飞行航迹的前方。

与前一节类似, 在二维微下冲气流中等空速飞行时, 另一个性能边界点是触地点,

此时 $H = 0$, 原则上可由式 (5-119) 求出触地点坐标 x_{gv} , 但比较麻烦。为此, 可把式 (5-119) 展成 Taylor 级数, 只取到二阶, 则得到一个二次方程, 解的形式为

$$x_{gv} = A + \sqrt{A^2 + B} \quad (5-122)$$

式中

$$A = -\frac{\gamma_1(V_A + u_{wx}x_{g1})}{\gamma_1(w_{wx} - u_{wx}) - V_A \frac{u_{wx}^2}{g}}$$

$$B = -\frac{2(H_1 - H_2)(V_A + u_{wx}x_{g1})}{\gamma_1(w_{wx} - u_{wx}) - V_A \frac{u_{wx}^2}{g}}$$

下标 1 的量表征所研究阶段的起始值, 而 H_2 是与 x_{gv} 对应的终点值, 当 $H_2 = 0$ 就是触地点。类似 5.8.1 节所述, 取 $x_{g1} = x_{gw}$, $H_1 = H_w$; 若转折点在所研究飞行阶段之前, 则取 $x_{g1} = x_{g0}$, $H_1 = H_0$ 。

图 5-31、图 5-32 和图 5-33 的下图分别示出水平风梯度 u_{wx} 、铅垂风梯度 w_{wx} 和起始坐标 x_{g0} 对触地点位置 x_{gv} 的影响, 以及近似解与非线性解的比较。图 5-31 和图 5-32 表明, 虽然近似式 (5-122) 能给出 u_{wx} 和 w_{wx} 对 x_{gv} 影响的定性看法, 但误差太大。而图 5-33 则表明, 近似式 (5-122) 仅在微下冲气流中心附近算出的结果还可接受, 而离开该中心后, 计算误差太大, 原因在于展成 Taylor 级数时的简化不当。相反, 由式 (5-119) 按 $H = 0$ 条件求解的结果与非线性方程数值解则相当一致。

由图 5-31 和图 5-32 可见, 水平风梯度 ($u_{wx} > 0$) 越大, 铅垂风梯度 ($w_{wx} < 0$) 越小, 则触地点离起飞开始点越近, 即 $x_{gv} \rightarrow x_{g0}$ 。而图 5-33 则说明, 起飞开始点在微下冲气流前方越远 ($x_{g0} < 0$), 则触地点在微下冲气流中心后方越远 (按非线性方程数值解)。

图 5-34 给出从起飞点到触地点的距离 Δx_{gv} 与 u_{wx} 、 x_{g0} 的关系。为了减少微下冲气流的影响参数, 此处把水平风梯度和铅垂风梯度表示成一种线性关系

$$w_{wx} = -5u_{wx} \quad (5-123)$$

图 5-35 按式 (5-123) 关系, 综合说明了各种量对触地点的影响。 $u_{wx} \leq 0.0175s^{-1}$ 的各种风梯度组合情况下, 从飞行性能角度看, 不存在任何危险。另外也会看到, 只有当飞机在微下冲气流后方 $x_g = 1500m$ 处起飞, 对于 $u_{wx} > 0.0175s^{-1}$ 的风梯度组合下的飞行才没有什么危险, 这就意味着, 当飞机以等空速飞行时, 在实际风场的很大范围内, 飞机的实际飞行性能难以避免飞机坠毁。

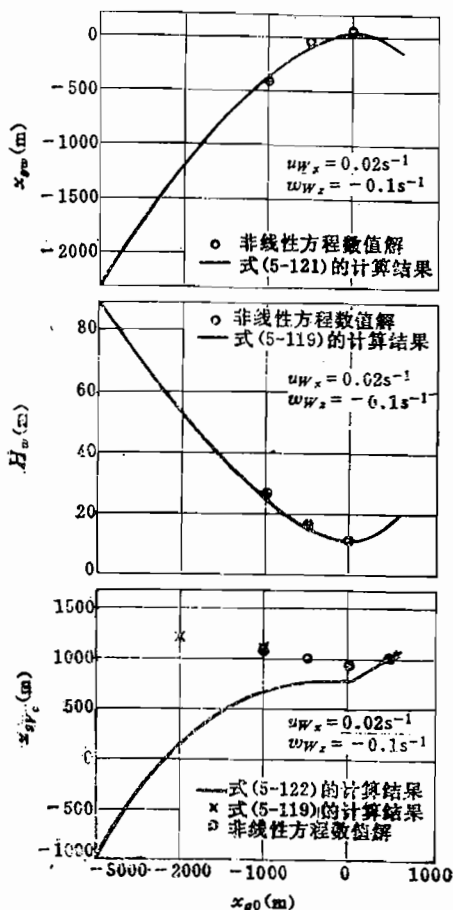


图 5-33 在微下冲气流中等空速飞行时性能特征量与起始坐标 x_{g0} 的关系

二、低空速飞行时二维微下冲气流的飞行性能边界

从飞行性能角度看, 飞机遭遇微下冲气流风切变时, 如果驾驶员能充分利用允许使用的动能, 则能大大延缓飞机触地的危险, 采用低空速飞行方式, 可以利用飞机的动能余量。

图 5-36 示出飞机在微下冲气流中低空速飞行方式的航迹特性。当再次到达起始高度 (11m) 后, 通过减小空速, 能在数公里距离内保持高度不变。飞机减速到允许的抖动速度 $V_s = 58 \text{ m/s}$ 时的顺风速度为 $u_{wg} = 80 \text{ m/s}$, 这是一个非实际的风速量级。由此可见, 早在达到抖动速度之前, 飞机已穿过微下冲气流。

图 5-37 示出在微下冲气流中低空速飞行到达抖动速度时的坐标 x_{gv} , 风速梯度组合越弱, 则 x_{gv} 在微下冲气流后方越远。起飞点在微下冲气流后方越远, 即 x_{g0} 越大, 则从起飞点到达抖动开始点的距离差 ($\Delta x_{gv} = x_{gv} - x_{g0}$) 越短, 如图 5-38 所示。

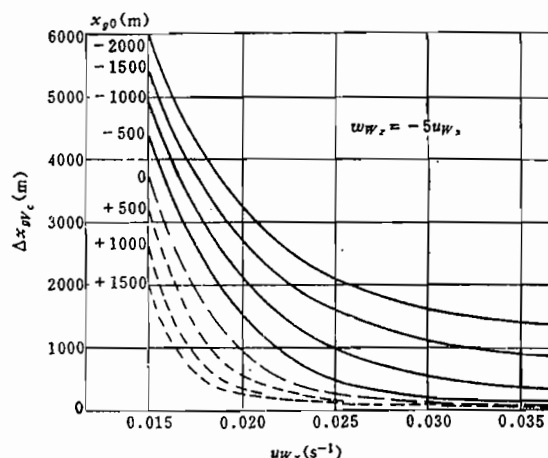


图5-34 在微下冲气流中等空速飞行时所能飞越的距离

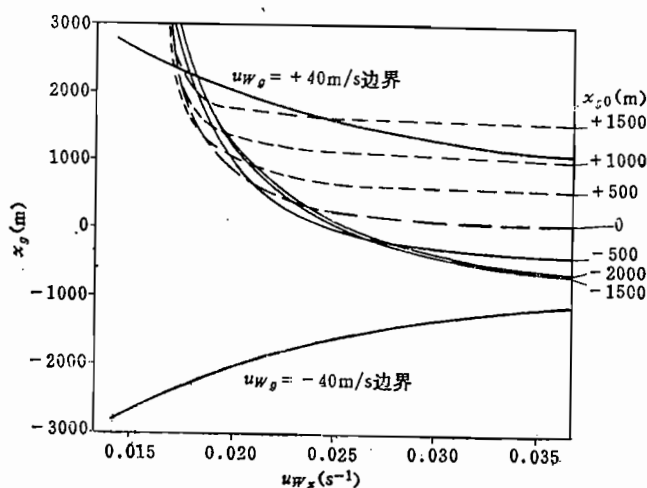


图5-35 在微下冲气流中等空速飞行时的性能边界图

图 5-39 说明在何种情况下低空速飞行才会出现危险。图示结果说明, 对于 $u_{wx} \leq 0.03 \text{ s}^{-1}$ 的线性风梯度组合情况下, 在飞机穿越微下冲气流前, 即使实际风速很大 ($|u_{wg}| = 40 \text{ m/s}$), 从飞行性能观点看, 也不会出现超过抖动速度的危险情况。只有当起飞点处在微下冲气流前方 (例如 $x_{g0} = -1000 \text{ m}$), 而且风梯度组合超过 $u_{wx} > 0.03 \text{ s}^{-1}$ 时, 才到达性能边界。同时应指出, $u_{wx} > 0.03 \text{ s}^{-1}$ 的水平风梯度是很少见的。比较图 5-35 和图 5-39, 明显可见, 低空速飞行方式的安全飞行范围比等空速飞行方式的安全飞

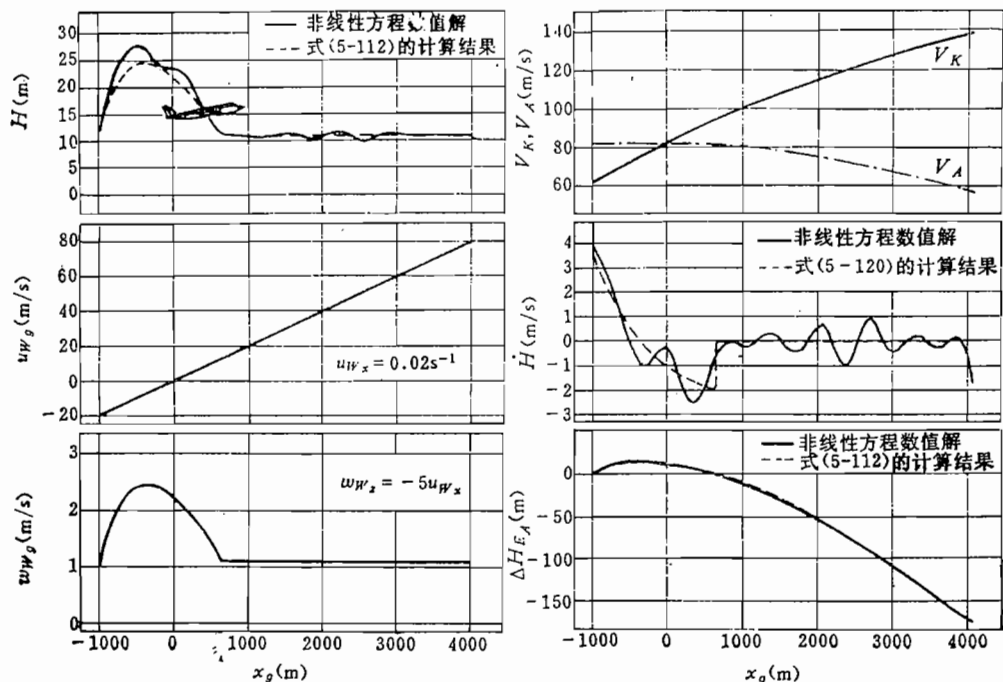


图5-36 在微下冲气流中低空速飞行时的航迹特性

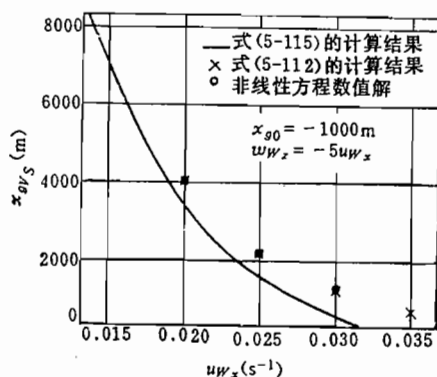


图5-37 在微下冲气流中低空速飞行到达抖动速度时的坐标

行范围要大。

综合上述讨论, 可得出这样的结论: 在空间有限范围内的微下冲气流中, 既非单纯铅垂风切变也非单纯水平风切变造成飞机坠毁; 即使在很强烈的风梯度组合情况下 ($u_{Wx} > 0.03 \text{ s}^{-1}$, $|w_{Wx}| > 0.15 \text{ s}^{-1}$), 也只有当飞机在微下冲气流前方起飞 ($x_{g0} < 0$), 才存在危险。

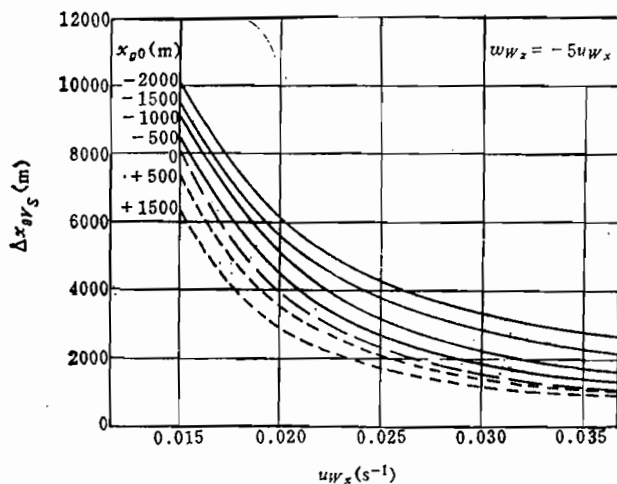


图5-38 在微下冲气流中低空速飞行到达抖动速度时所飞过的水平距离

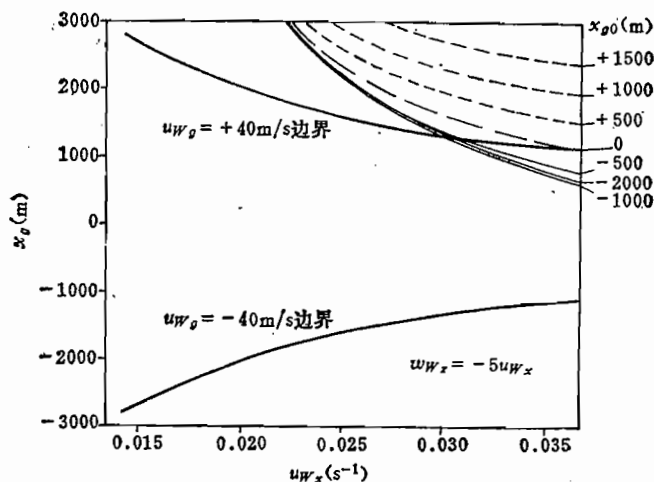


图5-39 在微下冲气流中低空速飞行时飞行性能边界

5.9 飞机在变化风场中等空速飞行时的需用推力

在变化风场中飞行时的需用推力涉及飞机对抗风切变的能力^[38]。在小角度假设下，由式 (5-25(a)) 得需用推力为

$$T = m dV_{\kappa}/dt + D - L\alpha_w + mg\gamma \quad (5-124)$$

单位飞机质量所需要的推力（又称比需用推力）为

$$\frac{T}{mg} = \frac{1}{g} \frac{dV_{\kappa}}{dt} + \frac{D}{mg} - \frac{L}{mg} \alpha_w + \gamma \quad (5-125)$$

由式 (5-14) 得

$$dV_{\kappa}/dt = V_A + \dot{u}_{w_x} - w_{w_x}\gamma - w_{w_z}\dot{\gamma} \quad (5-126)$$

把式 (5-126) 和式 (5-13) 代入式 (5-125)，得比需用推力为

$$\frac{T}{mg} = -\frac{1}{g} (\dot{V}_A + \dot{u}_{wg} - \dot{w}_{wg}\gamma - w_{wg}\dot{\gamma}) + \frac{D}{mg} + \frac{L}{mg} - \frac{1}{V_A} (u_{wg}\gamma + w_{wg}) + \gamma \quad (5-127)$$

按式 (5-36), 又可写成空气动力系数形式

$$\frac{T}{mg} = -\frac{1}{g} (\dot{V}_A + \dot{u}_{wg} - \dot{w}_{wg}\gamma - w_{wg}\dot{\gamma}) + n_z \frac{C_D}{C_L} + \frac{n_x}{V_A} (u_{wg}\gamma + w_{wg}) + \gamma \quad (5-128)$$

这是在变化风场中飞行时比需用推力的一般形式。

若在变化风场中按等空速方式飞行, 且保持直线飞行, 则 $\dot{V}_A = \dot{\gamma} = 0$, $n_x = 1$ 。这种飞行状态下的比需用推力为

$$\frac{T}{mg} = \frac{\dot{u}_{wg} - \dot{w}_{wg}\gamma}{g} + \frac{u_{wg}\gamma + w_{wg}}{V_A} + \frac{C_D}{C_L} + \gamma \quad (5-129)$$

在无风的平静大气中, 比需用推力为

$$\left(\frac{T}{mg}\right)_s = \frac{C_D}{C_L} + \gamma \quad (5-130)$$

在变化风场中, 等空速直线飞行附加需用推力为

$$\left(\frac{T}{mg}\right)_w = \frac{\dot{u}_{wg} - \dot{w}_{wg}\gamma}{g} + \frac{u_{wg}\gamma + w_{wg}}{V_A} \quad (5-131)$$

式中, 右边第一项描述风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 和 $\dot{w}_{wg}$ 的影响, 第二项描述风速大小的影响。总的比需用推力为

$$\frac{T}{mg} = \left(\frac{T}{mg}\right)_s + \left(\frac{T}{mg}\right)_w \quad (5-132)$$

等空速飞行 $\dot{V}_A = 0$, $\dot{V}_K = \dot{V}_w$, 这就意味着飞机随风加速, 空速不变还相当于空气动力状态 C_D/C_L 不变 (低速飞行时)。为了保持等空速飞行, 则应按风场环境按式 (5-131) 调整推力。

飞机遭遇偶然风切变之前, 实际飞行中往往已配平推力, 若当时的飞行状态为定常直线飞行, 则该参考飞行状态下的配平比需用推力为

$$\left(\frac{T}{mg}\right)_c = \left(\frac{C_D}{C_L}\right)_0 - (\alpha_w)_0 + \gamma_0 \quad (5-133)$$

飞机进入风切变场后等空速飞行的推力变化为

$$\frac{\Delta T}{mg} = \frac{T}{mg} - \left(\frac{T}{mg}\right)_0 = \frac{\dot{V}_K}{g} - \Delta\alpha_w \quad (5-134)$$

式中, $\Delta\alpha_w = \alpha_w - (\alpha_w)_0$, 由式 (5-13) 得

$$\Delta\alpha_w = -\frac{1}{V_A} (\Delta u_{wg}\gamma + \Delta w_{wg}) \quad (5-135)$$

其中

$$\Delta u_{wg} = u_{wg} - u_{wg0}$$

$$\Delta w_{wg} = w_{wg} - w_{wg0}$$

而在 $\dot{V}_A = \dot{\gamma} = 0$ 时, 由式 (5-14) 得

$$V_K = u_{wg} - w_{wg}\gamma \quad (5-136)$$

最后得风切变场任一点上相对参考飞行状态的需用推力变化为

$$\frac{\Delta T}{mg} = \frac{\dot{u}_{wg} - \dot{w}_{wg}\gamma}{g} + \frac{\Delta u_{wg}\gamma + \Delta w_{wg}}{V_A} \quad (5-137)$$

这个结果说明, 若飞机进入风切变场后, 仍欲按进入前的航迹保持 $V_A = \text{const}$ 和 $\gamma = \text{const}$ 飞行, 须按风的加速度 $\dot{u}_{wg}$ 、 $\dot{w}_{wg}$ 和相对参考飞行状态的风速增量 Δu_{wg} 和 Δw_{wg} 调节发动机推力。问题在于, 飞机是否对任何强度的风切变场都具有足够的推力储备, 若推力储备不够 (已在满油门状态下), 则不能保持原飞行状态继续飞行。即使飞机具有足够的推力储备, 问题还在于, 是否就能适时无时间滞后地调节推力。这两种要求都不可能完全满足, 一方面飞机最大允许使用的推力是一定的, 另一方面发动机存在推力滞后, 目前干线飞机使用的涡轮喷气或涡轮风扇发动机的推力滞后时间为 $5 \sim 7^s$ ($25\% \sim 100\% T_{max}$), 这就增加了适时调节推力的难度。

5.10 飞机在变化风场中飞行时的能量特性

变化风场具有很大的能量, 研究飞机在变化风场中飞行的能量特性时, 除应考虑飞机的能量特性外, 还须考虑变化风场对飞机能量特性的影响^[11, 88]。

从物理上讲, 可以按任意坐标系定义动能。当不计飞机转动运动的能量时, 按地面坐标系, 飞机的总能量定义是

$$E_k = Hmg + \frac{mV_k^2}{2} \quad (5-138)$$

若把地面坐标系视为惯性坐标系, 那么总能量 E_k 表征了飞机相对惯性坐标系的真实能量, 相应的能量高度^[21]为

$$H_{k_v} = H + \frac{V_k^2}{2g} \quad (5-139)$$

相当于动能全部转变成位能时飞机所具有的高度, 它表征了飞机的能量水平。

能量变化率表征了飞机的能量变化, 由式 (5-139) 得

$$\frac{dH_{k_v}}{dt} = \frac{dH}{dt} + \frac{V_k}{g} \frac{dV_k}{dt} \quad (5-140)$$

由式 (5-124) 及 $dH/dt = V_k \gamma$, 又得

$$\frac{dH_{k_v}}{dt} = \left(\frac{T-D}{mg} + n_z \alpha_w \right) V_k \quad (5-141)$$

代入突风迎角 α_w 的表达式 (5-13), 又得

$$\frac{dH_{k_v}}{dt} = \left[\frac{T-D}{mg} - \frac{n_z(u_{wg}\gamma + w_{wg})}{V_A} \right] V_k = \left[\frac{T-D}{mg} - F_k \right] V_k \quad (5-142)$$

式中

$$F_k = \frac{n_z(u_{wg}\gamma + w_{wg})}{V_A} \quad (5-143)$$

F_k 表征了风场对飞机能量特性的影响, 称为风切变指数。

飞机保持等能量 $H_{k_v} = \text{const}$ 状态飞行时的需用推力为

$$T|_{H_{E_{\kappa}}-r} = D + F_{\kappa}mg \quad (5-144)$$

由于风切变指数 F_{κ} 与飞行状态参数 n_x 、 V_A 、 γ 以及风场特征量 u_{wg} 、 w_{wg} 有关, 即使能保证 $n_x = \text{const}$ 、 $V_A = \text{const}$ 和 $\gamma = \text{const}$, 但 F_{κ} 还随 $u_{wg}(x_g, z_g)$ 和 $w_{wg}(x_g, z_g)$ 变化, 因此, 为在变化风场中按等能量状态飞行, 须按风场变化调节推力。当发动机可用推力不足以维持飞机能量状态不变时, 即

$$T|_{H_{E_{\kappa}}-r} > T_{\max}$$

则飞机性能将下降。

按气流坐标系定义飞机的动能时, 飞机的总能量为

$$E_A = Hmg + \frac{mV_A^2}{2} \quad (5-145)$$

相应的能量高度为

$$H_{E_A} = H + \frac{V_A^2}{2g} \quad (5-146)$$

称为空气动力能量高度, 其中, 动能 $V_A^2/2g$ 表示飞机相对周围运动空气的动能。由于飞机的运动状态直接与发生风切变现象的运动空气团的能量特性有关, 采用空气动力能量高度是很方便的。

飞机在预定飞行航迹上以高度 H_0 和空速 V_{A0} 飞行, 当遇到风切变后, 飞机的能量高度变化为

$$\Delta H_{E_A} = H - H_0 + \frac{V_A^2 - V_{A0}^2}{2g} \quad (5-147)$$

速度变化为

$$\Delta V_A = V_A - V_{A0}$$

高度变化为

$$\Delta H = H - H_0$$

所以, 能量高度变化为

$$\Delta H_{E_A} = \Delta H + \frac{2V_{A0} + \Delta V_A}{2g} \Delta V_A \quad (5-148)$$

当空速变化很小 ($\Delta V_A/V_{A0} \leq 0.1$) 时, 能量高度变化与空速变化和高度变化近似成线性关系

$$\Delta H_{E_A} = \Delta H + \frac{V_{A0}}{g} \Delta V_A \quad (5-149)$$

如果实际飞行速度等于规定的速度, 即 $\Delta V_A = 0$, 那么, 能量高度偏差 ΔH_{E_A} 就等于实际的高度差 ΔH ; 而当出现空速变化时, 空速变化也可换算成高度变化, 因此, 能量高度变化表征了等空速飞行时的航迹变化。

若空速变化还影响爬升速率时, 能量高度的变化为

$$\frac{dH_{E_A}}{dt} = \frac{dH}{dt} + \frac{V_A}{g} \frac{dV_A}{dt} \quad (5-150)$$

dH_{E_A}/dt 又称为当量爬升速率 (亦称能量上升率)。

采用能量高度和能量高度变化率, 所有的数值计算结果都可以换算到所希望的参考

飞行状态并直接进行比较。但要注意符合动能和位能之间的转换是没有损失的, 并且与规定空速的差别也不能任意大, 否则线性关系式 (5-149) 不能使用。这样, 当 $\Delta H_{E_A} = 0$ 时

$$\Delta H = -\frac{V_{A0}}{g} \Delta V_A \quad (5-151)$$

在着陆进场和起飞爬升阶段, 现代民用飞机的飞行速度约为 $V_A = 80 \text{ m/s}$, 则 1 m/s 的空速变化将造成约 8 m 的高度变化。

为了保持飞机的能量水平, 须调节发动机推力进行能量匹配。沿飞行路径积分推力变化, 得

$$\Delta H_{E_A} = \int_{x_{g0}}^{x_{g1}} \frac{\Delta T}{mg} dx_g \quad (5-152)$$

当航迹倾角 γ 不大时, 又可写成

$$\Delta H_{E_A} = \int_{H_0}^{H_1} \frac{\Delta T}{mg} \frac{1}{\gamma} dH \quad (5-153)$$

代入式 (5-137), 得能量高度变化与变化风场特征量的关系为

$$\Delta H_{E_A} = \Delta H_{E_A}(\dot{u}_{wg}) + \Delta H_{E_A}(\dot{w}_{wg}) + \Delta H_{E_A}(\Delta u_{wg}) + \Delta H_{E_A}(\Delta w_{wg}) \quad (5-154)$$

式中, 变化风场每个特征量对能量高度的影响为

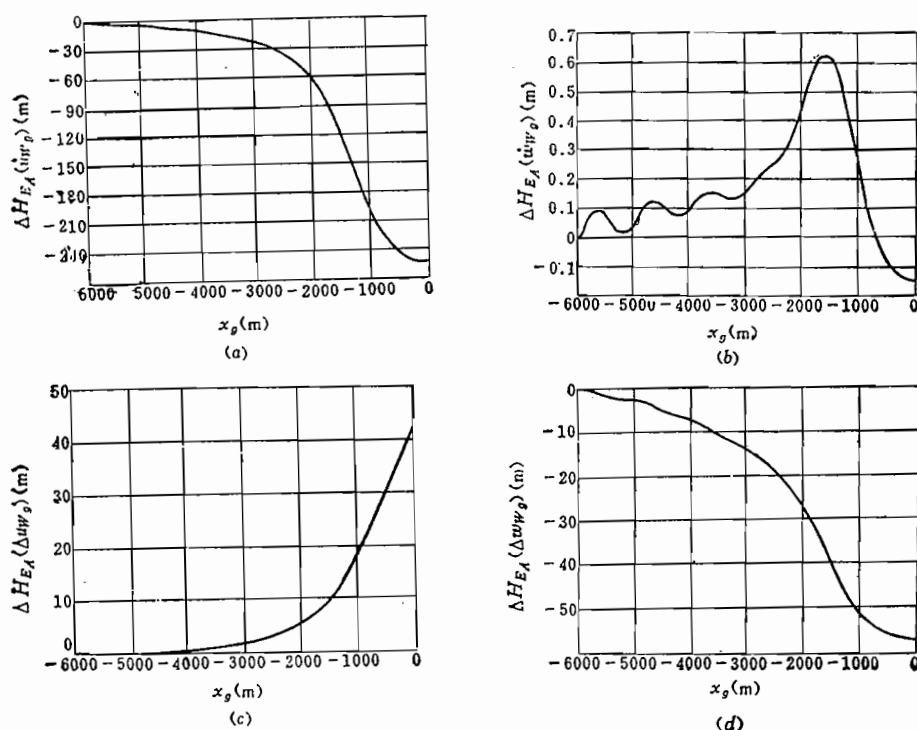


图5-40 一种雷暴微下冲气流对着陆进场飞行的能量特性的影响^[38]

(a) 水平风加速度对飞机能量特性的影响; (b) 垂直风加速度对飞机能量特性的影响; (c) 水平风速变化对飞机能量特性的影响; (d) 垂直风速变化对飞机能量特性的影响。

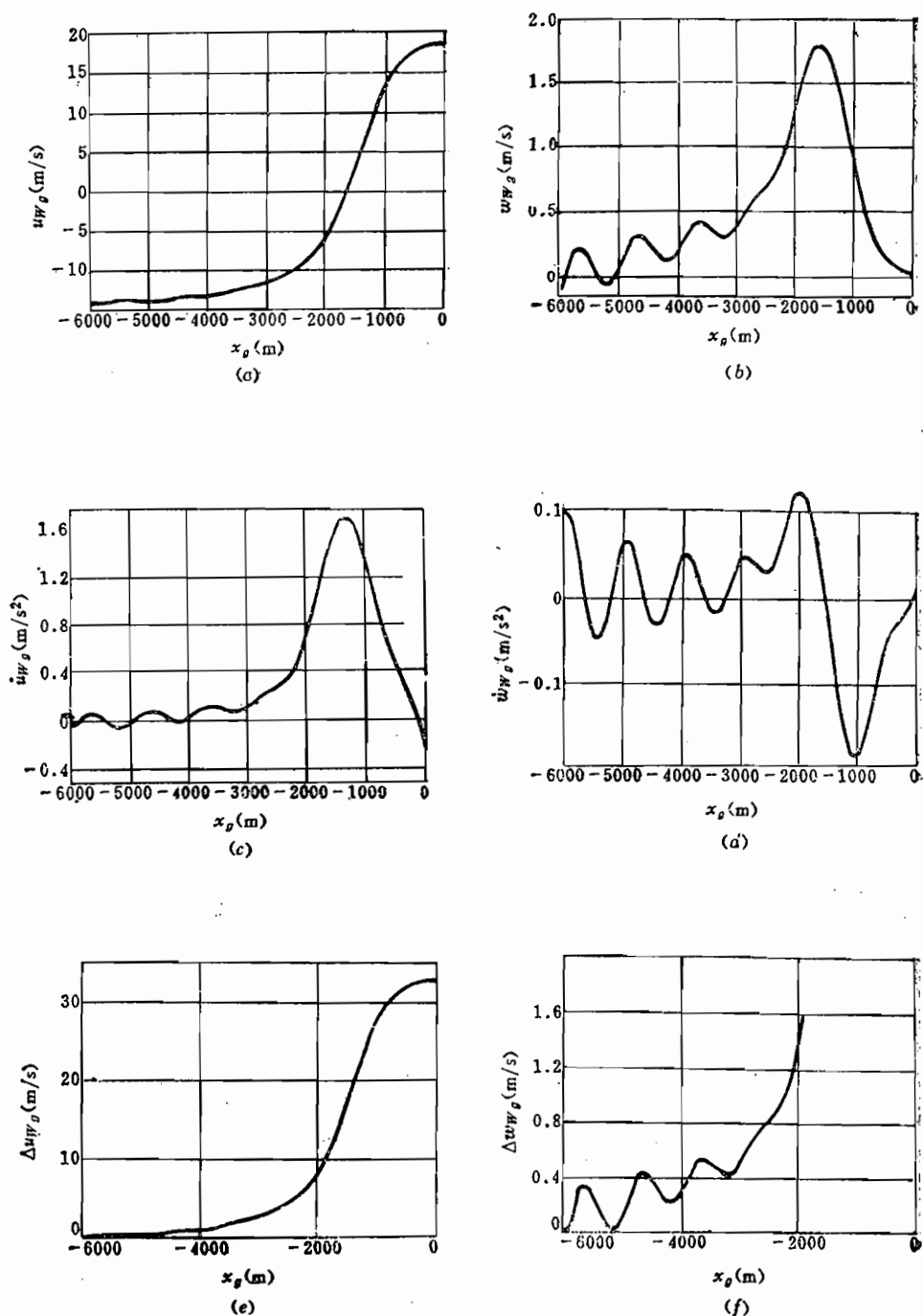


图5-41 在着陆进场下滑线 ($\gamma = -3^\circ$) 上的一种雷暴微下冲气流的风速及其变化
(核心在 $x_g = -1500$ m) ^(11,88)

(a) 水平风速, (b) 垂直风速, (c) 水平风加速度, (d) 垂直风加速度, (e) 水平风速变化, (f) 垂直风速变化。

$$\Delta H_{E_A}(\dot{u}_{wg}) = \int_{H_0}^{H_1} \frac{\gamma}{g} \dot{u}_{wg} \frac{1}{\gamma} dH \quad (5-155)$$

$$\Delta H_{E_A}(\dot{w}_{wg}) = - \int_{H_0}^{H_1} \frac{1}{g} \dot{w}_{wg} dH \quad (5-156)$$

$$\Delta H_{E_A}(\Delta u_{wg}) = \int_{H_0}^{H_1} \frac{1}{V_A} \Delta u_{wg} dH \quad (5-157)$$

$$\Delta H_{E_A}(\Delta w_{wg}) = \int_{H_0}^{H_1} \frac{1}{V_A} \Delta w_{wg} \frac{1}{\gamma} dH \quad (5-158)$$

图 5-40 给出一示例飞机在雷暴微下冲气流中 (图 5-41) 着陆进场飞行时的能量特性的数值仿真结果, 参考飞行状态为 $H_0 = 314 \text{ m}$, $x_{g0} = -6000 \text{ m}$ 。图示结果说明, 水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 对能量高度影响最大, 在本示例中, $\Delta H_{E_A}(\dot{u}_{wg}) = -240 \text{ m}$, 这里负号表示 $\dot{u}_{wg}$ 使飞机能量减少, 为平衡这一部分能量, 应加入能量。

由图 5-41 可见, 飞机越接近接地点, 水平风速 u_{wg} 和铅垂风速 w_{wg} 与参考飞行状态下的风速 u_{wg0} 和 w_{wg0} 的差别量 Δu_{wg} 、 Δw_{wg} 越大。 $\Delta u_{wg} > 0$ 相当给飞机加入能量, 即 $\Delta H_{E_A}(\Delta u_{wg}) > 0$, 其原因可用图 5-42 加以说明。在参考飞行状态下的航迹速度为 V_{K0} 、空速为 V_{A0} , 遇到的是逆风 $u_{wg0} < 0$ 。当飞机沿下滑航迹到达任一点 1 时, 航迹速度为 V_{K1} , 空速为 V_{A1} , 在等空速飞行方式下 $V_{A1} = V_{A0}$, 当时的水平风速为顺风 $u_{wg1} > 0$ 。相对参考飞行状态的水平风速变化为

$$u_{wg1} - u_{wg0} = \Delta u_{wg} > 0$$

这两种飞行状态下的升力 L 和突风迎角 α_w 综合引起的沿飞行方向 x_K 的切向力之差为

$$L_1 \sin(\alpha_w)_1 - L_0 \sin(\alpha_w)_0 \approx L \Delta \alpha_w > 0$$

即从逆风转入顺风飞行时, 形成一个沿下滑线方向的附加力 $L \Delta \alpha_w > 0$ 给飞机加入能量, 因而 $\Delta H_{E_A}(\Delta u_{wg}) > 0$ 。

与图 5-42 类似, 图 5-43 说明了沿下滑线飞行时微下冲气流的铅垂风分量变化 Δw_{wg} 使能量减少的原因。相对参考飞行状态的铅垂风分量变化

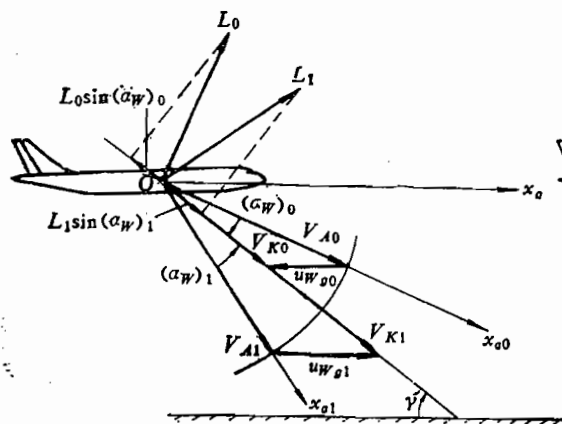


图 5-42 Δu_{wg} 对能量高度的影响
(微下冲气流)

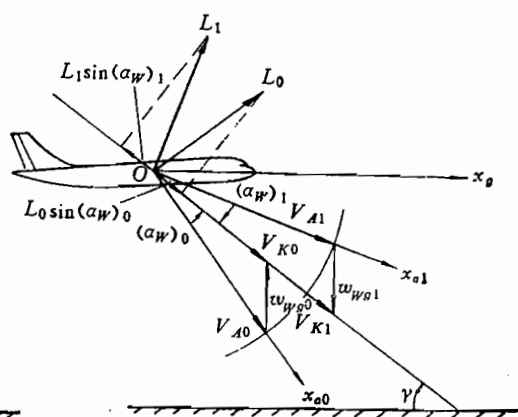


图 5-43 Δw_{wg} 对飞机能量高度的影响
(微下冲气流)

$$\Delta w_{wg} = w_{wg1} - w_{wg0} > 0$$

升力 L 和突风迎角 α_w 变化综合引起沿 x_k 方向的切向力为

$$L_1 \sin(\alpha_w)_1 - L_0 \sin(\alpha_w)_0 \approx L \Delta \alpha_w < 0$$

该力使飞机能量减少, 因而 $\Delta H_{E_A}(\Delta w_{wg}) < 0$ 。

上面所列举的微下冲气流对飞机能量特性的各种影响中, 铅垂风加速度 $\dot{w}_{wg}$ 的影响很小, 与水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 以及风速增量 Δu_{wg} 、 Δw_{wg} 对能量特性的影响相比可以忽略不计, 而水平风速增量 Δu_{wg} 和铅垂风增量 Δw_{wg} 所造成的能量高度变化 $\Delta H_{E_A}(\Delta u_{wg})$ 和 $\Delta H_{E_A}(\Delta w_{wg})$ 仅相当于 $(1/5 \sim 1/3)$ 的 $\Delta H_{E_A}(\dot{u}_{wg})$ 。在全部所研究的 x_g 范围内, $\Delta H_{E_A}(\Delta u_{wg})$ 与 $\Delta H_{E_A}(\Delta w_{wg})$ 大小量级相当, 但方向相反, 两者综合对能量高度的影响 $\Delta H_{E_A}(\Delta u_{wg}) + \Delta H_{E_A}(\Delta w_{wg})$ 也不大, 这样看来, 微下冲气流对能量高度的影响主要是水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 的影响。

当飞机进入只有水平风速 u_{wg} 的风切变场时, 例如地面边界层风切变和边界层射流风切变, 只有水平加速度 $\dot{u}_{wg}$ 和变化 Δu_{wg} 对飞行能量特性有影响, 数值仿真研究表明^[11] 一般 $|\Delta H_{E_A}(\dot{u}_{wg})| > 6 |\Delta H_{E_A}(\Delta u_{wg})|$, 因此, 在水平风切变情况下, 仍以水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 对能量特性影响最大。

在很强的雷暴下冲气流风切变和强烈的锋面风切变情况下, 铅垂风速变化量 Δw_{wg} 虽然会显示出较大的影响, 但仍以水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 影响最甚。

5.11 风切变危险性尺度

飞机在低空变化风场中飞行的危险性主要来自风切变威胁, 但并不是所有的变化风场都会造成危险。按照 5.10 节的分析, 在变化风场中飞行的危险程度取决于飞机的抗风切变能力。按式 (5-150), 飞机的当量爬升速率 dH_{E_A}/dt 是几何上升率 dH/dt 和空气动力能量 (动能) 上升率 $(V_A/g)(dV_A/dt)$ 之和, 其中空速变化可由式 (5-26 a) 求出

$$\frac{dV_A}{dt} = \frac{T}{m} \cos(\alpha + \sigma) - \frac{D}{m} - g \sin \gamma_e - \dot{u}_{wg} \cos \gamma_e + \dot{w}_{wg} \sin \gamma_e \quad (5-159)$$

当 $(\alpha + \sigma)$ 不大时, 可认为 $\cos(\alpha + \sigma) = 1$ 。将式 (5-159) 代入式 (5-150), 并注意关系式 (5-45), 得能量上升率与变化风场特征量的关系式

$$\frac{dH_{E_A}}{dt} = \left[\frac{T-D}{mg} - \left(\frac{\dot{u}_{wg}}{g} \cos \gamma_e - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} \sin \gamma_e + \frac{w_{wg}}{V_A} \right) \right] V_A \quad (5-160)$$

采用综合参数 F 表示式 (5-160) 右边的组合项, 即

$$F = \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \cos \gamma_e - \frac{\dot{w}_{wg}}{g} \sin \gamma_e + \frac{w_{wg}}{V_A} \quad (5-161)$$

能量上升率缩写成

$$\frac{dH_{E_A}}{dt} = \left(\frac{T-D}{mg} - F \right) V_A \quad (5-162)$$

式中, 右边第一项 $(T-D)V_A/mg$ 表征飞机单位重量的剩余功率, 既可转换成高度, 也可转换成速度, 代表了飞机的性能水平, 其量纲为 m/s 。综合参数 F 表示变化风场

对能量上升率的综合影响, FV_A 表征在变化风场中按一定能量变化规律飞行所需要附加的功率。在空间变化风场中, 综合参数 F 与飞机在风场中的位置、飞行速度 V_A 有关, 在二维情况下

$$F = f(x_g, z_g, V_A) \quad (5-163)$$

因此, 欲使飞机在变化风场中以一定的能量上升率 dH_{E_A}/dt 飞行, 则应按 FV_A 来调节发动机推力 T , 当 F 达一定程度后, 将会超出发动机推力的最大可调节范围 (T_{max}), 此时, 发动机就不再能继续维持飞机的能量水平了。所以, 参数 F 是综合评定风切变影响严重程度或临近危险程度的尺度, 有的资料称 F 为风切变危险指数^[89]。

典型的风切变事故数据统计表明, 一般铅垂风加速度 $\dot{w}_{wg}$ 比水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 小, 当空速倾角 γ_A 不大时 (例如着陆进场和起飞阶段), 风切变危险性指数可近似写成

$$F = \frac{\dot{u}_{wg}}{g} + \frac{w_{wg}}{V_A} \quad (5-164)$$

当 $F > 0$ 时, 变化风场引起飞机性能下降; 而当 $F < 0$ 时, 则变化风场改善了飞机性能。

参考文献[39]对当前使用的大型喷气运输机的统计结果是

$$0.1 \leq \frac{T-D}{mg} \leq 0.3$$

$$|\dot{u}_{wg}| \leq 0.3g$$

$$\left| \frac{w_{wg}}{V_A} \right| \leq 0.25g$$

若飞机具有一定的抗风切变能力, 这就意味着

$$|F| \leq |F_0|$$

式中, $|F_0|$ 表示飞机性能所允许的最大风切变强度。在 $\dot{u}_{wg}/g$ 和 w_{wg}/V_A 平面上可绘出 $|F|$ 的等位线

$$\left| \frac{w_{wg}}{V_A} \right| = |F_0| - \left| \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \right| \quad (5-165)$$

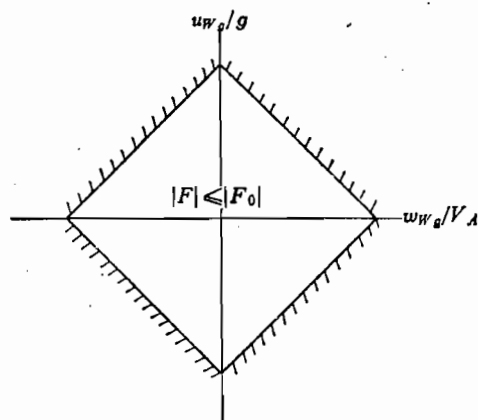


图5-44 风切变危险指数 F 等位图

图 5-44 示出不同风场参数组合对危险指数 F 的影响。

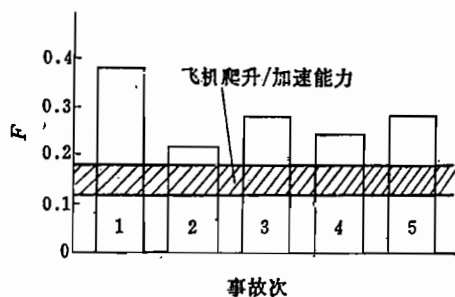


图5-45 5次风切变事故的危險指数 F 与飞行性能的比较^[89]

飞机在飞行包线内的每一点上所具有的剩余功率是一定的, 当变化风场对能量的需要 FV_A 超过飞机性能所允许的范围, 无法再维持飞机正常飞行所需要的能量水平时, 就意味着飞机不再能抗拒风切变的影响, 其后果可能是灾难性的。图 5-45 列举了美国

5 起风切变事故危险指数的统计值,同时还示出当代大型民用飞机爬升/加速能力($T-D$)/ mg 的统计平均值,这 5 次风切变事故中

$$F \gg \frac{T-D}{mg}$$

所以发生了灾难性后果。

如果在这些事故发生前,能探测前方预定飞行航迹上的风场特征量 $\dot{u}_{wg}$ 和 w_{wg} , 从而就能提前估计将要来临的危险性,飞机可作回避飞行,这些灾难性事故就可以避免。由于这个原因,风切变危险性指数被作为前视式机载低空风切变探测回避系统的风切变危险告警尺度。在第六章将进一步加以讨论。

5.12 风切变飞行指引系统的飞行力学基础

5.12.1 在风切变中手动操纵飞行的困难

对风切变事故的分析和模拟研究表明,能造成飞机坠毁的风切变梯度远小于前面所求出的飞行性能边界^[38],这类飞行事故不能归咎于飞机达到飞行性能边界,而是由于驾驶员或飞行指引系统特性与实际风切变情况不匹配造成的。相对正常情况下的飞行而言,驾驶员不知道在非正常风切变场中如何操纵才正确,因而不能实施有效的操纵。

正常情况下起飞上升飞行时,驾驶员习惯使用的操纵量是飞机的俯仰姿态角,驾驶员按座舱仪表板上显示出来的俯仰角按规定的姿态和一定的上升速率飞行。而在变化风场情况下,上述在正常情况下很有效的操纵方式就失去意义了。由式(5-9)和式(5-61)可得飞机俯仰角和风的加速度的关系为

$$\theta = \gamma_a + \alpha = \frac{\gamma_{as} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g}}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}} + \alpha \quad (5-166)$$

在一阶近似条件下,迎角 α 可认为是常数,故相对参考飞行状态的俯仰角变化量为

$$\Delta\theta = \theta - \theta_0 = \frac{\gamma_{as} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g}}{1 - \frac{\dot{w}_{wg}}{g}} - \gamma_{as} \quad (5-167)$$

由式(5-167)可见,当升降舵固定不动作等空速爬升飞行时,所需要的俯仰角变化量 $\Delta\theta$ 与实际风变化 $\dot{u}_{wg}$ 和 $\dot{w}_{wg}$ 有关。图 5-46 给出飞机以固定舵面偏角 $\delta_m = \text{const}$ 和等空速 $V_a = \text{const}$ 两种方式穿越微下冲气流的数值仿真结果。在开始起飞爬升飞行时,驾驶员调整俯仰角,使 $\Delta\theta = 0$,而起始爬升速率在本示例情况下为 $H = 14 \text{ m/s}$ 。与 $\delta_m = \text{const}$ 情况不同,为了能以 $V_a = \text{const}$ 飞行,俯仰角应减小, $\Delta\theta = 7.5^\circ$,从而飞机的爬升速率 H 也将明显减小。在 $\delta_m = \text{const}$ 情况下飞行,俯仰角开始反而要增加,这是由于垂直风切变首先是向下的下沉风,飞机必然抬头。在这种情况下,驾驶员可能会试图制止飞机抬头,过了一段时间后,驾驶员还会发现空速的变化。若飞机具有速度稳定性,则水平风加速度所造成的速度偏差会减小。为了达到规定的空速,能量高度将转变成动

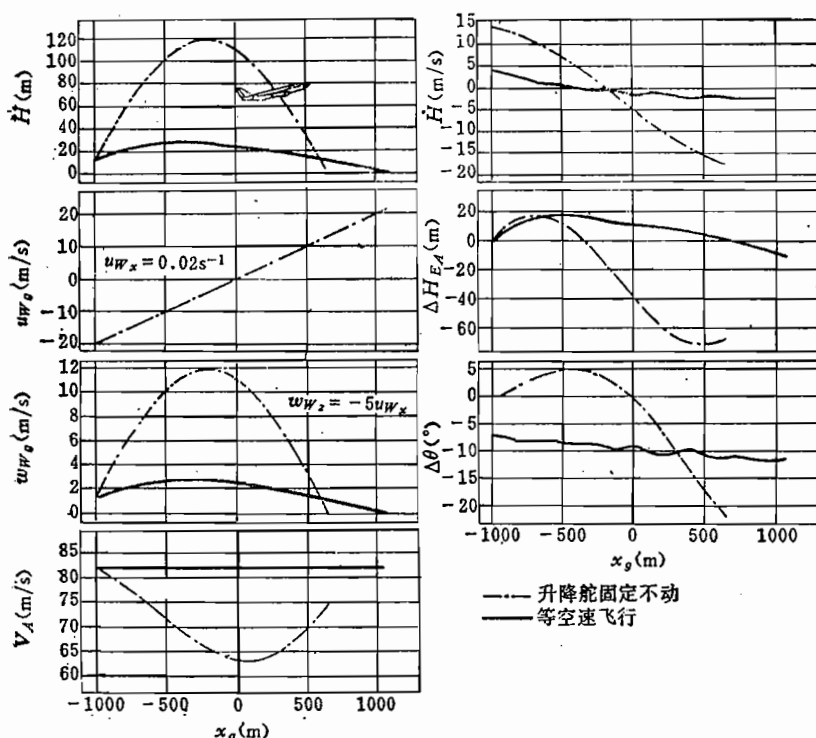


图5-46 在微下冲气流中等升降舵偏角和等空速飞行的数值仿真结果^[30]

能, 飞机的下降速率 $\dot{H}$ 将变得很大, 但在触地前, 飞机不会达到起始的空速。为了避免触地时的反弹, 驾驶员被迫要采用很剧烈的拉平曲线, 以减小下沉速度, 而此时飞机的飞行速度还低于规定的飞行速度。

等空速飞行时的情况则与等舵面偏角飞行情况完全不同。由图 5-46 可见, 俯仰角从开始时的 $\Delta\theta=7.5^{\circ}$ 缓慢地减小, 当飞机触地时的俯仰角变化量为 $\Delta\theta=12^{\circ}$, 小于定常参考飞行状态下的俯仰角。飞机触地时的下降速率为 $\dot{H}=-3\text{m/s}$, 与正常接地下沉速率相当, 故不会给驾驶员减小下沉速率带来困难, 也不需要花费速度方面的代价。虽然等空速飞行时所经过的水平距离比舵面固定时的距离长 500m 左右, 但从能量观点看, 显然是合算的, 原因在于等空速飞行时的航迹平缓, 飞机不是在具有很大大下沉风速的较大飞行高度上飞行。

5.12.2 风切变飞行指引系统原理

在风切变场中, 驾驶员手动操纵的艰巨性要求为飞机研究和发展风切变飞行指引系统。目前可供实际应用的有两类风切变飞行指引系统, 即 Boeing(波音) 和 Airbus(空中客车) 两种系统, 已被装在 B737-300、B757、B767 和 A320 等飞机上。这两种飞行指引系统的出发点是一致的, 即力图用减小空速的方法来防止飞机触地, 但两种系统所采用的具体对策不同。

为了在风切变情况下控制飞机的姿态, Boeing 系统采用 4 种不同的模式^[30]:

模式 1: 在顺风切变时, 如果飞机的垂直速率 $\dot{H}>6\text{m/s}$ (即 1200 英尺/min), 则

按保持空速来发出控制指令；

模式 2：如果飞机的上升速率 $\dot{H} \leq 3 \text{ m/s}$ (即 600 英尺/min)，则把飞机俯仰角固定在 $\theta = 15^\circ$ 上；

模式 3：如果飞机的上升速率在 $6 \text{ m/s} > \dot{H} > 3 \text{ m/s}$ 之间，则模式 1 和模式 2 混合使用；

模式 4：如果须从模式 1 到模式 3 的俯仰角，则应限制由此引起的迎角比发生抖杆 (Stick Shaker) 的迎角小 $1^\circ \sim 2^\circ$ 。

Airbus 系统要求在风切变情况下起飞时首先按正常起飞过程来对待，并把飞机俯仰角调整到 $\theta = 18^\circ$ 左右。按 Airbus 系统方案，为了通过增大迎角来保证升力，则会引起空速减小，这就必须采取正确的操纵方式。空速允许减小到气流分离速度的 1.13 倍，此时的飞行迎角是能够保持的。如果在这种状态下，飞机已进入下降飞行，通过拉杆操纵升降舵可以避免飞机继续下降飞行。由于 Airbus 系统装有自动限幅机构，限制迎角不能大于 1.06 倍气流分离速度，所以没有失速分离危险。基于上述理由，可以采用最大可能的升力系数穿越微下冲气流飞行。

上述两种系统的共同点都在于充分利用飞机的能量储备。为了减小危险的高度损失，这两种系统都比较早地动用空速储备，而这又会带来两种不利影响：一是随空速的减小使飞行性能变坏；二是由于速度转变成高度，从而飞机在较大高度穿越微下冲气流时将会遇到较强的下降风。因此，从能量观点看，飞机穿越微下冲气流时，最好采用一种平缓的飞行航迹，但切不要为了保持上升速率而减小空速，而应在飞越地面障碍物前尽量保持空速。下面介绍一种风切变指引系统。

一、等空速飞行

由图 5-46 可见，等空速飞行穿越风切变场的动态过程较平缓，从而驾驶员较容易控制飞行，但问题在于等空速飞行所要求的俯仰角和驾驶员应调整的俯仰角既不与经验值一致，也不是常数。在这种驾驶员不熟悉的飞行情况下，合适的俯仰角指引系统是一种很好的辅助装置。这里不是要给一架具体的飞机设计具体的飞行指引和控制系统方案，而是要研究飞行指引系统中的基本飞行力学关系。

为了讨论方便，先不考虑垂直风加速度，则式 (5-167) 简化成

$$\Delta\theta = \theta - \theta_0 = -\frac{\dot{u}_{wg}}{g} \quad (5-168)$$

因而等空速飞行时的俯仰角为

$$\theta = \theta_0 + \Delta\theta = \theta_0 - \frac{\dot{u}_{wg}}{g} \quad (5-169)$$

图 5-47 示出在等空速飞行情况下，式 (5-169) 计算结果与 $V_A = \text{const}$ 计算结果的比较。由图可见，两种方法所计算的飞行航迹以及爬升率 $\dot{H}$ 等的差别很小，这证明了用式 (5-168) 来指引飞行的适用性。此外，图示结果还保持了俯仰角控制中，阻尼作用使飞行过程比较平稳的优点。

现代装备优良的运输机都装有利用空速和地速矢量确定水平风加速度的机载系统，但大多数飞机还不能测量地速。因此，水平风加速度 $\dot{u}_{wg}$ 一般不能测量，为此，应间接地引入 $\dot{u}_{wg}$ 。由式 (5-28)，在 $\dot{w}_{wg} = 0$ 时

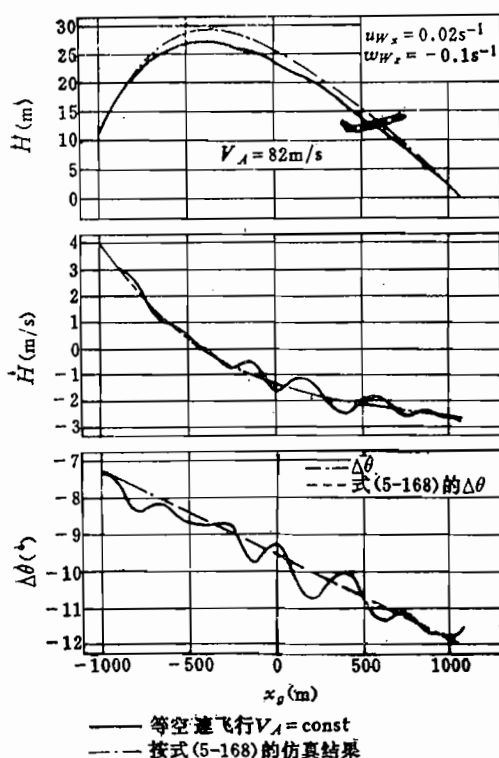


图5-47 按式(5-168)的俯仰角规律指引飞越微下冲气流的风切变场

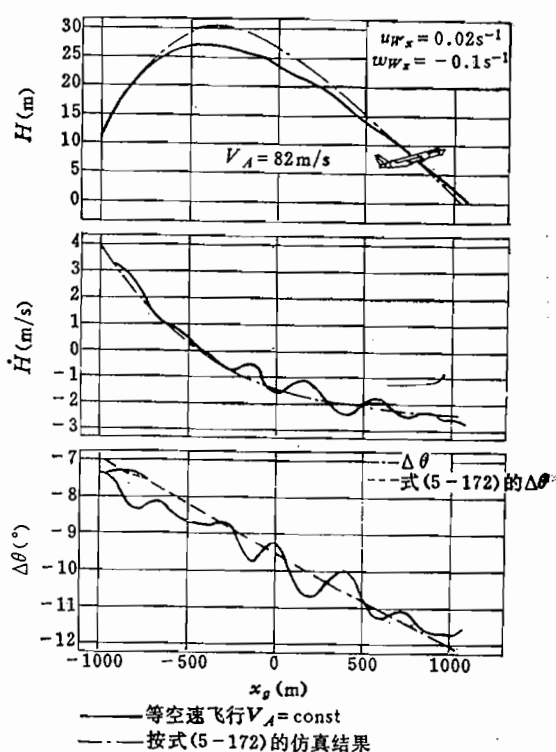


图5-48 按式(5-172)指引飞越微下冲气流的风切变场

$$\gamma_a = \gamma_{as} - \frac{\dot{u}_{wg}}{g} - \frac{\dot{V}_A}{g} \quad (5-170)$$

所以

$$-\frac{\dot{u}_{wg}}{g} = \gamma_a - \gamma_{as} + \frac{\dot{V}_A}{g} = \Delta\theta \quad (5-171)$$

代入式(5-9)后,最后得

$$\Delta\theta = \theta - \alpha - \gamma_{as} + \frac{\dot{V}_A}{g} \quad (5-172)$$

这里是用空速变化 $\dot{V}_A$ 来间接代替水平风的变化 $\dot{u}_{wg}$ 。实际上,当不计垂直风加速度时,空速变化主要是由水平风加速度引起的。图5-48的仿真计算结果,说明了式(5-172)作为指引飞机等空速飞行穿越风切变场的可用性。从飞行力学观点看,保持等空速的飞行指引系统最为简单。

二、低空速飞行

相对前一节所讨论的等空速飞行方式而言,采用前面所介绍的、以临近气流分离的低空速飞行,可以得到较长的飞行距离。与等空速飞行指引系统类似,还应讨论保持飞行高度的飞行指引系统的俯仰角。

当保持飞行高度 $H = \text{const}$, 即 $\gamma = 0$ 时,将式(5-13)代入式(5-8),得

$$\gamma_{ayx} = \frac{w_{wg}}{V_A} \quad (5-173)$$

而当角度差 $(\theta - \alpha)$ 不大时, 由图 5-1 近似可得垂直风速为

$$w_{wg} = V_A(\theta - \alpha) - \dot{H} \quad (5-174)$$

所以

$$\gamma_{ayx} = \theta - \alpha - \frac{\dot{H}}{V_A} \quad (5-175)$$

在实际迎角 α 下, 俯仰角为

$$\theta_{yx} = \gamma_{ayx} + \alpha = \theta - \frac{\dot{H}}{V_A} \quad (5-176)$$

图 5-49 示出式 (5-176) 作为等高度飞行指引量的计算结果与 $V_A = \text{const}$ 、 $H = \text{const}$ 仿真结果的比较。驾驶员先按前一节的等空速方式飞行, 此时爬升角减小得很缓慢。当飞机下降飞行降低到一定高度 (图中为 11m) 后, 再按式 (5-176) 所规定的方式飞行, 此时要求俯仰角瞬间增加 3° 左右, 以阻止飞机继续降低高度。在以后的飞行中, 俯仰角总是增大的, 而仅在最后阶段才能达到 $\Delta\theta = 0$ 。图 5-49 也证明了利用俯仰角作为低空速飞行指引量的可能性。这说明, 可以根据简化的飞行力学关系, 给驾驶员设计一种穿越风切变的辅助飞行指引系统, 使驾驶员在飞机到达飞行性能边界前, 在很低的飞行高度也能控制飞行。

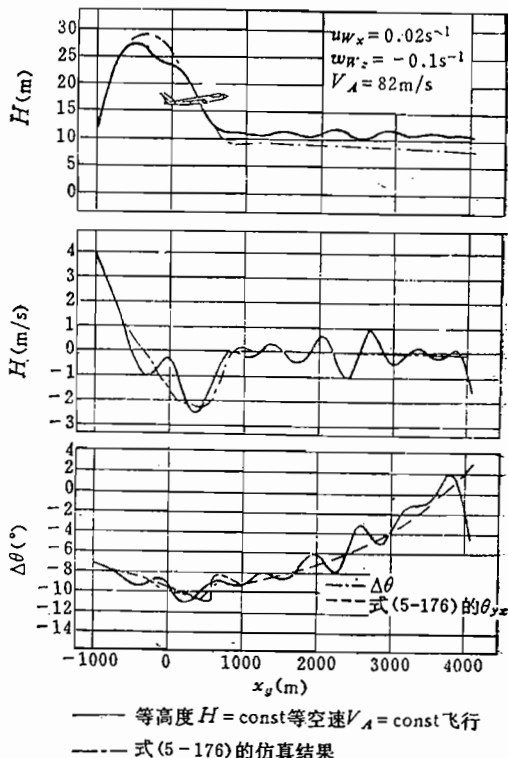


图 5-49 按式 (5-176) 作为等高度飞行指引量的计算结果

5.13 风切变对飞机动态特性的影响

原则上讲, 风切变对飞机动态特性的影响与任何类型的外界扰动对飞机动态特性的影响并无本质上的不同, 差别只是常微分方程右边的驱动项的具体物理成因不同, 因而飞机对风切变的动态响应有其特点。在本节中先讨论一般的研究方法, 而把重点放在能突出反映风切变对飞机动态特性影响的简化分析研究上。

5.13.1 飞机对风切变响应的一般研究方法

在风切变影响下, 飞机状态方程的一般形式为

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cw \quad (5-177)$$

式中, x 为状态变量, u 为控制矢量, w 为风切变扰动量, A 、 B 、 C 为相应的系数矩阵。

当只研究风切变对飞机动态特性的影响时, 状态方程可简写成

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{C}w \quad (5-178)$$

经拉氏变换, 又得

$$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{X}(s) = \mathbf{X}(0) + \mathbf{C}W(s) \quad (5-179)$$

也可表示成

$$\mathbf{X}(s) = [s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{x}(0) + [s\mathbf{I} - \mathbf{A}]^{-1}\mathbf{C}W(s) \quad (5-180)$$

或者

$$\mathbf{X}(s) = \frac{\text{adj}[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]}{\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]}[\mathbf{x}(0) + \mathbf{C}W(s)] \quad (5-181)$$

式中, $\det[s\mathbf{I} - \mathbf{A}]$ 为系数矩阵 $\mathbf{A}$ 的特征多项式。

由式 (5-181) 可以看出, 飞机运动的每个状态变量的拉氏变换都由两项组成: 一项与状态的初始值有关, 另一项与输入量 (风切变扰动量) 的拉氏变换有关。

对式 (5-180) 进行拉氏反变换, 可得状态方程的解为

$$\mathbf{x}(t) = \mathcal{L}^{-1}[(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}]\mathbf{x}(0) + \mathcal{L}^{-1}[(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{C}W(s)] \quad (5-182)$$

$(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ 为 $n \times n$ 矩阵, $\mathcal{L}^{-1}[(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}]$ 是对 $(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ 阵的每个元素取拉氏反变换。若用

$$\Phi(t) = \mathcal{L}^{-1}[(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}] \quad (5-183)$$

并由卷积定理将式 (5-182) 右边第二项写成

$$\mathcal{L}^{-1}[(s\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}\mathbf{C}W(s)] = \int_0^t \Phi(t - \tau)\mathbf{C}W(\tau)d\tau \quad (5-184)$$

最后得状态方程解的形式为

$$\mathbf{x}(t) = \Phi(t)\mathbf{x}(0) + \int_0^t \Phi(t - \tau)\mathbf{C}W(\tau)d\tau \quad (5-185)$$

式 (5-185) 描述了在风切变影响下飞机的动态特性。

5.13.2 飞机对风切变响应的简化分析研究

与大气紊流现象相比, 作为变化风场属性之一的风切变现象是低频大气扰动, 主要激发飞机的低频运动模态, 对飞机纵向运动来说, 主要激发飞机的沉浮模态运动。低空风切变的危害主要表现在对着陆进场和起飞离场的危害上。从能量特性和性能角度看, 低空风切变的危险在于使飞机偏离了预定下滑航迹和起飞航迹。本节将从风切变对飞机低频模态的激发角度, 利用简化方法说明飞机对风切变的响应特点。

简化分析研究的基础是对线性系统进行降阶处理, 把一个描述飞机固有运动特性的 4 阶线性系统降为 2 阶系统。降阶处理有两种方法, 一种是按特征方程系数的量级大小或特征根的大小, 而只取特征方程的一部分, 如参考文献 [6] 所应用的简化处理方法一样。另一种简化分析处理方法是按运动模态特性略去一些次要项而得到降阶方程。韩潮提出一种精度较高的降阶处理方法——模态集结法, 本节将直接采用这种方法的研究结果, 说明飞机对风切变的响应特性, 有关该方法的详细说明可参看参考文献 [40] 和附录三。

飞机沉浮模态主要反映受扰动后飞机的航迹特性, 经过模态集结处理后, 风速对飞机航迹特性的影响的传递函数矩阵为

$$\begin{bmatrix} H(s) \\ x_g(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{Hu}(s) & G_{Hw}(s) \\ G_{xu}(s) & G_{xw}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{wg}(s) \\ w_{wg}(s) \end{bmatrix} \quad (5-186)$$

传递函数 $G_{Hu}(s)$ 、 $G_{Hw}(s)$ 、 $G_{xu}(s)$ 和 $G_{xw}(s)$ 描述了变化风场对飞机航迹的影响。

一、水平风速对飞行高度的影响

水平风速对飞行高度的影响可用传递函数

$$G_{Hu}(s) = \frac{H(s)}{u_{wg}(s)} = -\frac{V_0}{g} \frac{\omega_{nph}^2}{s^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{nph}s + \omega_{nph}^2} \quad (5-187)$$

来表示^[8]。其中， ζ_{ph} 和 ω_{nph} 是沉浮模态的阻尼比和无阻尼频率， V_0 是参考状态的飞行速度。

由传递函数 $G_{Hu}(s)$ 可以看出，水平风速 u_{wg} 对飞行高度的影响除与飞机沉浮模态固有特性 ζ_{ph} 和 ω_{nph} 有关外，还与参考飞行状态下的飞行速度 V_0 成正比。当飞机具有速度稳定性时，在水平风速 Δu_{wg} 扰动下，飞机将趋于保持飞行速度（空速） V_0 不变。按能量守恒关系，应该有

$$\frac{1}{2} m V_0^2 + mgH_0 = \frac{1}{2} m (V_0 + \Delta u_{wg})^2 + mg(H_0 + \Delta H)$$

经线性化处理后，得

$$\frac{\Delta H}{\Delta u_{wg}} = -\frac{V_0}{g} \quad (5-188)$$

这就是说，飞行速度 V_0 越大，水平风扰动 Δu_{wg} 引起的高度偏差 ΔH 就越大。

现代高性能大型喷气运输机的升阻比都比较大，阻尼比较小，沉浮模态周期较长，在水平风扰动下，航迹会在高度方向发生很强的振荡，振幅大小与飞行速度 V_0 成正比，振动频率则是飞机的固有频率 ω_{nph} 。如果风切变场水平风 u_{wg} 的变化频率接近飞机沉浮模态自然频率 ω_{nph} ，高度响应峰值会很大。若这种情况发生在低空着陆进场和起飞离场阶段，不仅难以保持预定的飞行航迹，而且有可能造成飞机撞地坠毁。图 5-50 是一架大型喷气运输机 $G_{Hu}(s)$ 的 Bode 图。

二、垂直风速对飞行高度的影响

垂直风速输入 Δw_{wg} 对飞行高度的影响可用传递函数

$$G_{Hw}(s) = \frac{1}{s} + \frac{\bar{M}_q}{\omega_{nsp}^2} + \frac{1}{\omega_{nph}^2} \frac{\omega_{nph}^2 \bar{M}_q + \bar{a}_{11} \bar{M}_a - \bar{M}_a s}{s^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{nph}s + \omega_{nph}^2} \quad (5-189)$$

式中有关系数的意义如下

$$\bar{M}_q = M_q/I_y, \quad \bar{M}_a = M_a/I_y;$$

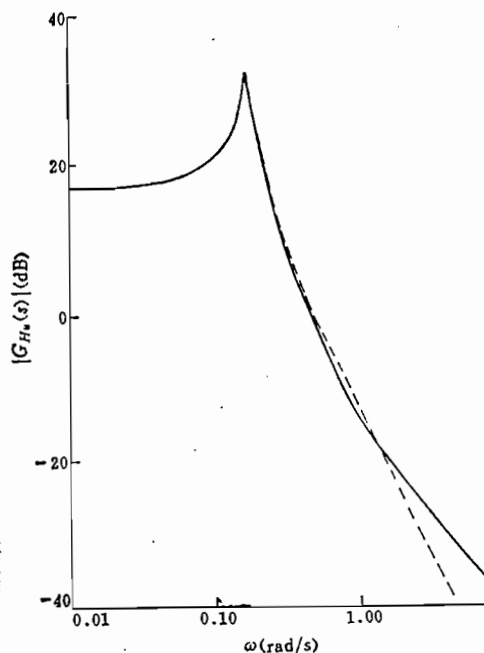
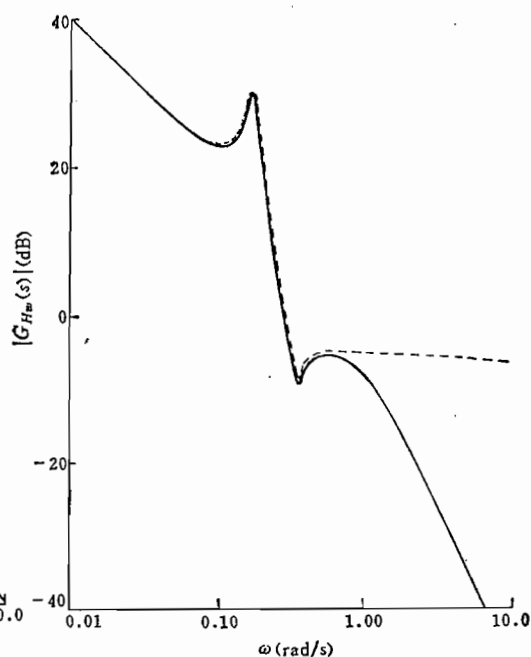
ω_{nsp} ——短周期模态的无阻尼频率；

$$\bar{a}_{11} = a_{11} + k a_{12};$$

$$a_{11} = X_v/m, \quad a_{12} = X_a/m;$$

$$k = -\frac{2\mu C_{mv} + C_{mq}(C_{Lv} + 2C_{w0})}{2\mu C_{ma} + C_{mq}(C_{La} + C_{D0})}$$

由式 (5-189) 可见，飞行高度对垂直风的响应由三部分组成： $1/s$ 是一个与飞机性能参数无关的纯积分环节，反映了飞机飞行高度随垂直风飘飞的特性，飘飞的特点是当垂直风扰动消失后，高度偏差仍不消失，高度偏差大小与垂直风扰动作用的时间长短

图5-50 $G_{Hu}(s)$ 的幅频特性示例图5-51 $G_{Hw}(s)$ 的幅频特性示例

成正比，飞机穿越垂直风区域的飞行时间越长（即飞行速度越低），高度偏差越大。

式（5-189）右边第2项表示垂直风变化所激发的短周期模态对飞行高度的影响。受垂直风扰动后，主要反映迎角变化特性的短周期模态运动很快收敛，其稳态解为

$$\Delta\alpha = -\frac{\bar{M}_q}{\omega_{np}^2} \frac{\Delta w_{wz}}{V_0} \quad (5-190)$$

由图 5-51 可见，只有当垂直风变化频率低于飞机短周期模态的自然频率 ω_{np} 时，式（5-190）才成立。当垂直风变化频率高于飞机短周期模态的自然频率 ω_{np} 时，由于飞机迎角变化频率不能高于垂直风的变化频率（即不能高于 ω_{np} ），而趋于稳态解，则式（5-190）不再成立。因此，垂直风变化频率增加时， $G_{Hw}(s)$ 的近似式不趋于零而趋于一常值，如图 5-51 所示。

式（5-189）右边第3项表示垂直风所激发的沉浮模态运动对飞行高度的影响。垂直风通过对俯仰角速度 q 和迎角 α 的综合影响而使飞行高度发生变化。当飞机具有沉浮运动稳定性时，这部分高度偏差将随垂直风扰动的消失而自动消除。

三、水平风速对水平位移的影响

水平位移对水平风速扰动输入的传递函数是

$$G_{xu}(s) = \frac{1}{s} - \frac{s + \bar{a}_{22}}{s^2 + 2\xi_{ph}\omega_{nph}s + \omega_{nph}^2} \quad (5-191)$$

式中

$$\bar{a}_{22} = 2\xi_{ph}\omega_{nph} - \bar{a}_{11}$$

水平风速扰动对水平位移的影响由两部分组成： $1/s$ 是与飞机性能参数无关的纯积分环节，反映了飞机随水平风速变化沿水平方向的飘飞效应；式（5-191）右边第2项体现了水平风变化所激发的飞机沉浮模态运动对水平位移的影响。图 5-52 是 $G_{xu}(s)$ 的 Bode 图示例。

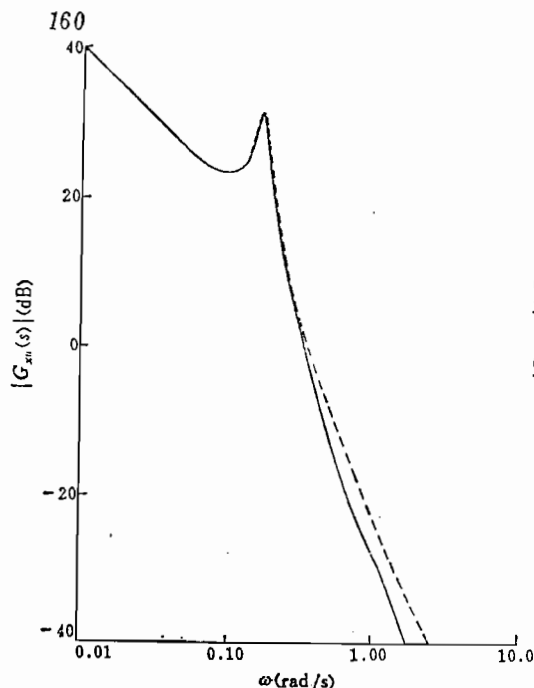


图5-52 $G_{zw}(s)$ 的幅频特性示例

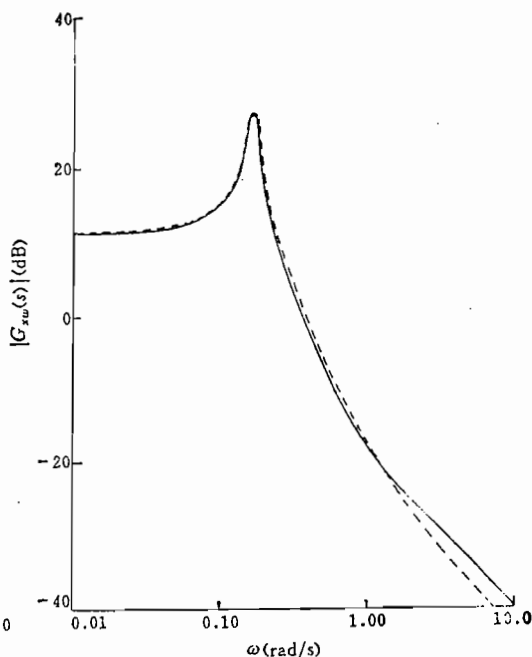


图5-53 $G_{zw}(s)$ 的幅频特性示例

四、垂直风速对水平位移的影响

水平位移对垂直风速变化的响应传递函数形式为

$$G_{zw}(s) = -\frac{g}{V_0 \omega_{nph}^2} \frac{\bar{M}_q + \bar{M}_\dot{\alpha}}{s^2 + 2\zeta_{ph}\omega_{nph}s + \omega_{nph}^2} \quad (5-192)$$

其静增益为

$$K_{zw} = -\frac{g}{V_0 \omega_{nph}^2} \frac{\bar{M}_q + \bar{M}_\dot{\alpha}}{\omega_{nph}^2} > 0 \quad (5-193)$$

这说明上升风 ($\Delta w_{wg} < 0$) 使水平位移正向增加, 下降风 ($\Delta w_{wg} > 0$) 使水平位移减小。垂直风变化首先产生一个附加迎角 $\Delta \alpha_w$, 当 $\Delta w_{wg} > 0$ 时, 升力在航迹方向的分量 $L \sin \Delta \alpha_w \approx L \Delta \alpha_w$ 使飞机沿飞行方向加速, 从而导致水平位移增加。垂直风变化对水平位移的影响与飞机的沉浮模态特性有关。图 5-53 是 $G_{zw}(s)$ 的幅频特性。

综上所述, 变化风场 ($\Delta u_{wg}, \Delta w_{wg}$) 对飞机航迹特性 ($\Delta x_g, \Delta H$) 的影响可归结为两部分: 一部分是飞机随变化风 ($\Delta u_{wg}, \Delta w_{wg}$) 的飘飞效应, 表现为在高度方向随垂直风的飘飞、在水平方向随水平风的飘飞, 飘飞的高度和距离与飞机穿越变化风场的飞行时间长短有关, 飞行速度越低, 飘飞的高度和距离越大。变化风场对飞行航迹特性的影响的第二部分与飞机本身的固有动态特性有关, 频率较低的风切变主要激发飞机的沉浮模态运动, 当风场变化频率接近飞机沉浮模态的特征频率时, 航迹会出现很大的振动峰值, 若操纵控制不当, 不仅不能保持预定的飞行航迹, 甚至在低空飞行时会撞地。

五、在风切变中飞行时的反馈操纵问题讨论

从风切变对飞机动态特性的影响看, 为了在穿越风切变场时仍保持预定的航迹飞行, 例如在风切变影响下, 按预定下滑线 ($\gamma = -3^\circ$) 进场着陆, 既要消除飞机随风的飘飞影响, 又要抑制飞机沉浮模态运动的影响。

飘飞效应不仅表现在风切变扰动作用期间, 而且也表现在扰动消失以后, 高度和距离偏差仍然继续存在。为消除飞机在高度和水平方向上的偏差 ΔH 和 Δx_g , 需引入与

ΔH 和 Δx_g 相当的反馈操纵。但引入 ΔH 和 Δx_g 的反馈操纵, 若风速变化呈阶跃形式时, 仍存在静差, 为此, 需要增加内回路来补偿。高度偏差 ΔH 可由高度传感器来测量, 但水平位移偏差 Δx_g 是难以准确测量的, 除非装有惯性导航系统或者地面引导设备, 装备地面引导系统时又涉及飞机与地面引导系统的交联。在着陆进场和起飞离场时, 相对水平方向偏差 Δx_g 来说, 保持飞机的高度更为重要, 因而只引入高度偏差 ΔH 作为反馈操纵是可以接受的, 也是比较现实的。

飞机固有的沉浮模态的特性涉及受变化风影响后的扰动过渡过程, 特别是水平风对飞行高度的影响更为重要。为了抑制和改善这一部分影响, 一般可引入对飞机俯仰角 θ 的反馈操纵, 对于装有自动控制系统的现代飞机来说, 这是很容易实现的。

应该指出, 上述分析讨论的前提是飞机尚有能力和对抗风切变, 或者说是解决飞机穿越轻度而非危及飞行安全的风切变场的航迹保持问题。对于已超出飞机实际性能水平的重度风切变, 企图利用上述反馈操纵来对抗可能是徒劳的。

结合风切变对飞机能量特性的影响和对飞机航迹特性的影响, 可以得出这样的结论: 当飞机已进入风切变场, 有效的操纵方式是加大油门、跟随飞机的姿态角, 允许空速低于正常飞行情况。这个结论与进行了大量模拟试验所得出的结论是一致的^[9]。

5.14 从风切变事故中吸取的教训和飞行机组操作模式

飞机遭遇风切变时发生事故的最危险的三个飞行阶段是: 起飞滑跑期间在跑道上遭遇风切变、起飞离地上升时遭遇风切变和进场着陆下滑时遭遇风切变。在这三种飞行阶段, 飞机都处在 300 m 以下、能量水平很低的低空低速飞行阶段。美国 FAA 分析研究了在这三种最危险阶段的风切变事故和事件, 总结了值得记取的经验教训, 并按与事故发生有关的特征风切变环境在飞行模拟机上作了大量模拟驾驶飞行研究, 从而推荐了飞机偶然遭遇风切变时飞行机组的操作模式和空管人员对飞机遭遇风切变时的正确处理原则^[9]。本节对有关内容将作一概要介绍, 而本章前几节对风切变对飞行性能和动态特性的影响的分析讨论, 有助于理解本节内容。

5.14.1 从风切变事故中吸取的教训

从历次飞机遭遇风切变的事故和事件中总结出的主要经验教训如下:

(1) 回避风切变是最好的防御。已测量到和发生过超出任何商用喷气运输机的性能能力和技术最好的驾驶员能力的风切变;

(2) 飞机记录下的多次风切变事件表明, 风切变在量级方面非常相似: 起飞离场和着陆进场期间发生的风切变一般都在 150 m (即 500 英尺) 以下的低空、直径范围在 2 ~ 4 km (即 1 ~ 2 n mile);

(3) 识别风切变和采取处置措施的时间非常短, 一般只有 5 ~ 15 s;

(4) 识别风切变是很困难的, 妨碍识别风切变的因素有:

①过去的飞行训练强调控制空速;

②临界天气条件;

③在前述三种最危险飞行阶段, 驾驶员处于最高负荷的工作状态;

④正常状态的错觉：遭遇风切变的初期，一切都是正常的，甚至遭遇到严重风切变的初期也不给驾驶员提供明显的早期风切变指示；

（5）必须用改变俯仰角来控制航迹。俯仰姿态下俯可视为对速度低的正常反应，当空速偏离正常的基准空速时，需要不正常的杆力，在事故和事件中，这种不正常杆力可视为反常反应；

（6）允许低空速飞行。为了利用飞机的性能潜力，可能需要飞机在低于正常基准空速下飞行；

（7）为了识别偶然遭遇的风切变并作出正确的反应，要求机组成员间必须协调配合；

（8）事故和事件过程中机组和塔台人员常缺少通讯联络，或者驾驶员发现了问题而没有向塔台报告，或者虽报告但内容不准确具体而不符合驾驶员报告（PIREP）的要求，或者这些报告未向其他飞机转发；

（9）在事故和事件发生的区域都有恶劣的天气迹象，例如对流活动、雷暴、大雨和风沙高吸尘现象，这些天气迹象往往伴有风切变。

上述风切变事故和事件的教训涉及航空公司的各个部门，因此，制订遇到风切变时应及时回避的原则，支持机组因回避风切变而造成的航班中断和延误，这对于减少或避免风切变危害是很有效的方法。

5.14.2 飞行机组的操作模式

多次与风切变有关的事故的严重性，说明了穿越风切变飞行的危险性。因此，最重要的教训是回避风切变，而回避的前提是正确及时识别可能产生风切变的天气形势。如

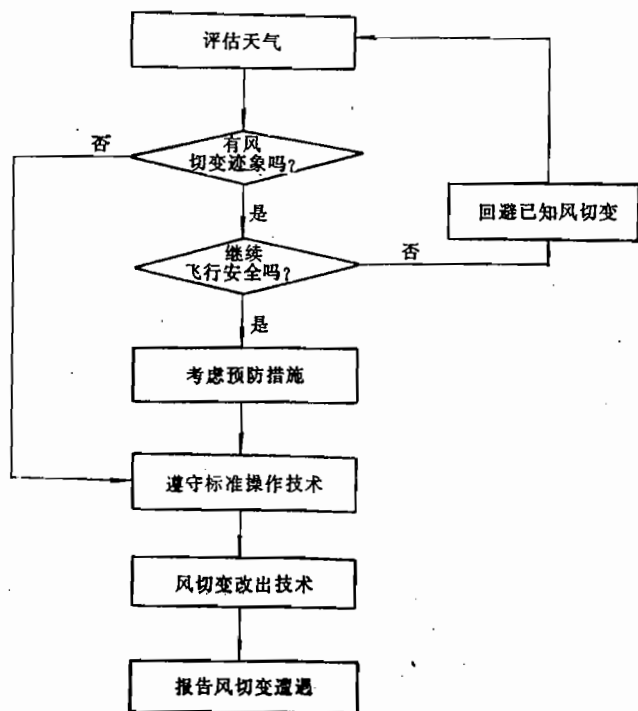


图5-54 飞行机组的操作模式

果危险征兆还没有严重到妨碍驾驶员的正常操作, 则机组应该采取预防措施。另外, 为了及时识别风切变, 提高从风切变中成功改出的可能性, 在正常飞行过程中, 也应采用标准的操作技术和规范化的动作。如果飞机确实遭遇风切变, 机组应执行有效的改出技术。图 5-54 说明了机组的操作流程及决策过程。

5.14.3 机组对风切变的预防措施

在前述最危险的三种飞行阶段, 当怀疑机场附近可能出现风切变时, 即使确认继续飞行是安全的, 但机组也应采取预防措施, 以提高飞行安全裕度。表 5-1 和表 5-2 概述了在起飞阶段和进场着陆阶段有关的预防措施及其优缺点。

表 5-1 当怀疑有风切变时的起飞预防措施

预防措施	最佳选择	优点	缺点
起飞功率	最大额定推力	起飞滑跑距离最短, 起飞爬升高度最大	无
跑道选择	最长的合适跑道	有利于起飞或中断起飞	无
襟翼位置选择	使用推荐的襟翼位置 (每种飞机各不相同)	当地面或空中遇到风切变时, 能获得最佳的性能	对于给定的风切变位置, 其风切变容限比较大襟翼偏度的风切变容限低
增加起飞抬前轮速度 V_R	使用增大的速度 (直到增加 35km/h, 即 20nmile/h)	提高了起始爬升高度, 增大到抖杆器的裕度	由于起飞前不知道风切变位置, 可能冲出跑道
飞行指引仪	不使用基准速度飞行指引仪	能避免偏航或不正确的导航	无

表 5-2 当怀疑有风切变时的进场预防措施

预防措施	最佳选择	优点	缺点
稳定进场着陆	在 $H \geq 300\text{m}$ (即 1000 英尺) 高度上完成	提高对风切变的判别能力	可能与正常的空中交通管制程序矛盾
油门移动	使推力减少达到最小	提高对风切变的判别, 发动机加速快	无
配平变化	使配平变化减至最小	当改出风切变时杆力较小	无
跑道选择	最长的合适跑道	较长跑道有利于飞机制动	无
襟翼选择	使用推荐的襟翼位置 (每种飞机各不相同)	保证进场改出机动时综合性能最好	无
增加进场速度	使用增加的进场速度 (最大增大 37km/h, 即 20nmile/h)	提高了飞机的爬升能力, 增大到抖杆器的裕度	增大了飞机的着陆滑跑长度
自动飞行系统	在进场期间使用	可获得附加的监控时间	可能掩盖对风切变初期征兆的识别

5.14.4 遵守标准操作程序

不论是否遭遇到风切变, 在正常的飞行中, 机组也应遵守正确的操作程序, 这对于飞机脱离偶然遭遇到风切变所面临的危险航迹局面具有重要意义。遵守标准的操作程序, 能提高机组及时识别偶然发生的风切变和及时作出正确反应的能力, 这对临界天气条件和夜晚飞行尤为重要。

起飞阶段应遵守的标准操作程序是:

(1) 机组应知道空速、升降速度、高度、俯仰角和推力等主要飞行仪表指示的正常参数值范围。对目前大多数喷气式干线飞机来说, 若参数偏离正常值范围, 达到

指示空速偏差 $\pm 28\text{km/h}$ (即 15 n mile/h)

升降速度偏差 $\pm 150\text{m/min}$ (即 500 英里/min)

俯仰角偏差 $\pm 5^\circ$

则机组应立即执行推荐的改出程序飞行;

(2) 要利用表征航迹垂直特征的飞行仪表 (升降速度表, 高度表) 指示来校核飞行指引仪的指令;

(3) 了解识别风切变的准则, 一旦需要, 立即执行推荐的风切变改出技术;

(4) 未操纵飞机的驾驶员应严密监视表征航迹垂直特性的飞行仪表指示, 若发现仪表指示偏离正常数值范围, 则应立即使用标准的呼叫信号。

进场着陆阶段应遵守的标准操作程序是:

(1) 熟知风切变迹象, 并在每次进场着陆过程中, 注意寻找这些风切变迹象;

(2) 熟知主要飞行仪表的正常参数值范围, 对目前大多数喷气式干线飞机来说,

若仪表指示偏离正常值, 达到

指示空速偏差 $\pm 28\text{km/h}$ (即 15 n mile/h)

升降速度偏差 $\pm 150\text{m/min}$ (即 500 英尺/min)

俯仰角偏差 $\pm 5^\circ$

下滑线偏离 $\pm 1\text{ 点 (dot)}$

或者在一个明显的时间周期内, 油门位置不正常

则机组应立即执行推荐的改出技术作改出机动飞行。

5.14.5 风切变改出技术

当飞机偶然遭遇风切变时, 机组应立即执行本节推荐的改出程序。

当飞机在起飞离地爬升过程中遭遇风切变时的改出技术是:

(1) 使用必要的推力。迅速使用必要的推力以保证足够的飞机性能。除了为避免飞机触地而使用超最大推力外, 在其他情况下, 应避免使用发动机超最大推力。当飞机的安全已得到保证时, 应调节发动机推力在规定的范围内;

(2) 控制俯仰角。以正常的俯仰角速度调整飞机姿态到 15° 的起始目标俯仰角。若俯仰姿态角达到 15° 后, 垂直航迹特性或高度下降仍不够满意, 可以再平稳地增加一点俯仰角, 并均匀平稳控制俯仰角 (约 2° 增量), 防止超过抖杆俯仰角;

(3) 保持飞机构形。推迟收襟翼和起落架, 直到超过离地高度和越障高度;

(4) 允许低空速;

(5) 注意抖杆。驾驶杆的断续抖动为俯仰角的上限值。但在严重风切变条件下, 俯仰角小于 15° 也会出现抖杆。在改出机动期间, 若为停止抖杆而使俯仰角减小到 15° 以下, 则在抖杆停止后, 应立即向 15° 目标值增加俯仰角;

(6) 横侧操纵。要马上修正横侧姿态, 同时也不能放松俯仰角控制, 主要应注意航迹垂直特性, 保证满足飞行高度需要;

(7) 报告风切变遭遇。应尽快向塔台报告风切变遭遇情况。

当飞机在起飞滑跑期间遭遇风切变时, 若驾驶员已作出继续起飞的决断, 在这种情况下, 推荐的改出技术是:

(1) 使用必要的推力。迅速加大到必要推力以保证飞机具有足够的性能。除了为避免飞机触地而使用超最大推力外, 在其他情况下, 应尽量避免使用超最大推力。当飞机的安全已得到保证时, 应调节发动机推力在规定的范围内;

(2) 控制俯仰角。若飞机未达到预定的抬前轮速度 V_R , 则驾驶员最迟应在跑道终点前约 600 m (即 2000 英尺) 处使飞机抬前轮, 并使飞机向 15° 初始俯仰角抬头。应该特别注意, 为了使飞机在剩余的约 600 m 跑道长度内离地, 可能俯仰角要高达护尾角。应保持限定的俯仰姿态, 直到飞机离地;

(3) 当飞机离地升空后, 应按前述的离地爬升阶段的改出技术飞行。

若起飞滑跑过程中, 驾驶员作出中断起飞决定, 则应立即按正常中断起飞程序中止起飞。

当飞机在进场着陆过程中偶然遭遇风切变, 则应立即按下列程序操作:

(1) 使用必要的推力。立即断开自动油门 (若安装有自动油门), 并推油门加大到必要的推力, 以使飞机具有足够的性能。除了为了防止飞机触地而使用超最大推力外, 一般不要使用超最大推力。当飞机安全有保证后, 应调节发动机在规定的推力范围内;

(2) 控制俯仰角。断开自动油门, 以正常的俯仰角速度向 15° 初始目标俯仰角调整飞机姿态。若达到 15° 俯仰角后, 航迹垂直特性或高度下降仍不满意, 则再以小的增量均匀地增加俯仰角。应平稳均匀控制俯仰角 (约 2° 增量), 防止超过抖杆俯仰角;

(3) 保持飞机构形。在达到离地高度和越障高度之前, 应延迟收襟翼和起落架;

(4) 允许低空速;

(5) 注意抖杆。应密切注意抖杆, 出现断续的抖杆时的俯仰角为俯仰角的上限。在严重风切变条件下, 可能在 15° 以下的俯仰角出现抖杆。若在改出期间, 为使抖杆停止而俯仰角已减小到 15° 以下, 则在抖杆停止后应尽快朝 15° 目标俯仰角增大俯仰角;

(6) 飞行指引仪的使用。若飞行指引仪系统未安装风切变航迹导引装置, 则可不考虑俯仰角控制指令。若飞行指引仪可任选俯仰角控制指令 (允许选择或预置一个规定的俯仰角), 则这种飞行指引仪可为风切变改出提供有效的引导;

(7) 横侧操纵。要立即修正横侧姿态, 同时也不能放松对俯仰角的控制, 主要应注意航迹垂直特性, 保证足够的越障高度;

(8) 报告风切变遭遇。应尽快向塔台报告风切变遭遇情况。

第六章 大气扰动的仿真和测量

飞行仿真(纯数值或半数值仿真)是研究飞机在大气扰动中飞行特性的一种重要手段。因为它的适应范围很广泛,而且能给出飞行历程的直接结果。为此,必须解决两个问题:第一,如何用数值法生成所需要的风场,特别是生成大气紊流场。第二,如何进行大气扰动中飞机飞行的数值仿真。本章将讲述生成大气紊流场的行之有效的方法以及非线性运动方程和线性化运动方程这两种情况下的飞行仿真。

为了对抗大气扰动对飞机飞行的严重影响,除了必须保证飞机具有良好的飞行品质外,采用机载风速测量也是十分重要的。这里将阐述机载风速测量的原理、测量修正方法以及测量误差的分析,并且介绍机载低空风切变探测告警回避一体化技术,指出这种新技术的关键问题。

6.1 大气紊流的数值仿真

6.1.1 概述

所谓大气紊流的数值仿真,就是在计算机上用数值法生成大气紊流速度和/或梯度的随机过程,该过程必须基本上符合所选择的大气紊流模型的频谱或相关特性。

大气紊流仿真对于飞行模拟机是必要的。在我国第一台飞行模拟机的研制过程中,赵震炎教授首次成功地解决了大气紊流仿真的问题^[1],以后在他的指导和参与下,我国的紊流仿真技术又得到进一步的提高(见参考文献[27]、[41])。

下面首先讲述随机过程生成的一般原理。设:有一个环节,其传递函数为 $G(s)$,输入为白色噪音 $r(t)$,输出为有色噪音随机过程 $x(t)$,如图6-1所示。这个能把白色噪音转化成有色噪音的环节称为成形滤波器。

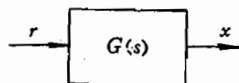


图6-1 成形滤波器

根据第四章的公式(4-32),有

$$\Phi_{xx}(\omega) = |G(i\omega)|^2 \Phi_{rr}(\omega)$$

而白色噪音的频谱为常值,令它为单位值,所以,输出频谱为

$$\Phi_{xx}(\omega) = |G(i\omega)|^2 = G^*(i\omega)G(i\omega) \quad (6-1)$$

由此可见,只要把给定的输出频谱 $\Phi_{xx}(\omega)$ 按式(6-1)分解,就可以得到成形滤波器的传递函数 $G(s)$ 。

6.1.2 白色噪音信号的生成

在数字计算机中,任何运算都是按一定的算法由相应的程序进行的,所以,不可能产生真正的随机数,只能产生“伪随机数”,其特性仅近似地符合白色噪音。这里介绍

生成伪随机数的许多方法中的一个。

设计计算机的字长为 32bit。首先, 按如下公式生成在 $[0, 2^{31}-1]$ 之间均匀分布的随机数

$$r_{i+1} = (ar_i + b) \bmod m \quad (6-2)$$

式中, $m = 2^{31} - 1$ 是最大整数;

a 和 b 是满足一定要求的奇数, 例如在某个子程序中, 取

$$a = 843314861, \quad b = 453816693;$$

$\bmod$ 为求余运算符;

初值 r_0 可以任意选取。

然后, 按下式转化成在 $[-1, 1]$ 之间均匀分布的随机数

$$r_{ui} = 2(r_i/2^{31} - 0.5) \quad (6-3)$$

最后, 按下式得到方差为 1、均值为 0 的 Gauss 分布随机数

$$r_k = \sum_{i=1}^{12} r_{ui} \quad (6-4)$$

6.1.3 Dryden模型大气紊流的相关函数

飞行仿真中常采用大气紊流的 Dryden 模型, 因为它比较简单实用。

按照 Dryden 模型, 大气紊流速度和梯度的空间频谱的表达式已在第二章 2.8 节给出, 即式 (2-113)、式 (2-122) 和式 (2-126)。

根据关系式

$$\Phi(\omega) = \frac{1}{V} \Phi(\Omega) = \frac{1}{V} \Phi(\omega/V)$$

将空间频谱转化成时间频谱, 结果如下

$$\begin{aligned} \Phi_{uu}(\omega) &= \sigma_u^2 \frac{L_u}{\pi V} \frac{1}{1 + [(L_u/V)\omega]^2} \\ \Phi_{vv}(\omega) &= \sigma_v^2 \frac{L_v}{\pi V} \frac{1 + 12[(L_v/V)\omega]^2}{\{1 + 4[(L_v/V)\omega]^2\}^2} \\ \Phi_{ww}(\omega) &= \sigma_w^2 \frac{L_w}{\pi V} \frac{1 + 12[(L_w/V)\omega]^2}{\{1 + 4[(L_w/V)\omega]^2\}^2} \\ \Phi_{u,v}(\omega) &= \frac{(1/V)^2 \omega^2}{1 + \left(\frac{3b}{\pi V} \omega\right)^4} \Phi_{vv}(\omega) \\ \Phi_{w,v}(\omega) &= \frac{(1/V)^2 \omega^2}{1 + \left(\frac{4b}{\pi V} \omega\right)^4} \Phi_{ww}(\omega) \\ \Phi_{u,w}(\omega) &= \frac{\sigma_w^2}{L_w V} \frac{0.2 \left(\frac{\pi L_w}{2b}\right)^{1/3}}{1 + \left(\frac{4b}{\pi V} \omega\right)^4} \end{aligned} \quad (6-5)$$

把紊流频谱函数 (6-5) 作 Fourier 逆变换, 可得到相应的六个相关函数的表达式如下

$$\begin{aligned}
 R_{uu}(\tau) &= \sigma_u^2 \exp\left(-\frac{V}{L_u} |\tau|\right) \\
 R_{vv}(\tau) &= \sigma_v^2 \left(1 - \frac{V}{4L_v} |\tau|\right) \exp\left(-\frac{V}{2L_v} |\tau|\right) \\
 R_{ww}(\tau) &= \sigma_w^2 \left(1 - \frac{V}{4L_w} |\tau|\right) \exp\left(-\frac{V}{2L_w} |\tau|\right) \\
 R_{v_x v_x}(\tau) &= \sigma_v^2 \left\{ \frac{L_v}{b_3} q_v \exp\left(-\frac{V}{b_3} |\tau|\right) + \left[-q_v \left(\frac{1}{4} + \frac{V}{8L_v} |\tau|\right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{b_3^2} \left(\frac{3}{4} - L_v^2 q_v\right) \left(1 - \frac{V}{2L_v} |\tau|\right) \right] \exp\left(-\frac{V}{2L_v} |\tau|\right) \right\} \\
 R_{w_x w_x}(\tau) &= \sigma_w^2 \left\{ \frac{L_w}{b_4} q_w \exp\left(-\frac{V}{b_4} |\tau|\right) + \left[-q_w \left(\frac{1}{4} + \frac{V}{8L_w} |\tau|\right) \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{b_4^2} \left(\frac{3}{4} - L_w^2 q_w\right) \left(1 - \frac{V}{2L_w} |\tau|\right) \right] \exp\left(-\frac{V}{2L_w} |\tau|\right) \right\} \\
 R_{v_y w_y}(\tau) &= \sigma_w^2 \frac{0.2 \left(\frac{\pi L_w}{2b}\right)^{1/3}}{L_w} \frac{\pi^2}{4b} \exp\left(-\frac{\pi V}{4b} |\tau|\right)
 \end{aligned} \quad (6-6)$$

式中

$$\begin{aligned}
 b_3 &= \frac{3b}{\pi} & q_v &= \frac{12L_v^2 - b_3^2}{(4L_v^2 - b_3^2)^2} \\
 b_4 &= \frac{4b}{\pi} & q_w &= \frac{12L_w^2 - b_4^2}{(4L_w^2 - b_4^2)^2}
 \end{aligned}$$

以上六个相关函数作为理论表达式, 可以用来检验用数值法生成的紊流信号的准确性。

在式 (6-6) 中, 令 $\tau = 0$, 即可得到紊流速度和梯度的方差

$$\begin{aligned}
 R_{uu}(0) &= \sigma_u^2, \quad R_{vv}(0) = \sigma_v^2, \quad R_{ww}(0) = \sigma_w^2 \\
 R_{v_x v_x}(0) &= \sigma_v^2 = \sigma_v^2 \frac{b_3 + 3L_v}{b_3(2L_v + b_3)^2} \\
 R_{w_x w_x}(0) &= \sigma_w^2 = \sigma_w^2 \frac{b_4 + 3L_w}{b_4(2L_w + b_4)^2} \\
 R_{v_y w_y}(0) &= \sigma_w^2 = \sigma_w^2 \frac{\pi^2}{4b} \frac{0.2(\pi L_w / 2b)^{1/3}}{L_w}
 \end{aligned} \quad (6-7)$$

式 (6-6) 给出的是时间相关函数 $R(\tau)$, 其自变量是时间差 τ 。若直接将空间频谱函数 $\Phi(\Omega)$ 作 Fourier 逆变换, 则能得到以沿 x 轴的距离差 ξ 为自变量的距离相关函数 $R(\xi)$ 。由于 $\xi = V\tau$, 所以, 只要在式 (6-6) 中进行置换

$$R(\tau) = R(\xi/V) \quad (6-8)$$

也能得到距离相关函数 $R(\xi)$, 例如

$$\begin{aligned}
 R_{uu}(\xi) &= \sigma_u^2 \exp(-|\xi|/L_u) \\
 R_{ww}(\xi) &= \sigma_w^2 (1 - |\xi|/4L_w) \exp(-|\xi|/2L_w)
 \end{aligned} \quad (6-9)$$

6.1.4 成形滤波器参数的确定

将紊流的各个频谱函数式 (6-5) 按公式 (6-1) 进行分解, 则可得到为了产生给定频谱 $\Phi_{xx}(\omega)$ 所需要的成形滤波器的传递函数 $G(s)$ 。

对于三个紊流速度, 求出所需的传递函数如下

$$\left. \begin{aligned} G_u(s) &= \frac{K_u}{T_u s + 1} \\ K_u &= \sigma_u \sqrt{\frac{L_u}{\pi V}}, \quad T_u = \frac{L_u}{V} \end{aligned} \right\} \quad (6-10)$$

$$\left. \begin{aligned} G_v(s) &= \frac{K_v(T_{v1}s + 1)}{(T_{v2}s + 1)^2} \\ K_v &= \sigma_v \sqrt{\frac{L_v}{\pi V}}, \quad T_{v1} = \frac{2\sqrt{3}L_v}{V}, \quad T_{v2} = \frac{2L_v}{V} \\ G_w(s) &= \frac{K_w(T_{w1}s + 1)}{(T_{w2}s + 1)^2} \\ K_w &= \sigma_w \sqrt{\frac{L_w}{\pi V}}, \quad T_{w1} = \frac{2\sqrt{3}L_w}{V}, \quad T_{w2} = \frac{2L_w}{V} \end{aligned} \right\} \quad (6-11)$$

为了容易实现, 将 $G_v(s)$ 和 $G_w(s)$ 简化成一阶, 即

$$\begin{aligned} G_v(s) &\approx \frac{K_v}{T_v s + 1} \\ T_v &= \frac{T_{v2}^2}{T_{v1}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{L_v}{V} \\ G_w(s) &\approx \frac{K_w}{T_w s + 1} \\ T_w &= \frac{T_{w2}^2}{T_{w1}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{L_w}{V} \end{aligned} \quad (6-12)$$

与近似传递函数式 (6-12) 相应的近似空间频谱函数 $\Phi(\Omega)$ 和近似距离相关函数 $R(\xi)$ 为

$$\begin{aligned} \Phi_{vv}(\Omega) &\approx \sigma_v^2 \frac{2L_v}{\sqrt{3}\pi} \frac{1}{1 + (2L_v\Omega/\sqrt{3})^2} \\ \Phi_{ww}(\Omega) &\approx \sigma_w^2 \frac{2L_w}{\sqrt{3}\pi} \frac{1}{1 + (2L_w\Omega/\sqrt{3})^2} \end{aligned} \quad (6-13)$$

和

$$\begin{aligned} R_{vv}(\xi) &\approx \sigma_v^2 \exp(-\sqrt{3}|\xi|/2L_v) \\ R_{ww}(\xi) &\approx \sigma_w^2 \exp(-\sqrt{3}|\xi|/2L_w) \end{aligned} \quad (6-14)$$

Dryden 模型的相关函数 $R_{ww}(\xi)$ [由式 (6-6) 转化成距离相关] 与近似相关函数 $R_{ww}(\xi)$ [式 (6-14)] 在图 6-2 中作了比较。可见两者相差很小。这就证实了上述简化方法的可行性。

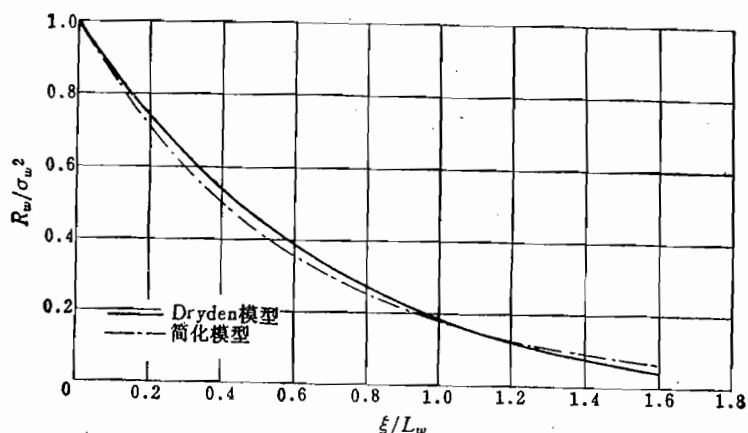


图6-2 Dryden相关函数与近似相关函数的比较

对于三个紊流梯度，得到传递函数为

$$G_{v_x}(s) = \frac{K_{v_x}s}{(T_v s + 1)(T_{v_x} s + 1)}$$

$$K_{v_x} = K_v/V, \quad T_{v_x} = 3b/\pi V$$

$$G_{w_x}(s) = \frac{K_{w_x}s}{(T_w s + 1)(T_{w_x} s + 1)}$$

$$K_{w_x} = K_w/V, \quad T_{w_x} = 4b/\pi V$$

$$G_{w_y}(s) = \frac{K_{w_y}}{T_{w_y} s + 1}$$

$$K_{w_y} = \sigma_w \sqrt{\frac{0.2}{L_w V} \left(\frac{\pi L_w}{2b} \right)^{1/3}}, \quad T_{w_y} = \frac{4b}{\pi V} \quad (6-15)$$

根据以上结果，设计出大气紊流生成器的结构方块图（见图6-3）。这里总共需要4个独立的噪音源，即白色噪音生成器WNG（实际上是接近白色噪音的伪随机数生成器）。

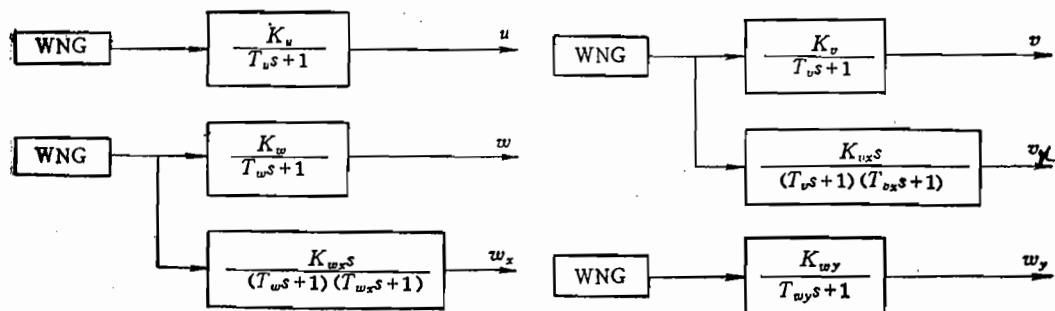


图6-3 大气紊流生成器的结构方块图

6.1.5 大气紊流信号序列的生成

为了获得大气紊流随机信号, 首先要生成均值为 0、标准偏差为 1 的近似 Gauss 分布的伪随机数。在 6.1.2 小节中已经讲述了它的原理和方法。

从成形滤波器的传递函数式 (6-10)、式 (6-12) 和式 (6-15) 看, 其形式可归纳为下述两类。

第一类传递函数的形式是

$$\frac{x(s)}{r(s)} = G(s) = \frac{K}{Ts+1} \quad (6-16)$$

属于这一类的是 $G_u(s)$, $G_v(s)$, $G_w(s)$ 和 $G_{w_v}(s)$ 。

以 h 为步长 (即时间间隔), 把方程 (6-16) 离散化, 生成 $x(t)$ 的离散序列

$$x_{i+1} = Px_i + Qr_{i+1} \quad (6-17)$$

其中, r_{i+1} 是均值为 0、标准偏差为 1 的 Gauss 白色噪音序列。

经过推导^[27], 得到系数 P 和 Q 的公式如下

$$P = e^{-h/T} \quad (6-18)$$

$$Q = \sigma_x \sqrt{1 - P^2}$$

输出量的方差 σ_x^2 可以预先按公式 (6-7) 计算。

第二类传递函数的形式是

$$\frac{x(s)}{r(s)} = G(s) = \frac{Ks}{(T_1s+1)(T_2s+1)} \quad (6-19)$$

属于这一类的有 $G_{w_v}(s)$, $G_{w_r}(s)$ 。

把它转化成

$$\frac{x(s)}{r(s)} = \frac{K'}{T_2s+1} - \frac{K'}{T_1s+1} \quad (6-20)$$

式中, $K' = K/(T_1 - T_2)$

于是方程 (7-19) 可以转换成

$$\begin{aligned} x(s) &= x_2(s) - x_1(s) \\ \frac{x_2(s)}{r(s)} &= \frac{K'}{T_2s+1} \\ \frac{x_1(s)}{r(s)} &= \frac{K'}{T_1s+1} \end{aligned} \quad (6-21)$$

如图 6-4 所示。

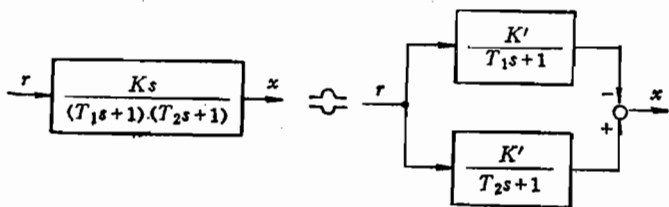


图 6-4 滤波器的零价化

与式 (6-17) 相对应, 生成两个序列

$$x_{2, i+1} = P_2 x_{2, i} + Q_2 r_{i+1} \quad (6-22)$$

$$x_{1, i+1} = P_1 x_{1, i} + Q_1 r_{i+1}$$

系数 P_1, P_2 的公式与式 (6-18) 类似

$$P_2 = e^{-h/T_2}, \quad P_1 = e^{-h/T_1} \quad (6-23)$$

而系数 Q_1, Q_2 则按下列复杂公式计算 (推导从略, 详见参考文献[27])。

$$R_1 = 1 - P_1^2, \quad R_2 = 1 - P_2^2, \quad R_{12} = 1 - P_1 P_2$$

$$\eta = \frac{T_2 R_1}{2} \left[\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2 R_{12}} + \sqrt{\left(\frac{T_1 + T_2}{T_1 T_2 R_{12}} \right)^2 - \frac{4}{T_1 T_2 R_1 R_2}} \right]$$

$$Q_2 = \frac{\sigma_x}{\sqrt{\frac{1}{R_2} + \frac{\eta^2}{R_1} - \frac{2\eta}{R_{12}}}}$$

$$Q_1 = \eta Q_2 \quad (6-24)$$

有了系数 P_1, P_2, Q_1, Q_2 , 就可以按式 (6-22) 生成序列 $x_{2, i}$ 和 $x_{1, i}$, 它们之差就是所需要的紊流信号

$$x_i = x_{2, i} - x_{1, i} \quad (6-25)$$

6.1.6 方法的检验和改进

用上述数值仿真法得到的大气紊流信号是否合适, 还需要经过检验。检验的准则就是看这样的紊流随机序列 $x_i (i = 0, 1, 2, \dots, N)$ 的频谱特性或相关特性是否符合该紊流模型的频谱函数或相关函数的理论表达式 (见 6.1.3 节)。检验相关函数比较方便。

按定义, 随机过程 $x(t)$ 的相关函数为

$$R_x(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) x(t + \tau) dt \quad (6-26)$$

将此式离散化, 取 $\tau = kh (h$ 为步长, k 为正整数), 于是

$$R_x(k) = \frac{1}{N-k} \sum_{i=1}^{N-k} x_i x_{i+k} \quad (6-27)$$

$$k = 0, 1, \dots, L-1$$

式中, 相关函数的点数 L 不可太大, 应使 $L \ll N$ 。

最后, 把这样统计的相关函数与理论相关函数画在同一幅图上, 即可衡量它们的吻合程度。

附录五提供了生成 w 序列并且进行检验的程序。但若应用在联机 (on-line) 飞行仿真中, 还需作适当的调整。

图 6-5 是用上述方法生成的紊流序列的一个片断样品, 仅画出 200 点。这里以飞行路程 x 作为自变量, 步长为 $\Delta x = 7.5 \text{ m}$ 。图 6-6 是上述随机紊流序列的相关函数 $R_w(\xi)$ 与理论相关函数 [式 (6-14)] 的比较。可见吻合程度是令人满意的。

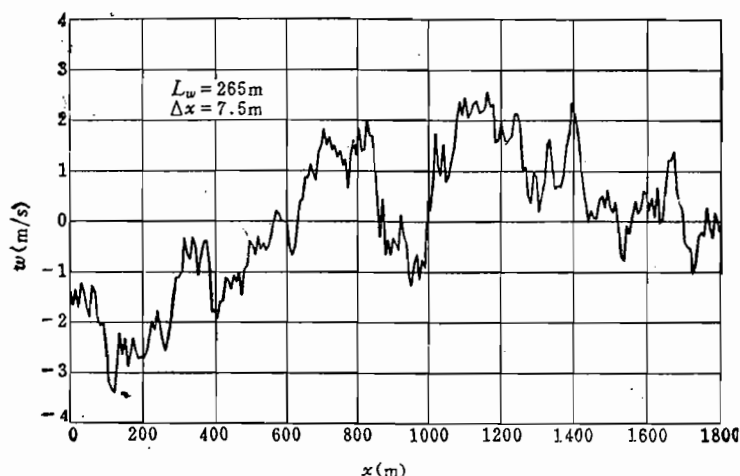
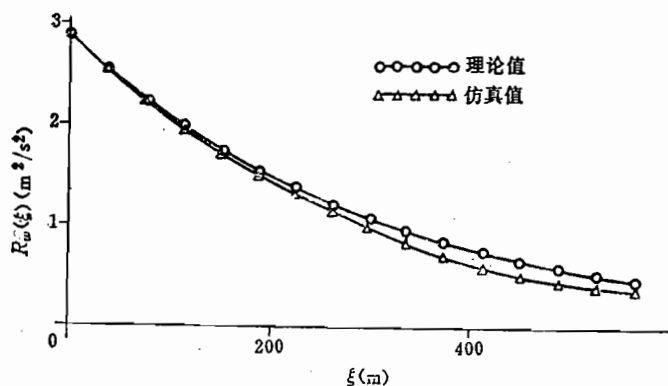
图6-5 数值法生成的紊流序列 $w(x)$ 样品 (片断)

图6-6 数值法生成的紊流序列的相关函数的检验

虽然本节所述的大气紊流数值仿真法有严格的理论依据,但由于伪随机数的固有缺陷,生成的紊流信号的特性还不大令人满意。针对存在的问题,参考文献[41]提出了改进的方法。

改进的第一步是针对白色噪音的。生成的伪随机数,其均值 μ_r 并不等于零,其标准偏差 σ_r 并不等于 1。把伪随机序列减去 μ_r , 并且除以 σ_r , 就成为均值为 0、方差为 1 的伪随机序列。

改进的第二步是修正成形滤波器的系数 P 和 Q , 即将式 (6-17) 改写成

$$x_{i+1} = k_P P x_i + k_Q Q r_{i+1} \quad (6-28)$$

修正系数 k_P 主要影响相关函数 $R_x(\tau)$ 的衰减率, k_Q 主要影响 x 的方差, 即 $R_x(0)$ 。通过反复试验来调整 k_P 和 k_Q 值, 即能达到满意的性能。

6.1.7 大气紊流二维场的数值仿真

以上讲述的是大气紊流的一维场, 即紊流速度和梯度是一个坐标 (飞行路程 x) 的随机函数。在大多数情况下, 飞行仿真仅需要生成一维场。

在某些特殊的飞行情况下，例如多架飞机的编队飞行，空中加油时输油机与受油机的飞行，不仅要考虑紊流速度沿飞行方向的变化，而且要考虑沿翼展方向的变化。因而这些特殊情况的飞行仿真需要生成二维紊流场，例如法向紊流速度 $w(x, y)$ 。

为了满足这种需要，参考文献[42]在原有的生成一维场 $w(x)$ 方法的基础上提出了一个简易、有效的生成二维场 $w(x, y)$ 的方法。其具体的方法在此不作介绍，读者可以参阅上述文献。这里仅给出按该方法生成的二维紊流场 $w(x, y)$ 的一个局部样本，见图 6-7。

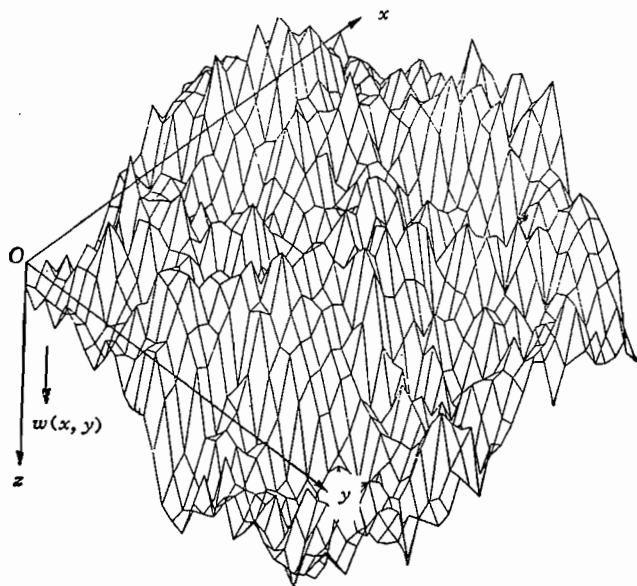


图6-7 二维紊流场 $w = w(x, y)$ 的一个局部样本

6.2 大气扰动中飞行的数值仿真

6.2.1 概述

研究在大气扰动中飞机的飞行特性，除飞行试验外，主要有三种方法：第一是解析法，即求出飞机运动量对大气扰动量（扰动速度和梯度）的传递函数，推导飞机进入特定风场后的飞行历程表达式；第二是响应频谱法，即本书第四章讲述的根据大气紊流频谱函数和飞机运动对大气紊流的传递函数计算飞机运动响应频谱的方法；第三是数值仿真法，就是用数值法生成大气扰动速度（和梯度）信号，并且用数值法求解飞机运动方程，得到飞机运动响应的时间历程，从而对飞机的飞行品质或控制规律的可行性作出评价。

按照仿真的方式，飞行数值仿真又可分为纯数值仿真和半数值仿真。

纯数值仿真法，即飞机运动的所有环节都用数学模型来代表，不仅飞机运动的动力学和运动学特性用微分方程描述，而且反馈信号的形成和飞机操纵系统的动力学特性、甚至驾驶员的反应特性也用方程式描述。这种仿真所需要的唯一工具就是计算机，再辅以

相应的打印机和图形显示器、绘图机等。纯数值仿真法的优点是：设备简单，调参方便，运用范围广。其缺点是：当涉及驾驶员的作用或复杂操纵系统时，逼真程度难以提高。

半数值仿真法，即仅仅将飞机的动力学和运动学特性用数学模型描述，而操纵系统的各个环节（驾驶杆、传动机构、舵机等）尽可能用实物体现，驾驶员也由真人代表。半数值仿真法的具体实现就是飞行模拟器。这种方法的优点是：仿真程度高，特别是在有活动基座和完善的仪表显示和视景装置的飞行模拟器中，能达到很高的逼真程度。这对于评价飞机的飞行品质和飞机穿越强烈大气扰动（风切变）的能力是很必要的。其缺点是设备非常复杂、昂贵，不是到处都能采用的。

但是对于本章所讨论的问题——飞机运动对大气扰动的响应的仿真——来说，上述两种方法并没有原则的差别，因为飞机本身的动力学和运动学特性都是用数学模型来描述的。

6.2.2 在大气紊流中飞机飞行的数值仿真

为了进行大气紊流中飞机飞行的数值仿真，要解决三个问题：第一是用数值法生成大气紊流的速度（和梯度）；第二是求出飞机在大气紊流中响应的时间历程；第三是由响应的时间历程求出统计特性——频谱和相关函数。第一个问题已在 6.1 节中讲述。本节讲述第二和第三个问题。

为了计算飞机在大气紊流中响应的时间历程，可以采用飞机运动的全量方程或^{线性}简化方程。

当采用全量方程，即第三章 3.2 和 3.3 节推导的运动方程时，飞机的纵向运动和横侧运动没有人为地分开，对大气扰动速度的大小也没有什么限制，而且在整个系统的方程中可以包含任何形式的非线性。求解的方法就是非线性微分方程组的数值解法，例如 Runge-Kutta 法。

飞机运动微分方程写成矢量形式

$$dx/dt = f(t, x, w) \quad (6-29)$$

式中， x 是状态矢量；

w 是扰动矢量，它包含大气紊流速度和梯度。

按标准四阶 Runge-Kutta 法，当已知 $x_k = x(t_k)$ 时，可以用如下公式求出 $x_{k+1} = x(t_k + h)$ 的值

$$\left. \begin{aligned} x_{k+1} &= x_k + \Delta x_k \\ \Delta x_k &= \frac{1}{6} h (f_1 + 2f_2 + 2f_3 + f_4) \\ f_1 &= f(t_k, x_k, w_k) \\ f_2 &= f(t_k + h/2, x_k + f_1 h/2, w_{k+1/2}) \\ f_3 &= f(t_k + h/2, x_k + f_2 h/2, w_{k+1/2}) \\ f_4 &= f(t_k + h, x_k + f_3 h, w_{k+1}) \end{aligned} \right\} \quad (6-30)$$

由上式可见，计算中需要有在半个步长上的扰动值 $w_{k+1/2}$ ，即 $w(t_k + h/2)$ 。为此，有两个可能的办法：一个办法是使紊流生成的步长为运动方程求解步长的一半，另一个办法是取平均值

$$w_{k+1/2} = \frac{1}{2}(w_k + w_{k+1}) \quad (6-31)$$

由于紊流是独立地（与飞机运动无关）生成的，故在求出 x_{k+1} 之前生成 w_{k+1} 是不成问题的。可见只要紊流生成比运动求解超前一个步长即可。

当大气扰动量不大时，为了节省仿真费用，可以采用线性化方程，即第三章 3.5 节推导得出的以紊流速度和梯度为扰动的线性化方程组

$$dx/dt = Ax + Cw \quad (6-32)$$

式中， A 和 C 可以认为是常值矩阵。已经知道，这个常系数线性方程的解是

$$x(t) = \Phi(t)x(0) + \int_0^t \Phi(t-\tau)Cw(\tau)d\tau \quad (6-33)$$

式中， $\Phi(t)$ 为状态转移矩阵

$$\Phi(t) = e^{At} \quad (6-34)$$

首先研究从 $t_0 = 0$ 到 $t_1 = h$ 的区间内状态 x 的变化。在这个区间内，设扰动 w 线性地变化

$$\begin{aligned} w(t) &= w_0 + \dot{w}_0(t - t_0) \\ w_0 &= w(t_0) \\ \dot{w}_0 &= (w_1 - w_0)/h \end{aligned} \quad (6-35)$$

将式 (6-34) 和式 (6-35) 代入式 (6-33)，得到 $x_1 = x(h)$ 的值

$$x_1 = e^{Ah}x_0 + \int_0^h e^{A(h-\tau)}d\tau Cw_0 + \int_0^h e^{A(h-\tau)}\tau d\tau C\dot{w}_0 \quad (6-36)$$

或写成

$$x_1 = Gx_0 + Fw_0 + H\dot{w}_0 \quad (6-37)$$

式中

$$\begin{aligned} G &= e^{Ah} \\ F &= \int_0^h e^{A(h-\tau)}d\tau C \\ H &= \int_0^h e^{A(h-\tau)}\tau d\tau C \end{aligned} \quad (6-38)$$

它们都取决于 A 和 h 。其计算方法可参看有关的数学手册。

将式 (6-37) 推广到从 t_k 到 t_{k+1} 的转移，则成为

$$x_{k+1} = Gx_k + Fw_k + H\dot{w}_k \quad (6-39)$$

式中， G ， F ， H 仍由式 (6-38) 表示。

$$\dot{w}_k = (w_{k+1} - w_k)/h \quad (6-40)$$

(3) 无论利用全量方程还是线性化方程，凡是得到飞机响应的时间历程以后，还需要由这些随机过程求出响应的统计特性，即响应量的频谱函数和相关函数。为此，最有效的方法就是快速 Fourier 变换 (FFT) 方法。

6.2.3 在确定风场中飞机飞行的数值仿真

为了研究或检验飞机穿越某种严重风场(例如下击暴流)的能力,有必要进行这种风场中飞机飞行的数值仿真。虽然任何大气扰动的出现及其形式都是随机的,但在飞行仿真中,往往把风场中速度的分布(依赖于位置 $\mathbf{r}$)及其变化(依赖于时间 t)当作确定性的函数,即

$$\mathbf{V}_w = \mathbf{V}_w(\mathbf{r}, t) \quad (6-41)$$

或

$$\left. \begin{aligned} u_{wg} &= u_{wg}(x_g, y_g, z_g, t) \\ v_{wg} &= v_{wg}(x_g, y_g, z_g, t) \\ w_{wg} &= w_{wg}(x_g, y_g, z_g, t) \end{aligned} \right\} \quad (6-42)$$

式中, x_g, y_g, z_g 是飞机质心在地面坐标系中的坐标;这样给出的风速分量 u_{wg}, v_{wg}, w_{wg} 也是在地面坐标系中的分量,以后还应变换到机体坐标系。

为了简单,还往往把风场冻结化,即认为风速仅是位置的函数

$$\mathbf{V}_w = \mathbf{V}_w(\mathbf{r}) \quad (6-43)$$

关键在于建立合适的风场模型,该模型应具有现实性、代表性和简易性。

在选定风场模型以后,就可以采用第三章导出的飞机运动方程,用求解微分方程组的方法进行飞机飞行的数值仿真。

参考文献[43]为变化风场中飞机三维运动的数值仿真提供了一个典型例子。其中建立的一般运动方程及关于风梯度的气动效应已在本书第三章论述。

在这个仿真工作中采用了参考文献[34]提出的下击暴流的流体动力学模型,其中,风场用变强度的三维偶极子的流场来代表。在高度 $H(\xi = -H)$ 变强度的平面偶极子 $\sigma(\xi, \eta)$ 和在高度 $-H(\xi = +H)$ 平面偶极子 $-\sigma(\xi, \eta)$ (参看图6-8)共同产生的风速分量为(这里省略了地面坐标轴的下标 g)

$$\begin{aligned} u_w &= -\frac{3}{4\pi} \iint_S \sigma(\xi, \eta) \left[\frac{(x-\xi)(z+H)}{p^5} - \frac{(x-\xi)(z-H)}{q^5} \right] d\xi d\eta \\ v_w &= -\frac{3}{4\pi} \iint_S \sigma(\xi, \eta) \left[\frac{(y-\xi)(z+H)}{p^5} - \frac{(y-\xi)(z-H)}{q^5} \right] d\xi d\eta \\ w_w &= -\frac{1}{4\pi} \iint_S \sigma(\xi, \eta) \left[\left(\frac{3(z+H)^2}{p^5} - \frac{1}{p^3} \right) - \left(\frac{3(z-H)^2}{q^5} - \frac{1}{q^3} \right) \right] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (6-44)$$

式中

$$\begin{aligned} p &= [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+H)^2]^{1/2} \\ q &= [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-H)^2]^{1/2} \end{aligned}$$

偶极子的变强度假设是

$$\sigma(r) = \sigma_m [1 - \sin(\pi r/2R)]$$

式中, $2R$ 是下击暴流核心的直径。

风速梯度,即 u_w, v_w, w_w 对地面坐标 x, y, z 的偏导数可以从式(6-44)推导,

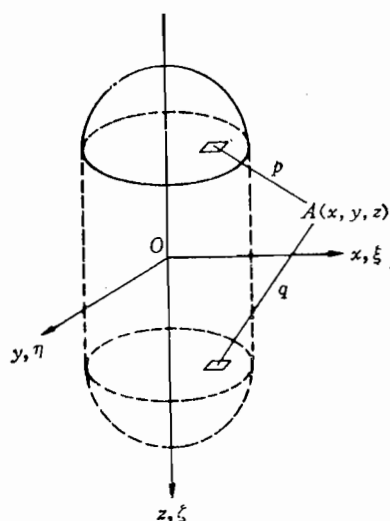


图6-8 下击暴流的流体动力学模型

并可利用下述一般公式

$$\frac{\partial}{\partial g} \iint_S F(x, y, z, \xi, \eta) d\xi d\eta = \iint_S \frac{\partial}{\partial g} F(x, y, z, \xi, \eta) d\xi d\eta$$

式中, g 代表 x, y, z 中的任何一个。推导的结果是

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_w}{\partial x} &= \frac{3}{4\pi} \iint_S \sigma \left[\frac{(z+H)p^2 - 5(x-\xi)^2(z+H)}{p^7} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(z-H)q^2 - 5(x-\xi)^2(z-H)}{q^7} \right] d\xi d\eta \\ \frac{\partial u_w}{\partial y} &= \frac{3}{4\pi} \iint_S \sigma \left[-\frac{5(x-\xi)(y-\eta)(z+H)}{p^7} \right. \\ &\quad \left. + \frac{5(x-\xi)(y-\eta)(z-H)}{q^7} \right] d\xi d\eta \\ \frac{\partial u_w}{\partial z} &= \frac{3}{4\pi} \iint_S \sigma \left[\frac{(x-\xi)p^2 - 5(x-\xi)(z+H)^2}{p^7} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(x-\xi)q^2 - 5(x-\xi)(z-H)^2}{q^7} \right] d\xi d\eta \\ \frac{\partial v_w}{\partial y} &= \frac{3}{4\pi} \iint_S \sigma \left[\frac{(z+H)p^2 - 5(y-\eta)^2(z+H)}{p^7} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(z-H)q^2 - 5(y-\eta)^2(z-H)}{q^7} \right] d\xi d\eta \\ \frac{\partial v_w}{\partial z} &= \frac{3}{4\pi} \iint_S \sigma \left[\frac{(y-\eta)p^2 - 5(y-\eta)(z+H)^2}{p^7} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(y-\eta)q^2 - 5(y-\eta)(z-H)^2}{q^7} \right] d\xi d\eta \end{aligned} \quad (6-45)$$

其余的四个梯度 (即偏导数) 可以根据无旋流条件

$$\frac{\partial w_w}{\partial y} - \frac{\partial v_w}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial u_w}{\partial z} - \frac{\partial w_w}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v_w}{\partial x} - \frac{\partial u_w}{\partial y} = 0$$

和连续性条件

$$\frac{\partial u_w}{\partial x} + \frac{\partial v_w}{\partial y} + \frac{\partial w_w}{\partial z} = 0$$

导出, 其结果为

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial v_w}{\partial x} &= \frac{\partial u_w}{\partial y}, \quad \frac{\partial w_w}{\partial x} = \frac{\partial u_w}{\partial z}, \quad \frac{\partial w_w}{\partial y} = \frac{\partial v_w}{\partial z}, \\ \frac{\partial w_w}{\partial z} &= -\frac{\partial u_w}{\partial x} - \frac{\partial v_w}{\partial y} \end{aligned} \right\} \quad (6-46)$$

风速度式(6-44)和风梯度式(6-45)都以二重积分表示, 积分域 S 是半径为 R 的圆。为了便于积分计算, 建议把直角坐标 ξ, η 转化成极坐标 r, θ

$$\xi = r \cos \theta, \quad \eta = r \sin \theta \quad (6-47)$$

因而积分化成如下形式

$$\int_0^R \int_0^{2\pi} [\dots] d\theta dr \quad (6-48)$$

尽管如此, 计算工作量仍然很大, 这是该模型的缺点。

下面列举所作的飞行数值仿真的例子。一架运输机在着陆进场中遇到下击暴流。原始飞行速度 $V_{k0}=80 \text{ m/s}$, 初始高度 $H_0=500 \text{ m}$, 航迹倾角 $\gamma_0=-3^\circ$ 。下击暴流模型的参数为: 核心半径 $R=1500 \text{ m}$, 核心高度 $H=1000 \text{ m}$, 最大强度 $\sigma_m=50000 \text{ m}^2/\text{s}$ 。下击暴流中心线在地面坐标系中的坐标为 $x_{gdb}=2000 \text{ m}$, $y_{gdb}=200 \text{ m}$, 而飞机质心的初始坐标为 $x_{g0}=y_{g0}=0$, $z_{g0}=-500 \text{ m}$ (见图6-9)。这表明, 未扰动的飞行航迹是偏离下击暴流中心线的, 因此, 在下击暴流扰动下飞机的运动是三维运动。

在数值仿真过程中, 试用了两套不同的运动方程组: 第一套是机体坐标系中的质心运动方程加机体坐标系中的转动方程; 第二套是航迹坐标系中的质心运动方程加机体坐标系中的转动方程。这些方程已在第三章中详细推导并讲述。这两套方程的仿真结果在工程精度范围内完全相同。在计算机时方面, 第一套方程比第二套方程略显优越。

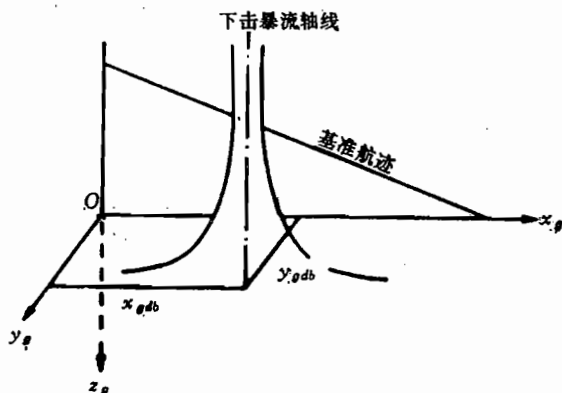


图6-9 下击暴流轴线与未扰航迹

为了显示出风梯度的空气动力效应, 分别研究了无控飞行的三种情况。第一种情况(情况A)计及梯度 $w_{wx}(=\partial v_w/\partial x)$ 和 $w_{wy}(=\partial w_w/\partial y)$ 的作用; 第二种情况(情况B)仅计及 w_{wy} 的作用; 第三种情况(情况C)完全不计及梯度的作用。在30 s内的横侧运动曲线由图6-10给出。由图可见, 情况B与情况A差别甚小, 而情况C与情况A差别很显著。由此推论出: 梯度 w_{wy} (它联系于飞机的滚转阻尼导数 C_{lr})的作用是很重要的, 不可忽略, 而梯度 w_{wx} (它部分地联系于飞机的偏航阻尼导数 C_{nr})的作用则相对较

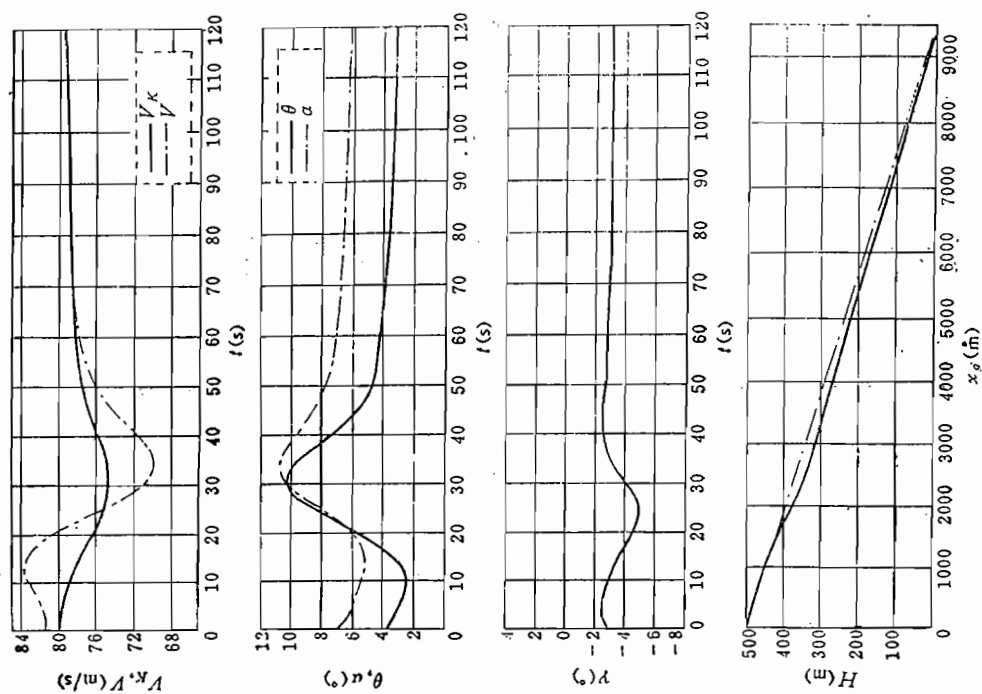


图6-11 穿越下击暴流的着陆进场：纵向运动

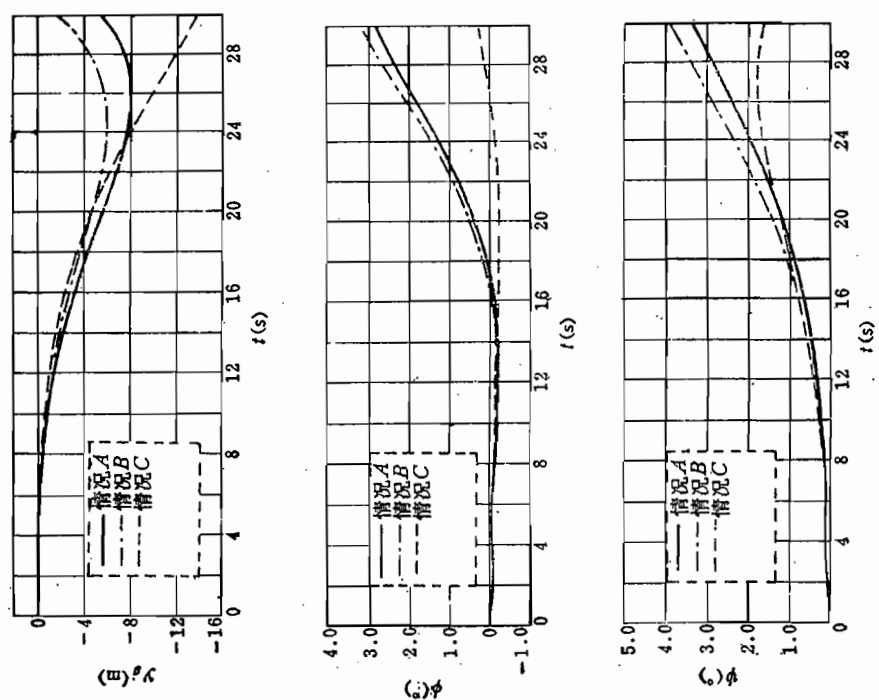


图6-10 风梯度的空气动力效果

情况A: $w_{wy} + v_{wy}$; 情况B: w_{wy} ; 情况C: 无

小。这个结论与参考文献[27]关于飞机大气紊流响应的功率密度频谱所得出的结论是一致的。

另外，还研究了自动控制下着陆进场的过程。利用最优化算法选出的控制规律是

$$\Delta\delta_f = 0.027\Delta V + 0.0685\Delta\dot{H}$$

$$\Delta\delta_m = 0.05\Delta q + 0.00081\Delta\theta + 0.00192\Delta\dot{H}$$

$$\Delta\delta_l = 0.35\Delta p + 0.000078\Delta y_g + 0.00604\Delta\dot{y}_g + 0.0119\Delta\phi$$

$$\Delta\delta_n = 0.35\Delta r + 0.202\Delta\psi$$

式中 $\Delta\delta_f$ 是发动机油门偏度 (rad);

$\Delta\delta_m$, $\Delta\delta_l$, $\Delta\delta_n$ 分别是升降舵、副翼和方向舵的偏度 (rad);

ΔV 是空速偏量 (m/s);

Δq , Δp , Δr 是俯仰、滚转、偏航角速度偏量 (rad/s);

Δy_g 是航迹的横向偏量 (m);

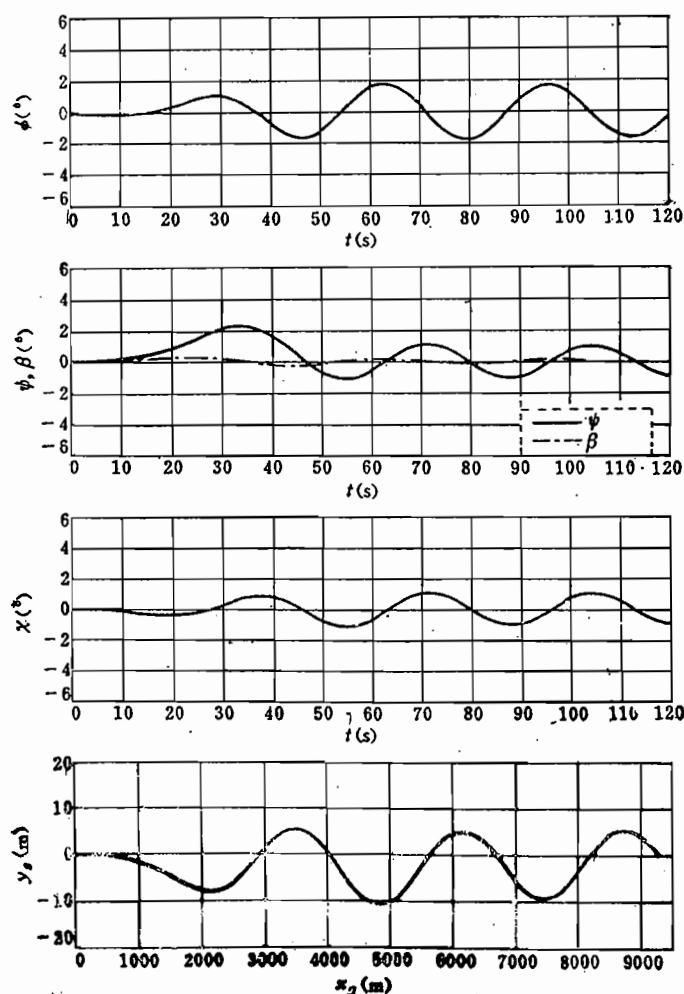


图6-12 穿越下击暴流的着陆进场：横侧运动

$\Delta \dot{H}$ 是飞行高度变化率偏量 (m/s);

$\Delta \phi, \Delta \psi$ 是滚转角和偏航角偏量 (rad)。

在自动控制下穿越下击暴流的着陆进场过程的数值仿真结果见图 6-11 (纵向运动) 和图 6-12 (横侧运动)。

应该指出, 以上介绍的飞行数值仿真的一个例子只有参考价值, 而没有指导作用。

6.3 机载风速测量原理

准确地测量风场状况, 对于飞行具有重要意义。风场特性影响飞机飞行的安全性、飞行航迹的保持和飞行导航, 对风场的准确测量是采取主动措施的前提。

目前, 现代大型运输机都装有惯性导航系统, 或者装 OMEGA 无线电导航系统。用这两种系统虽然可以计算出风速矢量, 但飞机运动会引起风速测量中的系统误差, 测量风切变时, 这两种测量系统并不都令人满意。将来按时间准确飞行的飞机 (例如装有 4 维导航系统), 须准确测量风场状况和测量系统中的系统误差。为了预测前方航迹上的风场状况, 未来的飞机应装备先进的遥测系统 (或前视系统)。

按被测量风场相对飞机的位置, 风测量系统可分成两类: 在位式 (又称现状式) 风测量系统和前视式 (遥测) 风测量系统。目前, 在位式风测量系统技术已比较成熟, 有的厂家的在位式风测量系统已取得了适航证。但在位式风 (切变) 测量系统不能预报风切变。前视式测量系统还正处在初步研究阶段, 其技术难点在于测量传感器, 虽然已提出的测风传感器有微波多普勒雷达、激光多普勒雷达、红外辐射式测风系统等多种方案, 但还不能肯定究竟哪一种方式能有效地测量风场状况, 是否能发展成一种技术上、经济上可行的测量系统。

不论哪一种测风系统, 风速和风向并不是由一种传感器 (敏感装置) 就能直接测量出来的, 往往要通过其他参数 (如飞行状态参数) 或其它媒介 (如降水的水滴、尘埃等) 间接计算和测定出来。严格讲, 称机载风速计算系统更确切, 但鉴于机载测风系统这一术语已为工程界公认, 本书仍采用这一术语。

6.3.1 在位式机载风速测量原理

在位式机载风速测量的原理是用速度三角形来确定风速矢量, 即

$$V_w = V_K - V_A$$

如图 1-3 所示。

风速矢量 V_w 以地面坐标系为参考系, 所以也须以地面坐标系来描述地速 V_K 和空速 V_A , 若地速 V_K 已按地面坐标系测量, 例如用惯性平台, 则地速矢量就无需再作坐标变换。空速 V_A 是按空气动力坐标系定义和测量的, 因而应经坐标变换把空速从空气动力坐标系变换到地面坐标系上。

按第三章所述坐标变换矩阵关系, 有

$$V_g = T_{gb} T_{ba} V_A \quad (6-49)$$

式中

$$V_A = [V, 0, 0]^T \quad (6-50)$$

T_{gb} ——从机体坐标系到地面坐标系的坐标变换矩阵;

T_{ba} ——从空气动力坐标系到机体坐标系的坐标变换矩阵。

在地面坐标系上, 风速矢量的分量形式为

$$\begin{bmatrix} u_w \\ v_w \\ w_w \end{bmatrix}_g = \begin{bmatrix} u_K \\ v_K \\ w_K \end{bmatrix}_g - \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_g \quad (6-51)$$

地速的垂直分量又可写成

$$w_k = -\dot{H} = \frac{dH}{dt} \quad (6-52)$$

故式 (6-51) 又可写成

$$\begin{bmatrix} u_w \\ v_w \\ w_w \end{bmatrix}_g = \begin{bmatrix} u_{Kg} \\ v_{Kg} \\ -\dot{H} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix}_g \quad (6-53)$$

这就是在位式机载测风系统确定风速的基本关系式。按照该关系式的导出过程, 除了应知道地速 V_K 、空速 V_A 外, 还应知道飞行状态参数 $\alpha, \beta, \theta, \phi, \psi$ 。

若不能直接测量式 (6-53) 中的地速水平分量 u_{Kg} 和 v_{Kg} , 则还须由偏航角 χ 和总的地速水平分量 V_{Kh} 来计算确定 u_{Kg} 和 v_{Kg} , 即

$$u_{Kg} = u_K = V_{Kh} \cos \chi \quad (6-54)$$

$$v_{Kg} = v_K = V_{Kh} \sin \chi \quad (6-55)$$

6.3.2 测量传感器安装位置影响的修正

应用式 (6-53) 确定风速矢量的前提是: 所有角度和速度参数都在同一点 (质心) 上测出。由于安装技术上的原因, 这是不可能的。通常, 地速是由安装在飞机机身上的惯性导航装置确定的, 而飞行状态参数则由安装在飞机不同部位上的各种传感器测量, 例如迎角和侧滑角用在机身前方安装的迎角和侧滑角传感器来测量, 因而来流方向并不是真实的来流方向。由于安装位置不同, 当飞机作转动运动就会出现附加速度, 但确定风速矢量的基本关系式 (6-53) 并未考虑这些附加速度, 因而应按具体安装位置进行修正。

考虑飞机转动运动的附加速度后, 风速矢量应写成

$$V_w = V_K - V_A + \Omega \times R \quad (6-56)$$

式中 Ω ——飞机转动角速度;

R ——传感器和质心之间的距离矢径。距离矢径又可写成

$$R_b = (R_x, R_y, R_z)^T \quad (6-57)$$

转动角速度又可写成

$$\Omega_b = (p, q, r)^T \quad (6-58)$$

当把 R_b 和 Ω_b 变换到地面坐标系上, 即

$$\Omega_g = T_{gb} \Omega_b \quad (6-59)$$

$$R_g = T_{gb} R_b \quad (6-60)$$

则转换到地面坐标系上的附加速度为

$$(\Omega \times R)_g = \tilde{\Omega}_g R_g \quad (6-61)$$

式中

$$R_g = [R_{xg}, R_{yg}, R_{zg}]^T \quad (6-62)$$

$$\tilde{\Omega}_g = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_{xg} & \Omega_{yg} \\ \Omega_{xg} & 0 & -\Omega_{zg} \\ -\Omega_{yg} & \Omega_{zg} & 0 \end{bmatrix} \quad (6-63)$$

有关变换矩阵可参见第三章。

6.3.3 输入误差对风速测量误差的影响

由 6.3.1 节可知, 机载风速测量系统是用多种飞行状态参数间接计算风速的, 在现代高性能飞机上, 可由大气数据计算机完成这一计算功能。测量飞行状态参数的传感器除了安装位置影响外, 各测量传感器都有一定的测量误差, 它们将会对风速的测量产生影响。在用大气数据计算机计算风速时应进行误差修正。

风速矢量与飞行参数的关系一般可写成

$$V_w = f(\alpha, \beta, \gamma, \theta, \phi, \psi, \dots, V_A, V_K) \quad (6-64)$$

式中, 各飞行状态参数应作过安装位置修正。

测量风速矢量 $\tilde{V}_w$ 是真实风速 V_w 和误差 ΔV_w 之和, 即

$$\tilde{V}_w = V_w + \Delta V_w \quad (6-65)$$

ΔV_w 为输入误差。在一阶近似下可写成下列线性形式

$$\Delta u_{wg} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial u_{wg}}{\partial f_i} \Delta f_i \quad (6-66)$$

$$\Delta v_{wg} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial v_{wg}}{\partial f_i} \Delta f_i \quad (6-67)$$

$$\Delta w_{wg} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial w_{wg}}{\partial f_i} \Delta f_i \quad (6-68)$$

式中, Δf_i 表示各飞行状态参数 f_i 的测量误差, $\partial u_{wg}/\partial f_i$ 、 $\partial v_{wg}/\partial f_i$ 、 $\partial w_{wg}/\partial f_i$ 为误差影响系数, 可由表征风速分量与飞行状态参数关系的运动学方程和几何关系式导出。当按式 (6-66)~式 (6-68) 计算输入误差后, 则由测量的风速 $\tilde{V}_w$, 就可计算真实风速 V_w 。

误差影响系数由多项组成, 计算量较大。鉴于实际飞行中各飞行状态角度参数都不大, 在小角度假设下 (即认为 $\cos f_i \approx 1$, $\sin f_i \approx f_i$), 并略去二阶以上小量后, 误差影响系数形式可大为简化, 同时也足够精确。简化处理后的误差影响系数形式如表 6-1 所示。

从影响系数的近似形式 (表 6-1) 可得以下结论:

(1) 除偏航角 χ 的输入误差与地速的水平分量 V_{Kh} 成正比外, 其他飞行状态角的输入误差对风速分量误差的影响均与空速 V_A 成正比;

(2) 除偏航角 χ 外, 空速 V_A 和各角度误差对水平风速分量 u_{wg} 和 v_{wg} 误差的影响是 ψ 的正弦、余弦函数, 而铅垂风速误差与 ψ 角无关;

(3) 两个水平风分量的误差随 ψ 角的变化在相位上相差 $\pm 90^\circ$, 它们的最大值是一

表6-1 风速分量的误差影响系数近似式^[44]

f_i	$\partial u_{wg}/\partial f_i$	$\partial v_{wg}/\partial f_i$	$\partial w_{wg}/\partial f_i$
u_{kg}	1	0	0
v_{kg}	0	1	0
H	0	0	-1
V_{Kh}	$\cos \chi$	$\sin \chi$	0
χ	$-V_{Kh} \sin \chi$	$V_{Kh} \cos \chi$	0
V	$-\cos \psi$	$\sin \psi$	$\theta - \alpha \cos \phi$
ϕ	$-V_A \alpha \sin \psi$	$V_A \alpha \cos \psi$	$V_A \alpha \phi$
ψ	$V_A \sin \psi$	$-V_A \cos \psi$	0
β	$V_A \sin \psi$	$-V_A \cos \psi$	$V_A \phi$
θ	$V_A (\theta - \alpha \cos \phi) \cos \psi$	$V_A (\theta - \alpha \cos \phi) \sin \psi$	V_A
α	$V_A [(\alpha - \theta \cos \phi) \cos \psi - \phi \sin \psi]$	$V_A [(\alpha - \theta \cos \phi) \sin \psi + \phi \cos \psi]$	$-V_A$

样的,

(4) 风分量误差与风向角无关。

误差分析中采用均方差形式更为方便。测量误差可认为正态分布,也就是说,在足够多的测量次数中,测量值的 $2/3$ 都分布在 $\bar{x} \pm \sigma$ 之间, $\bar{x}$ 为测量平均值。测量风速的均方差形式为

$$\sigma^2(u_{wg}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial u_{wg}}{\partial f_i} \right)^2 \sigma^2(f_i) \quad (6-69)$$

$$\sigma^2(v_{wg}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial v_{wg}}{\partial f_i} \right)^2 \sigma^2(f_i) \quad (6-70)$$

$$\sigma^2(w_{wg}) = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial w_{wg}}{\partial f_i} \right)^2 \sigma^2(f_i) \quad (6-71)$$

对风速测量误差的分析讨论表明,在位式机载风速测量原理只是根据简单的运动学关系,飞行状态(直线飞行、曲线飞行)对风速的确定没有什么显著影响,主要取决于各测量传感器的测量精度。相比之下,风速的垂直分量只受少数几个飞行状态参数的影响,所需的测量传感器也较少,用一般必备的常规飞行状态测量传感器即可足够准确地确定铅垂风分量,这种简单确定铅垂风的方法,已广泛用于气象研究工作中。

6.4 机载低空风切变探测告警回避一体化技术简介

对低空风切变及其危害的长期研究表明,对抗风切变的最有效的防御措施是回避,最理想的手段是综合探测、告警、回避功能的前视式机载低空风切变测量系统,它应包括探测敏感装置、风切变计算机、告警装置、回避系统等。

探测敏感装置的功能是探测飞机前方预计飞行航迹上的风场状况,直接或间接测量风速及其变化。

风切变计算机是用来计算评定飞机前方预报距离范围内风切变场的能量水平,并与飞机所具有的性能进行比较,评估前方风切变场对继续飞行的危险程度。

告警装置是用来按风切变计算机对前方风切变场的危险程度评估发出风切变警告,以声音或者光的形式显示出来。

回避系统是用来按风切变计算机判别出的风切变危险,自动避开前方危险风切变场空域。回避系统实际上是一种自动油门和升降舵交联的航迹控制系统。

图 6-13 是前视式机载低空风切变探测告警回避一体化技术的原理框图。

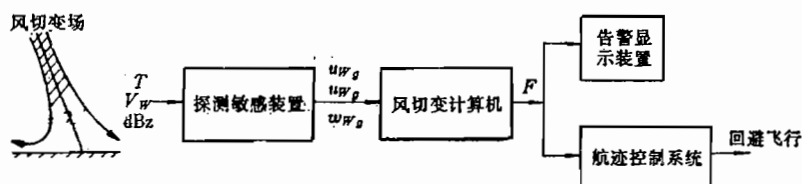


图 6-13 前视式机载低空风切变探测一体化技术原理

风切变危险性评定尺度可以采用风切变危险性指数 F [式(5-164)], 按冻结场假设, 当飞机直线飞行时, 水平风速变化可表示成下列近似形式

$$\dot{u}_{wg} = \frac{du_{wg}}{dt} \approx \frac{\partial u_{wg}}{\partial x_g} V_K \approx \frac{\Delta u_{wg}}{\Delta x_g} V_K \quad (6-72)$$

因而风切变危险性指数近似可表成

$$F = \frac{V_K}{g} \frac{\Delta u_{wg}}{\Delta x_g} - \frac{w_{wg}}{V_A} \quad (6-73)$$

按式(6-73)可确定 t 时刻风切变场的当前信息 $F(t)$ 和 $(t + \tau)$ 时刻的预报信息 $F(t + \tau)$, τ 为预报间隔, 等于询问距离除以飞机的地速。

风切变计算机按照规定的告警门限值 F 启动告警装置。告警门限值 F 应由飞机与当时的性能能力 $(T - D)/mg$ 相关的最大 F 值确定。超过门限值 F 自动告警, 指示机组改变航迹回避前方风切变空域, 或者给自动回避系统发出指令, 使飞机自动作回避飞行。图 6-14 是 $F(t)$ 和 $F(t + \tau)$ 的信息综合原理图。

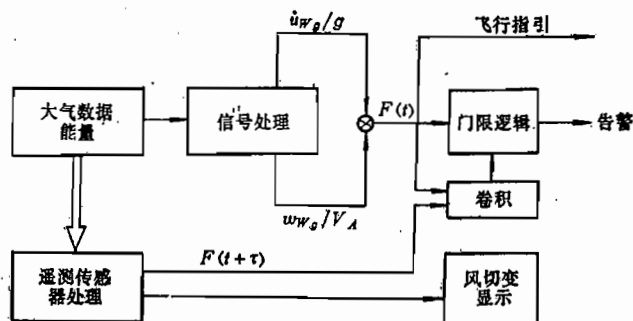


图 6-14 当前信息和预报信息的一种综合方式^[48]

目前,前视式机载低空风切变探测告警回避一体化技术还面临一系列技术难点,主要是:

(1) 探测敏感装置的可靠性,主要涉及各种噪声扰动。机载低空风切变探测系统主要用于探测 300 m 以下的风切变场,在这样低的高度范围内,下视的探测敏感装置受到强地杂波的干扰。因此,在强地杂波背景下,探测敏感装置能否可靠地检测出相当微弱的风切变反射信号,是探测敏感装置设计的一个关键问题。

(2) 风切变危险性尺度的定性和定量化,涉及应探测那些风切变场参数、风切变场的综合影响、危险标准、并按具体飞机的飞行状态定出安全合理的告警门限。

(3) 风切变的气象特征化,涉及风切变场模型,不仅需要风切变场的风速特性,还需要伴随风切变出现的降水、温度、气压等特性,以便能模拟研究风切变场的其他物理特性,例如雷达的反射因子 (dBz)。

(4) 目前,多普勒雷达还不能遥测铅垂风分量 w_g ,而只能测量水平风分量 u_g ,因而就不能完整地确定风切变危险指数 F 。这个问题的最终解决,一方面要依赖于雷达探测技术的改进和发展,另一方面可以从统计风切变气象特征着手,找出铅垂风分量 w_g 和水平风分量 u_g 对风切变危险指数影响的内在联系,探讨用水平风分量 u_g 确定危险指数 F 的可能性。后一种途径将降低对雷达的要求,从而也就降低了全系统的造价。

附录

附录一 飞行训练模拟机使用的风切变模型^[9]

根据风切变事故分析统计数据, FAA 推荐了供飞行训练模拟机使用的四种风切变模型。1号和2号两种风切变模型是基准风模型。为适应不同飞行性能和不同外界条件(跑道压力、高度、外界气流及风切变发生的地点等)下的模拟训练需要,可用基准风模型乘上风系数构成相应的训练风模型。风系数是从模拟研究B-727、B-737、B-747、B-757、B-767、DC-9、MD-80、DC-10及L-1011等商用喷气运输机得到的。

1号和2号基准风模型是根据风切变事故数据及其教训的分析得出的。这两种风模型都不包括从逆风到顺风,原因在于:一般这种情况不出现或很少出现;另一方面也为了避免给驾驶员造成错觉,好像风速增加(遇到逆风)是进入风切变场的一个主要的必然的征兆。另外,还应指出,造成事故的风场情况并不都很复杂,所以1号和2号风模型都很简单。

1号基准风模型是根据风切变有关事故的分析估计的数据建立的。事故分析估计数据(FDR)经与JAWS的多普勒雷达观测的微下冲气流数据比较后,确定了1号风模型的风速量级、风切变强度、风切变尺度以及风剖面形状。使用表明,即使用这个只有微下冲气流顺风分量的1号风模型,也可以使驾驶员学会风切变改出技术。

2号基准风模型是根据风切变形态、尺度和强度的实际数据建立的。2号风模型附加了一个中等下降气流,较1号风模型更严重一些。

3号和4号风模型除含有逆风/顺风外,还含有侧风、垂直风及水平旋涡的全三维微下冲气流风切变模型。

下面列出这四种风模型及风系数的具体数据。

1. 1号基准风模型

图F1-1及表F1-1给出了1号基准风模型的风剖面形式及特征点数据,自变量是地面基准水平距离 x_{REF} ,坐标原点取在飞机开始遇到风的位置上。实际使用中可按模拟需要改变原点。1号风模型与风系数共同使用,用以调节飞机的风速与外界条件的差异。

2. 2号基准风模型

图F1-2及表F1-2给出2号基准风模型及数据,实际使用时与风系数共同使用。

3. 3号风模型

3号风模型是一个含有水平旋涡的三维微下冲气流模型,与造成事故的实际风切变很类似。该模型主要用于模拟起飞训练。图F1-3及表F1-3给出3号风模型及数据。

3号风模型不与风系数共同使用,适用于所有飞机。

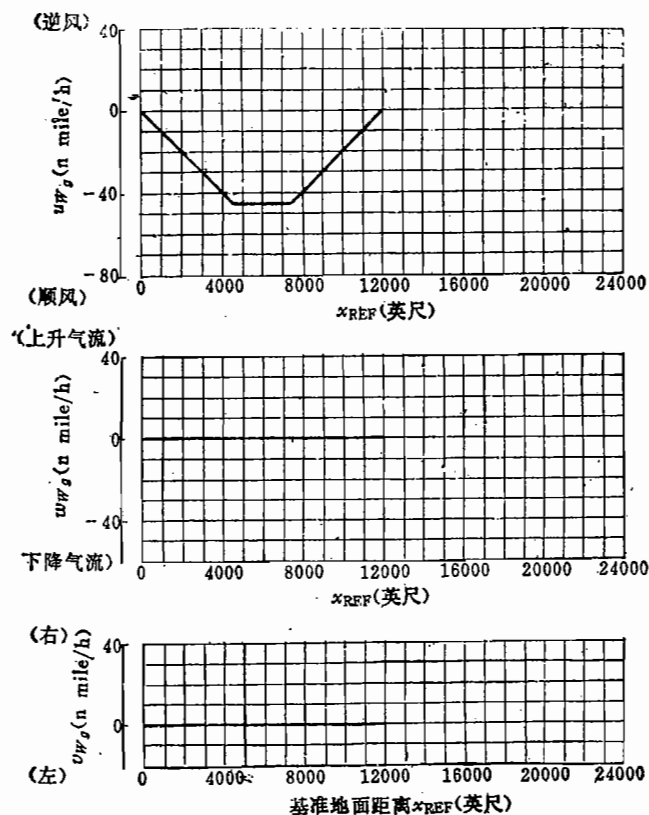


图 F1-1 1号基准风模型

表 F1-1 1号基准风模型数据①

x_{REF}		u_{wg}		w_{wg}		v_{wg}	
(m)	(英尺)	(km/h)	(n mile/h)	(m/s)	(英尺/s)	(km/h)	(n mile/h)
0	0	0	0	0	0	0	0
1372	4500	-83.3	-45	0	0	0	0
2286	7500	-83.3	-45	0	0	0	0
3658	12000	0	0	0	0	0	0

① 按照参考文献[9], 风速分量方向规定如下: 顺风为负, 下降气流为负, 左侧风为负。该规定也适用于表 F1-2~表 F1-4。

表 F1-2 2号基准风模型数据

x_{REF}		u_{wg}		w_{wg}		v_{wg}	
(m)	(英尺)	(km/h)	(n mile/h)	(m/s)	(英尺/s)	(km/h)	(n mile/h)
0	0	0	0	0	0	0	0
686	2250			-5.1	-16.67	0	0
1372	4500			-5.1	-16.67	0	0
2134	7000	-111.12	-60	0	0	0	0
3414	11200	-111.12	-60			0	0
3658	12000					0	0
5121	16800	0	0				

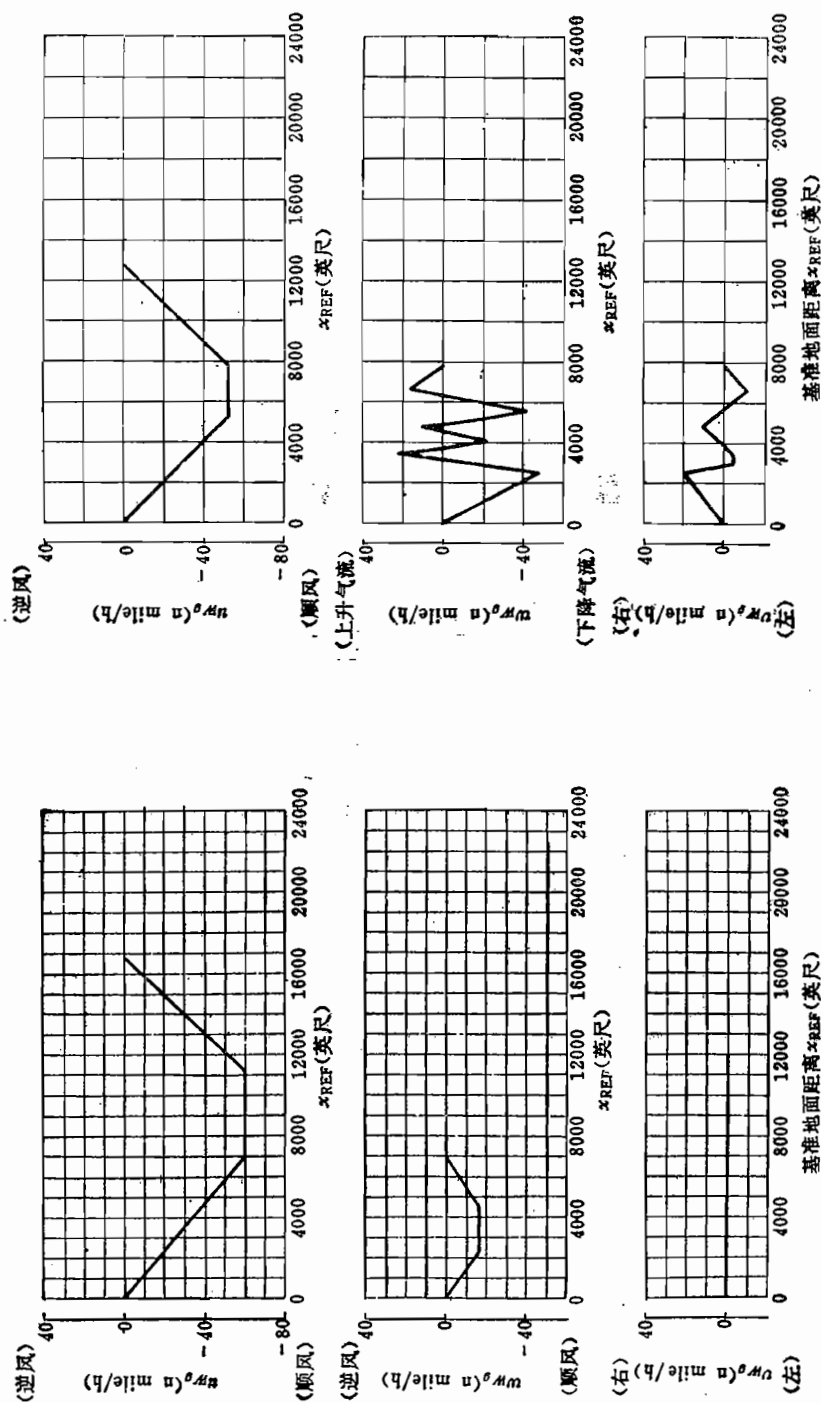


图 F1-2 2号基准风模型

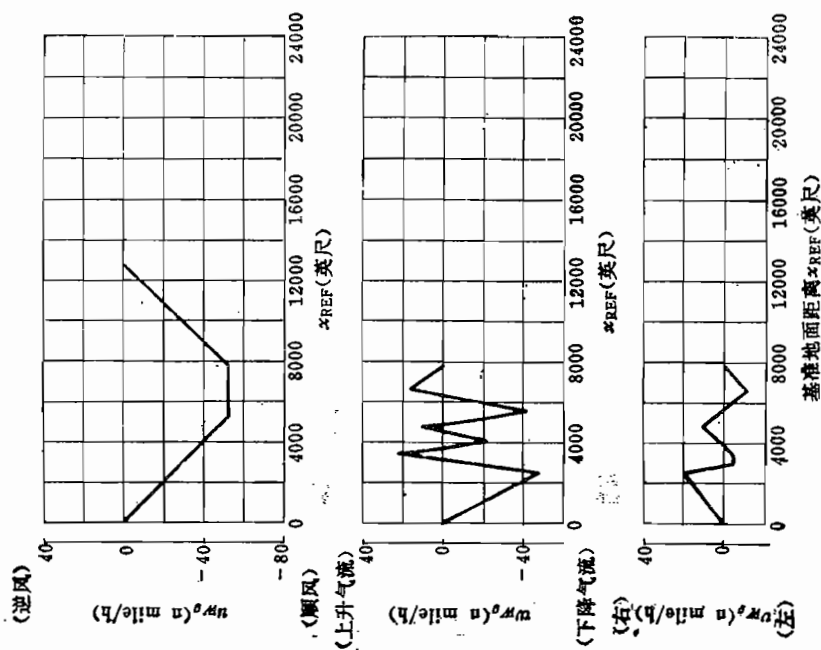


图 F1-3 3号风模型

表 F1-3 3 号风模型数据

X _{REF}		U _{WG}		U _{WG}		U _{WG}	
(m)	(英尺)	(km/h)	(n mile/h)	(m/s)	(英尺/s)	(km/h)	(n mile/h)
0	0	0	0	0	0	0	0
762	2500	-44.45	-24	-14.63	-48	+37.04	+20
914	3000	-51.86	-28	-3.05	-10	-9.26	-5
1036	3400	-61.12	-33	+6.71	+22	-9.26	-5
1250	4100	-74.08	-40	-6.71	-22	-3.70	-2
1463	4800	-87.04	-47	+3.66	+12	+20.37	+11
1585	5200	-96.30	-52	-6.10	-20	+11.11	+6
1707	5600	-96.30	-52	-12.80	-42	-1.852	-1
2012	6600	-96.30	-52	+5.18	+17	-20.37	-11
2377	7800	-96.30	-52	0	0	0	0
3901	12800	0	0				

4. 4 号风模型

4 号风模型是一种在 3 号风模型基础上增加了一段进入微下冲气流过渡阶段的完整三维风场模型, 用于进行着陆进场的模拟训练, 与造成风切变事故的微下冲气流风切变场极为相似, 不与风系数共同使用, 对所有飞机都适用。

图 F1-4 和表 F1-4 给出 4 号风模型及数据。

表 F1-4 4 号风模型数据

X _{REF}		U _{WG}		U _{WG}		U _{WG}	
(m)	(英尺)	(km/h)	(n mile/h)	(m/s)	(英尺/s)	(km/h)	(n mile/h)
0	0	0	0	0	0	0	0
305	1000	-7.4	-4	0	0	-18.52	-10
1524	5000	-14.8	-8	+4.88	+16	+1.852	+1
2134	7000	+50.0	+27	-5.49	-18	+9.26	+5
2536	8300	+40.7	+22	-7.32	-24	+9.26	+5
2804	9200	+22.2	+12	-2.74	-9	+9.26	+5
3048	10000	+1.852	+1	-10.97	-36	+9.26	+5
3414	11200	+33.34	+18	-4.27	-14	+27.73	+15
8568	11700	0	0	-14.63	-48	+37.04	+20
8719	12200	-33.34	-18	-3.05	-10	-9.26	-5
3840	12600	-11.11	-6	+6.71	+22	-9.26	-5
4054	13300	-37.04	-20	-6.71	-22	+3.70	+2
4267	14000	-62.97	-34	+3.66	+12	+20.37	+11
4420	14500	-74.08	-40	-6.10	-20	+11.11	+6
4511	14800	-74.08	-40	-12.80	-42	+1.852	+1
4816	15800	-74.08	-40	+5.18	+17	-20.37	-11
5182	17000	-74.08	-40	0	0	0	0
		0	0				

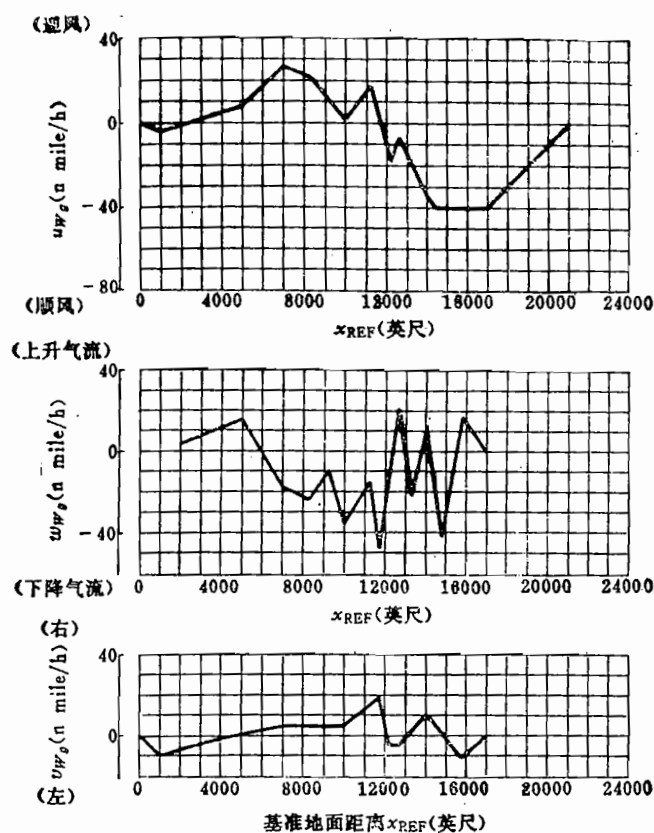


图 F1-4 4号风模型

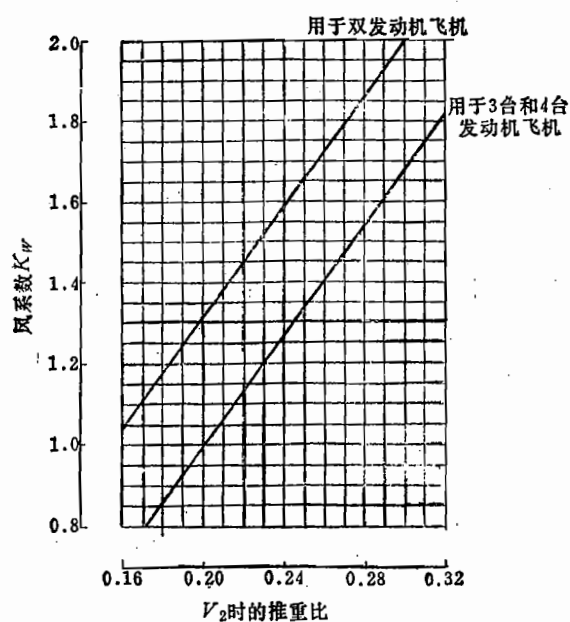


图 F1-5 风系数曲线

 V_2 —安全起飞速度。

5. 风系数

风系数 K_w 用来调整风的强度,以适应模拟研究不同飞机性能及装有不同数量发动机的飞机。风系数 K_w 是作为推重比 T/W 和发动机台数 n 的函数(图F1-5)。实际使用的风速 V_w 与基准风模型风速 $V_{w, REF}$ 的关系为

$$V_w = K_w V_{w, REF} \quad (F1-1)$$

当使用1号基准风模型时,若在达到拾前轮速度 V_R 前遇到风切变,应从风系数中扣除0.1,此时有

$$V_w = (K_w - 0.1) V_{w, REF} \quad (1 \text{ 号风模型}) \quad (F1-2)$$

当使用2号基准风模型时,在任何情况下,都要使用发动机台数 $n = 3$ 或4这一条风系数曲线。

附录二 二维微下冲气流的24个涡对叠加模型^[11]

二维微下冲气流的涡对叠加原理如式(2-13)所示,表F2-1是24个涡对叠加模型。

表F2-1 24个涡对叠加模型

涡对号	x_{i0} (m)	H_{i0} (m)	Γ_{i0} (m ² /s)
1	-13000.0	± 1200.0	∓ 18000.0
2	-12000.0	± 1200.0	∓ 18000.0
3	-11000.0	± 1200.0	∓ 18000.0
4	-10000.0	± 1200.0	∓ 18000.0
5	-8000.0	± 200.0	± 14000.0
6	-7500.0	± 210.0	± 14000.0
7	-7000.0	± 230.0	± 14000.0
8	-6500.0	± 260.0	± 14000.0
9	-6000.0	± 300.0	± 14000.0
10	-5500.0	± 350.0	± 16000.0
11	-5000.0	± 460.0	± 18000.0
12	-4500.0	± 550.0	± 18000.0
13	-4000.0	± 670.0	± 18000.0
14	-3500.0	± 830.0	± 18000.0
15	-3000.0	± 1000.0	± 18000.0
16	-3000.0	± 1200.0	± 18000.0
17	-2000.0	± 1200.0	∓ 10000.0
18	-2000.0	± 1000.0	∓ 10000.0
19	-1500.0	± 1000.0	∓ 10000.0
20	-1000.0	± 1000.0	∓ 10000.0
21	-750.0	± 1000.0	∓ 10000.0
22	-500.0	± 1000.0	∓ 10000.0
23	-250.0	± 1000.0	∓ 10000.0
24	0.0	± 1000.0	∓ 10000.0

附录三 模态集结法及其在飞行力学中的应用^②

一、模态集结法

集结法是使系统降阶的一种建模方法,其特点是用一组近似的状态变量来描述系统的模型,保持原系统主模式不变。处理系统模态集结有多种方法^[40],这里仅就 5.13.2 节飞机对风切变响应的简化分析研究所用的模态集结法作一简要说明。

设线性时不变系统形式为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix} u \quad (\text{F 3-1})$$

式中, $x_1 \in R^{k_1}$, $x_2 \in R^{k_2}$, $A_{11} \in R^{k_1 \times k_1}$, $A_{12} \in R^{k_1 \times k_2}$, $A_{21} \in R^{k_2 \times k_1}$, $A_{22} \in R^{k_2 \times k_2}$, $B_1 \in R^{k_1 \times m}$, $B_2 \in R^{k_2 \times m}$, $u \in R^m$, 且 $k_1 + k_2 = n$ 。取线性变换

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ -S & I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (\text{F 3-2})$$

式中, I_1 、 I_2 分别为 k_1 阶和 k_2 阶单位矩阵, S 为待定 $k_1 \times k_2$ 阶矩阵。式 (F 3-2) 的逆变换为

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_1 & 0 \\ S & I_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} \quad (\text{F 3-3})$$

由变换关系式 (F 3-2) 或式 (F 3-3), 则原动态系统 (F 3-1) 变换成

$$\begin{bmatrix} \dot{y}_1 \\ \dot{y}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A'_{11} & A'_{12} \\ A'_{21} & A'_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B'_1 \\ B'_2 \end{bmatrix} u \quad (\text{F 3-4})$$

式中

$$\begin{aligned} A'_{11} &= A_{11} + A_{12}S \\ A'_{12} &= A_{12} \\ A'_{21} &= -A_{21} + SA_{11} - A_{22}S + SA_{12}S \\ A'_{22} &= A_{22} - SA_{12} \\ B'_1 &= B_1 \\ B'_2 &= B_2 - SB_1 \end{aligned}$$

令 $A'_{21} = 0$, 即矩阵 S 满足 Riccati 方程

$$SA_{12}S + SA_{11} - A_{22}S - A_{21} = 0 \quad (\text{F 3-5})$$

考虑式 (F 3-3)~式 (F 3-5), 原系统状态方程 (F 3-1) 变为

$$\dot{x}_1 = (A_{11} - A_{12}S)x_1 + A_{12}y_1 + B_1u \quad (\text{F 3-6 a})$$

$$\dot{y}_1 = (A_{22} - SA_{12})y_1 + (B_2 - SB_1)u \quad (\text{F 3-6 b})$$

$$x_2 = Sx_1 + y_1 \quad (\text{F 3-6 c})$$

为理解矩阵 S 的意义, 将系统式 (F 3-1) 转换到模态坐标空间

② 本附录由韩潮博士撰写。

$$\begin{bmatrix} \dot{\xi}_1 \\ \dot{\xi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ 0 & A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \Gamma_2 \end{bmatrix} u \quad (\text{F 3-7})$$

式中, A_1 、 A_2 为与模态变量相对应的特征值组成的对角矩阵。状态变量与模态变量的转换关系为

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U_{11} & U_{12} \\ U_{21} & U_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix} \quad (\text{F 3-8})$$

式中, 矩阵 U 为系统 (F 3-1) 的特征向量组成的变换矩阵。可以证明

$$S = U_{21} U_{11}^{-1} \quad (\text{F 3-9})$$

时, 矩阵 S 满足广义 Riccati 方程 (F 3-5), 并且式 (F 3-6 a) 的特征变量对应 ξ_1 , 式 (F 3-6 b) 的特征变量对应 ξ_2 。

当模态变量 ξ_2 相对 ξ_1 而言为快收敛模态, 则 ξ_2 很快趋于零, 即 $\dot{y}_1 \rightarrow 0$, 由式 (F 3-6 b) 得

$$(A_{22} - SA_{12})y_1 + (B_2 - SB_1)u = 0 \quad (\text{F 3-10})$$

由式 (F 3-10) 解出 y_1 , 并代回式 (F 3-6 a), 又得

$$\dot{x}_1 = Fx_1 + Gu \quad (\text{F 3-11})$$

式中

$$F = A_{11} + A_{12}S$$

$$G = B_1 - A_{12}(A_{22} - SA_{12})^{-1}(B_2 - SB_1)$$

方程 (F 3-11) 即为模态集结降阶模型。本书 5.13.2 节有关风切变响应的近似传递函数均由此模型导出。

上述集结法的关键在于求解矩阵 S , 当矩阵 S 为小量时, 方程 (F 3-5) 可由 Lyapunov 方程

$$SA_{11} - A_{22}S - A_{21} = 0 \quad (\text{F 3-12})$$

近似替代。方程 (F 3-12) 是线性方程, 一般都有唯一解, 而在方程阶数较低时可代数求解。参考文献 [3]、[40] 采用上述方法导出了飞机沉浮、荷兰滚和滚转—螺旋模态的近似表达式, 验算表明, 其精度较高, 尤其当飞行速度较低时, 仍能给出很高的估算精度, 因而用此方法近似分析研究飞机对风切变的响应时具有足够的可靠性。

二、算例

1. 纵向运动

某飞机纵向运动的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{V} \\ \Delta \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \Delta \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1.97779 \times 10^{-2} & 7.50154 & 0 & 9.80665 \\ -1.15065 \times 10^{-3} & -1.06132 & 1.0 & 0 \\ -6.73562 \times 10^{-4} & -2.80733 & -1.3675 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V \\ \Delta \alpha \\ q \\ \Delta \gamma \end{bmatrix}$$

取

$$x_1 = [\Delta V, \Delta \gamma]^T$$

$$x_2 = [\Delta \alpha, q]^T$$

$$A_{11} = \begin{bmatrix} -1.97779 \times 10^{-2} & -9.80665 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{12} = \begin{bmatrix} 7.30154 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{bmatrix} -1.15065 \times 10^{-3} & 0 \\ 6.73562 \times 10^{-4} & 0 \end{bmatrix}$$

$$A_{22} = \begin{bmatrix} -1.06132 & 1 \\ -2.80733 & -1.36750 \end{bmatrix}$$

设

$$S = \begin{bmatrix} k & m \\ l & n \end{bmatrix}$$

由式 (F3-12), 得

$$\begin{cases} -1.04154 k + l = -1.15065 \times 10^{-3} \\ -2.80733 k - 1.34772 l = 6.73562 \times 10^{-4} \\ -1.06132 m + n = 9.80665 k \\ -2.80733 m - 1.34772 n = 9.80665 l \end{cases}$$

从而解出

$$k = -2.083 \times 10^{-4}$$

$$l = 9.337 \times 10^{-4}$$

$$m = 1.4941 \times 10^{-3}$$

$$n = 3.628 \times 10^{-3}$$

$$A_{11} + A_{12}S = \begin{bmatrix} -2.130 \times 10^{-2} & -9.796 \\ 9.34 \times 10^{-8} & 3.629 \times 10^{-8} \end{bmatrix}$$

$$A_{22} - SA_{12} = \begin{bmatrix} -1.06 & 0.999 \\ -2.814 & -1.371 \end{bmatrix}$$

由此求得特征值为

$$\lambda_{1,2} = -0.008835 \pm 0.09482 i$$

$$\lambda_{3,4} = -1.215 \pm 1.669 i$$

精确的特征值为

$$\lambda_{1,2} = -0.008877 \pm 0.09355 i$$

$$\lambda_{3,4} = -1.2154 \pm 1.669 i$$

2. 横侧向运动

某飞机横侧向运动的状态方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{p} \\ \dot{r} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.14083 & 0.0649475 & 1.0 & 0.0752767 \\ -2.82325 & -2.32799 & -0.703814 & 0 \\ -1.47874 & 0.10301 & -0.273488 & 0 \\ 0 & 1.0 & -0.0650390 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ p \\ r \\ \phi \end{bmatrix}$$

取

$$x_1 = [\rho, \phi]^T$$

$$x_1 = [\beta, \gamma]^T$$

得

$$S = \begin{bmatrix} 1.157 \times 10^{-2} & 1.357 \times 10^{-2} \\ -7.669 \times 10^{-2} & -7.337 \times 10^{-2} \end{bmatrix}$$

求得特征值为

$$\lambda_1 = 0.01055$$

$$\lambda_2 = -2.313$$

$$\lambda_{3,4} = -0.2202 \pm 1.3031 i$$

精确的特征值为

$$\lambda_1 = 0.009512$$

$$\lambda_2 = -2.313$$

$$\lambda_{3,4} = -0.2194 \pm 1.3034 i$$

附录四 计算(sI-A)逆阵的子程序

```

C=====C
C  SUBROUTINE FOR INVERSE MATRIX (S*I-A)**(-1) C
C  INPUT --- A,N      OUTPUT --- P,QQ      WORK.ARR ---AQ C
C                                DESIGNED BY XIAO Y. IN IFF TUBR 1988 C
C-----C
      SUBROUTINE FADEEV(A,N,P,QQ,AQ)
      REAL*8  A(N,N),P(0:N),QQ(N,N,0:N),AQ(N,N),TR
      P(N) = 1.0
      DO 10 I = 1,N
      DO 10 J = 1,N
10  QQ(I,J,N) = 0.0
      DO 60 K = 1,N
      DO 20 I = 1,N
      DO 20 J = 1,N
      AQ(I,J) = 0.0
      DO 20 L = 1,N
20  AQ(I,J) = AQ(I,J)+A(I,L)*QQ(L,J,N-K+1)
      DO 30 I = 1,N
      DO 30 J = 1,N
      IF(I.EQ.J) QQ(I,J,N-K) = P(N-K+1)+AQ(I,J)
30  IF(I.NE.J) QQ(I,J,N-K) = AQ(I,J)
      DO 40 I = 1,N
      AQ(I,I) = 0.0
      DO 40 L = 1,N
40  AQ(I,I) = AQ(I,I)+A(I,L)*QQ(L,I,N-K)
      TR = 0.0
      DO 50 I = 1,N
      50 TR = TR+AQ(I,I)
      60 P(N-K) = -TR/K
      RETURN
      END
C-----C

```

附录五 生成和检验一维紊流速度序列的程序

```

C=====C
C  A PROGRAM FOR GENERATING AND CHECKING                      C
C  A TURBULENT SPEED SEQUENCE W WITH DISTANCE STEP DL.       C
C  IT CAN BE REFORMED TO BE INCORPORATED IN ONLINE SIMULATION C
C-----C
C
C      DIMENSION WW(8192),RW(100),RWT(100),SK(100)
C      OPEN(12,FILE='RAND.OUT')
C      ----- SETTING PARAMETERS -----
C      NN = 8192
C      SIGW = 1.766
C      ELW = 265.
C      DL = 7.5
C      ----- CALCULATING COEFFICIENTS ---
C      ELC = 2.*ELW/SQRT(3.)
C      P = EXP(-DL/ELC)
C      Q = SIGW*SQRT(1.-P**2)
C      ----- GENERATING -----
C      IRAND = 47
C      W = 0.0
C      DO 11 I = 1,NN
C      CALL GAUSS(IRAND, RG)
C      W = P*W+Q*RG
11  WW(I) = W
C      ----- CHECKING -----
C      CALL EMSIG(8192,WW,EM,SIG)
C      WRITE(12,22) EM,SIG
22  FORMAT(//' EM=',F10.3,'   SIG=',F10.3//)
C      CALL CORR(8192,WW,EM,SIG,ELC,DL,ML,RW,RWT,SK)
C      WRITE(12,33)
33  FORMAT(' K          SK          RWT          RW')
C      DO 44 K = 1,ML
44  WRITE(12,55) K,SK(K),RWT(K),RW(K)
55  FORMAT(13,3E13.5)
C      STOP
C      END
C
C
C=====C
C  SUBROUTINE FOR GENERATING GAUSS-DISTRIBUTED RANDOM NUMBER RG C
C-----C
C      SUBROUTINE GAUSS(IR, RG)
C      RG = 0.0
C      DO 10 I = 1,12
C      CALL URAN(IR,RU)
10  RG = RG+RU
C      RETURN
C      END

```

```

C
C
C=====C
C   SUBROUTINE FOR GENERATING RANDOM NUMBER RU           C
C   UNIFORMLY DISTRIBUTED IN (-0.5, +0.5)               C
C-----C
C   SUBROUTINE URAN(IX,RU)
C   PARAMETER (IA=843314861,      IC=453816693,
C   &          S=4.6566128E-10,   M2=1073741824)
C   IX = IX*IA+IC
C   IF(IX.LT.0) IX = (IX+M2)+M2
C   RU = FLOAT(IX)*S-0.5
C   RETURN
C   END

C
C
C=====C
C   SUBROUTINE FOR CALCULATING MEAN EM AND ST.DEVIATION SIG C
C   OF A SEQUENCE X(N)                                     C
C-----C
C   SUBROUTINE EMSIG(N,X,EM,SIG)
C   DIMENSION X(N)
C   EM = 0.0
C   DO 10 I = 1,N
C10  EM = (I-1.)/I*EM+X(I)/I
C   SIG = 0.0
C   DO 20 I = 1,N
C20  SIG = (I-1.)/I*SIG+(X(I)-EM)**2/I
C   SIG = SQRT(SIG)
C   RETURN
C   END

C
C
C=====C
C   SUBROUTINE FOR CALCULATING CORRELATION R OF SEQUENCE X(N) C
C   AND THEORETICAL CORRELATION RT                          C
C-----C
C   SUBROUTINE CORR(N,X,EM,SIG,ELC,DL,ML,R,RT,SK)
C   DIMENSION X(N),R(100),RT(100),SK(100)
C   MM = (-ALOG(0.15))*ELC/DL
C   M = MM/100+1
C   ML = MM/M
C   IMAX = N-M*(ML-1)
C   DO 20 K = 1,ML
C   R(K) = 0.0
C   MK1 = M*(K-1)
C   DO 10 I = 1,IMAX
C10  R(K) = (I-1.)/I*R(K)+(X(I)-EM)*(X(I+MK1)-EM)/I
C   SK(K) = M*(K-1)*DL
C20  RT(K) = SIG**2*EXP(-SK(K)/ELC)
C   RETURN
C   END

```

参考文献

- 1 赵震炎. 飞行模拟器中的大气环境模拟. 国际航空, 1983(10)
- 2 中华人民共和国国家军用标准 GJB185-86. 有人驾驶飞机(固定翼)飞行品质
- 3 韩潮. 飞机对低空风切变的响应特性及操纵对策. 北京航空航天大学博士论文. 1989
- 4 徐可, 肖业伦, 张桂联. 大气紊流频谱与飞机响应的几个问题. 航空学报, 1991-05, 12(5)
- 5 小仓义光. 大气动力学原理. 黄荣辉译. 北京: 科学出版社, 1986
- 6 Etkin B. Dynamics of Atmospheric Flight. New York, John Wiley & Sons, Inc., 1972
- 7 Anon. Military Specification—Flying Qualities of Piloted Airplanes. MIL-F-8785 B (ASG), Aug. 1969
- 8 Anon. Military Specification—Flying Qualities of Piloted Airplanes. MIL-F-8785 C, Nov. 1980
- 9 Federal Aviation Administration, Windshear Training Aid, example windshear training program. November, 1986
- 10 Chalk C R. et al. Background Information and Users Guide for MIL-F-8785 B (ASG). AFFDL-TR-69-72, Aug. 1969
- 11 Swolinsky M. Beiträge zur Modellierung von Scherwind für Gefährdungsuntersuchungen. Dissertation TU Braunschweig, 1986
- 12 Prostor F H. The Terminal Area Simulation System, NASA Contractor Report 4047. 1987
- 13 Woodfield A A., Wood J F. Worldwide Experience of Wind Shear During 1981~1982. AGARD CP No. 347, 1983
- 14 Zhu S., Etkin B. Model of the Wind Field in a Downburst. Journal of Aircraft. Vol. 22, No. 7, July 1985
- 15 Schänzer G. Flug in gestörter Atmosphäre. Braunschweig, TU Braunschweig, 1980
- 16 Etkin B. Theory of the Flight of Airplanes in Isotropic Turbulence—Review and Extension, AGARD Rept. 1961, 372
- 17 Batchelor G K. Theory of Homogeneous Turbulence. Cambridge, Cambridge Univ. Press, 1953
- 18 张桂联, 刘同仁. 关于大气紊流交叉频谱的一点看法. 飞行力学, 1984(2)
- 19 Brockhaus R. Ein Vorschlag für die Wahl der Zustandsvariablen in den Bewegungsgleichungen von Flugzeugen unter Windeinfluß. Zeitschrift für Flugwissenschaft und Weltraumforschung. Band 9, 1985, Heft 6
- 20 金长江. 风对飞机影响的描述. 飞行力学, 1988(19)
- 21 金长江, 范立钦. 飞行动力学(飞机飞行性能计算). 北京: 国防工业出版社, 1990
- 22 肖业伦. 飞行器运动方程. 北京: 航空工业出版社, 1987
- 23 ISO 1151 Flight Dynamics Concepts (Quantities and Symbols)
- 24 Frost W., Bowles R L. Wind Shear Terms in the Equations of Aircraft Motion. Journal of Aircraft. Vol. 21, No. 11, Nov. 1984
- 25 航空航天工业部航空工业标准. 飞行动力学: 概念, 量和符号. HB6445-90
- 26 Xiao Yelun. Untersuchung der dreidimensionalen Bewegung des Flugzeugs in Turbulenz und Downburst. Bericht IFF TU Braunschweig, 1988
- 27 赵震炎, 肖业伦, 施毅坚. Dryden 大气紊流模型的数字仿真技术. 航空学报, 1986-10, 7(5)
- 28 Etkin B. A Simple Method for Analogue Computation of the Mean-Square Response of Airplanes to Atmospheric Turbulence. J. Aero. Sci., Vol. 28, No. 10, 1961
- 29 Etkin B., Hughes P C., Zhu S. Equivalent Deterministic Inputs for Random Processes, AIAA J. of Guidance, Control and Dynamics. Vol. 7, No. 4 July-Aug. 1984
- 30 朱上翔. 多维随机过程的等效确定输入技术. 航空学报, 1986-02, 7(1)
- 31 肖业伦. Dryden 大气紊流频谱的等价确定性函数及其在飞机响应问题中的应用. 航空学报, 1986-04, 7(2)
- 32 施毅坚. 对等效确定输入技术的改进及其在大气紊流中的应用. 飞行力学, 1987(4)
- 33 Etkin B. Effect of Wind Gradients on Glide and Climb. Journal of Aeronautical Sciences, Vol. 14, 1947

- 34 Krauspe P. Beiträge zur Längsbewegung von Flugzeugen in Windscherungen. Dissertation TU Braunschweig, 1983
- 35 Sherman W L. Theoretical Study of the Effects of Wind Velocity Gradients on Longitudinal Stability and Control in Climbing and Level Flight. NASA Technical Paper 1978. 1323
- 36 Hahn K U. Beiträge zur Flugleistungsbestimmung beim Startsteigflug unter Berücksichtigung variabler Windeinflüsse. Dissertation TU Braunschweig, 1988
- 37 Mordorff K F. Research Study Method to Combat Effects of Wind Shear. Aviation Week & Space Technology, Feb. 1983
- 38 金长江, 黄志东, 李志梅等. 穿越风切变着陆进场的推力操纵规律. 飞行力学, 1990(1)
- 39 Bowles R L., Russel T. Windshear Detection and Avoidance, Airborne Systems Perspective. ICAS-1988-1.1.2, pp. 7-20
- 40 韩潮. 模态集结法在飞行力学中的应用. 航空学报, 1989-06, 10(6)
- 41 马东立. 大气紊流数字仿真的改进方法. 北京航空航天大学学报, 1990(3)
- 42 肖业伦. 用于飞行仿真的二维紊流场的数字生成法. 航空学报, 1990-04, 11(4)
- 43 Xiao Yelun. Numerical Simulation of Three-Dimensional Motion for the Aircraft Flying in Variable Wind Field and the Aerodynamic Effects of the Wind Gradients. DGLR 1988 Jahrbuch, Nr. 88-085. 1988
- 44 Jin Chang-jiang. Eine unvollständige Flugmessmethode zur Windbestimmung und ihre Fehleranalyse für ein meteorologisches Messsystem ASK16. Bericht IFF TU Braunschweig, 1985
- 45 Hahn K U., Jin Ch J. Influencing Variables in the Assessment of Vertical Wind Velocity by means of Simple Flight-Mechanics Equations. European Space Agency. ESA-TT-945, Nov. 1986
- 46 Roland L. Bowles. Reducing Windshear Risk through Airborne Systems Technology. ICAS-90-1.8.3
- 47 Schänzer G. Einfluß von verkoppelten instationären Böenstörungen auf die Flugzeuglängsbewegung. Dissertation TU Braunschweig, 1969
- 48 Schänzer G. Design Criteria for Flight Control Systems. Proceedings of the 15-th ICAS Congress. No. ICAS-1986-05.32
- 49 Houbolt J C. Atmospheric Turbulence. AIAA April, 1973
- 50 Schlichting H, Truckenbrodt E. Aerodynamik des Flugzeugs. Berlin/Göttingen/Heidelberg, Springer-Verlag, 1967
- 51 Frost W. Flight in Low-Level Wind Shear. NASA CR-3678, March 1983
- 52 Wang S., Frost W. Atmospheric Turbulence Simulation Technique with Application to Flight Analysis. NASA CR-3309, 1980
- 53 Fujita T T. DFW Microburst. The University of Chicago. Aug. 1985
- 54 赵震炎, 马东立. 大气紊流对飞机投放外挂的影响. 航空学报, 1991-03, 12(3)

