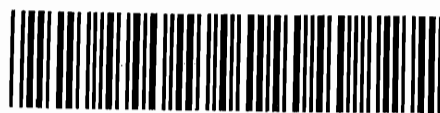


87.932
198



CB210557

■ 研究生教材 ■

+ 87.9792



庄逢辰 编著

液体火箭发动机 喷雾燃烧的理论、 模型及应用

国防科技大学出版社

内 容 提 要

本书系统地建立和介绍了液体火箭发动机喷雾燃烧的理论、模型和性能计算方法,包括各种燃料滴和氧化剂滴的常压、高压和超临界蒸发/燃烧理论,着火和熄火理论,液滴的碎裂、碰撞和聚合理论,液滴群的蒸发/燃烧理论和液雾两相湍流燃烧理论,并给出了算例、数值解法的要点和实验验证。最后集中介绍了国内外现有的一些液体火箭发动机喷雾燃烧模型,并对各种模型的优缺点、应用现状和发展前景进行了评估。本书还特别介绍了作为喷雾燃烧初、边界条件的喷雾冷流特性实验模型和理论模型。

本书可作为航天、航空、内燃机以及一切从事和涉及液体燃料燃烧的各工程领域和专业的师生和科技人员的教材或参考用书。

液体火箭发动机喷雾燃烧的理论、模型及应用

编 著 庄逢辰

责任编辑 李 毅

责任校对 罗 青

国防科技大学出版社出版
(长沙市北区砚瓦池正街 47 号)
邮编: 410073 电话: (0731)4436564
新华书店总店科技发行所经销
国防科技大学印刷厂印装

*

开本: 850×1168 1/32 印张: 14.5 字数: 364 千

1995 年 7 月第 1 版第 1 次印刷 印数: 1000 册

ISBN 7-81024-337-3
V·10 定价: 15.00 元

目 录

序 言

第一章 液体火箭发动机喷雾燃烧设计的历史发展、现状和趋势

- 1.1 液体火箭发动机喷雾燃烧过程的唯象描述 (1)
- 1.2 液体火箭发动机工作特性要求和燃烧过程 (5)
- 1.3 液体火箭发动机喷雾燃烧过程计算模型的发展过程 (9)
 - 1.3.1 液体火箭发动机喷雾燃烧设计的历史状态 (9)
 - 1.3.2 液体火箭发动机喷雾燃烧过程计算模型的提出和建模方法 (10)
 - 1.3.3 液体火箭发动机燃烧速率控制过程的研究 (12)
 - 1.3.4 液体火箭发动机喷雾燃烧过程蒸发模型的发展 (14)
- 1.4 80年代以来液体火箭发动机喷雾燃烧过程计算模型的应用和发展趋势 (19)
- 参考文献 (26)

第二章 液体火箭发动机喷雾燃烧模型的初、边界条件——喷注器喷雾模型

- 2.1 液体火箭发动机喷注器的作用和构型 (32)
- 2.2 液体火箭发动机喷注器喷雾尺寸分布的实验性模型 (36)
 - 2.2.1 喷雾尺寸分布的数学表达式 (36)
 - 2.2.2 液滴平均直径的表达式 (38)
 - 2.2.3 典型喷注单元的液滴平均直径 (39)
 - 2.2.4 喷雾燃烧模型中常用的液滴尺寸分组方法 (43)
- 2.3 液体火箭发动机喷注器喷雾流强分布的实验性模型 (44)
- 2.4 液体火箭发动机喷注器喷雾混合比分布的实验性模型 (47)
 - 2.4.1 混合均匀性参数 (47)
 - 2.4.2 混合特征速度效率 (52)
- 2.5 液体火箭发动机喷注器喷雾冷流试验和模拟方法 (52)
- 2.6 液体火箭发动机喷注器雾化特性理论计算模型 (57)

2.6.1	二股直流自击式喷嘴的喷雾尺寸分布理论计算模型	··· (57)
2.6.2	直流—直流式气/液同轴喷嘴的喷雾尺寸分布理论 计算模型	····· (61)
2.6.3	直流—离心式气/液同轴喷嘴雾化特性的理论计算 模型	····· (65)
	参考文献	····· (74)
第三章 液氧、烃组元液滴的常压准定常蒸发/燃烧理论		
3.1	基本假设	····· (78)
3.2	静止介质中液滴无燃烧时的准定常蒸发理论	····· (80)
3.2.1	模型	····· (80)
3.2.2	方程	····· (81)
3.2.3	求解	····· (83)
3.2.4	分析讨论	····· (83)
3.3	对流介质中液滴无燃烧时的准定常蒸发理论	····· (86)
3.3.1	模型	····· (86)
3.3.2	理论	····· (87)
3.4	静止介质中液滴有燃烧时的准定常蒸发理论——液滴准 定常扩散燃烧理论	····· (88)
3.4.1	模型	····· (88)
3.4.2	方程	····· (88)
3.4.3	求解	····· (91)
3.5	对流介质中液滴燃烧时的准定常蒸发理论	····· (92)
	参考文献	····· (94)
第四章 液氧、烃组元液滴的高压蒸发理论		
4.1	引言	····· (95)
4.2	ZKS 液滴高压蒸发理论	····· (96)
4.2.1	计算方程和计算公式	····· (96)
4.2.2	计算结果和分析讨论	····· (102)
4.3	Matlosz 液滴高压蒸发理论	····· (106)
4.3.1	基本方程和求解方法	····· (106)
4.3.2	计算结果和分析讨论	····· (111)

4.4	K. C. Hsieh 和杨威迦理论	(111)
4.4.1	控制方程	(111)
4.4.2	匹配条件	(114)
4.4.3	热力学性质和输运性质的选取	(116)
4.4.4	计算结果讨论	(116)
4.5	应用液相活度系数计算高压气液平衡的方法	(120)
4.5.1	理论模型	(120)
4.5.2	计算结果及分析	(123)
	参考文献	(124)
第五章 液氧/烃、液氧/液氢发动机中组元液滴的超临界燃烧理论		
5.1	引言	(128)
5.2	液滴超临界燃烧的点源理论	(128)
5.2.1	基本假设	(128)
5.2.2	基本方程	(129)
5.2.3	方程的解和结果讨论	(131)
5.3	液滴超临界燃烧的分布源理论	(135)
5.3.1	点源理论的优缺点和分布源理论的提出	(135)
5.3.2	分布源理论的求解和结果讨论	(135)
5.4	液滴超临界燃烧的变物性理论	(138)
5.4.1	基本假设	(138)
5.4.2	基本方程	(138)
5.4.3	方程的解	(140)
5.4.4	计算结果和讨论	(142)
5.5	液滴超临界燃烧的动力学理论	(143)
5.5.1	基本假设	(143)
5.5.2	基本方程和初边界条件	(144)
5.5.3	数值计算和结果讨论	(145)
	参考文献	(149)
第六章 液氧/烃、液氧/液氢发动机中组元液滴的 亚临界—超临界蒸发/燃烧理论		
6.1	引言	(150)

6.2	准定常—瞬变理论	(151)
6.2.1	基本假设	(151)
6.2.2	准定常燃烧模型	(151)
6.2.3	瞬变燃烧模型	(156)
6.2.4	计算结果和讨论	(157)
6.2.5	结论	(160)
6.3	全瞬变理论	(161)
6.3.1	守恒方程	(161)
6.3.2	输运性质和热力学性质	(162)
6.3.3	状态方程	(163)
6.3.4	气相燃烧模型	(164)
6.3.5	界面边界条件	(164)
6.3.6	数值计算方法	(165)
6.3.7	计算结果和讨论	(167)
6.4	液氧滴的亚临界—超临界蒸发理论	(172)
6.4.1	模型和守恒方程	(172)
6.4.2	输运性质和热力学性质	(173)
6.4.3	状态方程	(173)
6.4.4	界面边界条件	(174)
6.4.5	计算结果和讨论	(175)
	参考文献	(182)
第七章 单元推进剂液滴的蒸发/燃烧理论		
7.1	引言	(184)
7.2	绝热条件下单元推进剂液滴的常压蒸发/分解燃烧理论 ...	(184)
7.2.1	基本假设和理论模型	(184)
7.2.2	基本方程及其求解	(185)
7.2.3	公式的应用和分析	(188)
7.3	单元推进剂液滴的常压蒸发/氧化燃烧理论	(189)
7.3.1	理论模型——双火焰峰模型	(189)
7.3.2	基本方程	(191)
7.3.3	方程求解	(193)

7.4 单元推进剂液滴的高压非定常分解燃烧理论	(195)
7.4.1 模型的提出	(195)
7.4.2 计算方程和求解方法	(195)
7.4.3 计算结果讨论	(198)
参考文献	(203)
第八章 自然推进剂发动机中组元液滴的高压蒸发理论	
8.1 引言	(204)
8.2 基本假设和物理模型	(204)
8.3 计算方程	(207)
8.4 算例和分析	(211)
参考文献	(218)
第九章 液雾两相湍流反应流的控制方程和基本模型	
9.1 描述湍流反应流的 Navier—Stokes 方程	(220)
9.2 两种统计平均方法——Reynolds 平均和 Favre 平均	(223)
9.3 Favre 平均的气相控制方程组	(223)
9.4 湍流模型	(224)
9.5 化学反应模型	(226)
9.5.1 简单化学反应系统	(226)
9.5.2 Schvab——Zeldovich 耦合参数和混合分数守恒方程	(227)
9.5.3 化学计算比关系	(228)
9.5.4 控散控制快速化学反应的 $\bar{k}-\bar{\epsilon}-\bar{f}$ 火焰面模型法	(229)
9.5.5 控散控制快速化学反应的 $\bar{k}-\bar{\epsilon}-\bar{f}-\bar{g}$ 简化 pdf 模型	(229)
9.5.6 预混反应流的 EBU 模型	(232)
9.5.7 湍流/化学反应相互作用的简化 pdf 模型	(233)
9.6 气相控制方程的统一形式和边界条件	(237)
9.6.1 气相控制方程的统一形式	(237)
9.6.2 气相控制方程的边界条件	(237)
9.7 液相控制方程组及其初边界条件	(242)
9.7.1 基本假设	(243)
9.7.2 液滴数方程	(244)
9.7.3 液滴动量方程	(244)

9.7.4	液滴湍流扩散模型	(245)
9.7.5	液滴运动轨道	(246)
9.7.6	液滴质量方程	(247)
9.7.7	液滴能量方程	(247)
9.7.8	初边界条件	(248)
9.8	气/液耦合相互作用源项	(248)
	参考文献	(250)
第十章 液滴碎裂和聚合模型		
10.1	引言	(254)
10.2	液滴碎裂模型	(255)
10.2.1	准则数临界值选定法	(257)
10.2.2	液滴初始直径修正法	(258)
10.2.3	TAB 法	(259)
10.2.4	Reitz 波不稳定性模型法	(262)
10.2.5	附面层法	(263)
10.3	液滴碰撞和聚合模型	(268)
	参考文献	(271)
第十一章 液滴着火和熄火理论		
11.1	概述	(274)
11.2	简化模型理论	(275)
11.3	定常理论	(278)
11.4	非定常理论	(281)
11.5	修正火焰表面理论	(285)
11.6	奇异摄动理论	(294)
	参考文献	(298)
第十二章 液雾群燃烧理论		
12.1	引言	(301)
12.2	群燃烧数和液滴群燃烧的几种模式	(302)
12.2.1	群燃烧数 G	(302)
12.2.2	液滴群燃烧的几种模式	(303)
12.3	H. H. Chiu 液滴群燃烧理论	(306)

12.3.1	液滴群燃烧的积分理论	(306)
12.3.2	液滴群内部群燃烧模型	(309)
12.4	Bellán 液滴群蒸发和燃烧的“影响球”模型	(316)
	参考文献	(321)
第十三章 自然推进剂火箭发动机燃烧过程计算模型		
13.1	引言	(323)
13.2	自然推进剂火箭发动机燃烧过程计算一维多流管耦合 模型	(324)
13.2.1	燃烧过程物理模型	(324)
13.2.2	模型基本方程	(329)
13.2.3	求解方法	(330)
13.2.4	算例及计算结果分析	(334)
13.3	PHEDRE 二维等效环形模型	(340)
13.3.1	液滴尺寸分布模型	(342)
13.3.2	液滴蒸发速度模型	(342)
13.3.3	化学反应速度模型	(343)
13.3.4	流场控制方程	(343)
13.3.5	湍流模型和输运系数	(348)
13.3.6	边界条件	(348)
13.3.7	数值计算方法	(349)
13.3.8	对模型的评价	(349)
	参考文献	(349)
第十四章 REFLAN3D-SPRAY 液体火箭发动机喷注器异常工作分析模型		
14.1	引言	(351)
14.2	气相方程和模型	(351)
14.3	液相方程和模型	(354)
14.4	方程求解	(355)
14.5	计算试验	(356)
14.6	对模型的评价	(358)
	参考文献	(358)
第十五章 SSME 预燃室热流体分析的超临界燃烧模型		

15.1	引言	(360)
15.2	基本假设	(360)
15.3	基本方程	(361)
15.4	相间质量交换模型	(362)
15.5	相间阻力模型	(363)
15.6	模型参数	(364)
15.7	计算数据	(364)
15.8	模型评价	(366)
	参考文献	(367)
第十六章 液体火箭发动机双元推进剂的组合燃烧分析模型		
16.1	引言	(368)
16.2	基本假设	(369)
16.3	基本方程	(369)
16.4	双元推进剂液滴蒸发/燃烧模型	(371)
16.5	液体—气体相互作用模型	(372)
16.6	气相燃烧模型	(373)
16.7	边界条件	(373)
16.8	计算方法	(373)
16.9	计算结果和分析	(374)
16.10	对模型的评价	(378)
	参考文献	(378)
第十七章 ARICC—3D 分析模型		
17.1	概述	(379)
17.2	ARICC—3D 模型的两相流体动力学控制方程	(381)
17.2.1	两相流体(液体和气体)质量守恒方程	(381)
17.2.2	两相流体的动量守恒方程	(382)
17.2.3	两相流体的能量守恒方程	(383)
17.2.4	$k-\bar{\varepsilon}$ 方程	(383)
17.2.5	液滴方程	(384)
17.3	物理子模型	(384)
17.3.1	射流雾化和液滴碎裂模型	(384)

序 言

本书是作者在国防科技大学、国防科工委指挥技术学院为液体火箭发动机专业、军事航天试验指挥专业的研究生开设的液体火箭发动机燃烧理论、燃烧科学与技术、航天运载器液体火箭发动机工作过程建模和仿真等课程的讲授内容，其中也包括作者在美国和德国的讲学内容，同时也是作者三十多年来从事液体火箭发动机燃烧科研工作的部分成果总结。这些科研工作是我我和我的同事，以及我所指导的博士生、硕士生和本科生共同完成的。在这一工作领域，我的很多研究生，如周猛、周进、王振国、吴晋湘、石少平、王中伟、刘卫东、赵文涛、陈新华、刘孝弟、原渭兰、梁考元、孙纪国、吴道宏等都作出重大贡献，我们共同发表了一百余篇学术论文，本书也反映了这些论文的主要内容。

我国航天界的老前辈任新民院士、刘传儒研究员、孙敬良总师以及各液体火箭发动机研究所的领导和同志们也对本书的内容作出了贡献。我的燃烧研究工作从一开始就得到了任新民院士的支持和指导，有些科研题目就是研究所提供并直接为型号服务的。国家高技术航天领域专家委员会也对我的科研工作给予了大力支持。在此，我要对这些同志表示深切的谢意。

液体火箭发动机的燃烧设计曾经长期处于半经验状态，这就不可避免地会导致液体火箭发动机的研制周期延长、费用增加，甚至导致研制计划失败。为了改变这种状态，各国液体火箭发动机科技工作者长期以来一直都在寻求解决的办法。现代液体火箭发动机燃烧过程计算模型，是70年代以来发展起来的一种新的设计工具，并在美国各种型号发动机，其中包括航天飞机主发动机的研制中得到了成功的应用。现在这种计算模型还在不断地完善和

发展,并可应用于发动机的不同设计阶段。在发动机的概念设计阶段,应用计算模型可以了解推力室内燃烧流场的各参数,如压力、温度、速度、浓度的分布情况,预测燃烧性能、稳定性和相容性,对各种发动机设计方案进行比较和评价,最终选择符合要求的方案;在发动机硬件设计阶段,可进行设计的验证和了解试验中发生的异常现象,以便最大限度地减少试车次数和完成改进设计,并可进行故障模拟。本书即介绍这一新设计工具的基本理论、基本模型和基本方法。

本书第一章主要介绍液体火箭发动机喷雾燃烧过程与液体火箭发动机性能、稳定性和相容性的关系,以及液体火箭发动机喷雾燃烧过程计算模型的发展历程、当前的应用和发展趋势。章末附有从1946年到1993年共76篇液体火箭发动机喷雾燃烧模型不同发展阶段中发表的有关文献,以使读者能较快地了解这一阶段的研究内容和存在的问题,继续前进。

第二章讨论作为液体火箭发动机喷雾燃烧模型初、边界条件的喷注器喷雾模型。这章的重要性丝毫不比喷雾燃烧模型本身差,甚至更为重要,难度亦更大。这一章既介绍传统应用的喷雾特性实验模型,也介绍最新发展的一些喷雾特性理论计算模型。这些理论模型正是当前迫切需要研究的内容。

第三章的目的主要是为讨论液氧、烃组元液滴的高压蒸发理论作准备,并对一般液滴蒸发/燃烧理论中常用假设的应用范围和引起的误差作了探讨,这部分内容显然亦适用于一般工业炉的燃烧。

第四章到第六章主要介绍液氧/烃、液氧/液氢发动机中组元液滴的高压蒸发理论、超临界燃烧理论和亚临界—超临界蒸发/燃烧理论。这些理论即使在最近出版的燃烧专著中亦还没有涉及。这些内容亦适用于分析内燃机、航空发动机和燃气轮机中的燃烧过程。

第七章和第八章介绍单元推进剂和自燃推进剂组元液滴的高压和常压蒸发理论,主要适用于自燃推进剂火箭发动机及应用单元推进剂的一些武器,如鱼雷和液体炮等。

第九章介绍的液雾两相湍流反应控制方程和基本模型,主要针对液体火箭发动机和超燃冲压发动机中的一些具体应用,其中包括一些最新的模型,如湍流/化学反应的相互作用模型等。

第十章液滴碎裂和聚合模型、第十一章液滴着火/熄火理论和第十二章液滴群燃烧理论都还只属于初步发展中的理论,它们的成熟程度远远不及前面几章中介绍的一些理论,但在比较完善的喷雾燃烧过程计算中又是必须予以考虑的,而这些理论和模型在一般文献中又介绍得很少,故本书还是专门列了三章予以介绍,以供读者在进一步研究喷雾燃烧过程计算模型时参考。

第十三章到第十八章都是介绍具体应用的液体火箭发动机喷雾燃烧过程计算模型,其中自燃推进剂火箭发动机燃烧过程计算模型和 CAFILRE 燃烧和流动过程分析模型是我们自己研制的。前者适用于自燃推进剂火箭发动机,后者适用于液氢液氧发动机,由于 CAFILRE 所发展的程序具有良好的可读性,模型改进、程序修正都只发生在相应子模块中,实现起来很方便,而且便于调试,根据不同的要求对程序进行相应的组合,可以完成不同的任务,故亦可扩大到适用于液氧/烃和自燃推进剂火箭发动机以及一般燃烧室和工业炉的模拟。第十四章到第十七章主要是把国外现有的一些代表性的液体火箭发动机喷雾燃烧模型介绍给大家。这些模型都各有优缺点和自己的适用范围,其中 ARICC 分析模型是美国目前最先进的液体火箭发动机燃烧过程计算模型,并在航天飞机主发动机的研制过程中得到了应用,但目前亦只适用于液氢液氧发动机。

第十九章介绍液体火箭发动机喷雾燃烧性能的实验解析计算方法。这种方法在日本的 H-Ⅱ 火箭研制中起到了促进作用。

第二十章是结束语，主要是结合本书已经简述的内容，提出了一些需要进一步研究的方向性问题。

由于液体火箭发动机中的燃烧过程也许是所有燃烧与流动现象中最为复杂的过程，它涉及的问题很广泛，所以本书或许不单对液体火箭发动机专业的研究生、本科生和研究人員或设计人員有用，而且对一切从事涉及燃烧过程的各种工程领域的人员都会有参考价值。

本书序言、第一章到第十一章、第十三章至第十七章、第十九章和第二十章为庄逢辰所写，第十二章是周进和庄逢辰合写，第十八章是王振国和庄逢辰合写。我们热烈欢迎使用本书的教师、学生和各方面的研究及设计人員对本书提出宝贵的批评意见，以便今后不断加以充实和改进。

最后，作者要特别感谢陈新华同志，他为本书的清稿和定稿付出了辛勤的劳动，才使本书得以及时出版。

庄逢辰

1994年8月于北京

本书主要符号表*

A	面积, 喷嘴几何特性
a	声速, 导热系数, 吸收系数
B	传热数, 传质数
b	无量纲温度或浓度
C	摩尔浓度
C_D	阻力系数
C_p	气体定压比热
C_p	定压比热
C_v	蒸汽定压比热, 定容比热
C^*	特征速度
D	扩散系数, 喷嘴直径
d	液滴直径
E	活化能; 黑体的辐射能
E_m	混合均匀性参数
e	内能
F	网格中气体所占的体积与气体和液体所占的体积之比
f	混合物分数
G	群燃烧数
g	重力加速度, f 脉动均方值
h	焓, 传热系数, 液膜厚度
h^0	生成焓
I	内能, 单位矩阵

* 其余符号或意义变更时以各章中给定的为准

J	焦耳常数
K	湍流动能, 导热系数
K_0	指数前因子
K_e	平衡常数
L	蒸发潜热, 长度
l	湍流尺度
Le	Lewis 数
M	分子量
MF	质量分数
MR	混合比
m	质量
$\dot{m}$	质量变化率
$\dot{m}''$	质量流强
$\dot{m}_e$	蒸发速度
N	液滴数
n	均匀度指数
Nu	Nusselt 数
ON	Obedience 数
On	Ohnesorge 数
P	压力
$P(\phi)$	变量 ϕ 的概率密度分布函数
Pr	Prandtl 数
Pe	Peclet 数
q	热流, 传给液滴的热量
Re	Reynolds 数
R_u	通用气体常数
r	半径, 氧化剂和燃料的化学计算质量比
s	流线距离, 散射系数
Sc	Schmidt 数
T	温度, 无量纲时间
t	时间

u, v, w	速度分量
V	体积, 比容
W	流量
We	Weber 数
x, y, z	坐标方向
x	相对摩尔浓度
X_s	无量纲蒸发速度
y	相对体积浓度
Y	相对质量浓度
Z	压缩因子

希腊字母

α	撞击半角, 增长速率
β	Schvab—Zeldovich 耦合参数, 综合参数
Γ	输运系数
γ	比热比, 混合比, 活度系数, 化学反应级数
δ	Fränd—Kamenetski 参数, Kronecker delta
Δ	Damkohler 数
ε	湍流动能耗散率, 喷嘴有效截面系数
ΔH_c	反应热
ΔH_v	相变热
η	无量纲坐标, 效率
θ	无量纲温度, 撞击半角, 孔隙比
λ	蒸发常数, 波长, 容积粘性系数
μ	动力粘性系数
ρ	密度
ν	运动粘度, 化学计量系数
σ	表面张力, 应力张量, Boltzman 常数
τ	剪切应力, 时间
ϕ	通用因变量, 方位角, 速度系数, 蒸发百分数

ω	偏心因子, 角系数
ω''	化学反应速度

下 角 标

a	雾化
B	液滴或射流的碎裂
C	临界值, 燃烧值
ch	反应
d	液滴
E	熄火点
e	惰性介质
eff	有效值
f	燃料, 火焰面
g	气相
I	喷注器, 着火点
i	某液滴尺寸组, 某气体组元, 某流管号
j	某推进剂组元, 射流
i, j, k	坐标方向
l	液体, 层流
m	质量中间
mix	混合
n	喷嘴
o	初始值
ox	氧化剂
p (或 Pr)	燃烧产物
r	相对值
s	表面
t	湍流
th	理论

v	蒸发
w	壁面
∞	无穷远处, 来流

上标及上角标

—	Reynolds 平均
$\sim$	<i>Favre</i> 平均
$\rightarrow$	向量
,	Reynolds 脉动量
,,	<i>Favre</i> 脉动量
*	特征值
•	时间变化率
c	燃烧
g	气体
l	液体
lf	横向流
v	蒸发

第一章 液体火箭发动机喷雾燃烧设计的历史发展、现状和趋势

1.1 液体火箭发动机喷雾燃烧过程的唯象描述

液体火箭发动机喷雾燃烧过程也许是所有燃烧与流动现象中最复杂的过程，这主要有以下几个方面的情况；1. 液体火箭发动机内的燃烧过程实际上包含了许多不同类型、不同特性、不同时间尺度和空间尺度的各种物理/化学子过程，并且这些子过程能否用确定性的模型来描述的程度差异很大；2. 往往有很多子过程是在同一空间和同一时刻发生，而且相互之间存在着强烈的耦合关系，很难把它们分解成单一过程；3. 现代液体火箭发动机的推力很大，燃烧室的推进剂流量可达每秒几百甚至几千公斤，而推进剂在燃烧室内的允许停留时间却又很短，只有几个毫秒，燃烧效率的要求又很苛刻，高达 0.98—0.99；4. 而有些发动机的推力又很小，推进剂流量只有每秒几克，又是脉冲工作，这种微型发动机的燃烧过程更难于组织；5. 燃烧室中，特别是喷注器附近的推进剂浓度梯度、温度梯度和压力梯度都很陡，所以流场很复杂，而且燃烧室中的压力、速度和温度也比其它发动机（如航空发动机和内燃机）要大得多，这就给组织燃烧带来很大困难；6. 液体火箭发动机燃烧室中非常容易激发各种不同频率的不稳定燃烧，这会导致燃烧性能降低和设备破坏，图 1.1 示意地表示了液体火箭发动机中喷雾燃烧的各个分过程，这些分过程都是在燃烧室空间的两相流场内进行的。利用透明燃烧室和高速摄影方法对液体火

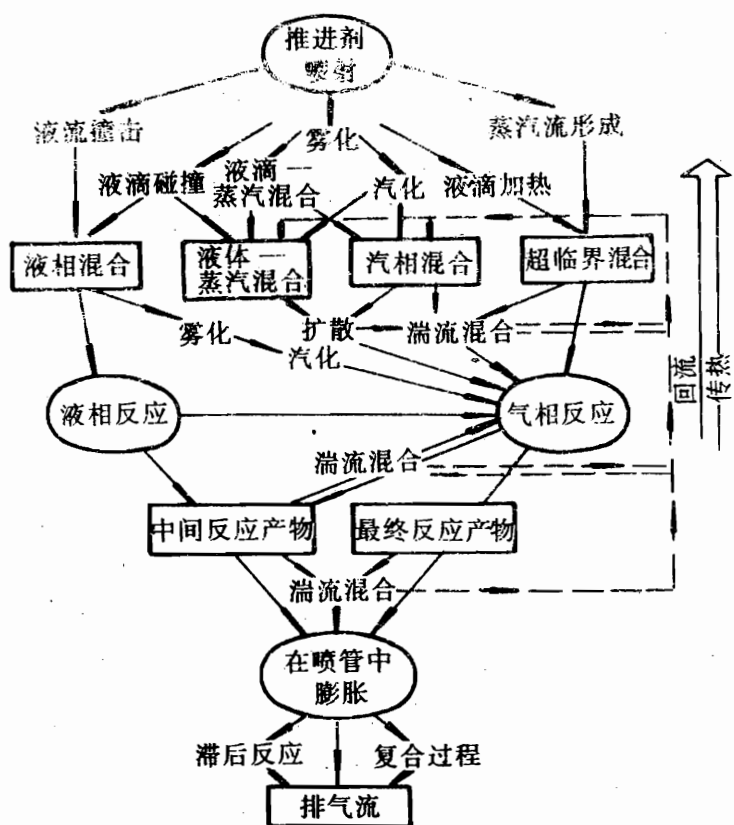


图 1.1 液体火箭发动机喷雾燃烧过程的示意说明^[1]

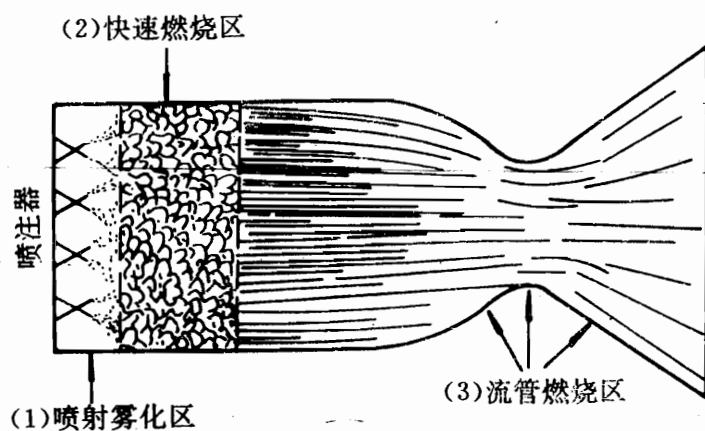


图 1.2 液体火箭发动机喷雾燃烧过程流场分区示意图^[2]

箭发动机喷雾燃烧过程的观察可知，我们可以把整个流场定性地分成以下几个特征区域，如图 1.2 所示。

1. 喷射雾化区

在这个区域中，主要是推进剂射流雾化成液滴流。由于推进剂的燃料和氧化剂是分别通过喷注器上分散的，按一定分布和定向的孔喷入燃烧室的，所以在这个区内，推进剂的质量流强、混合比、雾化细度以及气体的性质，在各个方向上都有很大差异，这就必然会同时发生混合过程。图 1.3 和 1.4 分别表示了二股自击式喷注器和同轴式气液喷注器喷射雾化区的示意图。在该区中的气体大部分是从喷注器喷入时即为气态的组元或来自下游区的燃气回流。燃气回流主要是由推进剂射流和周围气体之间的剪切力造成的。这种剪切力还使射流表面扭曲和破碎，有助于雾化。有

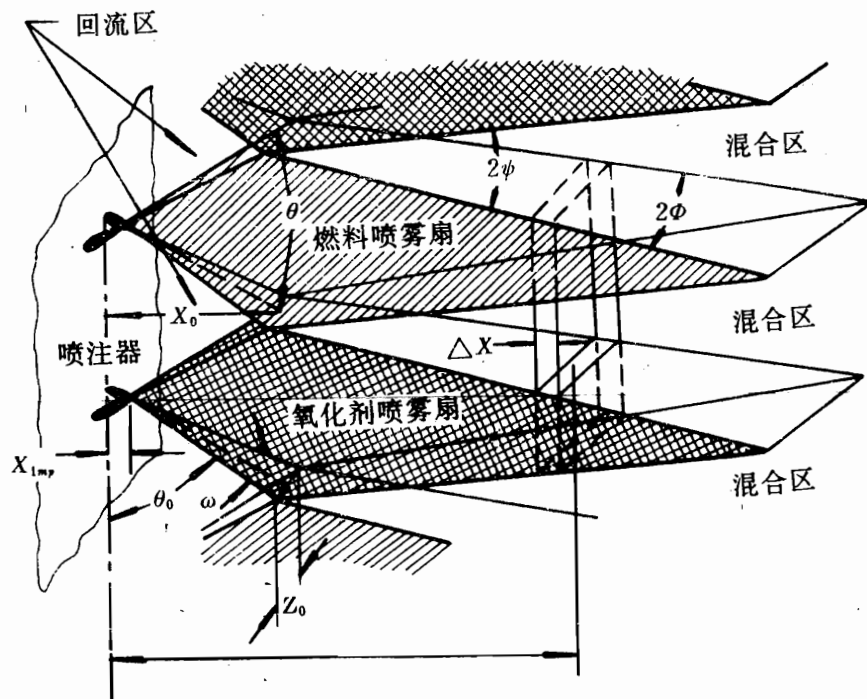


图 1.3 二股自击式喷注器喷射雾化区的示意图^[3]

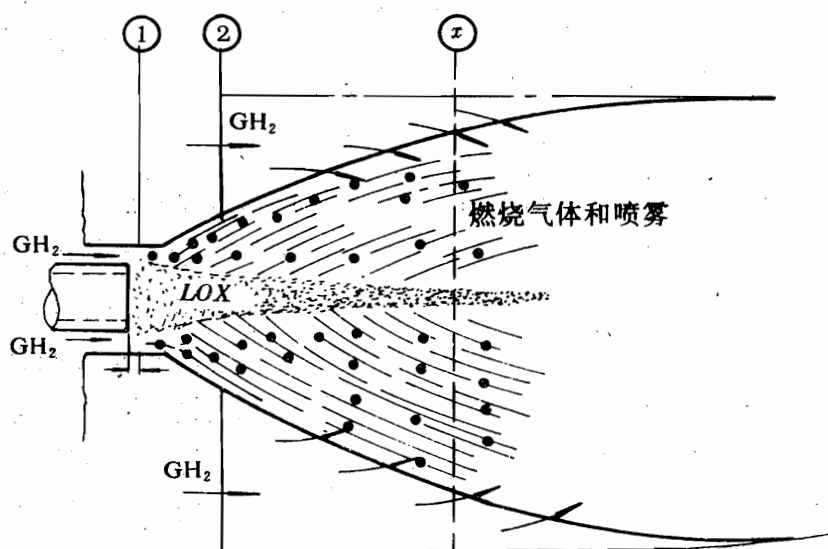


图 1.4 同轴式气液喷注器喷射雾化区的示意图

些气液喷注器就是按照剪切碎裂的雾化模式进行设计的。但对大多数液—液喷注器，雾化通常是利用液体射流的撞击或用离心式喷嘴来实现的。雾化的完成需要一定的长度，一般为 1—5cm。液滴的生成和散布是同时进行的。液滴生成后，就处在气体的包围中。一般气体的温度比液滴的温度高，所以液滴受到气体的加热。由于液滴的初始温度远低于室压下的推进剂饱和温度，所以在该区中的推进剂蒸发一般可忽略不计。但当液滴温度和周围气体温度不断升高时，蒸发速率就会明显增加，同时燃料蒸汽和氧化剂蒸汽开始化学反应。这时就会转入下一区。

以上讨论的正确性，显然建立在燃烧化学反应速度较之射流完全雾化的速度要慢的基础上。这两过程之间的相对关系就决定了喷射雾化区和下一区的位置和过渡的缓急程度。

2. 快速燃烧区

这个区的特点是，推进剂射流已完全变成液雾，并以很高速率蒸发、混合并反应生成燃气。虽然在喷射雾化区内的喷雾散布和气体回流已经使这个区中的流场参数横向梯度减少，但对大多

数液体火箭发动机来讲，还远远不能忽略不计。于是，径向和周向的质量、热量和动量均进行交换，使混合过程和蒸发过程加速，其结果是燃烧产物迅速形成，导致在轴向占优势的气体加速运动，同时也造成燃气从高燃烧速率区向低燃烧速率区的横向流动和向喷射雾化区的回流运动。所以在该区中，流场具有明显的三维性质。但是，随着过程的进行，燃气在轴向不断加速，横向流动速度与之相比，就变得愈来愈可忽略不计，这时就可以认为燃烧已进入下一区，即流管燃烧区。

3. 流管燃烧区

在该区中，喷雾和燃烧气体的横向流动几乎消失，而在平行于发动机轴线的流管内蒸发和燃烧。流管之间的混合主要靠湍流脉动，但由于燃气速度很高，推进剂工质在燃烧室内的停留时间大约为 3—5 毫秒，而湍流脉动频率大约为 1000—2000 次/秒，燃烧室内湍流脉动的次数不会超过 10 次，故湍流交换不明显。高速摄影表明，该区中的流动近似为层流。随着离开喷注面的距离增大，由于局部停留时间减小和液滴与燃气之间的相对速度降低以及液滴蒸发和气相化学反应，流管燃烧区在喷管的音速面上截止。

4. 喷管超音速膨胀区

随着燃气在喷管内继续膨胀，由于状态参数压力和温度的进一步降低以及停留时间缩短，可以认为，这时的蒸发和燃烧实际上已经停止。在喷管超音速段内的能量损失，主要应考虑二维喷管流动、边界层损失和离解燃气的化学弛豫。

1.2 液体火箭发动机工作 特性要求与燃烧过程

液体火箭发动机的工作特性包括性能、稳定性和相容性。性能用实际比冲表征；稳定性是指在发动机工作过程中不产生任何

燃烧不稳定现象，它用动态稳定性指标来衡量；相容性是指推力室（燃烧室和喷管）壁抗高温高压燃气的作用，它用推力室壁与推进剂工质相容工作的能力来表示。性能、稳定性和相容性，这三个特性一直是液体火箭发动机研制中要解决的中心问题。在 60 年代之前，这些问题的研究是相互孤立的；只是在对液体火箭发动机的燃烧过程有了较深入的研究之后，才认识到以上这三个问题是相互联系的；而且应以改进燃烧过程为总的出发点，来寻求综合解决满足上述三方面要求的可能性。

发动机的工作特性可在设计发动机时通过选定合适的设计参数确定。我们称这些参数为定性参数，它主要指推进剂组元的性质以及供给系统、喷注器、燃烧室/喷管的一些结构参数和工作参数。如果我们完全了解发动机的内部工作过程，根据这些定性参数，就可计算出燃烧效率、喷管效率、实际比冲、动态稳定性和推力室工作寿命。发动机实际比冲是理论比冲和各种能量损失之差。动态稳定性由燃烧室内振荡激励因素和振荡阻尼因素的平衡确定。推力室工作寿命由推力室内的参数和室壁的材料特性决定。

图 1.5 给出了液体火箭发动机的工作特性与定性参数之间的关系。

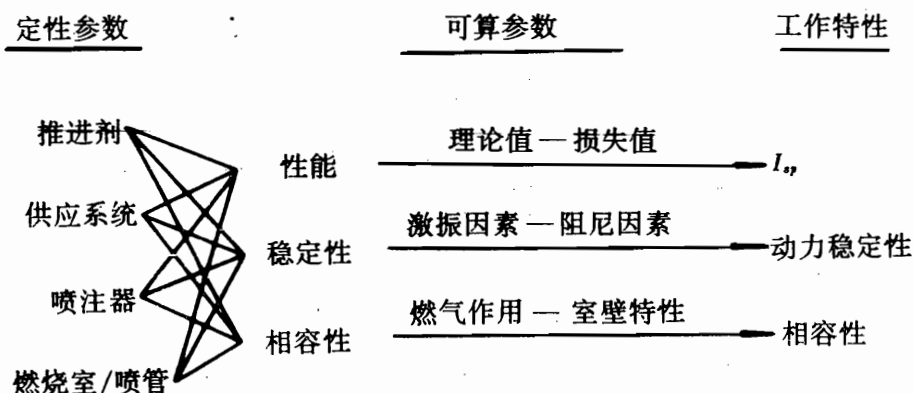


图 1.5 液体火箭发动机工作特性与定性参数之间的关系^[5]

表 1. 1 给出了定性参数包含的一些具体内容。

表 1.1 液体火箭发动机的定性参数^[5]

推 进 剂	供 应 系 统	喷 注 器	燃烧室/喷管
化学成分	管道流速	喷注单元类型	燃烧室直径 D_c
粘性	管道压降	喷注单元数目	临界截面直径 D_t
密度	管道容积	喷注单元推力	燃烧室长径比 L/D_c
焓	管道长度	推进剂组元流量	燃烧室特征长度 L^*
表面张力	管道直径	喷注器单位面积上的推力	燃烧室压力 p_c
临界压力	喷注器容腔中的流速	燃料喷嘴数	燃烧室和喷管形状
临界温度	表面加工质量	氧化剂喷嘴数	推进剂流量(主、付系统)
比热		喷嘴几何特性	室壁材料
燃气比热比		喷嘴孔径 d	室壁结构
生成热		喷嘴孔长径比 l/d	燃烧不稳定性阻尼装置
化学动力学常数		喷嘴撞击角	
反应热		喷嘴间距	
声速		喷注速度	
可压缩性		表面加工质量	
蒸发热			
自燃特性			

可算参数是指根据给定的定性参数有可能计算出的一些参数。根据这些可算参数,就可最终确定发动机的性能、稳定性和相容性。表 1.2 给出了这些可算参数。表 1.3 给出了影响性能、稳定性和相容性的一些主要因素。准确地知道这些因素的知识,就可准确地预报发动机的工作特性。

从图 1.5 和表 1.1—1.3 可以清楚地看出,发动机的性能、稳定性和相容性都与燃烧过程有密切关系。例如,以美国航天飞机为例,如果燃烧过程组织不确当,单是推进剂组元不完全蒸发损失 5%,就可导致有效载荷降低 23%^[6]。对于过去不少已经定型的液体火箭发动机,对燃烧过程起作用最大的喷注器设计,往往都要经过上百次的修改,才能达到较好的性能^[7],而且提高稳定性和相容性往往又会使性能降低,因而必须要对液体火箭发动机内的喷雾燃烧过程进行更为深入的研究,找出工作特性和燃烧过程之间的各种定量关系,才能全面满足发动机设计的要求。

表 1.2 液体火箭发动机的可算参数^[5]

性 能		稳 定 性	相 容 性
理论比冲	混合比分布	初始液滴尺寸分布	喷注器流量系数
流强分布	输送系统压降	喷注器流量系数	水力突跃
喷注器入口温度	喷注器压降	水力突跃	流强分布
喷注器流量系数	水力突跃	液滴碎裂	液滴尺寸分布
射流动量角	射流动量比	液滴剪切剥离	吹离效应
喷雾扇分布	液滴碎裂	流强分布	喷雾扇分布
液滴剪切剥离	射流速度差	能量释放分布	湍流
吹离效应	液滴尺寸分布	系统固有频率	径向速度
蒸发路程长度	混合长度	室壁能量吸收	横向速度
湍流	摩擦损失	喷管阻尼	传热系数
不平行损失	三维效应	凝聚相阻尼	能量释放分布
化学动力学效应	颗粒滞后		室壁浸蚀能力
滞止压力			室壁腐蚀能量

表 1.3 影响性能、稳定性和相容性的一些主要因素^[5]

性 能	气动热力计算值 几何损失 边界层损失 化学不平衡损失 两相流损失 混合比分布损失 能量释放损失	比冲
理 论 值		
实 现 程 度		
稳 定 性	阻尼速率 供应系统谐振频率 燃烧室自振频率 对爆音的敏感性 瞬变燃烧现象	动态稳定性
阻 尼 因 素		
激 振 因 素		
相 容 性	温度环境 化学成分 气动条件 壁面材料特性	寿命
环 境 价 质		
抗环境介质的能力		

1.3 液体火箭发动机喷雾燃烧 过程计算模型的发展过程

1.3.1 液体火箭发动机喷雾燃烧设计的历史状态

在 50~60 年代,液体火箭发动机燃烧过程的设计基本上是:

1. 根据已有经验和参考模型进行初步设计; 2. 通过热试车反复修改设计参数; 3. 反复热试、反复修改设计方案,直到满足要求为止。例如,燃烧室尺寸的选择主要根据一些经验数据,如燃烧室热强度和特征长度的统计值。但是这些经验数据的范围很广,很不容易精确选取,而且这些数据也反映不出燃烧室结构尺寸和工作参数的影响。所以实际设计时,往往是在已有发动机的实践基础上,依靠直观经验进行多次改进设计,然后再进行大量的试验验证。但是发动机的试车是很耗资和费时的,一次试车往往要耗资数万、数十万、甚至数百万元以上,而且由于燃烧室内的高温高压环境以及过程的迅速变化,使得测量的难度增加,很难在每次试验中都能获得足够可靠的测量数据和准确确定性能改变以及失败的原因。所以,燃烧室,特别是喷注器的研制,往往是研制液体火箭发动机中周期最长的一个部件^[6]。例如,美国土星-V 用的 F-1 发动机的研制从 50 年代中期一直到 70 年代初,仅全尺寸发动机的试车就进行了 2000 次以上,共试验了 14 种形式的喷注器^[8];美国阿波罗飞船登月发动机的喷注器的研制进行了 100 次的改进设计,周期长达 5 年^[9];马夸特公司为了解决阿波罗 R-4D 姿态控制发动机的高热流燃烧、喉部高温和点火压力峰,共试验了 18 种喷注器^[10]。

为了改变液体火箭发动机燃烧过程设计中的这种纯经验状态,美国于 1965 年就正式成立了化学火箭推进合作局(ICRPG)性能标准化工作组(PSWG),以从事这方面的工作,并于 1968 年正

式推出了液体火箭发动机性能评估指南^[11]。这个指南给出了除能量释放（燃烧过程）损失以外的所有性能损失，如混合比分布不均匀损失、喷管二维流动损失、边界层（摩擦和传热）损失，化学动力学损失等计算方法，提出了喷管二维动力学 TDK 和喷管湍流边界层 TBL 计算程序。但当时还认为能量释放过程是如此之复杂，以致无法用分析方法予以描述，而只好假定推进剂已完全燃烧，只是在热平衡计算中采用降低推进剂总焓的办法来予以考虑。这事实本身就说明了液体火箭发动机燃烧过程性能计算的困难程度。所以，即使在最近出版的液体火箭发动机专著中，我们尽管可以见到有关液体火箭发动机热力计算、气动计算和传热计算的方法介绍，但仍然看不到有关燃烧过程计算方法的详细论述^[12,13]，这也就是为什么作者要写本书的原因之一。

1.3.2 液体火箭发动机喷雾燃烧过程

计算模型的提出和建模方法

实际上，自从 40 年代液体火箭发动机正式应用以来，人们就一直在试图提出一个液体火箭发动机燃烧过程设计的分析模型，以便可靠预测、关联和外推发动机的性能。但一直到 50 年代初，液体燃料燃烧理论有了一定的突破性进展后，才有了建立液体火箭发动机燃烧过程计算模型的初步基础。60 年代，现代广义设计科学方法学开始广泛进入各工程领域，提供了通过模型研究复杂系统的方法。特别是 70 年代初以来，随着计算机的迅速发展和对液体火箭发动机燃烧过程的进一步研究，才导致对已提出的液体火箭发动机燃烧过程计算模型的进一步完善和可以投入实际使用。80 年代，燃烧模拟已经成为导致燃烧科学有重大进展的一个重要研究方法^[14]，现已广泛应用于各种燃烧领域，它的作用主要是：

1. 模拟燃烧过程和预估不同条件下的燃烧性能；
2. 最大限度地减少复杂和昂贵的燃烧试验；

3. 用于各种燃烧故障的分析；
4. 指导燃烧试验设计；
5. 发现新的和了解观察到的燃烧现象。

在进行燃烧模拟时，首先必须构造燃烧模型。根据对应论方法学，我们可以通过计算机或缩比模型，构成与实际燃烧系统具有同样性质的模拟系统。在计算机上进行燃烧（数值）模拟就是将一个实际燃烧系统的结构、过程、功能以及输入—输出关系，用物理模型和数学模型描述出来，然后在计算机上进行研究，以代替对实际燃烧系统的研究。

为了使模型能够实际应用，在建模时必须对以下几方面进行考虑：

1. 构造模型必须有明确的目标，模型必须清楚地反映需要解决的问题。对于液体火箭发动机来讲，必须明确地给出发动机结构参数，工作参数和推进剂性质对燃烧过程工作特性的影响；

2. 模型中的过程应与原型相似，满足相似律，这样才能反映原型的实际情况；

3. 模型应尽量简化。根据需解决的问题，可以抓住对系统起决定性作用的主要因素，去掉可以忽略不计的次要因素，以节省建模经费和时间；

4. 建立的模型应保证一定的精度。防止模型可能出现的误差和提供虚假情况；

5. 模型应能控制、适应性强和便于使用。

燃烧模型的建立大致可按下列顺序进行：

1. 目标和问题的明确化；
2. 成分和变量的选定；
3. 区分各种决定性过程和非决定性过程；
4. 建立相应的综合模型和各种子模型；
5. 建立严格的数学模型、经验数学模型或待定系数的数学模

型;

6. 通过解析方法或数值计算方法, 求解各种数学模型;
7. 通过综合试验或部分试验(冷试或热试、缩比模型或全尺寸模型), 取定模型中待定常数;
8. 不断改进物理模型和计算方法, 并与试车结果相比较, 直至得到相对满意的结果为止。

1.3.3 液体火箭发动机燃烧速率控制过程的研究^[6]

由图 1.1 可知, 液体火箭发动机燃烧过程包含很多不同性质的分过程。总的燃烧过程时间和各分过程所需时间有关。问题的复杂性在于这些分过程并不是孤立的依次进行, 而是互相联系和纵横交叉的。这个关系的定量方面至今我们尚未完全认识清楚。可是尽管如此, 我们总可认为, 在一定条件下, 其中必有某一过程进行得较慢, 它决定着整个燃烧过程的速率, 可以称之为燃烧速率控制过程。我们现在就来研究这种情况。

燃烧室内哪一个过程起主要作用, 一般情况下是很难确定的, 要根据具体条件而定。但是, 我们可以比较各个基本过程所需的时间来分析几种不同的情况。假定整个燃烧过程所需的时间 τ_c 为各基本过程所需时间之和, 则有

$$\tau_c = \tau_a + \tau_m + \tau_v + \tau_{ch}$$

式中 τ_a , τ_m , τ_v , τ_{ch} 分别为雾化、混合、蒸发和化学反应等各基本过程所需的时间。

理论和试验都表明, 一般雾化所需的时间相对其它几个过程来讲是很短的, 所以一般讲我们可以忽略雾化所需的时间。现在再来分析以下几种情况:

1. 如果 $\tau_v \approx \tau_{ch} \ll \tau_m$, 则可以认为 $\tau_c \approx \tau_m$, 即燃烧过程所需时间主要由扩散混合所需的时间来决定;
2. 如果 $\tau_v \approx \tau_m \ll \tau_{ch}$, 即燃烧过程所需的时间主要由化学反应过程所需的时间决定;

3. 如果 $\tau_m \approx \tau_{ch} \ll \tau_v$, 则 $\tau_c \ll \tau_v$, 即燃烧过程所需时间主要由蒸发过程所需的时间来决定。

第一种情况称之为气相扩散混合模型, 它相当于喷嘴间距很大、雾化很细、推进剂化学活性很高的情况。文献 [15] 提出了这种模型的计算方法。根据这种模型混合的完全程度, 即混合效率, 可用燃烧室横截面上燃气混合比的最小值与最大值之比表征, 用脉动系数 ψ 表示, 它取决于混合参数 TL/S 。 L/S 为燃烧室轴向距离与喷嘴间距之比。 T 为燃烧室内的湍流强度。根据文献 [16] 的测定, 火箭发动机喷注面附近的湍流强度为 10%, 而在喷管处下降到 5%。根据文献 [15] 的计算, 当 $L/S=14$ 时, 就可接近 100% 的混合效率。显而易见, 在一般情况下, 发动机燃烧室的长度远远超过这个距离, 所以这种模型的真实性不大。

表 1.4 能量释放损失 (ERL) 统计值

过程	ERL%
推进剂混合	0—2
化学反应	<1
雾化和蒸发	0—8

第二种情况称之为气相化学反应模型, 它相当于喷嘴间距较小、雾化和混合都很好, 但推进剂化学活性较差、燃烧室压力较低和混合比偏离理论值较远的情况。文献 [17] 提出了这种模型的计算方法。但根据这种模型计算出来的燃烧室热强度要比实际燃烧室容积热强度大好几个量级, 这显然也不符合一般的情况。

第三种情况我们称为蒸发模型, 它相当于喷嘴间距较小、混合较好、推进剂化学活性较强但雾化细度较差的情况。这种模型与大多数液体火箭发动机的实际情况比较接近, 研究亦较多。根据这种模型计算所得的数据和发动机的实际情况亦比较接近。表 1.4 所示的为目前液体火箭发动机典型的能量释放损失统计数据。从表可知, 主要损失亦在于雾化和蒸发, 而雾化长度相对于

蒸发长度来讲要小得多,故对于大多数液体火箭发动机,燃烧过程的速率主要由蒸发控制。

1.3.4 液体火箭发动机喷雾燃烧过程蒸发模型的发展

到目前为止,至少已有 30 种以上的液体火箭发动机喷雾燃烧模型,其中大部分为纯蒸发模型或其中的主要子模型为蒸发模型,纯蒸发模型大都是在 80 年代之前提出来的,这些蒸发模型都有一些共同之处,即

1. 大多数模型都把流场作为一维来处理,即描述流场的参数仅仅是离开喷注面轴向距离的函数,回流流动和横向状态的差异均略去不计;

2. 大多数模型都只考虑完全雾化的喷雾场的蒸发,假设此喷雾场又是均匀混合的,并可用不同尺寸的几组液滴来代表,有些模型则完全简化为仅由一种代表性尺寸的液滴组成;

3. 所有模型都假定蒸发为燃烧速率控制过程。

这些计算模型还可进一步分为:

1. 是否将燃烧室的流场当作一维的、准一维的或多维的;
 2. 考虑气流和喷雾场流动是否为相互无关的或相互耦合的;
 3. 假设气体与喷雾场的物性数据为常数或变参数;
 4. 将燃烧室分为单流管的、多流管不耦合的或多流管耦合的。
- 因而现有蒸发模型按其发展历史和复杂程序大致可分为:

1. 一维、气/液流场不耦合模型;
2. 一维、定物性、气/液流场耦合模型;
3. 一维、变物性、气/液流场耦合模型;
4. 准一维、变物性、气/液流场耦合模型;
5. 多维、变物性、气/液流场耦合模型;

早在 40 年代,Probert 就曾提出过一个一维、气/液流场不耦合模型^[18]。以后,Y. Tanasawa^[19]和 F. A. Williams^[20]又作了进一步的发展。这种模型考虑了液滴尺寸分布的不均匀性,并假定液

滴的燃烧速率与滴径的一次方成正比，但没有考虑气体与喷雾场之间的相互关系，因而无法计算液滴的加热速度和运动速度。这种模型的优点是有解析解，并能给出雾化细度和雾化不均匀度对燃烧效率的影响。但是，除以之外，模型不能对发动机设计提供任何定量的回答。尽管如此，这种模型毕竟应看作为其后发展的更为完善的模型的前驱。

50年代末期，基于蒸发速率控制过程的液雾燃烧模型有了很大的发展，出现了许多一维、定物性、气/液流场耦合模型，其中最具代表性，并得到较广泛应用的是 Priem 模型^[21]。该模型考虑了实际的喷雾尺寸分布和喷雾动力学，包括液滴运动、瞬变加热对蒸发的影响，并第一个在液体火箭发动机喷雾燃烧模型中采用电子计算机进行编程计算，第一次给出了考虑蒸发不完全度的液体火箭发动机燃烧特征速度效率的计算公式

$$\eta_c = \frac{(C_{th}^*)_v}{(C_{th}^*)_l} \left(\frac{X_{oz}\dot{W}_o + X_f\dot{W}_f}{\dot{W}_{oz} + \dot{W}_f} \right) \quad (1.1)$$

式中 $(C_{th}^*)_v$, $(C_{th}^*)_l$ ——相应为按照已蒸发推进剂的混合比和喷注器平均混合比计算的理论特征速度；

$\dot{W}_{oz}$, $\dot{W}_f$ ——相应为氧化剂和燃料的秒流量；

X_{oz} , X_f ——相应为氧化剂和燃料的蒸发百分数。

Priem 利用此模型对以 $\text{LO}_2/\text{RP}-1$, LO_2/LH_2 , $\text{LO}_2/\text{N}_2\text{H}_4$, LO_2/LNH_3 , $\text{LO}_2/\text{C}_7\text{H}_{16}$ 等作为推进剂的液体火箭发动机燃烧效率进行了理论计算和实验测定，得出的数据，除对液氧/肼等自燃推进剂外，基本上是符合的。

到了 60 年代，Burstein^[22]和 Lambris^[23]等人又对 Priem 模型作了进一步改进，考虑了动量方程和混合比在轴向的变化，形成了比较完整的一维、变物性、气/液流场耦合模型。

由于简单的一维模型明显不适用于描述喷射雾化区内喷雾场

的空间分布。因而又进一步发展了准一维模型,如文献[4]将自击式喷嘴形成的喷射雾化区分成燃料区、氧化剂区、混合区和回流区等四个区,各区以及各区汇合后的下游区各自均按一维流动计算。文献[23]则将燃烧室按流强和混合比的不同分成若干个流管,并假定蒸发损失和混合损失之间并不相互耦合,则总的燃烧特征速度效率

$$\eta_c^* = (\eta_{c^*, \text{vap}})(\eta_{c^*, \text{mix}}) \quad (1.2)$$

式中 $\eta_{c^*, \text{vap}}$ 为假定推进剂完全混合,只考虑由于推进剂不完全蒸发所引起的特征速度效率。它用一维模型,按照所有流管的平均混合比,亦即喷注器平均混合比进行计算

$$\eta_{c^*, \text{vap}} = \left(\frac{\dot{W}_v}{\dot{W}_l} \right) \left(\frac{C_v^*}{C_l^*} \right) \quad (1.3)$$

式中 $\dot{W}_v, \dot{W}_l$ ——分别为已蒸发的推进剂流量和喷注器推进剂流量;

C_v^*, C_l^* ——分别为按照已蒸发的推进剂混合比和喷注器平均混合比计算的理论特征速度。

$\eta_{c^*, \text{mix}}$ 为假定推进剂全部蒸发,只是由于混合比分布不均匀所引起的特征速度效率。

$$\eta_{c^*, \text{mix}} = \frac{\sum_i MF_i C_i^*}{C_l^*} \quad (1.4)$$

式中 MF_i —— i 流管中的质量分数;

C_i^* ——相应于 i 流管混合比的理论特征速度。

文献[24]则采用另外一种处理方法,假定每个流管之间没有耦合,对每一个流管都单独进行蒸发百分数的计算,然后再考虑所有流管的不完全蒸发对比冲损失影响,亦得到了较好的结果。但是这类模型很快就被 70 年代美国火箭达因公司提出的液体火箭发动机能量分布释放计算模型所代替^[25]

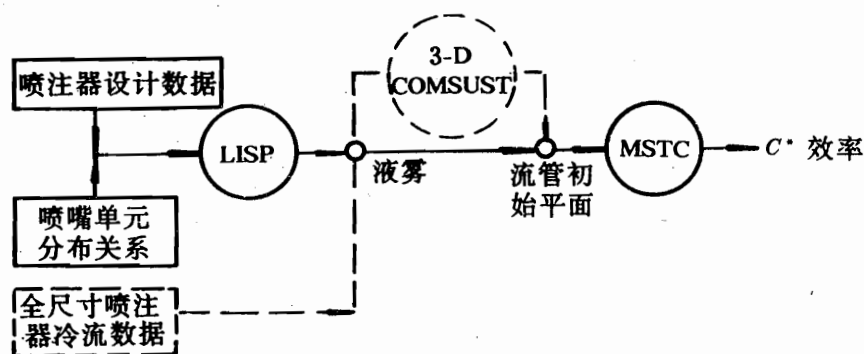


图 1.6 液体火箭发动机能量分布释放计算模型结构图^[25]

图 1.6 给出了液体火箭发动机能量分布释放计算模型的结构图。模型主要由液体喷注器喷雾模型(LISP)和多流管耦合模型(MSTC)组成。三维燃烧模型(3-D COMBUST)尚待开发。LISP 根据喷注器设计参数、冷试结果和液滴尺寸的经验关系式,可以给出燃烧室初始计算截面上的推进剂流强分布、混合比分布以及液滴尺寸分布和速度分布。这些参数即可作为 MSTC 的初始边界条件。MSTC 是将燃烧室按流强和混合比分布划分成若干个流管,每个流管仍按一维计算,但假定燃烧室横截面上各流管的压力应相等,考虑流管之间的动量耦合,故称多流管耦合模型。以后这个模型又经过扩充和标准化,称为标准化能量分布释放模型(SDER)。这个模型由于抓住了蒸发是液体火箭发动机燃烧的速率控制过程,忽略了其它一些次要因素,所以模型比较简单,并且由于采用准一维计算,便于工程应用,故即使在以后又发展了更精确的模型,它亦仍然常常作为最基本的模型使用(见图 1.7)。

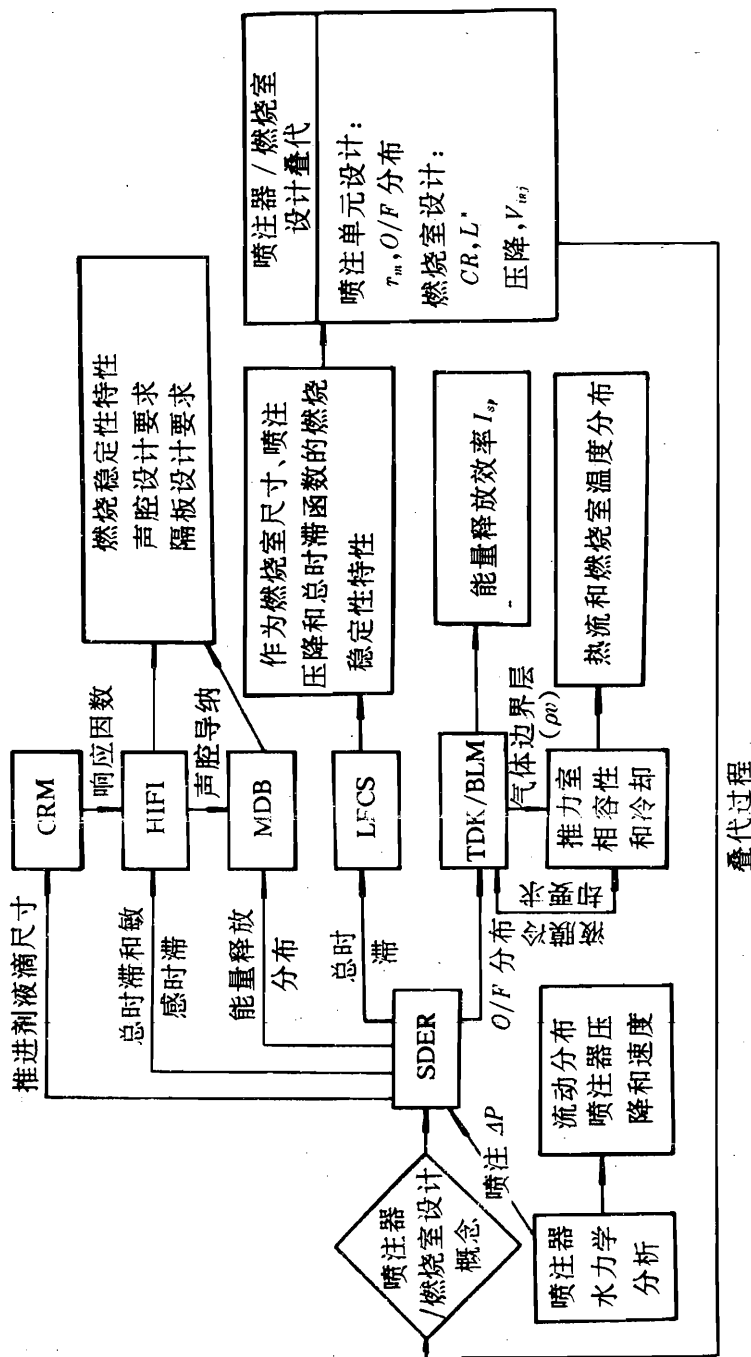


图 1.7 液体火箭发动机各种分析模型的相互关系^[26]
 CRM——燃烧响应模型；HIFI——高频稳定性模型；MDB——多维隔板模型；
 LFCS——低频稳定性模型；TDK/BLM——二维动力学模型/边界层模型

1.4 80年代以来液体火箭发动机喷雾燃烧过程计算模型的应用和发展趋势

80年代以来,液体火箭发动机燃烧过程计算模型在研制新型号的液体火箭发动机设计中得到了广泛的应用。在这之前,美国已经有了很多液体火箭发动机燃烧综合模型和各种子模型,但这些模型并未很好组合起来,并形成工程上能够广泛应用的分析设计方法学。1988年,Aerojet Tech Systems提出了一种叫做CAID—M(Combustor Analytical Interactive Design Methodology)的方法学,这个方法学采用模块化结构,将现有的各种燃烧模型和子模型结合在一起,编制成通用的模型软件,各种子模型可以分别选择使用,并与试车数据进行比较,最后决定取舍。CAID—M的结构包括以下三个主要部分^[27]:

1. 人机对话前端,它可对用户进行输入配置、输入和输出控制以及重新显示和重新启动、推进剂性质和燃烧产物性质的库文件的生成和维护提供指导;
2. 对已有燃烧室设计的性能分析和燃烧稳定性分析提出分析观点的取舍;
3. 根据规定的设计要求,提出高性能高稳定性火箭发动机燃烧室设计观点的选择。

该方法学已成功地应用于先进发射系统(ALS)的液氧/煤油火箭助推器的设计。

随着航天技术的进一步发展,自80年代以来还出现了许多专为新发展型号用的各种燃烧计算模型,如应用于自燃推进剂火箭发动机的F—20和F—5火箭发动机和燃烧室计算模型^[28,29]、应用于航天飞机和先进火箭喷注器/燃烧室的ARICC模型^[30]、应用于阿里安娜火箭发动机的PHEDRE模型^[31]、应用于液氧/烃发动

机的 REFLAN3D—SPRAY 模型^[32]、应用于液氢/液氧发动机的 CAFILRE 程序^[33]。这些模型和程序在不同方面完善和发展了液体火箭发动机喷雾燃烧模型的应用。

自 80 年代以来直至目前,液体火箭发动机喷雾燃烧理论和模型的研究主要集中在以下三个方面:

一是更深入地研究各种喷注器的喷雾特性,包括理论研究和实验研究。例如,文献[34]试图从理论上和实验上确定离心——直流式气液同轴喷嘴的雾化特性,文献[35]提出用表面波动力学理论来计算直流——直流式气液同轴喷嘴的雾化特性,文献[36]研究了高压环境中的喷嘴雾化特性,考虑了液滴的碰撞、聚合、碎裂,文献[37,38]提出用随机喷雾模型来描述喷雾初始分布的方法,文献[39,40]对已有的雾化特性数据的可应用性进行了分析评估。但到目前为止,喷嘴喷雾特性模型还仍然是液体火箭发动机喷雾燃烧模型中最薄弱的环节之一,看来仍需大力发展。

二是进一步扩大综合模型的组成和深入研究各子模型的物理本质和相互作用关系。例如,文献[41]研究了稠密液雾中的三维液滴相互作用模型,文献[42,43]考虑了液雾中液滴的着火模型和燃烧模型,文献[44]还进一步考虑了燃料液滴燃烧、氧化剂液滴燃烧和气相燃烧三种情况以及液滴弥散对湍流动能的影响,文献[45]采用 PDF 方法考虑了湍流和化学反应相互作用的模型,文献[46]考虑了雾化和燃烧室中的喷雾动力学相互作用的模型,文献[47,48,49]对液滴在高压下,特别在超临界条件下的气化和燃烧进行了更为细致的研究,考虑了气体的溶解和有限化学反应,并认为在超临界条件下,“液滴”表面的内移可用气液两相共存的临界表面的运动来表征。但以上这些模型大部分仍处在研究过程中,尚需进一步改进和得到更广泛的验证后才能正式应用于液体火箭发动机喷雾燃烧综合模型。

三是研究应用完全的 Navieter—Stokes 方程求解多维湍流两

相流动和燃烧问题。尽管以上已作过分析,从总体上讲,湍流和多维流动对液体火箭发动机性能的影响不是很大,但对局部地区,如喷注器头部和燃烧室壁面的影响还是比较大的。当需要进一步提高模型的计算精度和充分了解从启动到关车的燃烧过程全流场的细节(如流谱、温度分布、浓度分布、速度分布、压力分布等)和对局部地区的影响时,就必须要考虑这一问题。首先使美国火箭技术专家对这一问题感兴趣的是 SSME 研制、改进的需要。SSME 在较小的体积内有非常高的能量密度。燃烧室、涡轮泵、阀门和管道系统内的流动非常复杂,人们对此缺乏深入了解,以致在相当程度上影响了这些部件的设计水平和质量,影响对发动机性能参数的敏感度分析,以致发动机性能的提高、重量的减少、费用的降低、寿命的充分发挥都受到了限制。求解完全的 $N-S$ 方程一方面对方程的封闭和源项的构成要有清晰的了解,另一方面又需要有稳定而有效的算法,同时还必须要有较大的计算机容量。70 年代末以来,由于计算机的能力有了巨大发展,计算流体力学(CFD)方法的建立以及计算燃烧学(CCD)的兴起,才使得利用完全的 $N-S$ 方程求解多维湍流两相燃烧流场的问题成为可能。在 NASA/MSFC(Marshall Space Flight Center)的支持下,这项工作得到了极大的发展,出现了很多有关模型和相应的计算机程序。例如,文献[50]应用 PHOENICS 程序求解 $N-S$ 方程来模拟 SSME 推力室的燃烧过程,以后又针对液氧/煤油发动机发展了 REFLAN3D-SPRAY 程序^[32],文献[51]应用为计算内燃机中化学反应流而发展的 KIVA-II 程序,求解双组元可贮存推进剂发动机燃烧室内的工作过程,模型中考虑了液滴与液滴之间的碰撞和液滴的碎裂。所有以上模型的气相场都是在 Eulerian 坐标系下描述的,而液滴运动都是在 Lagrangian 坐标系下描述的;湍流流动采用 $k-\epsilon$ 双方程模型,湍流燃烧采用 EBU 模型或 Arrhenius 模型。P. Y. Liang 在 Rocketdyne 发展的系列 ARICC 程序(Advanced Rocket Engine Com-

图 1.8 ARICC 燃烧模型系统的发展历程

bustor Code) 可以说是美国在 80 年代发展的、最新的计算液体火箭发动机燃烧过程的程序。^[52] 图 1.8 为 ARICC 燃烧模型的发展历程。由图可知, ARICC 燃烧模型的发展已经历经十年, 而且还在继续不断的发展。

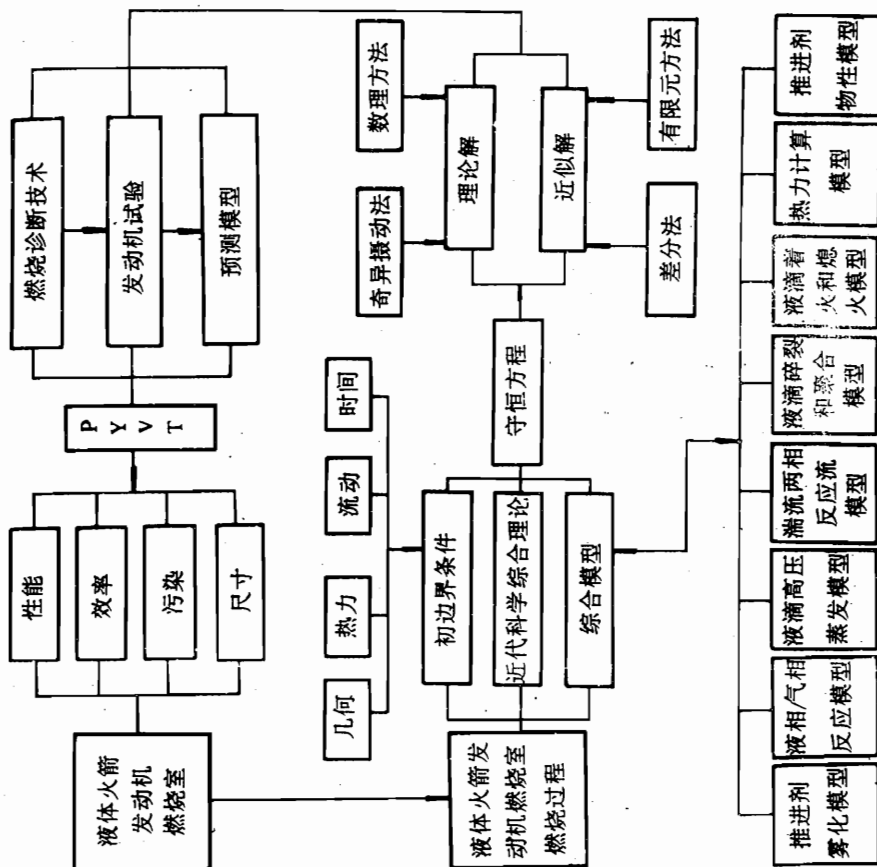
应用完全的 $N-S$ 方程求解多维湍流两相流动和燃烧问题也深入到液体火箭发动机燃烧不稳定性研究的领域。首先把完全的 $N-S$ 方程和具体的喷雾燃烧子模型结合起来对液体火箭发动机燃烧不稳定性进行分析的是欧空局的火箭专家们。由于阿里安娜火箭第一级 Viking 发动机发生高频不稳定燃烧, 导致了阿里安娜火箭 LO2 次飞行的失败。所以在 80 年代初期, 法国 ONERA 就制订了对高频不稳定性进行综合研究的计划。计划包括三个专题, 即雾化、燃烧和空气热力学。对于燃烧模型则希望发展一种数值模型, 来解释和预测燃烧不稳定性。

1984 年 M. Habiballah 和 H. Monin 首次发表了他们的文章^[31], 对 Viking 发动机燃烧室内的湍流两相流场进行了分析, 文中首次给出了二维非定常完全的 $N-S$ 方程, 采用 Eulerian—Eulerian 坐标系描述两相流的流动过程, 湍流模型采用的是亚网格尺度模型, 气相反应为 Arrhenius 模型, 控制方程求解的程序是 PHEDRE。文献^[53]详细地给出了研究液体火箭发动机燃烧不稳定性的物理模型、控制方程和源项生成。模型可以预测隔板和声学谐振器的阻尼效应。

进入 90 年代以后, 美国在用 CFD 方法进行液体火箭发动机燃烧室工作过程稳定性评定方面陆续发表了很多文献^[54-57]。由于计算燃烧不稳定性需要计算机具有很大的容量和速度, 所以在大多数文献中还没有采用完全的 $N-S$ 方程, 选用的燃烧模型也比较简单, 但这并不完全符合实际情况, 只能作为一种方法性的研究, 其进一步的发展必然涉及完全的 $N-S$ 方程和更为完善的燃烧模型。文献^[57]就应用了完全的 $N-S$ 方程, 两相湍流流动中考

考虑了 $k-\epsilon$ 双方程模型和液滴随机轨道模型, 考虑了液滴的瞬变加热和蒸发, 燃烧模型采用 EBU 模型和 Arrhenius 模型。由于考虑的因素太多, 所以求解是在 Cray 巨型机上进行的, 采用 MAST (Multi-phase All-Speed Transient) 程序。

在国内, 液体火箭发动机喷雾燃烧模型的研究实际上是从 70 年代末才开始的, 目前在这一领域中已取得了一系列成果。1979 年本书作者提出了我国第一个自燃推进剂液体火箭发动机燃烧室设计简化模型^[58], 并制定了液体火箭发动机喷雾燃烧模型的研究详图(见图 1.9)。在 80 年代初期, 本书作者的精力主要放在液体火箭发动机喷雾燃烧模型各个子模型的建立上, 并和他的学生们于 1981 年提出了 OTTO-Ⅱ 燃料液滴着火简化模型^[59], 1982 年提出了液滴高压蒸发模型^[60], 1983 年提出了偏二甲肼着火计算的稳态理论^[61], 1984 年提出了自燃推进剂组元液滴的亚临界非定常蒸发计算模型^[62], 1985 年提出了液体单元推进剂液滴的高温高压非定常分解燃烧模型^[63], 1986 年提出了液雾团的非定常蒸发和燃烧模型^[64]。自此以后, 研究的重点转入喷雾燃烧综合模型及其计算方法的研究。1987 年提出了 F-5 远地点发动机和 F-20 燃烧室计算模型^[65,66], 1989 年提出了液氢液氧火箭发动机工作过程计算模型^[68,69], 1992 年提出了气液同轴式喷注器喷雾模型及喷雾两相流数值计算方法^[70], 1993 年提出了能模拟火箭发动机内的燃烧与流动过程的通用计算机程序 (CAFILRE—Combustion and Flow in Liquid Rocket Engine)^[71], 1994 年提出了液体火箭发动机不稳定性燃烧改进计算模型^[72], 目前这些研究工作还在继续不断地发展, 并已在我国的液体火箭发动机研制过程中得到了应用。



参考文献

- [1] D. T. Harrje and F. H. Reardon. Liquid Propellant Rocket Combustion Instability. Scientific and Technical Information Office NASA, 1972
- [2] R. D. Sutton. Propellant Spray Combustion Processes During Stable and Unstable Liquid Rocket Combustion. AD-722473
- [3] S. Lambris, L. P. Combs and R. S. Levine. Stable Combustion Process in LRE. Combustion and Propulsion Fifth AGARD Colloquium, 1963
- [4] R. D. Sutton, M. D. Schuman and W. D. Chadwick. Operating Manual for Coaxial Injection Combustion Model. NASA CR-12903
- [5] R. S. Valentine. Liquid Rocket Performance, Stability and Compatibility. J. Spacecraft and Rockets, Vol. 9, No. 5, 1972
- [6] A. J. Ferrenberg and M. S. Varma. Atomization Data Requirements for Rocket Combustor Modelling. 19th JANNAF Combustion Meeting, 1982
- [7] 庄逢辰, 陆大琦主编. 液体火箭发动机推力室设计基础. 长沙工学院, 1977
- [8] J. C. Oeflein and Vigor Yang. A Comprehensive Review of Liquid propellant Combustion Instability. in F-1 Engines, J. of propulsion and Power, Vol. 9 No. 5, 1993
- [9] Шунейко И. И. пилотируемые полеты на Луну, конструкция и характеристики Saturn V Apollo Ракетостроение. Т. 3. М.: ВИНТИ АН СССР, 1973. 322С
- [10] 齐汝先等编译. R-4D 发动机. 航天部 707 所, 1984
- [11] W. B. Powell. Current Status of the ICRPG Liquid Propellant Thrust Chamber Performance Evaluation Methodology. AIAA 69-468
- [12] 任汉芬, 颜子初等译. 液体火箭发动机结构设计. 宇航出版社, 1991
- [13] 张中钦, 庄逢辰等译. 火箭发动机原理. 宇航出版社, 1992
- [14] L. D. Smoot and C. H. Scott. Critical Requirement in Combustion Research. Prog. Energy Combust. Sci. 1981, Vol. 9. pp. 77-103
- [15] D. A. Bittker. An Analytical Study of Turbulent and Molecular Mixing in Rocket Combustion NACA TN 4321

- [16] H. Martin. Experimental Method of Measuring Intensity of Turbulence in a Rocket Chamber. ARSJ, Vol. 31, No. 1. Jan. 1961
- [17] D. A. Bittker. and R. S. Brokaw. An Estimate of Chemical Space Heating Rates in Gas phase Combustion with Application to Rocket Propellant. ARSJ TP824—59
- [18] R. P. Probert. Phil Magazine, Vol. 37, 94(1946)
- [19] Y. Tanasawa. Tech. Report, Tohuher University, Vol. 18, 195(1954)
- [20] F. A. Williams. Combustion Theory, Addison Wesley, 1965
- [21] R. J. Priem and M. F. Heidmann. Propellant Vaporization as a Design Criteria for Rocket Engine Combustion Chambers. NASA TR R—67, 1960
- [22] S. F. Burstein, S. S. Hammer and V. D. Agosta. Spray Combustion Model with Droplet Breakup. Analytical and Experimental Results. Progress in Astronautics and Rocketry, Vol. 6. 1962
- [23] A. Y. Falk, et al. Space Storable Propellant Performance Study. N69—28130
- [24] D. L. Kors, et al. A Liquid Rocket Performance Model on Vaporization Interactions. AIAA 59—470
- [25] L. P. Combs. Liquid Rocket Performance Computer Model with Distributed Energy Release. NASA CR—114462
- [26] J. A. Muss and J. L. Pieper. Performance and Stability Characterization of LOX/Hydrocarbon Injectors. AIAA—88—3133
- [27] J. L. Pieper and J. Muss. Development of a Combustor Analytical Design Methodology for LRE. NASA N91—17127
- [28] 庄逢辰, 陈新华, 张中光. F—2 型发动机燃烧室计算模型. 国防科技大学学报, 第 11 卷, 第 3 期, 1989
- [29] F. C. Zuang, H. Liao. Combustion Modeling of Nitrogen Tetroxide/Hydrazine Type Fuel Propellant Rocket Engine 1st APICCES, 1990
- [30] P. Y. Liang. Liquid Rocket Combustor Computer Code Development, Paper Presented at the Advanced High—Pressure Oxygen/Hydrogen Conference. Huntsville, Alabama, June (1984)
- [31] M. Habiballah and H. Monin. Two—Dimentional Model for the Two—Phase

- Flow Simulation in a Viking Rocket Engine Combustion Chamber. 9th Int. conf. on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Saclay, 1984
- [32] A. J. Przekwas, et al. Rocket Injector Anomalies Study. NASA CR 174702
 - [33] 王振国. 液体火箭发动机燃烧室内部工作过程数值模拟(博士学位论文). 国防科技大学, 1993
 - [34] 周猛. 气液同轴式喷注器喷雾特性和激光散射测粒技术的研究(博士学位论文). 国防科技大学, 1991
 - [35] A. J. Przekwas, et al. Computational Modeling Development for Liquid Propellant Atomization. ADA—210027
 - [36] H. H. Shang, et al. Studies on Fuel Spray Characteristics in High—Pressure Environment. AIAA—92—3234
 - [37] G. J. Sturgess, et al. Calculation of Hollow-cone Liquid Spray in a Uniform Air Stream. AIAA—84—1322
 - [38] 刘伟东, 吴晋湘, 庄逢辰. 同轴式喷注器喷雾模型及喷雾两相流数值计算. 中国航空学会第八届燃烧及传热传质学术讨论会, 1992
 - [39] A. J. Ferrenberg, et al. Atomization Data Requirements for Rocket combustor Modeling Proceeding of 22nd JANNAF Combustion Meeting, 1985
 - [40] A. J. Ferrenberg, et al. Atomization and Mixing Study. NASA—CR—370943
 - [41] I. Kim, et al. Three—Dimensional Droplet interactions in Dense Spray. AIAA—91—0073
 - [42] H. H. Chiu. Theory of Bipropellant Combustion. Part1—Conjugate, Normal and Composite Combustion Phenomena. AIAA—86—0220
 - [43] T. L. Jiang and H. H. Chiu. Advanced Modelling of Spray Combustion Processes in Airbreathing Propulsion Combustors. AIAA—87—0067
 - [44] T. L. Jiang and H. H. Chiu. Bipropellant Combustion in a Liquid Rocket Combustion Chamber. J. of Propulsion and Power Vol. 8, No. 5. 1992
 - [45] R. L. Gaffney, et al. Modelling Turbulent/Chemistry Interactions Using Assumed PDF Method. AIAA—92—3638
 - [46] M. G. Giridharan, et al. A Numerical Model for Coupling Between Atomization and Spray Dynamics in Liquid Rocket Thrust Chambers. AIAA—92—

- [47] C. M. Norton, et al. An Experimental Study of High — Pressure Droplet Combustion. AIAA—90—2441
- [48] J. S. Shuen, et al. Combustion of Liquid Fuel—Fuel Droplets in Supercritical Conditions. AIAA—91—0078
- [49] R. J. Litchford, et al. Supercritical Droplet Gasification Experiments with Forced Convection. AIAA 92—3118
- [50] A. J. Przekwas and K. Gross. SSME Thrust Chamber Modeling with Navier Stokes Equations. AIAA—86—1517
- [51] L. M. Larosiliere and S. M. Jeng. Bipropellant Spray Combustion Modeling in Small Rocket Engines. AIAA 91—2197
- [52] P. Liang. Three — Dimensional Combustion Stability Code Development. ADA210027
- [53] M. Habiballah and I. Dubois. Numerical Analysis of Engine Instability. First International Symposium on Liquid Rocket Combustion instability, 1993
- [54] R. J. Litchford, S. M. Jeng. Liquid Rocket Spray Combustion Stability Analysis. AIAA 92—3227
- [55] J. M. Grend, S. Venkateswaran and C. L. Merkle. Multi—Dimensional Analysis of Combustion Instability in Liquid Rocket Motors. AIAA 92—3764
- [56] S. Venkateswaram, J. M. Grenda and e. L. Merkle. Computational Fluid Dynamic Analysis of Liquid Rocket Combustion Instability. AIAA 91—1609
- [57] Y. M. Kim, C. P. Chen, and J. P. Ziebarth. Prediction of High Frenquency Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Engines. AIAA 92—3763
- [58] 庄逢辰, 钟良生. 自燃推进剂液体火箭发动机燃烧室设计简化模型. 国防科技大学学报, 第 4 期. 1979
- [59] 庄逢辰, 陈新华. OTTO—Ⅱ 燃料液滴的着火简化模型法和数值计算. 工程热物理学报, Vol. 2, No. 2. 1981
- [60] 庄逢辰, 陈新华. 燃料液滴高压蒸发理论. 工程热物理学报, Vol. 3, No. 3. 1982
- [61] 庄逢辰, 周进. 偏二甲肼液滴着火计算的稳态理论. 工程热物理学报 Vol. 4, No. . 1. 1983

- [62] 庄逢辰, 刘孝弟. 自燃推进剂组元液滴的高压平衡计算模型. 国防科技大学学报, 1984. No. 1
- [63] F. C. Zhuang, L. S. Zong, X. D. Liu. Experimental and Theoretical Research on Evaporation/Decomposition Combustion of Monopropellant Droplet at Elevated Pressures and Temperatures. Fifteenth International Symposium on Space Technology and Science, 1986. Tokyo
- [64] F. C. Zhuang, J. Zhou, B. Yan. Unsteady Combustion and Vaporization of a Spherical Fuel Droplet Group. 21th Symposium on Combustion, 1986
- [65] 庄逢辰, 梁小芑. 一个适用于 A-50/ N_2O_4 自燃推进剂燃烧效率的计算模型. 国防科技大学 35 周年校庆优秀论文集, 1987
- [66] 庄逢辰, 陈新华. F-20 发动机燃烧室计算模型. 国防科技大学 87-1075
- [67] 周进, 庄逢辰. 液氧/烃液体火箭发动机燃烧过程的计算模拟. 中国航空学会第二届动力年会, 1989
- [68] 孙纪国, 庄逢辰. 液氢液氧火箭发动机预燃室工作过程计算机仿真. 中国工程热物理学会第七届年会, 1990, 南京
- [69] Z. G. Wang, F. C. Zhuang. Computer Modeling of Combustion Processes in Lox/LH₂ Propellant Rocket Combustion Chamber, First APISCEU, 1990
- [70] 刘卫东, 吴晋湘, 庄逢辰. 同轴式喷雾模型及喷雾两相流数值计算. 中国航空学会第八届燃烧及传热传质学术讨论会, 1992
- [71] Z. G. Wang, J. X. Wu and F. C. Zhuang. Numerical Simulation of Operating Process in a Test Combustion Chamber of H₂/LOX Propellant Rocket Engine with a Single Element Coaxial Injector. 2nd APISCEU, 1993
- [72] 庄逢辰, 刘卫东, 赵文涛. 液体火箭发动机燃烧不稳定性改进计算模型. 国防科工委指挥技术学院, 1994
- [73] T. L. Jiang and H. H. Chiu. Bipropellant Combustion in Liquid Rocket Combustion Chamber. J. of Propulsion and Power, Vol. 8, No. 5. 1992
- [74] D. Lee, C. Yeh, Y. Tsuei, W. Jiang and Y. Chung. Numerical Simulation of Gas Turbine Combustor Flows. AIAA 90-2305
- [75] H. C. Soong and H. W. Han, K. C. Chang. Comparative Numerical Studies on Reynolds and Favre Averagings of Turbulent Diffusion Flame. J. of Propul-

sion and Power, Vol. 8, No. 2. 1992

- [76] K. C. Chang, M. R. Wang, W. J. Wu and H. H. Chia. Experimental and Theoretical Study on Hollow — Cone Spray. J. of Propulsion and Power, Vol. 9, No. 1. 1997

第二章 液体火箭发动机喷雾燃烧模型的初、边界条件 ——喷注器喷雾模型

2.1 液体火箭发动机喷注器的作用和构型

对液体火箭发动机喷雾燃烧模型进行数值计算时，目前大多采用 Eulerian—Lagrangian 坐标系，即在 Eulerian 坐标系下描述气相控制方程，而在 Lagrangian 坐标系下描述液相控制方程。对于 Eulerian 坐标系，需要给出入口边界条件，对于 Lagrangian 坐标系，需要给出初始条件，而且由于液体火箭发动机燃烧室的长径比较小，这些初、边界条件往往在很大程度上就决定了燃烧室的燃烧性能。在很多情况下，正确地给出喷雾燃烧模型的初边界条件甚至比给出喷雾模型本身更为困难。这些初、边界条件即由液体火箭发动机喷注器喷雾模型给出。为了便于理解液体火箭发动机喷注器喷雾模型，这里先对液体火箭发动机喷注器的作用和模型作一简单介绍。

由于液体燃料的汽化（蒸发）温度通常低于燃料蒸汽/空气的自燃温度，故其燃烧实际上是在气相中发生的。在液体火箭发动机中，主要的化学反应和放热过程亦是在气体状态下进行的。所以我们首先应该使液体推进剂尽快蒸发成气体，这样才能加速燃烧过程。由于蒸发是个表面过程，所以一定量的液体，其表面积愈大，就愈易蒸发完。当质量相同时，液滴总表面积与其直径成反比，亦即滴径愈小，总表面积愈大，也就愈有利于蒸发。例如，假定有 1 公斤液体，当其为 0.124m 直径的球体时，其表面积约为 0.0483m^2 ，而当其分裂成许多直径为 100μ 的液滴以后，其总表面积

就可增大到 1240 倍。这种将液体碎裂成很多微小液滴（如同雾状）的过程，我们就叫做雾化。在液体火箭发动机中，推进剂雾化后的液滴直径约在 $25-500\mu$ 范围内，体积大约为 1cm^3 的液体雾化后可碎裂成几亿个液滴。

液体火箭发动机燃烧室中，推进剂的雾化是在一定的喷注压力下，通过装在燃烧室头部的喷注器上的喷嘴来实现的。为了保证有效地燃烧，除了雾化细度分布外，还要保持确当的推进剂流强分布和混合比分布。液体火箭发动机的性能、稳定性和相容性与这三种分布都有很密切的关系。发动机的性能要求这三者分布都应比较均匀，而且喷雾尺寸要小，混合比接近最佳值；发动机的相容性受喷注面和室壁附近的局部混合比和流强分布的影响很大，同时亦受到混合比分布不均匀性所造成的径向流和横向流的影响；燃烧稳定性对局部喷雾尺寸分布、混合比分布和流强分布都非常敏感。所以液体火箭发动机喷注器的作用就是要给出一定的喷雾尺寸分布、流强分布和混合比分布，以同时满足液体火箭发动机的性能、稳定性和相容性的要求，而喷注器的喷雾模型则应包括喷雾尺寸分布模型、流强分布模型和混合比分布模型。

喷注器设计者的任务是确定喷注器的结构，这个结构应能产生高的燃烧性能，并稳定工作，且不影响喷注器和推力室的寿命。在过去，喷注器的设计主要是一种技巧，取决于喷注器设计人员的经验和直觉是否成功。这种设计方法导致昂贵、费时的研制计划，并往往只能得到勉强够格的最后设计。近来，由于采用冷流试验技术和燃烧模型计算，已在相当大的程度上改进了设计喷注器的能力。冷流试验技术可用于确定喷注器的流强、混合比和雾化尺寸分布特性，燃烧模型可以给出描述这种分布特性条件下的燃烧流场。

喷注器的构型包括喷注单元类型、喷嘴单个孔的几何形状和喷嘴孔上游的流动系统。图 2.1 给出了喷注器各部分与总的喷注器流动系统的关系。图 2.2 给出了一些最常用的喷注单元类型。二

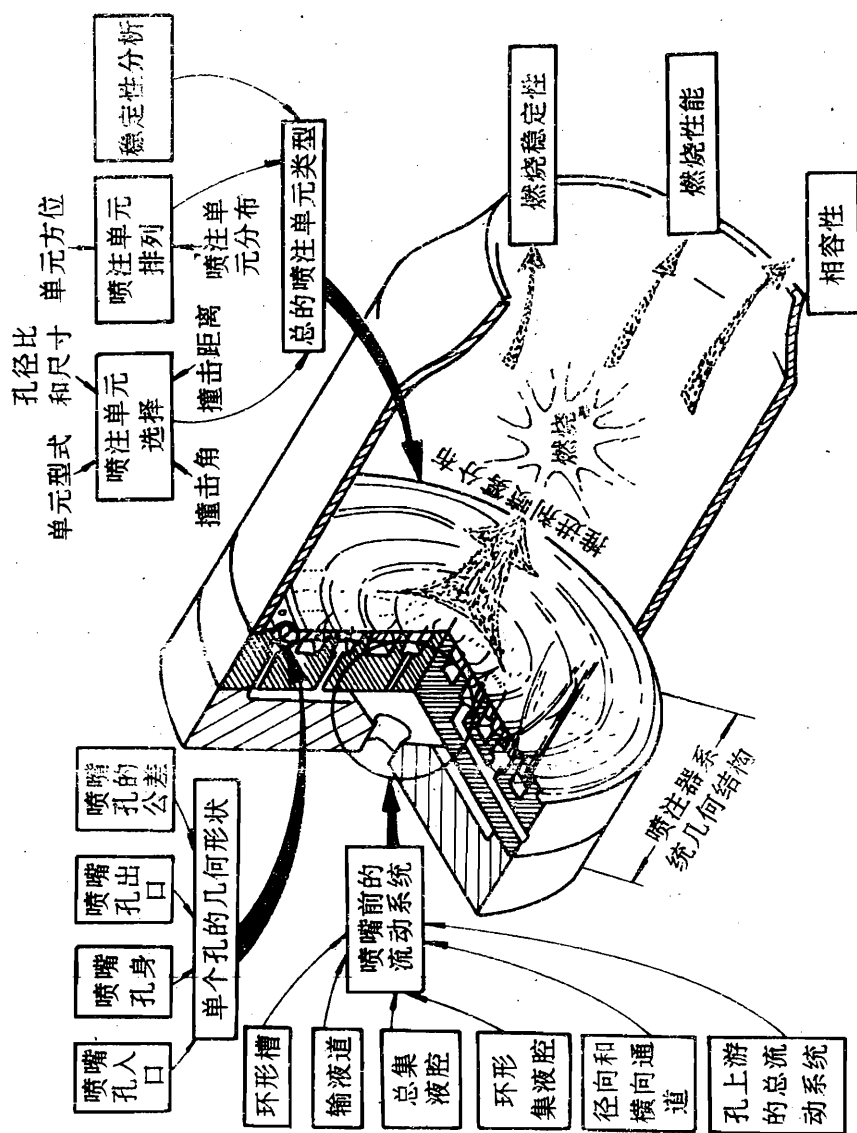


图 2.1 喷注器各部分与总的喷注器流动系统的关系

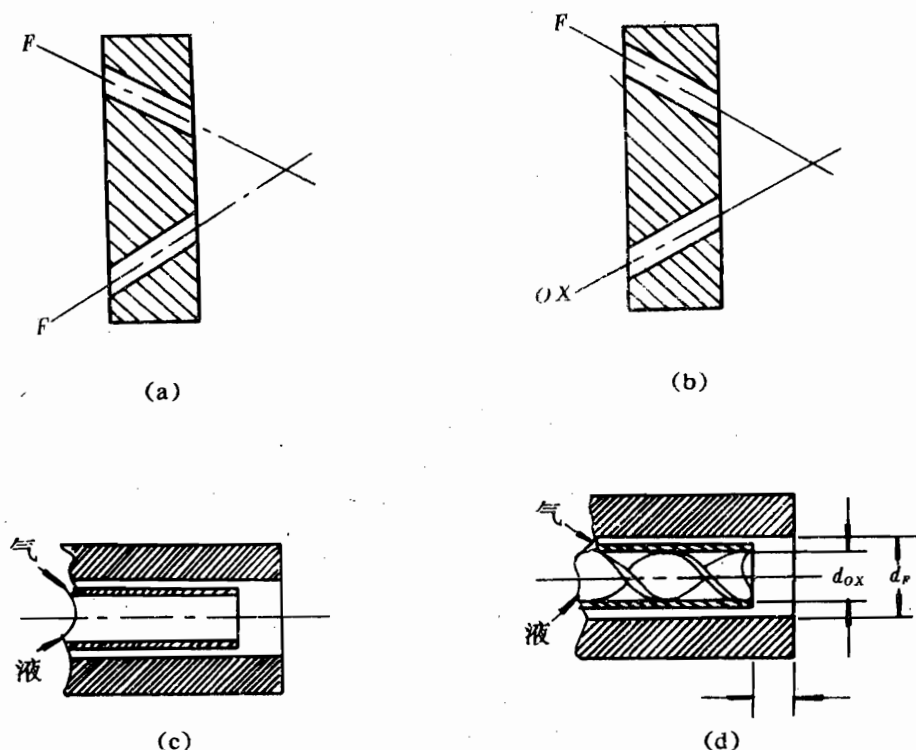


图 2.2 常用的一些喷注单元类型

- (a) 二股直流自击式； (b) 二股直流互击式；
(c) 直流——直流式气液同轴喷嘴 (d) 直流——离心式气液同轴喷嘴。

股直流互击式是可贮存推进剂火箭发动机最常采用的喷注单元，应用在各种各样的小推力反作用控制发动机、远地点发动机和阿波罗登月舱 LEM 上升发动机中；二股直流自击式应用于 H-1, F-1 发动机，直流——直流式气/液同轴喷嘴应用于 J-2, RL-10 和航天飞机主发动机，而前苏联的型号则较多采用离心——离心式液/液同轴喷嘴和直流——离心式气/液同轴喷嘴。此外还有三股、四股和五股直流互击式等，但其应用相对较少。

70 年代以来，还出现了一种层板式喷注器^[2]，这种喷注器内流动通道及喷孔的形状和布置，彻底摆脱了传统喷注器在锻件或铸件上钻孔加工制造的约束，而是通过光刻工艺在一组金属薄片

上精密加工出各种形状的通孔，按一定次序对齐后即形成设计尺寸的通道，通过真空扩散焊接连接技术制作制成。这种喷注器具有响应快、性能高、质量轻的优点，现已应用于航天飞机轨道机动发动机和各种低推力姿控发动机，但其基本的喷注单元类型，亦仍然可以认为是以上几种形式或其变型的组合^[3]。

2.2 液体火箭发动机喷注器喷雾尺寸分布的实验性模型

喷雾过程的一般描述如下：液体从直流式喷嘴或离心式喷嘴的喷孔喷出，形成液流或涡流面，或者由两股以上的射流相撞击而形成液膜；液体中存在的扰动使液流、液膜或涡流面变得不稳定，出现振荡不断增长的波纹，典型的扰动源包括：射流湍流度、气泡形成、喷孔的缺陷、周围气体的气动力效应或喷嘴振动等等；不稳定的波纹或薄膜碎裂成液纹或液滴，或者由于气动力的作用或表面波的发展，液滴从液膜表面剥离；液纹或大液滴进一步碎裂成小液滴。因而，雾化过程是一种随机过程，影响的因素是很多的，并有多种雾化机理同时存在，这就说明液雾中必然存在多种液滴尺寸，并且有一定的频率分布。现有的雾化理论分析尚未发展到能充分考虑几种雾化机理同时存在的情况，而且即使在单一机理作用下所考虑的模型，其中亦包含一些实验常数^[2,3,4]，故目前在燃烧模型中采用的液雾尺寸及其分布公式，大多数还都是针对具体的喷注单元，通过广泛的实验测定整理出来的，或直接通过试验测定给出的。故本章将首先介绍喷注器喷雾实验模型，最后再介绍最近新发展的一些理论模型。至于液雾尺寸分布的测量方法则不属本书范围，读者可参阅专门的文献，如文献^[5,6]。

2.2.1 喷雾尺寸分布的数学表达式

喷雾尺寸分布可通过对喷雾尺寸的直接测量，用分布函数 f

值随液滴直径的变化来表示, 即

$$f(d_i) = \left(\frac{dN}{dd_i} \right)_{d_i} \quad (2.1)$$

式中 N 为液滴的数目, d_i 为液滴直径, dN 表示当 $\Delta d_i \rightarrow 0$ 时, 在 $d_i - \Delta d_i/2$ 和 $d_i + \Delta d_i/2$ 区间的液滴数。由于通常做试验时, 只能取 Δd_i 为有限值, 因而得出的液雾尺寸分布是离散的, 且随 Δd_i 的取值而异, 并且只能用图形表示, 故通常我们要寻求某种数学表达式来表示。

存在多种喷雾尺寸分布的数学表达式, 但对液体火箭发动机, 主要应用以下两种形式的分布:

1. Nukiyama—Tanasawa 分布

$$\frac{dR_i}{dd_i} = Ad_i^5 \exp(-Bd_i) \quad (2.2)$$

它适用于直流撞击式喷嘴;

2. Rosin—Rammmler 分布

$$\frac{dR_i}{dd_i} = B_* d_i^{n-1} \exp(-Bd_i^n) \quad (2.3)$$

它适用于离心式喷嘴。

式中 R_i 是液雾中滴径小于 d_i 的所有液滴的累积质量占液滴总质量的百分数; A, B, n 对于一定的喷嘴及其工作条件为常数, 可通过实验确定。例如, 对于二股自击式喷嘴, 其液雾尺寸分布的具体形式为

$$\frac{dR_i}{dd_i} = \left(\frac{3.915}{d_{30}} \right)^6 \frac{d_i^5}{120} \exp(-3.915d_i/d_{30}) \quad (2.4)$$

对于离心式喷嘴

$$R = 1 - e^{-0.639 \left(\frac{d_i}{d_m} \right)^n} \quad (2.5)$$

式中 d_{30} 和 d_m 分别为液滴体积一数平均直径和质量中间直径, n 为均匀度指数, 一般 $n=2 \sim 4$, n 越大, 表示滴径分布越均匀。

2.2.2 液滴平均直径的表达式

由于喷雾中存在各种不同直径的液滴，故为了比较不同情况下液流的雾化细度，往往引入一个平均直径的概念。平均直径大说明雾化较粗。反之，说明雾化较细。液滴的平均直径按定义不同而有不同的物理意义、不同的数学表达式和不同的数值。

平均直径的通用表达式可以写成

$$d_{pq}^{p-q} = \frac{\sum N_i d_i^p}{\sum N_i d_i^q} \quad (2.6)$$

或

$$d_{pq}^{p-q} = \frac{\int_0^\infty f(d_i) d_i^p d(d_i)}{\int_0^\infty f(d_i) d_i^q d(d_i)} \quad (2.7)$$

式中 p, q 可以是任意正整数。

表 2.1 给出了一些常用的平均直径及其应用领域。

表 2.1 常用的一些平均直径及其应用范围

d_{20}	表面—数 平均直径	$\left(\frac{\sum N_i d_i^2}{\sum N_i} \right)^{1/2}$	表面控制过程
d_{30}	体积—数 平均直径	$\left(\frac{\sum N_i d_i^3}{\sum N_i} \right)^{1/3}$	体积控制过程
d_{21}	表面—长度 平均直径	$\left(\frac{\sum N_i d_i^2}{\sum N_i} \right)$	吸附过程
d_{31}	体积—长度 平均直径	$\left(\frac{\sum N_i d_i^3}{\sum N_i} \right)^{1/2}$	分子扩散
d_{32}	体积—表面 平均直径	$\left(\frac{\sum N_i d_i^3}{\sum N_i} \right)$	传质、反应

除了表上的一些平均直径以外，还有两种直径，即 d_m 和 $d_{0.999}$ 或 $d_{\max}$ 也经常用到。 d_m 是质量中间直径，它是指 $R=0.5$ 时所对应的滴径； $d_{0.999}$ 或 $d_{\max}$ 是最大液滴直径，它是指小于该直径的液滴累积质量的百分数为 99.9%。

各种平均直径和质量中间直径以及最大液滴直径的关系，可从液雾尺寸分布的表达式推出。例如，对于 Nukiyama—Tanasawa

分布, 可得

$$d_{pq}^{p-q} = B^{-(p-q)} \left[\frac{\Gamma(p+3)}{\Gamma(q+3)} \right] \quad (2.8)$$

对于 Rosin-Rammler 分布, 可得

$$d_{pq}^{p-q} = B^{-(p-q)/n} \left[\frac{\Gamma\left(\frac{p+n-3}{n}\right)}{\Gamma\left(\frac{q+n-3}{n}\right)} \right] \quad (2.9)$$

在液体火箭发动机燃烧模型中, 以及在雾化细度的经验公式中, 经常采用 d_m , d_{30} , d_{32} 和 $d_{\max}$.

2.2.3 典型喷注单元的液滴平均直径

1. 二股直流自击式喷注单元

二股直流自击式喷注单元是液体火箭发动机中最常应用的一种喷注单元。至少可以举出九种以上有关这种喷注单元的液滴平均尺寸计算公式^[7]。文献[8]应用其中的 5 种公式对宇宙神发动机的燃烧过程进行了计算, 结果发现 d_{32} 值的变化范围可达一倍, 从 100 μm 到 200 μm , 相应计算出来的未蒸发的推进剂百分数也相差近一倍, 从 5% 到 10%。这是由于不同作者得出各种不同公式时所使用的测试方法、试验条件和试验介质不同的缘故, 因而在选择计算公式时必须非常小心。从国外公开发表的文献来看, 应用得较多的还是 Ingebo 公式^[9]。本书作者采用 Ingebo 公式对 F-20 发动机进行的计算亦取得了较好的结果^[10]。但 Ingebo 公式并未考虑推进剂物性的不同、环境压力的变化以撞击角的改变, 作者综合文献[9, 11, 12]的结果, 建议对二股直流自击式喷注单元采用以下计算公式

$$d_{30} = \frac{1.8314 - 0.009238\alpha}{0.3(v_j/d_j)^{1/2} + 0.0125K|v_j - v_g|(\rho_{\text{act}}/\rho_{\text{ref}})^{1/4}} \quad (2.10)$$

式中 d_j 是射流直径, 一般即等于喷嘴出口直径, 其单位与 d_{30} 的

单位均为 cm;

v_j, v_g 分别为射流速度和喷射区环境气体(燃气)的速度, 单位为 cm/s;

$K = [(\mu_l \sigma_l / \rho_l)_{\text{heptan}} / (\mu_l \sigma_l / \rho_l)_j]^{1/4}$ 是考虑推进剂物性的修正系数;

ρ_{ref} 是空气密度, 一般等于 $1.07 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$;

ρ_{act} 是燃烧室喷注面附近的实际燃气密度。

相应的喷雾尺寸分布表达式为

$$\frac{dR}{dd} = \left(\frac{3.915}{d_{30}} \right)^6 \frac{d^5}{120} e^{-3.915d/d_{30}} \quad (2.11)$$

2. 二股直流互击式喷注单元

二股直流互击式喷注单元主要应用于自燃推进剂。这种喷注单元的雾化细度试验做得不多。Rocketdyne 采用熔融石蜡和水作为模拟推进剂, 当自击射流的动量比符合最佳混合条件时, 给出^[13]:

$$d_{m,oz} = \frac{2.37 \times 10^5}{d_{oz}^{0.38} V_{oz}^{0.86} V_f^{1.19}} \quad (2.12)$$

$$d_{m,f} = 2.1 \times 10^4 \left[\frac{d_f^{0.27} d_{oz}^{0.023}}{V_f^{0.74} V_{oz}^{0.33}} \right] \quad (2.13)$$

式中 d_m 的单位为 μm , 喷嘴直径的单位为 cm, 喷射速度的单位为 m/s.

但该式在喷射速度小于 20m/s 时, 得出的数据与实验相差较大, 试验数据大大低于计算值^[11]。此外, 在具体应用时尚需乘以考虑推进剂物性、环境气体密度及撞击角的修正系数 k 。 $k = k_1 k_2 k_3$, 其中

$$k_1 = [(\mu_l \sigma_l / \rho_l)_j / (\mu_l \sigma_l / \rho_l)_{\text{wax}}]^{1/4}$$

$$k_2 = (\rho_{\text{ref}} / \rho_{\text{act}})^{1/4}$$

$$k_3 = 1.44 - 0.00734\alpha$$

熔融石蜡的物性数据是按照试验时的标准喷射温度为 93.3℃

时计算的, 其具体数据如下:

$$\rho = 0.764 \text{ g/cm}^3$$

$$\mu = 3.0 \text{ cp}$$

$$\sigma = 25 \text{ dyne/cm}$$

3. 离心式喷注单元

离心式喷注单元在前苏联火箭型号中用得较多, 文献[14]建议采用以下计算公式

$$\frac{d_m}{d_n} = \frac{47.8}{A^{0.6} \Pi^{0.1} Re^{0.7}} \quad (2.14)$$

式中

$$Re = \rho u d_n / \eta_l$$

$$\Pi = \eta_l^2 / (\rho_l \delta_l d_n)$$

$$A = R r_n / (n r_0^2) \text{ 或 } \pi r_n R \cos \beta / (n f_0)$$

是离心式喷嘴的几何特性参数, 其中 R ——切向孔中心线或涡流器螺旋形通道中间点至喷嘴轴线的距离; r_n, r_0 ——分别为喷嘴出口半径及喷嘴切向孔半径, β ——螺旋升角, n ——涡流器螺纹头数; f_0 ——螺旋形通道法向横截面积。

上式是采用相似理论的方法, 对该种喷注单元进行了大量试验后得出的, 试验是在静止、常压的空气中进行的^[15], 故在具体应用时, 还必须考虑环境介质的压力和速度的影响。此外, 还必须指出, 在计算 Re 时, 其中的速度 u 应用当量速度。

4. 直流——直流式气/液同轴喷嘴

这种喷嘴主要应用于美国的液氢液氧发动机, 其雾化过程如图1.4所示。中心液流在沿轴向运动时, 受到周围高速气流的作用, 其表面的液体不断被剥离, 形成液滴。根据 Mayer 理论, 在每一轴向位置 Z 上的剥离速率 $\dot{m}_s$ 和形成液滴的平均直径 d 可按以下公式计算^[16]

$$\dot{m}_s = C_A \left[\frac{\mu_l (\rho u_r^2)^2}{\sigma_l / \rho_l} \right]^{1/3} \pi d_s (\Delta z) \quad (2.15)$$

$$d = B_A \left[\frac{\mu_l (\sigma_l / \rho_l)^{1/3}}{\rho_g u_r^2} \right]^{2/3} \quad (2.16)$$

式中 u_r 为气液相对速度, C_A , B_A 为经验常数, 根据燃烧模型试算, 并与试车数据比较后确定。例如, 文献[16]用同轴喷注燃烧模型对 J-2s 和 J-2 发动机进行试算, 使喷嘴缩进段计算压降与试车实测压降相等, 从而求得在缩进段内 $C_A = 0.037854$, $B_A = 3.0553$ 。但文献[17]认为, 这些公式对相对速度的改变太敏感, 容易造成不符合实际情况的参数振荡, 并建议根据文献[18]可采用下式计算

$$d_{m,o}(\mu\text{m}) = 3122.9 [\Delta v(\text{cm/s})]^{-0.315} \quad (2.17)$$

$$\frac{d_m}{d_{m,o}} = 1 - 0.1 \exp \left\{ 1.85 \times 10^{-2} \left[\ln \left[\left(\frac{d_{m,o}}{110} \right)^3 \frac{|V_g - V_{l,in}|}{30.48} \right] \right]^2 \right\} \quad (2.18)$$

式中 $\Delta V = |V_{g,in} - V_{l,in}|$;

$V_{g,in}$, $V_{l,in}$ ——分别为气体喷射速度和液体喷射速度;

V_g ——当地燃气速度

但该式是在常压大气及用熔融石蜡作为模拟推进剂组元的情况下得出的, 故公式尚需乘以考虑推进剂物性和环境密度的修正系数 k_1 和 k_2 。对于液氧, $k_1 = 0.425$ 。

有关其它类型的喷注单元, 如三股或四股直流互击式的雾化细度公式, 读者可参阅其它有关资料, 如文献[7]。

必须指出, 在利用上述雾化细度公式进行燃烧过程模拟计算时, 往往还必须要先利用发动机缩比模型或已有发动机的实际试车数据进行试算和修正, 这是由于

1. 尽管目前已经研究成功了一些比较先进的雾化细度测定仪器, 如可以同时测出液滴尺寸分布和平均直径的马尔文粒子分析仪 (Malvern Laser Diffraction Instrument)、可以同时测量液滴尺寸和速度的相位多普勒粒子分析仪 (Phase Doppler Particle Analyzer)

以及其它一些先进光学仪器，但可惜现有液体火箭发动机喷雾燃烧模型中应用的一些雾化细度计算公式，还大都是过去利用石腊法得出的，而石腊的一些物性随温度的影响很大，例如，从 368K（正常喷注温度）到 336K（稍稍超过熔融温度），其表面张力和粘性相应增加 18 和 80%。由于雾化试验时，熔融石腊是喷入较冷气体的环境中，它在雾化时温度要略低于喷注温度，因而用石腊喷注温度来计算物性必然会带来误差；

2. 雾化细度公式的精确程序显然与取样的液滴数目有关，根据文献[19]，在具有 95% 的置信度下，必须要测量 5500 个液滴才能使误差小于 5%，而一般的测量液滴数都不满足这一要求；

3. 更主要的是，目前所有雾化细度公式都不是直接从液体火箭发动机的真实燃烧过程中实际测量求得的，而在燃烧过程中，喷注器附近环境介质的状态，例如燃气速度、密度以及湍流度等对雾化细度的影响是很大的。

2.2.4 喷雾燃烧模型中常用的液滴尺寸分组方法

在进行喷雾燃烧模型计算时，往往无法完全按照液滴尺寸的实际分布或理论分布曲线进行计算，通常都是用阶梯曲线来代替实际曲线，即采用有限几种不同直径的液滴作代表，如图 2.3 所示。文献[20]即将真实液

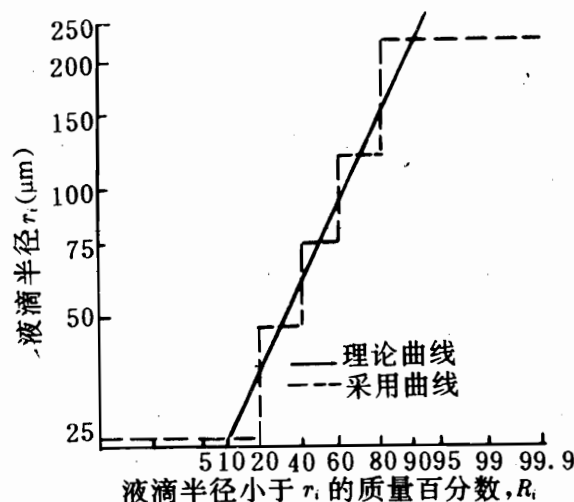


图 2.3 液滴尺寸的实际分布和计算分布

用 5 组不同直径的液滴流代替。每组液滴的重量百分比相同。

文献[21]亦是將液霧分成重量百分比相等的 5 組，並令

$$d_i = k_i d_m \quad (2.19)$$

根據 Ingebo 實驗， $k_1=0.198$ ， $k_2=0.759$ ， $k_3=1.0$ ， $k_4=1.23$ ， $k_5=2.30$ 。儘管這種分組方法在很多文獻中得到應用。但作者認為文獻[22]提出的方法更為合理。按照文獻[22]，如已知液霧尺寸分布，則可將液霧分成不連續的 j 組液滴，每組液滴的直徑增量為

$$\begin{aligned} \Delta d_i &= d_{\max}/j \\ d_i &= (2i-1)d_{\max}/(2j) \\ i &= 1, 2, \dots, j \end{aligned} \quad (2.20)$$

而 d_i 直徑的液滴所佔的質量百分數，可由液霧尺寸分布公式求得。例如，對於二股直流自噴式噴注單元，可求得

$$\Delta R_i = \Delta d_i \left(\frac{3.915}{d_{30}} \right)^6 \frac{d_i^5}{120} e^{-3.915d_i/d_{30}} \quad (2.21)$$

$d_{\max}$ 可由液霧尺寸分布求得，根據文獻[23]，對於離心式噴嘴和直流式噴嘴， $d_{\max}=(2.56-3.2)d_{30}$ ，Ingebo 的試驗表明，最大液滴尺寸與體積數平均直徑的關係為 $d_{\max}=2.9d_{30}$ 。已知液滴平均直徑，最大液滴直徑便可求得。

2.3 液體火箭發動機噴注器噴霧流強分布的實驗性模型

液體火箭發動機噴注器的推進劑組元流強分布，目前大都還是通過冷流試驗來確定的。噴注器的流量與發動機的推力成正比；一般大推力發動機的噴注器流量高達每秒幾百公斤，所以只有對小推力發動機才進行全尺寸發動機的冷流試驗，對於大推力發動機，只對其中不同類型的噴注單元作冷流試驗，並假定總的噴注器流強分布等於各個噴注單元的流強分布之和^[24]，即

$$\dot{W}_{oz,j}'' = \sum_{i,j} \dot{W}_{oz,i}''$$

$$W_{f,j}'' = \sum_{i,j} W_{F,i}'' \quad (2.22)$$

式中 i 表示喷注单元, j 表示取样平面上的网格点。 $W_{oz,i}''$ 和 $W_{F,i}''$ 流强分布可通过冷流试验用关系式拟合, 例如, 对于各种自击和互击式喷嘴, 其最一般的表达式为

$$W_i''(x,y,z) = \frac{W_{001}''}{Z^2} \left\{ \left[1 + c_1 \left(\frac{y}{z} \right) + c_2 \left(\frac{y}{z} \right)^2 \right] + \left[c_3 \left(\frac{x}{z} \right) + c_4 \left(\frac{x}{z} \right)^2 \right] \right. \\ \left. \times \left[1 + c_5 \left(\frac{y}{z} \right) + c_6 \left(\frac{y}{z} \right)^2 \right] \right\} e^{-a \left(\frac{x}{z} \right)^2 - b \left(\frac{y}{z} \right)^2} \quad (2.23)$$

式中 x, y, z 是以喷嘴射流撞击点为原点的直角坐标, z 为轴向距离。系数 W_{001}'' 和 a, b, c_1 到 c_6 是喷注单元类型、撞击角、孔径、撞击动量、孔长和管道影响等参数的函数, 利用 (2.23) 式, 并通过对试验数据的整理可以确定。例如, W_{001}'' 就是 $x=0, y=0, z=1$ 处的质量流强。对于不同的喷注单元, 根据流强分布的对称性, 流强的非负性等条件, (2.23) 式还可进一步简化。例如, 对于二股自击式, $c_1=c_5, c_3=0, c_4=a, c_2=c_1^2/4, c_6=c_5^2/4$, 故只需确定 a, b, c_1

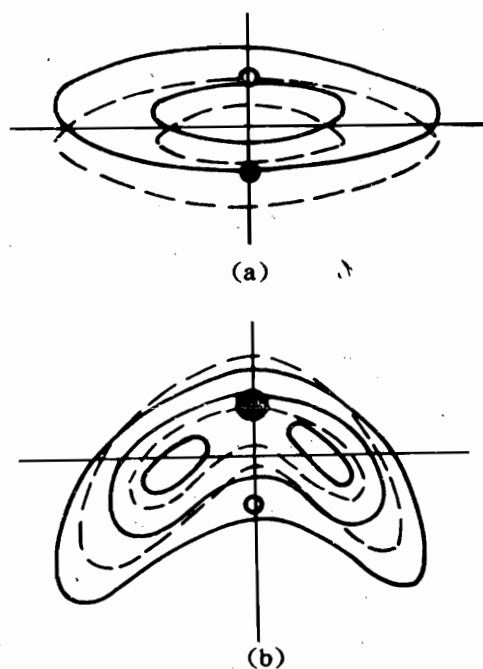


图 2.4 二股自(互)击式喷嘴的流强分布^[24]

- (a) 射流的直径与动量均相等;
(b) 射流的直径和动量均不等。
●——孔 1; ○——孔 2;
——孔 1 的流强; ---孔 2 的流强。

三个系数; 对于二股互击式, $c_3=0, c_2=c_1^2/4, c_6=c_5^2/4$; 对于三股

互击式, $c_1=c_2=c_3$
 $=c_4=c_5=c_6=0$;
 对于五股互击式,
 $c_1=c_3=c_5=c_6=0$,
 $c_2=c_4$, $a=b$.

图 2.4, 2.5
 分别为二股自
 (互)击式和三股互
 击式喷嘴的流强分
 布图。图 2.6—2.8
 为二股自击式喷嘴
 (射流的直径与动
 量均相等时) 流强
 分布公式中的系数
 随撞击角、喷嘴孔
 径的变化关系。

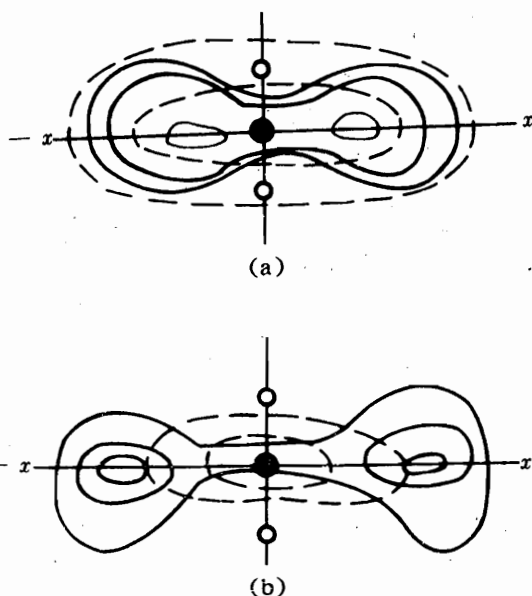


图 2.5 三股互击式喷嘴的流强分布^[24]

- (a) 射流动量相等;
 (b) 外部孔射流的动量大于中心孔射流的动量。
 ——中心孔射流的流强分布;
 ---外部孔射流的流强分布。

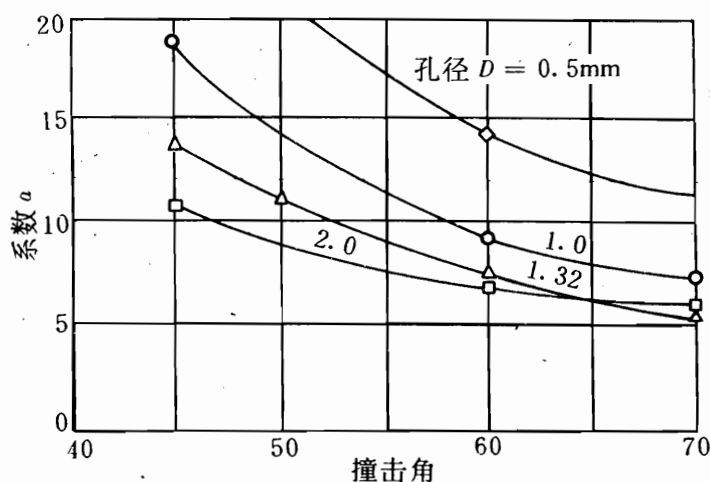


图 2.6 系数 a 随二股自击式喷嘴撞击角和孔径的变化^[24]

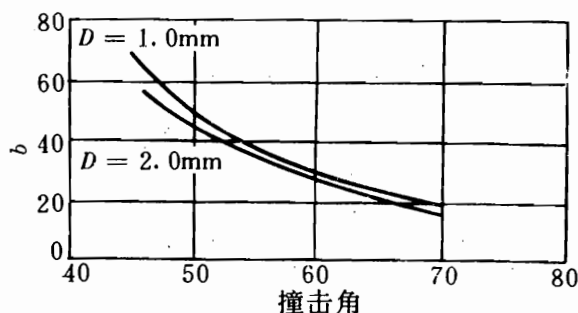


图 2.7 系数 b 随二股自击式喷嘴撞击角和孔径的变化^[24]

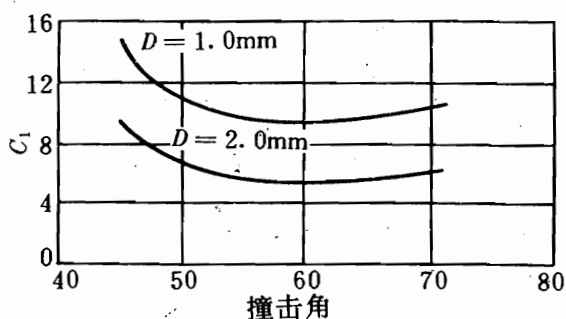


图 2.8 系数 c_1 随二股自击式喷嘴撞击角和孔径的变化^[24]

2.4 液体火箭发动机喷注器喷雾 混合比分布的实验性模型

2.4.1 混合均匀性参数

在用来表征液体火箭发动机燃烧过程的各种参数中, 混合比分布无疑是最重要的参数之一。发动机所能达到的性能水平、近壁边界气流与壁面的相容性以及燃烧稳定性, 都与混合比分布有很大关系。单纯从性能角度讲, 无疑要求混合比接近最佳性能混合比, 并且愈均匀愈好。混合均匀性参数是衡量混合均匀性的一个指标, 它可通过冷流试验确定, 按照 Rupe 的定义^[25], 混合均匀

性参数。

$$E_m = 100 \left[1 - \sum_i^n \frac{\dot{W}_i}{\dot{W}_t} \frac{(R - r_i)}{R} - \sum_i^n \frac{\dot{W}_i}{\dot{W}_t} \frac{(R - \bar{r}_i)}{(R - 1)} \right] \quad (2.24)$$

式中

$\dot{W}_i/\dot{W}_t$ —— i

取样管的质量分数，等于当地的喷雾流量与总的喷雾流量之比；

R —— 总喷雾流量中的氧化剂质量分数；

r_i —— 对于 r_i

$< R$ 的取样管中的氧化剂质量分数；

$\bar{r}_i$ —— 对于 r_i

$> R$ 的取样管中的氧化剂质量分数；

n —— $r_i < R$

的取样管的数目；

n' —— $r_i > R$

的取样管的数目。

对于自击式喷嘴，混合均匀性参

数主要取决于氧化剂和燃料喷注对的排列方位和相对位置，如图 2.9—2.11 所示。

对于互击式喷嘴，混合均匀性参数主要取决于射流的动量比、

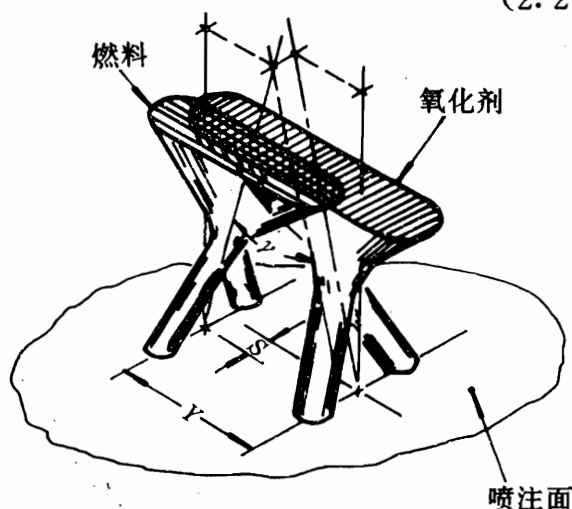


图 2.9 二股自击式喷注单元相互位置的关系^[26]

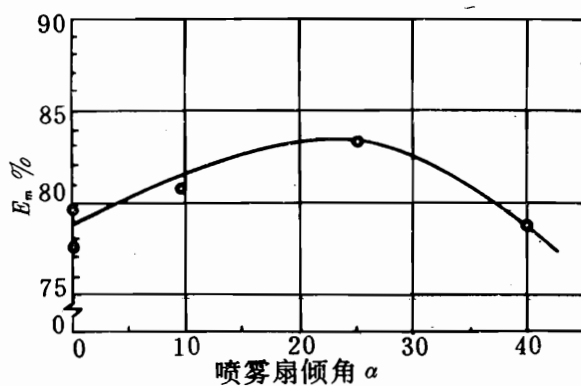


图 2.10 二股自击式喷雾扇倾角 α 对混合均匀性参数的影响^[26] ($Y = 50\text{mm}$, $S = 0$)

孔径比、撞击角和相对速度等因素。对于二股互击式，当两股射流的动量比与直径比的乘积为 1 时，得到最均匀的分布，即

$$\rho_1 u_1^2 d_1 = \rho_2 u_2^2 d_2 \quad (2.25)$$

这就是 Rupe 准则^[27]

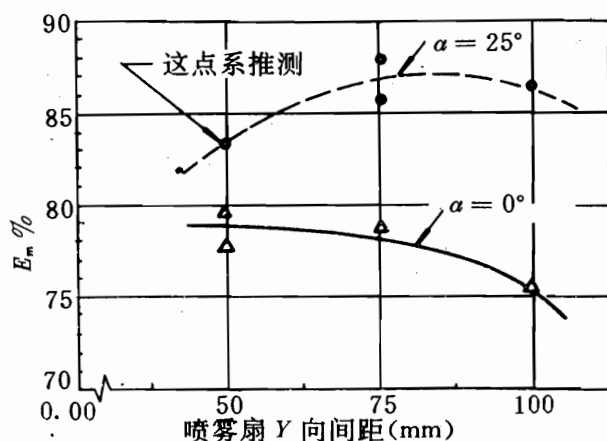


图 2.11 二股自击式喷雾扇 Y 向间距对混合均匀性参数的影响^[26] ($s=0$)

对于多股互击射流，根据文献^[28]，其最佳混合条件可用以下统一式表示

$$\frac{a_{ox}}{a_f} = k \left[\left(\frac{\rho_f}{\rho_{ox}} \right) r^2 \right]^b \quad (2.26)$$

式中 a_{ox} , a_f ——分别为氧化剂和燃料单个喷嘴的出口截面积；

ρ_{ox} , ρ_f ——分别为氧化剂和燃料的密度；

r ——混合比；

k , b ——系数，见表 2.2

表 2.2

喷嘴类型(撞击角 $2\theta=60^\circ$)	k	b
二股互击式喷嘴	1.00	2/3
四股 2:2 交叉互击式喷嘴	1.00	2/3
四股 2:2 平行互击式喷嘴	1.00	2/3
三股互击式喷嘴	1.58	4/7
四股 3:1 互击式喷嘴	3.44	0.703
五股 4:1 互击式喷嘴	9.35	0.8

表 2.2 中的数据是对于喷嘴射流的撞击角 $2\theta=60^\circ$ 的情况。但试验表明,对于二股互击式喷嘴,当 $45^\circ\leq 2\theta\leq 80^\circ$ 时, θ 对 k 和 b 的影响很小。试验还表明,当 $60^\circ\leq 2\theta\leq 90^\circ$ 时,不同喷嘴类型的 b 均与 θ 无关,但对三股互击式喷嘴和五股互击式喷嘴,当 $2\theta=90^\circ$ 时, k 分别下降为 0.551 和 8.95

对于直流——直流式气液同轴喷嘴,其混合均匀性参数主要和气液速度差(v_g-v_L)、气液流量比($\dot{W}_g/\dot{W}_L$)以及液体喷嘴直径 D_L 等设计参数有关。图 2.12 给出了其相互间关系。

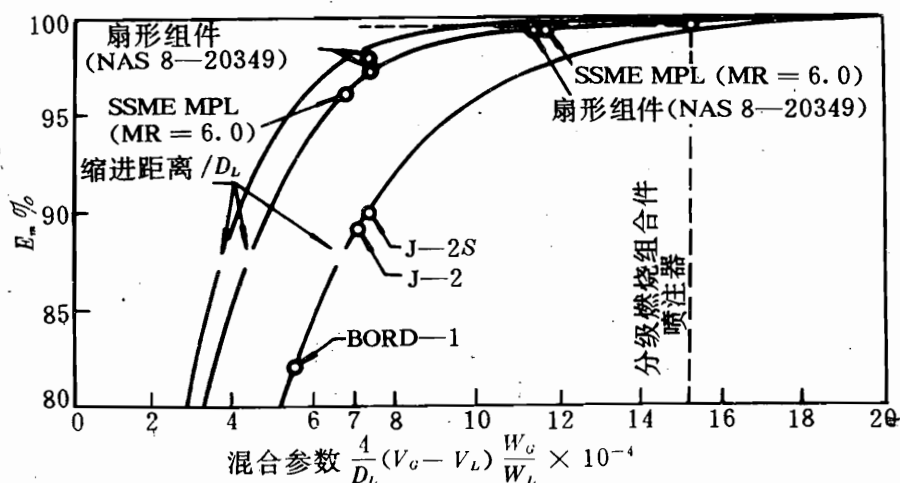


图 2.12 混合均匀性参数和设计参数之间的关系^[29]

对于直流——离心式气/液同轴喷嘴,根据文献[30],可以有以下关系

$$E_m = 100 - C \ln \left(\frac{k_s}{L/D_L} \right) \quad (2.27)$$

式中 C 为常数,对于冷流混合,等于 2.7;对于燃烧问题,等于 5.0, L 是离开喷注面的轴向距离; K_s 与气液速度差(V_f-V_{oz})和液体喷射速度 V_{oz} 之比有关(见图 2.13)由图可知,当 $(V_f-V_{oz})/V_{oz}=10$ 时, k_s 最大,也即 E_m 最小。这是由于,当 $(V_f-V_{oz})/V_{oz}<10$ 时,混合是由离心效应控制,而当 $(V_f-V_{oz})/V_{oz}>10$ 时,混合改由剪切

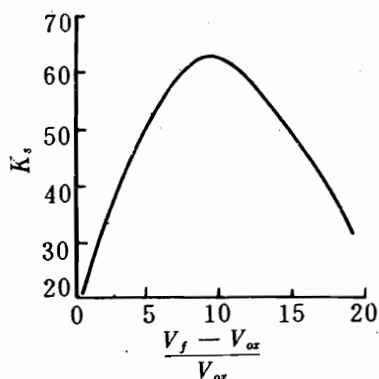


图 2.13 直流—离心式气/液同轴
喷嘴轴喷嘴的 K_s 值^[30]

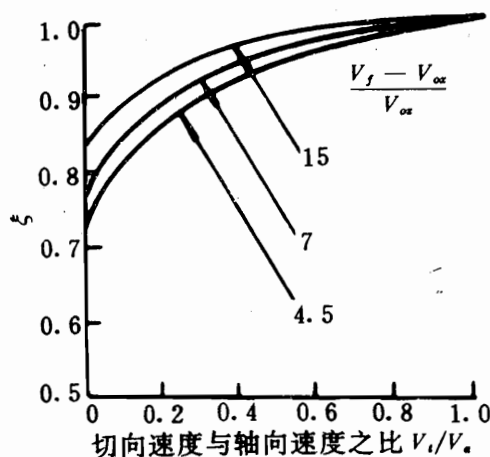


图 2.14 直流—离心式气/液同
的修正系数 ξ ^[30]

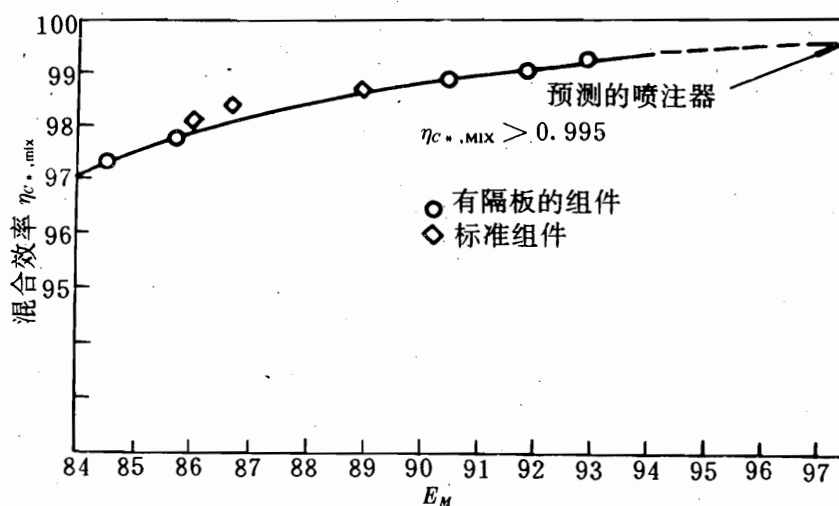


图 2.15 根据航天飞机主发动机和其它冷流数据
计算的 $\eta_{c^*,mix}$ 与 E_M 的关系 ($O/F=5-7$)^[29]

机理控制的缘故。但(2.27)式只适用于当离心喷嘴中的液体切向速度与轴向速度之比 $v_t/v_a=1$ 的情况。对于 $v_t/v_a \neq 1$ 时, 尚需乘以图 2.14 所示的修正系数 ξ 。

2.4.2 混合特征速度效率

通过冷试求得流强分布和混合比分布后,按照(1.4)式即可求得混合特征速度效率。混合均匀性参数综合反映了流强分布和混合比分布的情况, E_m 愈大,混合特征速度效率就愈高。图 2.15 给出了根据(1.4)式计算的航天飞机主发动机 $\eta_{c^*,mix}$ 与 E_m 的关系。

2.5 液体火箭发动机喷注器喷雾冷流试验和模拟方法

冷流试验就是用两种便于试验的液(或气)体模拟氧化剂和燃料来进行喷注器(喷嘴)试验,以确定喷注器(喷嘴)的流强分布和混合比分布。在进行新的喷注器设计时,几乎无一例外,都要进行这种冷流试验。

一般用来模拟氧化剂和燃料的介质,通常为水、四氯化碳、三氯乙烯和空气(模拟氢气等)。图 2.16 所示为喷注器冷流试验的流动系统简图。图中所示系统用水模拟混肼,用三氯乙烯模拟四氧化二氮,这是因为在 20℃ 时,水和混肼,三氯乙烯和四氧化二氮的比重比较接近,而且这两种液体是不相溶的,所以极易测定其混合比,或者可用清水模拟氧化剂,红颜色水模拟燃料,采用比色计来测定混合比。取样平面离开喷注面的距离应与燃烧时完成雾化和初步混合所需的距离相当,一般在 5—10 厘米之间,取样管一般可用 6 毫米,壁厚为 0.5 毫米的不锈钢管组成 $n \times n$ 个方阵,其数量根据需要而定,使收集率能达到 90% 以上。管子的端部最好加工成方形,使取样管的面积尽可能增大。

对于气氢/液氧喷嘴,由于一种组元为气体,上面所述的试验装置不适用。文献 [31] 设计了一种可以同时测量气液喷嘴流强分布和混合比分布的装置(见图 2.17)。图 2.18 为所用两相探针的示意图。它可同时测量液相和气相的流强及相应的混合比。其

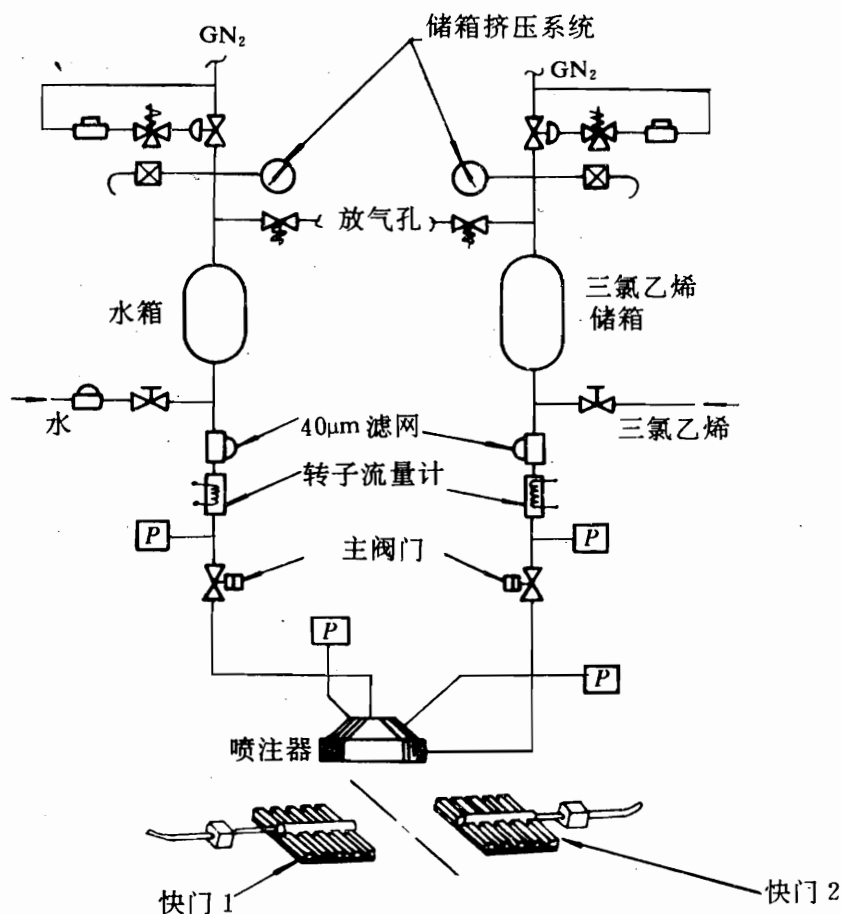


图 2.16 喷注器冷流试验的流动系统简图

测量原理是，液雾从探针头部的集液口进入采针内，采针内有一夹层壁，夹层间的空间通过上部的楔形口与内部空间相连。楔形口可避免液雾流入夹层内。液雾从头部进入探针后，沿内部通道流入密闭的集液箱收集。采集时间通过可启盖板的开启与盖住集液口控制，完成一次采集后，再称量集液箱内的液体重量，即可求得液相流强。当可启盖板开启时，由于探针内部不与外界相通，探针头部所感受到的气体滞止压力通过夹层从总压输出口输出，与探针旁侧静压测孔输出的静压一起接入 U 形管，即可同时测出

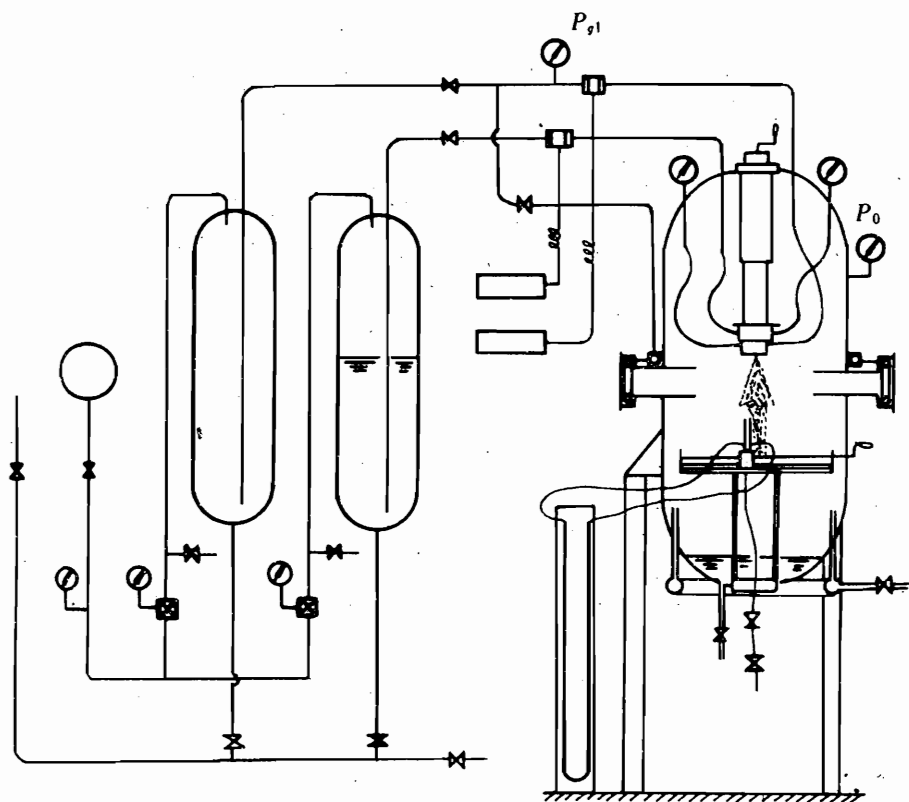


图 2.17 测量气液喷嘴流强分布和混合比分布的试验系统

该点的总静压差。以总静压差算出流速，就可求得气相流强。由于一次可测得同一点的气相流强和液相流强，故其比值即为该点的混合比。由于进入两相探针内的液滴有一定惯性，它与滞止气体之间的动量交换会使测量的总压力偏高，从而带来测量误差，故在实际使用时，两相探针必须先在已知的两相流场中经过标定，或者按照 Dussourd 和 Shapiro 的理论进行修正^[32]。为了对由气液相互作用所引入的测量误差进行修正，Dussourd 引入了如下称为过剩压力比的参数 OPR (Overpressure Ratio)

$$\text{OPR} = \frac{P_m - P_0}{\frac{1}{2} \rho_g V_g^2 \left(\frac{\dot{W}_l}{\dot{W}_g} \right)} \leq 1 \quad (2.28)$$

式中：

P_m ——由探针测得的气体总压；

P_o ——真实气体总压；

ρ_g ——气体密度；

V_g ——探针远前方的气流速度；

$\dot{W}_l$ ——当地液雾流强；

$\dot{W}_g$ ——当地气体流强

对过剩压力比的主要影响因素有：一是液滴壁与气相势场的相互影响；另一是液滴雷诺数，液滴群与气相场相互影响的指标称为服从数(Obedience Number) ON ；

$$ON = \frac{3}{4} \frac{\rho_g D}{\rho_l d} \quad (2.29)$$

式中 D ——探针头部入口直径；

d ——液滴群平均直径；

ρ_g ——气体密度；

ρ_l ——液体密度

而雷诺数的定义为：

$$Re = \frac{\rho_g V_g d}{\mu_g} \quad (2.30)$$

由 Dussourd 理论得出的过剩压力比与服从数和雷诺数的关系如图 2.19 所示。为了处理数据方便，文献[33]拟合如下公式：

$$OPR = \left[\sum_{m=0}^8 a_m (ON)^m \right] Re^{\sum_{n=0}^3 b_n (ON)^n} \quad (2.31)$$

其中 a_m, b_m 为拟合多项式的系数，见表 2.3。由此公式即可求出滞

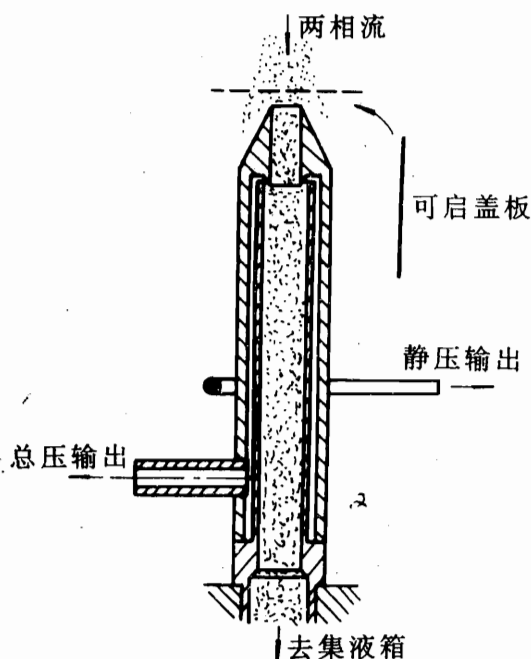


图 2.18 两相探针测量示意图

止压力的修正量。

表 2.3

a_0	-0.0103943	a_1	3.82973	a_2	-2.3867	a_3	0.845621
a_4	-0.1848	a_5	0.0252582	a_6	-0.002105155	a_7	9.73176×10^{-5}
a_8	-1.92514×10^{-6}	b_0	-0.488058	b_1	0.0782366	b_2	-0.00838344
b_3	0.000366037						

此外,还必须注意,为了保证能测到气相流场的总压,测量时探针总压孔内部不能与外界相通。这样,在测量液相流强时就不能保证等速度测量,使一部分应该落入探针孔内的细小液滴随气体飘到了探针口外,这就使采集到的

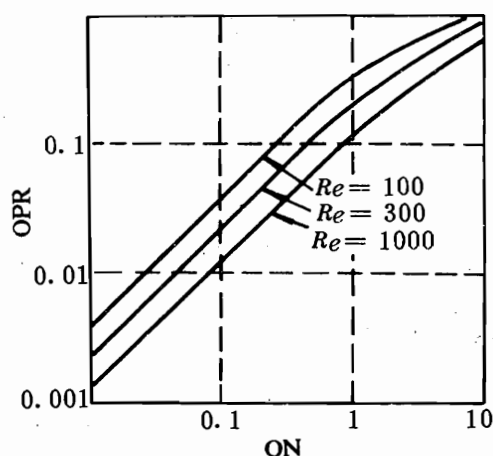


图 2.19 过剩压力比与服从数和雷诺数的关系

液雾比应采集到的要小,因而对所测的液相流量需进行修正。修正的办法可先用实际测量方法测量一次液相流量 $\dot{W}_L$, 再在相同状态下用等速度法测量一次液相流量 $\dot{W}_L$, 比较两次测量结果即可求得修正系数。

为了使冷试结果确能反映热试状态,还必须正确选择冷试参数和对冷试结果进行换算。

对于互击式喷注器,其混合特征与射流的动量比有关,所以应使冷试射流的动量与热试射流的动量相等;对于自击式喷注器,混合比分布主要取决于喷注单元的排列。对于一定的喷注单元排列,混合比分布主要和射流的速度水平和速度比有关,所以应使冷试射流的体积流量与热试射流的体积流量相等。为此,冷试和

热试的混合比关系应有:

对于互击式喷嘴

$$(MR)_{HF} = [(\rho_{ox}/\rho_f)_{HF}(\rho_f/\rho_{ox})_{CF}]^{\frac{1}{2}}(MR)_{CF} \quad (2.32)$$

对于自击式喷嘴

$$(MR)_{HF} = (\rho_{ox}/\rho_f)_{HF}(\rho_f/\rho_{ox})_{CF}(MR)_{CF} \quad (2.33)$$

式中 MR ——混合比; HF ——热试; CF ——冷试。同样, 对于冷试和热试时的流强关系应有

对于互击式喷嘴

$$\dot{W}_{HF}'' = \dot{W}_{CF}'' \sqrt{\rho_{HF}/\rho_{CF}} \quad (2.34)$$

对于自击式喷嘴

$$\dot{W}_{HF}'' = \dot{W}_{CF}'' \rho_{HF}/\rho_{CF} \quad (2.35)$$

2.6 液体火箭发动机喷注器 雾化特性理论计算模型

液体火箭发动机喷注器雾化特性理论计算模型是极为重要和极为复杂的研究课题, 同时也是液体火箭发动机喷雾燃烧模型中最关键, 然而也是最没有很好理解的一个子模型。特别是 80 年代以来, 基于 CFD 方法的液体火箭发动机喷雾燃烧模型的应用已日趋广泛, 这就更加促使了液体火箭发动机喷注器雾化特性的研究从实验模型向理论模型发展。自 90 年代以来, 陆续出现了二股直流自击式喷嘴的喷雾尺寸分布理论计算模型、直流——直流式气液同轴喷嘴的喷雾尺寸分布理论计算模型和直流——离心式气液同轴喷嘴的喷雾尺寸分布理论计算模型等。下面我们即介绍这些最新研究成果。

2.6.1 二股直流自击式喷嘴的喷雾尺寸分布理论计算模型

二股射流直接撞击雾化是液体火箭发动机喷注雾化的主要方

式之一。其雾化过程首先是形成液膜，然后是液膜断裂成碎块，形成不稳定的液丝，进而破裂，收缩为液滴，故形成液膜是撞击雾化的第一步，所以液膜的厚度和形状直接决定了雾化产生液滴的尺寸大小和分布。

很多文献研究了图 2.20 所示夹角为 2θ 的两股等速、等直径自击射流的雾化，得出了液膜厚度是撞击角、射流半径和具体位置的函数，相应建立了计算撞击

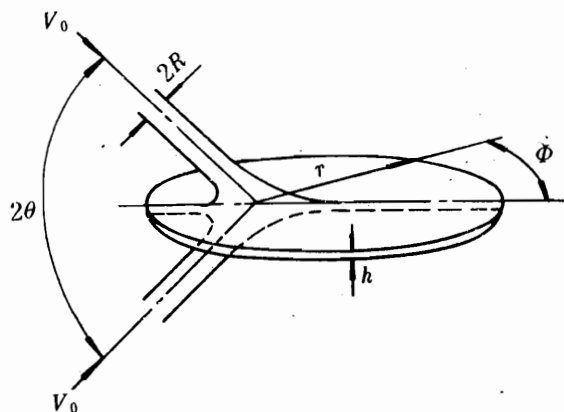


图 2.20 二股射流自击形成的液膜示意图

后任一位置 (r, ϕ) 液膜厚度 h 与动径 r 乘积的模型，其中以 Hasson 模型应用得最普遍^[34]。Hasson 模型假定平行于两股射流对称平面的任一射流或液膜的断面形状为椭圆，椭圆液膜的焦点即为撞击点。根据射流和液膜间的质量守恒和动量守恒，可以得出

$$\frac{hr}{R^2} = \frac{\sin^3 \theta}{(1 - \cos \phi \cos \theta)^2} \quad (2.36)$$

但文献[35,36]认为液膜的形状应为心形线。文献[36]根据射流和液膜间的质量守恒和动量守恒，认为

$$\frac{hr}{R^2} = \frac{\beta e^{\beta(1-\phi/\pi)}}{e^\beta - 1} \quad (2.37)$$

而 β 可由下式解出

$$1 + (\pi/\beta)^2 - \left(1 + \frac{2}{e^\beta - 1}\right) / \cos \theta = 0 \quad (2.38)$$

由液膜形成的液丝直径可根据下式计算^[37]

$$d_i = 2 \left(\frac{4}{3f} \right)^{1/3} \left(\frac{K^2 \sigma^2}{\rho_i \rho_l u^2} \right)^{1/6} \left[1 + 2.6 \mu \sqrt{\frac{k \rho_i^4 u^8}{6 f \rho^2 l \sigma^5}} \right]^{1/5} \quad (2.39)$$

式中 f 是无量纲波幅, 由下式计算

$$f = \int_0^t \frac{\rho_g u^2}{\sqrt{2h\rho_l\sigma}} dt \quad (2.40)$$

σ (dyne/cm)是液体表面张力, μ (cp)是液体粘性, ρ (g/cm³)是周围介质的密度(假定介质是静止的), ρ_l (g/cm³)是液体的密度, u (cm/s)是液膜向外伸展的速度, K 是假定液膜厚度 h 与时间 t 之间为双曲线函数关系的常数, 即

$$ht = K \quad (2.41)$$

同时再假定液膜厚度与 r 成反比, 即会

$$h = K_1/r \quad (2.42)$$

于是可以写出

$$K = ht = K_1 t/r = K_1/u \quad (2.43)$$

由(2.36)和(2.43)式, 得

$$K_1 = \frac{R^2 \sin^3 \theta}{(1 - \cos \phi \cos \theta)^2} \quad (2.44)$$

或由(2.37)和(2.45)式, 得

$$K_1 = \frac{\beta R^2 e^{\theta(1-\phi/\pi)}}{e^\beta - 1} \quad (2.45)$$

由(2.44)和(2.45)式可知, 当 R_1 , θ 一定时, K_1 是方位角 ϕ 的函数。

将方程(2.43)代入(2.39), 并根据文献[37,38], f 与工作条件无关, 取 $f=12$, u 可近似用 v_0 代替, 于是可以写出

$$d_i = 0.9614 \left[\frac{K_1^2 \sigma^2}{\rho_g \rho_l v_0^4} \right]^{1/6} \left[1 + 2.6\mu \sqrt{\frac{K_1 \rho_g^4 v_0^7}{72 \rho_l \sigma^5}} \right] \quad (2.46)$$

若假设波幅值与液丝直径相等时, 每波长的液丝产生一个液滴, 则液滴直径为

$$d_d = \left(\frac{3\pi}{\sqrt{2}} \right)^{1/3} d_i \left[1 + \frac{3\mu}{(\rho_l \sigma d_i)^{1/2}} \right]^{1/6} \quad (2.47)$$

文献[39]利用(2.44), (2.46), (2.47)式对酒精、乙二醇、水银、发动机油等进行了计算, 得出了二股直流自击式喷嘴的雾化液滴直径随撞击角和方位角的变化关系, 如图 2.21, 2.22 所示。

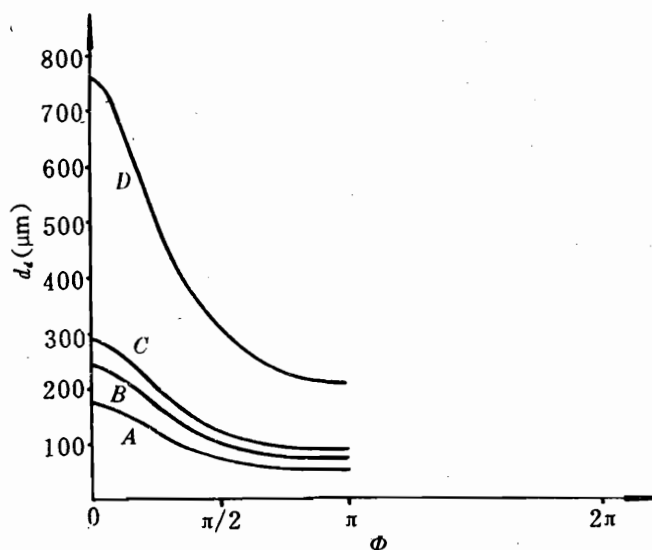


图 2.21 液滴直径沿方位角的分布

($\theta = 45^\circ$, $v_0 = 3000 \text{ cm/s}$, $R = 0.05 \text{ cm}$) A—酒精; B—乙二醇;
C—水银; D—发动机油, 介质— 25°C 的静止空气。

文献[40]还在文献[39]的基础上进一步推导了二股直流自击式喷嘴喷雾尺寸的分布函数 $f(\phi)$, 但该式推导有误, 文献[3]给出, 对于椭圆形液膜雾化形成的液滴尺寸分布为

$$f(\phi) = \frac{d\dot{n}}{d\phi} = \frac{6v_0 R^2 \sin^3 \theta}{\pi d_d^3 (1 - \cos \theta \cos \phi)} \quad (2.48a)$$

对于心形波液膜雾化形成的液滴尺寸分布为

$$f(\phi) = \frac{d\dot{n}}{d\phi} = \frac{6v_0 R^2 \beta e^{\beta(1-\phi/\pi)}}{\pi d_d^3 (e^\beta - 1)} \quad (2.48b)$$

式中 $d\dot{n}$ 为在 ϕ 和 $\phi + d\phi$ 之间每秒所形成的液滴数。根据(2.47)和(2.48)式就可算出液膜不同位置(ϕ)上形成的液滴数目和直径, 从

而即可知道该种喷嘴的雾化分布特性。

文献[3]利用以上理论计算的结果表明,两种液膜形状的假设所得的 d_{32} 基本是一致的,且与实验数据一致,但椭圆形假设的计算结果略为偏大,并且指出,上述理论只适用于低 Weber 数的情况,即 $We < 2000$, 这里 $We = \rho_l V_0^2 R / \sigma$. 对于 $We > 2000$ 时,就考虑 Kelvin-Helmholtz 不稳定波的作用。

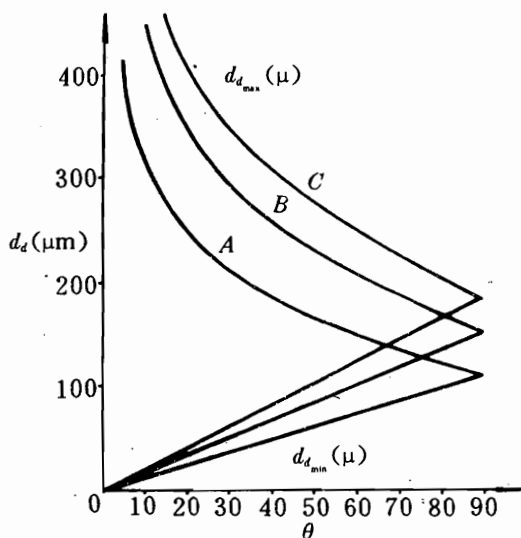


图 2.22 液滴直径随撞击角的变化
($v_0 = 3000 \text{ cm/s}$, $R = 0.05 \text{ cm}$)
A—酒精; B—乙二醇; C—水银;
介质— 25°C 的静止空气

2.6.2 直流——直流式气/液同轴喷嘴 的喷雾尺寸分布理论计算模型

直流——直流式气/液同轴喷嘴在美国应用得很多,而且由于航天飞机主发动机的燃烧室和预燃室也采用这种喷嘴,故对这种喷嘴的雾化性能的理论计算特别重视。在 70 年代,这种喷嘴的雾化特性还主要根据 Mayer 理论来计算^[16,41],但 Mayer 理论认为射流表面上的波为表面张力波^[4],而在液体火箭发动机燃烧室的工作条件下,在射流表面上实际形成的不稳定波的传播速度,要比表面张力波的传播速度快得多,而且只有当这些波的波长非常小以致限制了其增长时,表面张力波才起作用。因而 Mayer 理论实际上并不适用于液体火箭发动机的情况。最近很多研究证明,这种喷嘴的雾化主要是由于表面波不稳定性发展的结果^[42-44]。这些研究认为,当表面波的发展超过一定的临界值和波受到气动剪切力

的作用时,液滴就会从液体射流的表面剥离。假定液体射流表面波的扰动可以写成

$$\xi = \xi_0 e^{ikz + \alpha t} \quad (2.49)$$

式中 ξ_0 是初始扰动, k 是波数, α 是增长速率, 其值可由液体射流表面波的传播方程解出。文献[45]给出了这个方程的详细推导, 其表达式如下:

$$\begin{aligned} \alpha^2 + 2vk^2 \left[\frac{I_1(ka)}{I_0(ka)} - \frac{2kl}{k^2 + l^2} \frac{I_1(ka)}{I_0(ka)} \frac{I_1(la)}{I_1(la)} \right] \alpha \\ = \frac{\sigma k}{\rho_l a^2} (1 - k^2 a^2) \left[\frac{l^2 - k^2}{l^2 + k^2} \right] \left[\frac{I_1(ka)}{I_0(ka)} \right] \\ + \frac{\rho_g u_r^2 k^2}{\rho_l} \left[\frac{l^2 - k^2}{l^2 + k^2} \right] \frac{I_1(ka) K_0(ka)}{I_0(ka) K_1(ka)} \end{aligned} \quad (2.50)$$

式中 u_r 是气液相对速度, a 是射流半径, I_0 和 I_1 是零阶和一阶第一类贝塞尔函数, K_0 和 K_1 是零阶和一阶第二类贝塞尔函数, σ 是表面张力, ν 是运动粘性系数, $l^2 = k^2 + \alpha/\nu$, $k = 2\pi/\lambda$ 。对于液体火箭发动机的情况, 液体射流的 Re 数很高, 可以忽略液体的粘性。这时, 方程(2.50)可以化简为

$$\alpha^2 = \frac{\sigma k}{\rho_l r^2} (1 - k^2 a^2) \frac{I_1(ka)}{I_0(ka)} + \frac{\rho_g u_r^2 k^2}{\rho_l} \frac{I_1(ka) K_0(ka)}{I_0(ka) K_1(ka)} \quad (2.51)$$

在高速喷雾工况, 不稳定波的波长比射流直径要小得多。对于 $ka \gg 1$

$$I_0(ka) = I_1(ka); K_0(ka) = K_1(ka) \quad (2.52)$$

将(2.51)式相对于液体射流的直径 d 和速度无量纲化, 于是方程(2.51)可以写成

$$\bar{\alpha} = \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \left(\frac{u_r}{u_l} \right)^2 \bar{k}^2 - \frac{\bar{k}^3}{We} \quad (2.53)$$

$$\text{式中} \quad \bar{\alpha} = \frac{\alpha d}{u_l}; \quad \bar{k} = kd; \quad We = \frac{\rho_l u_l^2 d}{\sigma} \quad (2.54)$$

由(2.53)可知, 产生不稳定表面波的条件为 $\bar{\alpha} > 0$, 亦即必须满足

$$\bar{k} < We \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \left(\frac{u_r}{u_l} \right)^2 \quad (2.55)$$

将方程(2.53)对 k 求导, 就可求得最不稳定的波的波数

$$\bar{k}_m = \frac{2}{3} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \left(\frac{u_r}{u_l} \right)^2 We \quad (2.56)$$

和

$$\bar{\alpha}_m = \frac{2}{3 \sqrt{3}} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)^{3/2} \left(\frac{u_r}{u_l} \right)^3 We \quad (2.57)$$

现在我们就可根据最不稳定的波的增长速率和波数来估算射流破碎速率和平均液滴直径。这里我们假定液滴从液体射流表面剥离的临界条件为

$$\xi_0 e^{\alpha_m t} \geq \lambda_m \quad (2.58)$$

亦即当表面波的振幅从某一初始扰动的 ξ_0 值增长到等于其相应的波长值时的情况。这时在射流表面上就会形成一个脉动圆环,

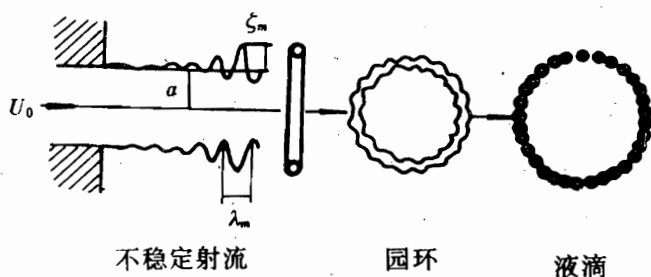


图 2.23 射流的表面波雾化机理示意图

其截面直径等于 $\lambda_m/2$, 随即这个脉动圆环就破碎成许多小的液滴, 如图 2.23 所示。

最不稳定的波从初始扰动发展到其振幅等于波长所需的时间即为

$$t_m = \frac{\ln(\lambda_m/\xi_0)}{\alpha_m} \quad (2.59)$$

而在此期间被剥离出来的液滴质量则为

$$m_B = \frac{\rho_l d (\pi \lambda_m)^2}{16} \quad (2.60)$$

因而在单位时间、单位射流表面上被剥离出来的液滴质量, 也即射流的破碎速率就为

$$\dot{m}_B = \frac{\pi}{16} \rho_l \alpha_m \lambda_m^2 \ln(\xi_0 / \lambda_m) \quad (2.61)$$

将(2.56), (2.57)式代入上式, 即得

$$\dot{m}_B = c_1 u_r (\rho_l \rho_g)^{1/2} \quad (2.62)$$

而平均液滴尺寸则为最不稳定的波的波长量级, 因而可以写出

$$d_d = c_2 \lambda_m \quad (2.63)$$

c_1 和 c_2 为实验常数, 可根据试验确定。

由于射流的雾化是一个不断进行的过程, 随着液滴不断被剥离出来, 射流的直径也不断减小。按照方程(2.50), 最大增长速率也不断转移到更长的波长, 因而随着射流的推进, 被剥离出来的液滴尺寸也不断增加, 一直到增加的液滴直径与减小的射流直径相等时, 射流的破碎就全部结束。

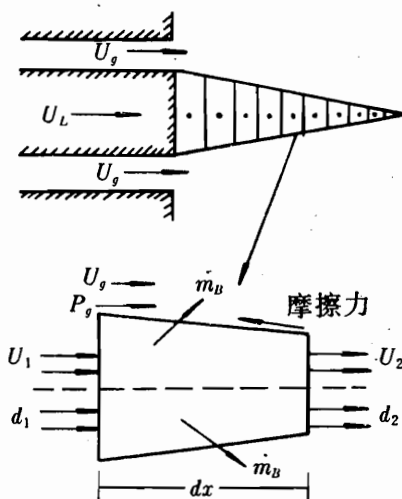


图 2.24 液体射流中的控制体

具体计算射流的破碎过程

时, 可在射流中取出一个控制体, 如图 2.24 所示

令 u_1 , d_1 和 u_2 , d_2 表示射流控制体上游和下游的速度和直径, ρ_g 和 u_g 表示周围气体的密度和速度。于是就可对控制体写出以下质量守恒和动量守恒方程

$$\rho_l (A_2 u_2 - A_1 u_1) = \dot{m}_B A_s \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned} \rho_l (A_2 u_2^2 - A_1 u_1^2) &= \pm f \rho_g A_s (\bar{u} - u_g)^2 \\ &- \dot{m}_B A_s \bar{u} \end{aligned} \quad (2.65)$$

式中 A_1 和 A_2 为控制体上游和下游的横截面积, A_s 是控制体的表面, $\dot{m}_B$ 是单位表面积上的射流破碎速率, 可根据(2.62)式计算, $\bar{u}$ 是 u_1 和 u_2 的平均。 f 为气液摩擦系数, 可按照下式计算

$$f = \frac{0.024}{Re^{0.2}}$$

式中 Re 为射流的当地 Reynolds 数。应用牛顿叠代法就可解出方程 (2.64) 和 (2.65)，然后再解下一个控制体网格的相应方程，一直到射流完全破碎为止。这种方法就是文献[46]中提出的 JE (Jet Embedding) 方法，它较之文献[47]中提出的 VOF (Volume of Fluid) 方法要简单、经济得多，并且已经应用于液体火箭发动机喷雾燃烧模型的计算^[48]。

2.6.3 直流——离心式气/液同轴喷嘴雾化特性的理论计算模型

直流——离心式气/液同轴喷嘴在我国应用得较多，其中心布置液体离心式喷嘴，四周为环形气体喷嘴。这种喷嘴的雾化理论模型首先由周猛、庄逢辰提出^[49]，并由刘卫东、吴晋湘、庄逢辰对其作了进一步完善^[50,51]。这种喷嘴的雾化理论主要包括离心式喷嘴内流特性的理论计算、离心式喷嘴出口处液膜的破碎和初始平均直径的形成；以及液滴在环形气流中的进一步雾化。这里我们只对这个雾化理论的有关计算公式作一简单介绍，详细的推导过程请参阅有关文献^[52-55]。

离心式喷嘴的结构示意图如图 2.25 所示

液体从 N 个半径为 r_1 的圆孔切向进入旋流室，旋流室的半径为 R ，切向进

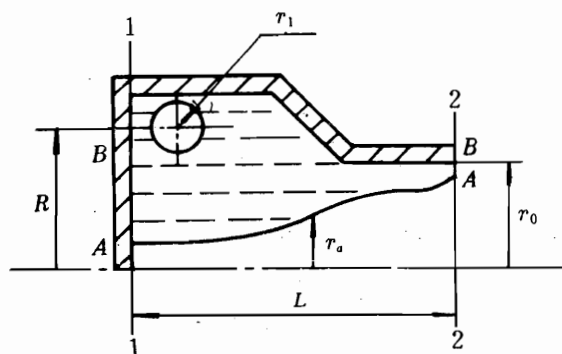


图 2.25 离心式喷嘴的几何结构和流动结构示意图

口圆孔轴线距喷嘴轴线的距离为 R ，喷嘴出口半径为 r_0 ， τ_a 是液体在喷嘴内作高速旋转时形成的气涡半径。

定义 e_1 和 e_2 分别为 1—1 截面和 2—2 截面处的有效截面系

数, 即

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{r_{a1}^2}{r_0^2} \quad (2.66)$$

$$\varepsilon_2 = 1 - \frac{r_{a2}^2}{r_0^2} \quad (2.67)$$

喷嘴的几何特性系数为

$$A = \frac{Rr_0}{Nr_1^2} \quad (2.68)$$

则离心式喷嘴出口初始液膜厚度 t 、出口轴向速度 v_t 及角度 θ_0 可由下列方程求出

$$\dot{m}_t = c_m \pi r_0^2 \sqrt{2\Delta P \rho_l} = \pi r_0^2 \rho_l \varepsilon_2 u_2 \quad (2.69)$$

$$\frac{1}{\varepsilon_2} = A^2 \left[\frac{\varepsilon_1}{2(1 - \varepsilon_1)} + \ln \sqrt{1 - \varepsilon_1} \right] \quad (2.70)$$

$$c_m = \left[\frac{1}{\varepsilon_2} + \frac{A^2}{n\varepsilon_2} (a_0 + e_0 + e_1 - a_1) \right]^{-0.5} \quad (2.71)$$

$$\varepsilon_1 = 1 - c_m^2 A^2 \quad (2.72)$$

$$\operatorname{tg} \theta_0 = A \sqrt{-2\varepsilon_2 \ln \sqrt{1 - \varepsilon_2}} \quad (2.73)$$

式中, c_m 为喷嘴流量系数; n 为一加权平均常数, 如取算术平均值时, $n=2$. a_0, a_1, e_0, e_1 分别由下式给出

$$a_0 = \varepsilon_1 (c_2 - c_1) / (1 - \varepsilon) \quad (2.74)$$

$$a_1 = 2n \ln \sqrt{1 - \varepsilon_2} \quad (2.75)$$

$$e_0 = \frac{2P_a r_0^2}{\rho \Omega} [2(c_2 - c_1) + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)] \quad (2.76)$$

$$e_1 = \frac{2n}{c_1 + c_2} [n(c_2 - c_1) + (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)] \quad (2.77)$$

$$c_1 = \sqrt{1 - \varepsilon_1} \quad (2.78)$$

$$c_2 = \sqrt{1 - \varepsilon_2} \quad (2.79)$$

$$\Omega = \omega_i R = \omega r = \text{const} \quad (2.80)$$

式中 P_a 为环境气体压力。如果已知喷嘴的结构尺寸、液体和环境气体的压力和温度,根据 (2.69—2.73) 式就可迭代算出给定条件下喷嘴出口处的液膜厚度、液膜速度和液膜初始扩张角。考虑到实际液体在离心式喷嘴内流动时的粘性损失,这里采用文献[56]中的当量几何特性 A_0 来代替离心式喷嘴几何特性 A 进行计算。

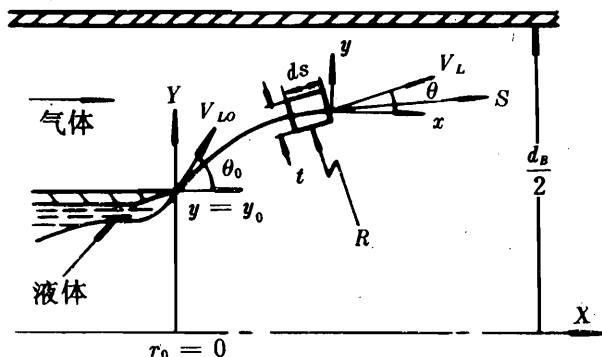


图 2.26 离心式喷嘴出口液膜在环形气流中破碎的物理模型

$$A_0 = \frac{A}{1 + \frac{f}{2} \left(\frac{B^2}{N} - A \right)} \quad (2.81)$$

式中 $B = R_s/r_1$, f 为摩擦系数。

$$\ln(f) = \frac{25.8}{(\ln(Re))^{2.58}} - 2$$

Re 按液体的进口条件确定。

在中心离心喷嘴的出口,液膜是锥形喷出,其后由于受到周围环形高速气流的冲击,在子午面上液膜的运动轨迹为一抛物线(见图 2.26),即

$$y = \frac{2}{c_0} (\sqrt{c_0 x + \text{ctg}^2 \theta_0} - \text{ctg} \theta_0) + y_0 \quad (2.82)$$

$$c_0 = \frac{c_D \rho_g v_g^2}{\rho_l v_{l0}^2 t_0 \sin \theta_0} \quad (2.83)$$

式中 C_D 为气动阻力系数; ρ_g , ρ_l 分别为气体和液体的密度; v_g , v_{l0} 分别为气体和液体的初始速度; t_0 为液膜的初始厚度, θ_0 为液膜的初始半张角。

显然,液膜的厚度 t 和速度 v_l 在其运动过程中都不是常数,若

液体的质量流量为 $\dot{m}_l$ ，它们可以从下列方程求得

$$\sin\theta = \frac{v_{l0}^2 t_0}{v_l^2 t} \sin\theta_0 \quad (2.84)$$

$$t = c_4 \sin\theta / y^2 \quad (2.85)$$

$$v_l = c_3 y / \sin\theta \quad (2.86)$$

式中
$$c_3 = \frac{2\pi\rho_l v_{l0}^2 t_0 \sin\theta_0}{\dot{m}_l} \quad (2.87)$$

$$c_4 = \frac{\dot{m}_l}{2\pi\rho_l c_3} \quad (2.88)$$

液膜的破碎准则可用最小液膜厚度 $t_{\min}$ 来表示，即当 $t < t_{\min}$ 时液膜就开始破碎，可以推导出 $t_{\min}$ 的表达式为

$$t_{\min} = \frac{\pi\lambda_{\text{opt}}^2 (2y + \lambda_{\text{opt}}) \rho_l k_3 v_l^2}{32\sigma y} \quad (2.89)$$

式中 λ_{opt} 为导致液膜破碎的扰动波的波长

$$\lambda_{\text{opt}} = \frac{k_1 \sigma v_r^{k_2}}{\rho_g u_r}$$

其中 k_1, k_2, k_3 均为常数，在该雾化理论中取 $k_1=1, k_2=0.21, k_3=0.9, v_r=v_g/v_l, u_r$ 为气液相对速度， σ 是液体表面张力系数，运动液膜破碎后的平均直径由下式计算

$$d_l = k_4 \sqrt{t_{\min} \lambda_{\text{opt}}} \quad (2.90)$$

其中 k_4 为常数，如采用 SMD 直径，则 $k_4=2.13$

由于液滴形成后，气流与液滴之间仍有较大的相对速度。因此对于一定直径的液滴，只要气液相对速度足够大，就会产生气动剥离，从而导致液滴破碎成直径更细小的液滴。液滴在高速气流中发生气动剥离的判别条件为(见本书 10.2.5 节)

$$\frac{We}{Re} \geq \frac{8}{9} \frac{C_1}{G^*(0)} \quad (2.91)$$

其中 C_1 为近似等于 1 的常数， $G^*(0)$ 为无量纲附面层方程的二阶导数在 $\eta=0$ 时的值。如果用气液相对速度来判别是否发生气动剥

离, 可以得到发生气动剥离的最小气液相对速度的表达式为

$$u_{\min} = \left(\frac{256C_1^2\sigma^2}{81G''(0)\rho_g\mu_g d} \right)^{1/3} \quad (2.92)$$

设直径为 d 的液滴在高速气流中因气动剥离而损失的部分质量为 m , 液滴与气流的相对速度为 u_r , 液滴在气流中的阻力系数为 C_D , 则可推得如下液滴方程

$$\frac{dd}{dt} = -2C_2 \sqrt{v_i u_r / d} \quad (2.93)$$

$$\frac{du_r}{dt} = -\frac{3C_D\rho_g u_r^2}{4\rho_l d} \quad (2.94)$$

其中 C_2 为常数。积分(2.93)式的过程即是对液滴的气动剥离过程, 通过求解(2.93—2.94)式可以得到液滴直径 d 和气液相对速度随时间的变化, 直至判别式(2.91)不满足为止。从而就可求出直流——离心式气/液同轴喷嘴出口处的雾化液滴的平均直径。文献[51]利用上述雾化理论模型对 A , B , C 三种形式的直流——离心式气/液同轴喷嘴的雾化液滴平均直径进行了计算, 并与利用激

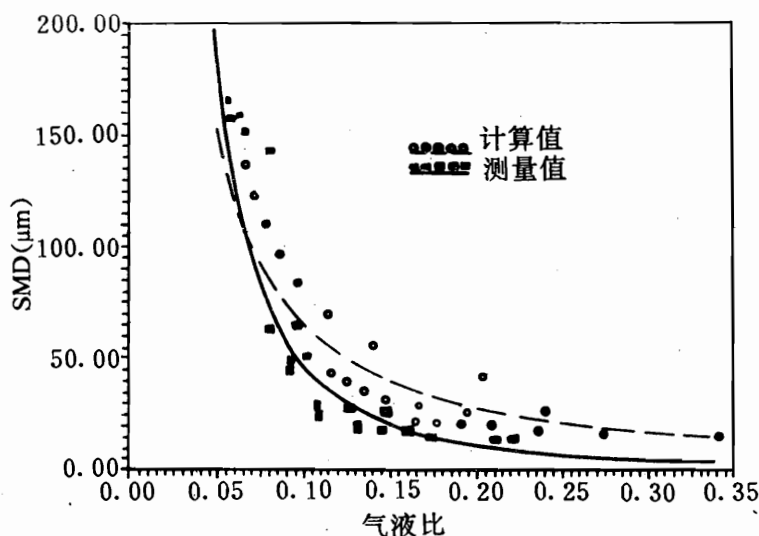


图 2.27 A 型直流——离心式同轴喷嘴 SMD 的计算值与测量值的比较

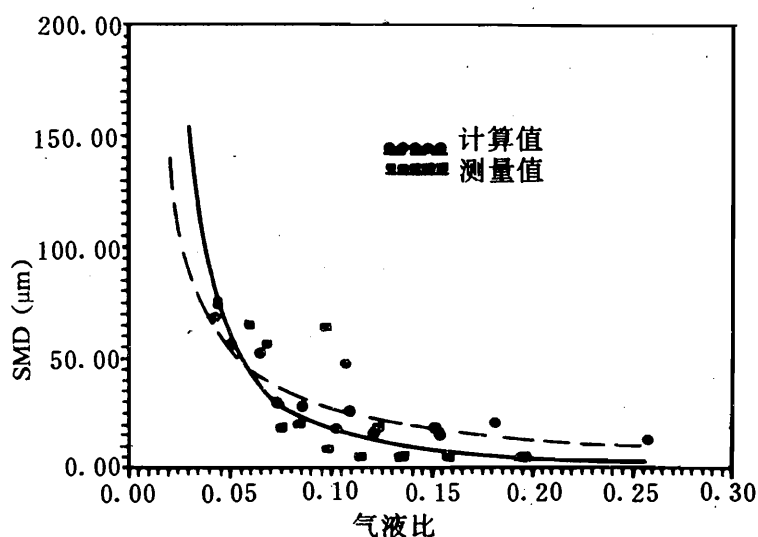


图 2.28 B 型直流——离心式同轴喷嘴 SMD 的计算与测量值的比较

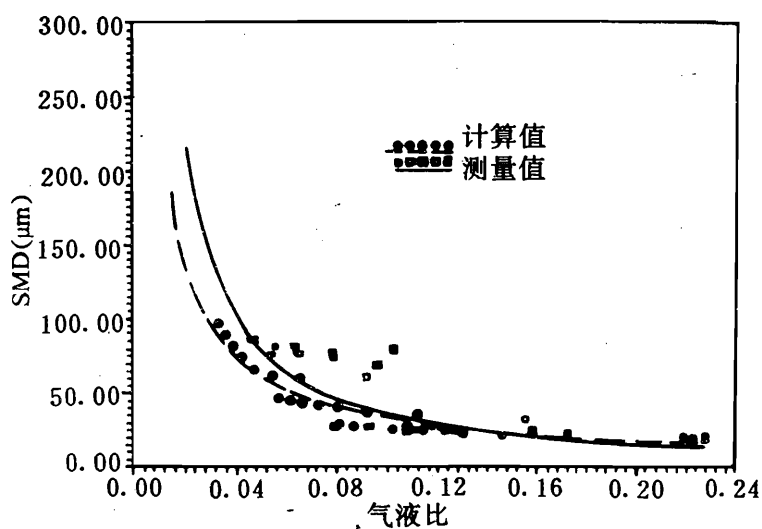


图 2.29 C 型直流——离心式同轴喷嘴 SMD 的计算值与测量值的比较

光散射法试验测量的值进行了比较，从图 2.27—2.29 可以看到，理论计算值与测量值还是比较一致的。

利用文献[49]的雾化理论就可求出直流——离心式同轴喷嘴的液滴平均直径、喷射速度和喷射角度。但我们还不能简单地就把它作为燃烧室两相流场数值模拟的进口条件。目前在进行两相流

场的液相颗粒计算时,已较广泛地采用轨道模型(见本书第九章 9.7 节)。根据液滴平均直径,通过选择相应的液滴尺寸分布函数,可以对液滴尺寸进行分组,如果简单地以液膜喷射速度和角度作为液滴的进口速度和角度,则以后的粒子轨道就只与液滴的尺寸有关。显然,对于直流——离心式同轴喷嘴,由于在离心喷嘴出口处的液膜与高速气流强烈的相互作用所产生的液雾,以及湍流脉动对液雾颗粒运动的影响,每一个液滴的运动速度和角度都将是不一样的。因而必须要考虑液滴初始参数的随机性。文献[57]曾提出应用数理统计和随机搭配方法来描述液滴的初始条件,但这需要大量精细的试验数据。文献[58]提出了一个作为液相进口初始条件的随机喷雾模型。该模型认为,在中心离心喷嘴的出口附近,由于气相之间强烈的相互作用及气相湍流涡团对液雾的影响,由液膜面破碎形成的液雾在喷嘴出口处的初始速度和锥角会在一定范围内呈随机散布,因此可以用随机函数对其进行描述。

在随机喷雾模型中,仍然把液滴按尺寸分组,每组中的液滴尺寸相同。液滴组数和尺寸由液滴平均尺寸和分布函数确定。每组取 KI 个计算粒子来代表该组中的所有实际粒子,则该组中每个计算粒子的质量为

$$m_{di} = \frac{\pi}{6} \rho_l d_i^3 \quad (2.95)$$

其中 m_{di} 是直径为 d_i 的单个液滴的质量, ρ_l 为液滴密度,而每个计算粒子所代表的计算质量流量为

$$m_{odi} = \frac{\dot{m}_L q_i}{KI} \quad (2.96)$$

其中 m_{odi} ——第 I 组液滴单个粒子所代表的喷雾质量流量;

$\dot{m}_L$ ——整个喷雾的质量流量;

q_i ——由液滴分布函数确定的第 I 组粒子的质量占整个喷雾质量的比例;

KI ——第 I 组液滴所取的计算粒子数。

在随机喷雾模型中, 从喷嘴射出的单个液滴的速度和角度都是被认为独立随机的, 其分布分别符合如下正态分布函数

$$f(u_i) = \frac{1}{\sigma_u \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(u_i - u_0)^2}{2\sigma_u^2}\right] \quad (2.97)$$

$$f(\theta_i) = \frac{1}{\sigma_\theta \sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\theta_i - \theta_0)^2}{2\sigma_\theta^2}\right] \quad (2.98)$$

式中 u_i ——单个粒子速度的模, 即 $u_i = \sqrt{u_{iz}^2 + u_{ir}^2}$;

θ_i ——单个粒子运动方向与喷嘴轴线的夹角;

u_0 ——粒子速度的分布中心, 取值按雾化理论计算的液膜出口速度;

θ_0 ——粒子角度的分布中心, 取值按雾化理论计算的液膜出口半张角;

σ_u 和 σ_θ ——分别为粒子速度和角度的分布方差。

速度和角度的分布方差 σ_u 和 σ_θ 的确定必须使所有液滴的总动量分别在两个方向上守恒, 即在应用数值方法寻找 σ_u 和 σ_θ 的过程中, 认为只有满足下面两式的分布方差才合理。

$$\dot{m}_L u = \sum_{i=1}^{kk} \dot{m}_{odi} u_{iz} \quad (2.99)$$

$$\dot{m}_L v = \sum_{i=1}^{kk} \dot{m}_{odi} v_{ir} \quad (2.100)$$

其中 kk 为计算液滴总数, u, v 分别为喷嘴出口液膜的轴向和径向速度; u_{iz}, v_{ir} 分别为单个液滴随机产生的轴向和径向速度。

在应用随机函数产生随机的速度和角度时, 可能会出现个别的负速度或负角度以及大于 90° 的入射角, 一般认为这些随机的速度和角度与实际情况不符而舍弃。计算中, 可采用 1000—1500 个计算液滴来代表起初的喷雾液滴群。

文献[51]还利用了上述随机喷雾模型, 并通过耦合动量源项

而考虑气液两相间的相互作用，实现了对直流——离心式同轴喷嘴冷态两相流场的数值模拟，编制了相应的计算程序。该计算程序软件的特点是：只要已知喷嘴的结构尺寸、喷嘴气液两相的进口压力和反压，就可以计算出喷嘴出口的液相雾化特性参数，以及出口下游的气液两相流场，其中包括流强分布和混合比分布。图 2.30 表示了利用上述模型对 A 型直流——离心式同轴喷嘴的计算流场与混合比分布与试验结果的比较。从图可知，计算值与试验值总的来讲还是比较一致的。这说明，应用上述理论计算模型来预测直流——离心式同轴喷嘴的冷态喷雾流场是基本可行的。

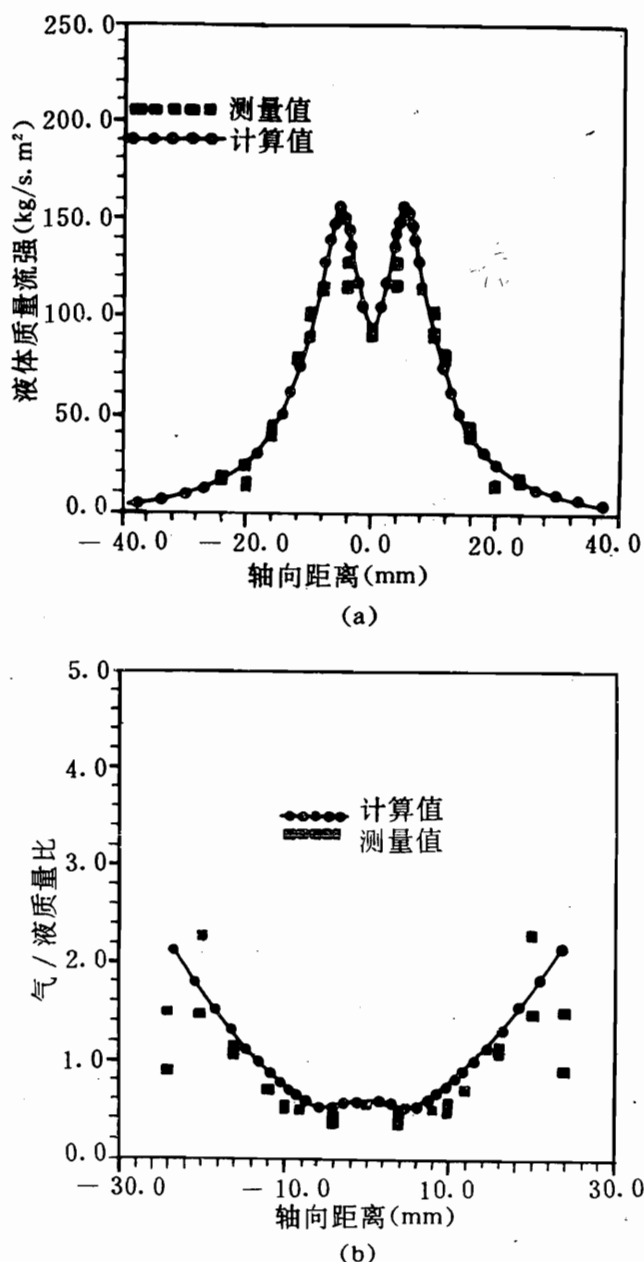


图 2.30 A 型喷嘴计算流强和混合比分布与试验结果的比较
($P_g=0.4\text{MPa}$, $P_L=0.2\text{MPa}$, $X=50\text{mm}$)

参考文献

- [1] G. S. Gill and W. H. Nurick. Liquid Rocket Engine Injectors. NASA sp—8089
- [2] 石少平, 陆政林, 庄逢辰. 层板式喷注器在空间飞行器发动机中的应用综述. 中国空间科学技术, 14 卷 1 期. 1994
- [3] 石少平. 射流撞击雾化及层板喷注单元喷雾特性和层板通道流动特性的研究. 博士论文, 国防科技大学(1995)
- [4] A. J. Przekwas and S. G. Chuech. Computational Modeling Development for Liquid Propellant Atomization. ADA 210027
- [5] N. Chigier. Drop Size and Velocity Instrumentation. Prog. Energy, Combust. Sci., 1983. Vol. 9
- [6] A. H. Lefebvre. Atomization and Spray. Hemisphere Publishing Corporation, 1989
- [7] A. Ferrenberg, V. Jaqua. Atomization and Mixing Study. NASA N84—15284
- [8] A. Ferrenberg and M. S. Varma. Atomization Data Requirements for Rocket Combustor Modeling
- [9] R. D. Ingebo. Drop — Size Distributions for Impinging — Jet Breakup in Airstreams Simulating the Velocity Conditions in Rocket Combustors. NACA TN4222
- [10] 庄逢辰, 陈新华, 张中光. FY—2 型发动机燃烧室计算模型. 国防科技大学学报 Vol. 11, No. 3
- [11] R. M. Knight, et al. Correlation of Spray Dropsize Distribution and Injector Variables. NASA CR—107411
- [12] L. J. Zajac. Correlation of Spray Dropsize Distribution and Injector Variables. NASA CR—125674
- [13] R. Dickerson et al. Correlation of Spray Injection Parameters with Rocket Engine Performance. AFRPL—TR—68—147, 1968
- [14] В. М. Кудрявцев. Основы теории и расчет жидкостных Ракетных двигателей. Изд «Высшая Школа» 1967

- [15] А. Г. Блох и Е. С. Кичкина. Теплоэнергетика, 9. 1955. 10. 1957
- [16] R. D. Sutton, et al. Operating Manual for Coaxial Injection Combustion Model. NASA CR—129031
- [17] P. Y. Liang and R. J. Jensen. modeling of Dense Sprays from Lox/H₂ Coaxial Injectors under Super critical conditions. Proc. of 22nd JANNAF combustion Meeting, 1985
- [18] A. Falk. Coaxial Spray Atomization in Accelerating Streams. NASA CR—134825
- [19] I. Bowen and G. Davies. Particle Size Distribution and Estimation of Sauter Mean Diameter. Shell Petroleum Co. (London) Report No. ICT 28. 1951
- [20] R. J. Priem and M. F. Heidmann. propellant Vaporization as a Design Criteria for Rocket Engine Combustion Chambers. NASA TR R—67
- [21] W. T. Webber. Calculation of Low—frequency Unsteady Behavior of liquid Rockets from Droplet Combustion Parameters. AIAA 70—620
- [22] S. Lambris, L. P. Combs and R. S. Levine. Stable Combustion Processes in LPRE. Combustion and propulsion Fifth AGARD Colloquium, 1963
- [23] Y. Tanasawa, T. Tesima. JSME, 1. 1. pp. 36—41. 1958
- [24] W. S. Hines, et al. Technical Report. Development of Injector Chamber Compatibility Analysis for Task II. AD853296
- [25] J. H. Rupe. The Liquid Phase Mixing of a Pair of Impinging Streams. JPL Progress Rept, No. 20—195. 1953
- [26] A. Y. Falk. Space Storable Propellant Performance Study. NASA CR—72487
- [27] J. H. Rupe. A Correlation Between the Dynamic Properties of a Pair of Impinging Streams and the Uniformity of Mixture—Ratio Distribution in the Resulting Spray. JPL Prog, Rep. 20—209, 1956
- [28] R. W. Reiebling. Criteria for Optimum propellant Mixing in Impinging—Jet Injection Elements. J. Spacecraft Rockets, Vol. 4, No. 6. 1967. pp. 817—819
- [29] M. C. Yost. Preburner of Staged Combustion Rocket Engine. NASA CR—135356

- [30] D. F. Calhoun, et al. Investigation of Gaseous Propellant Combustion and Associated injector Chamber Design Guidelines. NASA CR—121234
- [31] 吴晋湘, 刘卫东, 钟良生, 庄逢辰. 测量燃烧室两相流场混合比分布的一种试验方法. 中国航空学会第八届燃烧及传热传质学术讨论会, 1992
- [32] J. L. Dussourd and A. H. Shapiro. A Deceleration Probe for Measuring Stagnation Pressure and Velocity of a Particle—Laden Gas Stream. *Jet Propulsion*, No. 1. 1958
- [33] 吴晋湘. 不同反压下大流量气液同轴式喷嘴雾化特性及喷雾两相流场的试验和理论研究. 博士论文, 国防科技大学(1993)
- [34] D. Hasson and R. E. Peck. Thickness Distribution in a Sheet Formed by Impinging Jets. *AICHE J.*, Sept. 1964. pp. 752—754
- [35] G. Taylor. Oblique Impact of a Jet on a Plane Surface, *Philos. Trans. Royal Soc London Ser. A* 260, 96(1966)
- [36] 石少平, 庄逢辰. 低 Weber 数射流撞击雾化液膜厚度和形状的数值模拟. *热能转换理论与应用* pp. 166—168, 国防科技大学出版社, 1993
- [37] N. Dombrowski and W. R. Johns. The Aerodynamic Instability and Disintegration of Viscous Liquid Sheets. *Chemical Engineering Science*, Vol. 18. 1963. pp. 203—214
- [38] N. Dombrowski and P. Hooper. *Chemical Engineering Science*, Vol. 17. 1962. pp. 291
- [39] H. S. Couto and D. Bastos—Netto. Modeling Droplet Size Distribution from impinging Jets. *J. Propulsion*, Vol. 7, No. 4. 1991
- [40] H. S. Couto, et al. Modeling of the Initial Droplet Size Distribution Function in the Spray Formed by Impinging. *J. propulsion*, Vol. 8, No. 3. 1992
- [41] E. Mayer. Theory of Liquid Atomization in High Velocity Gas Streams. *ARS J.* Vol. 31. pp. 1783—1785. 1961
- [42] R. D. Reitz and F. V. Bracco. mechanism of Atomization of Liquid Jet. *Physics of Fluids* 25(10). pp. 1730—1742. 1982
- [43] A. Hinoyasu, M. Himizer and M. Arai. The Breakup of a High Speed Jet in a High Pressure Gaseous Atmosphere. *Proc. of the Second Int. Conf. Liquid At-*

- omization and Spray Systems, Madison, Wisconsin, 1982
- [44] R. D. Reitz. Modeling Atomization Processes in High Pressure Vaporizing Sprays. Atomization and Spray Technology, Vol. 3. 1987
 - [45] V. G. Levich. physicochemical Hydrodynamics, Prentice — Hall. New Jersey, 1962
 - [46] S. G. Chuech, et al. Numerical Modeling for Primary Atomization of Liquid Jets. J. Propulsion, Vol. 7, No. 6. 1991
 - [47] C. W. Hirt and B. D. Nichols. Volume of Fluid Method for the Dynamics of Free Boundaries. J. of Computational Fluids, Vol. 39, No. 2. 1981
 - [48] M. G. Giridharan, et al. A Numerical Model for Coupling Between Atomization and Spray Dynamics in Liquid Rocket Thrust Chambers. AIAA 92 — 3768
 - [49] 周猛. 气液同轴式喷注器雾化特性和激光散射测粒技术的研究. 博士学位论文, 国防科技大学(1991)
 - [50] 刘伟东, 吴晋湘, 庄逢辰. 同轴式喷注器喷雾模型及喷雾两相流数值计算. 航空学会第八届燃烧及传热传质学术讨论会(1992)
 - [51] 庄逢辰, 周猛, 刘卫东, 吴晋湘. 气氢液氧同轴式大流量喷注器雾化特性理论与试验研究. 航空航天部一院第十一研究所协作课题研究报告, 1992
 - [52] 周猛, 庄逢辰. 离心喷嘴雾化特性的理论计算. 推进技术1991年第4期
 - [53] 周猛, 庄逢辰. 喷注器出口附近液膜运动及破碎过程的理论分析. 推进技术1993年第2期
 - [54] 周猛, 庄逢辰. 气动剥离液滴的附面层分析方法. 高等学校工程热物理第三届全国学术会议论文集(1990)
 - [55] 陈清等译. 火箭发动机原理. 国防工业出版社, 1965
 - [56] G. J. Sturgess, et al. Calculation of a Hollow — Cone Liquid Spray in a Uniform Air Stream. AIAA 84 — 1322
 - [57] Wu, J. X. Liu, W. D. , Zhuang, F. C. . Studies on Large Flux Coaxial Injector Spray Model and Atomization. AIAA 93 — 2160

第三章 液氧、烃组元液滴的常压 准定常蒸发/燃烧理论

3.1 基本假设

液体火箭发动机燃烧室的性能和尺寸是推进剂组元液滴的蒸发和燃烧速率的强函数。由于喷雾中邻近液滴的相互作用至今了解得很不清楚,在许多喷雾燃烧模型中,都还假定喷雾蒸发、燃烧速率即等于单个液滴的蒸发/燃烧速率的代数和。所以本章将研究单个液滴的蒸发/燃烧,先研究在常压的情况。

最基本的单液滴常压蒸发/燃烧模型,是在本世纪 50 年代由 Варшавский^[1], Godsave^[2], Spalding^[3], Goldsmith 和 Penner^[4]等人建立的。一般讲,所建的液滴蒸发、燃烧模型,既要有真实性,又必须足够简单,以便于实际应用。所以在所有模型中都引入了若干假设。一般常用的假设有以下几点^[5, 6, 7]:

1. 假定液滴为球形,过程为球对称进行。在流场中,运动液滴是有变形的,但考虑液滴阻力和对流的关系式已经隐含了这种影响,故通常仍把变形液滴当作相应的当量球形液滴来处理;

2. 假定为稀薄喷雾,忽略喷雾中液滴的碰撞和相邻液滴对液滴输运率的影响,亦即在考虑液滴的阻力和对流关系式时,把液滴作为具有无穷大间距的孤立液滴来考虑。一般来说,如果液滴中心的间距大于两倍滴径,这时的空隙率就可大于 90%,故可作这样近似的假设;

3. 液滴周围的气相流动以及液滴均认为是准定常的,亦即认

为在每一瞬间,气相流动与液滴的尺寸和边界条件立即完全适应。气相流场发展的特征时间为 $d_l/|u_l - \bar{u}|$ 或 d_l^2/α_l (或 D) 之中的较小值。第一个值的特征时间大约为 $0.1 - 10\mu\text{s}$ (对于滴径为 $10 - 100\mu\text{m}$, 相对速度为 $10 - 100\text{m/s}$), 而液滴的生存期大约为 $1 - 10\text{ms}$ 量级, 大约为气相特征时间的 $2 - 3$ 倍; 在常压下, 气相的传热传质速率大约为 $10^{-1} - 1\text{cm}^2/\text{s}$ 量级, 液相的传热传质速率大约为 $10^{-3}\text{cm}^2/\text{s}$, 液滴表面的减少速率大约为 $10^{-1} - 10^{-3}\text{cm}^2/\text{s}$, 故气相流动和传热传质可以认为是准定常过程, 并可忽略在常压下由于蒸发所造成的液滴表面径向移动速度;

4. 对流的影响可用经验关系式表示, 这主要是为了简化计算和便于实际应用;

5. 认为液滴表面处在热力学平衡状态, 并忽略表面张力对相平衡的影响。这对于常压以及大于常压环境和液径大于 $1\mu\text{m}$ 时是正确的;

6. 假定流场中压力恒定, 等于当地平均环境压力;

7. 只考虑浓度扩散, 忽略 Soret 效应和 Dufour 效应。一般忽略这两个效应所引起的误差不会超过 10% ;

8. 忽略液滴和环境之间的热辐射。这是由于气体辐射能带与大多数液体的吸收能带不符合, 热辐射与热传导和对流换热相比可忽略不计;

9. 忽略液相反应, 气相化学反应速率或者认为是零 (蒸发状态), 或者认为是无穷大 (燃烧状态), 即不考虑有限化学反应速率的情况;

10. 气相 Le 数常常假定等于 1 。这在常压下是允许的, 但在高压下, 特别在近临界压力下, 以及对于高分子液滴, 将会引起很大误差;

11. 气体流场中的物性如 k, c , 等在每一瞬时都取为常数, 等于某一平均值, 按某一参考温度和参考浓度计算, 例如

$$\phi_{\text{avg}} = \alpha\phi_1 + (1 - \alpha)\phi_2$$

式中 ϕ 表示组元的质量分数或温度, 经验系数 α 的选择应使模型预估与测量数据很好符合, 根据 Hubbard 等人的研究, 认为估算平均特性的参考温度和参考浓度最好采用 Sparrow 的 1/3 规则^[8], 即

$$T_{\text{ref}} = T_s + (T_\infty - T_s)/3$$

$$Y_{\text{ref}} = Y_{f,s} + (Y_{f,\infty} - Y_{f,s})/3$$

但文献[7]认为, 对于燃料滴在空气中的蒸发或燃烧, c_p 应按燃料蒸气计算, 而与比热相反, 所有组元都对导热系数有贡献, 故 K 可以取燃料蒸汽和空气的某一平均值, 即

$$K = 0.4K_f + 0.6K_a$$

而参考温度则采用膜层的算术平均温度。文献[9]用这一平均方法对很多液滴燃烧的实验值和计算值进行了比较, 得到了很好的一致值;

12. 液滴内部的输运过程一般考虑以下两种极限情况: 一种是表面模型, 这时 $\alpha_L \rightarrow 0$, 另一种是均匀温度模型, 这时 $\alpha_L \rightarrow \infty$. 第一种情况相当于液滴内部温度仍等于初始温度, 只有表面无穷薄的一层液体的温度达到热力学平衡温度, 将液体不断供给到多孔模型球的模拟液滴的蒸发/燃烧就是这种情况; 第二种情况相当于小液滴, 强对流, 液滴内部有较好环流情况下的蒸发/燃烧;

13. 液滴只由一种组分组成, 周围气体也不溶于液滴。

3.2 静止介质中液滴无燃烧时的准定常蒸发理论^[10]

3.2.1 模型

研究一个当初始温度为 T_0 的液滴置于温度为 T_∞ 的静止介质中无燃烧时的蒸发情况。根据以上假设, 可以画出如图 3.1 所示的计算模型。

3.2.2 方程

连续性方程：在任意半径 r 处的混合气体密度假定为 ρ_g ，速度为 v ，则可写出通过 r 球面的流量为 $4\pi r^2 \rho_g v$ ，这个流量即为 Stefan 流，等于液滴蒸发速度 $\dot{m}$ ，同时根据质量守恒方程，可写出

$$\begin{aligned}\dot{m} &= 4\pi r^2 \rho_g v = 4\pi r_s^2 \rho_{g,s} v_s \\ &= 4\pi r_s^2 \dot{m}_s'' = 4\pi r^2 \dot{m}'' \\ &= \text{const} \quad (3.1)\end{aligned}$$

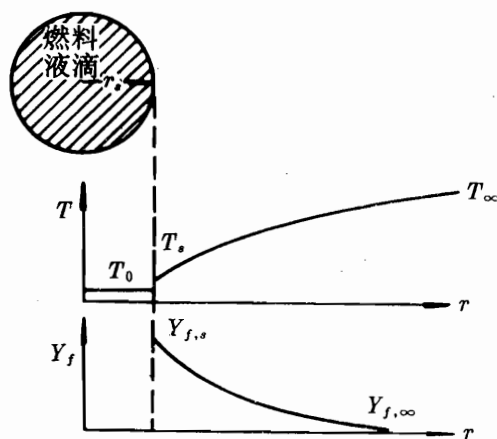


图 3.1 静止介质中液滴无燃烧时的准定常蒸发模型

能量守恒方程：蒸发所需的热量一部分是通过分子导热，另一部分是通过 Stefan 流（对流）传递的，在准定常情况下，通过任一 r 球面总的热流应是恒定的，因而有

$$4\pi K_g \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dT}{dr} \right) - [4\pi r^2 \dot{m}''] C_{p,g} \frac{dT}{dr} = 0 \quad (3.2)$$

组分守恒方程：在任何一个球面上流过的液滴蒸汽量由两部分组成，一部分是通过分子扩散流带出，另一部分是通过 Stefan 流（对流）带出。在准定常情况下，通过任一球面的液滴蒸汽量也是恒定的，因而有

$$4\pi \rho_g D_g \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dY_f}{dr} \right) - [4\pi r^2 \dot{m}''] \frac{dY_f}{dr} = 0 \quad (3.3)$$

引入两个无量纲量：无量纲温度 b_T 和无量纲浓度 b_D

$$b_T = \frac{C_{p,g}(T - T_\infty)}{L + C_{p,l}(T_s - T_0)} \quad (3.4)$$

$$b_D = \frac{Y_f - Y_{f,\infty}}{Y_{f,s} - 1} \quad (3.5)$$

将(3.4—3.5)式代入(3.2—3.3)式，得

$$\rho_g a_g \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{db_T}{dr} \right) - [r_s^2 \dot{m}_s^*] \frac{db_T}{dr} = 0 \quad (3.6)$$

$$\rho_g D_g \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{db_D}{dr} \right) - [r_s^2 \dot{m}_s^*] \frac{db_D}{dr} = 0 \quad (3.7)$$

液滴表面的边界条件为

$$r = r_s, \quad b_T = b_{T,s} = \frac{C_{p,g}(T_s - T_\infty)}{L + C_{p,l}(T_s - T_0)} \quad (3.8)$$

$$b_D = b_{D,s} = \frac{Y_{f,s} - Y_{f,\infty}}{Y_{f,s} - 1} \quad (3.9)$$

$$r \rightarrow r_\infty, \quad b_T = b_{T,\infty} = 0$$

$$b_D = b_{D,\infty} = 0$$

再根据液滴表面的能量平衡条件：通过分子热传导传入液滴表面的热量，应等于蒸发所需的热量，并根据基本假设(12)中的表面模型，有

$$\dot{m}_s^* [L + c_{p,l}(T_s - T_0)] = K_g \left. \frac{dT}{dr} \right|_s$$

亦即
$$\dot{m}_s^* = \rho_g a_g \left. \frac{db_T}{dr} \right|_s \quad (3.10)$$

根据液滴表面上的一阶组分守恒方程，可写出

$$\dot{m}_s^* = \dot{m}_s^* Y_{f,s} - \rho_g D_g \left. \frac{dY_f}{dr} \right|_s$$

亦即
$$\dot{m}_s^* = \rho_g D_g \left. \frac{db_D}{dr} \right|_s \quad (3.11)$$

可以发现，在液滴的传热和传质过程之间，守恒方程和它们的边界条件，均显示出明显的相似。因此，能量方程和组分方程中任一方程的解都可方便地给出另一方程的解。实际上，如果按照基本假设(10)，当 $Le=1$ 时，能量守恒方程和组合守恒方程是完全一致的。

由方程(3.6)，(3.7)形式的微分方程控制的变量 b 在传质文献中称为守恒变量，而方程中的本征值与 b 之间的关系则用方程

(3.10)或(3.11)表示。一个简单的二阶微分方程只需两个边界条件。但该方程现有三个边界条件。初看起来,似乎超出规定,但实际上还不够。因为除了本征值 $\dot{m}_s^*$ 之外,还有 T_s 亦是未知数,故还需列出第四个条件。这第四个条件可根据基本假设(5)给出,这下面对所求解进行分析时再讨论。

3.2.3 求解

将方程(3.6),(3.7)用一个方程表示,略去下标 T, D 。进行一次积分,积分限为 $r=r_s, b=b_s; r=r, b=b$, 方程(3.6),(3.7)变成

$$\rho_g a_g r^2 \frac{db}{dr} - [\dot{m}_s^* r_s^2](b - b_s + 1) = 0 \quad (3.12)$$

分离变量后进行二次积分,积分限为 $r=r_s, b=b_s; r \rightarrow \infty, b=b_\infty$, 得

$$\dot{m}_s^* = \frac{\rho_g a_g}{r_s} \ln(b_\infty - b_s + 1) \quad (3.13)$$

$\dot{m}_s^*$ 就是液滴单位表面积上的蒸发速度值。

3.2.4 分析讨论

1. 从(3.13)式可知,液滴单位表面积上的蒸发速度与液滴半径成反比,这就是为什么液体燃料的燃烧要先进行雾化。

2. 用 B 表示自由流和液滴表面之间的 b 值差,于是可得

$$B_T = \frac{C_{p,g}(T_\infty - T_s)}{L + C_{p,l}(T_s - T_0)} \quad \text{称为传热数或传热驱动力}$$

$$B_D = \frac{Y_{f,\infty} - Y_{f,s}}{Y_{f,s} - 1} \quad \text{称为传质数或传质驱动力}$$

传质(传热)驱动力愈大,液滴的蒸发速度愈大,将(3.13)式改写成

$$\dot{m}_s^* = \frac{\rho_g a_g}{r_s} \ln(1 + B) = \frac{K_g}{r_s} \left[\frac{T_\infty - T_s}{L + C_{p,l}(T_s - T_0)} \right] \left[\frac{\ln(1 + B)}{B} \right] \quad (3.14)$$

由传热学可知,对于不蒸发的固球传热,在静止介质中 $Nu^0 =$

2, 于是有

$$h^0 = K_g/r_s \quad (3.15)$$

将(3.15)式代入(3.14)式, 得

$$\dot{m}_s'' = \frac{h^0(T_\infty - T_s)}{L + C_{p,l}(T_s - T_0)} \left[\frac{\ln(1+B)}{B} \right] \quad (3.16)$$

式中 $h^0(T_\infty - T_s)$ 为没有传质(蒸发)时, 周围静止气体传给液滴的热量, 再除以 $L + C_{p,l}(T_s - T_0)$, 即为能够蒸发的液滴量, 亦即蒸发速度。 $\ln(1+B)/B$ 是由于蒸发出来的蒸汽向外流动, 而使传向液滴表面的热量减少的系数。由此可见, 蒸发使传热系数降低。当 $B \rightarrow \infty$ 时, $\ln(1+B)/B \rightarrow 0$ 。这说明 B 愈大, 传热的减弱愈厉害, 而当 $B \rightarrow 0$ 时, $\ln(1+B)/B = 1$, 亦即相当于没有蒸发时的情况。

3. 将(3.16)式写成

$$\dot{m}_s'' = \frac{h^0}{C_{p,g}} \ln(1+B) \quad (3.17)$$

上式说明, 蒸发问题可以分为两个方面: 传热方面和热力学方面。因子 $h^0/c_{p,g}$ 考虑传热方面, 叫传热因子, 而因子 $\ln(1+B)$ 则考虑热力学方面, 叫热力学因子。传热系数 h 从一般的传热手册上就可查得。下面讨论 B 的求法, 要最终计算出液滴蒸发速度, 必须要求得 B 。

求 B 的方法亦就是求出 T_s 和 $Y_{f,s}$ 。为此, 需要列出两个方程。当 $Le=1$ 时, $B_T=B_D$, 因而有

$$\frac{C_{p,g}(T_\infty - T_s)}{L + C_{p,l}(T_s - T_0)} = \frac{Y_{f,\infty} - Y_{f,s}}{Y_{f,s} - 1} \quad (3.18)$$

第二个方程可根据基本假设(5), 由液滴表面上的蒸汽/液体相平衡热力学条件求得。液滴的饱和蒸汽压和温度的关系可根据实验求得, 或根据 Clausius—Clapeyron 方程, 或直接选用一些经验公式求得。例如, 按照 Antoine 蒸汽压方程, 有

$$\ln P_{f,s} = A - \frac{B}{T_s + c} \quad (3.19)$$

式中 P ——蒸汽压, mmHg;

T ——绝对温度, K.

常数 A, B, C 可从有关手册, 例如文献[1]中查得。

假定混气中只有两种组元成分, 于是有

$$Y_{f,s} = \frac{1}{1 + \left(\frac{P}{P_{f,s}} - 1 \right) \frac{M_{\infty}}{M_f}} \quad (3.20)$$

式中 P 为环境压力, M_{∞} , M_f 分别为介质和液滴蒸汽的分子量。

将(3.20)式代入(3.19)式, 得到

$$Y_{f,s} = Y_f(T_s) = 1 / \left[1 + \left(\frac{P}{\exp \left[A - \frac{B}{T_s + c} \right]} - 1 \right) \frac{M_{\infty}}{M_f} \right] \quad (3.21)$$

由(3.17)和(3.20)两式即可解得 $Y_{f,s}$ 和 T_s , 从而求得 B_T 和 B_D 。一般我们可以很方便地应用作图法来求解。对于 B_T , T_s 增加, B_T 下降, 基本上为一直线。对于 B_D , $T_s = 0$ 时, $B_D = -Y_{f,\infty}$, 一般环境中 $Y_{f,\infty} = 0$, 故这时 $B_D = 0$ 。 T_s 增加, $Y_{f,s}$ 也增加, 亦即 B_D 也增加, 当 $T_s \rightarrow T_b$ 时, $Y_{f,s}$

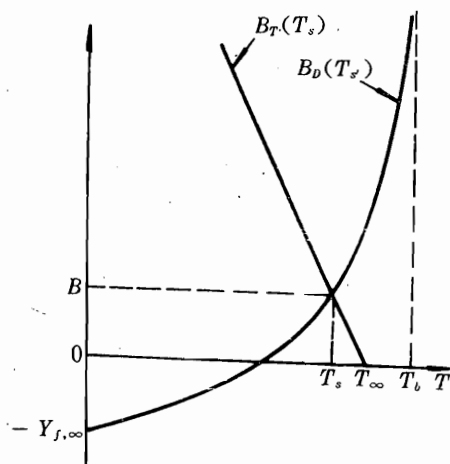


图 3.2 求传热 (传质) 数的图解方法

$\rightarrow 1$, $B_D \rightarrow \infty$. T_s 应同时满足 B_T , B_D , 所以必相当于 B_T 和 B_D 两条曲线的交点, 如图 3.2 所示。

4. 上面已经叙述了传热数的计算方法, 因而直接通过下式即可求得液滴的蒸发速度

$$\dot{m}_s'' = \frac{2\rho_g a_g}{d_s} \ln(1 + B) \quad (3.22)$$

另一方面, 可以根据液滴尺寸的变化, 得到下列关系

$$\dot{m}_s = - \frac{\rho_l}{2} \frac{dd}{dt} \quad (3.23)$$

令(3.22), (3.23)两式相等, 对方程积分, 积分限为 $t=0 \rightarrow t$, $d=d_0 \rightarrow d$, 得到

$$d_0^2 - d^2 = \frac{8\rho_g a_g \ln(1+B)}{\rho_l} t$$

令 $8\rho_g a_g \ln(1+B)/\rho_l = \lambda_v^0$, 它只与液滴和介质的物性有关, 而与滴径无关, 故称为液滴蒸发常数。因而可得

$$d_0^2 - d^2 = \lambda_v^0 t \quad (3.24)$$

这说明液滴直径的平方随时间成线性关系变化, 液滴完全蒸发的时间为

$$t_v = d_0^2 / \lambda_v^0 = \rho_l d_0^2 / (8\rho_g a_g \ln(1+B)) \quad (3.25)$$

3.3 对流介质中的液滴无燃烧时的准定常蒸发理论

3.3.1 模型

在对流介质和静止介质中的液滴蒸发模型的差别主要是:

1. 在静止介质中, 过程可看作是一维球对称的, 而在对流介质中, 过程至少为二维轴对称的;
2. 在静止介质中, 边界层可认为在无穷远处, 而在对流介质中, 边界层的厚度是有限的。

显然, 即使按二维轴对称流动来计算, 问题也要复杂得多, 而且也得出了解析式。为此, 工程上采用了一种近似方法, 即所谓折算薄膜方法。这一方法的基本思路是, 把一个真实的二维轴对称对流传热传质问题转化成一个等效的, 在一个球对称薄膜中的分子导热和扩散问题, 同时再找出折算薄膜的半径 r_∞ 与对流传热

传质强度的关系。于是，就可画出如图 3.3 所示的对流介质中液滴蒸发的模型。

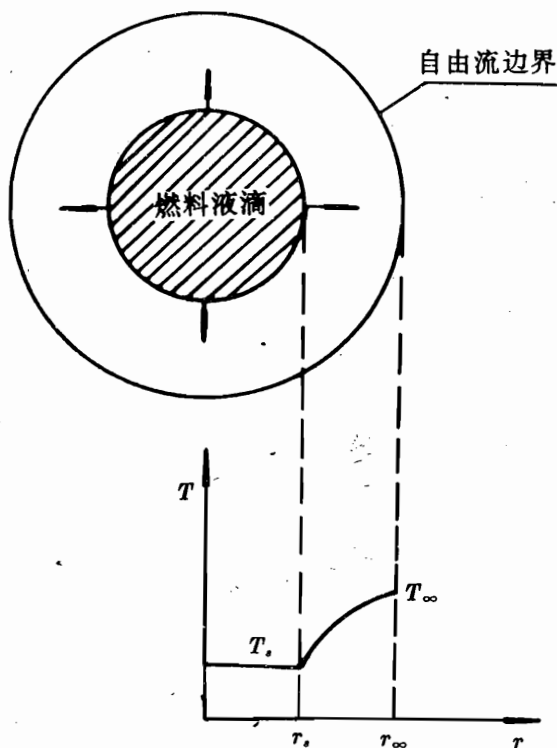


图 3.3 对流介质中液滴无燃烧时的准定常蒸发模型

3.3.2 理论

1. 折算薄膜半径的计算

根据固球对流换热与某一假想导热过程等价的原则，可以写出

$$Q = 4\pi r_s^2 h^0 (T_\infty - T_s) = \frac{4\pi k_g (T_\infty - T_s)}{\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_\infty}}$$

由此得折算薄膜半径

$$r_\infty = r_s Nu_T^0 (Nu_T^0 - 2) \quad (3.26)$$

式中 h^0 , Nu^0 为无蒸发时固球对流换热系数和 Nusselt 数。

$$Nu_r^0 = 2 + 0.6 Re^{0.5} Pr^{0.33} \quad (3.27)$$

2. 蒸发速度计算

计算出折算薄膜半径后, 只要把方程(3.12)式的积分限改为 $r=r_s$, $b=b_s$; $r=r_\infty$, $b=b_\infty$, 就可得到在对流情况下的液滴蒸发速度公式

$$\dot{m}_s'' = \frac{\rho_g a_g}{r_s} \frac{Nu_r^0}{2} \ln(1+B) \quad (3.28)$$

这个式子与在静止介质中蒸发速度的差别仅在于多了一个 $Nu_r^0/2$ 因子。当为静止介质时, $Nu_r^0=2.0$, 上式就变成(3.13)。由上式可知, 在无燃烧蒸发情况下, 对流强度愈大, 则蒸发速度愈大。

3.4 静止介质中液滴有燃烧时的准定常 蒸发理论——液滴准定常 扩散燃烧理论^[11]

3.4.1 模型

考虑一个燃料液滴在静止氧化剂介质中的燃烧问题。根据3.1中的基本假设(9), 认为化学反应速度为无穷大, 因而火焰峰为几何表面, 把流场分成内外两区, 内区只有燃料蒸汽和燃烧产物, 外区只有氧化剂和燃烧产物。为此, 可以画出如图 3.4 所示的静止介质中液滴燃烧时的准定常蒸发模型。

3.4.2 方程

由物理模型可知, 需要求的未知数有: 蒸发速度 $\dot{m}$, 燃烧温度 T_f , 火焰锋半径 r_f , 液滴表面温度 T_s , 液滴表面燃料蒸汽相对重量浓度 $Y_{f,s}$ 等五个未知数。为此, 我们可以在 A 区列出一个扩散方程, 一个能量方程。同时还可列出液滴表面饱和蒸汽浓度(相对重量浓度)与液滴温度的关系方程。现分列如下:

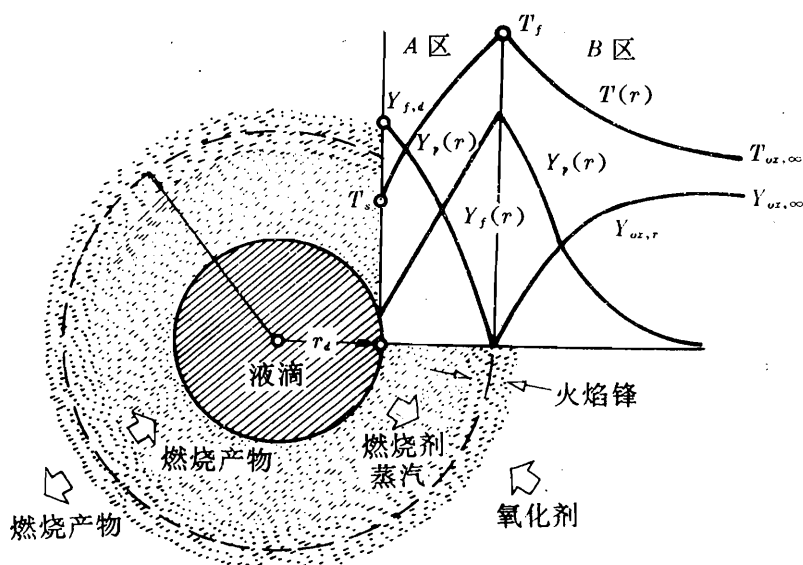


图 3.4 静止介质中液滴燃烧时的准定常蒸发模型

1. A 区扩散方程

$$\dot{m} = \dot{m}_f - 4\pi r^2 \rho D_A \frac{dY_f}{dr} \quad (3.29)$$

边界条件为

$$\begin{aligned} r = r_s, \quad Y_f &= Y_{f,s} \\ r = r_f, \quad Y_f &= 0 \end{aligned} \quad (3.30)$$

(3.30)式的物理意义是, 在 r 球面处通过的燃料蒸汽量应等于燃料液滴的蒸发速度, 它由两部分组成, 一部分是以 Stefan 流的方式进行, 叫做质量流, 一部分以分子扩散进行, 叫做分子扩散流。

利用边界条件对(3.29)式积分, 得

$$\dot{m} = \frac{4\pi\rho D_A}{\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_f}} \ln\left(\frac{1}{1 - Y_{f,s}}\right) \quad (3.31)$$

2. 液滴表面燃料饱和蒸汽浓度和液滴表面温度的关系

$$Y_{f,s} = f(T_s) \quad (3.32)$$

3. A 区能量方程

$$4\pi r^2 K_A \frac{dT}{dr} = \dot{m}[L + C_{p,l}(T_s - T_0)] + \dot{m}C_{p,A}(T - T_s) \quad (3.33)$$

边界条件为

$$\begin{aligned} r = r_s, \quad T &= T_s \\ r = r_f, \quad T &= T_f \end{aligned} \quad (3.34)$$

(3.33)式的物理意义是,在 r 球面处,由于分子热传导传向液滴的热量,应等于把 $\dot{m}$ 质量的液滴从 T_0 温度提高到 T_s ,并在此温度下将其全部蒸发,再将其从 T_s 温度加热到 r 球面处的温度 T 所需的热量。

4. B 区扩散方程

$$4\pi r^2 \rho D_B = \frac{dY_{oz}}{dr} - \dot{m}Y_{oz} = r_o \dot{m} \quad (3.35)$$

边界条件为

$$\begin{aligned} r = r_f, \quad Y_{oz} &= 0 \\ r = \infty, \quad Y_{oz} &= Y_{oz,\infty} \end{aligned} \quad (3.36)$$

(3.35)式的物理意义是,在 B 区任何一个封闭球面上,由于质量流和扩散流流过的氧化剂总量是恒定的,并等于理论混合比 r_o 与燃料蒸汽流量的乘积。

5. B 区能量方程

根据在 B 区的任何一个封闭球面上传递的热量相等条件,并考虑到火焰峰上燃烧反应的放热,令 ΔH 表示 1kg 燃料蒸汽与氧化剂完全燃烧放出的热量,就可以写出

$$-4\pi r^2 K_B \frac{dT}{dr} + \dot{m}C_{p,B}T = \dot{m}\{C_{p,A}T_s + \Delta H - [L + C_{p,l}(T_s - T_0)]\} \quad (3.37)$$

边界条件

$$\begin{aligned} r &= r_f, & T &= T_f \\ r &= \infty, & T &= T_\infty \end{aligned} \quad (3.38)$$

到此, 共列出了五个方程, 可以解出 $\dot{m}$, T_f , r_f , T_s 和 $Y_{f,s}$ 等五个未知数。

3.4.3 求解

1. 液滴蒸发速度 $\dot{m}$

由(3.33)式求得

$$\dot{m} = \frac{4\pi}{\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_f}} \left\{ \frac{K_A}{C_{P,A}} \ln \left[1 + \frac{C_{P,A}(T_f - T_s)}{L + C_{P,L}(T_s - T_0)} \right] \right\} \quad (3.39)$$

由(3.37)式可求得

$$\dot{m} = 4\pi r_f \left\{ \frac{K_B}{C_{P,B}} \ln \left[\frac{\Delta H - L - C_{P,L}(T_s - T_0) + C_{P,A}T_s - C_{P,B}T_\infty}{\Delta H - L - C_{P,L}(T_s - T_0) + C_{P,A}T_s - C_{P,B}T_f} \right] \right\} \quad (3.40)$$

(3.39)和(3.40)式中方括号内的数值取决于燃料液滴和周围介质的物性常数和热力参数, 它与液滴直径无关, 令其分别等于 A 和 B 。 即得

$$\dot{m} = 4\pi(A + B)r_s \quad (3.41)$$

知道液滴蒸发速度后, 就可求得液滴直径随时间变化的规律

$$d_0^2 - d^2 = \frac{8(A + B)}{\rho_l} t = \lambda^0 t \quad (3.42)$$

式中 $\lambda^0 = 8(A + B)/\rho_l$ 为液滴在静止介质中燃烧时的蒸发常数, 它是液滴和介质的物化特性和热力特性的函数。 λ^0 愈大, 蒸发性能愈好。对于一般烃类燃料在空气中的燃烧时, $\lambda^0 \approx 0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ 左右。

2. 火焰锋温度

由(3.35)和(3.37)两式, 令 $Le=1$, 就可求得

$$\begin{aligned}
 C_{P,A}(T_f - T_s) + \frac{r_0}{r_{ox,\infty}} C_{P,B}(T_f - T_\infty) \\
 = \Delta H - [L + C_{P,L}(T_s - T_0)]
 \end{aligned}
 \quad (3.43)$$

这个式子的物理意义是, 1kg 燃料蒸汽完全反应放出的热量, 除了将相应的液体从 T_0 温度加热到 T_s , 并将其蒸发所消耗的热量外, 还把自己从 T_s 温度提高到 T_f , 同时还把与燃料蒸汽按理论混合比作用的氧化剂介质从 T_∞ 加热到 T_f , 这个 T_f 恰巧就等于 1kg 燃料和氧化剂介质成理论混合比完全燃烧时的理论燃烧温度。

3. 液滴表面平衡温度 T_s 和液滴表面

燃料蒸汽相对质量浓度 $Y_{f,s}$

由(3.31)和(3.39)两式, 并令 $K_A/(C_{P,A}\rho D_B)=1$, 可以求得

$$\frac{1}{1 - Y_{f,s}} = 1 + \frac{C_{P,A}(T_f - T_s)}{L + C_{P,L}(T_s - T_0)} \quad (3.44)$$

由(3.32), (3.44)两式就可解出 $T_{f,s}$ 。由(3.44)式可知, T_f 必然小于液滴沸点温度 T_b 。但在有燃烧时, 火焰锋温度相当高, T_s 非常接近 T_b 。在近似计算中令 $T_s \approx T_b$ 不会引起太大误差。

4. 火焰锋半径 r_f

由(3.33)和(3.35)两式, 并令 $K_A/C_{P,A}\rho D_B=1$, 可得

$$\frac{r_f}{r_s} = 1 + \frac{\ln \left[\frac{1 + C_{P,A}(T_f - T_s)}{L + C_{P,L}(T_s - T_0)} \right]}{\ln \left(1 + \frac{Y_{ox,\infty}}{r_0} \right)} \quad (3.45)$$

上式右项各值均为已知, 是液滴和介质的物性常数和热力参数, 与 r_s 无关, 故对于一定的液滴和介质, $r_f/r_s = \text{常数}$ 。

3.5 在对流介质中液滴燃烧 时的准定常蒸发理论

同样, 采用 3.3 节中所述的折算薄膜概念, 并且由于火焰锋

与自由流的边界非常靠近, 所以令 $r_f = r_\infty$, 同时在近似计算中, 令 $T_s = T_b$, 考虑这些因素, 并将(3.26)式代入(3.39)式, 即可得出

$$\dot{m} = 4\pi r_s \frac{K_A}{C_{p,A}} \frac{Nu_T^0}{2} \ln \left[1 + \frac{C_{p,A}(T_f - T_b)}{L + C_{p,L}(T_b - T_0)} \right] \quad (3.46)$$

$$d_0^2 - d^2 = \lambda_c t \quad (3.47)$$

$$\lambda_c = \frac{4 Nu_T^0}{\rho_l} \frac{K_A}{C_{p,A}} \ln \left[1 + \frac{C_{p,A}(T_f - T_b)}{L + C_{p,L}(T_b - T_0)} \right] = \frac{1}{2} Nu_T^0 \lambda_c^0 \quad (3.48)$$

λ_c 为有强迫对流时燃烧液滴的蒸发常数。

由(3.48)式可知, 当强迫对流增加, 亦即 Nu^0 增加时, λ_c 亦增加。但在足够高的对流速度下, 液滴前方的包络火焰会被吹灭, 出现尾迹燃烧, 而在更高的对流速度下, 尾迹燃烧也会熄灭, 出现纯蒸发的情况。因而这时液滴蒸发常数的变化将如图 3.5 所示。有关液滴的着火/熄灭理论, 将在第十一章中专门论述。

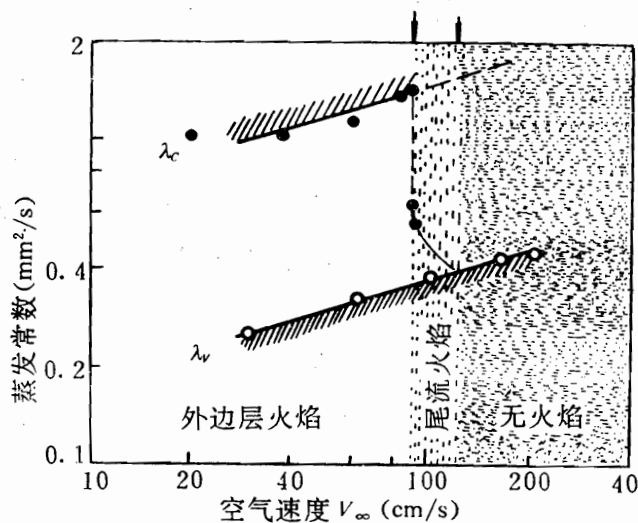


图 3.5 液滴蒸发常数随对流速度的变化^[12]

参考文献

- [1] Г. А. Варшавский. Горелце Кагац жидкого Топлива, Тр. НЦ-1, НКЛП
Июб. 1945
- [2] G. Godsave. The burning of single Drops of Fuel. Fourth Symposium on Com-
bustion, 1953. pp. 818—830
- [3] D. B. Spalding. The Combustion of Liquid Fuels. Fourth Symposimu on Com-
bustion, 1953. pp. 847—864
- [4] M. Goldsmith and S. S. Penner. On the burning of single Drops of Fuel in an
Oxidizing Atmosphere. Jet Propulsion 24, 245—251(1954)
- [5] G. M. Faeth. Evaporation and Combustion of Sprays. Prog. Eenergy Combust,
Sci. 1983. Vol. 9. pp. 1—76
- [6] C. K. Law. Recent Advances in Droplet Vaporization and Combustion, Prog.
Energy Combust, Sci. 1982. Vol. 8. pp. 170—201
- [7] 庄逢辰, 杨本濂译. 燃烧理论(第二版). 科学出版社, 1990
- [8] G. L. Hubbard, et al. Droplet Evaporation. Effects of Transient and Variable
Properties. Int. J. Heat Mass Transfer, 18, (1975)
- [9] C. K. Law and F. A. Williams. Kinetics and Convection in the Combustion of
Alkane droplets, Combust and Flame, 19, (1972)
- [10] 庄逢辰等译. 燃烧导论. 国防科技大学出版社, 1981
- [11] 庄逢辰, 陆大绮主编. 液体火箭发动机推力室设计基础. 长沙工学
院, 1977
- [12] R. D. Sutton. Propellant Spray Combustion Processes During Stable and Un-
stable Liquid Rocket Combustion. AD—722473
- [13] 周力行. 燃烧理论与化学流体力学. 科学出版社, 1986

第四章 液氧、烃组元液滴 的高压蒸发理论

4.1 引言

现代液体火箭发动机、航空发动机和内燃机的燃烧室压力都很高,例如,前苏联 RD-120 发动机的燃烧室压力为 16.28Mpa,美国航天飞机主发动机的燃烧室压力为 22.048Mpa,而预燃室的压力则高达 35.67Mpa. 在这样的高压条件下,就不能使用从前一章在常压条件下得出的液滴蒸发理论。

第一,在常压下的液滴蒸发理论是基于准定常分析。这是由于液体和气体之间的密度差别很悬殊,液相过程具有很大的惯性,液滴在其表面上的性质,例如表面移动、表面浓度和表面温度的变化速度较之气相输运过程速率要小得多。但在高压下,液体和气体的密度趋于同一量级,这时就不能采用准定常假设;

第二,一般常用液体推进剂组分的临界压力和临界温度并不太高。例如,对于 LH_2 , LOX , RP-1 , RJ-5 , UDHM , 其临界压力分别为 12.8, 49.75, 23.73, 25.17, 60 物理大气压,而其临界温度相应为 33.3, 154.58, 679.0, 780.0, 520K. 当燃烧室压力高于液滴的临界压力时,液滴预热到平衡温度所占的时间增加,液滴基本上处于非定常的加热过程。同时,液滴温度可能接近、等于、甚至超过临界点温度,这时液滴的蒸发潜热趋近或等于零,如按常压下得出的公式计算,蒸发速度将变为无穷大,但这显然是不正确的;

第三,在高压下,气体介质部分地溶解于液滴,而且非理想气体效应将表现得非常突出。

因之,近卅年来国际上对液滴蒸发和燃烧研究的重点之一,就是考虑高压的影响。文献[1]研究了液氧、庚烷液滴在典型的液体火箭发动机燃烧室环境中的蒸发过程,文献[2]研究了正十二烷液滴在典型的内燃机燃烧室环境中的蒸发过程。他们的研究和计算表明,在典型的液体火箭发动机和内燃机工作条件下,液滴有可能加热到临界温度。这时液滴将变成气团。但是在他们的计算模型中,没有考虑液滴表面的内移,也未考虑非理想气体效应,只考虑了液体的蒸发潜热随温度的变化。文献[3]考虑了界面内移,但未考虑实际气体效应,而且假定液滴已处于平衡温度,未考虑液滴预热到平衡温度所需的时间。文献[4]考虑了高压引起的实际气体效应,但没有考虑界面内移和液滴的预热影响。文献[5]既考虑了实际气体效应,又考虑了液滴界面的内移,还考虑了液滴密度的变化,是对高压液滴蒸发考虑得较全面的一篇文献,但该文献采用隐式差分格式求解微分方程,不便于工程应用。文献[6, 7, 8]的理论基本是一致的,他们都从直观的物理概念出发,并应用折算薄膜理论,得出了显式的液滴高压蒸发速度计算公式,便于工程应用,在目前大多数液滴火箭发动机蒸发模型中,都采用这种理论,我们称之为ZKS理论,本章将首先介绍这一理论,然后再介绍其它有关理论。

4.2 ZKS液滴高压蒸发理论^[6, 7, 8]

4.2.1 计算方程和计算公式

1. 蒸发速度

假定液滴是在强迫对流的惰性介质中蒸发,过程是球对称进行的,液滴内部具有均匀的物理状态,边界层的厚度可以用折算薄膜理论来考虑。当考虑界面移动时,可写出以下液滴蒸汽的组

分守恒方程

$$\dot{m}_v + 4\pi r_s^2 \rho_{v,s} \frac{dr_s}{dt} = \left(\dot{m}_v + 4\pi r_s^2 \rho_{v,s} \frac{dr_s}{dt} + 4\pi r_s^2 \rho_{e,s} \frac{dr_s}{dt} \right) Y_v - 4\pi r^2 \rho D \frac{dY_v}{dr} \quad (4.1)$$

式中 $\rho_{v,s}$, $\rho_{e,s}$ 分别表示液滴表面(s)处蒸汽(v)密度和惰性介质(e)密度, r_s 为 t 时刻的液滴半径

若令

$$A = 1 + \frac{4\pi r_s^2 \rho_{v,s}}{\dot{m}_v} \frac{dr_s}{dt}, \quad B = 1 + \frac{\rho_{e,s}}{\rho_{v,s}} \left(1 - \frac{1}{A} \right)$$

并根据边界条件

$$r = r_s, Y = Y_{v,s}; \quad r = r_\infty = r_s Nu_m^0 / (Nu_m^0 - 2), Y_v = Y_{v,\infty}$$

即可求得液滴蒸发速度表达式为

$$\dot{m}_v = \frac{2\pi \rho D r_s Nu_m^0}{AB} \ln \left[\frac{1 - BY_{v,\infty}}{1 - BY_{v,s}} \right] \quad (4.2)$$

当忽略界面移动时, $A=B=1$, (4.2) 式就变成常压下的液滴蒸发速度公式。

液滴半径的变化速率则为

$$\frac{dr_s}{dt} = - \left[\frac{\dot{m}_v}{4\pi r_s^2 \rho_l} + \frac{r_s}{3\rho_l} \frac{d\rho_l}{dT} \frac{dT_l}{dt} \right] \quad (4.3)$$

2. 液滴升温速率

由于液滴内部的环流和外界对流的作用, 认为液滴内部的温度是均匀的。假定传给液滴的热量为 q , 根据能量守恒, 可得

$$q = 4\pi r^2 K \frac{dT}{dr} - \dot{m}_v (T - T_s) \left[AC_{p,v} + (A - 1) \frac{\rho_{e,s}}{\rho_{v,s}} C_{p,e} \right] \quad (4.4)$$

边界条件为

$$r = r_s, T = T_s; \quad r = r_\infty, T = T_\infty \quad (4.5)$$

利用边界条件(4.5)对(4.4)式积分, 并令

$$Z = \frac{\dot{m}_v \left[AC_{p,v} + (A-1)C_{p,e} \frac{\rho_{e,s}}{\rho_{v,s}} \right]}{2\pi Kr_s Nu_T^0} \quad (4.6)$$

可得
$$q = 2\pi Kr_s Nu_T^0 Z \frac{T_\infty - T_s}{e^z - 1} \quad (4.7)$$

由液滴的热平衡方程求得

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{1.5K Nu_T^0 Z}{\rho_l C_{p,l} r_s^2} \left[\frac{T_\infty - T_s}{e^z - 1} - \frac{\Delta H_v}{AC_{p,v} + C_{p,e}(A-1) \frac{\rho_{e,s}}{\rho_{v,s}}} \right] \quad (4.8)$$

式中 ΔH_v 为液体相变热。

3. 实际气体状态方程

压力愈高, 气体愈偏离理想气体行为, 这时再用理想气体状态方程来描述气体状态, 会引起较大误差。对于烃类、氮、氧等非极性气体, 工程上一般可采用 $R-K$ 双参数方程来描述^[9], 其公式如下:

$$\left[P + \frac{a}{T^{0.5}V(V+a)} \right] (V-b) = R_u T \quad (4.9)$$

式中, a, b 是两个物性参数, 可根据恒温线在临界点处的一阶导数和二阶导数都为零求得, 即

$$a = 0.4278R^2T_c^{2.5}/P_c, \quad b = 0.0867RT_c/P_c \quad (4.10)$$

式中 R, P, T_c, V 的单位分别为 $\text{cm}^3 \cdot \text{atm} \cdot \text{gmol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$, atm , K , $\text{cm}^3 \cdot \text{gmol}^{-1}$ 。

但(4.9)式的求解不方便, 通常采用压缩因子 Z 来表示实际气体偏离理想气体的程度, 令

$$PV = ZR_u T \quad (4.11)$$

理想气体的压缩因子为 1. 当实际气体偏离理想气体行为时, Z 值就不等于 1. 将(4.9)式化成 Z 的形式, 即得

$$Z = 1/(1-h) - (A^2/B)h/(1-h) \quad (4.12)$$

式中 $A^2 = a/(R^2 T^{2.5})$, $B = b/(RT)$, $h = BP/Z$. 当方程应用于实际混合气体时, 可令

$$\begin{aligned} A &= \sum y_i A_i = \sum y_i (0.4278 T_{c,i}^{2.5} / (P_{c,i} T^{2.5}))^{0.5} \\ B &= \sum y_i B_i = \sum y_i (0.0086) T_{c,i} / (P_{c,i} T) \end{aligned} \quad (4.13)$$

利用(4.12), (4.13)式迭代计算, 即可求得 Z .

4. 液滴表面上的蒸汽相对质量浓度

液滴表面上的蒸汽相对质量浓度可根据界面上的高压汽液平衡条件计算。在高压条件下, 液滴表面的热力学平衡条件, 除了要求两相的温度、压力要相等外, 两相中同一组元的逸度(或化学势)也必须相等, 即

$$\begin{aligned} P &= \text{常数} \\ T &= \text{常数} \\ f_i &= f_i^s \end{aligned} \quad (4.14)$$

通常认为液滴只由一种组元组成, 对于纯 i 组元的液体, 在体系压力 P 和温度 T 下的逸度为^[9].

$$f_i(T, P, x_i = 1) = P_i(T) \phi_i^s(T) \exp[V_i^l(P - P_i)/R_u T] \quad (4.15)$$

式中 P ——体系压力;

$P_i(T)$ ——体系温度 T 下纯 i 组元液体的饱和蒸汽压;

ϕ_i^s ——体系温度 T 以及 $P_i(T)$ 下纯 i 组元的饱和蒸汽的逸度系数;

V_i^l ——体系温度和压力下纯 i 组元液体的比容;

x_i ——液体中 i 组元的相对摩尔浓度。

由于 ϕ_i^s 常小于 1, 因此饱和液体逸度常低于蒸汽压。但当体系压力高出饱和蒸汽压力较多时, ϕ_i^s 和指数项的乘积可以超过 1, 因而逸度可以大于蒸汽压。压力愈高, 逸度愈大。式中 V_i^l 可根据液体状态方程求得。但在文献[6]中采用了以下经验公式^[9]

$$\rho_i = \rho_c \left[1 + \sum_{j=1}^4 K_j (1 - T_r)^{j/3} \right] \left[1 + \frac{9Z_c N (P - P_i)}{P_c} \right]^{1/9} \quad (4.16)$$

式中 $K_1 = 17.4425 - 214.578Z_c + 989.625Z_c^2 - 1522.06Z_c^3$

$$K_2 = -3.28257 + 13.6377Z_c + 107.4844Z_c^2 - 384.211Z_c^3$$

当 $Z_c \leq 0.26$

$$K_2 = 60.2091 - 402.063Z_c + 501.0Z_c^2 + 641.0Z_c^3$$

当 $Z_c > 0.26$

$$K_3 = 0$$

$$K_4 = 0.93 - K_2$$

$$N = (1.0 - 0.89w) [\exp(6.9547 - 76.2853T_r + 191.306T_r^2 - 203.5472T_r^3 + 82.7631T_r^4)]$$

w 为偏心因子, Z_c 为临界压缩因子, T_r 为相对于临界温度的无量纲温度。

i 组元的气相逸度为

$$f_i^g = P y_i \phi_i^g \quad (4.17)$$

式中 ϕ_i^g ——气相混合物中 i 组元的逸度系数, 根据 $R-K$ 方程, 可用下式表示^[10]

$$\ln \phi_i = \ln \frac{v}{v-b} + \frac{b_i}{v-b} - \frac{2 \sum_j y_j a_{ij}}{bRT^{1.5}} \ln \frac{v+b}{v} - \ln Z + \frac{ab_i}{b^2 R_u T^{1.5}} \left(\ln \frac{v+b}{v} - \frac{b}{v+b} \right) \quad (4.18)$$

y_i ——气相混合物中 i 组元的相对摩尔浓度。

由(4.15), (4.17)两式, 即可求得液滴表面上气相混合物中 i 组元的相对摩尔浓度为

$$y_{i,s} = \frac{P_i(T) \phi_i^s(T)}{P \phi_i^g} \exp[V_i^L (P - P_i) / R_u T] \quad (4.19)$$

精确地计算(4.19)式中的逸度系数是非常繁琐的, 如果不考

虑由纯组元形成混合气体时的非理想性，作为一次近似，也可令 $\phi_i^s(T) = \phi_i^g$ ，于是(4.19)式可化简为

$$y_{i,s} = \frac{P_i(T) \exp[V_i^g(P - P_i)/RT]}{P} \quad (4.20)$$

根据浓度换算，液滴表面上的蒸汽相对质量浓度即为

$$Y_{v,s} = \frac{y_{v,s} M_v}{y_{v,s} M_v + (1 - y_{v,s}) M_e} \quad (4.21)$$

式中 M_v 、 M_e 分别为液滴蒸汽和周围惰性介质的分子量。

5. 液体在热力学平衡状态下转变成蒸汽

时的偏摩尔相变热 ΔH_v 或 $(\bar{H}_i^g - \bar{H}_i^l)$

液体蒸发时的偏摩尔相变热的含意，是指溶液中一摩尔 i 组元在压力 P 和温度 T 下转变成气体混合物中一摩尔 i 组元的蒸汽时所吸收的热量。在常压蒸发理论中，我们是用蒸发潜热 L 来代替 ΔH_v 。实际上， L 是指在某一 T 温度及 $P_v(T)$ 压力下，纯物质从液态转变为气态，亦即作为理想状态时所需吸收的热量 ($\Delta H_v^0 - \Delta H_i^0$)。这两个量的含意和数值都是不等的。根据化学热力学，可以写出以下关系：

$$\frac{\Delta \bar{H}_i}{R_u T^2} = \frac{(\bar{H}_i^g - H_i^0)_T}{R_u T^2} = - \left(\frac{\partial \ln \phi_i}{\partial T} \right)_{P, y_i} \quad (4.22)$$

式中 H_i^0 为 i 组元物质在 T 温度、 P^0 状态时的摩尔焓，也即 T 温度时 i 物质在理想状态时的摩尔焓，而 $\bar{H}_i^g$ 是在 P 压力和 T 温度下 i 组元的偏摩尔焓，故 $\Delta \bar{H}_i$ 即为当 i 物质在温度 T 时，从状态 P 变到理想状态时的摩尔焓的变化。

在我们的情况下，液滴为纯组元，并且不考虑气体溶解于液体，则有 $H_i^0 = H_i^g$ ， $\bar{H}_i^g = \bar{H}_i^l$ ， $H_i^0 = \bar{H}_i^l$ ，于是可得

$$\Delta H_v = L + \Delta \bar{H}_i \quad (4.23)$$

当应用 $R-K$ 方程时，将(4.18)式代入(4.22)式，即可得到计算 $\Delta \bar{H}_i$ 的具体表达式^[11]

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \bar{H}_i}{RT^2} = & -\frac{B_i}{BT} \left(I + \frac{1.5K}{j+1} \right) + \frac{1}{T(Z-BP)} \left(I + \frac{1.5K}{j+1} + BP \right) \\ & - \frac{1.5A^2}{BT} \left(\frac{2A_i}{A} - \frac{B_i}{B} \right) \ln \left(1 + \frac{BP}{Z} \right) \\ & - \frac{A^2P}{ZT} \left(\frac{2A_i}{A} - \frac{B_i}{B} \right) \frac{\left(I + Z + \frac{1.5K}{j+1} \right)}{Z+BP} \end{aligned} \quad (4.24)$$

式中

$$j = Z/BP$$

$$K = A^2/B$$

$$I = \frac{j[j(j+1)^3 + 0.5K(j-1)(j+1)^2 - Kj(j+1)(j-1)^2 - 0.5K^2(j-1)^2]}{(j^2-1)[K(j-1)^2(j+1) + Kj(j-1)2 - j^2(j+1)^2]}$$

其它符号的定义与 $R-K$ 方程中的一致。在体系温度下的液体蒸发潜热可以根据实验数据选取, 或按 Watson 公式计算

$$L_2 = L_1 \left(\frac{1 - T_{r,2}}{1 - T_{r,1}} \right)^{0.38} \quad (4.25)$$

计算中所需用到的其它一些物性参数, 如比热、扩散系数和导热系数等, 可从有关手册或文献[9, 10, 12, 13]中查得, 并取定性温度为膜层中的平均温度。

4.2.2 计算结果和分析讨论

应用 4.2.1 中各种关系式联立求解(4.2)和(4.8)式, 即可求得液滴直径和温度随时间变化的历程。

文献[6]对正十二烷液滴在不同直径、不同环境温度、不同环境压力 and 不同 Nu^0 数条件下进行了计算。

图 4.1 表示了正十二烷液滴的温度 T 在不同环境压力下随时间变化的关系。由图可知, 随着压力增加, 液滴升温速率增加, 最后的平衡温度亦增加, 当压力为 1.8 大气压时, 其平衡温度为 475K, 而当压力为 18 大气压 (等于正十二烷的临界压力) 时, 其平衡温度为 587.05K. 需要指出的是, 尽管这时外界压力已等于液滴的临界压力, 但液滴仍未达到热力学临界状态。文献[14]对

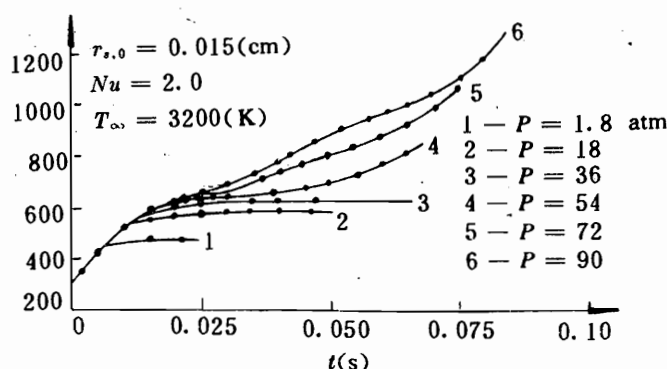


图 4.1 正十二烷液滴温度随时间的变化^[6]

正辛烷和正癸烷液滴在高压空气中的燃烧试验表明，液滴达到超临界状态所必需的外压，对于前者为 2.35—2.49，对于后者为 2.13—2.30，而对于文献[6]的计算条件（与文献[14]的基本类似），正十二烷液滴达到超临界蒸发的外压为其临界压力的 2.23 倍。这两者的数据是非常接近的。之所以外压必须大大超过液滴的临界压力才能使其达到超临界状态，这是由于当液滴的状态趋近于临界点时，其偏摩尔相变热趋近于零，这时液滴蒸发速度极大地增加，使传进液滴内部的热流减少，因而阻止液滴温升，只有当环境温度和压力大大超过液滴热力学临界点的相应值时，才能迫使液滴越过临界点状态。找出达到超临界蒸发时的外压值对分析液体火箭发动机燃烧速率控制过程十分重要。因为从本质上讲，在超临界条件下，液滴将变成气团，这时燃烧的速率控制过程将是气团的扩散速度，而不再是液滴的蒸发。

图 4.2 表示了正十二烷液滴的无量纲半径随时间的变化。由图可知，开始时液滴直径反而增加，这是由于温度增加使得液滴膨胀而致直径增大的速度大于由于液滴蒸发而使液滴直径减少的速度。图中曲线 4、5、6 上有间断点，这主要是由于该处正好是液滴从亚临界状态转变为超临界状态的区间，而在临界区附近液相和气相密度及其它物性计算公式尚不够准确所致。

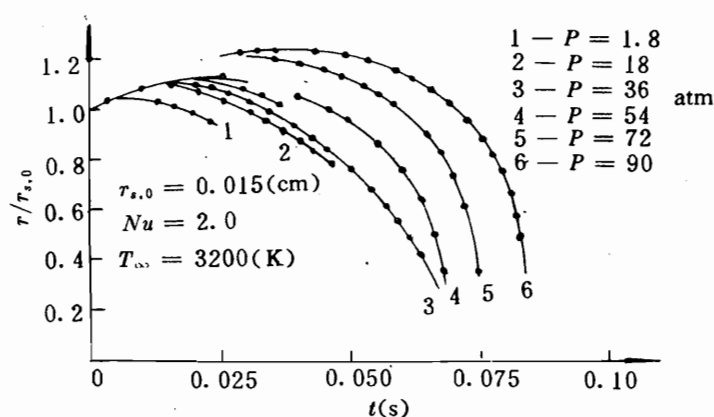


图 4.2 正十二烷液滴的无量纲半径随时间的变化^[6]

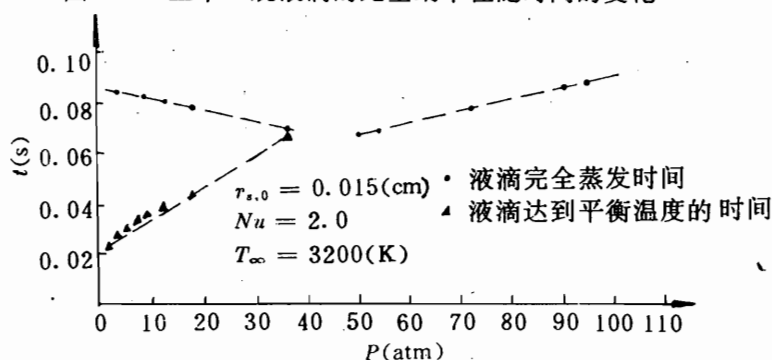


图 4.3 正十二烷液滴完全蒸发的时间和达到平衡温度的时间与压力的关系

图 4.3 表示了液滴完全蒸发的时间和达到平衡温度时间与外压的关系。由图可知，当压力增加时，虽然液滴达到平衡温度的时间增加，但总的蒸发完时间反而下降。图 4.3 还表明，当外压等于使液滴达到超临界蒸发时的值时，其蒸发完时间最短。当超过此值后，压力继续增加使蒸发完时间反而又增加。压力变化使液滴蒸发速度相应变化，对分析不稳定燃烧十分重要。正是由于燃烧过程速率随压力的变化，在一定条件下就反馈和支持了压力的振荡。

文献[6]还计算了当 $P_{\infty} = 18$ 大气压时液滴升温过程中蒸发常数 λ_v 的变化。开始 λ_v 很小，只有 $10^{-5} - 10^{-6}$ 的量级，当达到平

衡温度时, $\lambda_v \sim 0.02 \text{ cm}^2/\text{s}$ 。如用第三章液滴常压蒸发理论来计算的话, λ_v 应为常数, 等于 $0.00896 \text{ cm}^2/\text{s}$, 差别是相当大的, 故要精确计算燃烧室内轴向能量释放分布时, 必须采用高压蒸发理论。

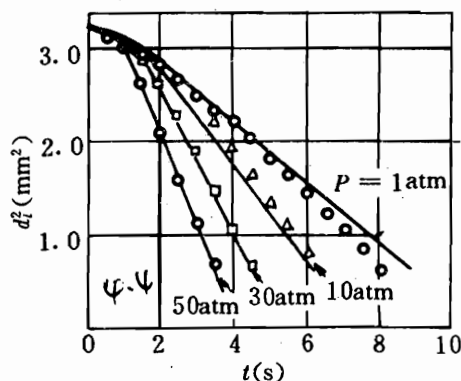


图 4.4 不同压力下正庚烷液滴直径的平方随时间的变化^[7]

——计算值; ○, △, □——测试值

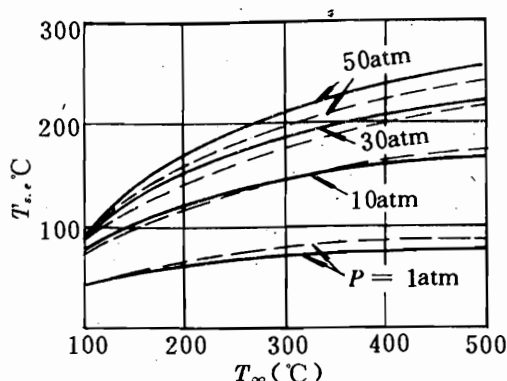


图 4.5 不同压力下庚烷液滴的平衡温度随介质温度的变化^[7]

——计算值; 测试值

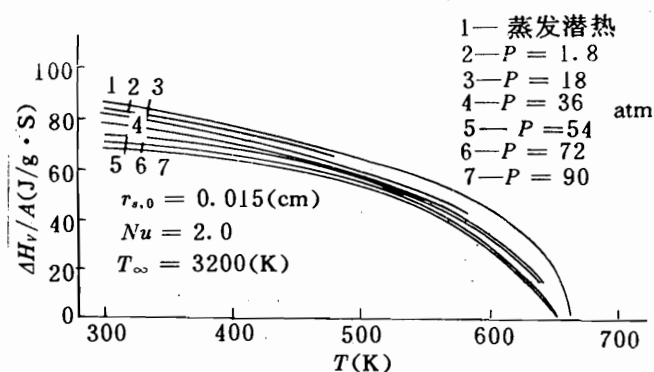


图 4.6 正十二烷液滴在热力学平衡状态下转变成蒸汽时的相变热与外压和温度的关系^[6]。(A=4.1868)

图 4.4 和图 4.5 给出了应用液滴高压蒸发理论对正庚烷液滴进行计算的结果与实验的比较。由图可知, 理论和实验是符合得相当好的。

图 4.6 所示为正十二烷液滴在热力学平衡状态下转变成蒸汽时的相变热与压力和温度的关系。由图可知, 压力愈高, 其值愈偏离蒸发潜热。对于 $P=38\text{atm}$ 的情况, 当温度为 654.03K 时, 其相变热就等于零。这说明当考虑液体和气体的非理想性时, 其临界点要发生变化。压力愈高, 临界点的变化就愈大。除此之外, 文献[6]的计算还表明, Nu^0 数和液滴直径不影响液滴达到超临界蒸发所要求的压力, 但 Nu^0 数增加能使液滴全部蒸发的时间缩短, 当其它条件不变时, 减少液滴直径使升温速度急剧增加, 因而在计算小液滴的蒸发历程时, 时间步长必须减小。

4.3 Matlosz 液滴高压蒸发理论^[5]

该理论是 Matlosz 于 1972 年提出来的。理论考虑了高压对气液热力学平衡的影响、界面内移以及液滴密度的变化, 同时其求解的方法以及坐标的变换有其独特之处, 故在这里亦作一介绍。

4.3.1 基本方程和求解方法

假定一个燃料液滴在高温静止惰性介质中蒸发, 认为该过程是球对称, 液滴内部温度均匀, 气相扩散系数、导热系数、比热和密度均看作是常数, 按边界层中的平均值计算。为此, 可以列出以下基本方程:

1. 气相连续性方程

$$r_s^2 u(r_s, t) = r^2 u(r, t) \quad (4.26)$$

式中 $u(r_s, t)$, $u(r, t)$ 分别为 t 时刻液气交界面上和 r 球面上的混气速度。

2. 组分守恒方程

$$\frac{\partial C_f}{\partial t} = \frac{D}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial C_f}{\partial r} \right) - \frac{r_s^2}{r^2} u(r_s, t) \frac{\partial C_f}{\partial r} \quad (4.27)$$

式中 C_f 为混气中燃料液滴蒸汽的摩尔浓度。

3. 能量守恒方程

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\alpha_D}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right] - \frac{r_s^2}{r^2} u(r_s, t) \frac{\partial T}{\partial r} \quad (4.28)$$

式中

$$\alpha_D = K_g / C_g C_{p,g}$$

K_g , C_g , $C_{p,g}$ 分别为混气的平均导热系数、摩尔密度和摩尔比热。

4. 液滴质量平衡方程

$$-\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{4}{3} \pi r_s^3 C_l \right) = -4\pi r_s^2 \dot{r}_s C_l - \frac{4}{3} \pi r_s^3 \frac{dC_l}{dT} \frac{dT_s}{dt} \quad (4.29)$$

式中 C_l 为液滴摩尔密度, $\dot{r}_s$ 为液滴半径的时间导数。同时还可写出

$$\begin{aligned} -\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{4}{3} \pi r_s^3 C_l \right) &= 4\pi r_s^2 C_g(r_s, t) u(r_s, t) \\ &\quad - 4\pi r_s^2 C_g(r_s, t) \dot{r}_s \end{aligned} \quad (4.30)$$

由(4.29)和(4.30)两式可得, 液滴表面的混气径向速度

$$u(r_s, t) = \dot{r}_s [1 - \alpha] - \frac{r_s \alpha}{3} \frac{d \ln C_l}{dT} \frac{dT_s}{dt} \quad (4.31)$$

式中

$$\alpha = C_l / C_g(r_s, t)$$

将(4.31)式代入(4.27), (4.28)式, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial C_f}{\partial t} &= \frac{D}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial C_f}{\partial r} \right] - \frac{r_s^2}{r^2} [\dot{r}_s (1 - \alpha) \\ &\quad - \frac{r_s \alpha}{3} \frac{d \ln C_l}{dT} \frac{dT_s}{dt}] \frac{\partial C_f}{\partial r} \end{aligned} \quad (4.32)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \frac{\alpha_D}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right] - \frac{r_s^2}{r^2} [\dot{r}_s (1 - \alpha) \\ &\quad - \frac{r_s \alpha}{3} \frac{d \ln C_l}{dT} \frac{dT_s}{dt}] \frac{\partial T}{\partial r} \end{aligned} \quad (4.33)$$

为了求解方程(4.32), (4.33), 必须要有4个边界条件, 一个辅助边界条件, 并给出初始条件。

根据液滴界面上的燃料质量守恒, 可以写出

$$-\frac{d}{dt}\left(\frac{4}{3}\pi r_s^3 C_l\right) = -4\pi r_s^2 D \left.\frac{\partial C_f}{\partial r}\right|_{r_s} + 4\pi r_s^2 [u(r_s, t) - \dot{r}_s] C_f \quad (4.34)$$

将(4.31)式代入上式, 并化简, 可得

$$\dot{r}_s = \frac{D}{C_l(1-y_f)} \left.\frac{\partial C_f}{\partial r}\right|_{r_s} - \frac{r_s}{3} \frac{d\ln C_l}{dT_s} \frac{dT_s}{dt} \quad (4.35)$$

式中

$$y_f = C_f(r_s, t)/C_g(r_s, t) \quad (4.36)$$

系液滴界面上的燃料液滴蒸汽的相对摩尔浓度, 可根据汽-液平衡条件求得(见 4.19 式), 它也是一个边界条件。

忽略表面力做功和粘性耗散, 液滴界面上的能量守恒方程可以写成

$$\frac{1}{3} C_l C_{r, l} r_s \frac{dT_s}{dt} = K_g \left.\frac{\partial T}{\partial r}\right|_{r_s} + \Delta H_v \left\{ D \left.\frac{\partial C_f}{\partial r}\right|_{r_s} - C_f [u(r_s, t) - \dot{r}_s] \right\} \quad (4.37)$$

此外, 还可写出两个外边界条件

$$r \rightarrow \infty, \quad T = T_\infty, \quad C_f \rightarrow 0 \quad (4.38)$$

和初始条件

$$\begin{aligned} t = 0, \quad r_s = r_{s,0}, \quad T_s(r_{s,0}, 0) = T_s(0) \\ r_{s,0} < r < \infty, \quad T = T_\infty, \quad C_f = 0 \end{aligned} \quad (4.39)$$

这样, 就有了五个边界条件, 一个初始条件, 可解出两个二阶微分方程, 多一个边界条件是为了确定 $\dot{r}_s$ 。

为便于求解, 对方程进行无量纲化, 令

$$\begin{aligned} C^* &= C_f/C_g(r \rightarrow \infty), \quad r_s^* = r_s/r_{s,0}, \quad r^* = r/r_{s,0} \\ T^* &= (T_\infty - T)/T_\infty, \quad t^* = Dt/r_{s,0}^2 \end{aligned}$$

于是, 方程(4.32), (4.33)分别变成

$$\frac{\partial C^*}{\partial t^*} = \left[\frac{\partial^2 C^*}{\partial r^{*2}} + \frac{2}{r^*} \frac{\partial C^*}{\partial r^*} \right] - \frac{r_s^{*2}}{r^{*2}} \left\{ \dot{r}_s^* (1-a) - \frac{a}{3} r_s^* \frac{d\ln C_l}{dT^*} \frac{dT_s}{dt^*} \right\} \frac{\partial C^*}{\partial r^*} \quad (9.40)$$

$$\frac{\partial T^*}{\partial t^*} = Le \left[\frac{\partial^2 T^*}{\partial r^{*2}} + \frac{2}{r^*} \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \right] - \left(\frac{r_s^*}{r^*} \right)^2 \left[\dot{r}_s^* (1 - a) - \frac{r_s^*}{3} a \frac{d \ln C_l}{dT^*} \frac{dT_s^*}{dt^*} \right] \frac{\partial T^*}{\partial r^*} \quad (4.41)$$

用同样的方法处理边界条件方程组, 由(4.35)式得

$$\dot{r}_s^* = \frac{1}{\alpha_\infty (1 - y_f)} \frac{\partial C^*}{\partial r^*} - \frac{r_s^*}{3} \frac{d \ln C_l}{dT^*} \frac{dT_s^*}{dt^*} \quad (4.42)$$

由(4.37)式得

$$\frac{r_s^*}{3} \frac{dT_s^*}{dt^*} = \frac{1}{2} \beta \cdot Le \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha_\infty} \right) \frac{\partial T^*}{\partial r^*} - \gamma \left[\dot{r}_s^* + \frac{r_s^*}{3} \frac{d \ln C_l}{dT^*} \frac{dT_s^*}{dt^*} \right] \quad (4.43)$$

式中

$$\begin{aligned} Le &= \alpha_D / D, & \alpha_\infty &= C_l / C_g (r \rightarrow \infty), \\ \beta &= C_{r,g} / C_{r,l}, & \gamma &= \Delta H_v / (C_{r,l} T_\infty) \end{aligned}$$

对于无穷远处的边界条件, 亦可写成以下形式

$$r^* \rightarrow \infty, \quad T^* = 0, \quad C^* = 0 \quad (4.44)$$

初始条件

$$\begin{aligned} t = 0, \quad r_s^* = 1, \quad T_s^* &= \frac{T_\infty - T_s(0)}{T_\infty} \\ 1 < r^* < \infty, \quad T^* &= 0 \\ C^* &= 0 \end{aligned} \quad (4.45)$$

显然, (4.40), (4.41)式不能给出解析解, 必须通过数值积分求解。但上述方程组的积分域为无穷大, 并有移动边界。为此, 作如下变换, 令

$$\begin{aligned} \psi &= 1 - \exp[-(r^* - r_s^*)] \\ \tau &= t^* \end{aligned} \quad (4.46)$$

通过坐标变换, 并将上角标*去掉, 令以下方程中各符号均代表无量纲量, 于是方程(4.40)变成

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} + F(1 - \psi) \frac{\partial C}{\partial \psi} = (1 - \psi)^2 \frac{\partial^2 C}{\partial \psi^2} + q(1 - \psi) \frac{\partial C}{\partial \psi} \quad (4.47)$$

方程(4.41)变成

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + F(1 - \psi) \frac{\partial T}{\partial \psi} = (1 - \psi)^2 Le \frac{\partial^2 T}{\partial \psi^2} + q \cdot Le(1 - \psi) \frac{\partial T}{\partial \psi} \quad (4.48)$$

式中

$$F = \frac{r_s^2}{[r_s - \ln(1 - \psi)]^2} [\dot{r}_s(1 - \alpha) - \frac{r_s \alpha}{3} \eta \dot{T}] - \dot{r}_s$$

$$\eta = \frac{d \ln C_l}{dT}, \quad q = \frac{2}{r_s - \ln(1 - \psi)} - 1$$

边界条件(4.42)式变成

$$\dot{r}_s = \frac{1}{\alpha_\infty(1 - y_f)} \frac{\partial C}{\partial \psi} - \frac{r_s}{3} \eta \frac{dT_s}{d\tau} \quad (4.49)$$

(4.43)式变成

$$\dot{T}_s = \frac{3\beta Le}{2\phi r_s} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha_\infty} \right) \frac{\partial T}{\partial \psi} - \frac{3\gamma}{r_s \phi} \dot{r}_s \quad (4.50)$$

式中

$$\psi = 1 + \eta \gamma$$

外边界条件为

$$r \rightarrow \infty, \quad \psi \rightarrow 1, \quad C = 0, \quad T = 0 \quad (4.51)$$

初始条件为

$$0 < \psi \leq 1, \quad C = 0, \quad T = 0 \quad (4.52)$$

边界条件(4.49), (4.50)式中的 $\dot{r}_s$ 和 $\dot{T}_s$ 为两个未知量。将(4.50)式代入(4.49)式, 消去 $\dot{T}_s$, 可得

$$\dot{r}_s = \frac{1}{\alpha_\infty \delta(1 - y_f)} \frac{\partial C}{\partial \psi} - \frac{\beta \eta Le}{2\delta \phi} \left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha_\infty} \right) \frac{\partial T}{\partial \psi} \quad (4.53)$$

式中

$$\delta = 1 - \eta \gamma / \psi$$

而任一时刻的液滴半径, 就可由下式求得

$$r_s = r_{s,0} + \int_0^\tau \dot{r}_s d\tau \quad (4.54)$$

这样,就得出描述液滴高压蒸发时的质量守恒方程、能量守恒方程以及相应的定解关系(4.47), (4.48), (4.50), (4.51), (4.52), (4.53), (4.27)等方程,求解这个方程组,就可得到液滴的温度变化和半径变化,以及场中液滴蒸汽浓度的分布和气体混合物的温度分布。

4.3.2 计算结果和分析讨论

文献[5]应用 Crank-Nicholson 计算格式对正己烷液滴在高压氮气环境中的蒸发历程进行了计算。计算中采用了 $R-K$ 实际气体状态方程,并考虑了高压对偏摩尔相变热和摩尔分数的影响。

为了验证理论计算的正确性,文献[5]还专门进行了液滴高压蒸发试验。试验的环境温度为 548K,环境压力为 6.8—102atm。计算表明,当 $P=6.8\text{atm}$ 时,应取 $Le=2.67$,当 $P=20.4-102\text{atm}$ 时,应取 $Le=2.35$,才能使计算和实验的数据比较符合。同时还得出,在计算中不应采用通常的分子扩散系数值,而应采用有效扩散系数值,其值亦需通过实验确定,故该理论不单计算复杂,而且物性数据的选取以及平均方法等尚有很大问题,有待进一步改进。

4.4 K. C. Hsieh 和杨威迦理论^[15]

80 年代以来,由于高压化学热力学、物性学和数值求解方法的进展,液滴高压蒸发理论有了更进一步的发展,出现了因素考虑更多、更为精解的液滴高压蒸发理论^[15-20],其中尤以 K. C. Hsieh 和杨威迦的理论最为全面,该理论采用了更为精确的 Soave—Redlich—Kwong 状态方程,考虑了多组分液滴、气体的溶解、液滴物性分布的不均匀性和界面移动以及非定常性等问题,并对物性的选取作了较多的考虑。下面即介绍这一理论。

4.4.1 控制方程

为了考虑液滴表面的后移,采用了一个移动坐标系,即其

原点位于瞬变液滴表面,如图 4.7 所示。 S 为相对于液滴表面的距离。在气相分析中, S 指向外部

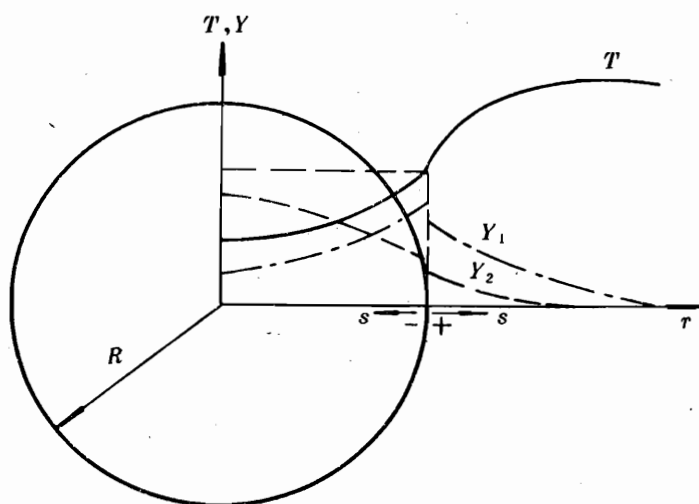


图 4.7 液滴高压蒸发的坐标系

$$S = r - R \quad (4.55)$$

在液相分析中, S 指向里面

$$S = R - r \quad (4.56)$$

假定球对称, 并应用方程(4.55)和(4.56), 就可以写出转换坐标中的气相守恒方程:

质量守恒

$$\frac{\partial}{\partial t}[\rho(R+S)^2] + \frac{\partial}{\partial S}[\rho(R+S)^2 V_s] = 0 \quad (4.57)$$

动量守恒

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t}[\rho(R+S)^2 V] + \frac{\partial}{\partial S}[\rho(R+S)^2 V V_s] \\ & = \frac{\partial}{\partial S}[(R+S)^2 (-p + \tau_{rr})] \end{aligned} \quad (4.58)$$

能量守恒

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho(R+S)^2 \left(e + \frac{V^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial S} \left[\rho(R+S)^2 \left(e + \frac{V^2}{2} \right) V_s \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial S} \left[(R+S)^2 \left(K \frac{\partial T}{\partial S} + \rho \sum_{i=1}^N h_i D_{im} \frac{\partial Y_i}{\partial S} \right) \right] \\ &+ \frac{\partial}{\partial S} [(R+S)^2 (-p)V] \end{aligned} \quad (4.59)$$

组元守恒

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [\rho(R+S)^2 Y_i] + \frac{\partial}{\partial S} [\rho(R+S)^2 Y_i V_s] \\ &= \frac{\partial}{\partial S} \left[(R+S)^2 \rho D_{im} \frac{\partial Y_i}{\partial S} \right] \end{aligned} \quad (4.60)$$

式中 V 和 V_s 分别为相对于液滴中心和表面的速度, $V_s = V - \dot{R}$. 法向剪切应力 τ_{rr} 的定义为

$$\tau_{rr} = \frac{4}{3} \mu \left[\frac{\partial V}{\partial S} - \frac{V}{R+S} \right] \quad (4.61)$$

对于液相, 如忽略整体运动, 则可写出以下方程:

能量守恒

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} [\rho(R-S)^2 e] + \frac{\partial}{\partial S} [\rho(R-S)^2 e V_s] \\ &= \frac{\partial}{\partial S} \left[(R-S)^2 \left(K \frac{\partial T}{\partial S} + \rho \sum_{i=1}^N h_i D_{im} \frac{\partial Y_i}{\partial S} \right) \right] \end{aligned} \quad (4.62)$$

组元守恒

$$\frac{\partial}{\partial t} [\rho(R-S)^2 Y_i] + \frac{\partial}{\partial S} [\rho(R-S)^2 Y_i V_s] = \frac{\partial}{\partial S} \left[(R-S)^2 \rho D_{im} \frac{\partial Y_i}{\partial S} \right] \quad (4.63)$$

以上式中

$$h_i = Y_i \int_{T_{ref}}^T C_{p,i} dT \quad (4.64)$$

$$D_{im} = (1 - x_i) / \sum_{j \neq i}^N (x_j / D_{ij}), \quad i = 1, \dots, N \quad (4.65)$$

4.4.2 匹配条件

气相和液相必须在液滴表面上相互匹配,以确定液滴表面条件和表面移动速度 $\dot{R}$ 。匹配条件可根据相平衡以及质量和能量平衡给出:

混合物的质量平衡

$$\dot{m}_v = \rho V_s \Big|_{r=R_+} \quad (4.66)$$

组元 i 的质量平衡

$$\left[\dot{m}_v Y_i - \rho D_{im} \frac{\partial Y_i}{\partial r} \right]_{r=R_-} = \left[\dot{m}_v Y_i - \rho D_{im} \frac{\partial Y_i}{\partial r} \right]_{r=R_+} \quad (4.67)$$

能量平衡

$$-K \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_-} = -K \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_+} + \sum_{i=1}^N \left[\dot{m}_v Y_i - \rho D_{im} \frac{\partial Y_i}{\partial r} \right]_{r=R_+} \Delta H_{v,i} \quad (4.68)$$

式中 $\dot{m}_v$ 是单位表面上的液滴蒸发质量; $\Delta H_{v,i}$ 是组元 i 蒸发时的偏摩尔相变热; R_+ 和 R_- 分别表示液滴表面气相侧和液相侧的条件。

在高压条件下,热力学气液相平衡必须满足以下关系:

$$T^v = T^l \quad (4.69)$$

$$P^v = P^l \quad (4.70)$$

$$f_i^v = f_i^l \quad (4.71)$$

上角标 v 和 l 分别指气相和液相中的值。每一组元的逸度 f_i 可通过以下方程用混合物的体积性质表示^[21]:

$$R_u T \ln(f_i/Px_i) = \int_V^\infty \left[\left(\frac{\partial P}{\partial n_i} \right)_{T,V,n_{j \neq i}} - \frac{R_u T}{V} \right] dV - R_u T \ln Z \quad (4.72)$$

式中 V 是系统的总体积, Z 是混合物的压缩因子。为了能从(4.72)式直接求出 f_i , 必须选择合适的状态方程。Redlich-Kwong 方程虽然比较简单,但对饱和汽相密度的计算效果较差。在这一研究中采用了改进的 Soave-Redlich-Kwong 方程^[22], 它应用于烃混合物的

气液平衡,常常能得出满意的结果。这一方程在原始的 $R-K$ 方程中引进了偏心因子和在粘聚能中引进温度关系,方程的形式为

$$P = \frac{R_u T}{V - b} - \frac{aa}{V(V + b)} \quad (4.73)$$

式中 V 是摩尔比容;混合物的质量平均参数 aa 和 b 可根据 Van der waals 单流体联合规则计算^[21]

$$aa = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \alpha_{ij} a_{ij}, \quad b = \sum_{i=1}^N x_i b_i \quad (4.74)$$

$$\alpha_{ij} a_{ij} = (1 - K_{ij}) \sqrt{\alpha_i \alpha_j a_i a_j} \quad (4.75)$$

式中能量和体积常数 a_i 和 b_i 与每一组元的临界性质有关, α_i 是根据纯蒸汽压数据得出的对比温度和偏心因子的经验函数。 K_{ij} 是考虑 aa 偏离几何平均联合规则的相互作用系数,可根据双元混合物的相平衡数据求得。应用(4.73)式对(4.72)式积分,就得到组元 i 的逸度表达式为

$$\ln f_i = \ln \hat{x}_i + \ln P + \frac{b_i}{b} (Z - 1) - \ln(Z - B) - \frac{A}{B} \left[\frac{2 \sum_{j=1}^N x_j \alpha_{ij} a_{ij}}{aa} - \frac{b_i}{b} \right] \ln \left(1 + \frac{B}{Z} \right) \quad (4.76)$$

系数 A 和 B 的定义为

$$A = \frac{aaP}{R_u^2 T^2}, \quad B = \frac{bP}{R_u T} \quad (4.77)$$

方程(4.73)可以写成以下更方便应用的形式:

$$Z^3 - Z^2 + Z(A - B - B^2) - AB = 0 \quad (4.78)$$

该式可以有一个或三个实根。在有三个实根时,其值为最大的根即为气相值。

偏摩尔相变热为蒸汽和液体的偏摩尔焓之差,即

$$\Delta H_{v,i} = \bar{h}_i^v - \bar{h}_i^l \quad (4.79)$$

对于多组元混合物, $\bar{h}_i$ 可通过以下热力学关系式求得,即

$$\frac{\bar{h}_i - \bar{h}_i^0}{R_u T^2} = - \frac{\partial}{\partial T} \left[\ln \frac{f_i}{P x_i} \right] \quad (4.80)$$

式中上角标 0 表示理想状态的值。将(4.76)式代入上式，并应用于每一相，然后将结果再代入(4.79)式，就可得到用混合物的压缩因子、组元浓度、压力和温度表示的每一组元的相变热。

4.4.3 热力学性质和输运性质的选取

热力学性质和输运性质的选取对计算结果的正确性影响很大。特别在近临界点附近，输运性质对压力和温度都非常敏感，并常出现很多异常性质，但目前还很难找到有关这方面的实验数据。在确定这些性质时，Hsieh 和杨首先确定每一组元的这些性质随压力和温度的变化关系，然后再按一定的混合规则进行平均，表 4.1 给出了这些物性的计算方法和依据。

表 4.1 物性的计算方法和依据文献

性 质	基准方法 ^a	高压修正 ^b	混合规则 ^c
液体密度	[23]	[31]	[23]
气体比热	[24],[25]	[32]	质量分数加权
液体比热	[26]	[33]	质量分数加权
气体粘性	[27]	[27]	[27]
液体粘性	[28]	[27]	[37]
气体导热系数	[24],[25]	[34]	[38]
液体导热系数	[24],[25]	[35]	[39]
气体二元扩散系数	[29]	[36]	[40]
液体二元扩散系数	[30]		[41]

a) 低中压时的纯组元值；b) 对于纯组元；c) 对于混合物。

4.4.4 计算结果讨论

Hsieh 和杨利用上述理论首先对包含氮、二氧化碳和链烷烃的多组元系统的汽液平衡进行了计算，以检验理论的适用性。然后

对 $100\mu\text{m}$ 的正戊烷液滴在 300K 和 1000K 的氮气中的情况进行了计算。图 4.8 给出了正戊烷/二氧化碳系统高压相平衡的计算值和实测值的比较。由图可知, 对于气相平衡成份, 计算值和实测值是很一致的, 但液相数据稍有偏离。这主要是由于 Van der waals 状态方程的固有限制以及缺乏方程(4.75)中的相互作用系数 K_{ij} 的实验数据。但图中显示的偏差已较采用 $R-K$ 方程时少得多。

图 4.9 给出了正戊烷/氮系统的相平衡浓度关系。对比压力 P_r 是以正戊烷的临界压力 ($33.7P_c$) 为基准的。当 $P_r < 1$ 时, 溶解在液相中的氮气是很少的, 而且随着温度的增加而减少, 在液体温度达到沸点时, 溶解度为零。但当 $P_r > 1$ 时, 气体的溶解度就很明显, 并且随温度增加而增加, 当 $P_r = 3$ 时, 氮在正戊烷中的摩尔分数随温度不同可以达到 17.5% —

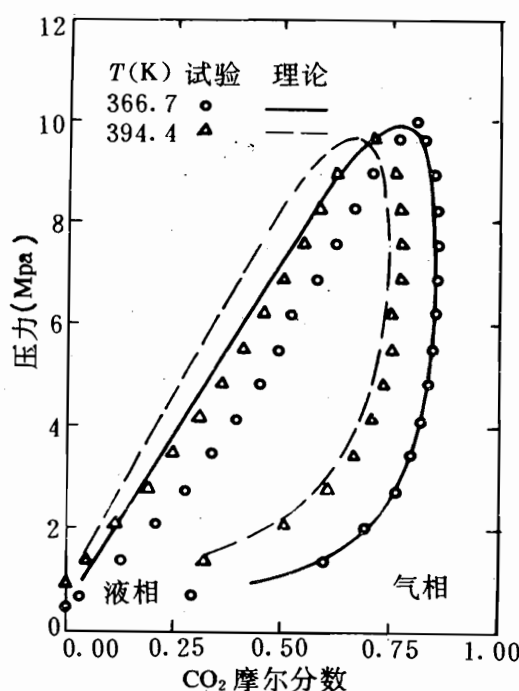


图 4.8 正戊烷/二氧化碳系统高压相平衡的计算值和实测值的比较

37.5% 。这说明在高压液滴蒸发时, 必须要考虑气体的溶解, 因为气体的溶解会明显改变混合物的热力学性质, 从而改变蒸发特性。相平衡的结果还表明, 临界混合温度随压力增加而减少。因而液滴在高压下更容易达到临界状态。还应指出, 临界混合点是一奇异状态, 在该点附近的任何微小温度变化都会导致每一相浓度的明显改变, 因而在数值计算时必须非常小心。

图 4.10 表示了正戊烷/氮系统中液滴表面温度随压力的变化。

由图可知, 当 $P = 65\text{atm}$ 时, 液滴表面达到临界状态 ($T = 463.5\text{K}$), 而在低于这一压力时, 液滴表面温度一开始急剧上升, 但都不会达到临界状态, 而是最终停留在准湿球状态 (完全的湿球状态是决不会达到的, 因为这时还有向液滴内部的传热)。

图 4.11 和 4.12 分别给出了正戊烷/氮系统中液滴内部温度分布和密度分布随时间的变化。图 4.13 给出了正戊烷/氮系统中液滴直径平方随时间的变化。但

在高压情况下, 这个图并不直接说明液滴蒸发速度的变化, 因为这时液滴的蒸发速度实际应由两部分组成; 一是由于液滴表面的内移速度; 另一是来自液滴燃料的密度 (浓度) 变化, 亦即

$$-\frac{dM}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_0^R 4\pi r^2 \rho_l Y_f dr = -4\pi R^2 \rho_l Y_f \dot{R}|_{R_-} - \int_0^R 4\pi r^2 \frac{d}{dt} (\rho_l Y_f) dr \quad (4.81)$$

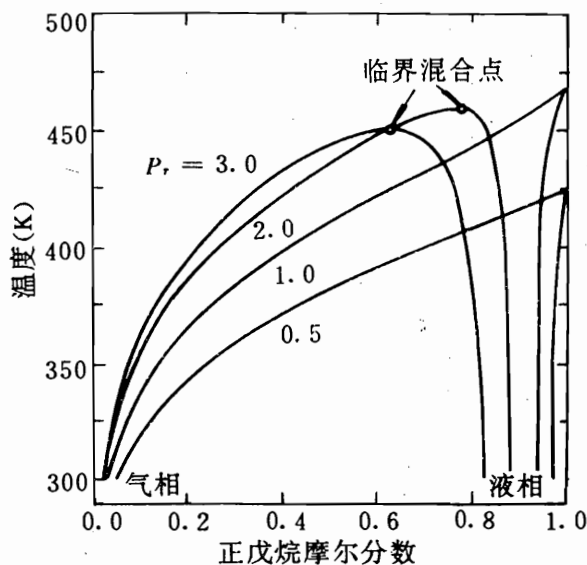


图 4.9 正戊烷/氮系统的相平衡浓度关系

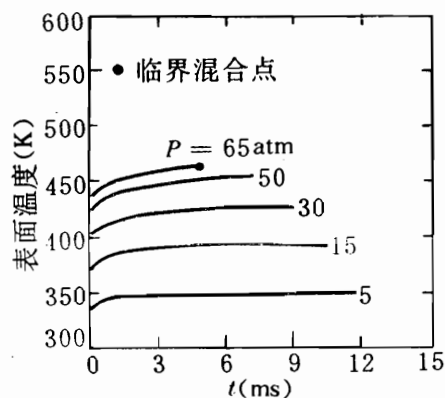


图 4.10 正戊烷/氮系统中液滴表面温度随压力的变化

在高压下, 整个液滴蒸发过程都处于瞬变状态, 其密度在不断变化, 特别在临界区, 液滴的密度减少很快。因而通常在低压下可以忽略的(4.81)式中右边的第二项, 在高压下会起很大作用。图 4.14 给出了液滴总的蒸发速度和与液滴内移速度有关的部分蒸发速度随时间变化的关系。由图可知, 在开始时, 这两者的差别很大, 但随着蒸发的进行, 这种差别将逐渐消失。

利用 Hsieh 和 杨的理论还可对液滴的高压蒸发进行很多系统研究, 但可惜由于这个理论计算的复杂性, 在目前的计算条件下要直接应用于液体火箭发动机喷雾燃烧模型还是较困难的, 不过可以用它来检验一些简化模型。

文献[16—18]则对液氧滴在亚临界和近临界条件下的蒸发进行了研究。这些研究对了解液氧滴高压蒸发时的一些现象和影响因素是十分有用的。例如文献[16]指出, 当液氧滴经历超临界状态转变时, 其表面仍然保持着临界混合物状态的性质以及压力对液滴边界层内 Le 数分布以及变扩散系数有很大影响, 文献[17]则指出, 忽略气体在液滴中的溶解性会显著低估临界混合温度等, 但这些文献中采用的基本方程亦和文献[15]类同, 计算方法亦较复

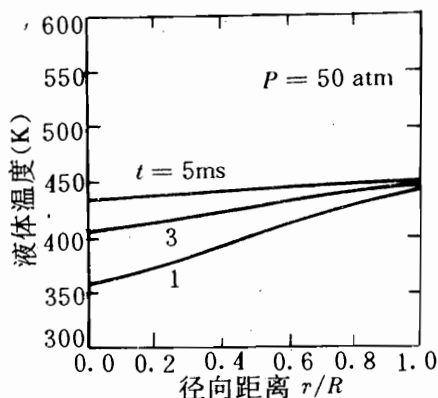


图 4.11 正戊烷/氮系统中液滴内部温度分布随时间的变化

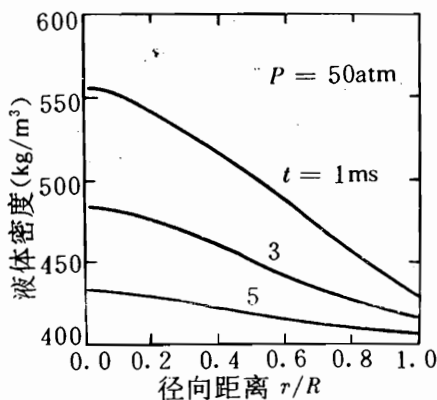


图 4.12 正戊烷/氮系统中液滴内部密度分布随时间的变化

杂,因而这些计算模型目前难于在液体火箭发动机喷雾燃烧模型中直接应用。

目前还只有类似于 ZKS 液滴高压蒸发理论的模型在工程上得到实际应用,但该理论未考虑气体溶解。文献[42]在 ZKS 液滴高压蒸发理论的基础上又作了进一步改进,考虑了环境介质气体在液滴中的溶解,采用了改进的 $R-K$ 方程和应用液相活度系数计算高压气液平衡的方法,文中还对丙烷液滴在高温高压氮气中的蒸发情况进行了初步计算,但有关活度系数的计算,目前还不是对所有感兴趣的物质都能找到适用于工程计算的合适关系式。为了区别于应用状态方程计算高压气液平衡的方法,我们称这种方法为应用液相活度系数计算高压气液平衡的方法。

4.5 应用液相活度系数计算 高压气液平衡的方法

4.5.1 理论模型

这个理论模型中的液滴蒸发速度、液滴温度的变化以及液滴

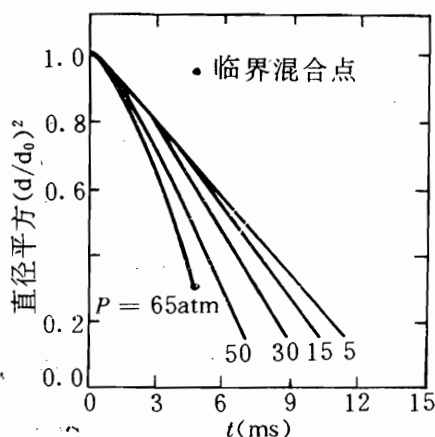


图 4.13 正戊烷/氮系统中液滴直径平方随时间的变化

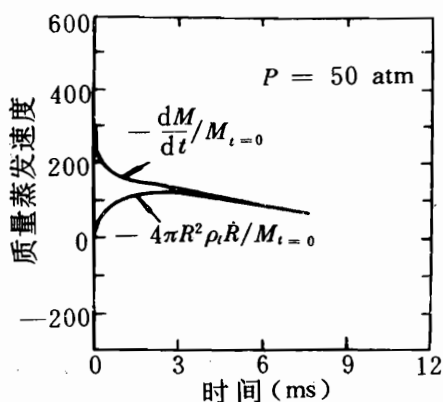


图 4.14 正戊烷/氮系统中的液滴质量蒸发速度的变化 ($p=50\text{atm}$)

半径的计算公式均与 ZKS 理论相同, 只是采用了改进的 $R-K$ 状态方程和考虑了气体的溶解和采用了相应的热力学相平衡关系。

普通的 $R-K$ 方程用于高压计算之所以误差较大, 其原因主要是采用了恒定不变的 Ω_a 、 Ω_b 和过于简单的混合规则, 为此, 根据文献[43]对其作了如下改进:

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{T^{0.5}V(V+b)} \quad (4.82)$$

当用于混合物时, 混合规则为

$$b = \sum_i y_i b_i; \quad b_i = \frac{\Omega_{bi} RT_{ci}}{P_{ci}}; \quad a = \sum_i \sum_j y_i y_j a_{ij}$$

$$a_{ij} = \frac{(\Omega_{ai} + \Omega_{aj}) R^2 T_{cij}^{2.5}}{2 P_{cij}}; \quad P_{cij} = \frac{Z_{cij} RT_{cij}}{V_{cij}}$$

$$V_{cij}^{1/3} = \frac{1}{2} (C_{ci}^{1/3} + V_{cj}^{1/3}); \quad T_{cij} = \sqrt{T_{ci} T_{cj} (1 - K_{ij})}$$

$$Z_{cij} = 0.291 - 0.08 \left(\frac{w_i + w_j}{2} \right)$$

各种工程上常用物质的 Ω_{ai} 、 Ω_{bi} 以及二元相互作用常数 K_{ij} 都可在文献[44]中找到。

根据热力学相平衡原理, 对于某一组分 i , 当达到热力学平衡时, 汽液两相化学势应相等, 即

$$f_i^g = f_i^l \quad (4.83)$$

气相逸度 f_i^g 可表示为压力和蒸气浓度的函数

$$f_i^g = \phi_i p y_i \quad (4.84)$$

式中 ϕ_i 为逸度系数, 由热力学关系与状态方程中各参数联系起来, 其值仍可按(4.18)式计算。

液相逸度 f_i^l 对于亚临界可凝性组分和超临界非凝性组分其定义不同, 它与标准态和归一化条件的选择有关。

对于亚临界可凝性组分

$$f_1 = r_1^{(p^*)} f_1^{(p^*)} x_1 \exp \left(\int_{p^*}^p \frac{\bar{V}_1^l}{R_u T} dp \right) \quad (4.85)$$

式中 $r_1^{(p^*)}$ 为参比压力 p^* 下的活度参数, x_1 为组元 1 的摩尔分数, $f_1^{(p^*)}$ 为纯液体 1 在 p^* 下的标准态逸度。

对于超临界非凝性组分

$$f_2 = \gamma_2^{*(p^*)} H_{2(1)}^{(p^*)} x_2 \exp \left(\int_{p^*}^p \frac{\bar{V}_2^l}{RT} dp \right) \quad (4.86)$$

式中 $H_{2(1)}^{(p^*)}$ 为溶质 2 在溶液 1 中的亨利常数 (在参比压力 p^* 和温度 T 时)。

$\gamma_1^{(p^*)}$ 和 $\gamma_2^{*(p^*)}$ 为活度系数, 可通过剩余吉布斯能计算^[44]。

$$\ln(\gamma_1^{(p^*)}) = \left[\frac{\partial (ng^{E^*}/RT)}{\partial n_1} \right]_{T, P, n_2} \quad (4.87)$$

$$\ln(\gamma_2^{*(p^*)}) = \left[\frac{\partial (ng^{E^*}/RT)}{\partial n_2} \right]_{T, P, n_1} \quad (4.88)$$

$$g^{E^*}/RT = (x_1 q_1 + x_2 q_2) a_{22(1)} \phi_2^2 \quad (4.89)$$

式中 n 为总摩尔数, 等于 $n_1 + n_2$; g^{E^*} 为剩余吉布斯能; q_i 为分子 i 的有效尺寸, $a_{22(1)}$ 为分子 2 在分子 1 环境中的自相互作用常数, ϕ 是有效体积分数。 q_1, q_2, ϕ_2 和 $a_{22(1)}$ 都可由经验公式或查表求得^[44]。

标准态逸度 $f_1^{(p^*)}$ 和亨利常数 $H_{2(1)}^{(p^*)}$ 则可由下式计算

$$f_1^{(p^*)} = \phi_1^s p_1^s \exp \left(\int_{p_1^s}^{p^*} \frac{\bar{V}_1^l}{RT} dp \right) \quad (4.90)$$

$$H_{2(1)}^{(p^*)} = H_{2(1)}^{(p_1^s)} \exp \left(\int_{p_1^s}^{p^*} \frac{\bar{V}_2^\infty}{RT} dp \right) \quad (4.91)$$

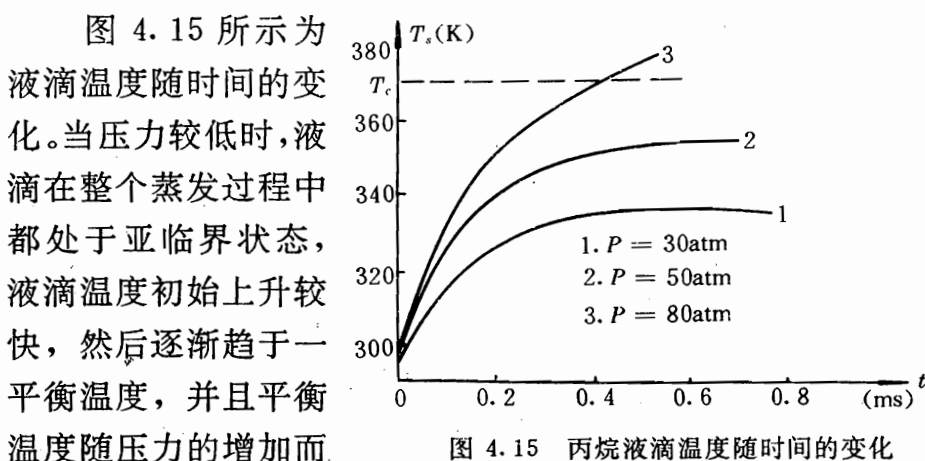
式中 p_1^s 为溶剂 (可凝性组分) 的饱和蒸汽压; $\bar{V}_2^\infty$ 为无限稀释的溶质 (非凝性组分) 在溶剂中的偏摩尔体积 (在 T 温度); $H_{2(1)}^{(p_1^s)}$ 为 $\ln(f_2/x_2)$ 随 x_2 变化的曲线外推至 $x_2=0$ 的值。

这样, 对于由液滴的介质气体组成的二元系统, 在给定的压

力和温度下就可由以上方程求出液汽两相中各组分的浓度，确定出介质气体在液滴中的溶解度，代入其它相应公式即可计算液滴的蒸发过程。

4.5.2 计算结果及分析

利用以上模型对丙烷液滴在氮气中的蒸发进行了计算。



增加。但当压力较高时，液滴温度会不断上升，达到热力学临界温度。使得液滴达到超临界状态所需的环境压力，通常都明显高于液滴的热力学临界压力，并随燃料种类和环境温度而变化，对于丙烷，这个压力较其热力学临界压力大约高 1—2 倍。

图 4.16 所示为在不同压力和温度下，氮气在丙烷液滴中的溶解度。介质气体在液滴中的溶解度随压力的增大而增大，随液滴温度的升高开始增大，随后又减少，这一结果与现有实验是一致的^[45]。在高压下气体的溶解是十分明显的，例如在 60 大气压，液滴温度为 230K 时，液滴中氮的含量高达 10%。

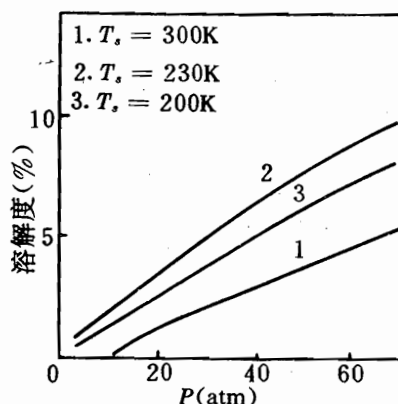


图 4.17 给出了由于气体在液滴中的溶解, 液滴热力学临界参数的变化。由图可见, 由于介质气体在液滴中的溶解, 明显改变了液滴的热力学临界参数。例如, 当氮气在丙烷中的溶解度达到 10% 左右

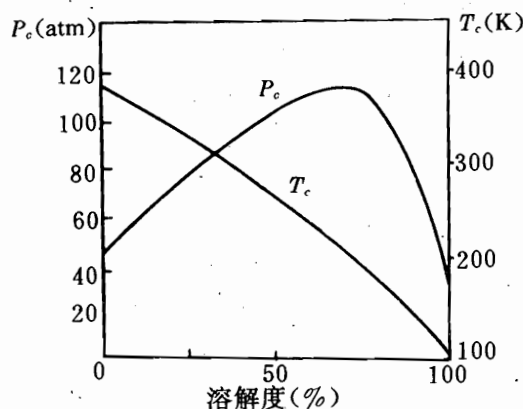


图 4.17 临界混合压力和温度随溶解度的变化

时, 临界压力提高了近 20%, 而临界温度降低了大约 5%。此外, 介质气体的溶解还将明显影响液滴其它性能, 如蒸汽压、比热等, 从而影响液滴的蒸发, 故在高压蒸发理论中, 进一步研究气体溶解对液滴蒸发和燃烧的影响是必要的。

参考文献

- [1] P. R. Wieber. Calculated Temperature Histories of Vaporizing Droplets to the Critical Point. AIAA J. 1, 12(1963), 2764—2770
- [2] C. H. Waldman, et al. Prediction of Transient Temperature Fields within a Vaporizing/Burning Fuel Droplet under High Pressure. WSS/CI 74—17
- [3] D. E. Rosner and W. S. Chang. Transient Evaporation and Combustion of a Fuel Droplet Near Its Critical Temperature. Combustion Science and Technology, 1973. Vol. 7. pp. 145—158
- [4] J. A. Marique and G. L. Borman. Calculation of Steady State Droplet Vaporization at High Ambient Pressures. Int. J. Heat Mass Transfer, 12, (1969), 1081—1093
- [5] R. L. Matlosz and S. Leipziger. Investigation of Liquid Drop Evaporation in a High Temperature and High Pressure Environment. Int. J. Heat Mass Transfer 15, (1972), 831—852
- [6] 庄逢辰, 陈新华. 燃料液滴高压蒸发理论. 工程热物理学报, Vol. 3,

No. 3. 1982

- [7] Toshikazu Kadota and Hiroyuki Hiroyasu. Evaporation of Single Droplet at Elevated pressures and Temperatures. Bulletin of the JSME. , Vol. 19, No. 138. 1976
- [8] R. D. Sutton, et al. Operating Manual for Coaxial Injection Combustion Model. NASA CR—129031
- [9] R. C. Reid, et al. The Properties of Gases and Liquids. McGraw-Hill Book Company, 1977
- [10] 童敬山, 李敬. 流体热物理性质的计算. 清华大学出版社, 1982
- [11] W. C. Edmister, et al. Partial Enthalpies of Components in Gas Mixtures via Redlich-Kwong Equation of State. A. I. Ch. E. J. Vol. 9, No. 1. 1963
- [12] B. J. McBride et al. Thermodynamics Properties to 6000K for 210 Substances Involving the First 18 Elements. NASA SP—3001
- [13] R. A. Svehla. Estimated Viscosities and Thermal Conductivities of Gases at High Temperatures. NASA TR R—132
- [14] R. S. Lazar and G. M. Faeth. Bipropellant Droplet Combustion in the Vicinity of the Critical Point. Proceedings of thirteenth Symposium on Combustion, 1971
- [15] K. C. Hsieh and J. S. Shuen. Droplet Vaporization in High Pressure Environments. Combustion Science and Technology, 1991, Vol. 76. pp. 111—132
- [16] Y. S. Yang, et al. Evaporation of LOX under Super Critical and Subcritical Conditions, AIAA 93—2188
- [17] J. P. Delplanque and W. A. Sirignano. Transient Vaporization and Burning for an LOX Droplet at Sub—and Near—critical Conditions. AIAA 91—0075
- [18] W. A. Sirignano, et al. Numerical Simulation and Modeling of LOX Droplet Vaporization at Supercritical Conditions. 26th JANNAF Combustion Meeting
- [19] J. D. and G. L. Borman. A model for Multicomponent Droplet Vaporization at High Ambient Pressure. SAE No. 85—0264
- [20] R. J. Litchford and S. M. Jeng. LOX Vaporization in High-Pressure Hydrogen-Rich Gas. AIAA No. 90—2192
- [21] J. M. Prausnitz, R. N. Lichtenthaler and E. G. Azevedo Molecular Thermody-

namics of Fluid Phase Equilibria, Prentice-Hall, Englewood Cliffs. New Jersey, 1986

- [22] M. S. Graboski and T. E. Daubert. A modified Soave Equation of State for Phase Equilibrium Calculations. 1. Hydrocarbon Systems. Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development, 17, 443
- [23] R. W. Hankinson and G. H. Thomson. A New Correlation for Saturated Densities of Liquids and Their Mixtures. J. of AIChE 25(4), 653, 1972
- [24] T. E. Daubert and R. P. Danner. Physical and Thermodynamic Properties of Pure Chemicals. Data Compilation Hemisphere Publishing Corporation New York, 1989
- [25] B. J. McBride and F. J. Zeleznik. Computer Program for Calculation of Complex Chemical Equilibrium Compositions and Application Supplement I-Transport Properties. NASA TM-86885. 1984
- [26] J. S. Rowlinson. Liquids and Liquid Mixtures. 2nd ed Butterworth, London. 1969
- [27] K. Lucas. Review of Present status of Transport Properties Predictions. Phase Equilibrium and Fluid Properties in the Chemical Industry. Dechema. Frankfurt, pp. 573-587, 1980
- [28] K. Stephan and K. Lucas. Viscosity of Dense Fluids Plenum. New York, 1979
- [29] R. C. Reid, et al. The Properties of Gases and Liquids, 4th Ed. McGraw-Hill, New York. 1987
- [30] W. Hayduk and B. S. Minhas. Correlations for Prediction of Molecular Diffusivities in Liquids. Canadian Journal of Chemical Engineering, 60, 295, 1982
- [31] G. H. Thomson, et al. An Improved Correlation for Densities of Compressed Liquids and Liquid Mixtures. J. of AIChE, 28(4), 671, 1982
- [32] B. I. Lee and M. G. Kesler. A Generalized Thermodynamic Correlation Based on Three-Parameter Corresponding states. J. of AIChE, 21(3), 510, 1975
- [33] V. V. Sychev, et al. Property Data Update, Official Standards of the National Standard Reference Data Service of the USSR. Hemisphere Publishing Corporation, Washington D. C. . 1987

- [34] L. I. Stiel and G. Thodos. The Thermal Conductivity of Nonpolar Substances in the Dense Gaseous and Liquid Regions. *J. of AIChE*, 10(1), 26, 1964
- [35] A. Misserand. Review of General Thermodynamics. 101(5), 649, 1970
- [36] S. Takahashi. Preparation of a Generalized Chart for the Diffusion Coefficients of Gases at High Pressures. *J. of Chemical Engineering of Japan*, Vol. 7, No. 6. 1974
- [37] T. H. Chung, et al. Generalized Multiparameter Correlation for Nonpolar Fluid Transport Properties. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 27(4), 671, 1988
- [38] M. Yorzane, et al. Thermal Conductivities of Binary Gas Mixtures at High Pressures: N_2-O_2 , N_2-Ar , CO_2-Ar and CO_2-CH_4 . *Industrial and Engineering Chemistry Fundamentals*, 22(4), 458, 1983
- [39] C. C. Li. Thermal Conductivity of Liquid Mixtures. *J. of AIChE*, 22(5), 927, 1976
- [40] C. R. Wilke. Diffusional Properties of Multicomponent Gases. *Chemical Engineering Progress*, Vol. 46, No. 2. 1950. pp. 95-104
- [41] L. R. Perkins and C. J. Geankoplis. Molecular Diffusion in a Ternary Liquid System with the Diffusing Component Dilute. *Chemical Engineering Science*, 24, 1035, 1969
- [42] 周进, 吴道宏, 庄逢辰. 液体推进剂液滴高压蒸发研究. *国防科技大学学报*, Vol. 15, No. 2. 1993
- [43] J. M. Prausnitz and P. L. Chuech. Calculation of high-Pressure Vapour-Liquid Equilibrium. *Ind. Eng. Chem*, 1968. 60, 34
- [44] J. M. Prausnitz and P. L. Chuech. Computer Calculations for High-Pressure Vapour-Liquid Equilibria. Prentice-Hall, Inc, 1968
- [45] J. M. Prausnitz. 用计算机计算多元汽-液和液-液平衡. 化学工业出版社, 1983. 北京

第五章 液氧/烃发动机中组元 液滴的超临界燃烧理论

5.1 引言

当燃烧室压力和温度很高时,液滴很快会达到热力学临界状态。这时液滴就变成气团,液滴的蒸发/燃烧问题就变成气团的扩散燃烧问题。有些液体火箭发动机燃烧模型,例如文献[1]就假定喷雾一进入燃烧室即变成气团,直接应用液滴超临界燃烧理论来分析航天飞机主发动机预燃室中的燃烧过程。Spalding^[2], Rosner^[3], Chervinsky^[4]相继都对液滴的超临界燃烧理论进行了研究。本章将概要介绍这些理论。这些理论中所说的液滴,实际都应理解为相应的气团。

5.2 液滴超临界燃烧的点源理论^[2]

5.2.1 基本假设

1. 考虑一个燃料液滴处在一个无限大的,静止氧化剂介质中的情况;
2. 过程球对称进行;
3. 液滴已达到超临界状态,实际为一气团;
4. 忽略 Stefan 流,只考虑分子扩散运动;
5. 场中流体的状态和物性参数如下, P, ρ, D 等恒定不变,并处处相等;

6. 燃烧反应可用一个一步反应来表示: $\sum_{i=1}^N \nu_i' S_i = \sum_{i=1}^N \nu_i'' S_i$;

7. 化学反应速度很大, 燃烧发生在很薄的火焰锋上, 火焰锋可用一个几何表面来近似;

8. 只考虑燃料、氧化剂和产物三种成分。

5.2.2 基本方程

根据基本假设, 由于不考虑温度的变化, 所以不需列能量方程, 只须列出组分守恒方程

$$\rho \frac{\partial Y_i}{\partial t} = \omega_i'' - [\nabla \cdot (\rho r_i \vec{v}_i)] \quad (5.1)$$

ω_i'' 为 i 组元的化学反应速度, 对于作用物为负, 对于生成物为正, 实际上这一项就是由于化学反应而引起的组元 i 的浓度的变化率。

第二项为组元质量流强的散度, 由于不考虑 Stefan 流, 故

$$\vec{v}_i = -D \frac{\nabla Y_i}{Y_i} \quad (5.2)$$

将(5.2)式代入(5.1)式, 得

$$\rho \frac{\partial Y_i}{\partial t} = \omega_i'' + \nabla \cdot (\rho D \nabla Y_i) \quad (5.3)$$

唯象化学动力学表达式可以写成

$$\omega_i'' = M_i(\nu_i'' - \nu_i')\omega'' \quad (5.4)$$

将(5.4)式代入(5.3)式, 并定义

$$\alpha_i = \frac{Y_i}{M_i(\nu_i'' - \nu_i')} \quad (5.5)$$

方程(5.3)变成

$$\rho \frac{\partial \alpha_i}{\partial t} - \nabla \cdot (\rho D \nabla \alpha_i) = \omega'' \quad (5.6)$$

这里, $i=f, ox, p$

将(5.6)式分别对 f, p 写出方程, 并令

$$\beta = \alpha_p - \alpha_f \quad (5.7)$$

可得

$$\rho \frac{\partial \beta}{\partial t} - \nabla \cdot (\rho D \nabla \beta) = 0 \quad (5.8)$$

这就是点源理论的基本方程。

假定 $t=0$ 时, 液滴为 $r=a$ 的球体, 因而可以列出当 $t=0$ 时的初始条件

$$r \leq a, \beta = \beta_0 = \alpha_{p,0} - \alpha_{f,0} = \frac{1}{v_f M_f} \quad (5.9)$$

$$r > a, \beta = \beta_\infty = \alpha_{p,\infty} - \alpha_{f,\infty} = \frac{Y_{p,\infty}}{v_p M_p} \quad (5.10)$$

定义一个新的变量

$$\Gamma = \frac{\beta - \beta_\infty}{\beta_0 - \beta_\infty} = \frac{Y_f + \frac{v_f M_f}{v_p M_p} (Y_p - Y_{p,\infty})}{1 - \frac{v_f M_f}{v_p M_p} Y_{p,\infty}} \quad (5.11)$$

并将(5.11)式代入(5.8)式, 得

$$\rho \frac{\partial \Gamma}{\partial t} - \nabla \cdot (\rho D \nabla \Gamma) = 0 \quad (5.12)$$

对于球对称情况, 上式可写成

$$\rho \frac{\partial \Gamma}{\partial t} - \frac{\rho D}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \Gamma}{\partial r} \right) = 0 \quad (5.13)$$

初始条件可以改写成

$$t = 0, \quad r \leq a: \quad \Gamma = 1 \quad (5.14)$$

$$r > a: \quad \Gamma = 0 \quad (5.15)$$

一个边界条件为

$$r \rightarrow \infty, \quad \Gamma = 0 \quad (5.16)$$

根据场中燃料总量守恒, 即总的燃料量应等于未反应的燃料量加上已反应的燃料量, 可得另一个边界条件为

$$m_f = \int_0^\infty 4\pi r^2 \rho \Gamma dr \quad (5.17)$$

式中, m_f 为燃料液滴的初始质量。

5.2.3 方程的解和结果讨论

根据文献[5], 假定 $t=0$ 时, 液滴质量集中于一点, 于是方程的解可以写成

$$\Gamma = \frac{m_f}{\rho(4\pi Dt)^{3/2}} \exp\left(-\frac{r^2}{4Dt}\right) \quad (5.18)$$

从上式即可求得 Γ 亦即 Y_f 随空间 r 和时间 t 的变化规律。但是从工程应用来讲, 我们最感兴趣的并不是浓度分布, 而是火焰锋的位置, 液滴燃烧速度以及液滴完全燃烧时间等。现在我们就来求这些量的关系式。

1. 火焰锋半径

根据基本假设(7), 火焰锋可以当作一个几何表面来处理, 在这个几何表面上有 $Y_f=0$, $Y_{ox}=0$, $Y_f=1$ 。因而这时可写出

$$\Gamma = \Gamma_f = \frac{Y_{ox,\infty}}{Y_{ox,\infty} + \frac{v_{ox}M_{ox}}{v_fM_f}} \quad (5.19)$$

由(5.19)式可知, 当燃料液滴和周围氧化剂介质一定时, Γ_f 是一定值。在(5.18)式中令 $r=r_f$, $\Gamma=\Gamma_f$, 即可得出火焰锋半径的关系式

$$\frac{r_f^2}{4Dt} = \ln\left(\frac{m_f}{\rho\Gamma_f(4\pi Dt)^{3/2}}\right) \quad (5.20)$$

引入以下无量纲量, 令

$$\phi = \frac{r_f}{(m_f/\rho\Gamma_f)^{1/3}} \quad (5.21)$$

$$\theta = \frac{4\pi Dt}{(m_f/\rho\Gamma_f)^{2/3}} \quad (5.22)$$

将(5.21), (5.22)式代入(5.20)式, 可得无量纲火焰锋半径的表达式为

$$\phi = \left[-\frac{3}{2\pi}\theta\ln\theta\right]^{1/2} \quad (5.23)$$

图 5.1 表示了无量纲火焰锋半径 ϕ 随时间 θ 的变化关系。由图可知, 当 $t=0$ 时, 火焰锋半径为零, 这与点源理论是一致的。随着气团的扩散, 火焰锋半径先增加, 当 $\theta=0.368$ 时, 无量纲火焰锋半径达到最大值, $\phi_{\max}=0.419$, 这时

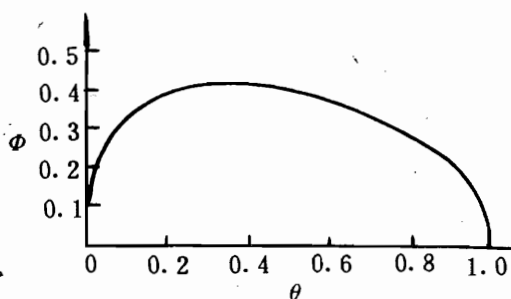


图 5.1 无量纲火焰锋半径 ϕ 随时间 θ 的变化关系

$$r_{f,\max} = 0.419 \left(\frac{m_f}{\rho I_f} \right)^{1/3} \quad (5.24)$$

以后, 由于场中燃料浓度梯度下降, 扩散出来的燃料量亦下降, 这时燃料供应不足, 故 r_f 又下降。

2. 液滴完全燃烧时间

在(5.23)式中令 $\phi=0$, 或在(5.22)式中令 $\theta=1$, 即可求得“液滴”完全燃烧时间为

$$t_b = \frac{\left(\frac{m_f}{\rho I_f} \right)^{2/3}}{4\pi D} \quad (5.25)$$

在(5.25)式的分子分母上都乘以 ρ , 并认为 ρD 与压力 P 无关, 即可得出

$$t_b \propto P^{1/3} \quad (5.26)$$

即在超临界情况下, 液滴完全燃烧时间与压力的三分之一次方成正比。文献[7]的试验证明了这一结论。

3. “液滴”燃烧速度

定义燃烧效率 η 为已燃燃料量与总的燃料量之比, 则可写出

$$\eta = 1 - \frac{\int_0^\infty 4\pi r^2 \rho Y_f dr}{m_f} \quad (5.27)$$

定义 f 为场中任一点上混气中的折算燃料（即包括未燃烧的燃料和已燃烧燃料）的质量分数，于是可写出

$$f = Y_f + \frac{v_f M_f}{v_r M_r} Y_r \quad (5.28)$$

于是，任一点上混气的折算氧化剂质量分数即为 $1-f$ ，而混气中的燃烧产物质量分数则可写成

$$Y_r = (1-f) \frac{v_r M_r}{v_{oz} M_{oz}} \quad (5.29)$$

将(5.29)式代入(5.28)式，即得

$$Y_f = \frac{f - f_f}{1 - f_f} \quad (5.30)$$

式中 f_f 为完全燃烧产物中的折算燃料的质量分数

$$f_f = \frac{v_f M_f}{v_f M_f + v_{oz} M_{oz}} \quad (5.31)$$

利用(5.28)，(5.31)式可将(5.11)式写成

$$\Gamma = \frac{f - f_\infty}{1 - f_\infty} \quad (5.32)$$

将(5.30)式改写成

$$Y_f = \frac{1 - f_\infty}{1 - f_f} \frac{(f - f_\infty) + (f_\infty - f_f)}{1 - f_\infty}$$

并将上式代入(5.27)式，进行积分，经过整理后，即可求得以下燃烧效率关系式

$$\frac{(1-\eta)(1-f_f)}{1-f_\infty} = \operatorname{erf}\left[\left(-\frac{3}{2}\ln\theta\right)^{1/2}\right] - \left(\frac{6}{\pi}\right)^{1/2} \theta^{3/2} [(-\ln\theta)^{1/2} + (-\ln\theta)^{3/2}] \quad (5.33)$$

图 5.2 给出了 $(1-\eta)(1-f_f)/(1-f_\infty)$ 随 θ 变化的关系

$$\text{当 } \theta = 0 \text{ 时} \quad \frac{(1-\eta)(1-f_f)}{(1-f_\infty)} = 1 \quad (5.34)$$

$$\theta = 1 \text{ 时} \quad \frac{(1-\eta)(1-f_f)}{(1-f_\infty)} = 0 \quad (5.35)$$

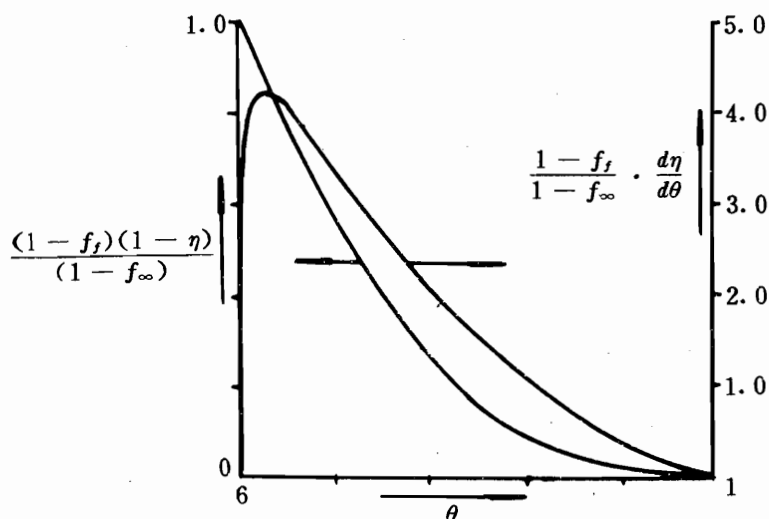


图 5.2 燃烧效率和燃烧速度随时间变化的关系

因为 $f_{\infty} < f_f$, 故由 (5.34) 式可得 $1 - \eta > 1$. 这说明在 $t=0$ 时, 不完全燃烧率超过 100%. 这种情况在物理概念上当然是不可能的。这是由点源模型的假设所引起的。实际上, 由 (5.18) 式就可发现此问题, 当 $t \rightarrow 0, r \rightarrow 0$ 时, $I' \rightarrow \infty$, 即 $Y_f \rightarrow \infty$. 这是点源模型的缺点。为此, 我们可对燃烧效率曲线作如下修正, 认为在开始区 $(1 - \eta)(1 - f_f)/(1 - f_{\infty}) = (1 - f_f)/(1 - f_{\infty})$, 而曲线的其余部分仍然不变。

将 (5.33) 式对时间求导, 即可得到燃烧速度的公式

$$\frac{1 - f_f}{1 - f_{\infty}} \frac{d\eta}{d\theta} = \left(\frac{27}{2\pi} \right)^{1/2} \theta^{1/2} (-\ln\theta)^{3/2} \quad (5.36)$$

燃烧速度随时间变化的图形亦表示在图 5.2 上。由图可知, $\theta = 0$ 和 $\theta = 1$ 时, 燃烧速度均为零, 而当 $\theta = 0.0498$ 时, 燃烧速度为最大。但这么小的 θ 值, 一般对应的时间是属于点源模型的不可信区。

5.3 液滴超临界燃烧的分布源理论^[3]

5.3.1 点源理论的优缺点和分布源理论的提出

点源理论的最大优点是可以给出解析解。但由上面的分析可知, 当时间较短时, 计算的结果是不正确的, 这是由于假定点源所造成的必然结果。文献[3]改进了点源理论, 认为气团不是一个点源, 而是一个有限尺寸的分布源, 这样就会得出更精确的解。

5.3.2 分布源理论的求解和结果讨论

分布源理论的假设中, 除了分布源这一假设不同外, 其余假设与点源理论相同。故分布源理论的求解, 可以充分利用点源理论的结果。我们可以把一个有限尺寸的分布源分割成无穷多个无限小的点源。利用点源理论可以得出每个点源对场中的任一点 f 的贡献, 然后再对每个点源积分求和, 就可获得分布源理论的 f 分布。

建立坐标系 $oxyz$, 使需要求 f 值的空间点位于原点。液滴气团的球心坐标为 $(0, 0, r)$, 液滴气团的半径为 r_s 。在(5.18)式中令 $m_f = \rho d\tau$, 可得任一点源 $p(\vec{R})$ 引起的空间的 f 分布。

$$\Gamma_i = \left(\frac{f - f_\infty}{1 - f_\infty} \right)_i = \frac{\exp(-R^2/4Dt)}{(4\pi Dt)^{3/2}} d\tau$$

于是, 总的 f 分布为

$$\frac{f - f_\infty}{1 - f_\infty} = \iiint_{\Omega} \frac{\exp(-R^2/4Dt)}{(4\pi Dt)^{3/2}} d\tau \quad (5.37)$$

采用球坐标, 积分域为

$$R: \quad r - r_s \rightarrow r + r_s$$

$$\theta: \quad 0 \rightarrow \arccos \frac{r^2 + R^2 - r_s^2}{2Rr}$$

$$\phi: \quad 0 \rightarrow 2\pi$$

经过运算后, 即可得出分布源理论的折算燃料质量分数解的形式为

$$\Gamma = \frac{f - f_{\infty}}{1 - f_{\infty}} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{r + r_s}{\sqrt{4Dt}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{r_s - r}{\sqrt{4Dt}} \right) \right] \\ - \frac{1}{r} \sqrt{\frac{Dt}{\pi}} \left\{ \exp \left[-\frac{(r - r_s)^2}{4Dt} \right] \right. \\ \left. - \exp \left[-\frac{(r + r_s)^2}{4Dt} \right] \right\} \quad (5.38)$$

1. 火焰锋半径

在(5.38)式中, 令 $f = f_f$, 则 $r = r_f$. 从而可得到一个关于火焰锋半径 r_f 的超越方程

$$\frac{f_f - f_{\infty}}{1 - f_{\infty}} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{r_f + r_s}{\sqrt{4Dt}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{r_s - r_f}{\sqrt{4Dt}} \right) \right] \\ - \frac{1}{r_f} \sqrt{\frac{Dt}{\pi}} \left\{ \exp \left[-\frac{(r_f - r_s)^2}{4Dt} \right] \right. \\ \left. - \exp \left[-\frac{(r_f + r_s)^2}{4Dt} \right] \right\} \quad (5.39)$$

如引入无量纲火焰锋半径

$$\xi_f = \frac{r_f}{r_s} \quad (5.40)$$

无量纲时间

$$\tau = \frac{Dt}{r_s^2} \quad (5.41)$$

化学计算系数

$$\nu = \frac{f_f - f_{\infty}}{1 - f_f} \quad (5.42)$$

并将(5.40)–(5.42)式代入(5.39)式, 就得到分布源理论的无量纲火焰锋半径的表达式为

$$\frac{\nu}{1 + \nu} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{erf} \left(\frac{1 + \xi_f}{2\tau^{1/2}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{1 - \xi_f}{2\tau^{1/2}} \right) \right] \\ - \frac{\tau^{1/2}}{\pi^{1/2} \xi_f} \left\{ \exp \left[-\frac{(1 - \xi_f)^2}{4\tau} \right] \right.$$

$$- \exp \left[- \frac{(1 + \xi_f)^2}{4\tau} \right] \} \quad (5.43)$$

如将(5.40)–(5.42)式代入(5.20)式, 则得到点源理论的无量纲火焰锋半径的表达式为

$$\xi_f = \left\{ 4\tau \ln \left[\frac{1}{(4\pi\tau)^{3/2}} \left(\frac{4\pi}{3} \right) \left(\frac{1+\nu}{\nu} \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (5.44)$$

由(5.43), (5.44)式即可作出两种理论的 $\xi_f = f(\tau)$ 的图形。由图 5.3 可以看出:

(1) 当 $\tau=0$ 时, 点源理论的无量纲火焰锋半径为零, 而分布源理论为 1, 这与两种理论的假设是一致的;

(2) 两种理论所得出的火焰锋半径都是先增加后减少;

(3) 两种理论所得的结果, 除了在 τ 很小和 ν 很大的区域外, 在大部分 τ 和 ν 的分布范围内基本上是一致的。

2. 完全燃烧时间

在(5.43)式中令

$\xi_f=0$, $\tau=\tau_b$ 就可得到分布源理论的完全燃烧时间的隐式表达式

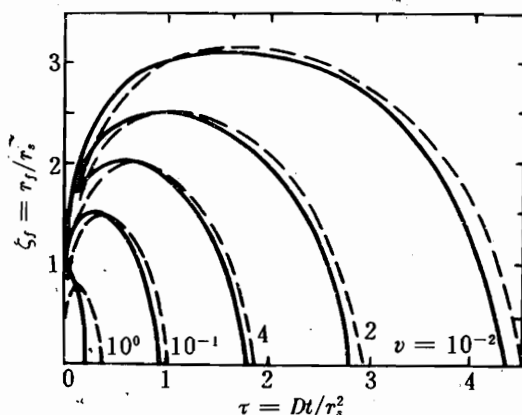


图 5.3 点源理论(虚线)和分布源理论(实线)的无量纲火焰锋半径随时间的变化

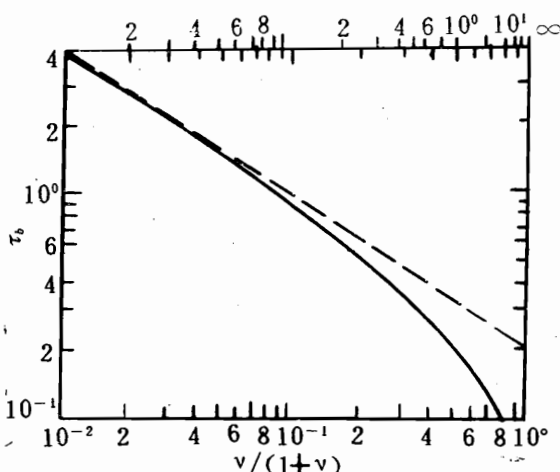


图 5.4 点源理论(虚线)和分布源理论(实线)的无量纲完全燃烧时间的比较

$$\frac{\nu}{1+\nu} = \operatorname{erf}\left(\frac{1}{2\tau_b^{1/2}}\right) - \left[\frac{1}{(\pi\tau_b)^{1/2}}\right] \exp\left(-\frac{1}{4\tau_b}\right) \quad (5.45)$$

而点源理论的完全燃烧时间的表达式则为

$$\tau_b = \frac{1}{4\pi} \left[\frac{3}{4\pi} \left(\frac{\nu}{1+\nu} \right) \right]^{-2/3} \quad (5.46)$$

由(5.45)和(5.46)式可知,当 ν 一定时,完全燃烧时间亦为定值,与滴径的平方成正比。

根据(5.45), (5.46)两式可以作出完全燃烧时间的关系曲线,如图 5.4 所示。由图可知,点源理论的 τ_b 总是大于分布源理论的 τ_b 。当 ν 增大时,偏差亦增大。一般可认为,当 $\nu < 0.1$ 时,两种理论所得的结果比较一致,其偏差小于 10%。 ν 值大时两者差别增大的原因是由于完全燃烧时间缩短,点源理论的不精确度增大的缘故。

5.4 液滴超临界燃烧的变物性理论^[4]

5.4.1 基本假设

点源理论和分布源理论都忽略了对流流动和认为流体的性质是常数。当燃烧速度很快和化学反应放热量很大时,这两个假设与实际情况的差别是比较大的。文献[4]去掉了这两个限制性的假设,其余假设仍与点源理论的相同,但再补充一个 $Le=1$ 的假设。

5.4.2 基本方程

化学反应方程

$$\sum_{i=1}^N \nu_i' S_i \rightarrow \sum_{i=1}^N \nu_i'' S_i \quad (5.47)$$

总连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho v) = 0 \quad (5.48)$$

组分守恒方程

$$\rho \frac{\partial Y_i}{\partial t} + \rho v \frac{\partial Y_i}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho D r \frac{\partial Y_i}{\partial r} \right) + (\nu_i'' - \nu_i') M_i \dot{\omega}'' \quad (5.49)$$

能量守恒方程

$$\rho \frac{\partial h}{\partial t} + \rho v \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \left(\frac{K}{c_p} r^2 \frac{\partial h}{\partial r} \right) + \sum_{i=1}^N h_i^0 M_i (v_i' - v_i'') \dot{\omega}''' \quad (5.50)$$

这些方程明显地都包含对流项，点源理论是直接忽略这一项的，而文献[4]则采用了坐标变换，在形式上把这一项去掉。

引入以下变量

$$\alpha = \frac{Y_i}{(v_i'' - v_i')} M_i = \frac{h}{\sum_{i=1}^N h_i^0 M_i (v_i' - v_i'')} \quad (5.51)$$

方程(5.49)和(5.50)就变成

$$\rho \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \rho v \frac{\partial \alpha}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho D \frac{\partial \alpha}{\partial r} \right) + \dot{\omega}''' \quad (5.52)$$

假定 α_1 是(5.52)方程的一个特解，并令 $\Gamma = \alpha - \alpha_1$ ，于是可以写出

$$\rho \frac{\partial \Gamma}{\partial t} + \rho v \frac{\partial \Gamma}{\partial r} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho D \frac{\partial \Gamma}{\partial r} \right) \quad (5.53)$$

将坐标转换到 Von Mises—Prandtl 平面，并令 $Pr = \mu / \rho D = 1/A_k = \nu / D$ ，方程(5.53)就变成

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \tau} = \left(\frac{1}{\rho_\infty \psi^2} \right) \left\{ \frac{\partial}{\partial \psi} \left[\frac{\mu A_k \rho r^4}{\rho_\infty \psi^2} \frac{\partial \Gamma}{\partial \psi} \right] \right\} \quad (5.54)$$

式中

$$\tau = t, \quad \psi = \sqrt[3]{3 \int_0^r \left(\frac{\rho}{\rho_\infty} \right) r^2 dr}$$

ψ 是流函数，它满足连续性方程

将 $r^3(\tau, \psi)$ 在 $\psi=0$ 处用台劳公式展开，去掉高阶项，并假定 $\rho T = \rho_\infty T_\infty$ ，令 $T \approx T_0(\tau)$ ，即得

$$r^4(r, \psi) \approx \left[\frac{T_0(\tau)}{T_\infty} \right]_{\psi=0}^{4/3} \psi^4 \quad (5.55)$$

将(5.55)式代入(5.54)式，并假定 $\mu_\infty T = \mu T_\infty$ ，再令

$$\theta = \int_0^r \left[\frac{T(\tau)}{T_\infty} \right]^{4/3} d\tau$$

$$K = \mu_\infty A_k / \rho_\infty \quad (5.56)$$

(5.54)式最终可化成如下形式

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \theta} = \frac{K}{\psi^2} \frac{\partial}{\partial \psi} \left(\psi^2 \frac{\partial \Gamma}{\partial \psi} \right) \quad (5.57)$$

(5.57)式和点源理论中的基本方程是完全一样的。

5.4.3 方程的解

根据点源理论, 上述方程的解可写成如下形式

$$\Gamma - \Gamma_\infty = c \left[\frac{\exp(-\psi^2/4K\theta)}{(4\pi K\theta)^{3/2}} \right] \quad (5.58)$$

c 是一个常数。实际上它相当于在点源处输入的某一个量。为了求这一常数, 可作如下积分

$$\int_0^\infty 4\pi(\Gamma - \Gamma_\infty)\psi^2 d\psi = c \int_0^\infty \frac{\exp(-\psi^2/4K\theta)}{(4\pi K\theta)^{3/2}} 4\pi\psi^2 d\psi = c$$

上式是在任何 θ 时都成立的, 但我们只知道 $\theta=0$ 时的情况, 故可令

$$c = \int_0^\infty 4\pi(\Gamma - \Gamma_\infty)|_{\theta=0} \psi^2 d\psi \quad (5.59)$$

初始条件为

$$\Gamma|_{\theta=0} = \begin{cases} \Gamma_0, & 0 \leq \psi \leq \psi_{s,0} \\ \Gamma_\infty, & \psi > \psi_{s,0} \end{cases} \quad (5.60)$$

$\psi_{s,0}$ 为 $\tau-\psi$ 平面上的液滴初始直径

应用上述条件对(5.59)式积分, 即可得到

$$c = 4\pi(\Gamma_0 - \Gamma_\infty)|_{\theta=0} \frac{r_{s,0}^3}{3} \quad (5.61)$$

将(5.61)式代入(5.58)式, 这样就得到方程(5.57)的解为

$$\Gamma - \Gamma_\infty = \frac{4\pi}{3}(\Gamma_0 - \Gamma_\infty)r_{s,0}^3 \bigg|_{\theta=0} \left[\frac{\exp(-\psi^2/4k\theta)}{(4\pi k\theta)^{3/2}} \right] \quad (5.62)$$

再把 Γ 复原到原来的表达式

$$\Gamma = \alpha - \alpha_1 = \frac{Y_i}{(\nu_i'' - \nu_i')M_i} - \alpha_1$$

对于 $\nu_f M_f + \nu_{ox} M_{ox} \rightarrow \nu_p M_p$

$$\Gamma = \frac{Y_f}{\nu_f M_f} - \frac{Y_{ox}}{\nu_{ox} M_{ox}} \quad (5.63)$$

将(5.63)式代入(5.62)式, 因而有

$$\begin{aligned} & \left(\frac{Y_f}{\nu_f M_f} - \frac{Y_{ox}}{\nu_{ox} M_{ox}} \right) - \left(\frac{Y_f}{\nu_f M_f} - \frac{Y_{ox}}{\nu_{ox} M_{ox}} \right)_{\infty} \\ &= \frac{4}{3} \pi \left[\left(\frac{Y_f}{\nu_f M_f} - \frac{Y_{ox}}{\nu_{ox} M_{ox}} \right)_0 \right. \\ & \quad \left. - \left(\frac{Y_f}{\nu_f M_f} - \frac{Y_{ox}}{\nu_{ox} M_{ox}} \right)_{\infty} \right] r_{s,0}^3 \left[\frac{\exp(-\psi^2/4k\theta)}{(4\pi k\theta)^{3/2}} \right] \quad (5.64) \end{aligned}$$

这就是整个流场中的浓度分布关系式。根据物理概念, 在燃烧以后, 整个流场可以分成两个区, 内区和外区。内区中 $Y_{ox}=0$, 外区中 $Y_f=0$ 。这样, 内区中的燃料浓度分布的解就可写成

$$\frac{Y_f}{Y_{f,0}} = -\frac{1}{\phi} + \frac{4}{3} \pi r_{s,0}^3 \left(1 + \frac{1}{\phi} \right) \left[\frac{\exp(-\psi^2/4K\theta)}{(4\pi K\theta)^{3/2}} \right] \quad (5.65)$$

式中 $\phi = (Y_f/\nu_f M_f)_0 / (Y_{ox}/\nu_{ox} M_{ox})_{\infty}$

$Y_{f,0}$ —— $\psi=0$ 处的燃料浓度的初始值。

如果求热焓分布的解, 则令

$$\Gamma = \frac{h}{\sum_i^N h_i^0 M_i (\nu_i' - \nu_i'')} + \frac{Y_{ox}}{\nu_{ox} M_{ox}}$$

采用同样的方法, 可以求出热焓的分布解为

$$\frac{h_1 - h_{\infty}}{h_f - h_{\infty}} = \frac{1 + \phi}{\phi} \left[1 - \frac{4}{3} \pi r_{s,0}^3 \frac{\exp(-\psi^2/4K\theta)}{(4\pi K\theta)^{3/2}} \right] \quad (5.66)$$

$$\frac{h_1 - h_{\infty}}{h_f - h_{\infty}} = \frac{4}{3} \pi r_{s,0}^3 (1 + \phi) \frac{\exp(-\psi^2/4K\theta)}{(4\pi K\theta)^{3/2}} \quad (5.67)$$

式中 I, II, f 分别表示火焰锋内、火焰锋外和火焰锋上的值。

5.4.4 计算结果和讨论

1. 火焰锋的位置

在火焰锋上 $Y_f=0$ 。因而可在(5.65)式中令 $Y_f=0$ ，求得火焰锋的位置 ψ_f

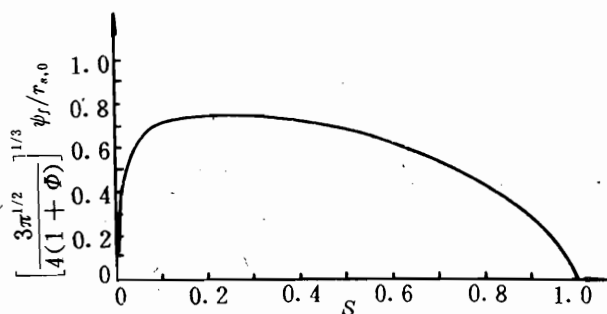
$$\psi_f = 2 \sqrt{K\theta} \{ \ln[(1+\phi)\pi r_{s,0}^3/6(\pi K\theta)^{3/2}] \}^{1/2} \quad (5.68)$$

$$\text{令} \quad S = 6(\pi K\theta)^{3/2}/(1+\phi)\pi r_{s,0}^3$$

即可得到以下无量纲火焰锋半径的关系式

$$\left[\frac{3\pi^{1/2}}{4(1+\phi)} \right]^{1/3} \frac{\psi_f}{r_{s,0}} = S^{1/3} \left[\ln \frac{1}{S} \right]^{1/2} \quad (5.69)$$

根据(5.69)式就可作出无量纲火焰锋半径随时间的关系，如图 5.5 所示。这个变化规律与点源理论是一致的。



2. 完全燃烧时 图 5.5 无量纲火焰锋半径的位置随时间变化的关系

由上图可知，令 $S=1$ ，即可求出完全燃烧时间 θ_b 。

$$\theta_b = \frac{1}{\pi K} \left[\frac{(1+\phi)\pi r_{s,0}^3}{6} \right]^{2/3} \quad (5.70)$$

由(5.56)式可求得

$$\tau_b = \int_0^{\theta_b} \left[\frac{T_\infty}{T_0(\theta)} \right]^{4/3} d\theta \quad (5.71)$$

积分上式时，必须知道 $T_0(\theta)$ 。 $T_0(\theta)$ 是 $\psi=0$ 处液滴气团的温度，它可从能量方程求出。在(5.66)式中令 $\psi=0$ ，并令 $h_1(\theta)=h_0(\theta)=c_p T_0(\theta)$ ， $K_1=[(h_f/h_\infty)-1](1+\phi)/\phi$ ，即可得出

$$\frac{T_0(\theta)}{T_\infty} = \frac{h_0(\theta)}{h_\infty} = (1 + K_1) + \frac{4}{3} \frac{\pi K_1 r_{s,0}^3}{(4\pi K \theta)^{3/2}} \quad (5.72)$$

将(5.72)式代入(5.71)式, 即可求出

$$\tau_b = \left[\frac{1 + (1 + K_1)\phi}{6\pi^{1/2}(1 + K_1)} \right]^{2/3} \left(1 - \frac{2K_1}{1 + (1 + K_1)\phi} \right) \frac{r_{s,0}^2}{K} \quad (5.73)$$

从上式可以看出

(1) 如果不考虑场中温度变化, 即认为 $h_f = h_\infty$, 则 $K_1 = 0$, (5.73)式就变成

$$\tau_b = \left[\frac{1 + \phi}{6\pi^{1/2}} \right]^{2/3} \frac{r_{s,0}^2}{K} \quad (5.74)$$

这个式子和点源理论的(5.25)式是完全等同的。

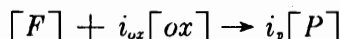
(2) 如果考虑温度的变化, 即考虑化学反应放热, 则 $K_1 > 1$, $\tau_b < t_b$, 亦即所得的完全燃烧时间要比点源理论的小, 这更符合实际情况。

(3) 完全燃烧时间仍与液滴气团直径的平方成正比, 与压力的三分之一方成正比。

5.5 液滴超临界燃烧的动力学理论^[6]

5.5.1 基本假设

1. 球对称, 等压流动;
2. C_p , K , ρD 等均为常数, 且 $Le = 1$;
3. 环境介质由氧化剂和中性组元组成;
4. 不考虑热扩散或扩散效应;
5. 遵守理想气体定律;
6. 化学反应用以下一步反应式表示



7. 化学反应速度用以下式子表示

$$\dot{\omega}_i^* = v_i B \rho Y_f Y_{ox} \exp(-E/RT)$$

5.5.2 基本方程和初边界条件

总连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \eta^2 \rho v = 0 \quad (5.75)$$

组分守恒方程

$$\frac{\partial Y_i}{\partial \theta} + v \frac{\partial Y_i}{\partial \eta} - \frac{\rho_\infty}{\rho} \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^2 \frac{\partial Y_i}{\partial \eta} \right) = \dot{\omega}_i \quad (5.76)$$

能量守恒方程

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} + v \frac{\partial t}{\partial \eta} - \frac{\rho_\infty}{\rho} \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^2 \frac{\partial t}{\partial \eta} \right) = \dot{\omega}_f \quad (5.77)$$

状态方程

$$P = \rho R_u T / M = \text{const} \quad (5.78)$$

(5.75)–(5.77)式为无量纲方程, 其中

$$\begin{aligned} \eta &= r/r_0; \quad \theta = \rho D \bar{\tau} / (\rho_\infty r_0^2); \quad v = r_0 \dot{v} \rho_\infty / (\rho D); \\ t &= C_p (T - T_\infty) / \Delta H_c; \quad \dot{\omega}_i = i_k b_1 Y_f Y_{ox} \exp(-E/RT); \\ b_1 &= \rho_\infty K_0 r_0^2 / \rho D, \quad \tau = \theta \rho_\infty / \rho_0, \quad b = b_1 \rho_0 / \rho_\infty. \end{aligned}$$

初边界条件为:

$$\left. \begin{aligned} \theta &= 0, & Y_f &= 1 \\ & & Y_N = Y_{ox} = Y_p &= 0 \\ & & t &= t_0 \end{aligned} \right\} 0 \leq \eta \leq 1$$

$$\left. \begin{aligned} Y_f &= Y_p = 0 \\ Y_{ox} &= Y_{ox, \infty} \\ Y_N &= Y_{N, \infty} \\ t &= 0 \end{aligned} \right\} \eta > 1 \quad (5.79)$$

$$\left. \begin{aligned} \eta &= 0 & \frac{\partial}{\partial \eta} &= 0 \\ \theta &> 0 & Y_f, Y_p &\rightarrow 0 \\ & & Y_{ox} &\rightarrow Y_{ox, \infty} \\ & & Y_N &\rightarrow Y_{N, \infty} \\ & & t &\rightarrow 0 \end{aligned} \right\} \eta \rightarrow \infty \quad (5.80)$$

为了进行求解, 将方程(5.78)代入(5.75)式, 得到

$$\frac{\partial t}{\partial \theta} = \frac{T}{T_1} \left(\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial \theta} + \frac{V}{M} \frac{\partial M}{\partial \eta} + \frac{\partial V}{\partial \eta} \right) - V \frac{\partial t}{\partial \eta} + \frac{2VT}{\eta T_1} \quad (5.81)$$

式中 $T_1 = \Delta H_c / c_p$,

将方程(5.81)代入方程(5.77), 得到

$$\begin{aligned} \frac{T}{T_1} \left(\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial \theta} + \frac{V}{M} \frac{\partial M}{\partial \eta} + \frac{\partial V}{\partial \eta} \right) - V \frac{\partial t}{\partial \eta} + \frac{2VT}{\eta T_1} \\ = \dot{\omega}_f + \frac{\rho_\infty}{\rho} \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^2 \frac{\partial t}{\partial \eta} \right) \end{aligned} \quad (5.82)$$

气体分子量 M 可以写成

$$M = 1 / \sum_i (Y_i / M_i), \quad i = f, ox, p, N \quad (5.83)$$

(5.83)式对时间求导, 并应用方程(5.57), 得到

$$\frac{1}{M} \frac{\partial M}{\partial \theta} + \frac{V}{M} \frac{\partial M}{\partial \eta} = -MA \quad (5.84)$$

式中

$$A = \sum_i \left[\frac{\rho_\infty}{\rho} \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^2 \frac{\partial Y_i}{\partial \eta} \right) - \dot{\omega}_i \right] \left(\frac{1}{M_i} - \frac{1}{M_N} \right) \quad (5.85)$$

应用方程(5.84)和(5.85), 方程(5.82)现在可以写成以下形式

$$\frac{\partial v}{\partial \eta} + \frac{2v}{\eta} = AM + \left[\dot{\omega}_f + \frac{\rho_\infty}{\rho} \frac{1}{\eta^2} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\eta^2 \frac{\partial t}{\partial \eta} \right) \right] \frac{T_1}{T} \quad (5.86)$$

因而现在应用方程(5.79)和(5.80)的初边界条件求解方程(5.76), (5.77), (5.83)和(5.86), 即可求出组元浓度分布、温度分布和速度分布。

5.5.3 数值计算和结果讨论

显然, 方程的求解只能通过数值计算方法, 从中心往外计算, 定义当 Y_f 小于 10^{-6} 时即认为达到无穷远边界。数值解的收敛性可计算下列表达式来核对:

$$F_T = \frac{1}{F_0} \left[\int_0^\infty \frac{Y_f M}{T} \eta^2 d\eta + \int_0^\theta \int_0^\infty \frac{\dot{\omega}_f M}{T} \eta^2 d\eta d\theta \right] = 1 \quad (5.87)$$

式中

系代表液滴初始质量。时间步长和空间步长的选择应使得 $F_T \approx 1$, 误差小于 2.5%。所以一般要求步长取得很小, 特别在初始阶段, 当浓度梯度和温度梯度很陡时更应如此, 所以计算很费时。下面列举 Polymeropoulos 对正辛烷液滴在空气中燃烧情况进行计算的一些结果, 并作一简单分析。

图 5.6 给出了未燃燃料剩余量为 10% 时所需的时间 τ_c 在各种不同的介质温度和两个不同 b 值时与 $\nu = Y_{O_2, \infty} / i_{O_2}$ 的关系。

$$F_0 = \int_0^1 \frac{M_f}{T_0} \eta^2 d\eta$$

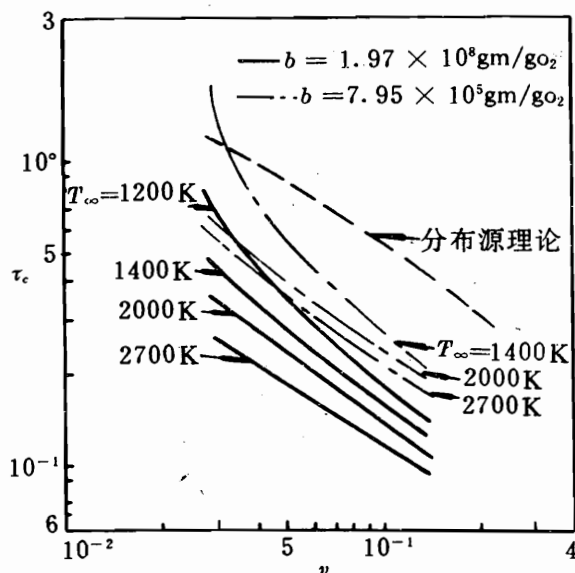


图 5.6 燃料剩余量为 10% 时所需的无量纲时间随 $\nu = Y_{O_2, \infty} / i_{O_2}$ 的变化

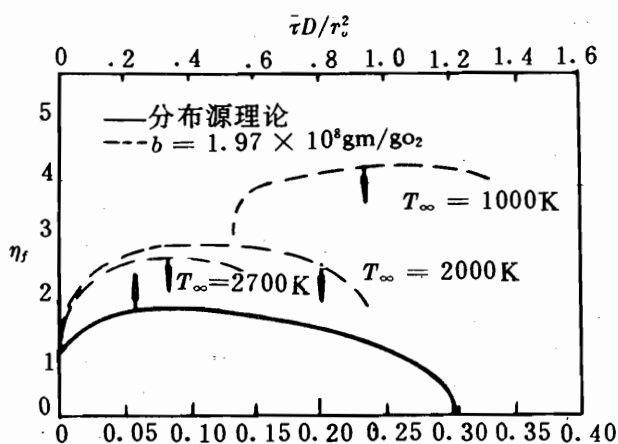


图 5.7 火焰锋随无量纲时间的变化 ($Y_{O_2, \infty} = 0.23$)

由图可知, 随着 ν 和 T_∞ 增加, τ_c 下降。从这图上还可大致分析出燃烧时间与压力的关系。对于燃料初始质量一定时, $\rho_0 r_0^3 = \text{const}$, 也即 $Pr_0^3 = \text{const}$, 从而可知 $P \sim b^3$ 。图5.6给出了两种 b 值情况下的 τ_c 曲线, 这两个 b 值之比 b'/b 大约为 $1.97 \times 10^8 / 7.95 \times 10^5 \approx 248$, 在这样大的比值下, τ_c 的差别并不很大, 如果 $b'/b=5$ (这相当于 $P'/P=125$), 这时的 τ_c 差别就会更小, 可以认为 $\tau'_c/\tau_c \approx 1$, 从而可以

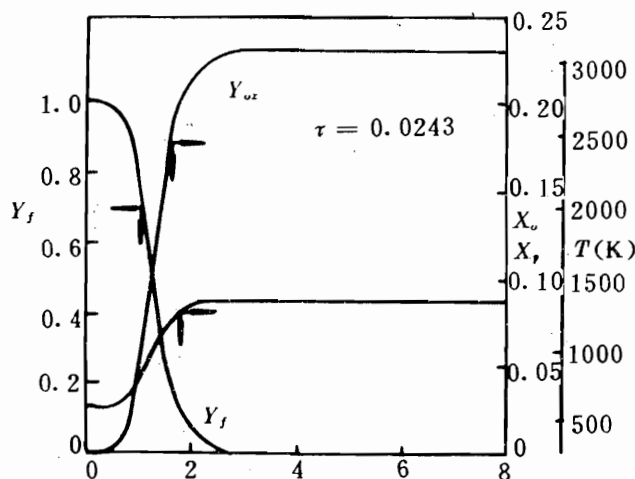


图 5.8 浓度和温度分布($\tau=0.0243$)

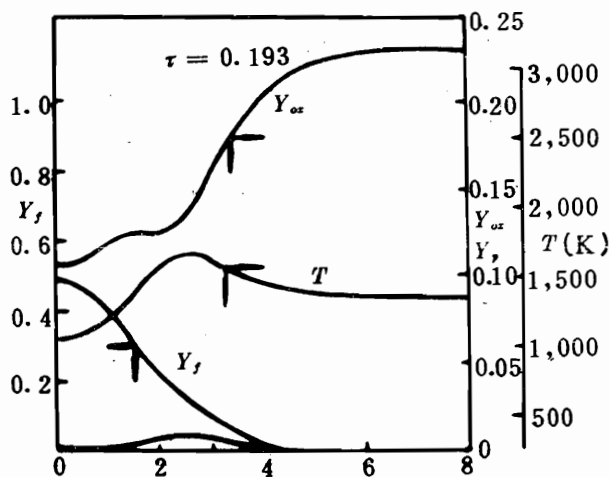


图 5.9 浓度和温度分布($\tau=0.193$)BFQ II

得出燃料时间 $\bar{\tau}$ (有量纲量) 与压力的三分之一方成正比的关系, 这和点源理论和分布源理论是一致的。

Polymeropoulos 用气相最大温度的位置来表征火焰锋。图5.7表示了火焰锋位置随无量纲时间 $\bar{\tau}D/r_0^2$ 的变化。由图可知, 刚开始时, 由于热膨胀和燃烧速度加快, 火焰锋向外推移, 然后随着燃料的燃尽, 逐渐又变小, 但火焰锋的半径大于 Rosner 的计算值, 这

是由于考虑了对流的缘故。除此之外，从图中还可看到，当 $T_{\infty} = 1000\text{K}$ 时，要隔一段时间才能看到火焰锋，这实际就是着火延滞期。

着火延滞期还可根据场中浓度和温度的变化来判断。可以认为着火是从动力燃烧向扩散燃烧转变。图5.8—5.11给出了不同时刻场中浓度和温度的分布（计算条件为 $T_{\infty} = 1350\text{K}$, $Y_{\text{ox},\infty} = 0.23$, $b = 7.95 \times 10^5 \text{g 混合物/g 氧}$ ）。在图5.8和图5.9中，燃料和氧化剂的浓度分布在很大范围内是重叠的，这说明现在还处在动力学控制状态，而图5.10和5.11显然已处于扩散控制状态。但图5.9的情况可视为由动力学控制开始向扩散控制过渡的状态，因为这时在氧浓度分布曲线上出现了一个相对极值 $\partial Y_{\text{ox}} / \partial \eta = 0$ ，而在这之后，局部地区的氧急剧地消耗，并且温度和产物分数急剧增加，如图5.10所示，而

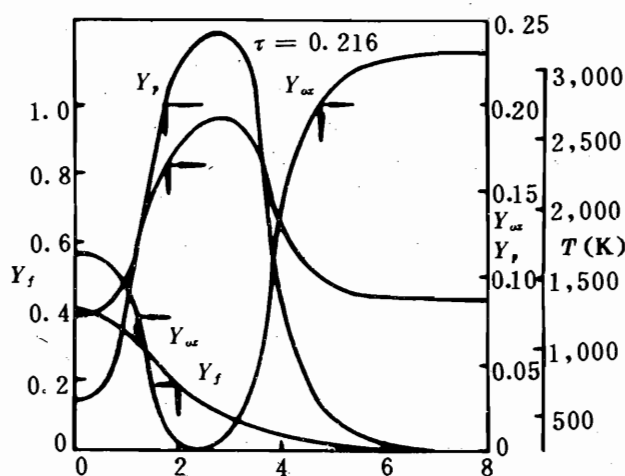


图 5.10 浓度和温度分布 ($\tau = 0.216$)

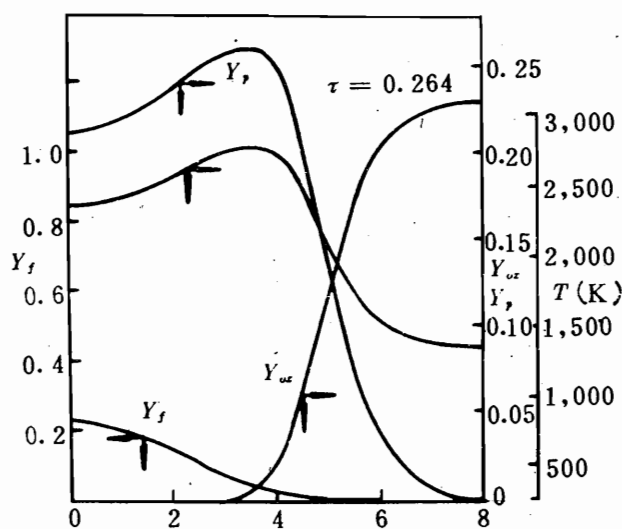


图 5.11 浓度和温度分布 ($\tau = 0.264$)

很大范围内是重叠的，这说明现在还处在动力学控制状态，而图5.10和5.11显然已处于扩散控制状态。但图5.9的情况可视为由动力学控制开始向扩散控制过渡的状态，因为这时在氧浓度分布曲线上出现了一个相对极值 $\partial Y_{\text{ox}} / \partial \eta = 0$ ，而在这之后，局部地区的氧急剧地消耗，并且温度和产物分数急剧增加，如图5.10所示，而

在这之后, 原点附近的氧也随即消失, 如图5. 11所示。因此 Polymeropoulos 把出现 $\partial Y_{O_2}/\partial \eta = 0$ 的时间即定义为着火延滞期。

Polymeropoulos 的液滴超临界动力学理论对了解超临界液滴燃烧发展的全过程, 特别是对了解着火过程和深入了解超临界燃烧的细节是有用的。但由于考虑了有限化学反应速度, 需要采用数值计算方法, 在工程上的应用是不方便的。

参考文献

- [1] C. Prakash, et al. Thermofluid Analysis of the SSME Prebrner Using a Gas-Gas Diffusion Model for Oxygen and Hydrogen Combustion at Supercritical Pressures. AIAA-86-1425
- [2] D. B. Spalding. Theory of Particle Combustion at High Pressures. ARSJ, Vol. 29, No. 11. 1959
- [3] D. E. Rosner. On Liquid Droplet Combustion at High Pressures. AIAA J, Vol. 5, No. 1. 1967
- [4] A. Chervinsky. Supercritical Burning of Liquid Droplets in Stagnant Environment. AIAA J, Vol. 7, No. 9. 1969
- [5] H. S. Carslaw and J. C. Jaeger. Conduction of Heat in Solids. Ind ed., Clarendon Press, Oxford, England. 1959
- [6] C. E. Polymeropoulos and R. L. Peskin. Combustion of Fuel Vapor in Hot Stagnant Oxidizing Environment. C. S. T, 1972. Vol. 5. 165—174

第六章 液氧/烃、液氧/液氢发动机中组元液滴的亚临界—超临界蒸发/燃烧理论

6.1 引言

第四章液滴高压蒸发理论主要是研究亚临界状态下的蒸发过程，第五章液滴的超临界燃烧理论只适用于液滴已处于超临界状态的情况。但在一般情况下，液滴在燃烧室中总是先经历亚临界状态，然后再进入超临界状态。文献[1]对高压下的液滴亚临界燃烧进行了研究，并对正癸烷、正戊烷和正辛烷液滴在空气中燃烧的情况进行了计算和实验测定，得出了液滴达到超临界燃烧时所需的外界压力，但研究主要集中于高压对气体溶解和相平衡的影响，只考虑了稳态过程。文献[2]最早把亚临界燃烧理论和超临界燃烧理论结合起来，提出了一个可以计算液滴高压燃烧全过程的亚临界—超临界燃烧理论。由于这个理论在液滴温度为亚临界时采用准定常模型，而在液滴温度达到热力学临界温度后采用瞬变模型，故称这个理论为液滴亚临界—超临界燃烧的准定常—瞬变理论，文献[3]提出了一个全瞬变理论，这个理论是迄今为止考虑因素最多，也是最全面的理论，可以在亚临界—超临界的全程范围内计算液滴的着火时间、蒸发时间和燃烧时间随压力的变化。文献[4]基本上采用与文献[3]同样的方法，对液氧滴在 H_2 气介质中

的亚临界—超临界蒸发的全过程进行了计算。本章将详细介绍这些理论的内容。

6.2 准定常—瞬变理论^[2]

6.2.1 基本假设

1. 采用两种模型。当液滴温度为亚临界时,采用准定常模型;当液滴温度达到热力学临界温度值后,再考虑瞬变模型;
2. 径向速度足够小,可以忽略粘性和压力梯度的影响;
3. 气体扩散遵守 Fick 定律,并且为二元扩散,忽略 Soret 效应;
4. 忽略气相辐射和 Dufour 效应;
5. 采用 Redlich-Kwong 状态方程;
6. 化学反应为一步不可逆反应,其速度为无穷大;
7. 液滴的温度和成分均匀,并允许气体溶解。

6.2.2 准定常燃烧模型

当液滴温度低于热力学临界温度时,采用准定常理论,这时可写出

质量守恒方程

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_g u) = 0 \quad (6.1)$$

组元守恒方程

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_g u Y_i) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \rho_g D \frac{\partial Y_i}{\partial r} \right) = (v_i^* - v_i') M_i \dot{\omega}''' \quad (6.2)$$

能量守恒方程

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_g u c_p T) - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 L e \rho_g D c_p \frac{\partial T}{\partial r} \right) = \Delta H (v_f^* - v_f') M_f \dot{\omega}''' \quad (6.3)$$

为简单起见,假定系统只由燃料、氧化剂、惰性气体和燃烧

产物组成。因而 $i=f, ox, inert, p$ 。

外边界条件 T_∞ 和 $Y_{i,\infty}$ 为已知。液滴表面上的边界条件可由气液热力学平衡条件给出。这时有

$$r = r_s, \quad T = T_s \quad (6.4)$$

对于溶质组元 ($i=ox, inert, p$)

$$Y_i^r = Y_i^l \left(\frac{M^v}{M^l} \right) \left(\frac{\gamma_i}{\phi_i} \right) \left(\frac{\mathcal{H}_i}{P} \right) \exp(\bar{V}_i^l P / RT) \quad (6.5)$$

对于溶剂组元 ($i=f$)

$$Y_f^r = Y_f^l \left(\frac{M^v}{M^l} \right) \left(\frac{\gamma_f}{\phi_f} \right) \left(\frac{f_f^0}{P} \right) \exp(\bar{V}_f^l P / RT) \quad (6.6)$$

上式中的液体或气体分子量 M^l , M^v 由下式计算

$$M = \left[\sum Y_i / M_i \right]^{-1} \quad (6.7)$$

方程(6.5)和(6.6)中的活度系数 γ , 逸度系数 ϕ , 纯液体的逸度 f^0 , 亨利常数 $\mathcal{H}$ 和偏摩尔比容 $\bar{V}$, 这些参数以及液相混合物的临界温度的具体计算方法, 读者可参阅专门的文献^[5]。

气体密度按照 $R-K$ 方程计算, 并采用文献[5]的混合规则。

在液滴界面上还可写出以下组元守恒方程

$$-\rho_g D \frac{\partial Y_i}{\partial r} \Big|_{r_s} = -\frac{\dot{m}}{4\pi r_s^2} (Y_i^r - Y_i^l), \quad i = f, ox, inert, p \quad (6.8)$$

$\dot{m}$ 为液滴质量的时间变化率, 即蒸发速度。

液滴表面上的气体质量流强和蒸发速度之间有如下关系

$$\rho_g u \Big|_{r_s} = \frac{\dot{m}}{4\pi r_s^2} + \rho_g \dot{r}_s = \frac{\dot{m}^*}{4\pi r_s^2} \quad (6.9)$$

而能量守恒方程则可写成

$$m C_p \dot{T}_s = 4\pi r_s^2 K \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_s} - \dot{m} Y_f^l \Delta H_v \quad (6.10)$$

为了求解以上方程组, 应用 Schvab-Zeldovich 转换, 令

$$\phi = Y_f - \frac{Y_{ox}}{i} \quad (6.11)$$

式中 $i = (\nu_{ox}'' - \nu_{ox}') M_{ox} / (\nu_f'' - \nu_f') M_f$ 为氧化剂与燃料的化学计算质量比。应用(6.11)式, 可将(6.2)式化成

$$\frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_g u \phi) - \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \rho_g D \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) = 0 \quad (6.12)$$

由于假定在亚临界时气相场为准定常, 故可令

$$\dot{m}^* = 4\pi r^2 \rho_g u = 4\pi r_s^2 (\rho_g u)_s \quad (6.13)$$

并采用坐标变换, 令

$$\xi = \dot{m}^* \int_r^\infty \frac{d\eta}{4\pi \eta^2 \rho_g D} \quad (6.14)$$

应用(6.14)式, 可将(6.12)式改写成极简单的形式

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} = 0 \quad (6.15)$$

应用同样的方法, 可将(6.8)式写成

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right|_{\xi_s} = - \frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} (\phi^v - \phi^l) \quad (6.16)$$

应用(6.16)式对(6.15)式积分, 得

$$\frac{\partial \phi}{\partial \xi} = \frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} (\phi^v - \phi^l) e^{\xi_s} e^{-\xi} \quad (6.17)$$

继续对上式积分, 积分限为 $\xi = \xi_s \rightarrow \xi$, 得

$$\phi = \left[\phi^v + \frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} (\phi^v - \phi^l) \right] - \frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} (\phi^v - \phi^l) e^{\xi_s} e^{-\xi} \quad (6.18)$$

再对(6.17)式积分, 积分限为 $\xi = \xi_s \rightarrow \xi_\infty = 0$, 则得

$$e^{\xi_s} = \frac{(\phi^v - \phi^\infty) + \frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} (\phi^v - \phi^l)}{\frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} (\phi^v - \phi^l)} \quad (6.19)$$

将(6.19)式代入(6.18)式, 即得

$$\phi = \left[\phi^v + \frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} (\phi^v - \phi^l) \right] - \left[\phi^v - \phi^\infty + \frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} (\phi^v - \phi^l) \right] e^{-\xi} \quad (6.20)$$

根据表面火焰锋的假定, 可以令 $\xi = \xi_f$ 时, $\phi = 0$. 从(6.20)式即可求得火焰锋的位置

$$\xi_f = \dot{m}^* \int_{r_f}^{\infty} \frac{d\eta}{4\pi\eta^2 \rho_g D} = \ln \left[1 - \frac{\phi^\infty}{\phi^v + \frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} (\phi^v - \phi^l)} \right] \quad (6.21)$$

在火焰锋内

$$r < r_f, \quad Y_f = \frac{1}{2} (|\phi| + \phi), \quad Y_{ox} = 0$$

在火焰锋外

$$r > r_f, \quad Y_{ox} = \frac{1}{2} (|\phi| - \phi), \quad Y_f = 0$$

以及

$$\frac{Y_{inert} - Y_{inert}^\infty}{Y_{inert}^v - Y_{inert}^\infty} = \left(\frac{\phi - \phi^\infty}{\phi^v - \phi^\infty} \right)$$

$$Y_p = 1 - Y_f - Y_{ox} - Y_{inert} \quad (6.22)$$

从而可求得场中全部浓度分布。

采用同样的方法, 可求得场中的温度分布为

$$r_s < r < r_f$$

$$(T - T_\infty) = \alpha(1 - \exp \xi_f) + \beta(1 - \exp(-\xi)) \quad (6.23a)$$

$$r > r_f$$

$$(T - T_\infty) = (\beta - \alpha \exp \xi_f)(1 - \exp(-\xi)) \quad (6.23b)$$

式中

$$\xi = \dot{m}^* \int_r^\infty \frac{d\eta}{4\pi\eta^2 \rho_g DLe}$$

$$\begin{aligned}\xi_f &= \xi(r_f), \quad \xi_s = \xi(r_s) \\ \alpha &= -\frac{\Delta H}{C_p^v} \left[\phi^v + \frac{\dot{m}}{\dot{m}^*} (\phi^v - \phi^l) \right] \\ \beta &= \frac{T_l - T_\infty - \alpha(1 - \exp \xi_f)}{1 - \exp(-\xi_s)}\end{aligned} \quad (6.23c)$$

由(6.18)式即可求得液滴亚临界燃烧时的蒸发速度为

$$\dot{m} = \left[\frac{\dot{m}^*}{\dot{m}} \int_{r_s}^{\infty} \frac{d\eta}{4\pi\eta^2\rho_g D} \right]^{-1} \ln(1 + B') \quad (6.24)$$

式中

$$B' = -\frac{\dot{m}^*}{\dot{m}} \left(\frac{\phi^v - \phi^\infty}{\phi^l - \phi^v} \right)$$

而由(6.10)式, 可求得亚临界燃烧时的液滴温升速率公式为

$$\dot{T}_s = -\frac{\dot{m}^*}{\dot{m}} \frac{C_p^v}{C_p^l} \beta \exp(-\xi_s) - \frac{\dot{m} Y_f^l \Delta H_v}{\dot{m} C_p^l} \quad (6.25a)$$

或

$$\dot{T}_s = 3 \left[\frac{\rho_l}{\rho_g} (\dot{m} - \dot{m}^*) - \dot{m} \right] / 4\pi r_s^3 (d\rho_l/dT) \quad (6.25b)$$

以上是对无自然对流和强迫对流时的情况, 对于有自然对流时, 可令

$$\begin{aligned}\dot{m}_{cv} &= \dot{m}(1 + 0.25 Gr^{1/4} Sc^{1/3}) \\ \dot{T}_{cv} &= \dot{T}_s(1 + 0.25 Gr^{1/4} Pr^{1/3})\end{aligned} \quad (6.26)$$

对于有强迫对流时, 可令

$$\begin{aligned}\dot{m}_{FC} &= \dot{m}(1 + 0.25 Re^{1/2} Sc^{1/3}) \\ \dot{T}_{FC} &= \dot{T}_s(1 + 0.25 Re^{1/2} Pr^{1/3})\end{aligned} \quad (6.27)$$

假定初始条件 $T_s = T_{s,0}$ 和液滴初始质量 m_0 均为已知, 即可用 Runge-Kutta 法对上述非线性方程组积分, 经过每一时间步长积分后, 都计算出该时液滴成分的真实临界温度, 并与该时的液滴温度相比较, 一直到液滴温度等于当时液滴成分的真实临界温度为止。如液滴最终温度达到平衡状态, 则属于亚临界蒸发状态, 可完全按照上述方法计算蒸发时的各物理量。一旦液滴达到真实临界温度时, 相边界消失, 液滴变成气团, 这时就必须采用瞬变燃

烧模型。

6.2.3 瞬变燃烧模型

当液滴变成气团后，液滴质量控制方程就变为

$$\frac{\partial f}{\partial t'} - \frac{D}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial f}{\partial r} \right) = 0 \quad (6.28)$$

式中

$$f = \frac{\phi - \phi^\infty}{\phi' - \phi^\infty}, \quad \phi = Y_f - \frac{Y_{ox}}{i}$$

$$\phi' = \phi(r'_s, t' = 0)$$

r'_s 系液滴刚达到超临界状态时的半径。

(6.28)式的边界条件为

$$\left. \frac{\partial f}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad f(r \rightarrow \infty) = 0 \quad (6.29)$$

初始条件 $t' = 0$ 时场中气相浓度分布可从准定常燃烧模型求得。当

$$r < r'_s \text{ 时, } f(0) = 1 \quad (6.30)$$

$$r > r'_s \text{ 时, } f(0) = \frac{(\phi^v - \phi^\infty)}{(\phi' - \phi^\infty)} \left(\frac{B' + 1}{B'} \right) \left[1 - \frac{1}{(1 + B')^{r'_s/r}} \right] \quad (6.31)$$

有了初边界条件，就可从方程(6.29)求得液滴组元气相浓度的瞬态分布。应用 Green 函数方法求解，可得

$$f = \frac{1}{2} \left\{ \operatorname{erf} \left(\frac{r'_s + r}{2 \sqrt{Dt'}} \right) + \operatorname{erf} \left(\frac{r'_s - r}{2 \sqrt{Dt'}} \right) \right\}$$

$$- \frac{\sqrt{Dt'}}{r \sqrt{\pi}} \left\{ \exp \left[-\frac{(r'_s - r)^2}{4Dt'} \right] - \exp \left[-\frac{(r'_s + r)^2}{4Dt'} \right] \right\}$$

$$+ \left(\frac{r'^2_s}{2 \sqrt{Dt'}} \right) \frac{1}{r} \left\{ \int_1^\infty A' \frac{(B' + 1)}{B'} \left[1 - \frac{1}{(1 + B')^{1/\eta}} \right] \eta \right.$$

$$\left. \left[\exp \left(-\frac{(r'_s \eta - r)^2}{4Dt'} \right) - \exp \left(-\frac{(r'_s \eta + r)^2}{4Dt'} \right) \right] d\eta \right\} \quad (6.32)$$

上式中的积分项是由初始条件决定，实际是由于亚临界蒸发所造成的扩散所引起的。上式中

$$A' = \frac{\phi'' - \phi^\infty}{\phi' - \phi^\infty} \quad (6.33)$$

火焰锋半径可根据定义，令 $\phi = 0$ 由 (6.32) 式求得，然后再令 $r_f \rightarrow 0$ ，即可求得完全燃烧时间 t' 。

6.2.4 计算结果和讨论

应用上述理论对正庚烷液滴在空气和氮气中的情况进行了计算。在亚临界条件下的气相浓度场按下式计算

$$\frac{\phi - \phi^\infty}{\phi' - \phi^\infty} = A' \frac{(1 + B')}{B'} \left[1 - \frac{1}{(1 + B')^{r_s/r}} \right], \quad r > r_s$$

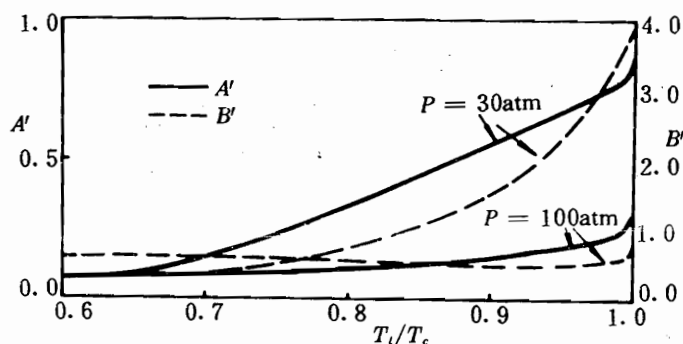


图 6.1 正庚烷液滴在高压空气中燃烧时的 A' , B' 典型值的变化

图 6.1 表示了亚临界条件下，正庚烷液滴在空气中燃烧时 A' , B' 的典型值。由图可见，在高压情况下，特别当液滴温度接近临界温度时， A' , B' 值急剧变化。这说明此时的浓度变化速度很快，而准定常理论则要求成分的变化能在整个扩散层内瞬间适应，特别在 $T/T_c > 0.99$ 的区域，这一要求显然满足不了。故即取 $T/T_c = 0.99$ 时的状态作为亚临界和超临界燃烧的分界状态。

图 6.2 表示了正庚烷液滴在高压氮气中蒸发时液滴直径和温度的变化，并与文献[6]的试验值进行了比较。由于试验是在重力

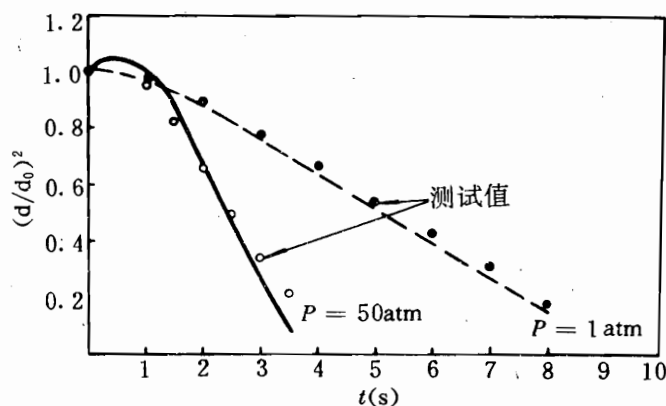


图 6.2 正庚烷液滴在高压氮气中蒸发时直径的变化

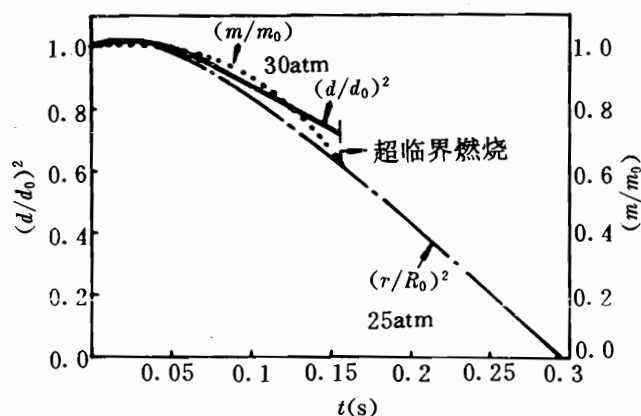


图 6.3 正庚烷液滴在室温空气中近临界燃烧时滴径的变化

场中进行的，故计算时考虑了自然对流的修正。由图可知，理论计算和试验符合得很好。

图 6.3 表示了正庚烷液滴在室温空气中近临界燃烧时的情况。由图可知，在 25atm 时，液滴未达到临界温度即已完全蒸发，但在 30atm 时，液滴在达到临界温度时，就有 25% 的液滴质量蒸发掉。这说明在液滴达到超临界之前的升温期间，液滴质量就有显著损失。

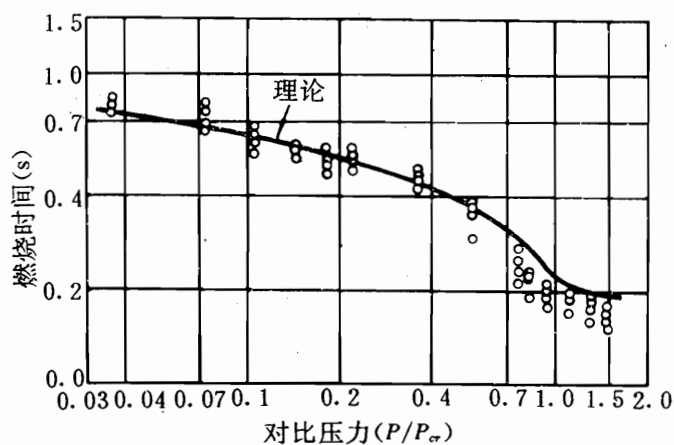


图 6.4 正庚烷液滴在空气中燃烧完的时间随压力的变化
($d_0 = 0.9\text{mm}$, 空气温度 19°C)

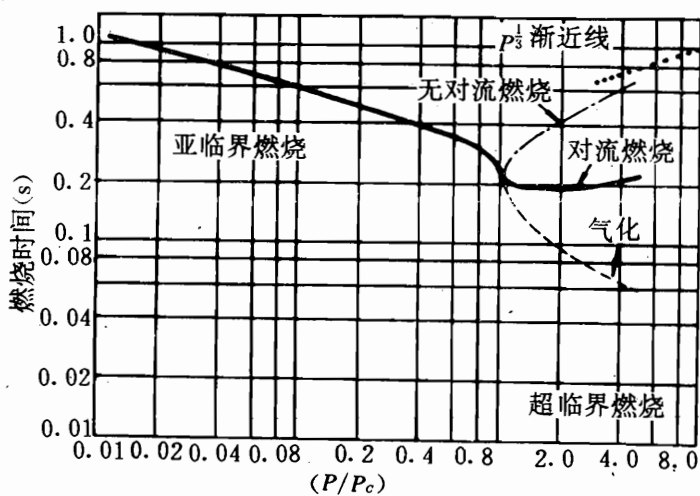


图 6.5 正庚烷液滴在亚临界和超临界燃烧时的完全
燃烧时间与压力的关系

图 6.4 表示了正庚烷液滴在空气中燃烧完的时间随压力的变化。实验数据取自文献[6]。由图可见，理论和试验符合得很好。图 6.5 表示了正庚烷液滴在亚临界和超临界燃烧时的完全燃

烧时间与压力的关系。图中下面的一条虚线代表将液滴加热到真实临界温度所需的时间。随着压力的增加，这个时间不断减少。上面一条点划线是不考虑对流效应计算出来的完全燃烧时间曲线，它表明压力愈高，超临界燃烧的时间愈长，燃烧时间基本上与压力的 $1/3$ 次方成正比。中间一条曲线表示考虑自然对流影响后所得的结果。自然对流的影响减弱了超临界燃烧时间随压力的变化关系。

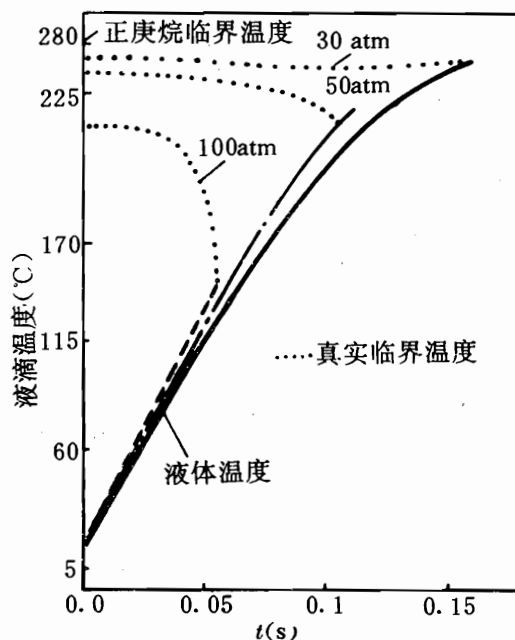


图 6.6 正庚烷液滴在高压空气中燃烧时液滴温度和真实临界温度随时间的变化曲线

图 6.6 表示了正庚烷液滴在高压空气中燃烧时，液滴温度和真实临界温度随时间的变化曲线。由图可知，压力愈高，液滴达到超临界燃烧的时间愈短。这是由于压力增加时，特别当气体溶解于液滴时，使得液滴的真实临界温度不断降低的缘故。

6.2.5 结 论

1. 本理论可以计算从亚临界到超临界的液滴燃烧全过程，理论计算值与实验值符合良好；

2. 在近临界压力范围，液滴在达到临界温度之前液滴质量会有显著的蒸发；

3. 在高压下有可观的气体溶解于液滴，这就使得液滴的热力学临界条件发生显著变化；

4. 高压下的汽化时间（即达到临界状态的时间）随着压力的

增加不断减少, 在高压下只占总燃烧时间的很小一部分;

5. 自然对流的影响减弱了燃烧时间随压力变化的关系;

6. 对于正庚烷液滴, 最小燃烧时间相应于 $P/P_c = 1.05$, 但如有自然对流时, 最小燃烧时间将移至 $P/P_c = 1.5$ 处。

6.3 全瞬变理论^[3]

6.3.1 守恒方程

文献[4]的作者认为, 对于包括移动边界和复杂的气液界面条件的问题, 积分方程较之微分方程更为合适。于是, 如果忽略体积力、粘性耗散、辐射和组元的压力和热力扩散, 就可写出以下积分形式的守恒方程:

质量守恒方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho dV + \iint \rho(\vec{v} - \vec{v}_s) \cdot d\vec{A} = 0 \quad (6.34)$$

动量守恒方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho \vec{v} dV + \iint \rho \vec{v}(\vec{v} - \vec{v}_s) \cdot d\vec{A} = \iint P d\vec{A} - \iint \tau \cdot d\vec{A} \quad (6.35)$$

能量守恒方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho e dV + \iint \rho e(\vec{v} - \vec{v}_s) \cdot d\vec{A} + \iint P \vec{v} \cdot d\vec{A} = - \iint \dot{q}_e \cdot d\vec{A} \quad (6.36)$$

组元守恒方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint \rho Y_i dV + \iint \rho Y_i(\vec{v} - \vec{v}_s) \cdot d\vec{A} = - \iint \dot{q}_i \cdot d\vec{A} + \iiint \dot{w}_i dV \quad (6.37)$$

式中表面和体积的积分是在图 6.7 所示的与液滴同心的有限厚度的球壳控制体上进行的。采用移动网格系统以简化由于液滴表面移动所引起的问题。在气相, 令所有有限体积网格以等于液滴表

面移动速度 $\dot{R}$ 的速度 v_s 均匀地向中心移动, 在液相, 由于液滴尺寸有限, 所以采用了时变网格系统, 控制表面的速度 v_s 即等于瞬时网格移动速度。式中 τ 为剪切应力张量, e 为比总内能, q_e 为能量扩散流强, Y_i 为组元 i 的质量分数, q_i 为质量扩散流强, ω_i^* 为组元 i 的生成速率。

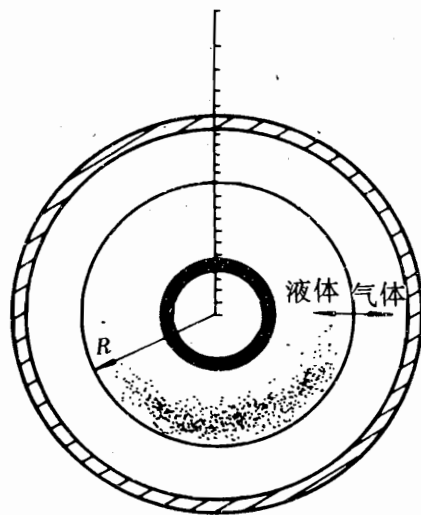


图 6.7 有限体积数值计算的网格系统

$$\tau_{rr} = \frac{4}{3} \mu \left(\frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} \right) \quad (6.38)$$

式中 r 为相对于液滴中心的径向坐标。

$$q_e = -K \frac{\partial T}{\partial r} - \rho \sum_{i=1}^N h_i D_{im} \frac{\partial Y_i}{\partial r} \quad (6.39)$$

$$q_i = -\rho D_{im} \frac{\partial Y_i}{\partial r} \quad (6.40)$$

式中 N 为组元的总数目, h 为比总焓, D_{im} 为组元 i 的有效质量扩散系数。

6.3.2 输运性质和热力学性质

输运性质和热力学性质的确定是研究液滴在超临界环境下蒸发和燃烧的基本问题。在高压下, 气相和液相明显偏离理想流体, 特别在接近临界状态区, 由于分子排序的转变, 或者由于分子团迁移所造成的小尺度环流效应, 物性会具有异常特性。因而 Shun 和杨威迦对这些数据的选择都经过了周密的考虑。对于气相多组元混合物, 按照文献[8]取

$$D_{im} = (1 - x_i) / \sum_{j \neq i}^N (x_j / D_{ij}), \quad i = 1, \dots, N \quad (6.41)$$

式中 x_i 为组元 i 的摩尔分数。二元扩散系数 D_{ij} 根据 Chapman-Enskog 理论, 结合 Lennard-Jones 分子间位能函数确定, 并按照文献 [9] 进行压力修正。对于液相, D_{ij} 按照文献 [10] 计算。其它如比热、导热系数和粘性等的取法均按文献 [11] 中所述。

$$h = \sum_{i=1}^N Y_i h_i \quad (6.42)$$

$$h_i = h_i^0 + \int_{T_{ref}}^T C_{p,i} dT \quad (6.43)$$

$$e = \sum_{i=1}^N Y_i h_i - \frac{P}{\rho} + \frac{v^2}{2} \quad (6.44)$$

6.3.3 状态方程

在高压下, 液滴表面附近的相对低温和高浓度的燃料蒸汽会使得气体性质明显偏离理想气体。例如, 质量分数各为 50% 的正戊烷和氮的二元混合物, 在 50atm 和 300K 时的压缩因子为 0.79, 而当液滴表面达到临界状态时, 其偏摩尔比容相对于压力的导数将变成无穷大, 这对液滴汽化机理的影响是非常大的。为此, 可采用改进的 Soave-Redlich-Kwong 实际气体状态方程

$$P = \frac{R_u T}{V - b} - \frac{aa}{V(V + b)} \quad (6.45)$$

(6.45) 式还可变成以下形式

$$Z^3 - Z^2 + Z(A - B - B^2) - AB = 0 \quad (6.46)$$

系数 A 和 B 定义为

$$A = \frac{aaP}{R_u^2 T^2}, \quad B = \frac{bP}{R_u T} \quad (6.47)$$

方程 (6.46) 有一个或三个根, 当为三个根时, 其中最大的根即为气相。于是实际气体状态方程又可写成

$$P = Z\rho R_u T \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{M_i} \quad (6.48)$$

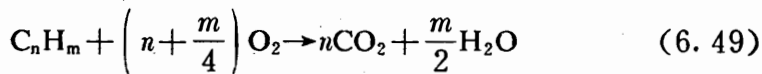
利用方程(6.48)即可方便地求出气体的体积性质随压力、温度和浓度的变化。

对于液体, 直接应用 Soave-Redlich-Kwong 状态方程确定流体 $P-V-T$ 性质, 特别在低温下会引起很大误差, 因而液体的密度可直接根据实验数据, 并采用质量浓度的加权方法确定。

6.3.4 气相燃烧模型

考虑了两种气相燃烧模型, 一种是扩散燃烧模型, 即火焰锋由扩散控制, 化学反应速度相对讲为无穷大, 但液滴在高压下的汽化可能如此之快, 以致当液滴尺寸很小时, 燃料蒸汽和氧化剂气体的混合时间尺度可以和化学反应时间尺度相比拟, 因而还提出了一种有限速率化学反应模型。

对于烃类气体燃料与氧的化学反应, 文献[11]提出了一个简单的一步总包反应机理, 其反应式为



组元生成(消失)速率为

$$\dot{\omega}_f^* = -M_f K_0 \exp\left(-\frac{E}{R_u T}\right) C_f^a C_{O_2}^b \quad (6.50)$$

$$\dot{\omega}_{oz}^* = -\left(n + \frac{m}{4}\right) M_{oz} K_0 \exp\left(-\frac{E}{R_u T}\right) C_f^a C_{oz}^b \quad (6.51)$$

6.3.5 界面边界条件

混合物的质量守恒

$$\dot{m}_v^* = \rho(v - \dot{R})|_{r=R_+} \quad (6.52)$$

组元 i 的质量守恒

$$\left(\dot{m}_v^* Y_i - \rho D_{im} \frac{\partial Y_i}{\partial r}\right)_{r=R_-} = \left(\dot{m}_v^* Y_i - \rho D_{im} \frac{\partial Y_i}{\partial r}\right)_{r=R_+} \quad (6.53)$$

能量守恒

$$-K \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_-} = -K \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_+} + \sum_{i=1}^N \left[\dot{m}_i Y_i - \rho D_{im} \frac{\partial Y_i}{\partial r} \right]_{r=R_+} \Delta H_{v,i} \quad (6.54)$$

液滴表面热力学平衡条件

$$T^v = T^l \quad (6.55)$$

$$P^v = P^l \quad (6.56)$$

$$f_i^v = f_i^l \quad (6.57)$$

首先根据方程(6.45)计算给定温度和压力下每一组元的液相和气相逸度,然后应用(6.55)–(6.57)式确定平衡性质,包括偏摩尔相变热、周围气体的溶解度以及液滴表面的气相和液相组元浓度。由于燃烧产物是水蒸汽、二氧化碳和氮气组成,而其主要成分为氮气,故在相平衡分析时,可以认为周围介质即为氮气。

6.3.6 数值计算方法

由于流体的对流速度与声速相比很小,但与扩散速度相比又很大,故取消了通常所作的等压过程的假定。当 Ma 数很小时,守恒方程配合不好,系统的本征值在量上可以差别很大。守恒方程的配合不好会导致数值收敛减慢,使得适用于可压缩流的标准计算方法在低 Ma 数时无效,而化学源项和分子扩散项的存在又使得计算更加困难,为了满足数值稳定性的要求,时间步长必须非常小,而且由于动量守恒方程中的压力项所引起的数值舍入误差,会使得解达不到足够的精度。在低马赫数时,很小的压力误差会导致对流速度有明显改变。这些困难在一般液滴燃烧研究中都会碰上,但在高压下这些问题更为严重。为了避免这个困难,文献[4]采用了全隐格式,并将方程(6.34)–(6.37)写成以下向量形式

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint Q dV + \iint F_1 \cdot dA - \iint F_2 \cdot dA = \iint H \cdot dA \quad (6.58)$$

如前所述,动量方程中的压力项在很低马赫数时具有奇异性质,其

值明显大于对流动量流强。但是由于在动量平衡方程中出现的是压力梯度，而不是压力。因而可以将压力分解成时间不变量和脉动量，即

$$P(r, t) = P_0 + P'(r, t) \quad (6.59)$$

P_0 为周围介质的初始压力， P' 为液滴蒸发和燃烧引起的周围压力的变化。方程(6.58)中的向量可以写成以下形式：

$$Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho v \\ \rho e \\ \rho Y_1 \\ \vdots \\ \rho Y_{N-1} \end{bmatrix}, \quad F_1 = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho v^2 + P' \\ \rho h v \\ \rho Y_1 V \\ \vdots \\ \rho Y_{N-1} V \end{bmatrix},$$

$$F_2 = \begin{bmatrix} \rho V_s \\ \rho V V_s \\ \rho e V_s \\ \rho Y_1 V_s \\ \vdots \\ \rho Y_{N-1} V_s \end{bmatrix}, \quad H = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ q_e \\ q_1 + \dot{\omega}_1^* \\ \vdots \\ q_{N-1} + \dot{\omega}_{N-1}^* \end{bmatrix} \quad (6.60)$$

为了进行数值积分，在方程(6.58)中引入类似于文献[12, 13]所用的假时间导数项。于是方程变成

$$\Gamma \frac{\partial}{\partial \tau} \iiint \bar{Q} dv + \frac{\partial}{\partial t} \iiint Q dv + \iint F_1 \cdot dA - \iint F_2 \cdot dA = \iint H \cdot dA \quad (6.61)$$

式中 τ 为假时间。对于本征值刚性阻碍经济求解的低速情况， $\bar{Q}$ 的定义为

$$\bar{Q} = (P'/\beta, v, h, Y_1 \cdots Y_{N-1})^T \quad (6.62)$$

采用比例因子 β 是为了保证系统的所有本征值具有同一量级，以提高数值计算的收敛速度。矩阵 Γ 定义为

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ v & \rho & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ h & 0 & \rho & 0 & \cdots & 0 \\ Y_1 & 0 & 0 & \rho & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ Y_{N-1} & 0 & 0 & 0 & \cdots & \rho \end{bmatrix} \quad (6.63)$$

现在就可全隐格式的一般步进方法求解以假时间 τ 表示的方程(6.61)。收敛于假时间的解即相应于物理时间区间的时间精确解。这种二元时间步长积分方法的优点是瞬时精度高，而计算时间增加不多。

6.3.7 计算结果和讨论

文献[4]对不同压力下的正戊烷液滴在空气中燃烧的情况进行了广泛的计算。液滴的初始直径为 $100\mu\text{m}$ ，突然置入 300K 和 1000K 的空气中。所用的液体和气体成分的临界特性如表 6.1 所示。

表 6.1 液体和气体的临界特性

名 称	$n\text{-C}_5\text{H}_{12}$	N_2	O_2	CO_2	H_2O
$T_c(\text{K})$	469.6	126.2	154.6	304.2	647.3
$P_c(\text{atm})$	33.3	33.5	49.8	72.8	217.6
$v_c(\text{cm}^3/\text{gmole})$	304	89.5	73.4	94	56
Z_c	0.262	0.290	0.288	0.274	0.229

图 6.8 所示为不同压力下正戊烷液滴的表面温度时变曲线。在 $t=0$ 时液滴表面升温速度较快是由于场中初始温度分布较陡的缘故。液滴着火后，亦有一段时间升温速度较快，但在相对低压下($P < 20\text{atm}$)，液滴表面温度很快达到准湿球温度。当压力增加到 50atm 时，准湿球温度就不再出现，整个气化过程都为瞬变过

程, 液滴表面温度不断增加。当 $P=80\text{atm}$ 时, 液滴在蒸发完之前其表面就会达到临界混合点($t=3.62\text{ms}$)。这时液滴表面就变成临界表面, 在这表面上, 液相和气相以临界混合条件共存。这时就是超临界蒸发/燃烧的开始。但该时刻液滴表面内部仍然保持液体状态。当液滴继续加热时, 这个临界液滴表面就会不断地向液滴中心移动。由于在该计算中只考虑了氮气的溶解, 对于这种二元系统, 其临界

混合温度只和压力有关, 所以在图中表现为, 当 $P=80, 110$ 和 140 (atm) 时, 最后的曲线为水平线。

图 6.9 给出了不同压力下正戊烷相变热的时变曲线。与低压情况不同, 相变值不单随温度变化, 而且受压力影响很大。从图可以看出, 在液滴着火后, 由于液滴表面温度突升, 相变热有一个突降段。当 $P=80\text{atm}$, 液滴表面接近临界点时, 还会出现第二

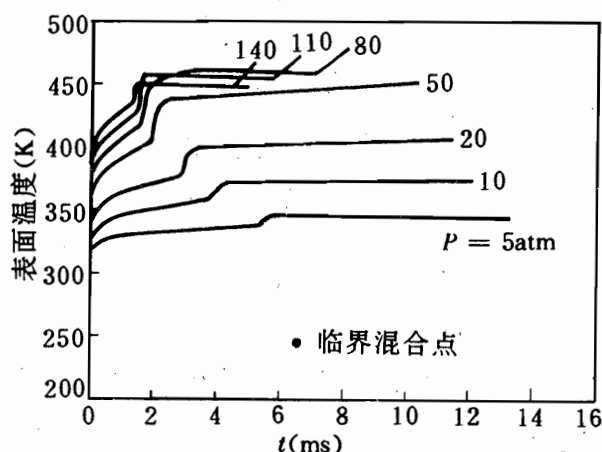


图 6.8 不同压力下正戊烷液滴的表面温度时变曲线(在空气中)

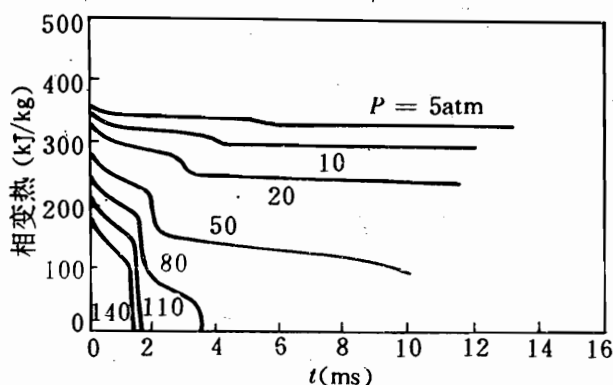


图 6.9 不同压力下相变热的时变曲线
(正戊烷液滴/空气系统)

个突降段；压力愈高，这个突降段愈明显（见 $P = 110\text{atm}$ 和 $P = 140\text{atm}$ 的情况）。

图 6.10 给出了不同压力下液滴表面溶解氮气的摩尔分数。在亚临界区，氮气在液相中的溶解度是很有限的，但在超临界区，溶解度就很明显，而且随温度的增加而增加。在 $P = 110\text{atm}$ ，当液滴表面达到临界混合条件时，氮气的溶解度超过 35%。

图 6.11 给出了不同压力下液滴直径平方随时间的变化。

由图可知，随着压力的增加，液滴表面的内移速度亦增加，这主要是由于压力增加时相变热减少，但压力增加会使质量扩散系数减少，这可从压力 110atm 增加到 140atm 时，曲线斜率逐渐平缓看得出来。但在高压下，液滴直径平方的变化率并不等同于液滴质量的变化率。因为这时液滴的温度、密度和组元浓度时刻都处在瞬变状态。图 6.12—6.14 给出了 $P = 110\text{atm}$ 时液滴温度分

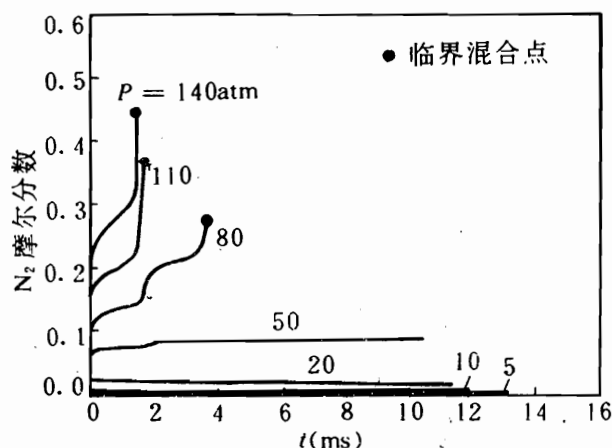


图 6.10 不同压力下液滴表面上溶解氮气的摩尔分数(正戊烷/空气系统)

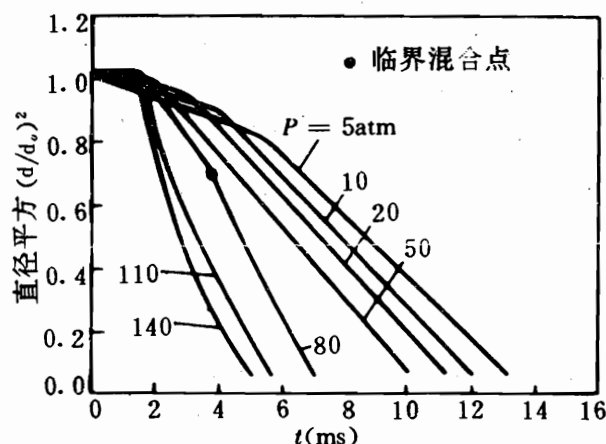


图 6.11 不同压力下液滴直径平方随时间的变化(正戊烷/空气系统)

布、密度分布和其中氮的摩尔浓度分布随时间的变化。所以在计算液滴的蒸发/燃烧速度时必须要考虑以上情况。

图 6.15 给出了不同压力下液滴质量的时变曲线。

Shuen 和 杨 还利用这个理论对正戊烷/空气系统中液滴的着火时间、达到临界混合的时间、气化持续时间、燃尽时间、燃烧时间、液滴燃烧时间、单相燃烧时间和超临界燃烧时间等进行了计算（见表 6.2），这充分说明该理论的用途非常广泛，可以计算液滴从亚临界到超临界的全过程和各个细节。

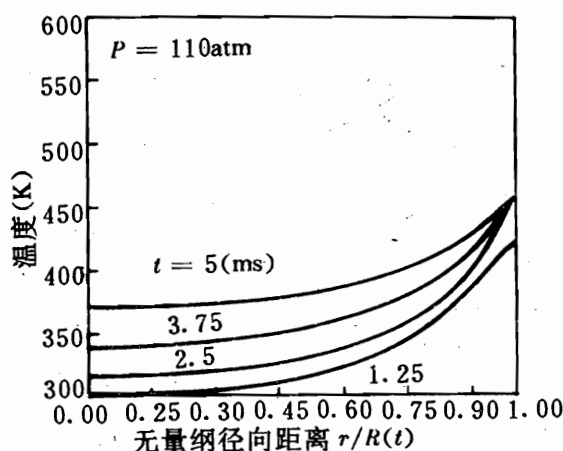


图 6.12 $P=110\text{atm}$ 时正戊烷/空气系统液相温度分布随时间的变化

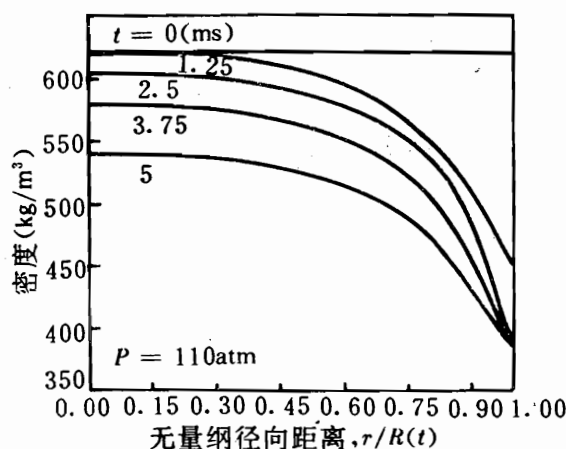


图 6.13 $P=110\text{atm}$ 时正戊烷/空气系统液相密度分布随时间的变化

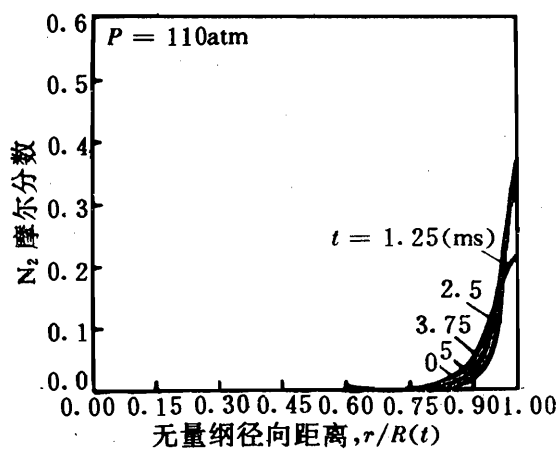


图 6.14 $P=110\text{atm}$ 时正戊烷/空气系统液相中氮的摩尔分数

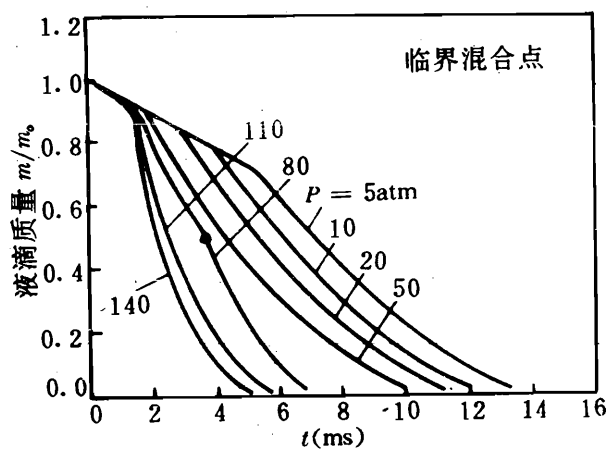


图 6.15 不同压力下液滴质量的时变曲线

图 6.2 正戊烷液滴在空气中燃烧的特征时间和重要性质,
 $d_0=100\mu\text{m}$, $T_{l,0}=300\text{K}$, $T_\infty=1000\text{K}$

压力 (atm)	准湿球 温度 (K)	临界混 合温度 (K)	火焰峰 温度 (K)	着火 时间 ¹ (ms)	临界混 合时间 ² (ms)	气化 时间 ³ (ms)	燃烬 时间 ⁴ (ms)	燃烧 时间 ⁵ (ms)	液滴燃 烧时间 ⁶ (ms)	单相燃 烧时间 ⁷ (ms)	临界燃 烧时间 ⁸ (ms)
5	347.4		2702.0	4.33		13.09	13.33	9.00	8.76	0.24	
10	375.6		2783.4	3.10		12.12	12.72	9.62	9.02	0.60	
20	406.4		2838.6	2.30		11.30	12.36	10.06	9.00	1.06	
50	455.4	466.39	2855.9	1.56		10.10	12.90	11.34	8.54	2.80	
80		460.3	2846.5	1.34	3.62	7.04	10.99	9.65	5.70	3.95	7.37
110		455.0	2763.9	1.20	1.63	5.71	10.56	9.36	4.51	4.85	8.93
140		449.1	2666.1	1.16	1.45	5.05	11.13	9.97	3.89	6.08	9.68

1. 着火时间=气相峰值温度超过其初始值时的时间; 2. 临界混合时间=液滴表面达到临界状态的时间; 3. 气化时间= $(t=0)$ 到液滴蒸发完毕的时间; 4. 燃烬时间= $(t=0)$ 到气相反应结束的时间; 5. 燃烧时间=燃烬时间-着火时间; 6. 液滴燃烧时间=气化时间-着火时间; 7. 单相燃烧时间=燃烬时间-气化时间; 8. 临界燃烧时间=燃烬时间-临界混合时间。

6.4 液氧滴的亚临界—超临界蒸发理论^[4]

6.4.1 模型和守恒方程

液氧广泛应用于液体火箭发动机,如美国的德尔它运载火箭、宇宙神/半人马座运载火箭、土星火箭、航天飞机主发动机,前苏联的天顶号火箭、能源号火箭,日本的H—II运载火箭,西欧的阿里安5火箭以及我国的长征系列火箭中的液体火箭发动机都用到液氧/煤油或液氧/液氢组合的推进剂。特别是新一代大型运载火箭,包括航天飞机衍生运载火箭和大升力运载火箭都将毫无例外地采用液氧作为推进剂组元。所以近年来,非常重视对液氧滴在高压下的蒸发和燃烧机理的研究。文献[14]对液氧在5—68atm的氮气环境中的蒸发进行了实验研究和理论研究,发现在超临界状

况下,液氧表面温度非常接近计算所得的 LOX/He 临界混合温度,如图 6.16 所示。这说明在发生超临界转变时,液氧表面保持其临界混合状态,但文献[14]的理论计算是针对具体的实验条件的,采用了二维流场,但没有考虑瞬

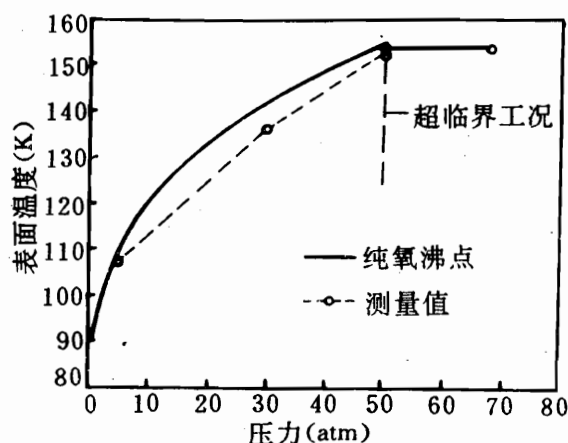


图 6.16 液氧表面温度的测量值随压力的变化(环境介质:室温 He 气)

变过程。文献[15, 16]对液氧滴在亚临界和近临界条件下的蒸发进行了研究,提出了一个瞬变模型。文献[4]则对液氧滴在亚临界和超临界的范围内的蒸发进行了全面研究,下面将介绍这一理论。文献[4]提出的物理模型如图 6.17 所示。

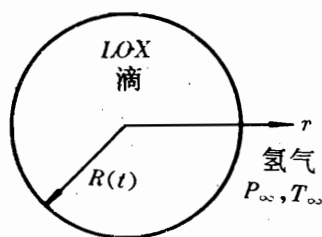


图 6.17 液氧滴在氢气中的蒸发

采用的守恒方程与(6.34)~(6.37)式相同,由于没有燃烧,故在组元守恒方程中没有化学源项。

6.4.2 输运性质和热力学性质

部分输运性质和热力学性质的选择取自表 4.1 中的有关文献,其它取自文献[17~21]。对氢的量子特性给予了特殊考虑,它的组态性质必须用量子力学,而不是用统计力学来描述,这对计算包含高压低温氢的稠密混合物的体积和导出热力学性质是很重要的。

6.4.3 状态方程

含氢混合物的压缩因子亦可用改进的 Soave-Redlich-Kwong 方

程来计算^[22]：

$$Z = \frac{V}{V - b} - \frac{aa}{R_u T(V + b)} \quad (6.64)$$

式中

$$aa = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j a_{ij} a_{ij} \quad (6.65)$$

$$b = \sum_{i=1}^N x_i b_i \quad (6.66)$$

$$a_{ij} a_{ij} = \sqrt{a_i a_j a_i a_j} (1 - K_{ij}) \quad (6.67)$$

每一组元的 a_i 和 b_i 可根据以下通用关系式计算

$$a_i = 0.42747 R_u^2 T_c^2 / P_c \quad (6.68)$$

$$b_i = 0.08664 R_u T_c / P_c \quad (6.69)$$

对于烃类燃料和某些非烃类燃料，参数 a_i 是对比温度和偏心因子的经验函数，必须根据蒸汽压数据提出。除此之外，要求二元交互作用系数恰当地与非烃类燃料气体的相特性关联（这对烃类燃料并不是必需的）。但这种情况对含氢的系统是完全不一样的，由于氢的极端超临界状态，采用交互作用系数不能准确地预示氢的 K 因子（定义为平衡状态下气相和液相中的摩尔分数之比。文献[22]已经证明，根据对不同的含氢混合物的闪点和始沸点的计算，氢系统的 α 关系式完全可用氢的对比温度来表示，即

$$\alpha_{H_2} = 1.202 \cdot \exp(-0.30228T_r) \quad (6.70)$$

当氢的对比温度大于 2.5（大约 83K）时，上式是准确的。

将方程(6.69)和(6.70)代入方程(6.66)和(6.67)，再利用(6.64)式，即可求出 Z 和相应的气体体积性质。液体密度则根据实验数据和相平衡数据确定。

6.4.4 界面边界条件

界面边界条件与(6.52)－(6.57)式相同。

当液滴表面达到临界混合温度时，偏摩尔相变热消失，但气

液之间的明显区别仍然可以保留。整个流场变成连续介质，这时的气化过程完全被扩散控制。这时，气液界面最好用该处的热力学性质处在临界混合状态的临界表面来表征。液滴中的液相组成通过临界表面平滑地转变成蒸汽。当然，由于来自周围介质的连续不断的传热，临界表面会不断地向中心移动，最终会使液滴完全消失。

6.4.5 计算结果和讨论

采用 6.3.6 中所述的计算方法对液氧滴在 5—250atm 的氢气环境中的蒸发情况进行了计算。液氧滴的初始直径为 50—300 μm ，初温为 90K，周围氢气的温度为 1000K。表 6.3 所示为氧和氢的临界性质。

表 6.3 氧和氢的临界性质

临界性质	氧	氢
$T_c(\text{K})$	154.6	33.2
$P_c(\text{atm})$	49.74	12.96
$v_c(\text{cm}^3/\text{gmole})$	73.4	65.0
Z_c	0.288	0.306

图 6.18 所示为对比压力 $P_r = 0.1—5$ （以液氧临界压力为基准）时 LOX/ H_2 系统的相平衡成分。在 $P_r < 1$ 时，液相几乎完全由氧组成，溶解在液氧中的氢是很少的。并且随着

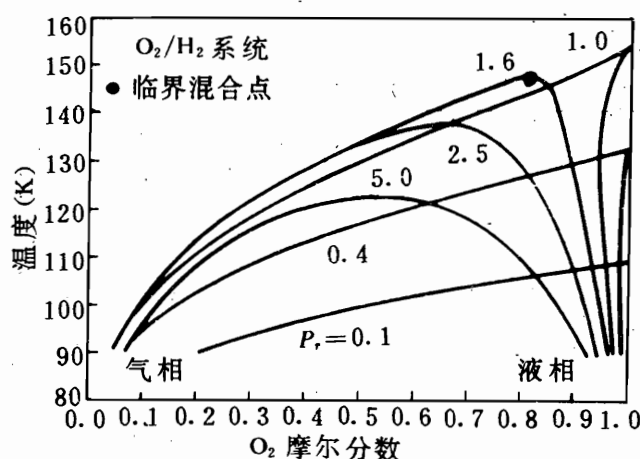


图 6.18 不同压力下 LOX/ H_2 系统的相平衡成分

温度的增加而逐渐减少,达到沸点时,溶解度为零。但是,在 $P_r > 1$ 时,氢气的溶解度就很可观,并且随温度增加而增加。例如,当 $P_r = 5$ 时,与温度有关,液相中的含氢摩尔分数达到 8.2%—45%。但是尽管含氢摩尔分数很高,由于氢分子量要比氧分子量小得多,故对于 $P_r = 5$,在临界混合点的液相中氢的质量含量只有 5%。相平衡的结果也同样表明,临界混合温度随压力增加而降低。所以液滴在高压下容易达到临界状态。

图 6.19 表示了 LOX/H₂ 系统在平衡时的压力—温度相平衡图。沸点线是由亚临界压力下的沸点构成的。当温度增加时,平衡汽液混合物会通过这根线转变成过热蒸汽。临界混合线是临界混合温度随压力变化的曲线,并与沸点线相交于纯氧的临界点,它代表 LO₂/H₂ 二元系统蒸汽相和液相共存的最高温度。

图 6.20 为 LOX/H₂ 二元系统中氧的相变热随压力和温度的变化。图 6.21 为考虑氢气溶解时的液氧滴的密度随压力和温度的

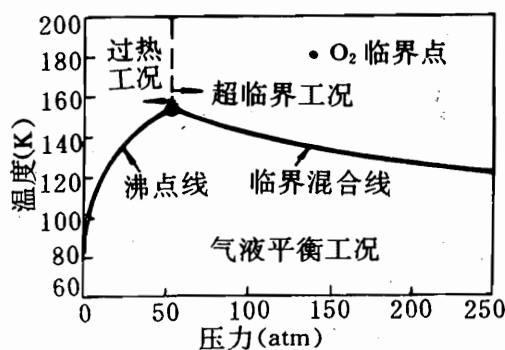


图 6.19 LOX/H₂ 系统在平衡时的压力—温度相平衡图

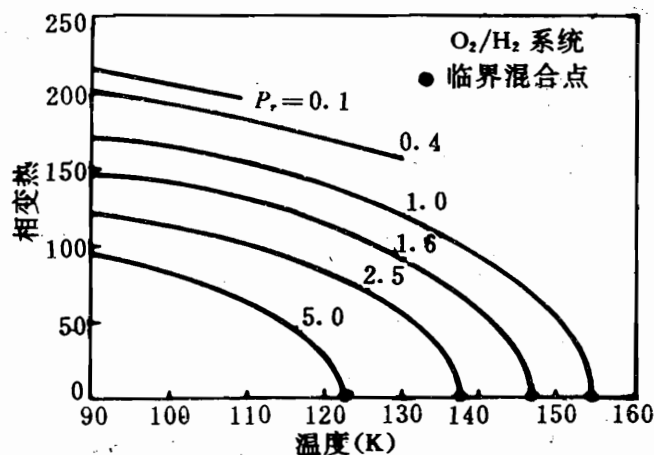


图 6.20 LOX/H₂ 二元系统中氧的相变热随压力和温度的变化

变化。在接近临界点时，液滴密度随温度的增加而急剧下降。和直觉相反，密度也随压力增加而下降。这是由于氢氧的密度差别太大的缘故。因为氢的密度比氧的密度小一个量级，因而在较高压力下由于氢的溶解而导致较低的混合物密度。

图 6.22 所示为不同压力下液氧滴表面温度的时变曲线。在低压下($P=5\text{atm}$)，液滴表面温度很快增加，然后转入水平，达到所谓准湿球温度，其值稍低于液氧的

沸点温度。这时几乎所有从周围介质传递的热量都用于液滴蒸发，而很小一部分热量传到液滴内部。在液滴生存期的最后阶段，液滴表面温度会逐渐下降。这是由于气氧的导热系数明显比氢的导热系数要小，后者约为前者的 4.5—6.5 倍，而且由于氢氧的分子量差别很大，混合物中即使有很小摩尔分数的氧亦会明显改变混合物的成分质量分数。因此从液滴表面蒸发出来的氧蒸汽会降低

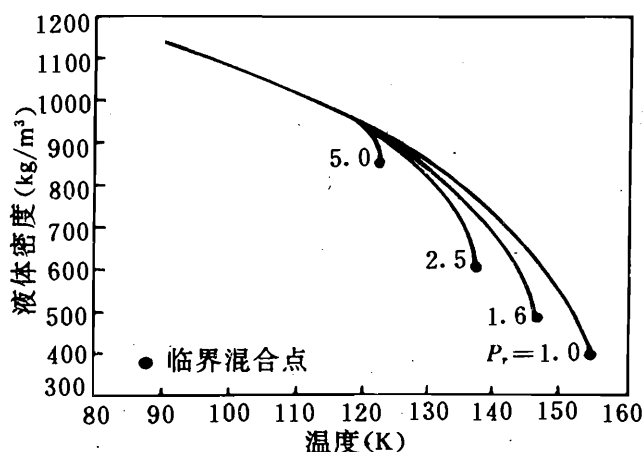


图 6.21 考虑氢气溶解时的液氧滴的密度随压力和温度的变化

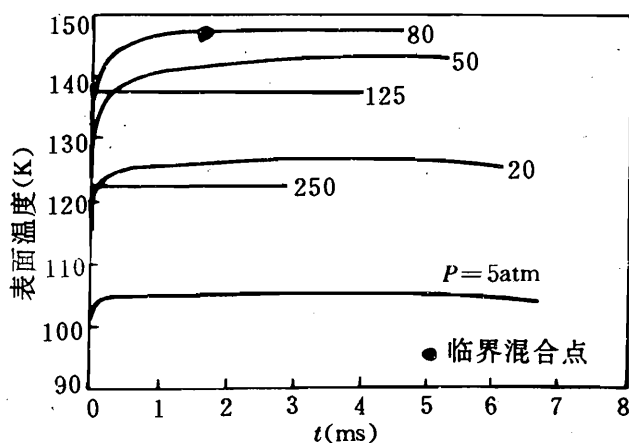


图 6.22 不同压力下液滴表面温度的时变曲线($d_0=100\mu\text{m}$)

气体混合物的导热系数，从而使传向液滴表面的热量减少。这一特点对混合物中包含量子气体的情况几乎具有一定的普遍性。当压力增加到 50atm 时，液滴表面温度将不断变化，这时不再存在准湿球温度，在液滴生存期间液滴一直处于瞬变状态。在 $P = 80\text{atm}$ 时，液滴甚至在 $t = 1.56\text{ms}$ 时就达到临界混合点，这时液滴表面就变成临界表面，在该处液气两相在临界混合条件下共存，但液滴内部则

仍为液体，临界表面上的相变热变成零，混合物的密度及其成分经过临界表面时平滑地变化。当液滴继续受到加热时，临界表面不断地向液滴中心移动。由图还可看到，在更高压力下 ($P = 125, 250\text{atm}$)，液滴一暴露在氢气环境中就达到超临界状态，这说明文献[23]在分析 SSME 预燃室中的流场时，把液氧滴作为超临界气团来考虑还是可以的。

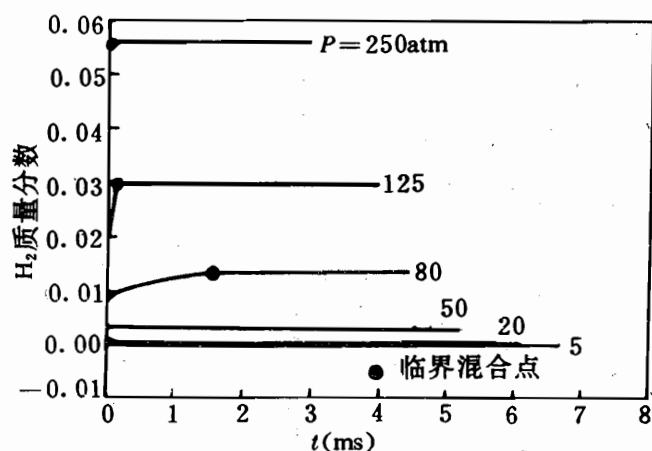


图 6.23 不同压力下液滴表面上液氢的质量分数时变曲线 ($d_0 = 100\mu\text{m}$)

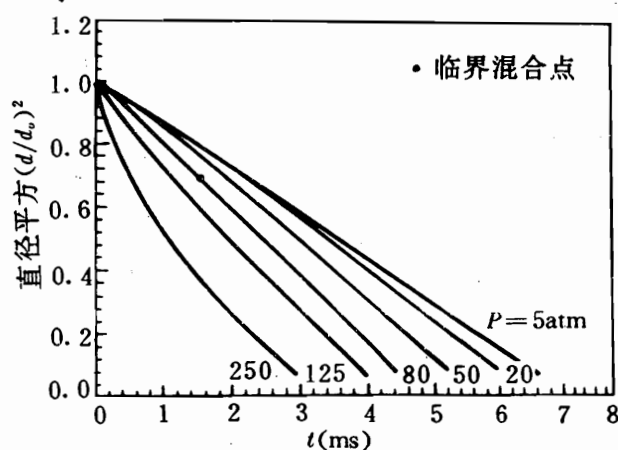


图 6.24 不同压力下液滴直径平方的时变曲线 ($d_0 = 100\mu\text{m}$)

图 6.23 所示为不同压力下液滴表面上液氢的质量分数。由图可知,在亚临界范围内氢的溶解量很少,但当 $P=125\text{atm}$ 时,液滴表面上的氢质量分数达到 3%,而当 $P=250\text{atm}$,达到 5.8%,这将会引起热力学性质和输运性质的急剧改变,从而改变液滴的蒸发特性。

图 6.24 所示为不同压力下液滴直径平方的时变曲线。随着压力的增加,液滴表面的内移速度也不断增加,这主要是由于

高压下相变热降低的缘故;当然,压力增加时,质量扩散系数亦下降,但前者的影响更大一些,故液滴表面内移速度总是增加。在高压下($P=80, 125$ 和 250atm),液滴蒸发完之前其表面就会达到临界混合点。在这种情况下,液滴的相变热变成零,液滴的进一步蒸发由热量和质量的扩散所控制,这时压力就会起负作用。然而,液滴气化是用临界表面的移动来表征的,由于随着压力的增

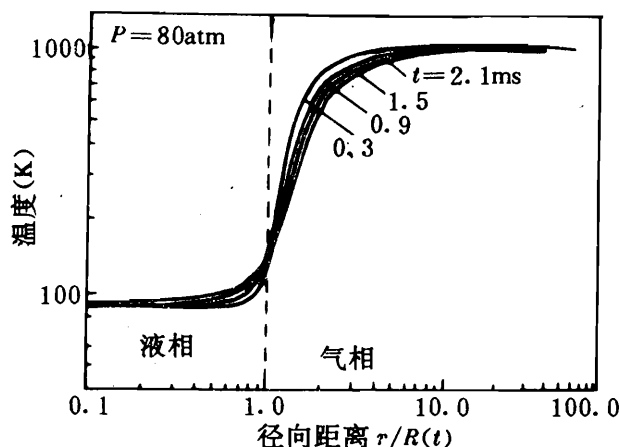


图 6.25 LOX/H₂ 系统流场中瞬时温度分布的时变曲线($d_0=100\mu\text{m}$)

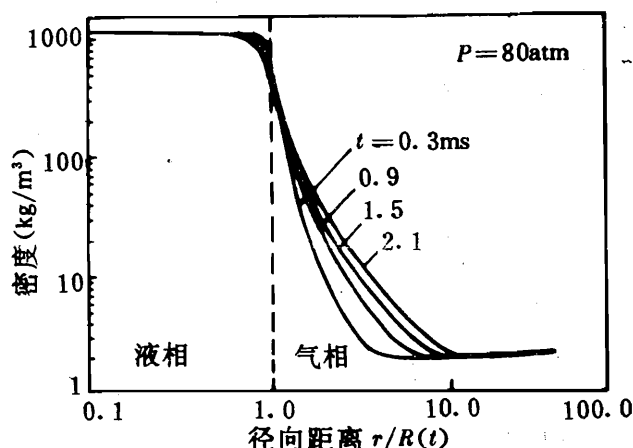


图 6.26 LOX/H₂ 系统流场中瞬时密度分布的时变曲线($d_0=100\mu\text{m}$)

加临界混合温度是不断降低的,所以即使在超临界压力状态下,总的看来仍然有利于液滴表面的内移。

液滴超临界蒸发的一个显著特征就是,在整个液滴生存期内,液相和气相中的液体性质都在不断变化。液滴内部和气相中的输运过程进行的时间尺度可以与液滴表面的内移速度相比拟,故不会达到定常状态。图 6.25 和 6.26 分别给出了整个流场中的瞬时温度和密度的分布。从图可以明显地看出来自液滴表面的热力波传播。开始,液滴表面温度随时间增加,当液滴表面达到临界状态时,就保持在临界混合点温度上不再变化。在液滴表面上,流体的温度和密度及其梯度都是平滑过渡的,来自周围介质的传热都用于液滴内部的加热,并使临界混合表面不断地向液相内部传播。液滴周围气相密度的不断增加,会导致向外的对流流动,并使得传向液滴内部的热量减少。

由于热力学和流场性质的瞬变特性,图 6.24 不能直接说明液滴的质量蒸发速度,这时必须要考虑液相密度和氧浓度的变化。液滴中氧质量的变化速度可用下式表示

$$\begin{aligned} \left. \frac{dM}{dt} \right|_{\text{LOX}} &= \frac{d}{dt} \int_0^R 4\pi r^2 \rho_l Y_{\text{O}_2} dr = 4\pi R^2 \rho_l Y_{\text{O}_2} \dot{R} \Big|_{r=R_-} \\ &+ \int_0^R 4\pi r^2 \frac{d}{dt} (\rho_l Y_{\text{O}_2}) dr \end{aligned} \quad (6.71)$$

图 6.27 表示了不同压力下液氧滴质量的时变曲线($d_0 = 100\mu\text{m}$)

图 6.28 给出了不同压力下液滴的生存期与初始滴径平方的关系。从图可知,基本上都是直线关系。

图 6.29 给出了液滴生存期与初始滴径和压力的关系。液滴生存期与压力的关系很大,可用下式表示

$$\frac{\tau_d}{\tau_{d,\text{ref}}} = \left(\frac{p}{p_{\text{ref}}} \right)^{-0.173} \quad (6.72)$$

式中 $\tau_{d,\text{ref}}$ 是对于给定的初始滴径,在 $p_{\text{ref}} = 5\text{atm}$ 时的生存期,

-0.173是根据 $50 \leq d_0 \leq 300 \mu\text{m}$, $5 \leq P \leq 250 \text{atm}$ 时的计算数据整理出来的。这个公式既适用于亚临界状态,也适用于超临界状态,就是说即使在超临界状态下,液滴的蒸发速度也是随压力的增加而增加的。这和 Spalding 等人的结论不同,需要进一步研究。

以上计算所得的一些结果和规律基本上都是第一次提出的,这也是文献[4]的突出贡献。但由于试验的限制,目前还无法对以上全部结论进行验证,但毕竟以上理论及其计算结果

为我们分析液氢液氧火箭发动机中的燃烧过程提供了一些依据,并为今后进一步发展提供了良好的基础。

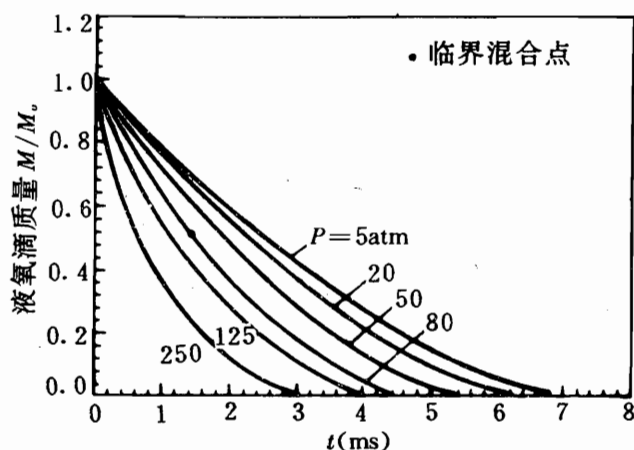


图 6.27 不同压力下 LOX/H₂ 系统液氧滴质量的时变曲线($d_0=100\mu\text{m}$)

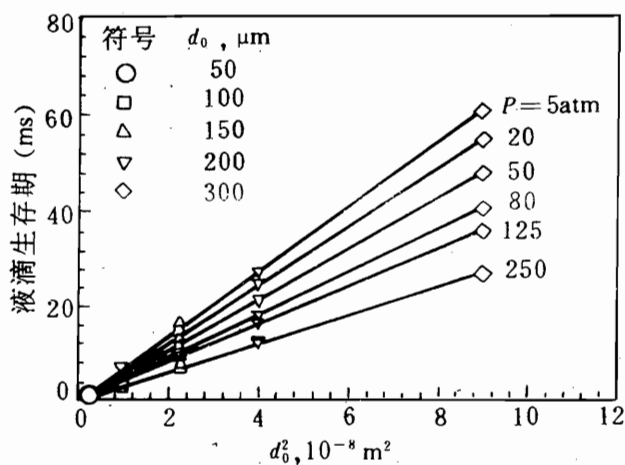


图 6.28 不同压力下 LOX/H₂ 系统液滴生存期与滴径平方的关系

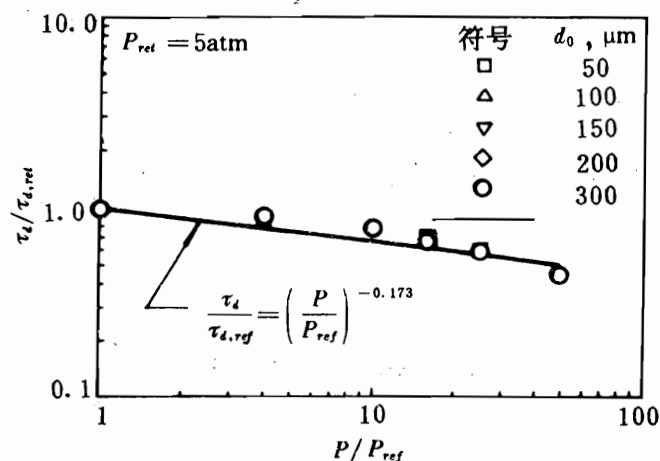


图 6.29 液滴生存期与初始滴径和压力的关系

参考文献

- [1] R. S. Lazar and G. M. Faeth. Bipropellant Droplet Combustion in the Vicinity of the Critical Point. Thirteenth Symposium on Combustion, pp. 801. 1970
- [2] M. R. Baer. A Theory of Droplet Combustion at High Pressures. SAND 80-0081C
- [3] J. S. Shuen, 杨威迦. Combustion of Liquid Fuel Droplets in Supercritical Conditions. AIAA-91-0078
- [4] V. Yang and N. N. Lin, J. S. Shuen. Vaporization of Liquid Oxygen Droplets at Supercritical Conditions. AIAA-92-0103
- [5] J. M. Prausnitz and P. L. Chueh. Computer Calculations for High-Pressures Vapour-Liquid Equilibrium. Prentice Hall, Englewood Cliffs, N. M. . 1968
- [6] H. Hiroyasu, et al. Trans. JSME. Vol. 40, No. 339. 1974
- [7] T. Kadota and H. Hiroyasu. Fourteenth Symposium on Combustion, 1977
- [8] 庄逢辰, 杨本濂译. 燃烧理论. 科学出版社, 1992
- [9] S. Takahashi. Preparation of a Generalized Chart for the Diffusion Coefficients of Gases at High Pressure. Journal of Chemical Engineering (Japan), 7, 417, 1974

- [10] W. Hayduk and B. S. Minhas. Correlations for Predication of Molecular Diffusivities in Liquids. *Canadina Journal of Chemical Engineering*, 60, 295, 1982
- [11] C. K. Westbrook and F. L. Dryer. Simplified Reaction Mechanisms for the Oxidation of Hydrocarbon Fuels in Flames. *C. S. T*, 27, 31, (1981)
- [12] M. M. Rai. Navier-Stokes Simulations of Blade Vortex Interactions using Higher-Order Accurate Upwind Schemes. *AIAA* 87—0543
- [13] C. L. Merkle and M. Athavale. A Time Accurate Unsteady Incompressible Algorithm Based on Artificial Compressibility. *AIAA* 87—1137
- [14] A. S. Yang, et al. Evaporation of LOX under Supercritical and Subcritical Conditions. *AIAA* 93—2188
- [15] J. P. Delplanque and W. A. Sirignano. Transient Vaporization and Burning for an Oxygen Droplet at sub-and Near-Critical Conditions. *AIAA* 91—0075
- [16] W. A. Sirignano, et al. Numerical simulation and Modeling of LOX Droplet Vaporization at Supercritical Conditions. 26th JANNAF Combustion Meeting
- [17] T. E. Daubert and R. P. Danner. Physical and Thermodynamic Properties of Pure Materials. Data Compilation, Hemisphere Publishing Corporation New York, 1989
- [18] E. G. Scheibel (1954). *Industrial Engineering Chemistry*, 46, 2007
- [19] A. Vigness (1966). *Industrial Engineering Chemistry Fundamentals*, 5, 189
- [20] C. R. Wilke and C. Y. Lee. *Industial Engineeriag Chemistiy*, 47, 1253
- [21] D. F. Faivbanks and C. R. Wilke (1950) *Industrial and Engineering Chemistry*, 42, 471
- [22] M. S. Graboski and T. E. Danbert. A Modified Soave Equation of state for Phase Equilibrium Calculations. 3. Systems Containing Hydrogen. *Industial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, 18, (2), 300, 1979
- [23] C. Prakash, A. K. Singhal. Thermofluid Analysis of the SSME Preburner Using a Gas-Gas Diffusion Model for Oxygen and Hydrogen Combustion at Supercritical Pressures. *AIAA* 86—1425

第七章 单元推进剂液滴的 蒸发 / 燃烧理论

7.1 引言

单元推进剂,例如无水肼、肼、硝酸肼和水的混合物等,广泛应用于各种姿态控制发动机。在有些液体火箭发动机中,单元推进剂也可作为驱动涡轮的工质,如美国红石火箭的燃气发生器采用 H_2O_2 ,苏联宇宙号第二级的燃气发生器采用 UDMH 等。这种单元推进剂也可用于其它推进目的,例如美国 MK-46 鱼雷采用的 OTTO-Ⅱ,以及目前世界上正在研制的液体发射药榴弹炮采用的 LP-1845, LP-1846 也都是液体单元推进剂。这种单元推进剂,只是一种组元,它的特点是燃烧元素和氧化元素在同一个分子内,如 H_2O_2 ,硝酸异丙酯等,或者是一种化合物,其分子中的排列不稳定,如肼等。这类推进剂的特点是,在常压常温下是稳定的,但在一定温度和压力下,自身会产生分解放热反应,生成热的分解燃烧产物。因而这种推进剂液滴在受热蒸发过程中,即使在惰性气体介质中亦会有热量析出,从而使液滴的汽化率增加,本章将研究这种推进剂液滴的蒸发/燃烧理论。

7.2 绝热条件下单元推进剂液滴 的常压蒸发/分解燃烧理论

7.2.1 基本假设和理论模型

很多文献都对单元推进剂液滴的蒸发/分解燃烧过程进行了研究^[1-4]。这些研究共同的特点都认为汽化率的增加显然与蒸汽

的分解反应有关。不同的作者仅对分解反应过程采用了不同的处理方法。这里仅介绍一种最便于工程应用的简化分析方法^[3,4]。其基本假设如下：

1. 液滴是在绝热、静止的惰性介质中蒸发和分解燃烧；

2. 过程在准定常、球对称和等压条件下进行；

3. 分解反应火焰锋是一个几何表面，其位置由该处的层流火焰传播速度等于来流速度决定的；

4. 只考虑分子热传导的传热方式；

5. 液滴温度均匀，等于热力学平衡温度 T_s ；

6. 物性系数均取平均值，等于常数，且 $Le=1$ 。

根据以上假设，就可画出如图 7.1 所示的，在绝热条件下单元推进剂液滴的常压蒸发/分解燃烧计算模型。

7.2.2 基本方程及其求解

连续性方程

$$\dot{m} = 4\pi r^2 \dot{m}'' = 4\pi r_s^2 \dot{m}_s'' = 4\pi r_f^2 \dot{m}_{f,a}'' \quad (7.1)$$

式中 $\dot{m}$ ——分解燃烧速度，也即蒸发速度；

$\dot{m}''$ ——半径 r 处的单组元推进剂液滴蒸汽的质量流强；

$\dot{m}_s''$ ——半径 r_s 的单组元推进剂液滴蒸汽的质量流强；

$\dot{m}_{f,a}''$ ——半径 r_f 处的单组元推进剂液滴蒸汽的质量流强，等于单组元推进剂液滴蒸汽的层流火焰质量传播速度。

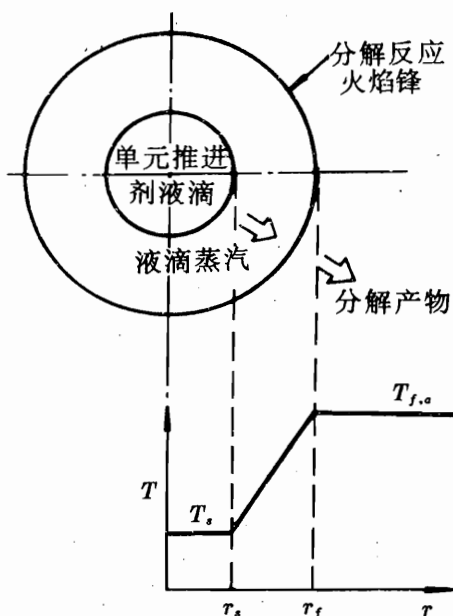


图 7.1 在绝热条件下单元推进剂液滴的常压蒸发/分解燃烧计算模型

能量守恒方程

$$4\pi r^2 K \frac{dT}{dr} - \dot{m} C_p T = 4\pi r^2 K \frac{dT}{dr} \Big|_{r_s} - \dot{m} C_p T_s \quad (7.2)$$

边界条件为

$$r = r_s, \quad T = T_s, \quad 4\pi r^2 K \frac{dT}{dr} \Big|_{r_s} = \dot{m} L \quad (7.3)$$

$$r = r_f, \quad T = T_{f,a} \quad (7.4)$$

应用边界条件求解 7.2 式, 即可求得液滴分解燃烧速度为

$$\dot{m} = 4\pi \frac{K}{C_p} \frac{1}{\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_f}} \ln \left[1 + \frac{C_p (T_{f,a} - T_s)}{L} \right] \quad (7.5)$$

由 (7.5) 式可知, 对于单元推进剂液滴, 由于在液滴附近形成了分解反应火焰锋, 而且当单元推进剂的化学反应速度 (层流火焰传播速度) 愈大, 这个火焰锋就愈接近液滴 (r_f 愈小), 因而使得液滴附近的温度梯度增加, 这就强化了液滴蒸发过程, 使液滴蒸发速度增加。图 7.2 表示了实验测定的肼液滴蒸发速度与考虑和不考虑分解反应时的蒸发速度计算值的比较。由图可知, 特别在

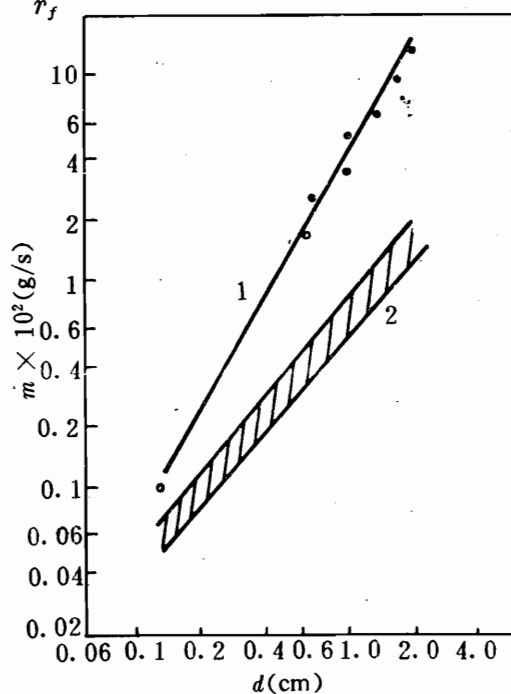


图 7.2 肼液滴蒸发/分解燃烧速度的实测值与考虑 (1) 和不考虑分解反应 (2) 时的蒸发速度计算值的比较^[5]。0——实测值
($P=1\text{atm}$, $T_\infty=2060\text{K}$,
 $Y_{O_2,\infty}=0$, $V_\infty=55.7\text{cm/s}$)

液滴直径较大时, 这种差别是相当显著的。

(7.5)式中的 $T_{f,a}$ 为单元推进剂分解燃烧时的理论燃烧温度, 即绝热燃烧速度 ($T_{f,a}=T_{\infty}$), 其值可按下式计算

$$T_{f,a} = \frac{\Delta H_c - L + C_p T_s}{C_p} \quad (7.6)$$

如用 B_a 表示绝热条件下液滴的蒸发参数, 并令其等于

$$B_a = \frac{4\pi K}{C_p} \ln \left[1 + \frac{C_p (T_{f,a} - T_s)}{L} \right] \quad (7.7)$$

则(7.5)式可写成

$$\dot{m} = \frac{B_a r_s}{1 - \frac{r_s}{r_f}} \quad (7.8)$$

根据球形火焰传播理论, 可以求出在绝热条件下, 分解火焰锋处的层流火焰质量传播速度为^[4]

$$\dot{m}_{f,a}^* = \sqrt{\frac{2K_0 K v!}{\Delta H_c} \left(\frac{PM}{RT_s} \right)^v Y_{f,s}^v \left(\frac{T_s}{T_{f,a}} \right)^v \frac{(RT_{f,a}^2/E)^2}{(T_{f,a} - T_s)^v} \exp \left(- \frac{E}{RT_{f,a}} \right)} \quad (7.9)$$

式中 K_0 , v , E , ΔH_c 分别为单元推进剂蒸汽分解燃烧时的反应频率因子, 反应级数, 反应活化能和分解反应能, 可由相应的手册和参考文献中查得。 $Y_{f,s}$ 系液滴表面的蒸汽浓度, 在绝热条件下

$$Y_{f,s} = 1 - \frac{L}{\Delta H_c} \quad (7.10)$$

在(7.1)式中令 $A_a = 4\pi \dot{m}_{f,a}^*$, 于是可得

$$\dot{m} = A_a r_f^2 \quad (7.11)$$

由(7.8), (7.11)两式消去 $\dot{m}$, 得到

$$r_f = \frac{r_s}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4B_a}{A_a r_s}} \right] \quad (7.12)$$

由(7.8), (7.11)两式消去 r_f , 则得

$$\dot{m} = B_a r_s \left[\left(1 + \frac{A_a r_s}{2B_a} \right) + \sqrt{\left(1 + \frac{A_a r_s}{2B_a} \right)^2 - 1} \right] \quad (7.13)$$

这就是单元推进剂液滴绝热分解燃烧/蒸发速度的计算公式。

7.2.3 公式的应用和分析

在(7.13)式中, A_a 与单元推进剂分解燃烧层流火焰质量传播速度成正比, 它代表单元推进剂液滴单位表面上的化学反应能力, B_a/r_s 代表单元推进剂液滴单位表面上的蒸发能力。因而 $A_a r_s / 2B_a$ 就代表了单元推进剂液滴的化学反应能力与蒸发能力之比。当

1. $A_a r_s / 2B_a \rightarrow 0$, 这相当于单元推进剂液滴的化学反应能力很弱, 或液滴直径很小时的情况。这时, 由(7.13)式可得

$$\dot{m} = B_a r_s$$

同时由(7.12)式可得

$$r_f \rightarrow \infty$$

所以, 这时液滴附近只有蒸发, 液滴的蒸发速度正比于 r_s , 这和一般液氧、烃等推进剂组元液滴的蒸发规律完全一样, 也就是说, 这时可以不考虑单元推进剂液滴的分解反应特性。

2. $A_a r_s / 2B_a \gg 1$, 这相当于单元推进剂液滴的化学反应能力很强, 或液滴直径很大时的情况。这时, 由(7.13)式可得

$$\dot{m} = A_a r_s^2$$

由(7.12)式, 可得

$$r_f \rightarrow r_s$$

亦即这时的液滴蒸发速度与滴径的平方成正比。在一般的情况下, 单元推进剂液滴的分解燃烧/蒸发速度 $\dot{m} \propto r_s^n$, n 应在 1 到 2 之间。

当液滴与周围介质之间有相对运动时, 可用等效滞止边界层半径 r_∞ 来表示强迫对流的强度。

$$r_\infty = \frac{r_s Nu^0}{Nu^0 - 2} \quad (7.14)$$

在绝热条件下, 当滞止边界层半径大于分解火焰锋半径, 亦

即 $r_{\infty} \geq r_f$ 时, 对流强度不影响液滴蒸发/分解燃烧速度。如果 $r_{\infty} < r_f$, 则液滴分解燃烧速度改由外界介质对液滴的蒸发速度决定, 可采用以下公式计算

$$\dot{m} = 4\pi \frac{K}{C_p} \frac{Nu^0}{2} \ln \left[1 + \frac{C_p(T_{\infty} - T_s)}{L} \right] \quad (7.15)$$

式中

$$Nu^0 = 2 + 0.556 Re^{1/2} Pr^{1/3} [1 + 1.237 Re^{-1} Pr^{-4/3}]^{-1/2} \quad (7.16)$$

7.3 单元推进剂液滴的常压蒸发/氧化燃烧理论^[5,7]

7.3.1 理论模型——双火焰锋模型

单元推进剂经常作为二元推进剂中的一种组元来使用。例如,

西欧阿里安娜火箭、美国大力神火箭、苏联质子号火箭以及我国长征系列火箭的主发动机所采用的燃料组元, 均为单元推进剂。这种单元推进剂液滴在氧化剂介质中蒸发和燃烧时, 会出现两个火

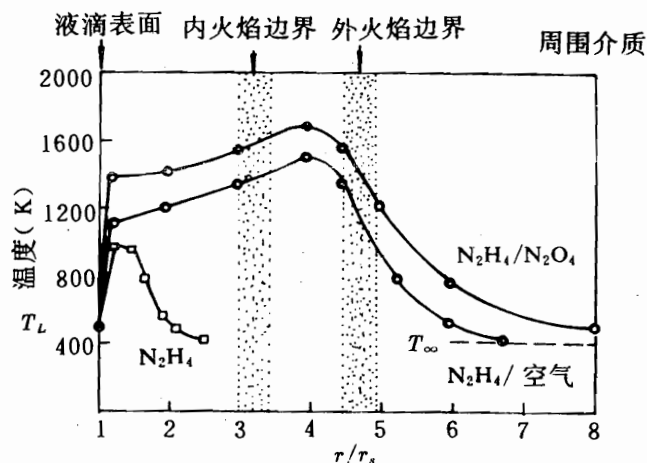


图 7.3 肼液滴在氮、空气和四氧化二氮中分解时测得的温度分布^[6]

焰锋, 一个是分解反应火焰锋, 另一个是扩散火焰锋。Hersh 等人对肼液滴在氮、空气和四氧化氮中的蒸发和分解进行了研究^[6], 利用热电偶进行的温度测定, 明显地显示了两个火焰锋的特征, 如图 7.3 所示。直接靠近液滴周围区域的黄色火焰是 $N_2H_4 \rightarrow NH_3 +$

$1/2\text{N}_2 + 1/2\text{H}_2$ 的分解反应火焰，而在外围的橘红色火焰是氧化反应火焰。因而提出了一种双火焰锋的理论。如果进一步假定

1. 过程是在准定常、等压和球对称条件下进行的；
2. 分解火焰锋和扩散火焰锋均可看作为几何表面；
3. 不考虑 Dufour 效应，Soret 效应和辐射传热；
4. 液滴温度均匀，等于热力学平衡温度，并认为其近似等于沸点温度；
5. 所有物性参数均取平均值，等于常数，但可分区计算；
6. 对流的影响用等效滞止边界层半径来表示。

根据这些假设，就可画出以下物理模型见图(7.4)。

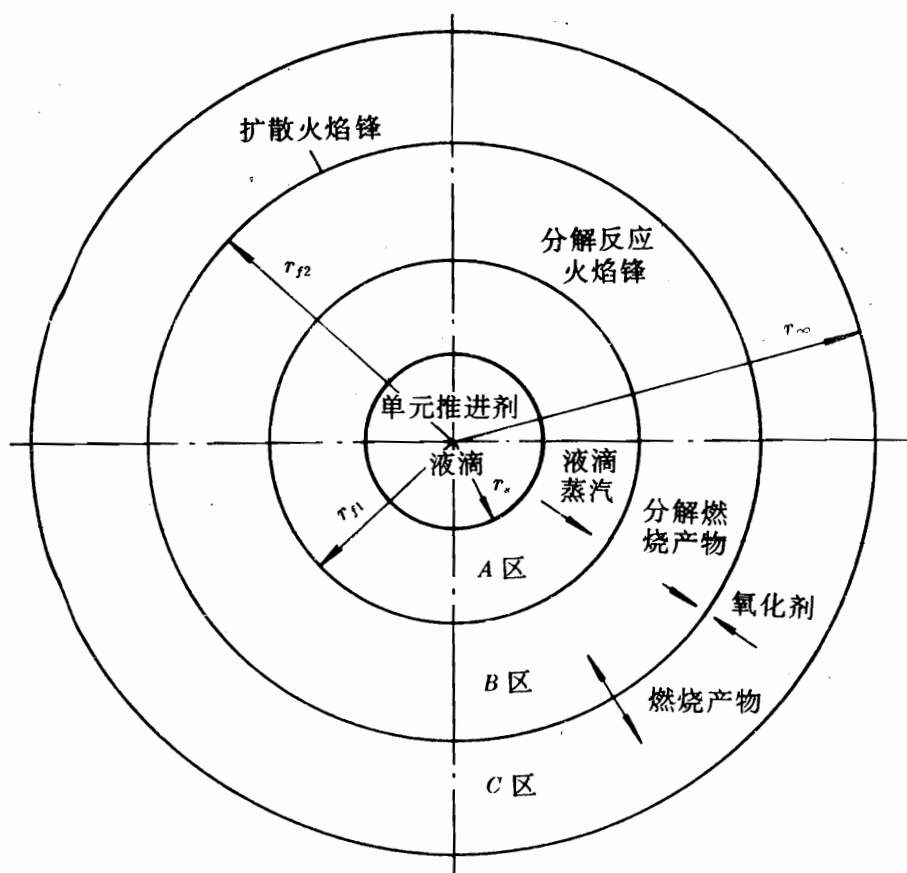


图 7.4 单元推进剂液滴常压蒸发/氧化燃烧计算模型

7.3.2 基本方程

总质量守恒方程

$$\dot{m} = 4\pi r^2 \rho v = 4\pi r^2 \dot{m}'' \quad (7.17)$$

总能量守恒方程

$$\frac{d}{dr} \left[\dot{m} I_i - 4\pi r^2 K \frac{dT}{dr} \right] = 0 \quad (7.18)$$

式中 I_i 为 i 组元的总焓, 等于热焓和化学焓之和, 即

$$I_i = h_i + \Delta H_i^0$$

组分守恒方程

$$\dot{m} = \dot{m} Y_i - 4\pi r^2 \rho D \frac{dY_i}{dr} \quad (7.19)$$

对 A 区应用 (7.18) 式, 得

$$\dot{m} I_F - 4\pi r^2 K_A \frac{dT}{dr} = \left[\dot{m} I_F - 4\pi r^2 K_A \frac{dT}{dr} \right]_{r_s}$$

因为

$$4\pi r^2 K_A \frac{dT}{dr} \Big|_{r_s} = \dot{m} L$$

同时在 A 区化学焓不经历变化, 再令 $h = C_p T$, 故可写出

$$\dot{m} [C_{p,A}(T - T_s) + L] = 4\pi r^2 K_A \frac{dT}{dr} \quad (7.20)$$

边界条件

$$\begin{aligned} r = r_s, \quad T &= T_s \\ r = r_{f,1}, \quad T &= T_{f,1} \end{aligned} \quad (7.21)$$

对 B 区应用 (7.18) 式, 并令分解反应热 $\Delta H_1 = \Delta H_F^0 - \Delta H_{F_p}^0, C_{p,A} \approx C_{p,B}$, 则可写出

$$\dot{m} [C_{p,B}(T - T_s) + L - \Delta H_1] = 4\pi r^2 K_B \frac{dT}{dr} \quad (7.22)$$

边界条件

$$\begin{aligned} r = r_{f,1}, \quad T &= T_{f,1} \\ r = r_{f,2}, \quad T &= T_{f,2} \end{aligned} \quad (7.23)$$

对C区应用(7.18)式。因为在扩散火焰锋 $r_{f,2}$ 处发生了氧化反应,1Kg质量的单元推进剂与 ν Kg的氧化剂反应,生成 $(1+\nu)$ Kg的氧化燃烧产物,因而这区的能量方程可写成以下形式

$$[\dot{m}(1+\nu)I_P - \dot{m}\nu I_{ox}] - 4\pi r^2 K_C \frac{dT}{dr} = \dot{m}I_{FS} - \dot{m}L \quad (7.24)$$

如令氧化反应热 $\Delta H_2 = \Delta H_F^0 + \nu H_{ox}^0 - (1+\nu)\Delta H_P^0$, $C_{PA} \approx C_{PC}$, 则上式可写成

$$\dot{m}[C_{PC}(T - T_s) - \Delta H_2 + L] = 4\pi r^2 K_C \frac{dT}{dr} \quad (7.25)$$

边界条件

$$\begin{aligned} r = r_{f,2} \quad , \quad T = T_{f,2} \\ r = r_\infty \quad , \quad T = T_\infty \end{aligned} \quad (7.26)$$

到目前为止,已经得出了三个方程(7.20), (7.22), (7.25), 但有 $\dot{m}$, $T_{f,1}$, $T_{f,2}$, $r_{f,1}$, $r_{f,2}$ 等五个未知数,故尚需再列两个方程。

根据总质量守恒方程,可以写出

$$\dot{m} = 4\pi \dot{m}_f^* r_{f,1}^2 = A_s r_{f,1}^2 \quad (7.27)$$

但这里的 $\dot{m}_f^*$ 不等于(7.9)式中的 $\dot{m}_{f,a}^*$, $\dot{m}_f^*$ 为非绝热条件下单元推进剂液滴分解燃烧时的层流火焰质量传播速度。根据文献[8],可以写出

$$\begin{aligned} \dot{m}_f^* = \frac{1}{\sqrt{[C_{P,A}(T_{f,1} - T_s) + L]^2 - [C_{P,A}(T_{f,1} - T_{f,a})]^2}} \\ \sqrt{\frac{2K_0 K_A C_{PA}^* \nu!}{\Delta H_1^{-1}} \left(\frac{RT_{f,1}^2}{E}\right)^{\nu+1} \left(\frac{PM}{RT_{f,1}}\right)^* \exp\left(-\frac{E}{RT_{f,1}}\right)} \end{aligned} \quad (7.28)$$

式中

$$T_{f,1} = T_{f,a} + (T_{f,2} - T_{f,a}) \exp\left[-\frac{\dot{m}C_{PB}}{4\pi K_B} \left(\frac{1}{r_{f,1}} - \frac{1}{r_{f,2}}\right)\right] \quad (7.29)$$

最后一个方程可根据扩散火焰锋停留在 $r_{f,2}$ 处的条件确定。这时流向火焰锋的单元推进剂的量与氧化剂量应成化学计量比的关系，即

$$4\pi r^2 \rho D \frac{dY_{ox}}{dr} - \dot{m} Y_{ox} = \dot{m} \gamma \quad (7.30)$$

边界条件

$$\begin{aligned} r = r_{f,2} \quad , \quad Y_{ox} &= 0 \\ r = r_{\infty} \quad , \quad Y_{ox} &= Y_{ox,\infty} \end{aligned} \quad (7.31)$$

因而用(7.20)，(7.22)，(7.25)，(7.27)，(7.30)这五个方程，即可解出 $\dot{m}$ ， $T_{f,1}$ ， $T_{f,2}$ ， $r_{f,1}$ ， $r_{f,2}$ 五个未知数。

7.3.3 方程求解

由方程(7.20)，得

$$\dot{m} = \frac{4\pi}{\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_{f,1}}} \frac{K_A}{C_{P,A}} \ln \left[1 + \frac{C_{P,A}(T_{f,1} - T_s)}{L} \right] \quad (7.32)$$

由方程(7.22)，得

$$\dot{m} = \frac{4\pi}{\frac{1}{r_{f,1}} - \frac{1}{r_{f,2}}} \frac{K_B}{C_{PB}} \ln \left[\frac{C_{PB}(T_{f,2} - T_s) + L - \Delta H_1}{C_{PB}(T_{f,1} - T_s) + L - \Delta H_1} \right] \quad (7.33)$$

由方程(7.25)，得

$$\dot{m} = \frac{4\pi}{\frac{1}{r_{f,2}} - \frac{1}{r_{\infty}}} \frac{K_C}{C_{PC}} \ln \left[\frac{C_{PC}(T_{\infty} - T_s) + L - \Delta H_2}{C_{PC}(T_{f,2} - T_s) + L - \Delta H_2} \right] \quad (7.34)$$

由方程(7.30)，得

$$\dot{m} = \frac{4\pi \rho D}{\frac{1}{r_{f,2}} - \frac{1}{r_{\infty}}} \ln \left(1 + \frac{Y_{ox,\infty}}{\gamma} \right) \quad (7.35)$$

令(7.34)，(7.35)式相等，即可得

$$\Delta H_2 - L = C_{PC}(T_{f,2} - T_s) + \frac{\gamma}{Y_{OX,\infty}} C_{PC}(T_{f,2} - T_\infty) \quad (7.36)$$

从而求得 $T_{f,2}$. 这个式子的物理意义是很明显的。1Kg 单元推进剂与氧化剂反应放出来的热量，除了消耗于自身蒸发用去 L 热量外，还把自身温度从 T_s 升高到 $T_{f,2}$ ，同时还把与之反应的氧化剂介质的温度从 T_∞ 提高到 $T_{f,2}$ 。

求出 $T_{f,2}$ 后，由 (7.29) 式即可求得 $T_{f,1}$ 。但在应用 (7.29) 式时，尚需知道 $r_{f,1}$ 和 $r_{f,2}$ 。 $r_{f,2}$ 可由 (7.35) 式求得。 $r_{f,1}$ 由 (7.27) 和 (7.32) 式求得。

在 (7.32) 式中令

$$B = \frac{4\pi K_A}{C_{PA}} \ln \left[1 + \frac{C_{PA}(T_{f,1} - T_s)}{L} \right]$$

则得

$$\dot{m} = \frac{Br_s}{1 - \frac{r_s}{r_{f,1}}} \quad (7.37)$$

由 (7.27) 和 (7.37) 式，即可求得

$$\dot{m} = Br_s \left[\left(1 + \frac{A_s r_s}{2B} \right) + \sqrt{\left(1 + \frac{A_s r_s}{2B} \right)^2 - 1} \right] \quad (7.38)$$

$$r_{f,1} = \frac{r_s}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4B}{A_s r_s}} \right] \quad (7.39)$$

这两个式子与 (7.12) 和 (7.13) 式的形式完全一样，

只是由于非绝热的条件， A ， B 值不同而已。

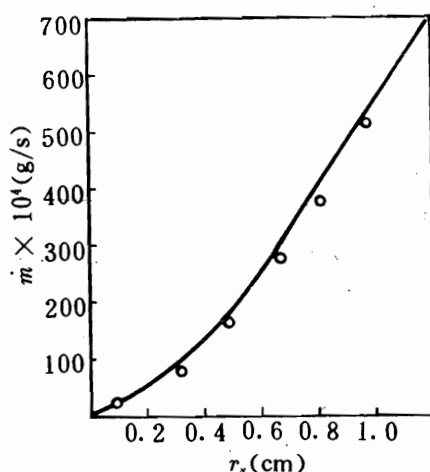


图 7.5. 偏二甲肼液滴在空气中的氧化燃烧速度 ($T_\infty = 2530^\circ\text{K}$, $Y_{OX,\infty} = 0.233$)

利用本节理论, 对偏二甲肼液滴在氧化剂介质中的氧化燃烧进行了计算。图 7.5 给出了计算值与实验值的比较, 由图可知, 理论和实验符合得很好。

7.4 单元推进剂液滴的高压 非定常分解燃烧理论^[9]

7.4.1 模型的提出

前面论述的单元推进剂液滴的常压蒸发/分解燃烧理论属于准定常理论。当在常压下蒸发/分解燃烧时, 液滴很快能达到热力学平衡温度, 因而液滴的蒸发/分解燃烧过程大部分是在定常状态下进行的。但在高压下, 液滴达到热力学平衡温度的时间增长, 甚至不存在热力学平衡温度, 这时液滴的大部分蒸发/分解燃烧过程, 是在非定常条件下进行的。文献[9]详细地讨论了这种情况, 提出了一个单元推进剂液滴的高压非定常分解燃烧模型, 模型全面地考虑了高压影响、液滴升温、液相温度不均匀性以及有限化学反应速率等问题, 并针对偏二甲肼液滴在惰性介质中的分解燃烧情况进行了计算, 得出了该种液滴在高温高压下的非定常蒸发/分解燃烧规律, 以及达到超临界状态的极限条件。

7.4.2 计算方程和求解方法

利用球对称假设, 考虑液滴内部温度的不均匀性和非定常性使密度发生的变化, 以及由此而引起的径向流动, 并忽略气体的溶解和辐射传热, 可写出液相的控制方程组($0 \leq r \leq r_s$)

质量守恒方程

$$\frac{\partial \rho_l}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_l u) = 0 \quad (7.40)$$

能量守恒方程

$$\rho C_{p,l} \frac{\partial T_l}{\partial t} + \rho u C_{p,l} \frac{\partial T_l}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 K_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \right) = 0 \quad (7.41)$$

初始条件

$$t = 0: \quad T_l = T_0(r), \quad u(r) = 0 \quad (7.42)$$

边界条件

$$r = 0: \quad \frac{\partial T_l}{\partial r} = 0, \quad u(t) = 0 \quad (7.43)$$

$$r = r_s: \quad T_s^- = T_s^+, \quad u = u_s \quad (7.44)$$

$$K_l \frac{\partial T_l}{\partial r} \Big|_{r_s^-} + \dot{m}^* \Delta H_v = K_g \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_s^+} \quad (7.45)$$

在气相, 考虑液体单元推进剂蒸汽在惰性介质中的分解反应及对流(球对称滞止边界层)和分子热传导的影响, 并假定浓度和温度的边界层具有相同的量值, 即可写出如下形式的控制方程组 ($r_s \leq r \leq r_\infty$)

质量守恒方程

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho_g v) = 0 \quad (7.46)$$

能量守恒方程

$$\rho_g C_{p,g} \frac{\partial T}{\partial t} + p v C_{p,g} \frac{\partial T}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 K \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \Delta H_c K_0 \rho_g Y e^{-E/RT} = 0 \quad (7.47)$$

组分守恒方程

$$\rho_g \frac{\partial Y}{\partial t} + \rho_g v \frac{\partial Y}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \rho_g D \frac{\partial Y}{\partial r} \right) + K_0 \rho Y e^{-E/RT} = 0 \quad (7.48)$$

初始条件

$$t = 0: \quad T = T(r), \quad v(r) = 0, \quad Y(r) = 0 \quad (7.49)$$

边界条件

$$r = r_s: \quad T_s^+ = T_s^-, \quad K_g \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_s^+} = K_l \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_s^-} + \dot{m}^* \Delta H_v \quad (7.50)$$

$$\dot{m} = 4\pi r_s^2 \dot{m}'' = - \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi r_s^3 \bar{\rho}_l \right) = - \frac{4}{3} \pi r_s^3 \frac{d\bar{\rho}_l}{dt} - 4\pi r_s^2 \bar{\rho}_l \frac{dr_s}{dt} \quad (7.51)$$

$$(\rho_g v)_s = (\rho_g u)_s - (\rho_{l,s} - \rho_{g,s}) \frac{dr_s}{dt} \quad (7.52)$$

$$\rho_{g,s} \left(v_s - \frac{dr_s}{dt} \right) (1 - Y_s) = - \rho_{g,s} D \frac{dY}{dr} \Big|_{r_s^+} \quad (7.53)$$

$$Y_s = f(T_s) \quad (7.54)$$

$$r = r_\infty; \quad T = T_\infty, \quad Y = 0 \quad (7.55)$$

从以上所列方程组及定解条件来看, 要得到解析解是不可能的, 并且由于移动边界问题会给精确求解和差分格式的稳定性带来不利影响。为此, 可以令 $x=r/r_s$, $\tau=t$, 将所有方程组及定解条件从坐标平面 (r, t) 上转换到计算平面 (x, t) 上, 然后再将全部方程线性化, 写成全隐式差分方程组的形式, 应用电子计算机进行求解。

为了计算的起步和收敛, 假设合适的初始分布是必要的。对于气相初始温度分布, 取 $T(x) = A + Be^{-c/x}$ 。A, B 由边界值 T_0 和 T_∞ 确定, C 是可调参数。C 越小, 分布曲线愈陡。这里取 $C=0.01$ 。

计算中用到的一些物性数据以及液滴表面蒸气浓度等考虑了非理想气体效应。

求解的方法首先是确定液滴表面温度。如果假定的液滴升温过高, 则会使液滴表面蒸汽浓度过高, 从而形成较强的蒸发能力, 这就需要较多的能量补充以提供足够的相变热。但从另一方面讲, 较高的表面温度降低了气相向液相的传热能力, 同时也增强了向液滴内部的导热, 从而使提供给蒸发的热量减少。正确的液滴表面温度应使以上所述的两个方面相互匹配。下面是实施这一措施的具体步骤。

首先选定时间步长 $\Delta\tau$ 和空间网格 Δx , 并假设经历一个时间

步长后,液滴表面温度变为 $T_{s,1}=T_s^+=T_s^-=T_0+\Delta T_0$. 用液滴表面蒸汽浓度与温度的关系式求出 $Y_{s,1}$, 并用 $T_{s,1}$ 和 $Y_{s,1}$ 求得气液界面处两相的所有参数, 然后利用(7.45)式求得液滴单位表面上的蒸发速度 $\dot{m}^*$ 的值。在有了 $T_{s,1}$ 之后, 就能求得 $d\bar{\rho}_l/d\tau$ 和 u_s , 将 $\dot{m}$ 和 $d\bar{\rho}_l/d\tau$ 代入(7.51)式求得 $\dot{r}_s$, 再用(7.52)式可求得 v_s . 有了这些参数值后, 就可对由方程(7.40)–(7.55)所构成的全隐式差分方程进行求解, 得出 T_l, T_g, Y, u, v 的分布。利用这些已知的物理量分布, 重新用上述方法求 $\dot{m}^*, d\bar{\rho}_l/d\tau|_s, u_{s*}, \dot{r}_{s*}$ 和 v_{s*} . 这时利用所得的 Y 分布和重新求得的 v_{s*} 代入(7.53)式中, 求得 $\dot{r}_{s**}$, 并以 $|\dot{r}_{s**}-\dot{r}_{s*}|/|\dot{r}_{s*}| \leq \varepsilon$ 作为判据。如不满足, 则重新假定 ΔT , 直至求得正确的 $T_{s,1}$. 认为这时所求得的 T_l, T_g, Y, v 的分布为计算的正确值。重复以上步骤, 可将液滴的全部生存过程描述出来。

7.4.3 计算结果讨论

应用上述理论模型对偏二甲肼液滴在高温高压惰性介质中的蒸发/分解燃烧过程进行了计算。所用的物性数据主要取自文献[10,11]。

图 7.6 所示为一个大气压下 $r_{s,0}=0.05\text{cm}$ 的偏二甲肼液滴在生存过程中各物理量的变化规律。在初始阶段, 冷液滴处于高温介质中, 蒸发能力较弱, 因此液滴温度 T_s 升高很快, 这是非定常加热阶段, 约占液滴生存期的 10%。其后大约 80% 的时间内是处于近似

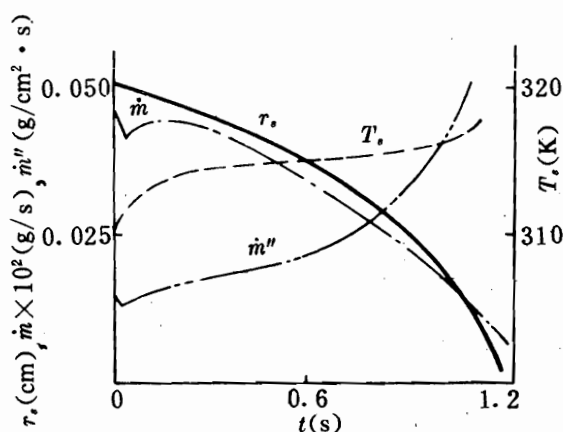


图 7.6 偏二甲肼液滴蒸发过程中各物理量的变化
($p=0.1\text{MPa}, T_\infty=3200\text{K}, T_0=293\text{K},$
 $r_{s,0}=0.05\text{cm}, r_\infty=5r_s$)

的准定常阶段。最后由于蒸发能力增强，滴径急剧减小，分解火焰锋进一步靠近液滴，分解燃烧释放的能量足以使滴温快速上升，这是非定常蒸发阶段。 $\dot{m}$ 是总蒸发速度。起初，由于液滴表面处具有较大的温度梯度和浓度梯度，因而有一个较大的蒸发值。随着滴温的增加和蒸发的进行，温度梯度和浓度梯度降低，使蒸发值也稍微减小。随后，由于化学反应又使温度梯度和浓度梯度回升， $\dot{m}$ 值再度增加。整个这一过程在非定常加热阶段以内就可完成。随着 r_s 的减小， $\dot{m}$ 随总蒸发面积的缩小再次下降。单位表面蒸发速度 $\dot{m}''$ ，则由于表面温度不断升高和滴径不断减小，而呈现出持续增长规律。

当压力较高时，基本规律是一致的，但各物理量的变化要剧烈得多。

由图 7.7 可见，在一定的高压范围内，平衡蒸发现象仍然存在（在本例情况下， $P = 3\text{MPa}$ 时， $T_{s,e} \approx 430\text{K}$ ； $P = 5\text{MPa}$ 时， $T_{s,e} \approx 480\text{K}$ ）。压力愈高，液滴的初始膨胀现象愈明

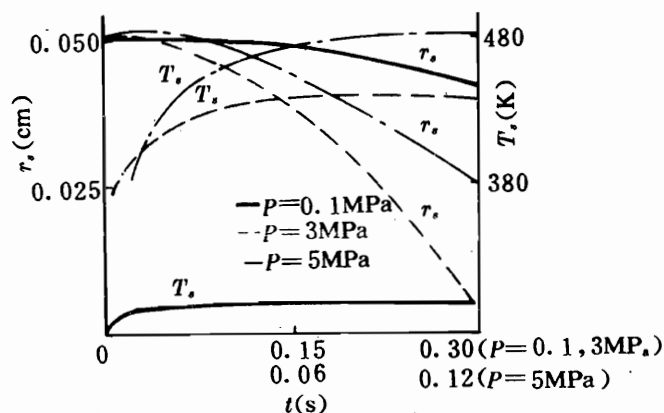


图 7.7 压力对蒸发过程的影响

($T_\infty = 3200\text{K}$, $T_0 = 293\text{K}$, $r_{s,0} = 0.05\text{cm}$, $r_\infty = 5r_s$)

显。这是由于当压力增高时，对同一温度的表面浓度值 Y_s 下降，蒸发能力受到抑制，液滴升温膨胀在一定时间内占主导地位。

图 7.8 表示了蒸发常数 $\lambda_v \left(= -8r_s \frac{dr_s}{dt} \right)$ 的变化规律。由图可知，对于 UDMH 液滴，在整个过程中不再为恒定常数，而是具有很宽的变化范围。并且，高压下的变化比低压下的变化剧烈得多，

同时高压下的 λ_v 值要比低压时高出一个量级。在初始阶段 λ_v 值是小于零的, 这是由于膨胀而引起 $dr_s/dt > 0$ 所致。压力愈高, $\lambda_v < 0$ 的时间在整个

液滴生存期中所占的比例就愈大。这就说明了为什么在高压下必须考虑液相连续性方程。

图 7.9 表示了压力对液滴平衡温度 $T_{s,e}$ 和蒸发时间 t_{20} 的影响。由图可知, 当环境压力提高时, 液滴的平衡温度亦增大。当环境压力超过 5MPa 后液滴温度迅速趋近和超过热力学临界温度, 即这时不再存在平衡蒸发过程。可以认为, $P=5\text{MPa}$ 为偏二甲肼液滴的超临界蒸发/分解燃烧的界限压力。这个数据和文献[10]的计算是一致的。 t_{20} 是液滴蒸发到其半径为初始值的 20% 时所需的时间。图 7.9 表明, 压力对 t_{20} 的影响很大, 压力愈高 (在亚临界范围内), t_{20} 愈小, $t_{20}(P=0.1\text{MPa})/t_{20}(P=5\text{MPa}) \approx 9.32$ 。故在亚临界范围内, 提高燃烧室压力, 对增大蒸发速度和缩短燃烧所需时间是十分有利的。

其实单元推进剂液滴高压非定常理论的最主要优点, 不单在

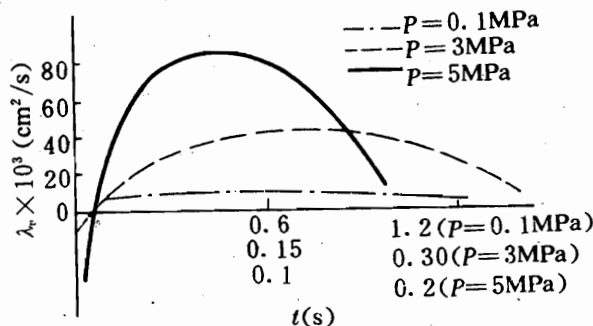


图 7.8 压力对蒸发常数的影响

($T_\infty = 3200\text{K}$, $T_0 = 293\text{K}$, $r_{s,0} = 0.05\text{cm}$, $r_\infty = 5r_s$)

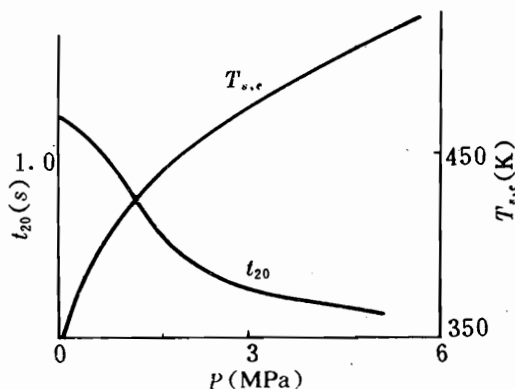


图 7.9 压力对液滴平衡温度和蒸发时间的影响

($T_\infty = 3200\text{K}$, $T_0 = 293\text{K}$,

$r_{s,0} = 0.05\text{cm}$, $r_\infty = 5r_s$)

于能计算出液滴半径、液滴温度、液滴蒸发常数以及液滴蒸发速度等随时间的变化,而更主要的是能够计算出液滴的着火过程。

从气相控制方程的结构来看,温度场可能会有三种形态:

(1) 当介质温度较低时,整个气相区化学反应都很微弱,经过相当的时间以后,温度和浓度分布均趋向于液滴纯蒸发时的状态;

(2) 当介质温度较高时,由于液体单元推进剂的蒸汽向边界处扩散输运,在边界层附近的高温区域内首先开始反应,从而在该处形成温度突峰,这就给紧连此区域的空间里提供了必要的化学反应能力。随着这个过程的不进行,温度峰值不断增加,并不断向内传播,使得液滴的蒸发速度不断增加。当液滴的蒸发速度与分解反应的速度平衡时,就形成稳定的火焰,这就是已经着火后的状态;

(3) 当介质温度很高时,在液滴表面附近区域就具有很强的化学反应能力,着火时间非常短,液滴一开始就被分解反应火焰包围,故反映不出着火过程的性态。

对 $T_{\infty}=1000\text{K}$, $P=6\text{atm}$, $r_{s,0}=0.05\text{cm}$, $r_{\infty}=5r_s$, $T_0=293\text{K}$ 的情况进行了计算。图 7.10 表示了这时液滴周围温度和浓度的变化。由图可知,一开始,液滴处于纯蒸发状态(曲线 1),当 $t=0.00693$ 秒时,在 r_{∞} 附近首先出现温度突峰(曲线 2),然后突峰温度不断增加,并逐渐向内移动,至 $t=0.00823$ 秒时,突峰温度达到最高,并进一步向内移动,形成稳定的分解反应火焰。可以定义出现最高突峰温度时即为着火,而这时的时间即为着火延滞期。文献[12]对偏二甲肼液滴在常压氮气中的着火情况进行了测定,并利用本模型的基本方程,但没有考虑高压及由此引起的液滴连续性方程,对试验条件下的着火性态进行了理论计算。图 7.11 给出了着火延滞期 τ_i 和火焰温度 T_f 随环境温度的变化,图 7.12 给出了着火延滞期随初始滴径的变化。由图可知,理论点和实验点

是一致的。这也说明本理论的正确性。

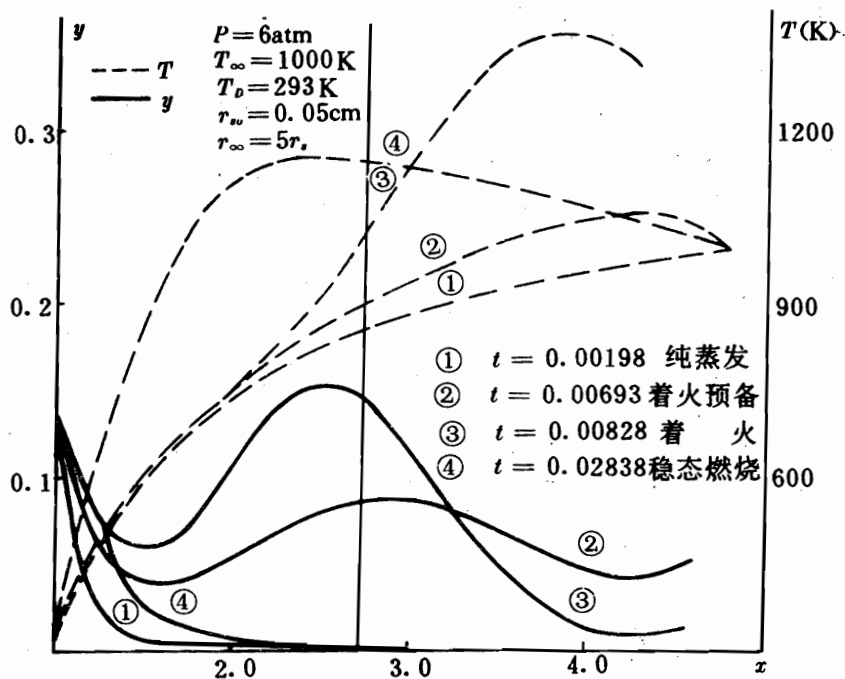


图 7.10 着火过程中液滴周围气相浓度和温度的变化

($T_{\infty} = 1000\text{K}$, $P = 6\text{atm}$, $T_0 = 293\text{K}$, $r_{s,0} = 0.05\text{cm}$, $r_{\infty} = 5r_s$)

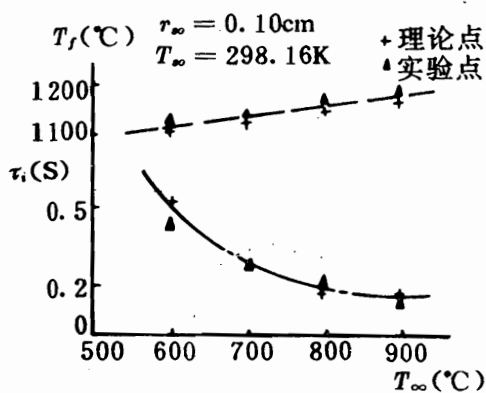


图 7.11 着火延滞期 τ_i 和火焰温度 T_f 随环境温度的变化

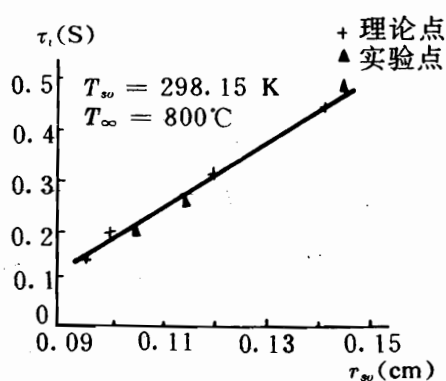


图 7.12 着火延滞期 τ_i 随初始滴径的变化

参考文献

- [1] J. Lorell and H. Wise. Steady State Burning of a Liquid Droplet. I. Monopropellant Flame. J. Chem. Phys., Vol. 23. 1955. pp. 1928
- [2] V. K. Jain. The Theory of Burning of Monopropellant Droplets in an Atmosphere of Inerts. Combustion and Flame, Vol. 7. 1963. pp. 17—27
- [3] 张逸民. 单元推进剂燃烧理论及其在火箭发动机中的应用. 哈尔滨工业大学学术报告, 1964
- [4] 庄逢辰, 钟良生. 液体单元推进剂燃烧效率计算理论. 国防科技大学工学报 1978. No. 2
- [5] C. B. Allison. Hybrid and Decomposition Combustion of the Hydrazine Fuels. NASA CR—72977
- [6] S. Hersh, et al. Investigation of the Flame Structure of a Thermally Unstable Fuel. NASA CR—72261, 1967
- [7] 庄逢辰, 张三羊. 偏二甲肼液滴燃烧反应速度计算理论. 国防科大论文, 1981
- [8] 庄逢辰, 钟良生. 自燃推进剂液体火箭发动机燃烧室设计简化模型理论. 第二届中国工程热物理学术会议论文, 1978
- [9] 庄逢辰, 刘孝弟. 液体单元推进剂滴的高温高压非定常分解燃烧理论. 航空学报, Vol. 6, No. 5. 1985
- [10] 庄逢辰, 刘孝弟. 自燃推进剂组元液滴的高压平衡蒸发计算模型. 国防科技大学学报, 1, (1984). pp. 65—78
- [11] McBride Heimel, Ehlers Gordon. Thermodynamic Properties to 6000K for 210 Substances Involving the First 18 Elements. NASA SP—3001, 1963
- [12] 胡小平, 钟良生, 庄逢辰. 自燃推进剂液滴在惰性高温环境中的分解燃烧. 全国高校工程热物理学术报告会论文集, 1986

第八章 自燃推进剂发动机中组元液滴的高压蒸发理论

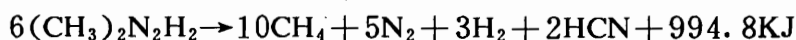
8.1 引言

目前最常用的自燃推进剂主要由肼基燃料,如偏二甲肼、混肼(肼、偏二甲肼的质量百分比各为50%)、一甲基肼和新混肼(一甲基肼和偏二甲肼的不同质量比组合)与四氧化二氮所组成。欧空局的阿里安火箭以及我国长征系列火箭的主发动机都是采用这种推进剂。这种推进剂不单在助推级中使用,而且更广泛地用于各种轨控、姿控推进系统。例如,阿波罗飞船的服务舱推进系统的主发动机为一台97.4KN的四氧化二氮/混肼50发动机,16台姿态控制发动机则采用四氧化二氮/一甲基肼推进剂,美国航天飞机的姿控发动机也是采用这种推进剂组合。这种推进剂的燃料组元是一种单元推进剂,它在蒸发过程中会发生分解燃烧反应,从而使蒸发速度加快,而氧化剂组元则会产生离解反应,从而使蒸发速度减慢。因而在研究这种推进剂组元液滴的高压蒸发理论时,必须考虑组元本身在蒸发过程中的分解反应或离解反应。文献[1]提出了一个自燃推进剂组元液滴的高压平衡蒸发计算模型,揭示了该种组元在高压下蒸发的某些规律,但文中未涉及液滴在加热时的非定常过程。文献[2]提出了一个亚临界非定常蒸发过程的计算模型,从而构成了一个完整的子模型,可以直接在燃烧室综合模型中予以应用。本章将概要介绍这一理论。

8.2 基本假设和物理模型

自燃推进剂组元在一定条件下会产生分解反应或离解反应。

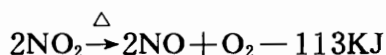
例如，对于偏二甲肼，其分解反应可用下式表示



对于四氧化二氮，它在大气压下及 23.9—148.9℃ 的温度范围内会发生极为迅速（微秒级）的吸热离解反应^[3,4]，其反应式如下：



当再进一步使温度升高时，NO₂ 还可继续分解生成 NO 和 O₂^[5]，其反应式为



偏二甲肼的分解反应是放热反应，故在惰性介质中可形成一个分解反应火焰锋；在氧化剂介质中则会形成两个火焰锋：一个是分解反应火焰锋，一个是氧化反应火焰锋。一般液体火箭发动机燃烧室中的余氧系数都小于 1，因而可以认为燃气即为惰性气体。

表 8.1 $\text{N}_2\text{O}_4 \rightleftharpoons \text{NO}_2$ 系统中 NO₂ 的摩尔分数值^[4]

温 度	摩 尔 分 数 ($P=1\text{atm}$)	摩 尔 分 数 ($P=10\text{atm}$)	摩 尔 分 数 ($p=100\text{atm}$)
300	0.33349	0.1211	0.04002
320	0.55654	0.23166	0.08015
340	0.76356	0.38835	0.14518
360	0.89413	0.56990	0.23962
380	0.95549	0.85477	0.36181
400	0.98088	0.92441	0.50103
420	0.99131	0.9608	0.63890
440	0.99579	0.97912	0.75678

四氧化二氮的离解则是一个吸热过程，由于其开始离解的温度极低，而且体系可迅速达到平衡状态，所以可近似认为吸热离解反应就发生在紧靠液滴表面处，液滴蒸发出来的蒸汽即为 N₂O₄

和 NO_2 的平衡混合物，其离解度可按照表 8.1 中给出的数据求得，而离解所需的热量则与离解度有关，可以与相变热叠加在一起考虑。 NO_2 蒸汽离开液滴表面向外继续扩散时，随着温度的升高，还会进一步分解成 NO ，但由于这时已远离液滴表面，对液滴表面处的能量交换影响较小，故可不考虑这部分离解热。

为了画出计算的物理模型，可作以下简化假设和近似：

1. 过程是球对称并在等压场中进行；
2. 只考虑高压下液相表面的内移速度，但忽略气相中的非定常性；
3. 分解燃烧火焰锋为一几何表面，其位置由组元蒸汽的层流火焰传播速度与蒸汽来流速度相等的条件决定；
4. 对流的影响可用折算薄膜理论考虑；
5. 不考虑传热和传质的交叉效应及辐射传热，只考虑分子热传导和分子扩散。

图 8.1 和图 8.2 分别为偏二甲肼液滴和四氧化二氮液滴蒸发计算的物理模型。

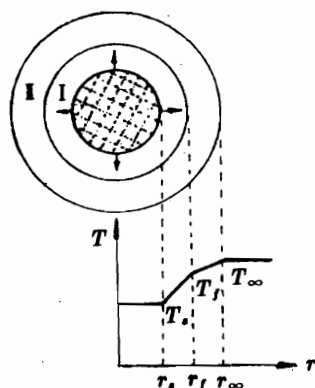


图 8.1 偏二甲肼液滴蒸发计算的物理模型

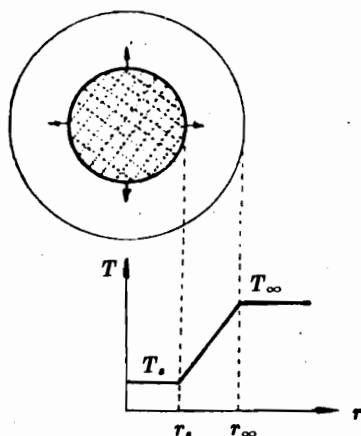


图 8.2 四氧化二氮液滴蒸发计算的物理模型

8.3 计算方程

1. 蒸发速度计算公式

先考虑偏二甲肼液滴的蒸发情况。根据图 8.1 可知, 在 I 区无分解反应, 其中的过程完全由该区的传热传质决定, 这时的组分守恒方程为

$$\dot{m}_{v,s} + 4\pi r_s^2 \rho_{v,s} \frac{dr_s}{dt} = \left(\dot{m}_{v,s} + 4\pi r_s^2 \rho_{v,s} \frac{dr_s}{dt} + 4\pi r_s^2 \rho_{e,s} \frac{dr_s}{dt} \right) Y - 4\pi r_s^2 \rho D \frac{dY}{dt} \quad (8.1)$$

$$\text{令} \quad A = 1 + \frac{4\pi r_s^2 \rho_{v,s}}{\dot{m}_{v,s}} \frac{dr_s}{dt} \quad (8.2)$$

$$B = 1 + \frac{\rho_{e,s}}{\rho_{v,s}} \left(1 - \frac{1}{A} \right) \quad (8.3)$$

则(8.1)式可写成

$$A\dot{m}_{v,s}(1 - BY) = 4\pi r_s^2 \rho D \frac{dY}{dr} \quad (8.4)$$

边界条件

$$r = r_s, \quad Y = Y_{v,s}; \quad r = r_f, \quad Y = 0 \quad (8.5)$$

$Y_{v,s}$ 系偏二甲肼液滴表面的蒸汽浓度, 当液滴温度已知时, 可根据偏二甲肼饱和蒸汽压的实验数据或经验公式确定。

利用(8.5)式对(8.4)式积分, 得

$$\dot{m}_{v,s} = \frac{4\pi \rho D}{AB} \frac{1}{\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_f}} \ln \left(\frac{1}{1 - BY_{v,s}} \right) \quad (8.6)$$

由于液滴表面有内移速度, 所以在同一时刻流向分解反应火焰锋的液滴蒸汽量应为

$$\dot{m}_v = \dot{m}_{v,s} + 4\pi r_s^2 \rho_{v,s} \frac{dr_s}{dt} = A\dot{m}_{v,s} \quad (8.7)$$

(8.7)式可改写成

$$\dot{m}_v = \frac{Cr_s}{1 - \frac{r_s}{r_f}} \quad (8.8)$$

式中
$$C = \frac{4\pi\rho D}{B} \ln\left(\frac{1}{1 - BY_{v,s}}\right) \quad (8.9)$$

根据假设, 由液滴表面流向分解反应火焰锋的液滴蒸汽量应等于由于层流火焰传播而在火焰锋上燃烧掉的液滴蒸汽量, 因而可写出

$$\dot{m}_v = 4\pi r_f^2 \dot{m}_f^* = A_n r_f^2 \quad (8.10)$$

根据文献[6], 可以写出

$$A_n = \frac{4\pi}{\sqrt{[C_{P,l}(T_f - T_s) + \Delta H_v]^2 - [C_{P,l}(T_f - T_{f,a})]^2}} \cdot \sqrt{\frac{2K_0 K_1 v! C_{P,l}^v}{\Delta H_c^{-1}} \left(\frac{PM}{RT_f}\right)^v \left(\frac{RT_f^2}{E}\right)^{v+1} \exp\left(-\frac{E}{RT_f}\right)} \quad (8.11)$$

式中

$$C_{P,l} = AC_{P,v} + (A - 1)C_{P,e} \frac{\rho_{e,s}}{\rho_{v,s}} \quad (8.12)$$

$$T_f = T_{f,a} + (T_\infty - T_{f,a}) \exp\left[-\frac{\dot{m}_v C_{P,l}}{4\pi K_1} \left(\frac{1}{r_f} - \frac{1}{r_\infty}\right)\right] \quad (8.13)$$

由(8.8)和(8.10)两式消去 r_f , 得到

$$\dot{m}_{v,s} = \frac{\dot{m}_v}{A} = \frac{Cr_s}{A} \left[\left(1 + \frac{A_n r_s}{2C}\right) 1 + \sqrt{\left(1 + \frac{A_n r_s}{2C}\right)^2 - 1} \right] \quad (8.14)$$

由(8.8)和(8.10)两式消去 $\dot{m}_v$, 可得

$$r_f = \frac{r_s}{2} \left[1 + \sqrt{1 + \frac{4C}{A_n r_s}} \right] \quad (8.15)$$

如已知液滴蒸汽和环境介质的热物理性质, 则由(8.2) —

(8.15)式即可求得高压下偏二甲肼液滴的蒸发/分解燃烧速度。

对于四氧化二氮，不存在分解反应火焰锋，但其蒸发速度仍可采用(8.6)式计算，但这时的 r_f 应用 r_∞ 代替，并采用四氧化二氮的物性数据。

2. 液滴温度和液滴半径变化的计算公式

根据能量守恒，可在 I 区列出以下方程

$$q = 4\pi r_s^2 K \frac{dT}{dr} \Big|_s = 4\pi r^2 K_l \frac{dT}{dr} - \dot{m}_{v,s}(T - T_s) \left[AC_{p,v} + (A - 1) \frac{\rho_{e,s}}{\rho_{v,s}} C_{p,e} \right] \quad (8.16)$$

边界条件为

$$r = r_s, \quad T = T_s; \quad r = r_f, \quad T = T_f \quad (8.17)$$

利用(8.17)式对(8.16)式积分，得

$$q = 4\pi K_l z \frac{T_f - T_s}{(e^z - 1) \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_f} \right)} \quad (8.18)$$

式中

$$z = \dot{m}_{v,s} \left[AC_{p,v} + (A - 1) \frac{\rho_{e,s}}{\rho_{v,s}} C_{p,e} \right] \frac{\left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_f} \right)}{4\pi K_l} \quad (8.19)$$

假定液滴内部温度均匀，由热平衡方程可以求得

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{q - \dot{m}_{v,s} \Delta H_v}{\frac{4}{3} \pi r_s^3 \rho_l C_{p,l}} \quad (8.20)$$

同样可求得

$$\frac{dr_s}{dt} = \frac{(A - 1) \dot{m}_{v,s}}{4\pi r_s^2 \rho_{v,s}} \quad (8.21)$$

根据(8.20)，(8.21)两式即可求得液滴升温曲线和滴径变化

曲线。

对于四氧化二氮，不存在分解反应。这时的液滴升温仍可按(8.20)式计算，但 q 应按下式计算：

$$q = 2\pi Kr_s Nu^0 z \frac{T_\infty - T_s}{e^z - 1} \quad (8.22)$$

式中

$$z = \frac{\dot{m}_{v,s} \left[AC_{p,v} + (A-1)C_{p,e} \frac{\rho_{e,s}}{\rho_{v,s}} \right]}{2\pi Kr_s Nu^0} \quad (8.23)$$

3. 液滴平衡温度计算

当液滴达到平衡温度时

$$q = \dot{m}_{v,s} \Delta H_v \quad (8.24)$$

将(8.24)式代入(8.16)式后积分，可得

$$\dot{m}_{v,s} = 4\pi \frac{K_l}{AC_{p,v} + (A-1)C_{p,e}\rho_{e,s}/\rho_{v,s}} \ln \left\{ 1 + \frac{(T_f - T_s)[AC_{p,v} + (A-1)\rho_{e,s}/\rho_{v,s}]}{\Delta H_v} \right\} \quad (8.25)$$

$$\text{令} \quad Le = \frac{K_l}{\rho D [AC_{p,v} + (A-1)C_{p,e}\rho_{e,s}/\rho_{v,s}]} \quad (8.26)$$

$$B_m = \left[\frac{1}{1 - BY_{v,s}} \right]^{1/ABLe} \quad (8.27)$$

$$B_T = \left\{ 1 + \frac{(T_f - T_s)[AC_{p,v} + (A-1)\rho_{e,s}/\rho_{v,s}]}{\Delta H_v} \right\} \quad (8.28)$$

B_m 和 B_T 为考虑液滴表面内移时的传质数和传热数（注意，与通常定义的传质数和传热数不同）。比较(8.6)和(8.25)式，令 $B_m = B_T$ ，并考虑液滴表面蒸汽浓度与表面温度的关系，即可求得平衡温度 $T_s = T_{s,e}$ 。

如前所述，对于四氧化二氮，上式中的 ΔH_v 中必须包括离解

反应热。

4. 液滴表面蒸汽浓度与表面温度的关系

液滴表面蒸汽浓度与表面温度的关系,可根据高压下的液滴表面热力学平衡条件求得。如果假定液滴只由一种组元组成(不考虑气体的溶解),并且不考虑由纯组元形成混合气体时的非理想性,便可写出

$$Y_{v,s} = \frac{M_v}{\bar{M}} \frac{P_{v,s} \exp[v^l(P - P_{v,s})/R_u T_s]}{P} \quad (8.29)$$

式中 $\bar{M}$ 为液滴表面的平均分子量, v^l 为液体的摩尔比容 (cm^3/gmole), R_u 为通用气体常数, 等于 $82.06(\text{cm}^3 \cdot \text{atm} \cdot \text{gmole}^{-1} \text{K}^{-1})$, T_s 为液滴表面温度, P 为环境压力, $P_{v,s}$ 为液滴的饱和蒸汽压, 它只与温度有关, 对于偏二甲肼

$$P_{v,s} = 0.001316 \exp[16.543 - 2718/(T_s - 60)] \quad (8.30)$$

对于 N_2O_4

$$P_{v,s} = \exp[55.23 - 6073.34/T_s - 6.094 \ln T_s + 790.4 P_{v,s}/T_s^2] \quad (8.31)$$

8.4 算例和分析

应用上述理论模型和计算公式,用电子计算机对不同压力、不同介质温度、不同对流强度下的各种直径的偏二甲肼和四氧化二氮液滴在氮气中的升温速率和蒸发速度进行了计算,得出了液滴非定常蒸发时间、平衡温度、平衡蒸发时间、分解火焰锋半径、蒸发常数与滴径和压力的关系。在计算物性和相变热时,考虑了高压的影响,主要数据取自文献[7—13]。

图 8.3 给出了偏二甲肼液滴的升温曲线。由图可知,压力增加时,液滴的升温速率亦增加,但达到平衡温度的时间亦增加。这是由于当压力增加时,在同一温度下的液滴表面浓度下降,亦即

蒸发速率下降,因而在同一对流强度下输入液滴内部的热量增加,所以升温速率亦增加,但由于平衡温度随压力增加而增加,故达到平衡温度所需的预热时间亦增加。当外界压力为 61 大气压时($T_{\infty}=3200\text{K}$),液滴温度将不断增加,直至超过热力学临界温度,此时亚临界蒸发已不存在。

图 8.4 所示为偏二甲肼液滴蒸发时的传质数与传热数随压力和温度的变化关系。图中说明的问题与图 8.3 的完全一致。

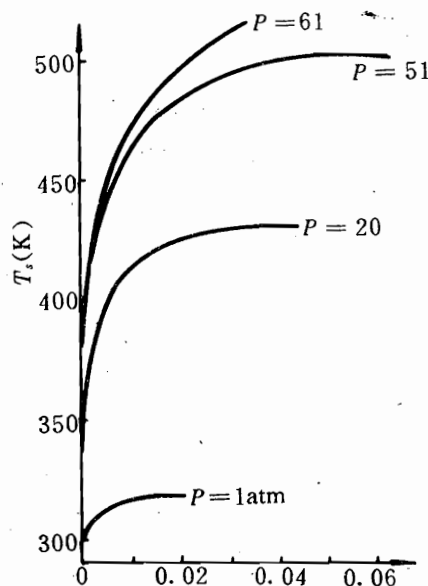


图 8.3 偏二甲肼液滴的升温曲线
($T_{\infty}=3200\text{K}$, $N_0^*=4.0$,
 $r_{s,0}=0.02\text{cm}$)

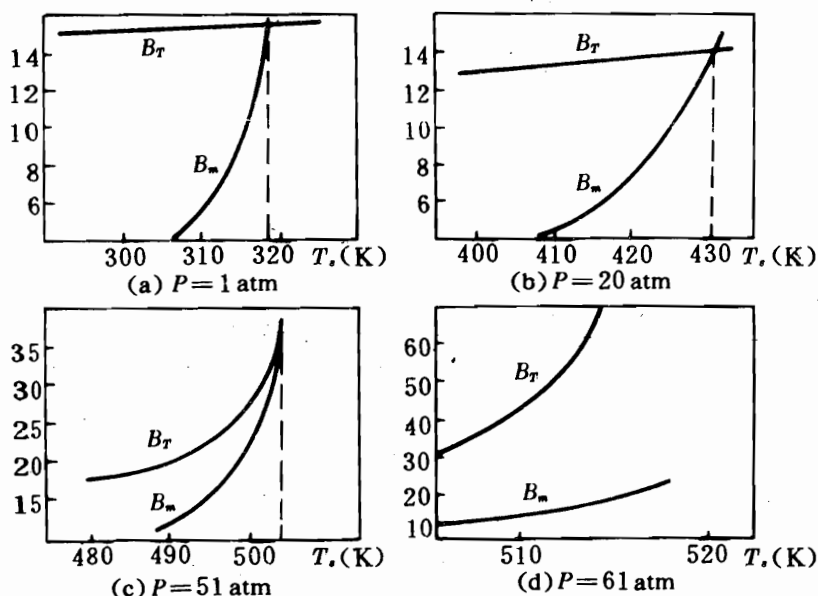


图 8.4 偏二甲肼液滴蒸发时传质数与传热数随压力、温度的变化关系
($r_{s,0}=0.02\text{cm}$, $T_{\infty}=3200\text{K}$, $N_0^*=4.0$)

图 8.5 所示为偏二甲肼液滴半径和蒸发常数随时间的变化关系。由图可知，液滴半径在初始时不但减少，反而增加，而且压力愈高，增大愈剧烈，只是随着蒸发的不断进行，液滴半径才重又减少，直至消失。压力愈高，液滴完全蒸发掉的时间愈短（在亚临界范围内）。由于偏二甲肼液滴的温度和直径在蒸发过程中不断变化，所以其蒸发常数不是定值。

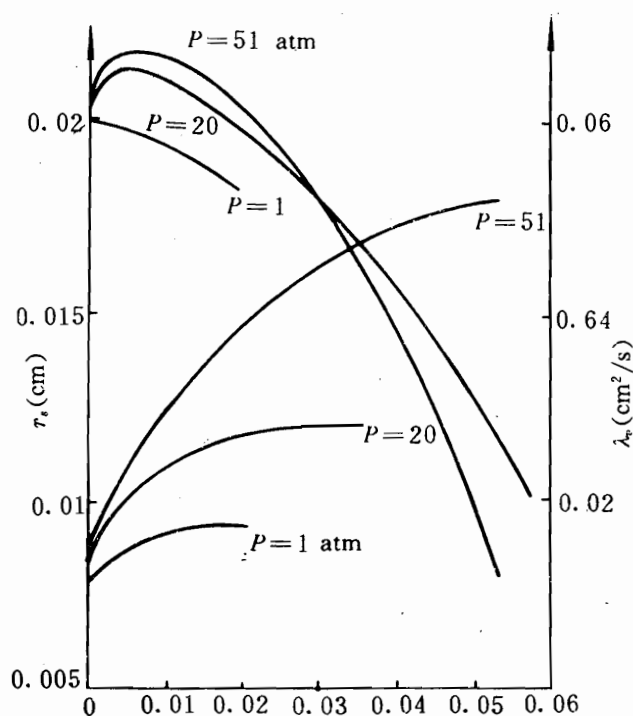


图 8.5 偏二甲肼液滴蒸发常数和半径的变化
($T_\infty = 3200\text{K}$, $N_2^0 = 4.0$, $r_{s,0} = 0.02\text{cm}$)

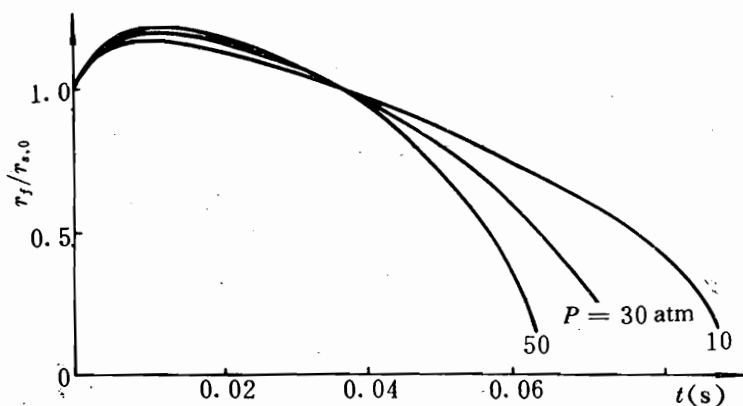


图 8.6 偏二甲肼液滴的分解燃烧火焰锋随时间的变化
($T_\infty = 3200\text{K}$, $N_2^0 = 4.0$, $r_{s,0} = 0.02\text{cm}$)

图 8.6 所示为偏二甲肼液滴的分解燃烧火焰锋随时间的变化规律。可以看出，压力升高使滴温升高较快，亦即蒸发速率增加较快，同时由于液滴初始直径的膨胀，因而在初始阶段将火焰锋推得较远，同时又由于压力增加使液滴半径的最终减小速率增加，因此火焰锋的消失速率亦加大，亦即压力愈高（在亚临界范围内，总的蒸发速度亦愈高。这和图 8.5 所示的液滴半径的变化规律是完全一致的。

表 8.2 N_2O_4 液滴在不同压力下的蒸发时间
($T_\infty = 3200\text{K}$, $Nu = 4.0$, $r_{s,0} = 0.02$ 厘米)

P 大气压	t_f 秒	t_e 秒	t_t 秒
1	0.00015	0.2007	0.20085
10	0.0062	0.1663	0.1725
50	0.0128	0.1362	0.1490
100	0.0196	0.1080	0.1276

t_f —— 非定常蒸发时间 t_e —— 准定常平衡蒸发时间 t_t —— 总的蒸发时间

表 8.2 列出了四氧化二氮液滴在不同压力下的非定常蒸发时间、准定常平衡蒸发时间和总的蒸发时间与压力的关系。表中数据表明，压力愈高，非定常加热时间愈长，但准定常平衡蒸发的时间缩短，这使总的完全蒸发时间亦减少。这说明在亚临界范围内，压力增加使蒸发速度亦增加。值得注意的是，四氧化二氮的非定常加热时间比偏二甲肼的要短得多，这是由于四氧化二氮有离解反应，所以其折算相变热要比偏二甲肼的大，而蒸发速度则反而要小，因此在同样对流传热的条件下，传给液滴的热量就多，所以四氧化二氮液滴容易达到平衡温度。尽管如此，四氧化二氮液滴完全蒸发的时间仍要比偏二甲肼的长得多。这个结论与液体火箭发动机的实际试车是一致的。

液滴半径并不影响平衡温度，但与达到平衡温度的非定常蒸

发时间有关。例如，当 $P=50\text{atm}$ ， $Nu^0=4.0$ ， $r_{s,0}=0.1\text{cm}$ 的四氧化二氮液滴的非定常蒸发时间为 0.3185 秒，约为 $r_{s,0}=0.02\text{cm}$ 时的 25 倍。

对流强度亦不影响平衡温度，但与达到平衡温度的非定常蒸发时间有关。例如对上例情况，当 $Nu^0=20$ 时，其非定常蒸发时间缩短到 0.059 秒，而其平衡蒸发常数则相应地增加了五倍。

图 8.7 所示为四氧化二氮液滴蒸发时传质数与传热数随压力和温度变化的关系。由图可知，其相应的 B_m 和 B_T 值与偏二甲肼的相比要小得多。

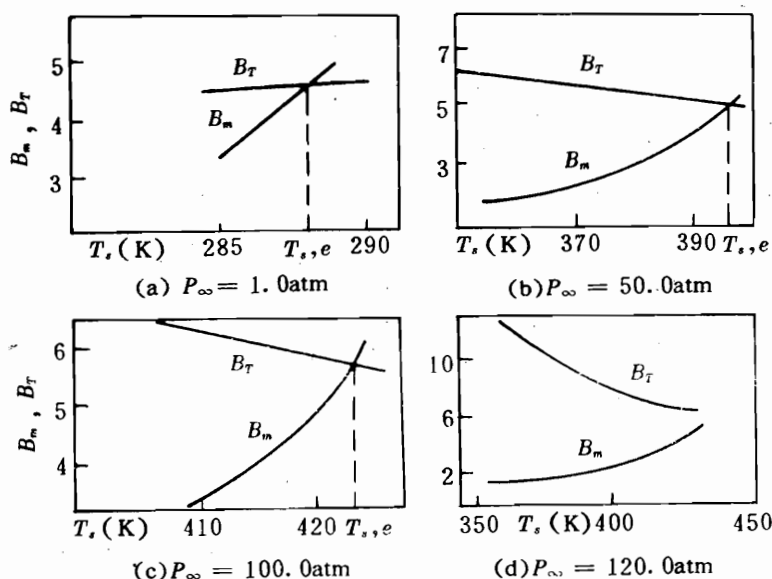


图 8.7 四氧化二氮液滴蒸发时的传质数与传热数随液滴温度的变化 ($T_\infty=3200\text{K}$ ， $Nu_m^0=4.0$ ， $r_{s,0}=0.02\text{cm}$)

表 8.3 给出了四氧化二氮液滴在开始蒸发时以及达到平衡温度时的蒸发常数值。由表可知，压力愈高，在蒸发过程中蒸发常数的变化亦愈大。例如，当 $P=100\text{atm}$ 时，蒸发常数的变化达 72 倍。图 8.5 所示的偏二甲肼液滴在蒸发过程中的蒸发常数值的变化亦是很大的。所以在实际计算高压液体火箭发动机燃烧室轴向

能量释放分布时，不应采用平均蒸发常数。

表 8.3 N_2O_4 液滴在初始温度及平衡温度时的蒸发常数值
($T_\infty=3200K$, $Nu=4.0$, $r_{s,0}=0.02cm$)

压 力 atm	蒸发常数, cm^2/s	蒸发常数, cm^2/s
	初始温度, K	平衡温度, K
1	0.007978/286.62	0.008125/286.85
10	0.001047/296.98	0.01006/341.35
50	0.0005208/316.65	0.01293/395.04
100	0.0002324/313.4	0.01683/423.65

图 8.8 给出了平衡蒸发常数与滴径的关系。由图可知，对于四氧化二氮，蒸发常数与滴径无关，亦即其蒸发速度与滴径的一次方正比，但对于偏二甲肼，蒸发常数与滴径有关，而且随压力的变化有很大关系。例如在 $P=1atm$ 下，滴径从 $0.01cm$ 增加到 $0.1cm$ 时， λ_v 值增加到 1.33 倍，而在 $P=50atm$ 下， λ_v 值增加到 1.87 倍。因此偏二甲肼的蒸发不遵守平方定律，所谓蒸发常数只是一个瞬时概念，应用其值时必须考虑其适用的直径范围和压力范围。

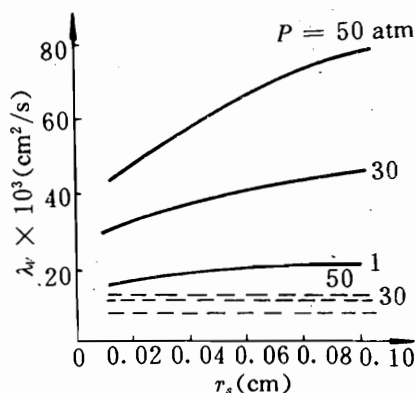


图 8.8 平衡蒸发常数与滴径的关系
($T_\infty=3200K$, $Nu^0=4.0$)
—— UDMH, ---- N_2O_4

图 8.9 给出了偏二甲肼和四氧化二氮液滴的平衡温度与压力和外界温度的关系。由图可知，对于 $T_\infty=3200K$ ， N_2O_4 的亚临界蒸发界限压力为 $120atm$ ，偏二甲肼的为 $51atm$ 。对于 $T_\infty=1137K$ 时， N_2O_4 的亚临界蒸发界限压力增加到 $240atm$ ，但偏二甲肼的基本无变化。这是由于外界环境温度对偏二甲肼液滴平衡蒸发温度

的影响必须通过分解火焰锋的温度来起作用, 当环境温度变化时, 由于 Stefan 流的影响, 分解反应火焰锋温度的变化相对讲要小得多。

图 8.10 给出了偏二甲肼液滴的平衡蒸发温度与环境压力关系的理论计算值与实验值的比较。由图可以看出, 在此压力范围内的理论计算值与实验值的符合是较好的, 并且具有相同的变化趋势, 故可认为该理论模型的计算方法是可用的。

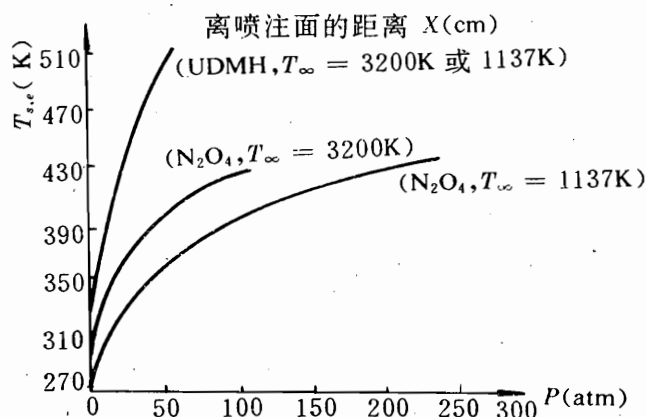


图 8.9 偏二甲肼和四氧化二氮平衡蒸发时液滴温度与环境压力的关系

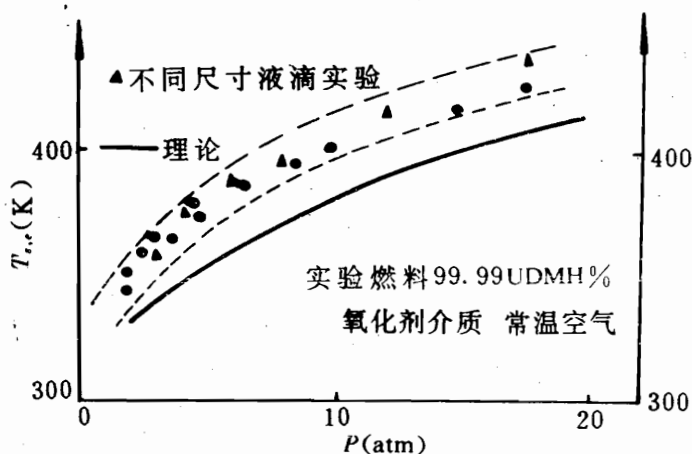


图 8.10 偏二甲肼液滴平衡蒸发温度与环境压力的关系

对于四氧化二氮, 目前尚无试验数据可以验证。但根据以上分析以及在自燃推进剂火箭发动机实际型号中应用的结果, 原则上亦应认为上述模型是可信的。不过需要说明的是: 在以上计算中, 为了简化起见, 假定四氧化二氮在蒸发时全部都变成二氧化氮, 因而在计算中所用的相变热和离解热之和与压力和温度无关, 等于常数, 这就自然会得出四氧化二氮液滴的高压蒸发规律和一

般烃类燃料滴的高压蒸发规律一样的结论。但实际并非完全如此，因为四氧化二氮的离解度是与温度和压力都有关系的，它随温度的增加而增加，而随压力的增加而减少。文献[14]考虑了这一因素，在计算中发现，当环境压力较小时($P < 10\text{atm}$)，液滴相变热与离解热随液滴温度单调增加，当环境压力较大时($20 < P < 100\text{atm}$)，液滴相变热与离解热之和随液滴温度的变化有一最小值，并且该最小值对应的液滴温度随环境压力增加而向高温一侧推移，当环境压力大于四氧化二氮的临界压力后，液滴相变热与离解热之和随着温度有一最大值，该最大值对应的液滴温度随压力增加同样也是向高温一侧推移。造成这种现象的原因：其一是四氧化二氮离解度受温度和压力两个因素的控制的变化，其二是环境压力增加，相变热偏离理想状态的效应增加。由此看来，对于具有离解反应的液滴来说，其蒸发规律与无离解反应的相比会有很大的不同。正由于这些特点，文献[14]的计算发现，当 $P = 70\text{atm}$ 时，液滴完全蒸发时间最长，并以此解释了为什么某一以偏二甲肼和四氧化二氮作为推进剂的某型号发动机在试验中出现室压为 71atm 时，其燃烧效率反而较室压较低时为低的情况，故建议在应用四氧化二氮液滴高压蒸发模型时，必须考虑其离解度随温度和压力的变化。

参考文献

- [1] 庄逢辰，刘孝弟. 自燃推进剂组元液滴的高压平衡计算模型. 国防科技大学学报, 1984, No. 1
- [2] 庄逢辰，刘孝弟. 自燃推进剂组元液滴的亚临界非定常蒸发计算模型. 宇航学报, 1986, No. 2
- [3] R. A. Byron. Heat Transfer to Supercritical Nitrogen Tetraoxide. AD-601201
- [4] R. A. Svehle. Thermodynamic and Transport Properties for the $\text{N}_2\text{O}_4 \rightleftharpoons 2\text{NO}_2$ System. NASA TND-3327, 1966
- [5] 苏志林，张起源. 液体推进剂. 国防科工委后勤部, 1979

- [6] 庄逢辰, 钟良生. 自燃推进剂液体火箭发动机燃烧室设计简化模型. 国防科技大学学报, 1979. No. 4
- [7] 安振三. 偏二甲肼和硝酸类氧化剂. 国防科学技术资料编辑部第一室, 1962
- [8] R. C. Mitchell. Engineering Properties of Rocket Propellants. AD 771580
- [9] W. C. Edmister. Partial Enthalpies of Components in Gas Mixtures Via Redlich-Kwong Equation of State. AICh. E. Journal, 1963. Vol. 9, No. 1
- [10] 李洪耀译. 化学推进剂的能量特性. 国防工业出版社
- [11] 童敬山, 李敬. 流体热物理性质的计算. 清华大学出版社, 1982
- [12] R. D. Allen. Thermal Conductivity of Gaseous Unsymmetrical Dimethylhydrazine. AIAA Vol. 11, No. 7. 1963. 1689—1690
- [13] C. K. Law and F. A. Williams. Kinetics and Convection of Droplet Combustion. Combustion and Flame, Vol. 19, No. 3. 1972
- [14] 陈新华, 战威. 具有离解反应的燃料高压蒸发理论探讨. 国防科技大学学报, Vol. 11, No. 1. 1989

第九章 液雾两相湍流反应流的控制方程和基本模型

9.1 描述湍流反应流的 Navier-Stokes 方程

在 80 年代之前,液体火箭发动机喷雾燃烧模型主要只考虑蒸发模型,流场的描述也仅限于层流流动或理想气体运动。但实际液体火箭发动机的燃烧过程,除了蒸发以外,还包括混合过程和化学反应过程,而对于氢氧发动机,混合过程还往往起着控制整个燃烧过程的作用,而湍流对混合过程和化学反应过程都有很大的影响,因而要进一步发展液体火箭发动机喷雾燃烧模型,就必须考虑两相湍流反应流的问题。在液体火箭发动机喷雾燃烧模型中,液雾两相反应流的控制方程组应包括气相控制方程组和液相控制方程组。气相控制方程组一般用在 Eulerian 坐标系中的完全的 Navier-Stokes 方程组描述,而液相控制方程组则通常在 Lagrangian 坐标系中对单个液滴的行为进行描述。两相之间的耦合则用气/液相互作用的源项来考虑。N-S 方程是 Stokes 在 1845 年提出来的。方程是描写牛顿流体连续介质运动的普遍方程式。在湍流中,即使最小的脉动流体团,其尺度也远大于分子的特征尺度,因此湍流也完全可以视为连续现象,它的运动亦可以用 N-S 方程来描述。例如,对于有 N 个组元和有化学反应的气相混合物,可以写出以下形式的完全的 N-S 方程组。

(1) 连续方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) = 0 \quad (9.1)$$

(2) 动量方程

忽略体积力，则动量方程可写成

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (9.2)$$

式中 τ_{ij} 为应力张量，其定义式如下：

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & , \text{ 当 } j = i \\ 0 & , \text{ 当 } j \neq i \end{cases}$$

(3) 能量方程

能量方程可以写成静温、静焓、滞止焓或内能形式，为简单起见，考虑混合物的动能相对其静焓来讲可以忽略不计的情况，并且不考虑体积力作功、粘性耗散及辐射传热，于是可以写出

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j h) = \frac{\partial P}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial x_j} + \mu \left(\frac{1}{Sc} - \frac{1}{Pr} \right) \sum_{i=1}^N h_i \frac{\partial Y_i}{\partial x_j} \right] \quad (9.3)$$

式中 h 为混合物静焓， h_i 为组元 i 的静焓， h_i^0 为生成焓。

$$h = \sum Y_i h_i, \quad h_i = \int_{T_0}^T C_{p,i} dT + h_i^0$$

如果令 $Pr=Sc=1$ ，方程(9.3)还可进一步简化为

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho h) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j h) = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial h}{\partial x_j} \right) \quad (9.4)$$

(4) 组元方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho Y_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j Y_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho D \frac{\partial Y_i}{\partial x_j} \right) + \omega_i \quad (9.5)$$

$$i = 1, 2, 3 \dots N$$

式中 ω_i 为组元 i 的化学反应速度。

(5) 状态方程

$$P = \rho R_u T \sum_{i=1}^N \frac{Y_i}{M_i} \quad (9.6)$$

式中 R_u 为通用气体常数, M_i 为 i 组元的分子量。如果各组元分子量相差不大, 则状态方程可以简化为

$$P = \rho RT \quad (9.7)$$

以上方程构成了封闭方程组。但是, 由于湍流运动十分复杂, 它包括流动失稳、生成涡旋、涡旋运动和间隙等一系列非线性过程, 因此实际上数学求解是极为困难的, 直到现在, 即使最简单的流动也难于从这个方向去解决^[1]。如果利用数值计算方法, 在湍流尺度的网格尺寸内来求解 $N-S$ 方程, 则根据文献[2]引用的 Emmons 的估计, 即使对于简单的管流 (未考虑两相流和化学反应), 当 $Re=10^7$ 时, 在亿次电子计算机上进行计算, 也需 3×10^6 年, 即需三百万年才能出结果。而且由于在湍流运动中, 因变量的时间尺度和长度尺度的变化范围是如此之广, 实际上也排除了直接数值计算的可能。

鉴于这种情况, 目前解决工程上的湍流问题, 都是从统计平均的湍流方程出发, 但是由于控制方程的非线性特性, 以及一般来说积的平均值不等于平均值的积的原因, 控制方程中增加了新的未知数——二阶脉动关联项。这些关联项的出现使得控制方程是不封闭的, 需要采用适当的湍流模型来增加方程数目, 以使控制方程组封闭。文献[1, 3—6]是专门论述有关湍流模型、湍流两相流动与燃烧数值模拟的专著。完全不熟悉这一方面内容的读者, 可以详细参阅这些文献。本章将只限于介绍有关这一方面内容的最新进展和在液体火箭发动机喷雾燃烧模型中应用的湍流运动统计平均方法, 湍流运动诸方程和有关湍流流动模型和湍流燃烧模型。

9.2 两种统计平均方程——Reynolds

平均和 Favre 平均

目前关于湍流运动的物理量 q 有两种常用的统计平均方法。一种叫时间平均法，又叫 Reynolds 平均法；另一种叫密度加权平均法，又叫 Favre 平均法。

对于时间平均，瞬时量

$$q = \bar{q} + q' \quad (9.8)$$

$$\bar{q} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N q^{(r)} \quad (9.9)$$

对于密度加权平均，瞬时量

$$q = \bar{q} + q'' \quad (9.10)$$

$$\bar{q} = \frac{1}{\bar{\rho}} \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{r=1}^N \rho^{(r)} q^{(r)} \quad (9.11)$$

对于燃烧问题，化学反应会导致流场中密度有很大变化。这一事实本身就意味着密度在湍流动力学中起重要作用。此外，采用 Favre 平均的守恒方程的形式也比较简单，而且每一项的物理意义更清楚，因而建议在液体火箭发动机燃烧模型中采用 Favre 平均法。但是需要指出的是，尽管当采用时间平均法时，如果忽略与密度脉动量有关的相关量和作相应的简化后，也可获得与 Favre 平均的湍流运动方程的形式完全相同的方程，但实际上方程中每一项的物理含义是不一样的，在具体计算和与实验比较时不能混淆，而这在一般文献中并未指明。

9.3 Favre 平均的气相控制方程组

将(9.10)式的关系代入(9.1)式中的诸方程，并采用非加权平均静压值，忽略掉三阶脉动量乘积后，可以获得

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{u}_j) = 0 \quad (9.12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_i\tilde{u}_j) = -\frac{\partial\bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\tau}_{ij} - \overline{\rho u_i'' u_j''}) \quad (9.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{h}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j\tilde{h}) = \frac{\partial\bar{P}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\mu\frac{\partial\tilde{h}}{\partial x_j} - \overline{\rho h'' u_j''}\right) \quad (9.14)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\tilde{Y}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j\tilde{Y}_i) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\rho D\frac{\partial\tilde{Y}_i}{\partial x_j} - \overline{\rho u_j'' Y_i''}\right) + \bar{\omega}_i \quad (9.15)$$

$$\bar{P} = \bar{\rho}R\tilde{T} \quad (9.16)$$

上述方程组显然是不封闭的, 因为其中表征湍流脉动引起的动量、质量及能量输运的二阶关联项 $-\overline{\rho u_i'' u_j''}$, $-\overline{\rho u_j'' Y_i''}$ 和 $\overline{\rho u_j'' h''}$ 都是未知的, 它们分别被称为 Reynolds 应力、Reynolds 物质流和 Reynolds 焓流。此外, $\bar{\omega}_i$ 也是未知的, 因为作为温度和浓度函数的平均值的化学反应率并不等于反应率的平均值。所以必须要利用某些模拟假设, 有关化学反应率的模拟将在 9.5 节中讲述。下一节仅介绍湍流脉动引起的输运通量的模拟, 即湍流模型。

9.4 湍流模型

在工程应用上, 已经提出了好几种湍流模型, 如零方程模型、单方程模型、双方程模型、应力方程模型和多尺度模型等^[7], 这些模型都各有其适用范围和优缺点, 但在液体火箭发动机喷雾燃烧模型中, 目前大都采用双方程模型, 这种模型主要适用于以下几种情况:

- (1) 无浮力平面射流;
- (2) 平壁边界层;
- (3) 管流、通道流或喷管内流动;
- (4) 无旋或弱旋的二维及三维回流流动;
- (5) 各向同性的湍流。

双方程湍流模型是 1972 年由 Jones 和 Launder 提出来的, 又叫 $k-\varepsilon$ 双方程模型^[8]。模型假定雷诺应力与平均变形率之间存在

以下线性关系, 即

$$\overline{\rho u_i'' u_j''} = \frac{2}{3} \delta_{ij} \left[\mu_t \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} + \bar{\rho} k \right] - \mu_t \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (9.17)$$

对于标量的湍流输运通量则采用梯度——扩散模型, 即

$$\overline{\rho u_j'' \phi_a''} = - \frac{\mu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \bar{\phi}_a}{\partial x_j} \quad (9.18)$$

式中 σ_t 是对于标量 ϕ 的湍流 Prandtl 数或 Schmidt 数。

湍流(或涡团)粘性系数则由 Prandtl-Kolmogorov 关系式给出, 即

$$\mu_t = C_\mu \bar{\rho} \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (9.19)$$

湍流动能 k 和湍动能耗散率 ε 可根据以下输运方程来求^[9], 即

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{\partial \bar{k}}{\partial t} + \bar{\rho} \bar{u}_j \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_k} + \mu \right) \frac{\partial \bar{k}}{\partial x_j} \right] - \overline{\rho u_i'' u_j''} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \\ - \frac{\mu_t}{\bar{\rho}^2} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_j} - \bar{P} \varepsilon \end{aligned} \quad (9.20)$$

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial t} + \bar{\rho} \bar{u}_j \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu \right) \frac{\partial \bar{\varepsilon}}{\partial x_j} \right] - C_{\varepsilon 1} \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{k}} \left(\overline{\rho u_i'' u_j''} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right. \\ \left. + \frac{\mu_t}{\bar{\rho}^2} \frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x_j} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_j} \right) - C_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\bar{\varepsilon}^2}{\bar{k}} \end{aligned} \quad (9.21)$$

(9.18) — (9.21) 中的常数值分别为 $C_\mu = 0.09$, $C_{\varepsilon 1} = 1.44$, $C_{\varepsilon 2} = 1.92$, $\sigma_k = 1.0$, $\sigma_\varepsilon = 1.30$, $\sigma_t = 0.7$ 。

应该指出, 目前很多文献给出的湍流燃烧模型中, 往往没有 (9.20)、(9.21) 式中的 $(\mu_t/\bar{\rho}^2)(\partial \bar{\rho}/\partial x_j)(\partial \bar{P}/\partial x_j)$ 项, 这实际相当于密度不变的情况, 这当然与燃烧情况不符。此外, 在很多湍流燃烧模型中也往往忽略了 Reynolds 应力中考虑传播效应的项, 即忽略了 (9.17) 式右边的第一项, 而根据文献[10]的计算, 这样引起的误差也是比较大的。文献[11, 12]在计算液体火箭发动机高频燃烧不稳定性时, 即采用了 (9.20) 和 (9.21) 的 $k-\varepsilon$ 输运方程。但

由于历史的原因以及为了简化起见,亦并不是现在所有液体火箭发动机燃烧模型都采用这种输运方程。例如,即使是 ARICC-3D 模型,亦忽略了 $(\partial \bar{p} / \partial x_j)(\partial \bar{p} / \partial x_j)$ 项^[13],而在 REFLAN3D 模型中甚至还忽略了考虑传播效应的项^[14]。因此,这些现有的模型还都有待于进一步改进和发展。

此外,不同的作者在应用 $k-\varepsilon$ 双方程模型时,为了使计算与实际更加符合,在分析的基础上,往往还可对标准的 $k-\varepsilon$ 模型作某些修改。例如,一般 $k-\varepsilon$ 模型预报的回流区长度要比实际的短。文献[15]认为,这是由于湍动能生成项 G (即 $-\overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$) 的计算值偏大,为了进行修正,可在 ε 方程中增加一项, $C_3(G^2/\rho\varepsilon - G)$, 式中 C_3 为常数。如果 G 太高的话,相应地 ε 的耗散率亦会增加,从而维持 k 和 ε 的平衡。另外,在标准 $k-\varepsilon$ 模型中,(9.19)式中的 C_μ 为常数,为了考虑局部湍流强度,Rodi 建议应采用函数形式的 C_μ , 根据文献[15]的计算,采用

$$C_\mu = \frac{2}{3} \frac{1-\alpha}{\omega} \frac{1-(1/\omega)[1-\alpha(G/\rho\varepsilon)]}{\{1+(1/\omega)[(G/\rho\varepsilon)-1]\}^2} \quad (9.22)$$

式中 $\omega=2.5-2.8$, $\alpha=0.598-0.549$

此外,还有对低雷诺数情况、近壁面情况、曲率效应等情况的修正等^[7]。但这些修正并不总是有效的。从发展方向来讲,应采用考察各向异性湍流的应力模型和考虑流动具有不同尺度范围或湍流谱不平衡的多尺度模型。但这两种模型无论在模型本身的理论或在计算机上的实现都还存在一定的问题,目前在液体火箭发动机喷雾燃烧模型中尚未应用。

9.5 化学反应模型

9.5.1 简单化学反应系统 (SCRS)

假定简单化学反应系统可以很方便地处理某些燃烧问题。简单化学反应系统应满足以下三个条件:

(1) 化学反应可以用一步不可逆反应来表征, 反应物按一定的质量比化合成单一的产物, 即 1 公斤燃料 + r_0 公斤氧化剂 $\rightarrow$ $(1 + r_0)$ 公斤产物, 这里 r_0 为氧化剂/燃料的化学计算比;

(2) 混合物各组分的比热都相等, 且与温度无关;

(3) 同一点上各组分的输运系数, 如 ρD , K/C_p 等都相等。

9.5.2 Schvab-Zeldovich 耦合参数和混合物分数守恒方程

由简单化学反应系统, 可以得到燃料、氧化剂和燃烧产物反应速度之间的简单关系

$$\dot{\omega}_f = \dot{\omega}_{O_2}/r_0 = -\dot{\omega}_{pr}/(1 + r_0) \quad (9.23)$$

引入 Schvab-Zeldovich 耦合参数, 令

$$\beta = Y_f - Y_{O_2}/r_0$$

于是可从(9.15)式中消去源项, 得到

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{\beta})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j\tilde{\beta}) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho D \frac{\partial \beta}{\partial x_j}} - \overline{\rho u_j \beta''}\right) \quad (9.24)$$

而由(9.18)式可知

$$-\overline{\rho u_j \beta''} = \frac{\mu_t}{\sigma_\beta} \frac{\partial \tilde{\beta}}{\partial x_j} \quad (9.25)$$

方程(9.24)可以写成更规一化的形式, 引入混合物分数的概念, 令

$$f = \frac{\beta - \beta_2}{\beta_1 - \beta_2} \quad (9.26)$$

下角标 1 和 2 分别表示燃料和氧化剂进口处的条件。因此有 $f_1 = 1$, $f_2 = 0$ 。混合物分数 f 表示两种组分的混合程度, 它和 β 一样都是守恒标量, 因而可以写出

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{f})}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}\tilde{u}_j\tilde{f}) = \frac{\partial}{\partial x_j}\left(\overline{\rho D \frac{\partial f}{\partial x_j}} - \overline{\rho u_j f''}\right) \quad (9.27)$$

$$-\overline{\rho u_j f''} = \frac{\mu_t}{\sigma_f} \frac{\partial \tilde{f}}{\partial x_j} \quad (9.28)$$

(9.27)式就可代替(9.12)–(9.16)式中的组分守恒方程, 并

和 k, ε 方程在一起组成封闭方程组, 从而解出 $\bar{f}$.

9.5.3 化学计算比关系

推进剂组元一般可由 C, H, O, N 四元素组成, 这些元素亦是守恒标量, 因而如果用 ϕ 表示这些元素的浓度, 则 ϕ 和 f 之间应有以下线性关系, 即

$$\frac{\phi - \phi_2}{\phi_1 - \phi_2} = \frac{f - f_2}{f_1 - f_2} \quad (9.29)$$

假定燃料是由 C_nH_m 和 H_2O 组成, 相应的浓度分别为 $Y_{f,1}$ 和 $Y_{H_2O,1}$, 而氧化剂由氧和氮组成, 其成分为 $a_{ox}Y_{ox} + (1-a_{ox})Y_{N_2}$. 于是对于简单一步反应来说, 其燃烧产物中的成分即为 f, O_2, N_2, CO_2 和 H_2O . 根据(9.29)式, 可以写出以下线性关系:

$$Y_C = 12n'f \quad (9.30)$$

$$Y_H = \left(\frac{2}{18}Y_{H_2O,1} + m'f_1 \right) \frac{f}{f_1} \quad (9.31)$$

$$Y_O = a_{ox} - \left(a_{ox} - \frac{16}{18}Y_{H_2O,1} \right) \frac{f}{f_1} \quad (9.32)$$

另一方面, 从化学计算比关系, 可以写出

$$Y_C = 12n'Y_f + \frac{12}{44}Y_{CO_2} \quad (9.33)$$

$$Y_H = m'Y_f + \frac{2}{18}Y_{H_2O} \quad (9.34)$$

$$Y_O = Y_{ox} + \frac{16}{18}Y_{H_2O} + \frac{32}{44}Y_{CO_2} \quad (9.35)$$

式中

$$n' = \frac{n}{12n + m}, \quad m' = \frac{m}{12n + m} \quad (9.36)$$

由(9.30)–(9.35)式, 就可得出

$$Y_{H_2O} = f \left(9m' + \frac{Y_{H_2O,1}}{f_1} \right) - 9m'Y_f \quad (9.37)$$

$$Y_{CO_2} = 44n'f - 44n'Y_f \quad (9.38)$$

$$Y_{oz} = a_{oz} - f \left(\frac{a_{oz}}{f_1} + 32n' + 8m' \right) + Y_f(32n' + 8m') \quad (9.39)$$

另外还有

$$Y_f + Y_{oz} + Y_{CO_2} + Y_{H_2O} + Y_{N_2} = 1 \quad (9.40)$$

因而如果已经求得 f 和 Y_f 分布, 即可很方便地从 (9.37—9.39) 的代数关系式求得燃烧产物中的其它成分分布。

9.5.4 扩散控制快速化学反应的 $\bar{k}-\bar{\epsilon}-\bar{f}$ 火焰面模型

对于扩散控制的快速简单化学反应系统, 即化学反应与湍流扩散混合相比无限快时, 燃烧速度取决于湍流混合。这时根据经典燃烧理论中的扩散燃烧概念, 可以认为燃料与氧化剂无论在同一时间还是在同一空间中均不共存, 亦即存在着二者浓度均为零的火焰面。整个流场可以分为两区, 在靠燃料侧有燃料与燃烧产物共存区, 而在靠氧化剂侧有氧化剂与燃烧产物共存区, 但是任何一区内燃料与氧化剂均不共存。根据 (9.26) 式

在火焰面处:

$$\bar{f} = \bar{f}_f = 1/(1 + r_0) \quad (9.41)$$

$$\bar{Y}_f = \bar{Y}_{oz} = 0 \quad (9.42)$$

$0 < f \leq f_f$ 的区域:

$$\bar{Y}_f = 0 \quad (9.43)$$

$$\bar{Y}_{oz} = 1 - \bar{f}/\bar{f}_f \quad (9.44)$$

$1 > f \geq f_f$ 的区域:

$$\bar{Y}_{oz} = 0 \quad (9.45)$$

$$\bar{Y}_f = (\bar{f} - \bar{f}_f)/(1 - \bar{f}_f) \quad (9.46)$$

这就是说, 只要已知 $\bar{f}$, 就可求得场中的 $\bar{Y}_f$ 和 $\bar{Y}_{oz}$ 分布。这就是 $\bar{k}-\bar{\epsilon}-\bar{f}$ 火焰面模型法。

9.5.5 扩散控制快速化学反应的 $\bar{k}-\bar{\epsilon}-\bar{f}-\bar{g}$ 简化 pdf 模型

前一模型假定, 任何时刻燃料与氧化剂不能在同一地点共存,

因而得出火焰面的概念。实际上, 由于湍流场中浓度的脉动, 在同一地点, 但在不同的时刻, 燃料与氧化剂是可以共存的。因而湍流火焰就不是一个表面, 而是有一个脉动宽度。为了反映这一情况, 需要再列出一个混合物分数脉动均方值 $\bar{g} = \overline{f^2}$ 的方程。类似于推导 $\bar{k}$ 和 $\bar{\epsilon}$ 方程的步骤, 亦可以推导出控制浓度脉动均方值 $\bar{g}$ 的微分方程

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\bar{g}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \bar{g}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\mu_{eff}}{\sigma_g} \frac{\partial \bar{g}}{\partial x_j} \right) + C_{g1} \mu_{eff} \left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial x_j} \right)^2 - C_{g2} \rho \bar{g} \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{k}} \quad (9.47)$$

$$\bar{g} = \overline{(f - \bar{f})^2} = \overline{f^2} \quad (9.48)$$

式中 $C_{g1}=2.8$, $C_{g2}=2.0$ 。于是, 通过求解方程(9.12)–(9.14), (9.16), (9.27), (9.47)就可得到 $\bar{f}$ 和 $\bar{g}$ 的分布。从而再通过 pdf 的卷积求得平均浓度和温度。例如, 根据(9.44)和(9.44)式, 可以写出

$$\bar{Y}_f = \int_0^1 Y_f(f) p(f) df = \int_0^1 \left(\frac{f - f_f}{1 - f_f} \right) p(f) df \quad (9.49)$$

$$\bar{Y}_{ox} = \int_0^1 Y_{ox}(f) p(f) df = \int_0^1 \left(1 - \frac{f}{f_f} \right) p(f) df \quad (9.50)$$

但目前的情况是, 无法预先知道 $p(f)$ 。一种办法是求解 $p(f)$ 的输运方程, 但该方程中有些项是不容易模拟的。另一种办法是预先假定一个 $p(f)$, 叫做简化的 pdf 模型。例如, 可以假定脉动是城垛形的、三角形的或截尾高斯分布的。根据计算表明, 对 pdf 分布形式所作的假设对结果影响并不大, 故可以采用最简单的城垛形假设。

由于 $f^- < 0$ 及 $f^+ > 1$ 没有物理意义, 故必须使 $f \geq 0$ 及 $f \leq 1$ 。可以首先假定 f^- 及 f^+ 的概率为 α 及 $(1-\alpha)$ 。这时可将 $p(f)$ 表达为

$$p(f) = \alpha \delta(f^-) + (1 - \alpha) \delta(f^+) \quad (9.51)$$

δ 为 *dirac* 函数, $p(f)$ 在 $f=f^-$ 和 $f=f^+$ 处有两个尖峰。 $f \neq f^-$ 及 $f \neq f^+$ 处, $p(f)=0$, 而 $f=f^-$ 及 $f=f^+$ 处两个尖峰下的面积为 α 及 $1-\alpha$ 。按这一假设, 可有

$$\bar{f} = \int_0^1 f p(f) df = \alpha f^- + (1-\alpha) f^+ \quad (9.52)$$

$$\bar{g} = \overline{f^2} = \int_0^1 (f - \bar{f})^2 df = \alpha (\bar{f} - f^-)^2 + (1-\alpha) (f^+ - \bar{f})^2 \quad (9.53)$$

最简单的办法是设 $\alpha=0.5$, 这时可得

$$\bar{f} = (f^- + f^+)/2 \quad (9.54)$$

$$\bar{g} = (\bar{f} - f^-)^2 = (f^+ - \bar{f})^2 \quad (9.55)$$

因而得出

$$f^- = \bar{f} - \bar{g}^{1/2} \quad (9.56)$$

$$f^+ = \bar{f} + \bar{g}^{1/2} \quad (9.57)$$

而任何标量 ϕ 的平均值则可由下式找出

$$\bar{\phi} = \frac{1}{2} \phi(f^-) + \frac{1}{2} \phi(f^+) \quad (9.58)$$

$$\overline{\phi'^2} = \frac{1}{2} [\phi(f^-) - \bar{\phi}]^2 + \frac{1}{2} [\phi(f^+) - \bar{\phi}]^2 \quad (9.59)$$

对流场中 $f^- \geq 0$ 及 $f^+ \leq 1$ 处, 上述表达式均适用。对流场中 $f^+ > 1$ 处, 可取 $f^+=1$, 则由式(9.52)和(9.53)可得

$$\alpha = \frac{1 - \bar{f}}{(1 - \bar{f}) + \bar{g}/(1 - \bar{f})} \quad (9.60)$$

$$f^- = \bar{f} - \bar{g}/(1 - \bar{f}) \quad (9.61)$$

对流场中 $f^- < 0$ 处, 可取 $f^-=0$, 则由式(9.52), (9.53)可得

$$\alpha = g/(g + \bar{f}^2) \quad (9.62)$$

$$f^+ = \bar{f} + \bar{g}/\bar{f} \quad (9.63)$$

这时任何标量的平均值及脉动均方值可由下式确定

$$\bar{\phi} = \alpha \phi(f^-) + (1 - \alpha) \phi(f^+) \quad (9.64)$$

$$\overline{\phi'^2} = \alpha[\phi(f^-) - \bar{\phi}]^2 + (1 - \alpha)[\phi(f^+) - \bar{\phi}]^2 \quad (9.65)$$

按照这种简化的 pdf, 可由 $\bar{f}$ 和 $\bar{g}$ 找到 α , f^+ 和 f^- , 从而进一步找出 $\bar{\phi}$ 及 $\overline{\phi'^2}$.

9.5.6 预混反应流的 EBU (Eddy-Break-Up) 模型

EBU 模型适用于化学反应动力学和湍流混合都起重要作用的预混反应流。该模型既考虑了化学控制的反应速率 R_f , 又考虑了未燃气体微团在湍流作用下破碎成更小微团的速率, 即旋涡破碎速率 R_{EBU} , 并认为其中较小的速率即为燃烧控制速率 $\bar{\omega}^*$, 即^[6,16]

$$\bar{\omega}^* = -\text{Min}(R_f, R_{EBU}) \quad (9.66)$$

详细考虑化学动力学机理的 R_f 的表达式是很复杂的。例如, 对于氢氧反应, 至少涉及 8 个, 甚至 20 个基元反应, 对于丙烷和空气的反应甚至达到 131 个。因此在现有的燃烧模型中, R_f 一般都用总包化学反应的 Arrhenius 表达式表示, 其中的系数或者由实验确定, 或者由详细的化学动力学计算确定。例如

对于 H_2 和 O_2 的反应^[17]

$$R_{H_2} = 2.4 \times 10^6 \times [C_{H_2}][C_{O_2}] \exp(-800/T) \quad (9.67)$$

对于 CH_4 和 O_2 的反应^[18]

$$R_{CH_4} = 8.3 \times 10^5 \times [C_{CH_4}]^{-0.3} [C_{O_2}]^{1.3} \exp(-15000/T) \quad (9.68)$$

对于 C_8H_{18} 和 O_2 的反应^[18]

$$R_{C_8H_{18}} = 4.6 \times 10^{11} \times [C_{C_8H_{18}}]^{0.25} [C_{O_2}]^{1.5} \exp(-15000/T) \quad (9.69)$$

对于 UDMH 和 N_2O_4 的反应^[17]

$$R_{UDMH} = 10^5 \times [C_{UDMH}][C_{N_2O_4}]^{1.203} \quad (9.70)$$

式中采用的单位为 cm^3 , mol, s, K.

按照 EBU 模型, 湍流混合或湍流脉动控制的反应率与浓度脉动的均方值 $\bar{g}$ 及湍流脉动频率有关, 可以写出如下关系

$$R_{EBU} = C_{EBU} \rho \bar{g}^{1/2} \epsilon / \bar{k} \quad (9.71)$$

式中 C_{EBU} 为经验系数, $C_{EBU} = 0.35 - 0.4$, $\bar{g}$ 值可根据 (9.48) 式求

得。但 Magnussen (文献 19) 提出了一个代数表达式来计算, 即

$$\bar{g}^{1/2} = \text{Min}[\bar{Y}_f, \bar{Y}_{ox}/r_0, B\bar{Y}_p/(1+r_0)] \quad (9.72)$$

式中 B 为经验常数, $B=4.5$. r_0 为氧化剂和燃料的化学计算质量比。

这样就可不需解(9.48)式, 即可求得 R_{EBU} .

9.5.7 湍流/化学相互作用的简化 pdf 模型

当流动是湍流时, 流场中的温度和组元浓度也出现脉动, 这就导致化学反应速度也必然脉动。通常在工程上, 每一个脉动的细节并不重要, 我们感兴趣的是平均化学反应速度。遗憾的是, 由于化学反应速度项的非线性特点, 该项的平均值很难计算。故通常我们往往忽略温度和组元浓度的脉动影响, 而以平均温度和平均浓度来计算平均化学反应速度, 至于湍流对化学反应速度的影响则作另外考虑, 如在 EBU 模型中考虑的那样。但显而易见, $\bar{\omega}(T, C) \neq \bar{\omega}(\bar{T}, \bar{C})$, 而且也不会等于 R_{EBU} . 考虑湍流脉动时平均化学反应速度的最根本办法, 应是将化学反应速度项中的温度及浓度按照平均值和脉动值展开。例如, 对于两种组元的反应, 可以写出

$$\begin{aligned} \bar{\omega} = A[C_1][C_2]\exp(-E/RT) & \left[1 + \left(\frac{E^2}{R^2\bar{T}^2} - 2\frac{E}{R\bar{T}} \right) \frac{\bar{T}^2}{\bar{T}^2} \right. \\ & \left. + \frac{E}{R\bar{T}} \left(\frac{\bar{T}[C_1]}{\bar{T}[C_1]} + \frac{\bar{T}[C_2]}{\bar{T}[C_2]} \right) + \dots \right] \quad (9.73) \end{aligned}$$

上式中二阶以上的项并未写出。但是根据文献[20], 由于一般反应的活化能都较高, 所以(9.73)式应该考虑到第 20 阶, 如果有更多的组元参与反应, 这就不难想象, 需要模拟的脉动关联项就会如此之多, 以致无法在实际中应用。为此, 文献[23]提出了另一种办法, 即以下将要介绍的简化 pdf 模型法。

可以用概率密度函数来确定函数的平均值。假定 θ 是脉动量, 而 F 为 θ 的函数, 则

$$\overline{F(\theta)} = \int_{-\infty}^{\infty} F(\theta) P(\theta) d(\theta) \quad (9.74)$$

式中 P 是 θ 的 pdf. 对于多于一个变量的函数, 可以采用联合 pdf. 例如, 已知化学反应速度的一般表达式为

$$\dot{\omega}_n = M_n(\nu_n'' - \nu_n') \left(K_f \prod_{i=1}^n C_{i1}' - K_b \prod_{i=1}^n C_{i1}'' \right) \quad (9.75)$$

$$\text{式中} \quad K_f = AT^b \exp(-E/RT) \quad (9.76)$$

$$K_b = K_f/K_e(T) \quad (9.77)$$

$K_e(T)$ 是平衡常数。则其平均值可用下式表示

$$\overline{\dot{\omega}} = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \dot{\omega}^* P(T, C_i) dT dC_i \quad (9.78)$$

或者写成

$$\overline{\dot{\omega}} = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} \dot{\omega}^* P(T) P(C_i) dT dC_i \quad (9.79)$$

一般浓度脉动的影响要较温度脉动的影响小得多, 故这里只考虑温度脉动的影响, 亦即 pdf 只是温度的函数。对(9.75)式积分, 给出

$$\overline{\dot{\omega}}_n = M_n(\nu_n'' - \nu_n') \left(\overline{K}_f \prod_{i=1}^n C_{i1}' - \overline{K}_b \prod_{i=1}^n C_{i1}'' \right) \quad (9.80)$$

式中

$$\overline{K}_f = \int_0^{\infty} K_f P(T) dT \quad (9.81)$$

$$\overline{K}_b = \int_0^{\infty} K_b P(T) dT \quad (9.82)$$

对于工程应用, 采用假定的 pdf 是最方便的了。建议采用 Gaussian pdf 和 β -pdf^{[21][22]}。

Gaussian pdf 的形式如下

$$P(T) = \frac{1}{\sqrt{2\pi T' T''}} \exp \left[-\frac{(T - \bar{T})^2}{2 T' T''} \right] \quad (9.83)$$

应用(9.83)式时有两点要注意: 一是其积分限为正、负无穷

大, 这对温度来说是不合适的, 温度没有负值, 因而 pdf 必须在 $T=0$ 处截断, 但这就违反了

$$\int_{-\infty}^{\infty} P(T) dT = 1 \quad (9.84)$$

除此之外, 积分限为无穷大时无法进行数值积分, 这亦需要采用截尾 Gauss pdf. 而截尾 Gauss pdf 的误差可能是比较大的, 它与温度的平均值和方差有关. 文献[23]在数值积分中令积分限为

$$T_{\min} = \bar{T} - \phi \sqrt{T' T'} \quad (9.85)$$

$$T_{\max} = \bar{T} + \phi \sqrt{T' T'} \quad (9.86)$$

ϕ 值的选取应尽量满足(9.84)式, 在文献[23]中取 $\phi=5$, 并限制 $T_{\min} \leq 300\text{K}$, $T_{\max} \geq 3000\text{K}$. 第二点是当方差趋于零时造成奇异

点, 在文献[23]中, 只有当 $\sqrt{T' T'} / \bar{T} > 0.0001$ 时, 才用 pdf 进行计算, 在小于 0.0001 时仍用 $\bar{T}$ 计算平均化学反应速度.

β -pdf 的形式为

$$P(\theta) = \frac{\theta^{\beta_1-1} (1-\theta)^{\beta_2-1}}{\Gamma(\beta_1) \Gamma(\beta_2)} \Gamma(\beta_1 + \beta_2) \quad (9.87)$$

式中, Γ 是 Γ 函数, 且

$$\beta_1 = \bar{\theta} \left[\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{\bar{\theta}' \bar{\theta}'} - 1 \right] \quad (9.88)$$

$$\beta_2 = (1-\bar{\theta}) \left[\frac{\bar{\theta}(1-\bar{\theta})}{\bar{\theta}' \bar{\theta}'} - 1 \right] \quad (9.89)$$

这个函数的定义域为 $0 < \theta < 1$, 因而不需要任何截尾, 另外一个优点是可以为不对称的. 令

$$\theta = \frac{T - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}} \quad (9.90)$$

$$\bar{\theta} = \frac{\bar{T} - T_{\min}}{T_{\max} - T_{\min}} \quad (9.91)$$

$$\overline{\theta'\theta'} = \frac{\overline{T'T'}}{(T_{\max} - T_{\min})^2} \quad (9.92)$$

因而 β -pdf 完全由 $\bar{T}$, $\overline{T'T'}$, $T_{\min}$ 和 $T_{\max}$ 决定。采用 β -pdf 的困难主要在于如何确定 $T_{\min}$ 和 $T_{\max}$ 。文献[24]中取全流场中的最高温度和最低温度为相应的 $T_{\max}$ 和 $T_{\min}$ 。

在以上方程中, 平均温度 $\bar{T}$ 可由平均的湍流 Navier-Stokes 方程组求得。温度方差可由焓方差或内能方差方程求得。这两个方差方程可严格地从能量方程推导。文献[23]给出以下形式的方差方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{g})}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u}_j\tilde{g})}{\partial x_j} - 24 \frac{\mu_t}{\rho r_t} \left(\frac{\partial \tilde{G}}{\partial x_j} \right)^2 + 2C_g \bar{\rho}\tilde{g} \frac{\tilde{e}}{\bar{k}} \\ = \overline{G^*}\phi + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\psi \left(\frac{\mu}{\rho r} + \frac{\mu_t}{\rho r_t} \right) \frac{\partial \tilde{g}}{\partial x_j} \right] \end{aligned} \quad (9.93)$$

式中对于焓方差方程, $\tilde{G}$ 和 $\tilde{g}$ 分别表示焓 $\bar{h}$ 和焓方差 $h''h''$; 对于内能方差方程, $\tilde{G}$ 和 $\tilde{g}$ 分别表示内能 $\bar{e}$ 和内能方差 $e''e''$ 。变量 ϕ 是压力项。对于焓方差方程

$$\phi = \frac{\partial P}{\partial t} + \mu_j \frac{\partial P}{\partial x_j} \quad (9.94)$$

对于内能方差方程

$$\phi = P \frac{\partial u_j}{\partial x_j} \quad (9.95)$$

μ 和 μ_t 为平均层流粘性系数和湍流粘性系数。层流 Prandtl 数和湍流 Prandtl 数分别为 0.7 和 1.0。变量 ψ 对于焓方差方程等于 1, 对于内能方差方程等于比热比 $\hat{\gamma}$ 。对于焓方差方程, $\overline{G^*}\phi$ 因为难于模拟, 所以往往被忽略掉, 对于内能方差方程

$$\overline{G^*}\phi = 2(\hat{\gamma} - 1) \bar{\rho}\tilde{g} \frac{\partial \tilde{u}_j}{\partial x_j} \quad (9.96)$$

如果解出焓方差方程, 即可求得

$$\widetilde{T''T''} = \frac{\widetilde{h''h''}}{C_p^2} \quad (9.97)$$

文献[25]则单独考虑了 pdf 只是浓度函数的情况。文献[26]则考虑了联合概率密度的情况,但这些模型尚处于探讨与发展之中,目前只在空天飞机研究中试用,计算结果与实验亦尚不够符合,故在液体火箭发动机燃烧模型中目前还没有应用,有待于进一步验证和简化。

9.6 气相控制方程的统一形式和边界条件

9.6.1 气相控制方程的统一形式

以上列出的各种气相控制方程,如连续性方程、动量方程、能量方程、组分方程、湍流动能方程、湍流耗散率方程、混合物分数方程和混合物分数脉动方程等,都可写成统一的形式,例如,对于定常、二维、轴对称流动情况,可以写成下面的柱坐标系通用形式:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x}(\bar{\rho}\bar{u}\bar{u}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r\bar{\rho}\bar{v}\bar{u}) - \frac{\partial}{\partial x}\left(\Gamma_{\phi} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x}\right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}\left(\Gamma_{\phi} r \frac{\partial \bar{u}}{\partial r}\right) \\ = S_{\phi} + S_{\phi\kappa} \end{aligned} \quad (9.98)$$

式中 ϕ 是流动变量, Γ_{ϕ} 是变量 ϕ 的有效输运系数(包括湍流影响), S_{ϕ} 是气体源项以及方程中不能写入式(9.98)左边各项中的那些项, $S_{\phi\kappa}$ 代表气液耦合相互作用项。 ϕ , Γ_{ϕ} , S_{ϕ} 的具体内容见表 9.1, $S_{\phi\kappa}$ 的内容见 9.8 节。

9.6.2 气相控制方程的边界条件

为使控制方程有定解,必须要给定边界条件。给定的边界条件一般应包括:1. 入口边界条件;2. 出口边界条件;3. 对称轴处的边界条件;4. 壁面边界条件。下面分别加以讨论。

1. 入口边界条件

一般给定 ϕ 的入口边界条件并不困难,可根据设计或实验数据确定。但对于液体火箭发动机燃烧室中的流动,由于喉部的壅塞条件影响着入口条件,入口流量的大小必须由喉部的流通能力

表 9.1

方 程	ϕ	Γ_ϕ	S_ϕ	$S_{\phi,d}$
气相连续 性	1	1	0	$S_{m,d}$
气相轴 向动量	$\bar{u}$	μ_{eff}	$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{eff} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right) - \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial x}$	$S_{u,d}$
气相径 向动量	$\bar{v}$	μ_{eff}	$\frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{eff} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right) - 2 \mu_{eff} \frac{\bar{v}}{r^2} - \frac{\partial \bar{p}^*}{\partial r}$	$S_{v,d}$
气相能 量守恒	$\bar{h}$	μ_{eff}/σ_h	0	$S_{h,d}$
气相燃 料组元	$\bar{Y}_f$	μ_{eff}/σ_r	$\bar{\omega}_f$	$S_{Y_f,d}$
气相氧化 剂组元	$\bar{Y}_{O_2}$	μ_{eff}/σ_r	$\bar{\omega}_{O_2}$	$S_{Y_{O_2},d}$
湍流能	$\bar{k}$	μ_{eff}/σ_K	$G_K - \bar{\rho} \bar{\epsilon} + \bar{\rho} \bar{k} G_d + \frac{\mu}{\rho^2} \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \right)$	$S_{K,d}$
湍流耗 散率	$\bar{\epsilon}$	$\mu_{eff}/\sigma_\epsilon$	$(C_1 G_k - C_2 \bar{\rho} \bar{\epsilon}) \bar{\epsilon} / \bar{k} + C_1 \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{k}} \frac{\mu}{\rho^2} \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_j} \right)$	$S_{\epsilon,d}$
混合物 分 数	$\bar{f}$	μ_{eff}/σ_f	0	$S_{f,d}$
f 脉动 均方差	$\bar{g}$	μ_{eff}/σ_g	$C_{g1} G_g - C_{g2} \bar{\rho} \bar{g} \bar{\epsilon} / \bar{k}$	$S_{g,d}$

$$p^* = \bar{p} + \frac{2}{3} \bar{\rho} \bar{k} - \mu_{eff} G_d$$

$$G_d = -\frac{2}{3} \left[\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{v}) \right]$$

$$G_K = \mu_{eff} \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\bar{v}}{r} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2 - \frac{2}{3} G_d^2 \right\}$$

$$G_{sg} = \mu_{eff} \left[\left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial r} \right)^2 \right]$$

C_1	C_2	C_{g1}	C_{g2}	c_μ	σ_f	σ_g	σ_h	σ_Y	σ_K	σ_ϵ
1.44	1.92	2.8	2.0	0.09	0.7	0.7	0.7	0.7	1.0	1.22

来决定, 喷管喉部的流量又取决于当地总压和总温。因此, 整个流场燃烧和流动之间存在着强烈耦合, 在喉部直径不变的条件下, 必须在迭代过程中不断调整入口边界条件, 以使和喉部音速的限定性条件相匹配。对于亚音速入口流动问题, ρ , T , P 三个基本物理量不能同时给定, 只能给定其中的两个, 否则方程不能有确定的解。一般可以不断修正入口压力, 通过状态方程来调整密度, 再由入口质量不变的条件来调整入口速度。入口速度可以假定为均匀分布或遵守 $1/7$ 次方律。入口静(总)焓和入口组分容易确定。但 k 和 ε 的入口边界条件需要特殊考虑。按照文献[27], 可令

$$k = \frac{1}{2}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) \quad (9.99)$$

式中 u' , v' , w' 分别表示 x , r , θ 方向的脉动速度。在无实验数据时, 一般可取湍流强度为 $1.5-3\%$ 。

$$\varepsilon = C_\mu \frac{k^{3/2}}{L_t} \quad (9.100)$$

C_μ 是湍流模型常数, 等于 0.09 , L_t 为湍流尺度, 一般等于入口通道特征尺寸的 $3\%-5\%$ 。但在文献[28]中, 其入口参数是在 $X/D=32$ (D 为喷嘴出口直径) 距离处用 PDPA 仪器测定的, 根据经验数据整理, 提出

$$\varepsilon = C_\mu k^{3/2} / (0.045b) \quad (9.101)$$

式中 b 为 $X/D=32$ 处的喷雾锥的横向半宽, 而在文献[29]中, 则令

$$k = (0.005 - 0.05)\rho u^2 \quad (9.102)$$

$$\varepsilon = C_\mu^{3/4} k^{3/2} / \left(\frac{1}{2} C_v L \right) \quad (9.103)$$

式中 C_v 为 Von Karman 常数, 等于 0.4 , L 为按 $1/7$ 次方律求得的进口附面层厚度。一般来说, 在具体选用何种公式时, 应根据计算对象并经过计算机实践后才能最后确定。

2. 出口边界条件

由于出口边界一般都远离上游, Peclet 数 (即对流与扩散强度之比) 足够大, 因而没有必要事先知道边界值^[30], 其值可以采用由内节点值的线性外推法求得, 也就是说, 规定 $\partial\phi/\partial x$ 为零^[5]。但出口边界条件应满足质量及化学组元的总的守恒条件, 并应使在喷管喉部的马赫数等于 1。

3. 对称轴处的边界条件

根据对称的要求, 可令

$$\frac{\partial\phi}{\partial r} = 0 \quad \text{和} \quad v = 0 \quad (9.104)$$

4. 壁面边界条件

一般的壁面边界条件有:

- (1) 壁面处无速度滑移;
- (2) 壁面处湍流脉动为零;
- (3) 规定壁面温度或假定壁面绝热;
- (4) 壁面处化学组分质量分数的法向梯度为零;
- (5) 通常将动量方程应用于壁面, 并由此方程算出法向压力梯度。

壁面边界条件中最难于处理的是关于 k 和 ϵ 的边值计算问题。因为湍流边界层一般都比较簿, 特别在高 Re 数流动时, 固体壁面附近的流动梯度很大, 求解这种边界层要求很细的网格, 这就要增加很多的计算工作量。

此外, $k-\epsilon$ 模型只适用于充分发展的湍流流动区, 而在壁面附近不能很好预示。为了克服以上缺点, 可以采用壁面函数法^[31-33], 即

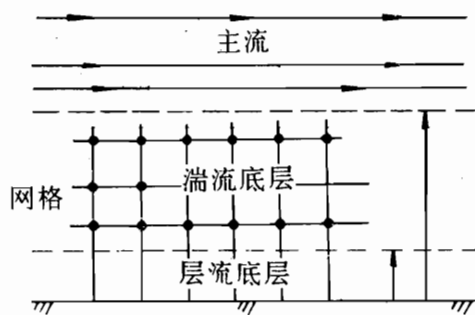


图 9.1 壁面边界区域

按湍流边界层速度分布函数及 Prandtl 混合长度理论计算离开近壁区的当量粘性系数、湍流动能和湍流耗散率的值。可以把壁面附近的区域分成两个底层 (图 9.1): 层流底层或粘性底层 (该处粘性效应是主要的) 和湍流底层。避开层流底层, 假定近壁区的第一个计算点就在湍流底层内 (P 点), 该点气流的速度矢量与壁面平行, 并且速度的变化可用以下对数关系表示^[34]。

$$|u_p| = \frac{u^*}{C_v} \ln(EY_p^+) \quad (9.105)$$

式中 u^* 是摩擦速度, Y_p^+ 是 P 点距壁面的无量纲距离, 分别定义为

$$u^* = (\tau_w/\rho)^{0.5} \quad (9.106)$$

$$Y_p^+ = \rho Y_p \mu^* / \mu \quad (9.107)$$

这里, τ_w 是壁面上的剪切应力, C_v 为 Von Karman 常数, E 是粗糙度参数 ($C_v=0.4$, $E=9.7$), Y_p 是 P 点距壁面的实际法向距离。对于湍流底层, Y_p^+ 大约在 10—400 之间。

为了得到 P 点的 k 和 ε 关系, 通常认为湍流边界层处于平衡状态, 于是可以写出

$$\frac{\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \bigg|_P = \varepsilon_P \quad (9.108)$$

进一步假定在底层内的剪切应力为常数, 于是可以写出

$$\tau_P = \mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \bigg|_P = \tau_w \quad (9.109)$$

由 (9.106) 得

$$\mu_t \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right) \bigg|_P = \rho u^{*2} \quad (9.110)$$

将上式中的 $(\partial u / \partial y)|_P$ 代入 (9.108) 式, 并且应用 μ_t 的定义, 最终就可推导出 P 点的湍流动能

$$k_P = u^{*2} / C_\mu^{1/2} \quad (9.111)$$

同时亦可推导出

$$\varepsilon_P = \frac{u^{*3}}{C_v Y_P} \quad (9.112)$$

方程(9.111)和(9.112)给出了 P 点的 k 和 ε 值,而不必求解 $k-\varepsilon$ 方程。为了求得 u^* ,可联合方程(9.105)和(9.107),从而得到以下非线性方程

$$|u_P| = \frac{u^*}{C_v} \ln \left[\frac{E \rho Y_P u^*}{\mu} \right] \quad (9.113)$$

$|u_P|$ 可从动量方程求得。 k_P 和 ε_P 即可用来计算湍流粘性,并作为其余 $k-\varepsilon$ 计算域的边界条件。

9.7 液相控制方程组及其初边界条件

目前研究气液两相流的模型可分成两个主要类别:

1. 局部均相流(LHF)模型,其中假设流场中各点的两相处于动力学及热力学平衡状态,亦即在流动中的每一点上,两相具有同样的速度和温度,并处于相平衡。严格地讲,这种模型只适用于液滴尺寸非常小的情况。显然,这种模型对液体火箭发动机不适用。

2. 分离流(SF)模型,其中考虑两相间有限的输运速率,在工程上主要应用这类模型。

这类模型又可分成以下三种类型:

1. DDM 离散液滴模型(Discret Droplet Model)

目前绝大多数喷雾燃烧模型都是采用 DDM 模型。这种模型将液雾分成有代表性的几组离散液滴,并用 Lagrangian 方法来跟踪这些离散液滴在全流场中的运动和输运。气相守恒方程则用 Eulerian 方法表述。液滴对气相的影响则在气相守恒方程中加入相应的源项来考虑。这种模型的优点是,能较好地描述液滴的状态及液滴与气相之间的相互作用,并且能够消除由于液相流动解中的数值扩散所引起的误差。缺点是模拟液滴在流场中的湍流扩散

能力较差, 需要加以特殊考虑。这种模型又叫轨道模型。

2. CDM 连续液滴模型(Continuous Droplet Model)

这个模型首先是由 F. A. Willicms 提出来的^[35]。与离散液滴模型中只有少数几组液滴来代表液雾的情况不同, 在 CDM 模型中采用连续统计分布函数来描述液雾。例如 $f_j(r, \dot{x}, \dot{v}, t) dr d\dot{x} d\dot{v}$ 即表示时刻 t , 位于 $\dot{x}$ 附近的 $d\dot{x}$ 空间范围内, 速度在 $\dot{v}$ 附近的 $d\dot{v}$ 范围内, 半径在 r 附近的 dr 范围内的化学组元 j 的液滴的概率数, 因而 CDM 模型就可归结为求解 f_j 的时间变化率方程。CDM 方法最好应用在只需考虑少数几种现象, 例如单一弥散的非蒸发颗粒等。当液滴的尺寸、浓度、温度必须考虑时, 分布函数的维数增加, 会使计算机的存贮量难以负担。

3. CFM 连续性表述模型(Continuum Formulation Model)

这种模型除了把气相流体作为连续介质外, 把液雾亦当作拟连续介质或拟流体, 设其在空间中有连续的速度和温度分布及等价的输运性质。这种模型的优点是两相的控制方程是相似的, 并能较好地模拟液雾的湍流扩散, 其缺点是: 为了减少数值扩散误差, 要求很细的计算网格和要求计算机的机时和内存均较大。

在液体火箭发动机中, 以上三种模型都有应用, 如文献[36, 37]应用了 CDM 模型, 文献[38]应用了 CFM 模型。但绝大多数液体火箭发动机燃烧模型都采用 DDM 模型, 并在这基础上, 稍作改进。下面即介绍这种模型的最基本假设和液相控制方程组。

9.7.1 基本假设

1. 液雾按其尺寸分布被分成若干组, 每组液滴具有相同的直径、温度和速度;
2. 液滴是球形, 而且在运动过程中不变形;
3. 液滴内部的物理状态是均匀的, 不存在有限的输运现象;
4. 液滴与液滴之间的相互作用可以忽略不计;
5. 液滴的轨道可以用液滴湍流扩散模型进行修正;

6. 液雾蒸发速度等于各液滴蒸发速度之和。

采用以上假设后, 液相控制方程实际就是液滴控制方程。

9.7.2 液滴数方程

$$N_{d_j}^n = \frac{\delta m_j F_j^n}{\frac{\pi}{6} \rho_{d_j}^n (d_j^n)^3} \quad (9.114)$$

式中 δm_j 为 j 推进剂组元的喷射质量流量; F_j^n 为 j 推进剂组元中第 n 尺寸组液滴的质量分数, 其值可由试验给出, 或根据液滴尺寸分布公式确定。

9.7.3 液滴动量方程

对于每一尺寸组的液滴, 其动量平衡方程可写成以下形式

$$\frac{du_d}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_d d} C_D (u - u_d) |u - u_d| \quad (9.115)$$

$$\frac{dv_d}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_d d} C_D (v - v_d) |v - v_d| + \frac{w_d^2}{r} \quad (9.116)$$

$$\frac{dw_d}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_d d} C_D (w - w_d) |w - w_d| + \frac{v_d w_d}{r} \quad (9.117)$$

式中 C_D 是阻力系数, u, v, w 是气相速度分量, u_d, v_d, w_d 是液滴速度分量。上述方程中忽略了压力梯度对液滴动量的影响, 同时也忽略了 Magnuss 力、Saffman 升力、Basset 力和重力, 因为这些力的量级大约为 ρ/ρ_d , 在一般情况下可以不计。对于有蒸发的液滴, 其阻力系数的取法一般有以下两种。如按文献[14]可取

$$C_D = \frac{24}{Re} (1 + 0.15 Re^{0.687}) / (1 + B), \quad Re \leq 1000 \quad (9.118)$$

$$C_D = 0.44, \quad Re > 1000 \quad (9.119)$$

上式中的 B 为 Spalding 传递数, 其值为

$$B = C_{p,v} \Delta T / \Delta H_v \quad (9.120)$$

这里 $C_{p,v}$ 为液滴蒸汽的比热, ΔT 为气液温差, ΔH_v 为蒸发潜热或相

变热。

但在液体火箭发动机燃烧模型中,更推荐应用以下公式,即

$$\begin{aligned} C_D &= 27Re^{-0.84}, & 0 < Re < 80 \\ &= 0.271Re^{0.217}, & 80 < Re < 10^4 \\ &= 2, & Re > 10^4 \end{aligned} \quad (9.121)$$

根据文献[39]介绍,这个公式既适用于燃烧和不燃烧液滴,又考虑了高的相对速度下液滴变形的影响,故更为合理。

9.7.4 液滴湍流扩散模型

在以上液滴动量方程中,气相速度实际上是由气相平均速度 $\bar{u}$ 和湍流脉动速度 u' 组成,即

$$u = \bar{u} + u' \quad (9.122)$$

这个湍流脉动速度当然亦会对液滴的运动产生影响。根据文献[40],认为流体湍流脉动是各向同性的,且服从标准方差为 $(2k/3)^{1/2}$ 的 Gauss 分布,因而可以写出

$$u' = v' = w' = \phi \left(\frac{2k}{3} \right)^{1/2} \quad (9.123)$$

式中 ϕ 为 pdf 随机数, k 为流体湍流动能。但湍流脉动速度 u' 对液滴扩散起作用只有在液滴与湍流微团相互作用的时间内才有可能。这个时间主要取决于湍流微团的生存时间和液滴穿过微团的时间,可以认为

$$t_{\text{int}} = \text{Min}(t_e, t_R) \quad (9.124)$$

湍流微团的生存时间可由下式决定

$$t_e = L_e / |u'| \quad (9.125)$$

式中湍流微团的特征长度为

$$L_e = C_\mu^{3/4} k^{3/2} / \varepsilon \quad (9.126)$$

这里 ε 是湍流动能耗散率, $C_\mu = 0.09$ 。

液滴穿过湍流微团的时间为

$$t_r = -\tau \ln(1.0 - L_e / (\tau |\vec{u} - \vec{u}_d|)) \quad (9.127)$$

式中 τ 是液滴的弛豫时间

$$\tau = \frac{4}{3} \rho_d d / (\rho C_D |\dot{u} - \dot{u}_d|) \quad (9.128)$$

当 $L_e / (\tau |\dot{u} - \dot{u}_d|) > 1$ 时, 方程(9.127)无解, 这意味着液滴被湍流微团捕获, 这时可令 $t_{\text{int}} = t_e$. 在 t_{int} 时间内计算液滴轨道时, 都应采用气相瞬时速度。这就是文献[40]提出的液滴湍流扩散理论。

Lookwood 则提出了另一种液滴湍流扩散模型[41]。根据这个模型, 液滴轴向和径向的湍流扩散速度为

$$u_{\text{diff}} = C_1 \sqrt{-C_3 \frac{2\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{2}{3} k} \quad (9.129)$$

$$v_{\text{diff}} = C_2 \sqrt{-C_4 \frac{2\mu_t}{\rho} \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{2}{3} k} \quad (9.130)$$

式中 C_1, C_2, C_3, C_4 均为模型的经验常数, 在文献[41]中, $C_1 = C_2 = 0.025$, $C_3 = C_4 = 1.0$

在液滴动量方程中引入液滴的湍流扩散速度方程, 就可得到考虑液滴湍流扩散效应后的液滴动量方程为

$$\frac{du_d}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_d d} C_D [u - (u_d + u_{\text{diff}})] |u - (u_d + u_{\text{diff}})| \quad (9.131)$$

$$\frac{dv_d}{dt} = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_d d} C_D [v - (v_d + v_{\text{diff}})] |v - (v_d + v_{\text{diff}})| + \frac{\omega_d^2}{r} \quad (9.132)$$

9.7.5 液滴运动轨道

利用液滴动量方程确定了液滴运动速度规律后, 其运动轨道就可由以下简单关系式得到

$$\frac{dx_d}{dt} = u_d \quad (9.133)$$

$$\frac{dv_d}{dt} = v_d \quad (9.134)$$

$$r \frac{d\theta}{dt} = \omega_d \quad (9.135)$$

对于不考虑液滴湍流扩散的 DDM 模型, 我们又称为确定性轨道模型, 对于考虑液滴湍流扩散的 DDM 模型, 我们又称为随机轨道模型。目前一般都采用随机轨道模型。

9.7.6 液滴质量方程

液滴质量方程就是液滴蒸发速度方程。根据 4.2 节 ZKS 液滴高压蒸发理论, 可以写出

$$\dot{m}_v = \frac{2\pi\rho D r_s Nu_m^0}{AB} \ln \left[\frac{1 - BY_{v,\infty}}{1 - BY_{v,s}} \right] \quad (9.136)$$

式中

$$A = 1 + \frac{4\pi r_s^2 \rho_{v,s}}{\dot{m}_v} \frac{dr_s}{dt} \quad (9.137)$$

$$B = 1 + \frac{\rho_{es}}{\rho_{v,s}} \left(1 - \frac{1}{A} \right) \quad (9.138)$$

$$Nu_m^0 = 2 + 0.6 Sc^{0.33} Re^{0.5} \quad (9.139)$$

确定了液滴质量蒸发速度后, 就可以根据液滴质量表达式直接导出其半径变化的表达式:

$$\frac{dr_s}{dt} = - \left[\frac{\dot{m}_v}{4\pi r_s^2 \rho_d} + \frac{r_s}{3\rho_d} \frac{d\rho_d}{dt} \right] \quad (9.140)$$

9.7.7 液滴能量方程

液滴能量方程就是液滴升温速度方程, 应用 4.2 节的公式, 可以写出

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{1.5 K Nu_T^0 Z}{\rho_d C_{p,v} r_s^2} \left[\frac{T_g - T_s}{e^Z - 1} - \frac{\Delta H_v}{AC_{p,v} + C_{p,e}(A-1)\rho_{e,s}/\rho_{v,s}} \right] \quad (9.141)$$

式中

$$Nu_T^0 = 2 + 0.6 Pr^{0.33} Re^{0.5} \quad (9.142)$$

$$Z = \frac{\dot{m}_v [AC_{p,v} + (A-1)C_{p,e}\rho_{e,s}/\rho_{v,s}]}{2\pi K r_s Nu_T^0} \quad (9.143)$$

9.7.8 初边界条件

在 Lagrangian 坐标系中求解液相控制方程是一个初值问题,故必须给出液滴在入口边界上的初始值。这些初始条件可根据第二章中的液体喷注器喷雾实验模型和理论模型确定。液滴碰撞到燃烧室壁面的处理也是一个相当困难的问题。因为液滴撞击到固体壁面以后,有多种可能的结果,如它可能破碎成更小的液滴,以后又反弹到气相流场中;还可能就停留在壁面上。各文献对此问题的处理情况并不一样,主要应根据实验结果来验证。例如,文献[42]假定液滴碰壁后不碎裂,也不形成液膜,而是仍然以球状液滴形式停留在撞击点上继续蒸发,而文献[43]则假定只要液滴碰到壁面后就不再计算其蒸发速度。文献[44]则假定液滴碰撞到燃烧室壁面以后,保持其球形反弹,即轴向速度方向不变,径向速度变符号,但其动量为碰撞前动量的 85%。

9.8 气/液耦合相互作用源项

在液雾两相流动模型中,尽管两相的控制方程是分开列出的,但两相是相互耦合的。液滴作为质量源、动量源和能量源被引入到气相方程中,并通过这些源项影响气相流场,气相流场又反过来通过其速度场、温度场、压力场等来影响液滴的本身状态。所以耦合项是很重要的。现在就来求这些源项的具体表达式。由于采用差分方法求解气相控制方程,故以下各源项的表达式均是对每一单元网格写的。

1. 质量方程的相互作用源项, $S_{m,d}$

$$S_{m,d} = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n n_i (m_{i,in} - m_{i,out}) / \Delta V \quad (9.144)$$

其中 i 表示第 i 尺寸组的液滴; j 表示 j 种推进剂组元,如 $j=1$ 或 f 表示燃料组元, $j=2$ 或 ox 表示氧化剂组元; n_i 表示单位时间内通过该单元网格的第 i 尺寸组的液滴数目; $m_{i,in}$ 和 $m_{i,out}$ 分别表示一个

i 尺寸组的液滴进出该单元网格时的质量; ΔV 为该单元网格的体积。

2. 动量方程的相互作用源项, S_{ud} , S_{vd}

$$S_{u,d} = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n n_i [(m_i u_{d,i})_{in} - (m_i u_{d,i})_{out}] / \Delta V \quad (9.145)$$

$$S_{v,d} = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n n_i [(m_i v_{d,i})_{in} - (m_i v_{d,i})_{out}] / \Delta V \quad (9.146)$$

3. 能量方程的相互作用源项

两相能量的交换考虑了气相向液滴的传热与液滴蒸发为气体带进气相的焓的综合影响。因此, 能量方程的源项为

$$S_{h,d} = \sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n n_i [(m_{i,in} - m_{i,out})(h_j^0 + C_{pg} T_g - q_{ji})] / \Delta V \quad (9.147)$$

这里 C_{pg} , T_g 分别为该网格内气体的比热与温度。

$$q_{ji} = \left[2\pi K r_d N u_T^0 z \frac{T_\infty - T_s}{e^z - 1} \right]_{ji} \quad (9.148)$$

$$z_{j,i} = \left\{ \frac{\dot{m}_v [A C_{p,v} + (A - 1) C_{p,e} \rho_{e,s} / \rho_{v,s}]}{2\pi K r_d N u_T^0} \right\}_{ji} \quad (9.149)$$

4. 组分方程的相互作用源项

$$S_{Y_{j,d}} = \left[\sum_{i=1}^n (m_{i,in} - m_{i,out}) \right]_j / \Delta V \quad (9.150)$$

5. 混合物分数的相互作用源项

$$S_{fd} = \left[\sum_{i=1}^n n_i (m_{i,in} - m_{i,out}) \right]_f / \Delta V \quad (9.151)$$

对于 k , ϵ , g 方程, 如果我们仅考虑稀薄喷雾的情况, 可不考虑气液相互作用源项^[45]。有关喷雾分散相对湍流结构的影响, 目前还研究得很少, 只有很少几篇文献涉及此类问题。例如文献[28, 46]认为湍流动能的相互作用源项为

$$S_{K,d} = \Omega \overline{u s_{u,d}} + \Omega \overline{v s_{v,d}} - \Omega \overline{u \bar{s}_{u,d}} - \Omega \overline{v \bar{s}_{v,d}} \quad (9.152)$$

$$S_{\varepsilon,d} = -C_3 \rho \frac{\varepsilon}{k} (\overline{u' s'_{d,u}} + \overline{v' s'_{d,v}}) \quad (9.153)$$

式中 Ω 系空隙率 (即气体所占体积与液滴和气体混合物所占体积之比), C_3 为实验常数, 等于 1.5. 文献[47]认为液滴和气体在一起会分享总的脉动能量, 因而在湍流动能方程中应考虑以下源项:

$$S_{k,d} = -\vec{\nabla} \cdot \left(\sum_{j=1}^2 \sum_{i=1}^n \frac{4}{3} \pi r^3 d_{j,i} \rho_j n_{j,i} k_{j,i} \vec{v}_{j,i} \right) \quad (9.154)$$

式中 $k_{j,i}$ 为 j 组元 i 液滴组的湍流动能

$$k_{j,i} = k \left[1 + a_1 \left(\frac{r_{d,j,i}}{r_{d,j,o}} \right) + a_2 \left(\frac{r_{d,j,i}}{r_{d,j,o}} \right)^2 \right]^{-2} \quad (9.155)$$

这里 $r_{d,j,i}$ 表示 j 组元 i 组液滴的半径; $r_{d,j,o}$ 表示 j 组元 i 组液滴的初始半径; a_1 和 a_2 为 ε/k 的函数, 其具体值应由实验确定. 在文献[47]中取 $a_1 = 10.0$, $a_2 = 1.5$.

有关湍流耗散率方程, 文献[47]认为可以不考虑相互作用源项. 显然, 有关 k , ε , g 方程的气液相互作用源项, 尚有待继续作进一步研究.

参考文献

- [1] 张涵信. 湍流模型概论. 中国气动中心, 1981 年
- [2] 马铁犹. 计算流体力学. 北京航空学院出版社, 1986 年
- [3] 周力行. 湍流两相流动与燃烧的数值模拟. 清华大学出版社, 1991 年
- [4] 王应时, 范维澄等著. 燃烧过程数值计算. 科学出版社, 1986
- [5] E. E. 卡里尔著. 燃烧室与工业炉的模拟. 科学出版社, 1987 年
- [6] P. A. Libby and F. A. Williams. Turbulent Reacting Flows. Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, New York. 1980
- [7] M. Nallasamy. Turbulence Models and Their Applications to the Prediction of Internal Flows. A Review, Computer & Fluids. Vol. 15, No. 2. pp. 151-194. 1987
- [8] W. P. Jones and B. E. Launder. The Prediction of Laminarisation with a Two-Equation Turbulence Model. Int. J. Heat and Mass Transfer, Vol. 15.

pp. 301. 1972

- [9] Keneth Kuan-Yan Kuo. Principles of Combustion. John wiley & Sons, 1986
- [10] H,C,Soong, H. W. Han and K. C. Chang. Comparative Numerical Studies on Reynolds and Favre Averagings of Turbulent Diffusion Flame. J. of Propulsion and Power, Vol. 8, No. 2. 1992
- [11] H. M. Shang, et al. Studies on Fuel Spray Characteristics in High Pressure Environment. AIAA-92-3234
- [12] Y. M. Kim, et al. Prediction of High Frenquency Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Engines. AIAA 92-3763
- [13] P. Liang and R. Uingewitter. Multi-Phase Simulations of Coaxial Injector Combustion. AIAA 92-0345
- [14] A. J. Przekwas, et al. Rocket Injector Anomalies study. NASA CR-174702
- [15] D, Lee, et al. Numerical Simulation of Gas Turbine Combuster Flows. J. of Propulsion and Power, Vol. 9, No. 2. 1993
- [16] D. B. Spalding. Development of the Eddy-break-up Model of Turbulent Combustion. 16 th Combustion Symposiam, 1976
- [17] M. Habiballah, I. Dubois. Numerical Analysis of Engine Instability. First International-Symposium on Liquid Rocket Combustion Instability, 1993
- [18] C. K. Westbrook and F. L. Dryer. Chemical Kinetics Modeling of Hydrocarbon Combustion. Prog. Energy Combust. Sci. 1984. Vol. 10, pp. 1-57
- [19] B. F. Magnussen, et al. On Mathematical Modeling of Turbulent Combustion with Special Emphasis on Soot Formation and Combustion. 16 th Symposium on Combustion, 1976
- [20] F. A. Williams. Turbulent Reacting Flows in Fossil Fuel Combustion. John wiley & Sons, Ine. , 1992
- [21] S. S. Girimaji. Assumed β -pdf Model for Turbulent Mixing. Validation and Extension to Multiple Scalar Mixing. Combust, Sci. and Tech. , Vol. 78. 1991. pp. 177-196
- [22] S. H. Frankel, et al. Modeling of the Reactant Conversion Rate in a Turbulent Shear Flow, Chem. Eng. Comm. , Vol. 113. 1992. pp. 197-209
- [23] R. L. Gaffney, et al. Modeling Turbulent/Chemistry Interactions asing As-

sumed PDF Methods. AIAA 92-3638

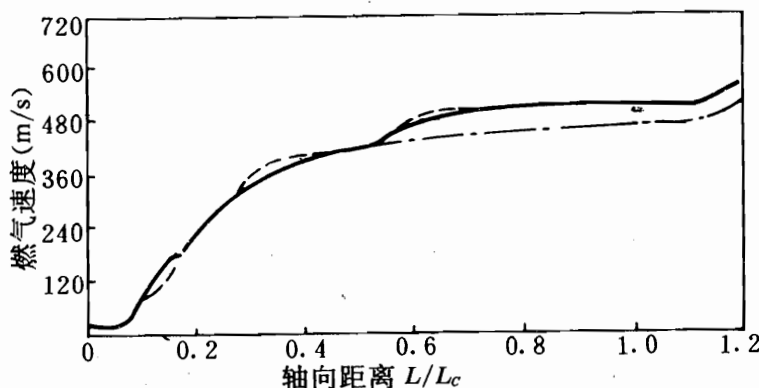
- [24] S. H. Frankel. A Hybrid Reynolds Averaged/PDF Closure for Supersonic Turbulent Combustion/Master's Degree Thesis. North Carolina state ceniversity, 1990
- [25] R. A. Baurle, H. A. Hassan. Modeling of Turbulent Supersonic H_2 — Air Combustion with a Multivariate β PDF. AIAA 93-2198
- [26] G. A. Alexopoulos, et al. A k - ω Multivariate Beta PDF for Supersonic Turbulent combustion. AIAA 93-2197
- [27] G. J. Sturgess, et al. Importance of Inlet Boundary Conditions for Numerical Simulation of Combustor Flows. AIAA 83-1263
- [28] K. C. Chang, et al. Experimental and Theoretical Study on Hollow-Cone Spray. J. of Propulsion and Power, Vol. 9. No. 1. 1993
- [29] 刘卫东, 吴晋湘, 庄逢辰. 同轴式喷注器喷雾模型及喷雾两相流数值计算. 中国航空学会第八届燃烧及传热传质学术会议, 1992
- [30] S. V. Patankar. Numerical Heat Transfer And Fluid Flow, Mc Graw-Hill. 1980
- [31] S. V. Patanker, D. B. Spalding. A Calculation Procedure for Heat, Mass and Momentum Transfer in Parabolic Flows. Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 15. pp1787-1806. 1972
- [32] B. E. Launder and D. B. Spalding. The Numerical Computations of Turbulent Flows. Computer Methods in Appl, Mechanics and Engineering, Vol. 3. 1974
- [33] C. C. Chieng, et al. On the Calculation of Turbulent Heat Transport Downstream from an Abrupt Expansion. Numerical Heat Transfor, Vol. 3. pp. 189-207. 1980
- [34] H. Schlichting. Boundary Layer Theory. McGraw Hill, 1968
- [35] 庄逢辰, 杨本濂译. 燃烧理论(第二版). 科学出版社, 1990
- [36] A. A. Amsden, et al. KINA- I Computer Program for Chemically Reactive Flows. LA-11560-MS
- [37] P. J. O'Rourke. Collective Drop Effects on Vaporizing Liquid Sprays. Ph. D. Thesis of Princeton University, 1980

- [38] A. L. Dang and H. K. Navaz. Numerical Analysis of Bipropellant Combustion in Liquid Thrust Chambers By an E^2 Approach. AIAA 92-3735
- [39] 朱宁昌、张宝炯译. 液体火箭发动机不稳定燃烧. 国防工业出版社, 1980
- [40] A. D. Gosman and E. Loannides. Aspects of Computer Simulation of Liquid-Fuelled Combustors. AIAA-81-0323
- [41] F. C. Lockwood, et al. A Prediction Method for Coal-Fired Furnaces. Combustion and Flame, 38, 1-15(1980)
- [42] T. L. Jiang and H. H. Chiu. Bipropellant Combustion in a Liquid Rocket Combustion Chamber. J. of Propulsion and Power, Vol. 8, No. 5. 1992
- [43] G. J. Sturgess, et al. Calculation of a Hollow Cone Liquid Spray in a Uniform Air Stream. AIAA 84-1322
- [44] Y. E. Banhaway and J. H. Whitelaw. Calculation of the Flow Properties of a Confined Kerosene Spray Flame. AIAA J. Vol. 18, No. 12, 1980
- [45] S. K. Aggarwal and S. Chitre. Computations of Turbulent Evaporating Sprays. J. Propulsion and Power, Vol. 7, No. 2. 1991
- [46] J. S. Shuen, et al. A Theoretical and Experimental Study of Turbulent Particle-Laden Jets. NASA CR-168293, 1983
- [47] T. L. Jiang and H. H. Chiu. Bipropellant Combustion in a Liquid Rocket Combustion Chamber. J. of Propulsion and Power, Vol. 8, No. 5. 1992

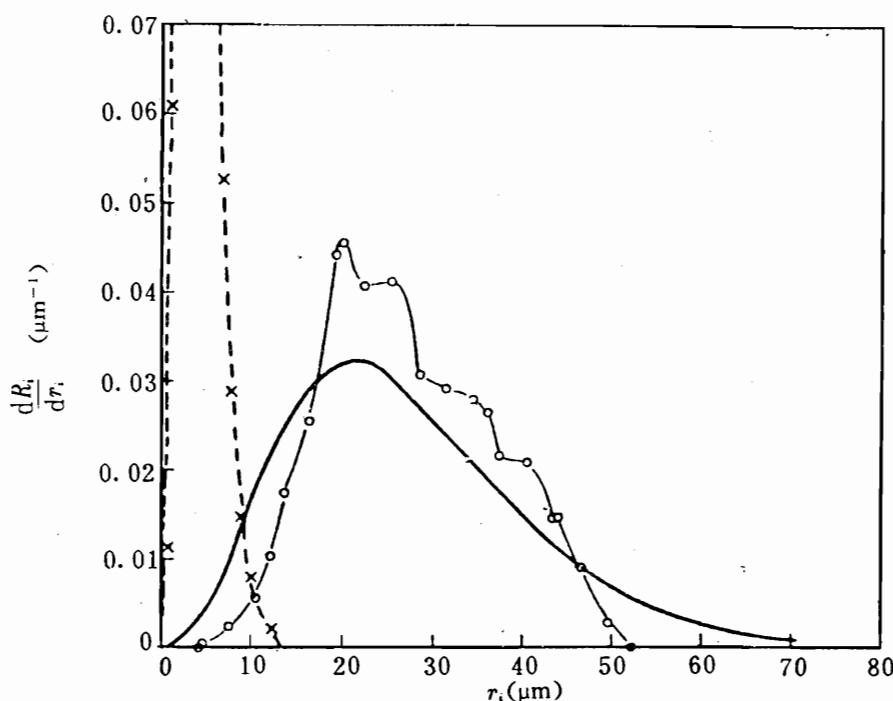
第十章 液滴碎裂和聚合模型

10.1 引言

由喷注器喷射出来的液雾中的液滴（由一次雾化形成），在液体火箭发动机燃烧室中往往还会进一步碎裂成更细的液滴（即二次雾化），或者相互碰撞而进一步聚合成更大的液滴。这种液滴的进一步碎裂或聚合，显然对燃烧性能会有很大的影响。文献[1]最早发现在液体火箭发动机中存在二次雾化。图 10.1 表示了考虑二次雾化和没有考虑二次雾化时，燃烧室内的燃气速度计算值与测量值的比较；文献[2]最早提出了液滴的碰撞和聚合模型，文献[3]给出了考虑液滴碰撞聚合和不考虑液滴碰撞聚合时的液滴尺寸分布计算值与测量值的比较（见图 10.2）。由这些图形明显可以看出，在精确的燃烧模型中，显然必须引入二次雾化模型和液滴碰撞聚合模型。



10.1 考虑二次雾化(—)和不考虑二次雾化(- -)时燃烧室燃气速度的计算值与测量值(.....)的比较^[1]



10.2 考虑液滴碰撞聚合(—o—)和不考虑液滴碰撞聚合(—x—)时的液滴尺寸分布计算值与测量值(——)的比较^[3]

10.2 液滴碎裂模型

液体火箭发动机中的一次雾化主要发生在喷注面附近,它由喷嘴产生,而二次雾化则可能在以下三种场合发生:1. 在气液同轴式喷嘴附近的高速剪切流场区;2. 当燃气在反应区膨胀和加速时;3. 发生燃烧不稳定时。图 10.3 给出了试验观察到的各种二次雾化类型^[4]。

在 We 数较低时($We \approx 10$),亦即稍稍超过 We 数的临界值 8 时,液滴发生哑铃式振动,并发展到碎裂成两个较小的液滴。当 We 数值增加时($We \approx 20$),观察到袋状破裂,液滴变形成四周为液体园环,中间为薄膜的空心袋囊形状;当变形足够大时,袋囊、随后液体园环碎裂成许多细小液滴;再继续增加 We 数时($We \approx 70$),便产生袋状碎裂的一种变型,叫做伞形破裂,它与袋状破裂的主

要差别为在破裂之前形成一个中心杆；当 We 数继续增加超过 100 时，形成剪切型碎裂，这时碎裂由气流对液滴的剥离控制，在液滴周围及其尾部形成许多细微的雾状液滴；最后当 We 数大约超过 20000 时，在液滴迎风面上的表面波迅速增长，在液滴发生明显变形或剥离之前就会突然碎裂。

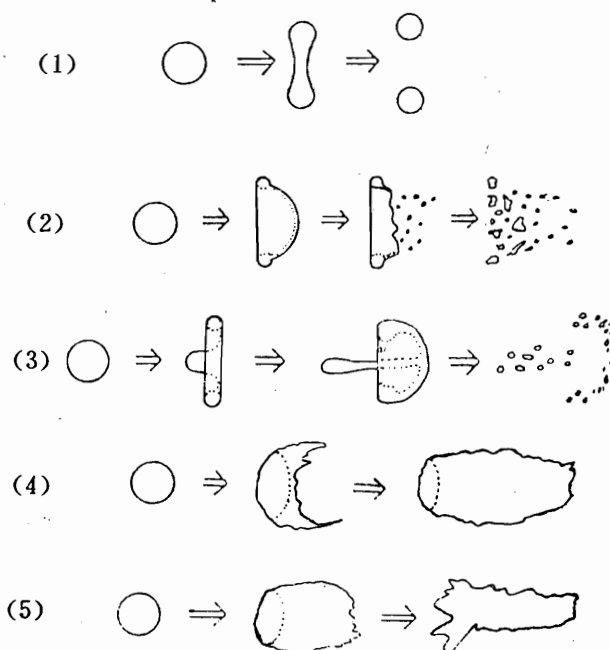


图 10.3 试验观察到的各种二次雾化类型

在液体火箭发动机的工作条件下，主要是剪切型碎裂。从研究二次雾化的工程应用来说，最感兴趣的问题是：

1. 碎裂是怎样发生的？
2. 在什么流动条件下才能发生碎裂？
3. 液滴在碎裂之前是怎样变形的，其阻力系数又是怎样变化的？

4. 碎裂过程持续多长时间？
5. 碎裂的速度多大？
6. 碎裂后的子、母液滴尺寸有多大？
7. 碎裂后的子液滴在流场中是如何分布的？其速度有多大？

尽管现在已有很多有关液滴碎裂的理论和实验研究，但对这些问题的完整分析和全面回答至今尚未完成。现有的一些二次雾化模型都还具有一定的经验性质或者经过了极大的简化，故应用

时应特别小心, 必须通过试算, 并与实际试车结果相比较后, 才能最后确定。

10.2.1 准则数临界值选定法

准则数临界值选定法是借助于量纲分析、试验观测和近似理论得出的方法。根据空气动力学分析, 液滴在相对气流中受到两种气动力的作用。第一种是由于液滴表面上的气体压力分布所造成的气动力, 另一种是由于气体作用在液滴表面上的粘性剪力所造成的气动力。第一种气动力主要造成液滴的袋形破裂, 第二种气动力主要造成液滴的剪切碎裂。 We 准则即表示第一种气动力与表面张力之比。当 We 数达到一定临界值时, 液滴就产生袋型破裂, 但当 We 数远大于临界值时, 就变成剪切碎裂。文献[5]对各种有关文献上的试验资料进行了分析, 并将结果整理在 $We-Re^{-0.5}$ 坐标上, 得出以下三种液滴碎裂工况的参数范围:

$$\begin{aligned} \text{(I)} \quad & \begin{cases} 4 \leq We \leq 20 \\ 0.1 \leq WeRe^{-0.5} \leq 0.8 \end{cases} \\ \text{(II)} \quad & \begin{cases} 10 \leq We \leq 10^4 \\ 0.5 \leq WeRe^{-0.5} \leq 10 \end{cases} \\ \text{(III)} \quad & \begin{cases} 10^3 \leq We \leq 10^5 \\ 10 \leq WeRe^{-0.5} \leq 10^2 \end{cases} \end{aligned} \quad (10.1)$$

(I) 为袋型破裂工况, (II) 为剪切型破裂工况, (III) 为爆炸型破裂工况。

除此之外, 液滴的碎裂还需满足一定的时间条件。根据 Rayleigh-Taylor 不稳定性理论, 液滴碎裂的无量纲时间可以写成

$$T = t \frac{ve^{0.5}}{d}$$

式中 t 是时间, ϵ 是气/液密度比, v 是气液相对速度, d 是滴径。根据文献[6], 总的液滴碎裂时间可按以下公式估算:

$$\begin{aligned}
T &= 6(We - 12)^{-0.25} & 12 \leq We \leq 18 \\
T &= 2.45(We - 12)^{0.25} & 18 \leq We \leq 45 \\
T &= 14.1(We - 12)^{0.25} & 45 \leq We \leq 351 \\
T &= 0.766(We - 12)^{0.25} & 351 \leq We \leq 2670 \\
T &= 5.5 & We \geq 2670
\end{aligned} \tag{10.2}$$

以上公式是对低粘性液体而言 ($On < 0.1$), 对于粘性不可忽略的液体, 当 $We < 228$ 时

$$T = 4.5(1 + 1.2On^{1.64}) \tag{10.3}$$

式中 $On = \mu_l / (\rho_l d \sigma)^{0.5}$ 是 Ohnesorge 数。

液滴袋型破裂的时间通常比液滴在火箭发动机内停留的时间要长。从这个角度讲, 也可说明, 在火箭发动机内主要是剪切型破裂。对于 $We Re^{-0.5} \gg 0.5$ 时, 文献[7]推荐, 对于不可压缩流动, 可取 $T = 4$, 但在跨音速流动范围内, 破裂时间可以增加几乎 50%。

剥离速度则可按文献[8]的公式计算

$$\dot{m}_{\text{stnp}} = \pi d_l^2 |u_g - u_l| (\rho_g \rho_l)^{0.5} / 8 \tag{10.4}$$

剥离形成的子液滴直径很小, 可以认为瞬间即可蒸发, 剥离后的母液滴直径则可根据剥离速度计算出来, 但有的文献, 如文献[1, 8]认为, 亦可选择合适的二次雾化准则数临界值, 以使当发生二次雾化时, 认为母液滴瞬即消失。

文献[9, 10]燃烧模型中采用的二次雾化子模型即基于上述准则数临界值选定法, 文献[10]利用该燃烧模型对美国航天飞机富燃预燃室计算的结果与预燃室的实际工作情况相符, 并与国外文献上的计算结果一致。

10.2.2 液滴初始直径修正法

文献[12]用试验的方法研究了液雾在加速气流中的二次雾化问题, 并得出了以下经验公式

当 $-1 \leq \Delta v / v_l \leq 1.25$ 时

$$\bar{d}_2 = \bar{d}_1 \left[1 - 1.77 \times 10^{-3} \bar{d}_1 \frac{\Delta v}{v_l} \exp \left(-0.24 \frac{\Delta v}{v_l} \left| \frac{\Delta v}{v_l} \right| \right) \right] \quad (10.5)$$

当 $\Delta v/v_l > 1.25$ 时

$$\bar{d}_2 = \bar{d}_1 [1 - 1.52 \times 10^{-3} \bar{d}_1] - 12 \ln \left(\frac{\Delta v}{v_l} \right) \quad (10.6)$$

式中 $\bar{d}_1$ 为不考虑二次雾化时的液雾质量中间直径, μm ;

$\bar{d}_2$ 为发生二次雾化后的液雾质量中间直径, μm ;

Δv 为气液相对速度; v_l 为液滴速度。

根据上述公式, 在燃烧室中每一步都可能发生二次雾化, 但为简化起见, 可以认为: 由于二次雾化主要是由燃烧室中形成的加速气体所造成, 而加速气流又取决于初始液雾的质量中间直径和燃烧室结构尺寸, 因此建议在计算中可以暂不考虑二次雾化, 先按一般推荐的液滴质量中间直径计算公式求出的值, 应用燃烧室性能计算模型计算出喷管入口处的燃气速度 u_g , 然后再用此燃气速度值, 按公式(10.5), (10.6)计算出考虑二次雾化时的液滴质量中间直径, 即用此直径作为液雾的初始质量中间直径, 再利用燃烧室性能计算模型计算燃烧过程。文献[13, 14]利用这种方法所得的计算燃烧效率与实际试车结果也是相当符合的。

文献[15]也基本采用了同样的思路, 将燃烧室收缩比 ε 的大小反映到液滴初始直径的修正公式中, 收缩比愈小, 二次雾化的作用愈大, 因而修正后的初始液滴直径也愈小, 其修正关系是根据试车数据确定的。

10.2.3 TAB(Taylor Analogy Breakup)法^[16]

这个方法是 Taylor 根据液滴的振荡和变形与弹簧—质量系统之间的相似性而提出来的。弹簧的恢复力类似于表面张力, 而作用在质量系统上的外力则类似于气动力, 液体的粘性则相当于阻尼力。

于是, 可以写出以下有阻尼的强迫简谐振动方程

$$m\ddot{x} = F - Kx - d\dot{x} \quad (10.7)$$

式中 x 是液滴赤道前缘点偏离其平衡位置的位移。根据 Taylor 类似, 方程(10.7)中系数的物理关系应为

$$\begin{aligned} \frac{F}{m} &= C_F \frac{\rho_g u^2}{\rho_l r} \\ \frac{K}{m} &= C_k \frac{\sigma}{\rho_l r^3} \\ \frac{d}{m} &= C_d \frac{\mu_l}{\rho_l r^2} \end{aligned} \quad (10.8)$$

式中 ρ_g 和 ρ_l 是气体和液体的密度, u 是气液相对速度, r 是液滴半径, σ 是液体表面张力, μ_l 是液体粘性。 C_F , C_k 和 C_d 是常数。

令 $Y = X/(C_b r)$, 并将方程(10.8)代入(10.7), 给出

$$\ddot{Y} = \frac{C_F}{C_b} \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{u^2}{r^2} - \frac{C_k \sigma}{\rho_l r^3} Y - \frac{C_d \mu_l}{\rho_l r^2} \dot{Y} \quad (10.9)$$

TAB 模型认为, 只有当 $Y > 1$ 时才会发生液滴的碎裂。对于气液相对速度恒定时, 方程(10.9)的解为

$$\begin{aligned} Y(t) &= \frac{C_F}{C_k C_b} We + e^{-t/t_d} \left[\left(Y_0 - \frac{C_F}{C_k C_b} We \right) \cos \omega t \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{\omega} \left[\dot{Y}_0 + \frac{Y_0 - \frac{C_F}{C_k C_b} We}{t_d} \right] \sin \omega t \right] \end{aligned} \quad (10.10)$$

式中

$$We = \rho_g u^2 r / \sigma$$

$$Y_0 = Y(0)$$

$$\dot{Y}_0 = \frac{dY}{dt}(0)$$

$$\frac{1}{t_d} = \frac{C_d}{2} \frac{\mu_l}{\rho_l r^2}$$

$$\omega^2 = C_k \frac{\sigma}{\rho_l r^3} - \frac{1}{t_d^2}$$

而 C_F , C_k , C_d 和 C_b 等系数的具体值则可根据文献[17, 18]的试验数据和理论分析确定, 分别为 $1/3$, 8 , 5 和 $1/2$.

方程(10.10)即可用来计算每一计算步长中的 Y 和 $\dot{Y}$ 值。对每一液滴, 我们首先计算 We , t_d 和 ω^2 。对于非常小的液滴, $\omega^2 \leq 0$ 。这时液滴的变形和振荡可以忽略不计, 可以令 $Y^{n+1} = \dot{Y}^{n+1} = 0$, 这里上角标 $n+1$ 表示下一步长的时间。如果 $\omega^2 > 0$, 我们就再计算未阻尼振荡的振幅 A

$$A^2 = \left(Y^n - \frac{We}{12} \right)^2 + \left(\frac{\dot{Y}^n}{\omega} \right)^2 \quad (10.11)$$

如果 $We/12 + A \leq 1.0$, 则按照方程(10.10), Y 值不会超过 1, 亦即不会发生液滴的碎裂。这时就可应用(10.10)式直接写出下一时刻的 Y 和 $\dot{Y}$, 即

$$Y^{n+1} = \frac{We}{12} + e^{-\frac{\mu}{t_d}} \left\{ \left(Y^n - \frac{We}{12} \right) \cos \omega \Delta t + \frac{1}{\omega} \left[\dot{Y}^n + \frac{Y^n - \frac{We}{12}}{t_d} \right] \sin \omega \Delta t \right\} \quad (10.11a)$$

$$\begin{aligned} \dot{Y}^{n+1} = & \frac{\left(\frac{We}{12} - Y^{n+1} \right)}{t_d} + We^{-\frac{\mu}{t_d}} \left\{ \frac{1}{\omega} \left(Y^n - \frac{We}{12} \right) \right. \\ & \left. + \frac{\dot{Y}^n - \frac{We}{12}}{t_d} \right\} \cos \omega \Delta t - \left(Y^n - \frac{We}{12} \right) \sin \omega \Delta t \left\{ \right. \\ & \left. \right\} \end{aligned} \quad (10.11b)$$

如果 $We/12 + A \geq 1.0$, 则液滴的碎裂是可能的。于是就可进一步计算液滴的碎裂时间 t_{bu} , 它是下面方程中大于 t^n 的最小一个根

$$\frac{We}{12} + A \cos[\omega(t - t^n) + \phi] = 1 \quad (10.12)$$

这里

$$\cos\phi = \frac{Y^n - \frac{We}{12}}{A}$$

$$\sin\phi = -\frac{\dot{Y}^n}{A\omega}$$

如果时间 $t^{n+1} = t^n + \Delta t$ 小于 t_{bu} , 则在这一时间步长中仍然不会发生液滴的碎裂, 这时的 Y 和 $\dot{Y}$ 仍按(10.11)式计算。只有当 $t^n \leq t_{bu} \leq t^{n+1}$ 时, 才需计算液滴的碎裂。

碎裂以后液滴的尺寸则可根据碎裂前后表面能和振荡以及变形的能量守恒的条件求得

$$\frac{r}{r_{32}} = 1 + \frac{8K}{20} + \frac{\rho_l r^3}{\sigma} \dot{Y}^2 \left(\frac{6K - 5}{120} \right) \quad (10.13)$$

式中 r 为母液滴半径, r_{32} 为碎裂后的液滴直径, K 为经验常数, 由试验确定。相应地, 破碎前后液滴数的关系应为

$$N^{n+1} = N^n \left(\frac{r^n}{r^{n+1}} \right)^3 \quad (10.14)$$

并且认为母液滴发生碎裂以后, 子液滴就不再变形和振荡, 亦即这时 $\dot{Y}^{n+1} = \dot{Y}^{n+1} = 0$ 。

文献[16]利用 TAB 方法对文献[19]的试验液雾进行了计算, 计算值与测量值是基本符合的, 说明该方法具有一定的适用性。TAB 方法的缺点是, 它只考虑了一种振荡模, 而实际上有好几种振荡模存在, 并且实际上它只适用于袋型碎裂情况。

10.2.4 Reitz 波不稳定性模型法^[20, 21]

Reitz 研究了轴对称射流上的表面波不稳定性, 并假定气液密度比大大小于 1, 不稳定表面波的增长速率和波数为实数, 波速等于液体射流速度, 对液体射流上的表面波传播方程进行了数值求解, 得出具有最大增长速率 Ω 的波长 Λ 以及 Ω 可以用下式表示:

$$\frac{\Lambda}{r} = 9.02 \frac{(1 + 0.45On^{0.5})(1 + 0.4T^{0.7})}{(1 + 0.87We_g^{1.67})^{0.6}} \quad (10.15)$$

$$\Omega \left[\frac{\rho_l r^3}{\sigma} \right]^{0.5} = \frac{(0.34 + 0.38 We_g^{1.5})}{(1 + On)(1 + 1.4 T^{0.6})} \quad (10.16)$$

式中 r ——液滴或射流的半径；

$On = \sqrt{We_l / Re_l}$ ——液体 Ohnesorge 数；

$We_l = \rho_l r v^2 / \sigma$ ——液体 We 数；

$We_g = \rho_g r v^2 / \sigma$ ——气体 We 数；

$Re_l = r v / \nu_l$ ——液体 Re 数；

$T = On \sqrt{\omega e_g}$, $v = |u_l - u_g|$

而液滴碎裂以后的平均尺寸和碎裂速度则分别为

$$r' = \begin{cases} B_0 \Lambda & \text{当 } B_0 \Lambda \leq r \\ \min \begin{cases} (3\pi r^2 v / 2\Omega)^{0.33} \\ (3r^2 \Lambda / 4)^{0.33} \end{cases} & \text{当 } B_0 \Lambda > r \end{cases} \quad (10.17)$$

$$\text{和} \quad \frac{dr}{dt} = - \frac{(r - r')}{\tau_b} \quad (10.18)$$

$$\text{式中} \quad \tau_b = 3.726 B_1 r / \Lambda \Omega \quad (10.19)$$

而 B_0 , B_1 为试验常数, 分别等于 0.61 和 1.73.

以上公式也同样适用于半径为 r 的射流的雾化过程。文献[21]即应用上述公式对半径为 r 的射流的雾化过程进行了计算, 并与文献[22]的试验测量结果比较, 两者符合得很好。现在这一模型已成功地应用于 ARICC-3D^[23], 但模型中的一些试验常数根据具体情况稍有变化。

10.2.5 附面层法^[24-27]

当液滴与周围气流的相对速度足够大时, 由于粘性力的作用, 在液滴表面将会形成沿径向速度梯度较大的气体附面层和液体附面层。液滴剪切型碎裂机理认为, 液滴的剥离主要就归因于这些附面层的分裂过程。文献[24]最早应用附面层理论分析了这一问题。以后文献[25-27]亦都采用类似方法对此问题作了分析和求解。

考虑一个半径为 R 的液滴在速度为 u_∞ 的高速气流中的气动剥离问题, 假设液滴为球形, 于是可以得到图 10.4 所示的简化模型。图中 x 是沿球表面的曲线坐标, y 坐标垂直于 x 坐标, $y=0$ 代表气液的分界面, $y=$

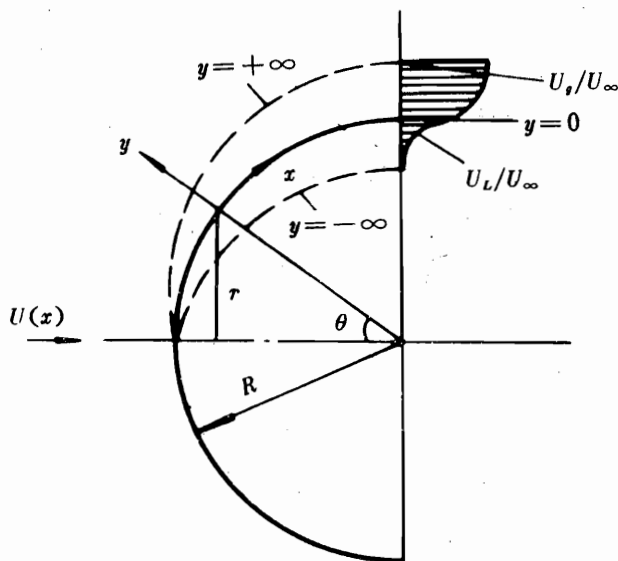


图 10.4 气动剥离问题的简化模型

$+\infty$ 代表气体附面层的厚度, $y=-\infty$ 代表液体附面层的厚度, r 代表液滴表面上一点到水平对称轴上的垂直距离, $u(x)$ 代表液滴附近的气流速度分布, u_g 和 u_l 分别代表气体和液体在各自附面层中沿 x 向的速度。由于实际问题的复杂性, 对于模型的建立尚需作如下假设:

1. 流动是不可压的稳态流动;
2. 气液分界面上的流动无分离;
3. 气体在液滴附近的流动为绕球体的势流, 其速度分布是

$$U(x) = 1.5U_\infty \sin(x/R)$$

4. 在 $y=0$ 处, 剪切应力相等, 即

$$\left(\mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} \right)_{y=0} = \left(\mu_l \frac{\partial u_l}{\partial y} \right)_{y=0}$$

5. 压力在气液附面层中的变化是一致的, 即

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_l = \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_g$$

根据以上假设, 就可写出以下基本方程。

气相方程

$$\frac{\partial(u_g r)}{\partial x} + \frac{\partial(v_g r)}{\partial y} = 0 \quad (10.20)$$

$$u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial u_g}{\partial y} = \frac{1}{\rho_g} \frac{\partial P}{\partial x} + v_g \frac{\partial^2 u_g}{\partial y^2} \quad (10.21)$$

$$y = 0: \quad v_g = 0, \quad u_g = u(x), \quad \mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y} = -\mu_l \frac{\partial u_l}{\partial y}$$

$$y = +\infty: \quad u_g = U(x) \quad (10.22)$$

由附面层理论可知

$$-\frac{1}{\rho_g} \frac{\partial P}{\partial x} = U \frac{\partial U}{\partial x}$$

于是(10.21)式可改写为

$$u_g \frac{\partial u_g}{\partial x} + v_g \frac{\partial u_g}{\partial y} = U \frac{\partial U}{\partial x} + v_g \frac{\partial^2 u_g}{\partial y^2} \quad (10.23)$$

液相方程

$$\frac{\partial(u_l r)}{\partial x} + \frac{\partial(v_l r)}{\partial y} = 0 \quad (10.24)$$

$$u_l \frac{\partial u_l}{\partial x} + v_l \frac{\partial u_l}{\partial y} = \frac{\rho_g}{\rho_l} U \frac{\partial U}{\partial x} + v_l \frac{\partial^2 u_l}{\partial y^2} \quad (10.25)$$

$$y = 0: \quad v_l = 0, \quad u_l = u(x), \quad \mu_l \frac{\partial u_l}{\partial y} = -\mu_g \frac{\partial u_g}{\partial y}$$

$$y = -\infty: \quad \mu_l \frac{\partial u_l}{\partial y} = 0 \quad (10.26)$$

为了便于求解, 可将上述方程无量纲化, 设流函数为 ψ , 则有

$$u = \frac{l}{r} \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v = -\frac{l}{r} \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (10.27)$$

式中 l 为液滴的特征长度, 通常可取其等于液滴半径。

定义如下相似变量:

$$\xi = \int_0^x \frac{r^2(x)U(x)}{l^2 U_\infty} dx, \quad \eta = \frac{U(x)r(x)y}{l(2\nu_g U_\infty \xi)^{1/2}}, \quad \psi = (2\xi U_\infty \nu_g)^{1/2} G(\eta) \quad (10.28)$$

于是就可写出以下无量纲化的气相方程

$$G'' + GG' + \beta(\xi)(1 - G^2) = 0 \quad (10.29)$$

其中

$$\beta = 2\xi U_\infty \frac{l^2}{r^2} \frac{dU(x)}{dx} \frac{1}{U(x)}$$

边界条件为

$$\begin{aligned} \eta = 0: \quad G &= 0, \quad G'(0) = \tilde{u}(x) \\ \eta = \infty: \quad G'(\infty) &= 1.0 \end{aligned} \quad (10.30)$$

类似地, 也可得到无量纲化的液相方程

$$L''' + LL'' + \beta(\xi)(\rho_g/\rho_l - L'^2) = 0 \quad (10.31)$$

$$\begin{aligned} \eta = 0: \quad L &= 0, \quad L' = G', \quad L'' = G''\Gamma \\ \eta = -\infty: \quad L'' &= 0 \end{aligned} \quad (10.32)$$

其中

$$\Gamma = \sqrt{\rho_g \mu_g} / \sqrt{\rho_l \mu_l}$$

可见无量纲化后的气相方程和液相方程在形式上基本相同, 可以用同一方式解出。

由于方程(10.29)的边界条件不足, 因而需要采取迭代方法求解。根据文献[24]可知

$$G'(0) = \tilde{u}(x) = \sqrt[3]{\rho_g \mu_g / (\rho_l \mu_l)} \quad (10.33)$$

$G''(0)$ 未知, 可设为某一常数, 代入(10.29)和(10.31)式求解, 如果不能满足 $G'(\infty)=1.0$ 和 $L'(-\infty)=0$ 的条件, 则反复修改 $G''(0)$ 的值, 直至满足为止。

设气相与液相分界面处因粘性作用而产生的剪切应力为 τ , 则有

$$\tau = \frac{\mu_g U^2 r G''(0)}{l \sqrt{2\nu_g U_\infty \xi}} \quad (10.34)$$

当 $x/R = \pi/2$ 时, 有 $\xi = R^3/l^2$, $U = 1.5U_\infty$, $r = R$, 于是可以得到

$$\tau = 2.25\mu_g G''(0)U_\infty^{1.5}(2\nu_g R)^{-0.5} \quad (10.35)$$

设 F 为液滴表面对内部液体产生的内压力, 则有

$$F = C_1 \sigma / R \quad (10.36)$$

其中 C_1 为近于 1 的常数。

我们可以提出以下剥离准则, 即只有满足

$$\tau \geq F \quad (10.37)$$

时, 才能发生液滴的气动剥离。根据(10.37)式写出液滴在高速气流中发生气动剥离的另一判别表达式

$$\frac{We}{\sqrt{Re}} \geq \frac{8}{9} \frac{C_1}{G''(0)} \quad (10.38)$$

或者得出发生气动剥离时的最小气液相对速度的表达式

$$\mu_{\min} = \left(\frac{256C_1^2 \sigma^2}{81G''(0)\rho_g \mu_g d} \right)^{1/3} \quad (10.39)$$

由于 $G''(0)$ 仅仅与无量纲方程(10.29)和(10.31)的解有关, 当方程(10.29)和(10.31)的形式不变时, 其解也是不变的, 因而 $G''(0)$ 也不变。通过对(10.29)和(10.31)式的数值计算, 发现 $G''(0)$ 的值主要取决于气液分界面处的无量纲速度 $\bar{u}(x)$ 的值。当 $\bar{u}(x) < 0.3$ 时, 有

$$G''(0) = 0.45594 - 1.7664 \times 10^{-2} \bar{u}(x) - 0.52895 \bar{u}^2(x) \quad (10.40)$$

在 $x/R = \pi/2$ 处, 定义因气动剥离而导致的液滴质量损失为 m , 则可写出

$$\frac{dm}{dt} = \pi d_l \rho_l \int_{-\infty}^0 u_l dy$$

或

$$\frac{dm}{dt} = \pi d_l \rho_l \sqrt{2\nu_l U_\infty \xi} \int_{-\infty}^0 L'(\eta) d\eta \quad (10.41)$$

根据(10.29)–(10.33)式可知, 当 ρ_l , ρ_g , μ_l , μ_g 都为常数时,

方程(10.29)和(10.31)的解不变, 因此

$$\int_{-\infty}^0 L'(\eta) d\eta = C_b (\text{常数})$$

再将 ξ 的值代入(10.41)式, 于是可得

$$\frac{dm}{dt} = \pi d_i \rho_i C_b \sqrt{d_i v_i U_\infty} \quad (10.42)$$

这就是液滴剥离的速率方程。

文献[28]即应用了以上附面层方法计算了直流——离心式气液同轴喷嘴出口处的雾化液滴平均直径, 并将计算值与试验测量值进行了比较, 结果还比较满意(见本书 2.6.3 节)。但显然, 真实的气动二次雾化过程要较上述简化模型复杂得多。例如, 液滴在经历气动剥离之前, 必然要产生变形, 故球形假设是否过于简单。此外, 由于气体压力效应和表面张力恢复力之间的相位差会引起液滴的旋转和振荡, 故附面层分析法有待进一步完善。

10.3 液滴碰撞和聚合模型

液雾愈稠密, 液滴碰撞和聚合的几率就愈大, 但迄今为止, 人们对这一问题的研究甚至较之对液滴碎裂的研究还要少得多。目前只有 O'Rourke 提出的一个液滴碰撞和聚合模型可资利用^[29]。

O'Rourke 的液滴碰撞和聚合模型实际是一种统计性质的方法。应用这种方法时, 整个液雾仍然可用几种不同尺寸的液滴组来代替, 每个液滴组可用一个计算液滴来代表, 即每个计算液滴实际上是一系列液滴的综合平均。在模拟液滴碰撞时, 不是计算每一个计算液滴之间的碰撞, 而是考虑每个计算液滴所代表的一系列液滴之间的碰撞。假想一个计算液滴所代表的一系列液滴都聚集在这个计算液滴的周围, 因而当两个计算液滴相互接近, 但未碰撞时, 它们所代表的一系列液滴相互之间就可能会碰撞。

碰撞的第一个要求是, 代表 1 和 2 两个液滴组的计算液滴应

处在同一计算网格内, 如果不处在同一网格, 则认为 1 和 2 两个液滴组中的液滴是不会相互碰撞的。在 O'Rourke 模型中, 一般用 L 代表直径较大的液滴组, 用 S 代表直径较小的液滴组, 并且只考虑一对计算液滴之间的碰撞。当代表 L 和 S 组的计算液滴位于同一计算网格内时 (通过流场计算可以确定), 我们就可计算 L 组中的一个液滴和 S 组中的液滴发生 n 次碰撞的概率。假定 L 组中的所有液滴都具有相同的行为, 即要么它们都碰撞, 要么都不碰撞, 这样就不会产生额外的液滴组, 而且通过系综平均, 碰撞的概率分布也不变。假设 L 组中一个液滴和 S 组中的液滴发生 n 次碰撞的概率服从泊松分布, 即

$$P_n = \bar{n}^n e^{-\bar{n}} / n! \quad (10.43)$$

其中

$$\bar{n} = (\pi/4) N_s (d_s + d_L)^2 |u_L - u_s| \Delta t / \Delta V \quad (10.44)$$

式中 N_s 是 S 组中的液滴, ΔV 是计算网格的体积, Δt 是时间计算步长 (一般取 $40\mu s$, 这样计算结果就和 Δt 取值无关)。在 0 和 1 之间随机取一个数 R_1 。如果 $R_1 < P_0$ 。则该两组液滴之间不发生任何碰撞。如果 $R_1 \geq P_0$, 则 L 组中的所有液滴将与 S 组中的液滴发生一次或多次碰撞。

一旦发生了一次碰撞, 液滴就有可能聚合在一起, 也可能会轻触擦过。如果两个液滴碰撞了, 相互之间聚合的概率可由下式确定

$$P_{\text{coal}} = \min \left[\frac{2.4 f(d_L/d_s)}{We}, 1.0 \right] \quad (10.45)$$

式中

$$f(d_L/d_s) = f(r) = \frac{[r^2 + 1 - (r^3 + 1)^{2/3}](r^3 + 1)^{11/3}}{r^6(1 + r)^2}$$

$$We = \rho_L (u_L - u_s)^2 d_s / (2\sigma)$$

然后在 0 和 1 之间再随机选取一个数 R_2 , 如果 $R_2 \geq P_{\text{coal}}$, 则在

$\min(N_L, N_s)$ 对液滴之间发生轻触擦过。例如, 如果 L 和 S 分别有 10 个和 5 个液滴, 则 5 对液滴发生了轻触擦过, 而 L 中的另 5 个液滴未受影响。假设轻触擦过的液滴仍保持它们碰撞前的大小和轨道角, 但将碰撞消耗的那部分能量解释为有一部分角动量变成了碰撞后液滴的旋转运动。基于这些定义和线性动量守恒, 液滴组的新速度应为

$$u'_1 = \frac{\left[m_1 u_1 + m_2 u_2 + m_2 (u_1 - u_2) \left(\frac{\sqrt{R_2} - \sqrt{P_{\text{coal}}}}{1 - \sqrt{P_{\text{coal}}}} \right) \right]}{m_1 + m_2} \times \frac{\min(N_L, N_s)}{N_1} + u_1 \frac{[1 - \min(N_L, N_s)]}{N_1} \quad (10.46)$$

式中下角标 1 和 2 分别代表 L 组和 S 组或 S 组和 L 组。

如果 L 组和 S 组中有些液滴发生聚合, 有两种可能的情况。如果 $N_L \geq N_s$, 则两组中的所有液滴都合并, S 组的液滴将不复存在, 产生新的 L 组液滴, 其中新液滴的直径为

$$d'_L = [d_L^3 + (N_s/N_L) D_s^3]^{1/3} \quad (10.47)$$

而速度为

$$u'_L = \frac{m_L u_L + m_s (N_s/N_s) u_s}{m_L + m_s (N_s/N_L)} \quad (10.48)$$

如果 $N_L < N_s$, 则一个 L 组的液滴与 S 组中的液滴发生的碰撞数 n 由一个概率函数确定。 n 的最小值为 1, 最大值为 N_s/N_L 。和前面相似, L 组的液滴直径现在就为

$$d'_L = (d_L^3 + n d_s^3)^{1/3} \quad (10.49)$$

而速度为

$$u'_L = \frac{m_L u_L + m_s n u_s}{m_L + m_s n} \quad (10.50)$$

和前一种情况 (即 $N_L \geq N_s$) 不同, 这种情况会导致 S 组中的一部分液滴不受碰撞影响。这些未受影响的液滴数目用新的 N_s

来表示, 即

$$N'_s = N_s - N_L n \quad (10.51)$$

文献[30]即利用了以上方法考虑了一个空心锥液雾中的液滴碰撞问题, 并对不同轴向和径向位置上的平均液滴尺寸进行了计算。计算结果表明, 考虑液滴碰撞后的计算值更接近于测量值, 但相互之间的差别仍比较大。例如, 不考虑液滴碰撞时, 计算的液滴平均尺寸一般比实测值小 40%—50%, 而考虑了液滴碰撞后, 计算的液滴尺寸仍然比实测值小 30%—40%。这是不足为奇的, 因为 O'Rourke 模型本身还比较粗糙, 尚需进一步改进。

参考文献

- [1] S. Lambris, et al. Stable Combustion Processes in LPRE. Combustion and Propulsion Fifth AGARD Colloquium, 1962
- [2] P. J. O'Rourke, F. V. Bracco. Modelling of Drop Interactions in Thick Sprays and a Comparison with Experiments, Stratified Charge Automotive Engineering Conference, Institute of Mechanical Engineering. London, England. 1980
- [3] P. J. O'Rourke. Collective Drop Effects on Vaporizing Liquid Sprays, Princeton University
- [4] W. G. Reinecke and G. D. Waldman. Shock Layer shattering of Cloud Drops in Reentry Flight. AIAA 75—152
- [5] А. А. Борисов, Б. Е. Гельфанд, М. С. Натанзон, О. М. Кослов. О Режиммах дробления капель в критериях существования ИФЖ. ТОМ 20, № 1, 1981
- [6] M. Pilch, C. A. Erdman. Use of Breakup Time Data and velocity History Data To Predict the Maximum Size of Stable Fragments for Acceleration-Induced Breakup of a Liquid Drop. Int. J. Multiphase Flow Vol. 13, No. 6. 1987
- [7] 朱宁昌, 张宝炯译. 液体火箭发动机不稳定燃烧. 国防工业出版社, 1980
- [8] P. Y. Liang, R. J. Jensen. Modeling of Dense Sprays from LOX/H₂ Coaxial Injectors under Supercritical Conditions. Proc. of 22nd JANNAF Combustion

Meeting(1985)

- [9] 陈新华, 庄逢辰. 液体火箭发动机燃烧室燃烧效率计算理论. 航空动力学报, Vol. 1, No. 1. 1986
- [10] 孙纪国, 庄逢辰. 液氢液氧火箭发动机预燃室工作过程计算机仿真. 中国工程热物理学会第七届年会, 南京. 1990
- [11] J. Zhou, F. C. Zhuang. A Study of Evaporation and Diffusion with stripping of Lox/Hydrogen, Lox/Hydrocarbon Prpellants Under Subcritical and Super-critical Pressure. Proceediags of First APISCES, Beijing, 1990
- [12] L. J. Zajac. Droplet Breakup in Accelerating Gas Flows, Part I. Secondary Atomization. NASA CR-134479
- [13] 庄逢辰, 陈新华, 张中光. FY-2 型发动机燃烧室计算模型. 国防科技大学学报, Vol. 11, No. 3. 1989
- [14] 梁小芄, 庄逢辰. 一个适用于 A-50/N₂O₄ 自燃推进剂火箭发动机燃烧效率计算的模型. 国防科技大学建校卅五周年优秀论文集
- [15] L. P. Comb. Liquid Rocket Performance Computer Model with Distributed Energy Re/NASA CR-114462
- [16] P. J. O'Rourke and A. A. Amsden. The TAB Method for Numerical Calculation of Spray Droplet Breakup. SAE 872089
- [17] J. A. Nicholls. Stream and Droplet Breakup by Shock Waves. NASA SP-194
- [18] H. Laurb. Hydrodynamics. Dover Publication
- [19] H. Hiroyasn and T. Kadota. Fuel Droplet Size Distribution in Diesel Combustion Chamber. SAE740715
- [20] R. D. Reitz. Modeling Atomization Processes in High-Pressure Vaporizing Sprays. Atomization and Spray Technology, Vol. 3. 1987
- [21] P. Y. Liang. Atomization Modeling in a Multiphase Flow Environment and Comparison with Experiments. AIAA 90-1617
- [22] G. E. Lorennetto and A. H. Lefebvre. Measurements of Drop Size on a Plain-Jet Airblast Atomization. AIAA 76-679
- [23] P. L. Liang. Multiphase simulations of Coaxial Injector Combustion. AIAA 92-0345

- [24] A. A. Ranger. Aerodynamic Shattering of Liquid Drops. AIAA J. Vol. 7, No. 2. 1969
- [25] H. Krier. A Study of the Transient Behavior of Fuel Droplet During Combustion. AD729326
- [26] 周猛, 庄逢辰. 气动剥离液滴的附面层分析方法. 高等学校第三届工程热物理全国学术会议论文集, 1990
- [27] 庄逢辰, 吴道宏, 周猛. 高速气流中的雾化研究. 中苏宇航科学与技术研讨会论文集, 1991年. 哈尔滨
- [28] 周猛. 气液同轴式喷注器雾化特性和激光散射测粒技术的研究. 国防科大博士论文, 1991
- [29] P. J. O'Rourke. Collective Drop Effects on Vaporizing Liquid Spray. Ph. D. Thesis, Univ. , Princeton, 1981
- [30] J. P. Asheim, J. E. Kirwan and J. E. Peters. Modeling of a Hollow-Cone Liquid Spray Including Droplet Collisions. J. Propulsion, Vol. 4, No. 5. 1988
- [31] A. A. Amsden, P. J. O'Rourke and T. D. Butler. KIVA- I A Computer Program for Chemically Reactive Flows with sprays. LA-11560-MS

第十一章 液滴着火/熄火理论

11.1 概 述

很多文献和试验表明,存在各种不同的喷雾燃烧情况^[1-5]。例如,文献[3]指出了三种不同的喷雾燃烧工况。第一种工况相当于雾化很细的情况,这时观察不到液滴燃烧,只能看到气相扩散燃烧,液雾的长度要比总的火焰长度短得多;当液滴直径逐渐增大时,单个液滴燃烧的可能性增加,这时出现气相扩散燃烧和液滴燃烧的混合工况;而当液滴直径继续增大时,就出现大量具有包复火焰的液滴燃烧。因而文献[4]提出了三种喷雾燃烧模式:第一种模式称作液滴群外部燃烧模式,其特征是液滴只有蒸发和具有很长的气相扩散火焰;第二种模式称液滴群临界燃烧模式,其特征是气相扩散燃烧火焰和单个液滴或液滴群的燃烧具有同等的重要性;第三种模式称作液滴群内部燃烧模式,其特征主要是单液滴燃烧。实际上,在喷雾燃烧中,根据雾化条件 and 环境条件的不同,液滴可以着火燃烧,也可以没有着火而只是蒸发,或者即使已经着火燃烧的液滴也会熄灭而又变成纯蒸发,于是形成以上各种不同的喷雾燃烧工况。但是在现有的液体火箭发动机燃烧过程模型中,绝大多数模型都还只建立在单滴蒸发的基础上。这是由于到目前为止,还没有比较满意的,完全适合于工程应用的液滴着火/熄火的通用模型。但现在已经有了许多液滴着火/熄火理论,主要有以下几种:1. 简化模型理论^[2,6-10]; 2. 定常理论^[10-11], 3. 非定常理论^[12-15]; 4. 修正火焰表面理论^[16-17]; 5. 奇异摄动理论^[18-21]等。本章将扼要介绍其中一些理论,以供读者在发展现有

喷雾燃烧综合模型时应用。

11.2 简化模型理论

目前国内外已经发表了许多关于液滴着火/熄火的简化模型理论。这些简化模型理论的共同特点是能够给出影响着火/熄火的各种参数之间的解析关系,缺点是分析比较粗糙,关系式中常引入某些常数,其值必须由实验确定。这里只介绍文献[7]提出的液滴着火简化模型理论。该简化模型理论是针对偏二甲肼液滴在惰性介质中的着火条件提出的。这个理论认为,在临界着火条件下,场中仍然存在着定常的温度分布。根据球对称、定物性和等压场以及通常对液滴蒸发/燃烧所作的假定,可以写出液滴周围场中的定常温度分布关系

$$\frac{d}{dr} \left(4\pi r^2 K \frac{dT}{dr} \right) - \dot{m} C_p \frac{dT}{dr} + 4\pi r^2 \Delta H \dot{\omega}'' = 0 \quad (11.1)$$

令 $x_s = \dot{m} C_p / 4\pi r_s K$, $z = 1 - \exp(-x_s r_s / r)$ 可将(11.1)式写成

$$\frac{d^2 T}{dz^2} = - \frac{x_s^2 r_s^2 \Delta H \dot{\omega}'''}{K(1-z)^2 \ln^4(1-z)} \quad (11.2)$$

这个方程不显含对流项,因而无需忽略对流项的假定。在临界着火时,化学反应只在 z_∞ 附近很薄的一层($z_\infty - z'_\infty$)中发生。这时外界介质已不向液滴传热,即 $dT/dz|_{z_\infty} = 0$, 而液滴蒸发所需热量完全由这一薄层中化学反应放出的热量供给。因而在临界着火时,(11.2)式的边界条件就为

$$z = z_\infty, \quad T = T_\infty, \quad dT/dz = 0 \quad (11.3)$$

$$z = z'_\infty, \quad T = T'_\infty, \quad dT/dz = dT/dz|_{z'_\infty} \quad (11.4)$$

由于反应区很薄,在反应区中 $T_\infty - T \ll T_\infty$, 令 $T'_\infty = T_\infty - RT_\infty^2/E$, $\exp(-E/RT) \approx \exp(-E/RT_\infty) \exp[-E(T_\infty - T)/RT_\infty^2]$, $\dot{\omega}''' = K_0 \rho_\infty \bar{Y}_r \exp(-E/RT)$, 其中 $\bar{Y}_r$ 为反应区中的平均浓度。

利用以上近似及边界条件(11.3)和(11.4),对(11.2)式进行

积分, 可得

$$\left. \frac{dT}{dz} \right|_{z_\infty} = - \sqrt{\frac{2X_s^2 r_s^2 K_0 \rho_\infty \exp(-E/RT_\infty) \bar{Y}_F \Delta H (1 - 1/e) RT_\infty^2 / E}{K(1 - z_\infty)^2 / n^4 (1 - z_\infty)}} \quad (11.5)$$

将坐标变量复原到 r , 得

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{r_\infty} = \frac{r_s}{r_\infty^2} \sqrt{\frac{2X_s^2 r_s^2 K_0 \rho_\infty \exp(-E/RT_\infty) \bar{Y}_F \Delta H (1 - 1/e) RT_\infty^2 / E}{K(r_s/r_\infty)^4}} \quad (11.6)$$

因而由化学反应区传给液滴的热量为

$$Q_1 = 4\pi r_\infty^2 K \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r_\infty} \quad (11.7)$$

若无化学反应, 外界介质供给液滴的热量应为

$$Q_2 = 2\pi r_s Nu K (T_\infty - T_s) \quad (11.8)$$

临界着火时, $Q_1 = Q_2$. 令着火准则 $I = Q_1/Q_2$, 并令 $\eta = r/r_s$, 由 (11.7) 和 (11.8) 式可得

$$I = \frac{d_s \eta_\infty^2}{Nu(T_\infty - T_s)} \sqrt{\frac{2K_0 \rho_\infty \bar{Y}_F \Delta H RT_\infty^2 (1 - 1/e) \exp(-E/RT_\infty)}{KE}} \quad (11.9)$$

式中 Nu 数应考虑由于蒸发而引起的传热减弱情况, 当不存在传质时, 努赛尔数由一般传热公式求出, 用 Nu^0 表示

$$Nu^0 = \frac{2/r_s}{1/r_s - 1/r_\infty} \quad (11.10)$$

当伴有传质时, 这时的能量方程 (不考虑化学反应) 为

$$\frac{d}{dr} \left(4\pi r^2 K \frac{dT}{dr} \right) - \dot{m} C_p \frac{dT}{dr} = 0 \quad (11.11)$$

边界条件为

$$r = r_s, \quad T = T_s; \quad r = r_\infty, \quad T = T_\infty$$

(11.11) 式的解为

$$\frac{T - T_s}{T_\infty - T_s} = \frac{e^{-\psi/r} - e^{-\psi/r_s}}{e^{-\psi/r_\infty} - e^{-\psi/r_s}} \quad (11.12)$$

式中 $\psi = X_s r_s$
传热系数

$$h = \frac{K \left(\frac{dT}{dr} \right)_{r_s}}{T_\infty - T_s} = \frac{K \psi e^{-\psi/r_s} / r_s^2}{e^{-\psi/r_\infty} - e^{-\psi/r_s}} \quad (11.13)$$

所以

$$Nu = \frac{2\psi/r_s}{e^{\psi(1/r_s - 1/r_\infty)} - 1} \quad (11.14)$$

当 $\psi \rightarrow 0$ 时, 上式可展开化成(11.10)式。

由(11.10), (11.13)式可写出

$$Nu = Nu^0 \frac{\psi \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_\infty} \right)}{e^{\psi \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_\infty} \right)} - 1} \quad (11.15)$$

将(11.15)式代入(11.9)式, 并考虑 $\rho_\infty = P/R_g T_\infty$, 得到

$$I = \frac{r_\infty^2}{\psi(T_\infty - T_s)} \left[e^{\psi \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_\infty} \right)} - 1 \right] \sqrt{\frac{2K_0 p \bar{Y}_F \Delta H R T_\infty \left(1 - \frac{1}{e} \right) e^{-E/RT_\infty}}{R_g K E}} \quad (11.16)$$

(11.16)式中的各参数之间的定性关系与其它简化模型理论中所得是一致的, 但在一般的着火准则关系式中, 由于包含了 $(Nu^0 - 2)$ 项, 所以对于静止介质的情况会得出无条件着火的错误结论, 而(11.16)式则消除了这一错误结论。文献[7]在对偏二甲肼液滴作具体计算时, 取 $\bar{Y}_F$ 为相应于 $T_\infty = (T_\infty - RT_\infty^2/E)$ 处的浓度的一半, 发现 $\bar{Y}_F$ 几乎为定值, 等于 0.05。并且发现, 当(11.16)式中的 r_∞ 用 r'_∞ (即温度为 $T_\infty - RT_\infty^2/E$ 处的半径) 代入时, 在很宽的计算范围内 ($P = 1 - 70 \text{ atm}$, $r_s = 0.01 - 0.4 \text{ cm}$, $\eta_\infty = 2.5 - 100$) 的临界着火准则数很接近, 其值在 0.8477 - 1.16 之间。因而可以足

够近似地认为, 临界着火时系统各参量之间的关系应满足以下条件:

$$r_{\infty}'^2 \left[e^{\psi \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_{\infty}} \right)} - 1 \right] \sqrt{\frac{2k_0 p \bar{Y}_F \Delta H R T_{\infty} \exp(-E/RT_{\infty})}{K E R_g \psi (T_{\infty} - T_s)^2}} \geq 1 \quad (11.17)$$

式中等号相应于临界着火条件。 ψ 可用环境温度下的纯蒸发值近似, r_{∞}' 则与 r_{∞} 和 η_{∞} 有关。根据计算, 在文献[7]的算例条件下, 可得

$$\ln \eta_{\infty} = -7.599 r_{\infty}' / r_{\infty} + 5.145 \quad (11.18)$$

这样, 只要根据液体火箭发动机燃烧室中的具体对流强度, 确定 η_{∞} , 再由(11.17)式和(11.18)式, 就能确定液滴是否处于着火状态, 从而就可正确计算液滴的蒸发速度。

11.3 定常理论

液滴的蒸发和燃烧是一个准定常过程, 但液滴的着火和熄火则是一个非定常过程。因而可以仿照 Frank-Kamenetski 分析均匀可燃混气自燃时所采用的方法, 写出液滴周围场内浓度和温度分布的定常守恒方程。如果这个方程有解, 则说明液滴处于定常状态, 亦即处于蒸发或燃烧状态, 如果这个方程无解, 则说明液滴不处于定常状态。这样, 就把判断一个系统能否着火/熄火的问题转化为求这个系统的定常守恒方程有无物理解及其存在的条件问题。

根据球对称、定物性、 $Le=1$ 、等压场以及通常对液滴蒸发/燃烧所作的近似假定, 仍以偏二甲肼为例, 可以写出以下基本方程

$$\frac{d}{dr} \left(4\pi r^2 K \frac{dT}{dr} \right) - \dot{m} C_p \frac{dT}{dr} + 4\pi r^2 \dot{\omega}^* \Delta H = 0 \quad (11.19)$$

$$\frac{d}{dr} \left(4\pi r^2 \rho D \frac{dY_F}{dr} \right) - \dot{m} \frac{dY_F}{dr} + 4\pi r^2 \dot{\omega}^* = 0 \quad (11.20)$$

$$\dot{\omega}^* = K_0 \rho Y_F e^{-E/RT} \quad (11.21)$$

$$\rho = \frac{PM_g}{R_g T} \quad (11.22)$$

边界条件:

$$r = r_s, \quad T = T_s \quad (11.23)$$

在求熄火条件时, 可令 $T_s \approx T_b$, 在求着火条件时, T_s 可根据传质数和传热数相等的条件以及 Clapeyron-Clausius 方程, 即

$$\frac{1}{1 - Y_{F,s}} = 1 + \frac{C_p(T_\infty - T_s)}{L} \quad (11.24)$$

$$Y_{F,s} = f(T_s) \quad (11.25)$$

联立求解求得。

还有

$$4\pi r_s^2 \left. \frac{dT}{dr} \right|_{r_s} = \dot{m} L \quad (11.26)$$

$$\dot{m} = \dot{m} Y_{F,s} - 4\pi r_s^2 \rho D \left. \frac{dY_F}{dr} \right|_{r_s} \quad (11.27)$$

$$r = r_\infty, \quad T = T_\infty \quad (11.28)$$

$$Y_F = Y_{F,\infty} = 0 \quad (11.29)$$

在对方程具体求解时, 可将方程无量纲化, 令 $\eta = r/r_s$, $X_s = \dot{m} C_p / 4\pi r_s K$, $\alpha = \Delta H K_0 r_s^2 p M_g / K R_g$, 于是, 方程(11.19)可以写成

$$\frac{d}{d\eta} \left(\eta^2 \frac{dT}{d\eta} \right) - X_s \frac{dT}{d\eta} + \alpha \eta^2 \frac{Y_F}{T} e^{-E/RT} = 0 \quad (11.30)$$

边界条件为

$$\eta = 1, \quad T = T_s \quad (11.31)$$

$$\frac{dT}{d\eta} = X_s L / C_p \quad (11.32)$$

$$\eta = \eta_\infty, \quad T = T_\infty \quad (11.33)$$

应用 Zeldovich 变换, 将方程(11.19), (11.20)合并, 可得

$$Y_F = \frac{C_p(T_s - T)}{\Delta H} + 1 - \frac{L}{\Delta H} + \left[\frac{C_p(T_\infty - T_s)}{\Delta H} - 1 + \frac{L}{\Delta H} \right] \quad (11.34)$$

方程 (11.30) — (11.34) 是以 X_s 为本征值的变系数两点边值问题, 可采用四阶龙格—库塔法求解。计算时先假定一个 X_s 值, 由此定出初始斜率, 然后从液滴表面开始积分, 直到外边界 η_∞ 处, 如满足边界条件, 则假定的 X_s 值正确, 否则对 X_s 进行修正, 重新计算, 直至满

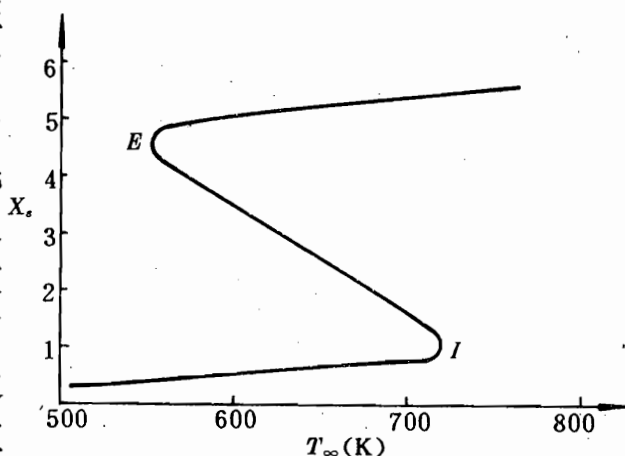


图 11.1 偏二甲肼液滴在氮气中的着火/熄火特性
 $p = 1 \text{ atm}$, $r_s = 0.2 \text{ cm}$, $\eta_\infty = 5$

足边界条件为止。图 11.1 所示为对偏二甲肼液滴在氮气介质中的蒸发和燃烧特性进行计算所得的曲线。由图可知, 当存在着火/熄火特性时, X_s 对于 T_∞ 是多值的, 形成 S 型曲线。下枝相当于通常的蒸发状态, 上枝相应于燃烧状态, 在中枝上的 X_s 值随 T_∞ 减小而增加, 这与一般的物理概念不符, 仅为一组纯数学解。在下标上, 当 T_∞ 增加时, 蒸发速度亦增加, 当 T_∞ 值越过 I 点时, 在 I 点附近方程无解, 说明方程在该点间断, 这就是临界着火状态。临界着火后, 蒸发速度急剧增加, X_s 跳跃到相应于 C 点的燃烧状态。然后, 随着温度 T_∞ 减少, X_s 又会逐渐下降, 当达到 E 点时, 出现临界熄火, 工况变到 V 点的纯蒸发状态。

在实际计算中, I 点和 E 点都不太好求。方程对 X_s 很敏感, 即使假定的 X_s 初值与方程的特征值相差不大时, 温度的计算值也会大起大落, 从而引起方程中指数函数溢出。对于求 I 点, 当选取的 X_s 小于实际值时, 其初始温升斜率低于实际值, 这样, 其外边界上的温度也低于实际值, 浓度则大于实际值, 因而需要增加 X_s 值, 以使温度曲线上抬, 浓度曲线下降才能满足外边界条件; 当 X_s 选

取过大时, 由于温度大于实际值, 以致还没有达到边界处, 蒸汽浓度就消耗尽了, 使边界处出现浓度负值, 因而这时需要减小 X_s 值。对于 E 点, 则情况正好相反。掌握此规律后, 就可较易找到 I 点和 E 点, 从而得出临界着火条件和临界熄火条件。但这种计算, 对于在发动机中的实际应用来说, 仍然是很冗长的。

11.4 非定常理论

定常理论虽能给出临界着火条件和临界熄火条件, 但是不能给出着火延滞期, 即在给定条件下, 到底经过多长时间液滴才能着火。仍然以一个液体单元推进剂滴为例, 但在静止的惰性介质中着火的情况。除了非定常性外, 其它假设均与定常理论的相同。于是, 可写出以下基本方程

$$\rho_l C_l \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{K_l}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial T}{\partial r} \right), \quad (0 \leq r \leq r_s) \quad (11.35)$$

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial T}{\partial t} = & \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 Le \rho D \frac{\partial T}{\partial r} \right) - \rho v \frac{\partial T}{\partial r} \\ & + \frac{\Delta H}{c_p} \dot{\omega}^*(Y_F, T, \rho), \quad (r_s \leq r < \infty) \end{aligned} \quad (11.36)$$

$$\rho \frac{\partial Y_F}{\partial t} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \rho D \frac{\partial Y_F}{\partial r} \right) - \rho v \frac{\partial Y_F}{\partial r} - \dot{\omega}^*(Y_F, T, \rho), \quad (r_s \leq r < \infty) \quad (11.37)$$

$$\rho = \frac{P_\infty}{RT[Y_F/M_F + (1 - Y_F)/M_\infty]} \quad (11.38)$$

初始条件

$$t = 0: T = T_{l,0} (0 \leq r \leq r_{s,0}); T = T_\infty, Y_F = 0 (r > r_{s,0}) \quad (11.39)$$

边界条件

$$r = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \quad (11.40)$$

$$r \rightarrow \infty, \quad T = T_\infty, \quad Y_F \rightarrow 0 \quad (11.41)$$

$$r = r_s, \quad (\rho v)_s (1 - Y_{F,s}) + \rho D \frac{\partial Y_F}{\partial r} \Big|_{r_s} = 0 \quad (11.42)$$

$$Y_{F,s} = \left[Y_{F,s} + \frac{(1 - Y_{F,s}) M_F}{M_\infty} \right] \exp \left[\frac{L}{R} \left(\frac{1}{T_b} - \frac{1}{T_s} \right) \right] \quad (11.43)$$

$$K_l \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_s^-} = K_g \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r_s^+} - (\rho v)_s L \quad (11.44)$$

式中 $\rho D = \rho_\infty D_\infty (T/T_\infty)^s$, $K = K_\infty (T/T_\infty)^s$, $0.5 \leq s < 1$; $\omega^* = K_0 \rho^* Y_F^* \exp(-E/RT)$. 引入以下无量纲参量, 令 $\theta = E(T - T_\infty)/RT_\infty^2$, $\xi = r/r_s$, $\chi = \rho/\rho_\infty$, $\eta = 1 - Y_F$, $\tau = Le D_\infty t/r_{s,0}^2$, $\bar{C} = C_i/C_l$, $\bar{\rho} = \rho_l/\rho_\infty$, $\bar{L} = LM_F/E$, $\alpha_l = a_l/a_g$, $\beta = RT_\infty/E$, $\gamma = C_i RT_\infty/\Delta H E$, $M = M_F/M_\infty$, $Le = K_\infty/C_i \rho_\infty D_\infty$, $\phi = L/C_l T_\infty$, $\pi = \rho_\infty/\rho_l$, $\delta = \Delta H K_0 E \rho_\infty r_{s,0}^2 \exp(-E/RT)/K_\infty RT_\infty^2$. 于是, 可将方程(11.35)-(11.44)写成下列无量纲形式

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\alpha_l}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\xi^2 \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right), \quad (0 \leq \xi \leq \xi_s) \quad (11.45)$$

$$\chi \frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{1}{\xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\xi^2 (1 + \beta \theta)^s \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right] + \bar{\rho} \left(\frac{\xi_s}{\xi} \right)^2 \frac{\partial \xi_s}{\partial \tau} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \delta \chi (1 - \eta) e^{\theta/(1+\beta\theta)}, \quad (\xi \geq \xi_s) \quad (11.46)$$

$$\chi \frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \frac{1}{Le \xi^2} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\xi^2 (1 + \beta \theta)^s \frac{\partial \eta}{\partial \xi} \right] + \bar{\rho} \left(\frac{\xi_s}{\xi} \right)^2 \frac{\partial \xi_s}{\partial \tau} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} + \delta \gamma \chi (1 - \eta) e^{\theta/(1+\beta\theta)}, \quad (\xi \geq \xi_s) \quad (11.47)$$

$$\chi = \left[(1 + \beta \theta) \frac{M_\infty}{M} \right]^{-1} \quad (11.48)$$

$$\tau = 0: \quad \eta = 1, \quad \theta = \theta_0 (\xi \leq (\xi_{s,0})); \quad \theta = 0 (\xi > \xi_{s,0}) \quad (11.49)$$

$$\xi = 0: \quad \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0 \quad (11.50)$$

$$\xi \rightarrow \infty: \theta \rightarrow 0, \eta \rightarrow 1 \quad (11.51)$$

$$\xi = \xi_s(\tau): \bar{\rho} L e \frac{d\xi_s}{d\tau} + (1 + \beta\theta)^s \frac{\partial \eta}{\partial \xi} = 0 \quad (11.52)$$

$$1 - \eta = \frac{M_F}{M} \exp \frac{\bar{L}(\theta - \theta_b)}{(1 + \beta\theta)(1 + \beta\theta_b)} \quad (11.53)$$

$$a_i \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = \frac{\phi}{\beta} \frac{\partial \xi_s}{\partial \tau} + \frac{\bar{c}}{\rho} (1 + \beta\theta)^s \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \quad (11.54)$$

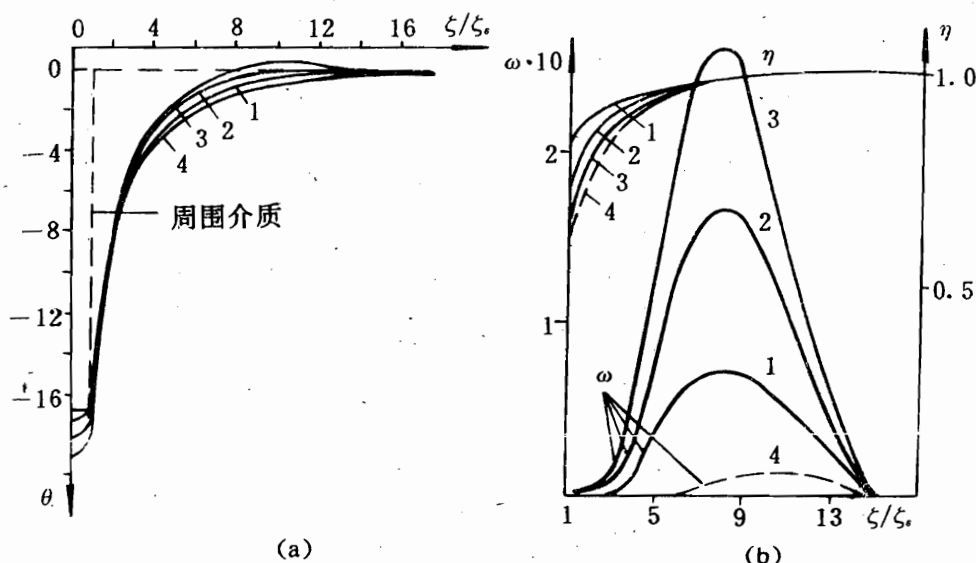


图 11.2 蒸发工况时的非定常温度场、浓度场和热量释放速度场

$$\delta/\delta_c = 0.97, \quad \bar{c} = 0.5, \quad \phi = 0.36, \quad \bar{\rho} = 10^3, \quad M = 0.39,$$

$$L_s = 1.0, \quad \theta_0 = -1.91, \quad \gamma = 3 \cdot 10^{-3}, \quad \beta = 0.03, \quad \theta_b = -14,$$

$$\bar{L} = 0.2$$

应用数值积分方法对方程(11.45)-(11.54)求解,可求得 θ 和 ω 随时间和距离的变化关系。 $\omega = \delta X(1 - \eta) \exp[\theta/(1 + \beta\theta)]$ 系无量纲热量释放速率。如果 θ 和 ω 值随时间不断增加,并且出现飞跃,就可以认为着火;如果 θ 和 ω 随时间的发展不出现飞跃,而是逐渐趋向于一个稳定值,那就是不着火。还能从中发现,临界条件与 δ 有关, δ 叫做 Frank-Kamenetski 参数。当 $\delta \geq \delta_c$ 时,亦即 $\Delta = \delta/\delta_c \geq$

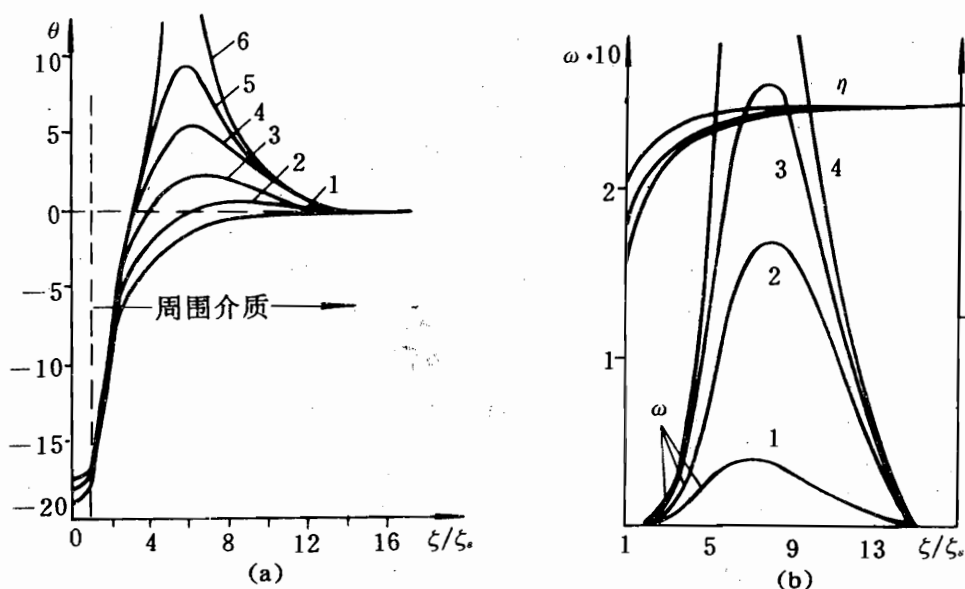


图 11.3 着火工况时的非定常温度场、浓度场和热量释放速度场

$\delta/\delta_c = 1.03$, a: $\tau = 24(1), 164(2), 196(3), 198(4), 199(5, 6)$; b: $\tau = 24(1), 164(2), 197(3), 199(4)$

1 时, 为着火工况, $\Delta = \delta/\delta_c < 1$ 时为蒸发工况。图 11.2 所示为在 $\Delta = 0.97$ 时得到的场中温度、浓度和放热速度的变化规律。由图可知, 尽管由于化学反应的作用, 在一段时间内场中的温度和热量释放速度有所升高, 并出现峰值, 但这升高的峰值又会迅速降低, 最终达到曲线 4 的状态, 和没有内热源时的平衡蒸发情况一样, 这是没有着火的状态。而当 $\Delta > 1$ 时, 从图 11.3 可以看到出现着火。

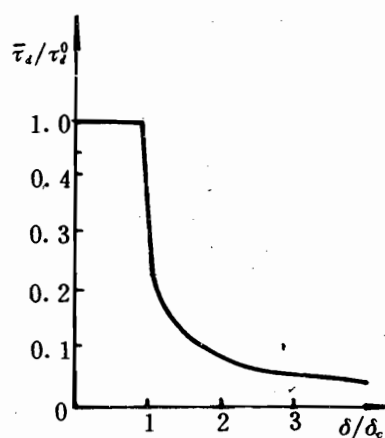


图 11.4 着火延滞期与 δ/δ_c 的关系

着火工况的空间——时间发展过程的特点是, 反应区的温度不断增加达到很高值, 着火发生在空间放热速率最大的地方。但数值

计算表明,着火的相对位置和 Δ 的关系不大,大约 $\xi=5-6$ 。但着火延滞期与 δ/δ_c 的关系很大。图 11.4 表示了这一情况。图中 τ_d^0 为 $\delta=0$ 时的液滴蒸发完时间。当 $\delta/\delta_c < 1$ 时, $\bar{\tau}_d$ 表示该时的液滴蒸发完时间,而当 $\delta/\delta_c > 1$ 时, $\bar{\tau}_d = \tau_{ign}$ 。

非定常理论的优点是可以了解着火的全过程和详细的细节。例如文献[22]基本上采用了以上同样的方法,但考虑了高压的影响和对流的影响,对偏二甲肼液滴在高温高压惰性介质中的着火情况进行了计算,得出了着火过程中气相浓度场、温度场和速度场的变化历程和相互关系,文献[23]用非定常理论研究了着火延滞期与滴径、环境温度和对流强度的关系,并与实验进行了比较,这些研究对深入了解着火机理是十分必要的。缺点是计算比较繁琐和冗长,暂时还不便于在工程中直接应用。

11.5 修正火焰表面理论

在经典的液滴扩散燃烧理论中,假定化学反应速率为无穷大,火焰锋可用一个几何表面来近似。因而这种理论的基本方程中不包含反应项,只涉及简单的线性微分方程,其解比较简单。但是又正由于这一理论没有考虑化学动力学因素,因而不能用于探讨着火/熄火特性。液滴的定常和非定常理论考虑了有限化学反应速率,但要求解非线性方程组,其解很麻烦,所需机时较长。文献[16, 17]提出了一种修正火焰表面理论,这种理论仍然沿用了燃烧还是集中在一个表面的假设,只是认为化学反应速率不是无穷大,而是以有限化学反应速率进行。在数学处理上则应用了 Dirac 的 δ 函数,这样就只需求解简单的线性方程。当化学反应速率改变时,就可出现纯蒸发、动力燃烧和扩散燃烧等各种状态。着火就是从动力燃烧向扩散燃烧转变,而熄火则由扩散燃烧向动力燃烧转变。

考虑一个燃料液滴在静止氧化剂环境中的着火/熄火问题。根

据球对称、定物性、 $Le=1$ 、等压场以及通常对液滴蒸发/燃烧所作的近似假定，并且只考虑定常状态，于是可以写出以下能量守恒方程和组分守恒方程：

$$\frac{d}{dr} \left(4\pi r^2 K \frac{dT}{dr} \right) - \dot{m} C_p \frac{dT}{dr} + 4\pi r^2 \dot{\omega}_F^* \Delta H = 0 \quad (11.55)$$

这里，
$$\dot{\omega}_F^* = k_0 \rho_F^{\nu_F + \nu_{O_2}} Y_F^{\nu_F} Y_{O_2}^{\nu_{O_2}} \exp(-E/RT)$$
$$= B Y_F^{\nu_F} Y_{O_2}^{\nu_{O_2}}$$

$$\frac{d}{dr} \left(4\pi r^2 \rho D \frac{dY_K}{dr} \right) - \dot{m} \frac{dY_K}{dr} - 4\pi r^2 i_k \dot{\omega}_F^* = 0 \quad (11.56)$$

这里， $K=F, O_2, P$; $i_k = \nu_k M_k / \nu_F M_F$

将(11.55)，(11.56)式化成无量纲形式，令 $\eta = r/r_s$ ， $b = r_s^2 B / \rho D$ ， $t = (T - T_\infty) / T'$ ， $T' = \Delta H / C_p$ ， $X_s = \dot{m} C_p / 4\pi r_s K = \dot{m} C_p / 4\pi \rho D r_s$ ，于是可写出

$$\frac{d}{d\eta} \left(\eta^2 \frac{dt}{d\eta} \right) - X_s \frac{dt}{d\eta} = -\eta^2 b Y_F^{\nu_F} Y_{O_2}^{\nu_{O_2}} \quad (11.57)$$

$$\frac{d}{d\eta} \left(\eta^2 \frac{dY_k}{d\eta} \right) - X_s \frac{dY_k}{d\eta} = i_k \eta^2 b Y_F^{\nu_F} Y_{O_2}^{\nu_{O_2}} \quad (11.58)$$

对方程(11.57)，(11.58)进行 Schwab-Zeldovich 转换，于是得到

$$i_{O_2} Y_F - Y_{O_2} = c_2 \exp(-X_s/\eta) - c_1/X_s \quad (11.59)$$

$$Y_F + t = f_2 \exp(-X_s/\eta) - f_1/X_s \quad (11.60)$$

c_1, c_2, f_1, f_2 为积分常数，可由以下边界条件确定：

$$\eta \rightarrow \infty: Y_F = 0, t = 0, Y_{O_2} = Y_{O_2,\infty} \quad (11.61)$$

$$\eta = \eta_s:$$

$$\left. \frac{dY_k}{d\eta} \right|_{\eta=1} = X_s Y_{k,s} |_{\eta=1}, K = O_2, P \quad (11.62)$$

$$\left. \frac{dY_F}{d\eta} \right|_{\eta=1} = X_s Y_{F,s} - X_s \quad (11.63)$$

$$\left. \frac{dt}{d\eta} \right|_{\eta=1} = L X_s / \Delta H \quad (11.64)$$

还有一个边界条件可由气—液界面上的相平衡条件求得

$$Y_{F,s} = \frac{M_F}{M} \exp \int_{T_s}^{T_b} - \frac{L}{RT^2} dT \quad (11.65)$$

将(11.60)式对 η 微分求导, 并由边界条件(11.63), (11.64)式可得

$$\begin{aligned} f_1 &= -(1 + t_s - L/\Delta H) X_s \\ f_2 &= (Y_{F,s} - 1 + L/\Delta H) e^{X_s} \end{aligned}$$

将 f_1, f_2 代回到(11.60)式, 可得

$$Y_F + t = (Y_{F,s} + L/\Delta H - 1) e^{X_s} e^{-X_s/\eta} + (1 + t_s - L/\Delta H) \quad (11.66)$$

同理可得

$$i_{ox} Y_F - Y_{ox} = i_{ox} - (Y_{ox,\infty} + i_{ox}) e^{-X_s/\eta} \quad (11.67)$$

由(11.66)式, 当 $\eta \rightarrow \infty$ 时, 得到蒸发速度的表达式

$$X_s = \ln \left(\frac{1 + t_s - L/\Delta H}{1 - Y_{F,s} - L/\Delta H} \right) \quad (11.68)$$

假设火焰锋出现在燃料和氧化剂的浓度为化学计算比的地方, 即

$$\left. \frac{Y_{ox}}{Y_F} \right|_{\eta^*} = \frac{v_{ox} M_{ox}}{v_F M_F} = i_{ox}$$

亦即

$$Y_{ox}^* = i_{ox} Y_F^* \quad (11.69)$$

将(11.69)式代入(11.67)式, 于是得到火焰锋的位置

$$\eta^* = X_s / \ln \left(\frac{Y_{ox,\infty} + i_{ox}}{i_{ox}} \right) \quad (11.70)$$

从现在起, 我们开始使用“修正火焰表面”这一概念。将方程(11.58)右边的非线性项用中心在火焰面上的 Dirac- δ 函数代替, 这时方程可以写成

$$\frac{d}{d\eta} \left(\eta^2 \frac{dY_F}{d\eta} \right) - X_s \frac{dY_F}{d\eta} = \eta^2 b Y_F^* Y_{ox}^* \delta(\eta - \eta^*) \quad (11.71)$$

由 δ 函数的性质可知, 上式右边仅在 $\eta = \eta^*$ 处才不为零, 因而

该项仅与火焰锋处的参数有关。将火焰锋处的参数值代入，得

$$\frac{d}{d\eta} \left(\eta^2 \frac{dY_F}{d\eta} \right) - X_s \frac{dY_F}{d\eta} = \eta^{*2} b^* i_{\omega F}^* Y_F^{*+v_{\omega}} \delta(\eta - \eta^*) \quad (11.72)$$

将上式从 $1 \rightarrow \eta (\eta < \eta^*)$ 积分，因为没有跨越火焰面，故上式右边为零，得到

$$\eta^2 \frac{dY_F}{d\eta} - \eta^2 \frac{dY_F}{d\eta} \Big|_{\eta=1} - X_s Y_F + X_s Y_{F,s} = 0$$

代入边界条件，然后再从 $1 \rightarrow \eta (\eta < \eta^*)$ 积分一次，这样就求得

$$Y_F = (Y_{F,s} - 1) e^{X_s} e^{-X_s/\eta} + 1 \quad (\eta < \eta^*) \quad (11.73)$$

将方程(11.72)从 $1 \rightarrow \eta (\eta > \eta^*)$ 积分，因为跨越了火焰面，即积分域包含了 δ 函数的中心，故右边项不为零，得出

$$\eta^2 \frac{dY_F}{d\eta} - X_s Y_F + X_s = \eta^{*2} b^* i_{\omega F}^* Y_F^{*+v_{\omega}}$$

记 $A = \eta^{*2} b^* i_{\omega F}^* Y_F^{*+v_{\omega}}$ ，代入上式，并对上式从 $\eta \rightarrow \infty (\eta > \eta^*)$ 再积分一次，得到

$$Y_F = 1 - \frac{A}{X_s} + \left(\frac{A}{X_s} - 1 \right) e^{-X_s/\eta}, \quad (\eta > \eta^*) \quad (11.74)$$

(11.73)和(11.74)式对于 $\eta \rightarrow \eta^*$ 时都是成立的，由 Y_F 的物理意义，我们知道 Y_F 在整个空间都是连续的，因而在火焰锋面两边通过 $\eta \rightarrow \eta^*$ 求得的 Y_F 应相等，并等于 Y_F^* 。由此条件我们得到下式

$$(Y_{F,s} - 1) e^{X_s} = A/X_s - 1 - A e^{X_s/\eta^*} / X_s$$

将其代回(11.73)，(11.74)式，即可得到

$$Y_F = \frac{A}{X_s} (1 - e^{X_s/\eta^*}) e^{-X_s/\eta} + 1 - e^{-X_s/\eta}, \quad \eta \leq \eta^* \quad (11.75)$$

$$Y_F = \frac{A}{X_s} (1 - e^{X_s/\eta}) e^{-X_s/\eta} + 1 - e^{-X_s/\eta}, \quad \eta > \eta^* \quad (11.76)$$

由(11.75)式, 令 $\eta = \eta^*$, 并将(11.70)式代入, 再令

$$\phi = \frac{X_S b^* i_{ox}'}{\ln^2 \left(\frac{Y_{ox,\infty} + i_{ox}}{i_{ox}} \right)} \left(\frac{Y_{ox,\infty}}{Y_{ox,\infty} + i_{ox}} \right)^{v_F + v_{ox}} \quad (11.77)$$

$$f = \frac{Y_{ox,\infty} + i_{ox}}{Y_{ox,\infty}} Y_F^* \quad (11.78)$$

于是得到下式

$$\phi f^{v_F + v_{ox}} + f - 1 = 0 \quad (11.79)$$

在(11.75)式中, 令 $\eta = 1$, 并将(11.77), (11.78)式代入, 于是得

$$Y_{F,S} = 1 - e^{-X_S} - (1 - f)e^{-X_S} \frac{Y_{ox,\infty}}{i_{ox}} \quad (11.80)$$

将(11.80)式代入(11.68)式, 得到

$$X_S = \ln \left[\frac{\frac{Y_{ox,\infty}}{i_{ox}} (1 - f) + L/\Delta H - t_s}{L/\Delta H} \right] \quad (11.81)$$

现在来对(11.81)式稍加讨论。

当 $b^* \rightarrow 0$ 时, 这时由(11.70)式, $\phi = 0$, 由(11.79)式, $f = 1$, 因而(11.81)式变成

$$X_S = \ln \left[1 + \frac{c_p(T_\infty - T_s)}{L} \right] \quad (11.82)$$

这就相当于纯蒸发状态, 而这是 $b^* = 0$ 的必然结果。

当 $b^* \rightarrow \infty$ 时, 由(11.79)式, $f \rightarrow 0$, 因而(11.81)式变成

$$X_S = \ln \left[\frac{L + c_p(T_\infty - T_s) + Y_{ox,\infty} \Delta H / i_{ox}}{L} \right] \quad (11.83)$$

这就相当于纯粹的扩散燃烧状态, 也就是无条件着火状态。

以上是两种极限情况, 而最一般的情况下为

$$0 < b^* < \infty$$

$$1 > f > 0$$

这时由(11.79)式解得

$$\phi = (1 - f)/f^{\nu_F + \nu_{O_2}}$$

将上式以及(11.81)式代入(11.77)式, 就得到

$$\frac{1 - f}{f^{\nu_F + \nu_{O_2}}} = \ln \left[\frac{Y_{O_2, \infty}(1 - f) + L/\Delta H - t_s}{L/\Delta H} \right] \frac{b^* \left(\frac{Y_{O_2, \infty}}{Y_{O_2, \infty} + 1} \right)^2}{\ln^2(1 + Y_{O_2, \infty})}$$

对上式应用牛顿迭代法, 可以求得不同 b^* 值情况下的 f 值, 然后将 f 值分别代入(11.70), (11.78)和(11.81)式, 求出 η^* , Y_F^* 和 X_S 值, 再将这些值代入(11.66), (11.73)和(11.74)式, 就得到在不同条件下场中浓度和温度的解, 同样亦可求得 T^* 和 Y_F^* 值随 T_∞ 和 $Y_{O_2, \infty}$ 的变化图形, 根据这些图形就可判断系统的着火/熄火与否。

图 11.5 给出了不同反应速率下燃料蒸汽和氧浓度的空间分布。从图可知, 当 $b^* = 0$ 时, Y_F 要到无穷远处才趋向于零, 这是纯蒸发的情况。当 b^* 很大, 例如 $b^* = 10$ 时, 燃料蒸汽的浓度迅速下降, 在 $\eta = 9.5$ 处趋近于零, 这就是火焰锋表面, 在火焰锋外面几乎不存在燃料, 而在火焰锋内部, 几乎不存在氧化剂, 这显然已是燃烧状态。

图 11.6 给出了不同反应速率下无量纲温

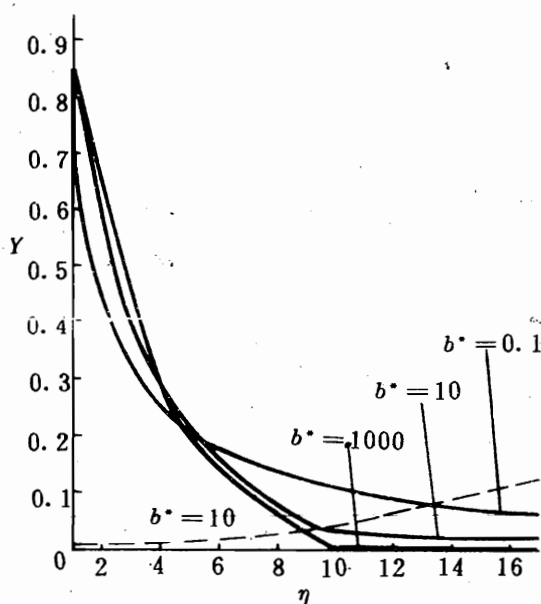


图 11.5 不同反应速率下燃料蒸汽和氧化剂浓度的空间分布

($Y_{O_2, \infty} = 0.25$, $L/\Delta H = 1.59 \text{ J/g} \cdot \text{K}$,
 $\Delta H = 28030 \text{ J/g}$, $t_s = -0.07$, $Y_F =$,
 $Y_{O_2} \dots \dots$)

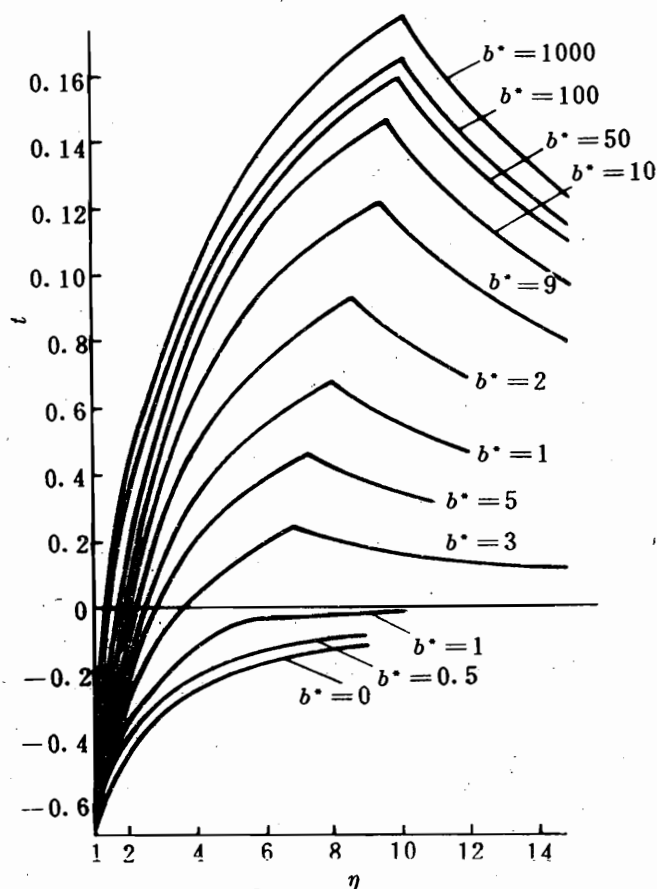


图 11.6 不同反应速率下无量纲温度 t 的空间分布(同图 11.5)

度 t 的空间分布。由图可知，当 $b^* = 0$ 时，边界层中的温度是单调上升的，在无穷远处达到环境温度。这时液滴蒸发所需的热量完全由环境供给。但当 b^* 增加到某一值，例如 $b^* = 0.3$ 时，流场中就出现峰值，这时液滴就不再从环境接受热量，反而还可向环境释放热量，于是我们就可认为出现温度峰值的临界条件就是着火的临界条件。

图 11.7 表示了 b^* 对无量纲蒸发速率的影响。从图中可清楚地看到，当 $b^* \rightarrow 0$ 和 $b^* \rightarrow \infty$ 时， X_s 趋近于常数。当 $b^* = 10$ 时， X_s 达到其最大值的 92.95%，当 $b^* = 50$ 时， X_s 达到其最大值的 96.84%。这就是说，对于适当大的反应速率，所得的结果就与扩

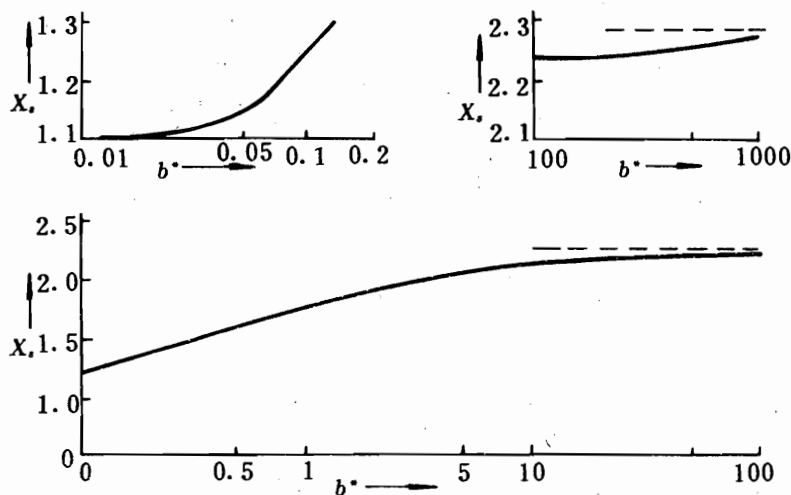


图 11.7 不同反应速率对无量纲蒸发速度的影响(同图 11.5)

散燃烧时的结果很接近了。所以经典的几何表面火焰锋理论对于以比较大的化学反应速率进行的液滴定常燃烧是很好的近似。

图 11.8 表示了火焰锋处的燃料蒸汽浓度随环境温度的变化。先看 $b_i = K_0 r_s^2 / D = 10^4$ 的情况。当环境温度较低时, Y_f^* 几乎保持不变, 其值非常接近于其最大值, 即定常蒸发时的值, 这时主要是动力学控制。但当环境温度增高到

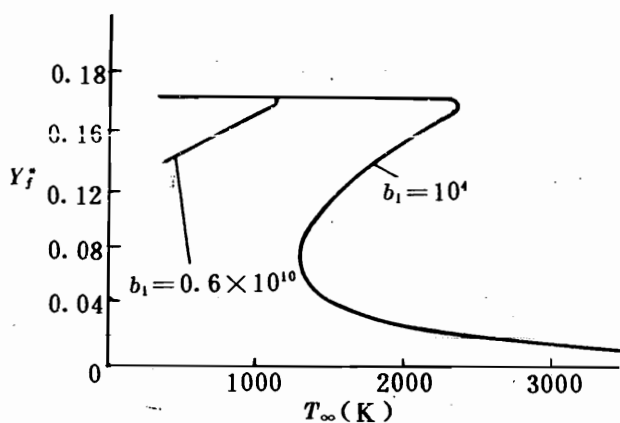


图 11.8 火焰锋处的燃料浓度随环境温度的变化 ($T_s = 2520\text{K}$, $(Y_{ox,\infty} = 0.23, T_s = 352\text{K}, L/\Delta H = 0.0356, \Delta H/c_p = 1.76 \times 10^4\text{K}, \nu_{ox} = 1, i_{ox} = 1)$)

2400K 时, Y_F^* 突然从上枝跳到下枝, 浓度值急剧降低, 这表明燃料蒸汽开始着火燃烧, 这时就变成扩散控制。当着火燃烧以后, 再降低 T_∞ 温度, Y_F^* 逐渐增加, 说明燃烧不完全度增加, 但当降到

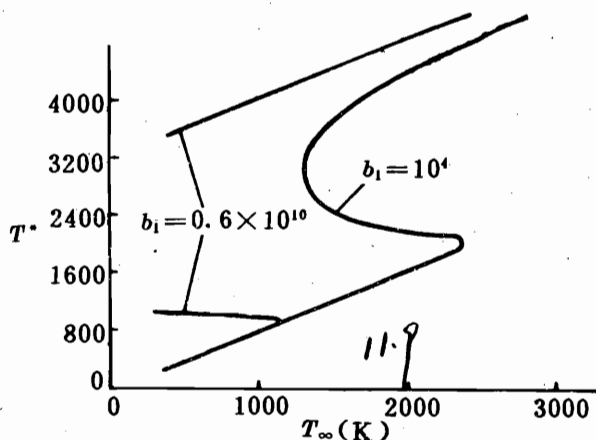


图 11.9 火焰锋处的温度随环境温度的变化(同图 11.8)

2400K 时, 液滴并不熄火, 直至 T_∞ 降到 ~ 1300 K 时, Y_F^* 突然经历一个不连续的增加过程, 系统由扩散控制重又变成动力控制, 因而 $T_\infty = 2400$ K 和 1300K 时, 相应为这个系统的着火点和熄火点。当 $b_1 = 0.6 \times 10^{10}$ 时, 燃料的反应活性增加, 因而当 $T_\infty = 1100$ K 时就达到着火点, 熄火点则降到很低的温度。这说明, 对于活性大的燃料, 一旦着火以后, 单纯用降低环境温度的方法, 很难有效地使其熄火。

图 11.9 表示了火焰锋温度 T^* 随环境温度的变化, 曲线亦表示了同样的规律。

修正火焰表面理论的优点是, 着火/熄火的物理概念清晰, 由于只需求解代数方程, 故计算速度较定常理论和非定常理论要快得多。缺点是不能给出着火延滞期。同时, 由于修正火焰表面理论虽然考虑了有限化学反应动力学, 但由于仍然假定反应集中在某一几何表面, 而在着火点附近, 反应受动力学控制, 这时反应速率在空间的分布比较延伸, 采用反应集中在某一几何表面的假定必然会带来误差。因而这个理论对熄火点的计算比较精确, 对着火点的计算误差较大。

11.6 奇异摄动理论

奇异摄动理论是应用数学的一个分枝,它是研究比较复杂的数学物理问题的有力工具。70年代以来,奇异摄动理论的方法开始进入燃烧科学领域,主要用于研究层流火焰、着火和熄火、稳定性等现象,并且出现了相应的专著^[24-25]。文献[26]中也大量应用了奇异摄动理论。有关应用奇异摄动理论研究液滴着火/熄火的文献亦很多,这里我们将主要介绍文献[20]提出的理论。

考虑一个燃料液滴在对流氧化剂环境中的情况。假定液滴的瞬时温度、半径分别为 T_s 和 r_s , 介质参数为 r_∞ , T_∞ , P_∞ , $Y_{ox,\infty}$ 和 $Y_{F,\infty}$ 。带“,”和不带“,”的量分别表示有量纲量和无量纲量。燃烧为一级不可逆反应。

采用对液滴蒸发/燃烧通常所作的简化假定,认为物性为常数, $Le=1$, 可以写出以下定常、球对称的无量纲组分和能量守恒方程

$$\mathcal{L}\{Y_{ox}/i_{ox}\} = \mathcal{L}\{Y_F\} = -\mathcal{L}\{T\} = \omega \quad (11.84)$$

这里,算子 $\mathcal{L}$, 反应速率 ω 和质量蒸发速度 m 分别为

$$\mathcal{L} = \frac{m}{r^2} \frac{d}{dr} - \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d}{dr} \right) \quad (11.85)$$

$$\omega = -D(Y_{ox}Y_F/T^2)\exp(-T_s/T) \quad (11.86)$$

$$m = (\rho'v'r'^2)/(r_s k'/C_r) \quad (11.87)$$

式中 $T_s = E'/R_s$, $T = c_r T'/\Delta H'$, $r = r'/r_s$, 而

$$D = \left(\frac{v_F K_0' C_r'}{K' M_0'} \right) \left(\frac{r_s p_\infty' C_r' \bar{M}'}{R_s \Delta H'} \right)^2 \quad (11.88)$$

边界条件

$$r = r_\infty: Y_{ox} = Y_{ox,\infty} \quad (11.89)$$

$$Y_F = Y_{F,\infty} \quad (11.90)$$

$$T = T_\infty \quad (11.91)$$

$$r = 1: \quad dY_{oz}/dr = mY_{oz} \quad (11.92)$$

$$dY_F/dr = -m(1 - Y_F) \quad (11.93)$$

$$dT/dr = mL \quad (11.94)$$

$$T = T_s \quad (11.95)$$

上式中的 $L = L'/\Delta H'$ 为有效蒸发潜热, 它包括实际蒸发潜热和传入液滴内部加热液滴的热量。方程(11.89)–(11.95)共 7 个边界条件, 可解出方程(11.84)给出的三个二阶微分方程和一个质量蒸发速度 m 。

为便于随后的计算和分析, 可对方程(11.84)进行坐标变换, 令

$$x = [b - \exp(-m/r)]/a \quad (11.96)$$

$$\text{式中} \quad a = \exp(-m/r_\infty) - \exp(-m)$$

$$b = \exp(-m/r_\infty)$$

利用这种变换可以消去对流项和使计算边界变成 $[0-1]$ 。

进一步利用 Shvab-Zeldovich 转换, 就可得到组元浓度的显表式。因而最终需要解的方程为

$$\frac{d^2 T}{dx^2} = - \left\{ \frac{DY_{oz}Y_F}{T^2} \right\} \left\{ \frac{a^2 m^2}{(b - ax)^2 [\ln(b - ax)]^4} \right\} \exp(-T_s/T) \quad (11.97)$$

$$\text{边界条件为} \quad x = 0, \quad T = T_\infty \quad (11.98)$$

$$x = 1, \quad T = T_s \quad (11.99)$$

$$dT/dx = -aL \exp(m) \quad (11.100)$$

$$\text{还有} \quad \frac{Y_{oz}}{i_{oz}} = - \left(\frac{a}{b} \right) \left(\frac{Y_{oz,\infty}}{i_{oz}} + \beta \right) x + \left(\frac{Y_{oz,\infty}}{i_{oz}} + T_\infty \right) - T \quad (11.101)$$

$$Y_F = \left(\frac{a}{b} \right) (1 - Y_{F,\infty} - \beta)x + (Y_{F,\infty} + T_\infty) - T \quad (11.102)$$

$$\text{式中} \quad \beta = T_\infty - T_s + L \quad (11.103)$$

当反应活化能为无穷大, 即 $T_a \rightarrow \infty$ 时, 流场是完全冻结的。这时由方程(11.97)–(11.99)可得

$$T_f = T_\infty - (\beta - L)x \quad (11.104)$$

再应用方程(11.100), 可得零级蒸发速率为

$$m_F = \left\{ \ln \frac{\beta}{L} \right\} / \left\{ 1 - \frac{1}{r_\infty} \right\} \quad (11.105)$$

对于 T_a 很大, 但为有限值的情况, 预期化学反应会在热环境附近, 位于 r_∞ 处发生。这时的流场可以认为是由两部分组成, 即靠近环境介质的内部扩散—反应区和外部的纯扩散区。

因此, 在外部冻结流动区, 温度分布仍然与 x 成线性关系, 与方程(11.104)的冻结解差一摄动值

$$T_{out} = T_\infty - (\beta - L)x + \varepsilon C(1 - x) + O(\varepsilon^2) \quad (11.106)$$

式中 $\varepsilon = T_\infty^2 / T_a$ 为展开小参数。方程(11.106)满足液滴表面的边界条件, 即满足方程(11.99)。常数 C 可根据与内区的匹配条件确定。

内区的解与冻结解亦差一个小量 $\varepsilon\theta(\chi)$, $\theta(\chi) = O(1)$, 于是

$$T_{in} = T_\infty + \varepsilon\{\theta(\chi) - \beta\chi\} + O(\varepsilon^2) \quad (11.107)$$

式中, χ 为内区的伸展变量

$$\chi = \frac{(\beta - L)}{\varepsilon\beta} x$$

将方程(11.107)代入方程(11.97), 并利用方程(11.101), (11.102), 得出

$$\frac{d^2\theta}{d\chi^2} = -\Delta(\gamma + \chi - \theta)\exp(\theta - \beta\chi) \quad (11.108)$$

式中

$$\Delta = \frac{\varepsilon^2 DY_{\infty, \infty}}{T_\infty^2} \frac{r_\infty^2 (r_\infty - 1)^2}{\{\ln(\beta/L)\}^2} \exp\left(-\frac{T_a}{T_\infty}\right) \quad (11.109)$$

为 Damköhler 数, $\gamma = Y_{F, \infty} / \varepsilon$ 。在推导方程时, 假定 $Y_{\infty, \infty} = O(1)$ 。

解方程(11.108)的边界条件之一为

$$\theta(0) = 0 \quad (11.110)$$

第二个边界条件可通过与外区解的匹配来求, 即

$$\lim_{x \rightarrow \infty} T_{\infty} + \varepsilon\{\theta(x) - \beta x\} = \lim_{x \rightarrow \infty} T_{\infty} - (\beta - L)x + \varepsilon C(1 - x) \quad (11.111)$$

得出

$$\left(\frac{d\theta}{dx}\right)_{\infty} = 0 \quad (11.112)$$

和

$$\theta(\infty) = C \quad (11.113)$$

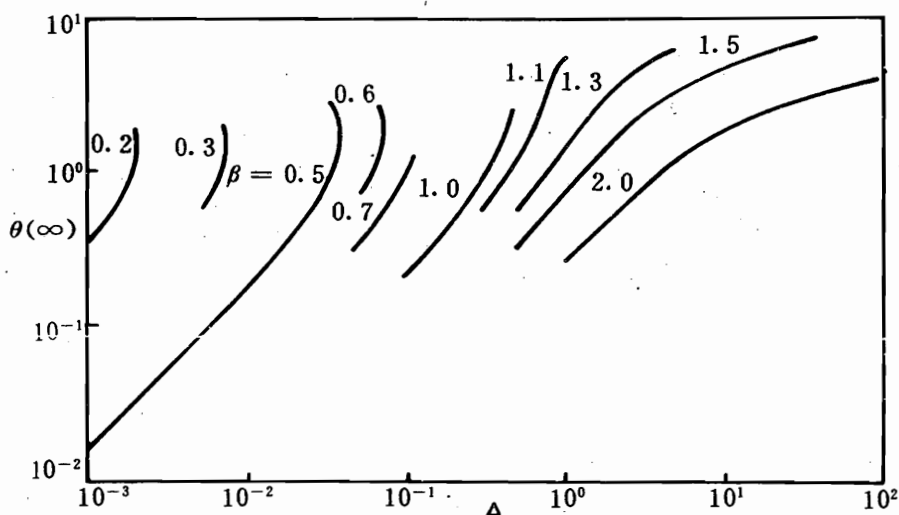


图 11.10 由于化学反应所引起的温度扰动 $\theta(\infty)$ 随 Damkohler 数 Δ 和传热数 β 的变化 ($\gamma=0$)

方程(11.108), (11.110), (11.111), 可通过数值积分求解, 从而得出温度扰动 $\theta(\infty)$ 和 Δ 之间的关系。图 11.10 给出了燃料浓度参数 $\gamma=Y_{F\infty}/\varepsilon=0$ 时, 由于化学反应所引起的温度扰动 $\theta(\infty)$ 随 Damkohler 数 Δ 和传热数 β 的变化曲线。从图可知, 存在两类曲线, 当 $\beta \leq 1$ 时, 得到 S 形的着火/熄火曲线, 由曲线的垂直切线就可求得临界着火时的临界 Damkohler 数 Δ_c 。当 $\beta > 1$ 时, 曲线为

单值, 这时显示不出着火/熄火特性, 但这时的 β 值已超出我们感兴趣的范围, C. K. Law 在很宽的范围内计算了 Δ_i 与 β 的关系, 并用以下近似式表示

$$\Delta_i = \frac{3.6}{(\gamma + 8)^{1.27}} \beta^{f(\gamma)} \quad (11.114)$$

式中
$$f(\gamma) = \frac{16}{(\gamma + 32)^{0.8}} + 2 \quad (11.115)$$

当 $0 \leq \gamma \leq 1000$ 和 $0.02 \leq \beta \leq 0.2$ 时, 上式计算的误差不会超过 20%。当对液雾中每一液滴的具体条件, 用 (11.109) 式计算所得的 Δ 值大于 Δ_i 时, 即可认为该液滴已经着火; 可按燃烧工况计算该液滴的蒸发速度。文献 [3] 提出的液雾燃烧模型中就应用了上述着火准则, 这是目前看到的所有液雾燃烧模型中唯一包含着火模型的燃烧过程综合模型。应用类似的方法亦可推导出液滴的熄火准则^[27, 28]。但正如前面已经提到, 这种模型的误差还比较大, 而且没有考虑高压的影响和自燃推进剂, 故真正要在液体火箭发动机燃烧模型中广泛应用, 还需要作大量工作。

参考文献

- [1] В. Г. Тихомиров: Горение двухфазных систем, ИЗД. АН СССР, 1958
- [2] 周力行. 燃烧理论与化学流体力学. 科学出版社
- [3] A. J. Yule and R. Bolado. Fuel spray Burning Region and Initial conditions, Combustion and Flame. Vol. 55. 1984
- [4] T. Jiang and W. J. Hsu. Comparison of Droplet Combustion Models in Spray Combustion. AIAA-91-2203
- [5] R. Goulard. Combustion Measurements. Academic Press, 1976. New York
- [6] 庄逢辰, 陈新华. OTTO—I 燃料液滴的着火简化模型和数值算法. 工程热物理学报第二卷, 第二期. 1981 年
- [7] 庄逢辰, 钟良生. 液体单元推进剂着火临界条件计算理论. 论文报告 78-103. 长沙工学院

- [8] Л. А. Клячко. К Теории нижнего предела распространения пламени в ДВУХФазной смеси, Третье Всесоюзное совещание по Теории горения. Том I, Ансскр, 1960
- [9] D. B. Spalding. The combustion of Liquid Fuels. Fourth Symposium on Combustion, pp. 847. 1952
- [10] 庄逢辰, 周进. 偏二甲肼液滴着火计算的稳态理论. 工程热物理学报, Vol. 4, No. 1. 1983
- [11] C. E. Polymeropoulos and R. L. Peskin. Ignition and Extinction of Liquid Fuel Drops — Numerical Computation. Combustion and Flame, Vol. 13, No. 2. 1969
- [12] 庄逢辰, 刘孝弟. 液体单元推进剂滴的高温高压非定常分解燃烧理论. 航空学报, Vol. 6, No. 5. 1985
- [13] 庄逢辰, 周进. 液体单元推进剂滴分解燃烧的着火过程研究. 国防科大论文报告 84—1014
- [14] Ю. М. Григорьев. К Теории исиарення и Воспламенения капли Взрывчатото Вещества, фГВ, 1968. No. 4
- [15] 庄逢辰, 周进. 液体单元推进剂滴分解燃烧的着火过程研究——非定常数值计算模型. 湖南科技大学学报, Vol. 1, No. 1. 1985
- [16] R. L. Peskin and H. Wise. A Teoroy for Ignition and Deflagration of Fuel Drops. AIAA. J. Vol. 4, No. 9. 1966
- [17] R. L. Peskin, et al. Results from a Theoretical study of Fuel Drop Ignition and Extinction. AIAA. J. Vol. 5, No. 12. 1967
- [18] C. K. Law. Asymptotic Theory for Ignition and Extinction in Droplet Burning, Combustion and Flame. 24, 89-98(1975)
- [19] A. Linan. Monopropellant Droplet Decomposition for Large Activation Energies. Acta Astronautica, Vol. 2, pp. 1009-1029, 1975
- [20] C. K. Law and S. H. Chung. An Ignition Criterion for Droplets in Sprays. Combustion Science and Technology, 1980. Vol. 22. pp. 17-26
- [21] 庄逢辰, 周进. 奇异摄动理论处理液滴在对流介质中的近着火问题. 高等学校工程物理第一届全国学术会议论文集, 1983
- [22] 庄逢辰, 刘孝弟. 液体单元推进剂滴的高温高压非定常分解燃烧及着

火理论研究. 国防科大论文报告 84—1013

- [23] 胡小平, 钟良生, 庄逢辰. 自燃推进剂液滴在惰性高温环境中的分解燃烧. 高等学校工程热物理第二届全国学术会议论文集, 1986 年 10 月. 武汉
- [24] J. D. Buckmaster. The Mathematics of Combustion. SIAM, Philadelphia. 1985
- [25] J. D. Buckmaster, G. S. S. Ladford. Theory of Laminar Flame. Cambridge University Press, 1982
- [26] 庄逢辰, 杨本廉译. 燃烧理论. 科学出版社, 1991
- [27] X. Wu, C. K. Law and A. C. Fernandez-Pello. A Unified Criterion for the Convective Extinction of Fuel Particles. Combustion and Flame. 44, 113-124(1982)
- [28] C. K. Law. Recent Advances in Droplet Vaporization and Combustion. Prog. Energy Combustion Science, Vol. 8. pp. 171-201. (1982)

第十二章 液滴群燃烧理论

12.1 引言

在现有液体火箭发动机喷雾燃烧模型中,都假定液雾蒸发/燃烧速率即等于各单个液滴的蒸发/燃烧速率之和,因而研究液雾蒸发/燃烧的总特性就可简化为研究单个液滴的蒸发/燃烧特性,但事实上只有对于稀薄喷雾这种假定才是合理的。然而在实际的喷雾燃烧装置中,完全的稀薄喷雾是极少的,通常的喷雾流场至少可以分成三个不同的区域,即雾化核心区、稠密液雾区和稀薄液雾区。特别是在液体火箭发动机中,由于喷注器面积通常与燃烧室流通面积相同,推进剂流量又很大,因此在喷注面附近往往形成很稠密的液雾。大量的实验观察都表明,在由大量液滴组成的喷雾当中,由于液滴之间、液滴与气相之间的相互影响,液滴的行为与稀薄喷雾条件下单个液滴的行为有重要差别。例如,文献[1, 2]对高压环境下非稀薄喷雾燃烧进行了照像观察,发现单个液滴周围并不存在包复火焰,而是在整个喷雾周围形成一个总的火焰,文献[3]对三个水平排列的挂滴的燃烧速率进行了测量,发现这时液滴的燃烧速率要比液滴单独存在时的小得多,而且随着液滴间距离的减小而减小。因此对于喷雾燃烧深入和系统的了解,不仅需要有关单滴蒸发和燃烧方面的知识,而且需要掌握在非稀薄喷雾条件下,液滴群体行为对喷雾燃烧的影响。

喷雾当中液滴的燃烧与单个孤立液滴燃烧最主要的区别就在于喷雾是由大量的液滴组成,在液滴的运动、蒸发和燃烧过程中,液滴与液滴之间、液滴与气相之间都存在着强烈的相互作用。液

滴之间可能因为碰撞而发生聚合或破碎, 液滴的蒸发和燃烧能导致气相参数的迅速变化, 反过来又影响液滴的蒸发和燃烧。由于实际喷雾燃烧的复杂性, 目前要完全模拟喷雾燃烧中的所有基本过程是不可能的。有关这方面的研究, 现在主要是从以下两方面进行的。一是详细研究多滴情况下, 液滴周围流场畸变和燃烧(蒸发)速率的变化。由于数学处理上的困难, 这一研究现在只限于少数几个液滴在特殊几何分布条件下的情况^[2, 4-6]。二是研究由大量液滴组成的液雾或液滴群的燃烧与蒸发。在方法上, 抛开对液滴周围流场的详细分析, 把液滴看成是均匀分布在液雾空间中的能量源(或能量汇, 对应于纯蒸发的情况)和质量源。通过分析液雾中较液滴尺寸更大尺度上的能量和质量输运来研究液雾的燃烧和蒸发过程^[7-11]。从实用的角度来看, 目前似乎第二个方面的研究更有发展前途。

Chiu 及其同事最早提出了所谓“液滴群燃烧”(Group Combustion)的概念, 并引进一个群燃烧数 G 来度量液滴群中气液两相之间相互作用的程度。他们的研究指出, 相应于不同的群燃烧数存在着几种不同的液滴群燃烧模式。

12.2 群燃烧数及液滴群燃烧的几种模式

12.2.1 群燃烧数 G

为了衡量液滴群燃烧时气液两相之间相互作用的程度, Chiu (1971) 引进了一个群燃烧数 G , 其定义为气液两相热输运与气相热输运之比,

$$G = \frac{n(1 + 0.276Re^{1/2}Sc^{1/3})}{\rho D} \frac{4\pi K r_l R_b^2}{C_p} \quad (12.1a)$$

或

$$G = 3(1 + 0.276Re^{1/2}Sc^{1/3})LeN^{2/3} \left(\frac{r_l}{d} \right) \quad (12.1b)$$

式中 R_b 是液滴群半径, ρ , D , K 和 C , 是气相的密度, 扩散系数、导热系数和比热, N 和 n 分别是液滴群总液滴数和液滴数密度, r_i 为液滴半径, d 为液滴间距, Re 、 Sc 和 Le 分别为雷诺数、斯密特数和刘易斯数。

群燃烧数 G 反映了液滴群燃烧时, 气液两相之间相互作用的程度。 G 愈大两相之间的相互作用就愈强。由(12.1)式可以看出液滴群愈稠密, 液滴尺寸愈大, 则 G 愈大。

12.2.2 液滴群燃烧的几种模式

理论分析和实验观察都指出, 在实际喷雾燃烧当中, 存在着

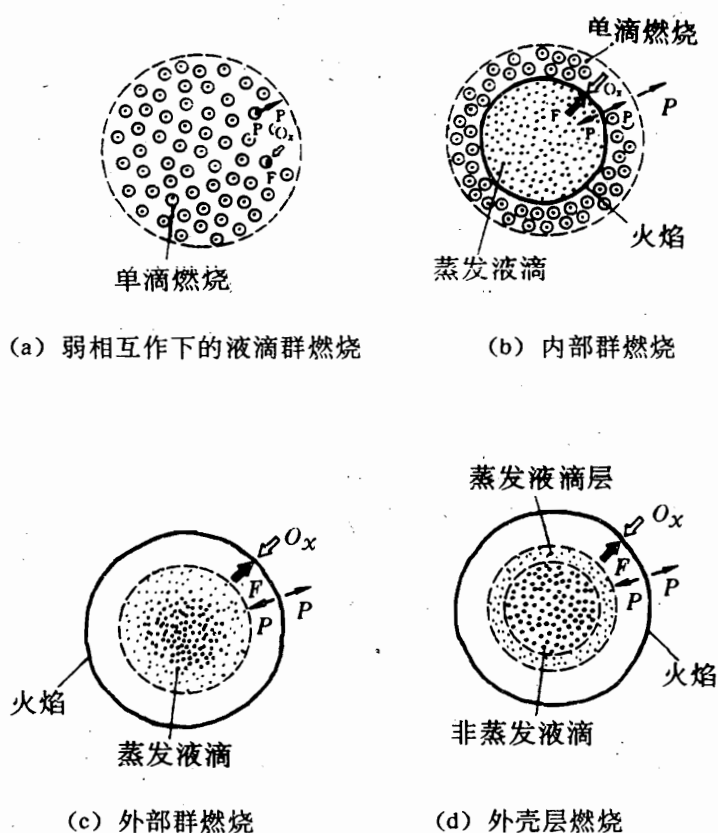


图 12.1 几种不同的液滴群燃烧模式

几种不同的液滴群燃烧模式，它们分别相应于不同的液滴群燃烧数范围，这几种不同的燃烧模式可能同时存在于实际喷雾燃烧中，并可在一定条件下相互转化。图 12.1 给出了在不同 G 的条件下，几种可能的液滴群燃烧模式。

对于比较稀薄的液体喷雾，相应的群燃烧数 $G \ll 1$ 。这时液滴间距离远远大于液滴尺寸本身，液滴群中液滴的蒸发和燃烧对于气相参数影响不大，每个液滴都在其单独的火焰包围下进行燃烧，相应的液滴群燃烧模式如图 12.1a 所示，并称为弱相互作用下的液滴群燃烧。

随着群燃烧数 G 的增大（如液滴数密度增加），气液两相之间相互作用加强，液滴群中大量液滴的蒸发和燃烧将导致液滴群内，尤其是液滴群中心气相成份和温度的明显变化。Chiu 等人的分析指出，当 $10^{-2} < G < 1$ 时，液滴群燃烧为图 12.1b 所示的“内部群燃烧”模式。这时整个液滴群被一个扩散火焰分为中心预热区和外部燃烧区。在预热区由于相对较低的温度和缺氧环境，液滴处于纯蒸发状态，蒸发出来的燃料蒸气在向外扩散中与向内扩散的氧混合后燃烧，并形成包围多液滴的主火焰。而在主火焰外部的燃烧区，由于相对较高的温度和氧浓度，液滴仍然在其单独的火焰包围下进行燃烧。

对于 $G > 1$ 的更稠密液滴群，大量液滴的迅速蒸发将阻止氧向液滴群中的扩散，从而阻止任何单个液滴的燃烧，这时整个液滴群中的液滴都处于纯蒸发状态，蒸发出来的燃料蒸气在扩散到离液滴群一定距离处与氧混合燃烧，并形成总的包围火焰，其燃烧模式如图 12.1c 所示。这种液滴群燃烧模式被称为“外部群燃烧”。

随着 G 进一步增大，在液滴群内部由于蒸发所产生的高燃料蒸气浓度将使得液滴群内部达到饱和状态，液滴停止蒸发。Chiu 等人的研究表明，当 $G > 10^2$ 时，液滴的蒸发实际上只发生在液滴

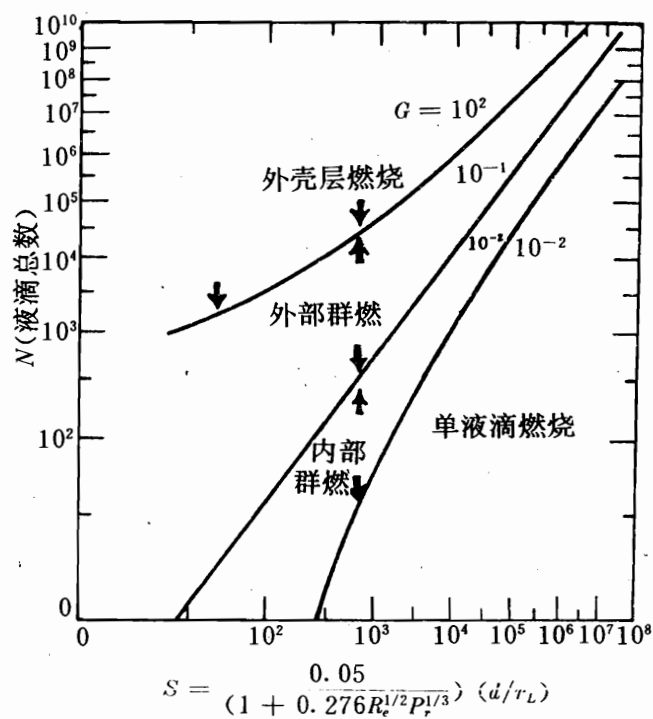


图 12.2 不同液滴群燃烧模式的相应区域

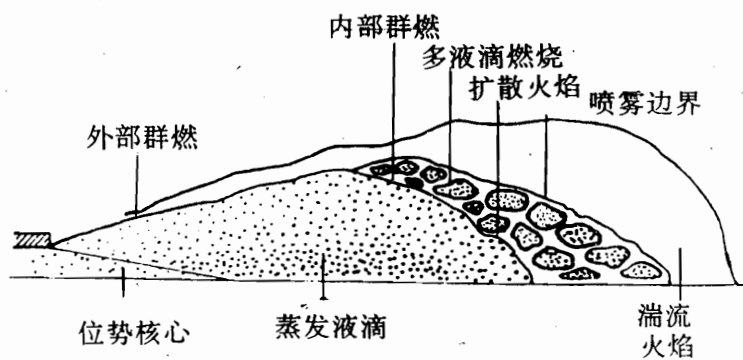


图 12.3 喷雾燃烧流场示意图

群外边缘处一个很薄的薄层中, 这个薄的液滴蒸发层将随着燃烧的进行逐渐向中心传播, 相应的燃烧模式如图 12. 1d 所示, 并被称为“外壳层燃烧”。

Chiu 及其同事通过分析进一步给出了如图 12. 2 所示的不同液滴群燃烧模式所对应的群燃烧数 G 的区域。图中纵坐标 N 是总的液滴数, 横坐标 S 是无量纲液滴间距。同时他们还把实际的喷雾燃烧流场划分为如图 12. 3 所示的几个不同区域。在喷嘴出口附近的喷雾中心是一个位势流核心区, 外边是液滴蒸发及外部群燃烧火焰, 喷雾下游是多液滴内部群燃烧和气相湍流火焰区。

12. 3 H. H. Chiu 液滴群燃烧模型

12. 3. 1 液滴群燃烧的积分理论

Chiu(1977)所提出的液滴群燃烧积分理论是最早提出的液滴群燃烧理论模型之一。该理论考查了静止环境中球形液滴群在强相互作用和弱相互作用情况下的燃烧特性, 给出了液滴群总燃烧速率的积分形式, 其结果是总燃烧速率被表示为液滴群边界上参数及其导数的函数。

1. 强相互作用下液滴群的燃烧

对于如图 12. 1c 所示的强相互作用下液滴群的外部群燃烧, 由于液滴群内部较低的温度和缺氧环境, 液滴处于纯蒸发状态, 蒸发所产生的燃料蒸气在扩散到液滴群外后, 再与外部环境中的氧发生反应, 形成一个包围整个液滴群的扩散火焰。在 Chiu 的模型中, 假定气相为准定常, 液滴被看成是连续分布在液滴群空间的燃料质量源和能量汇, 这样液滴群内气相守恒方程组可写成如下形式:

$$\nabla \cdot \rho \vec{u} = n\dot{m} \quad (12. 2)$$

$$\nabla \cdot \rho \vec{u} \alpha_f - \nabla \cdot \rho D \nabla \alpha_f = n\dot{m} \epsilon \quad (12. 3)$$

$$\nabla \cdot \rho \vec{u} \alpha_T - \nabla \cdot \rho D \nabla \alpha_T = n\dot{m} \gamma \quad (12. 4)$$

$$p = \rho RT (\sum Y_i / M_i) \quad (12.5)$$

其中 $\vec{u}$ 为速度矢量, α_f 和 α_T 分别为无量纲浓度和无量纲温度, 并且有

$$\begin{aligned} \alpha_f &= -Y_f / M_f v_f \\ \alpha_T &= C_p (T - T_b) / q \\ \varepsilon &= (M_f v_f)^{-1} \\ \gamma &= L / q \end{aligned}$$

液滴蒸发速率 $\dot{m}$ 仍采用单滴蒸发速率公式, 即

$$\dot{m} = \dot{m}_0 \xi \ln(1 + \alpha_T / \gamma) \quad (12.6)$$

其中
$$\dot{m}_0 = \frac{4\pi K r_w}{C_p} (1 + 0.276 Re^{1/2} Pr^{1/3})$$

$$\xi = r_l / r_w$$

用 γ 乘(12.2)式后再与(12.4)式相加得到

$$\nabla \cdot \bar{\Psi}_T = 0 \quad (12.7)$$

这里 $\bar{\Psi}_T$ 为总能量流矢量, 其定义为

$$\bar{\Psi}_T = \rho \vec{u} (\alpha_T + \gamma) - \rho D \nabla (\alpha_T + \gamma) \quad (12.8)$$

对于在等压的静止环境中蒸发的球对称液滴群, 其总能量流矢量 $\bar{\Psi}_T$ 将基本保持无旋, 即

$$\nabla \times \bar{\Psi}_T = 0 \quad (12.9)$$

$\bar{\Psi}_T$ 的通解由下式给出

$$\bar{\Psi}_T = \rho \vec{u} (\alpha_T + \gamma) - \rho D \nabla (\alpha_T + \gamma) = \nabla \Omega + \nabla \times \vec{v} \quad (12.10)$$

其中 Ω 和 $\vec{v}$ 分别是标量势函数和矢量势函数, 它们满足以下势方程:

$$\nabla^2 \Omega = 0 \quad (12.11)$$

$$\nabla \times \nabla \times \vec{v} = 0 \quad (12.12)$$

通常它们是由物理边界条件来决定。

用 $\alpha_T + \gamma$ 除(12.10)式, 并做散度运算后可得到

$$nm - \nabla \cdot \rho D \nabla \ln(1 + \alpha_T/\gamma) = \nabla \cdot \left[\frac{1}{\alpha_T + \gamma} (\nabla \Omega + \nabla \times \vec{v}) \right] \quad (12.13)$$

利用式(12.6)替换上式中的 $\ln(1 + \alpha_T/\gamma)$ ，并在整个液滴群空间 v_b 上积分后，可得到液滴群总燃烧速率的积分形式为

$$\begin{aligned} \dot{m}_b &= 4\pi R_b^2 \rho_b u_b = \iiint_{v_b} nm dv \\ &= \iint_{\Sigma_b} \rho D \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\dot{m}}{\dot{m}_0 \xi} \right) d\Sigma - \frac{1}{\gamma} \iint_{\Sigma_b} \exp \left(- \frac{\dot{m}}{\dot{m}_0 \xi} \right) \frac{\partial \Omega}{\partial n} d\Sigma \end{aligned} \quad (12.14)$$

其中 ρ_b 、 u_b 分别是液滴群边界 R_b 处的气相密度和速度， $\frac{\partial}{\partial n}$ 表示指向液滴群表面的法向导数， Σ_b 是液滴群边界面。

2. 弱相互作用下液滴群的燃烧

对于如图 12.1a 所示的弱相互作用下液滴群的燃烧，外界环境中的氧可以穿透整个液滴群而达到液滴群中心，这时液滴群内每一个液滴都在其单独火焰包围下蒸发和燃烧。同样的，如果把液滴看成是连续分布在液滴群空间的质量源和能量源，则液滴群内气相守恒方程组可写成：

$$\nabla \cdot \rho \vec{u} = nm \quad (12.15)$$

$$\nabla \cdot \rho \vec{u} \alpha_o - \nabla \cdot \rho D \nabla \alpha_o = \dot{\omega}''' \quad (12.16)$$

$$\nabla \cdot \rho \vec{u} \alpha_T - \nabla \cdot \rho D \nabla \alpha_T = -nm\gamma + \dot{\omega}''' \quad (12.17)$$

其中 α_o 为无量纲氧质量浓度 ($\alpha_o = Y_o/M_o v_o$)， $\dot{\omega}'''$ 是气相化学反应速率。

根据单滴燃烧理论，液滴的燃烧速率可由下式给出：

$$\dot{m} = \dot{m}_0 \xi \ln(1 + (\alpha_T - \alpha_o)/\gamma) \quad (12.18)$$

用 γ 乘(12.15)式，加(12.17)式，再减去(12.16)式后可得

$$\nabla \bar{\Psi}_{TW} = 0 \quad (12.19)$$

这是 $\bar{\Psi}_{TW}$ 为总能量流矢量，其定义为

$$\bar{\Psi}_{TW} = \rho \vec{u}(\alpha_T - \alpha_0 + \gamma) - \rho D \nabla(\alpha_T - \alpha_0 + \gamma) \quad (12.20)$$

利用类似于上一节中所用的方法,可以得到在弱相互作用下,液滴群总燃烧速率的积分形式为

$$\begin{aligned} \dot{m}_{bw} &= 4\pi R_b^2 \rho_a u_b = \iiint_{V_b} n \dot{m} dv \\ &= \iint_{\Sigma_b} \rho D \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\dot{m}}{m_0 \xi} \right) d\Sigma - \frac{1}{\gamma} \iint_{\Sigma_b} \exp \left(- \frac{\dot{m}}{m_0 \xi} \right) \frac{\partial \Omega}{\partial n} d\Sigma \quad (12.21) \end{aligned}$$

比较式(12.14)和(12.21)可以看出液滴群在强相互作用和弱相互作用这两种情况下,其总燃烧速率公式在形式上是完全一样的。进一步分析式(12.14)和(12.21)可以发现两个有趣的特点。第一,由两式可以看出液滴群的总燃烧速率完全决定于液滴群外边界上蒸发层的结构。尽管液滴群外边界上蒸发层仍然要依赖于液滴群的内部特性,但公式(12.14)和(12.21)至少提供了一种通过实验测量液滴群表面参数来决定液滴群燃烧速率的方法。第二,分析以上两式中无量纲液滴半径 ξ 的影响就可以看出,对于沿径向不断增大和沿径向不断减小的液滴群,液滴尺寸分布对蒸发速率的影响正好相反。

12.3.2 液滴群内部群燃烧模型

经研究表明大部分实际工业和动力燃烧装置中的液体喷雾燃烧都属于稠密喷雾,相应的群燃烧数 G 在 $0(10^{-1}) \sim 0(10^2)$ 范围内,因此液滴群的内部群燃烧和外部群燃烧是起控制作用的主要喷雾燃烧模式。但另一方面由于实际喷雾结构的复杂性,喷雾局部的燃烧特性将主要依赖于当地的气液两相流条件,而当地的气液两相流条件不仅依赖于喷注器和燃烧室的结构,而且还依赖于燃料性质、燃烧装置的工作状态和流体动力学等因素。一个完整的喷雾燃烧模型应该能够反映以上所有特征,但这样的模型目前还没有出现,Chiu及其同事(1988年)提出的液滴群内部群燃烧模

型对于了解稠密喷雾燃烧的某些重要特点提供了一定的帮助。

考虑如图 12.1b 所示的液滴群内部燃烧, 假定液滴群为球形, 整个液滴群及其周围环境可分为三个不同的区域, 即中心预热区、燃烧区和热气区。在中心预热区, 液滴蒸发所产生的燃料蒸气在向外扩散的过程中与从环境中向内扩散的氧发生反应, 从而在液滴群中形成一个总的包围火焰。在包围火焰以外和液滴群外边界以内是燃烧区, 这里每一个液滴单独进行燃烧。在液滴群以外是热气区。另外模型还假定气相为准定常的, 但整个液滴群状态将随时间变化; 化学反应特征时间远小于热质输运特征时间, 因此火焰被认为是无限薄的; 液滴被看成是连续分布在液滴群空间的质量和能量源 (或汇)。

描述液滴群内部群燃烧的气相守恒方程统一写成以下形式:

$$\frac{1}{\eta^2} \frac{d}{d\eta} (\eta^2 \psi) = \mu_m \zeta f \quad (12.22)$$

$$\frac{1}{\eta^2} \frac{d}{d\eta} (\eta^2 \psi_j) = -\mu_m \zeta f K_j + \dot{\omega}'' \quad j = o, f \quad (12.23)$$

$$\frac{1}{\eta^2} \frac{d}{d\eta} (\eta^2 \psi_T) = -\mu_m \zeta f K_T + \dot{\omega}'' \quad (12.24)$$

其中 $\eta = r/R_b$ 为无量纲径向坐标, R_b 为液滴群半径。

$$\psi = \rho u$$

$$\begin{pmatrix} \psi_j \\ \psi_T \end{pmatrix} = \psi \begin{pmatrix} \alpha_j \\ \alpha_T \end{pmatrix} - \frac{\mu_m}{G} \rho D \frac{d}{d\eta} \begin{pmatrix} \alpha_j \\ \alpha_T \end{pmatrix}$$

$$\mu_m = GD/R_b u_b$$

在不同区域中变量 α_j 及参数 f 、 K_j 、 K_T 的具体形式列于表 12.1.

表 12.1 不同区域中变量及参数

	α_j	f	K_T	K_j
预热区	$\alpha_f = -\frac{Y_f}{M_f v_f}$	$\ln(1 + \alpha_T/\gamma)$	γ	ε
燃烧区	$\hat{\alpha}_0 = -\frac{\hat{Y}_0}{M_0 v_0}$	$\ln\left(1 + \frac{\hat{\alpha}_T - \hat{\alpha}_0}{\gamma}\right)$	$\gamma - \varepsilon$	ε
热气区	$\bar{\alpha}_0 = -\frac{\bar{Y}_0}{M_0 v_0}$	0	0	0

上标 $\wedge$ 、 $-$ 分别表示燃烧区和热气区

方程(12.22)~(12.24)将分别在每一个区域上求解,其结果再在相应的边界上进行匹配以满足这些边界上的连续和守恒条件。各区的边界和匹配条件分别是

$$\text{预热区:} \quad \eta = 0 \quad \frac{d\alpha_f}{d\eta} = \frac{d\alpha_T}{d\eta} = 0 \quad (12.25)$$

$$\text{燃烧区:} \quad \eta = \delta = R_c/R_b \quad (R_c \text{ 为火焰半径})$$

$$\alpha_f = \alpha_o = \hat{\alpha}_f = \hat{\alpha}_o = 0 \quad (12.26)$$

$$\frac{d\hat{\alpha}_o}{d\eta} = \frac{d\alpha_f}{d\eta} \quad (12.27)$$

$$\frac{d\hat{\alpha}_T}{d\eta} - \frac{d\alpha_T}{d\eta} = \frac{G\varepsilon}{\rho D \delta^2} \int_0^\delta \zeta f \eta^2 d\eta \quad (12.28)$$

$$\text{热气区:} \quad \eta = 1 \quad \bar{\alpha}_o = \hat{\alpha}_o \quad \bar{\alpha}_T = \hat{\alpha}_T \quad (12.29)$$

$$\frac{d\bar{\alpha}_o}{d\eta} = \frac{d\hat{\alpha}_o}{d\eta}, \quad \frac{d\bar{\alpha}_T}{d\eta} = \frac{d\hat{\alpha}_T}{d\eta} \quad (12.30)$$

$$\eta \rightarrow \infty \quad \bar{\alpha}_T = \bar{\alpha}_{T\infty} \quad \bar{\alpha}_o = \bar{\alpha}_{o\infty} \quad (12.31)$$

在以上方程组中,扩散火焰位置及液滴群燃烧速率是作为两个特征值,将通过匹配各区的解来确定。

为解以上方程,首先在预热区引进两个线性组合变量,其定义为

$$H_1 = \alpha_T - \alpha_f + \gamma - \varepsilon \quad (12.32)$$

$$H_2 = \alpha_f - \alpha_o + \varepsilon \quad (12.33)$$

用 $\gamma + \varepsilon$ 乘式(12.22),并与式(12.24)相加,再减去式(12.23),并

取 $j=f$, 积分后得以下一阶微分方程

$$\eta^2 \left[\psi(\alpha_T - \alpha_f + \gamma - \varepsilon) - \rho D \frac{\mu_m}{G} \frac{d}{d\eta} (\alpha_T - \alpha_f) \right] = J_1 \quad (12.34)$$

这里 J_1 是积分常数。由于在液滴群中心处变量 ψ 、 α_T 、 α_f 都是有限值, 并且其导数为零, 因此积分常数 J_1 也为零。方程(12.34)可改写成以下形式

$$\frac{dH_1}{d\eta} - \frac{GW}{\rho D \eta^2} H_1 = - \frac{GJ_1}{\rho D \eta^2 \mu_m} \quad (12.35)$$

其中

$$W(\eta) = \frac{1}{\mu_m} \int_0^\eta \eta^2 \psi d\eta = \int_0^\eta \eta^2 \xi f d\eta$$

同样, 对于变量 H_2 也可推导出与式(12.35)形式相同的独立方程。更进一步对于燃烧区和热气区也有相应的方程。即
燃烧区:

$$\frac{d\hat{H}_i}{d\eta} - \frac{G\hat{W}}{\rho D \eta^2} \hat{H}_i = - \frac{G\hat{J}_i}{\rho D \eta^2 \mu_m} \quad (12.36)$$

热气区:

$$\frac{d\bar{H}_i}{d\eta} - \frac{G\bar{W}}{\rho D \eta^2} \bar{H}_i = - \frac{G\bar{J}_i}{\rho D \eta^2 \mu_m} \quad (12.37)$$

其中

$$\hat{W}(\eta) = \int_0^\eta \eta^2 \xi f d\eta + W(\delta)$$

$$\bar{W}(\eta) = \hat{W}(1)$$

方程(12.35)~(12.37)中变量 H_i 、 $\hat{H}_i$ 和 $\bar{H}_i$ 及其相应的积分常数的具体含意见表 12.2.

表 12.2 不同区域组合变量及积分常数

	预 热 区		燃 烧 区		热 气 区	
i	H_i	J_i	$\hat{H}_i$	$\hat{J}_i$	$\bar{H}_i$	$\bar{J}_i$
1	$\alpha_T + \alpha_f + \gamma - \varepsilon$	0	$\hat{\alpha}_T - \hat{\alpha}_o + \gamma$	$-\hat{W}(\delta)\varepsilon$	$\bar{\alpha}_T - \bar{\alpha}_o$	$-W(1)(\varepsilon + \gamma)$
2	$\alpha_f - \alpha_o + \varepsilon$	0	$\hat{\alpha}_f - \hat{\alpha}_o + \varepsilon$	0	$\bar{\alpha}_o$	$\bar{W}(1)\varepsilon$

在每个区域中以上方程(12.35)~(12.37)的解分别为
预热区:

$$H_i(\eta) = C_i S(\eta) \quad (12.38)$$

燃烧区:

$$\hat{H}_i(\eta, \delta) = \hat{J}_i \hat{U}(\eta, \delta) + \hat{C}_i \hat{S}(\eta, \delta) \quad (12.39)$$

热气区:

$$\bar{H}_i(\eta) = \bar{J}_i \bar{U}(\eta) + \bar{C}_i \bar{S}(\eta) \quad (12.40)$$

其中常数 C_i 由边界条件和匹配条件确定。这些常数以及函数 $S(\eta)$, $\hat{S}(\eta, \delta)$, $\bar{S}(\eta)$, $\hat{U}(\eta, \delta)$ 和 $\bar{U}(\eta)$ 的具体形式由以下各式给出:

$$C_1 = (\hat{C}_1 - \varepsilon)/S(\delta) \quad (12.41)$$

$$C_2 = \varepsilon/S(\delta) \quad (12.42)$$

$$\hat{C}_1 = [\bar{C}_1 + \gamma + \varepsilon \bar{W}(\delta) \hat{U}(1, \delta)]/\hat{S}(1, \delta) \quad (12.43)$$

$$\hat{C}_2 = (\varepsilon - \bar{C}_2)/\hat{S}(1, \delta) \quad (12.44)$$

$$\bar{C}_1 = [\bar{\alpha}_{\infty} - \bar{\alpha}_{\infty} + \bar{W}(1)(\varepsilon + \gamma)\bar{U}(\infty)]/\bar{S}(\infty) \quad (12.45)$$

$$\bar{C}_2 = [\bar{\alpha}_{\infty} - \bar{W}(1)\varepsilon\bar{U}(\infty)]/\bar{S}(\infty) \quad (12.46)$$

$$S(\eta) = \exp\left[\int_0^\eta \frac{G\bar{W}}{\rho D \eta'^2} d\eta'\right] \quad (12.47)$$

$$\hat{S}(\eta, \delta) = \exp\left[\int_\delta^\eta \frac{G\hat{W}}{\rho D \eta'^2} d\eta'\right] \quad (12.48)$$

$$\bar{S}(\eta) = \exp\left[\int_1^\eta \frac{G\bar{W}}{\rho D \eta'^2} d\eta'\right] \quad (12.49)$$

$$\hat{U}(\eta, \delta) = -\hat{S}(\eta, \delta) \int_\delta^\eta \frac{G}{\rho D \eta'^2} \exp\left[-\int_\rho^{\eta'} \frac{G\hat{W}}{\rho D \eta''^2} d\eta''\right] d\eta' \quad (12.50)$$

$$\bar{U}(\eta) = -\bar{S}(\eta) \int_1^\eta \frac{G}{\rho D \eta'^2} \exp\left[-\int_\rho^{\eta'} \frac{G\bar{W}}{\rho D \eta''^2} d\eta''\right] d\eta' \quad (12.51)$$

这样流场中燃料蒸汽浓度, 氧浓度和气相温度分布可以通过以上线性组合变量方便地得到, 其结果如下

预热区:

$$\alpha_f(\eta) = H_2(\eta) - \varepsilon \quad (12.52)$$

$$\alpha_o(\eta) = 0 \quad (12.53)$$

$$\alpha_T(\eta) = H_1(\eta) + H_2(\eta) - \gamma \quad (12.54)$$

燃烧区:

$$\hat{\alpha}_f(\eta) = 0 \quad (12.55)$$

$$\hat{\alpha}_o(\eta) = -\hat{H}_2(\eta) + \varepsilon \quad (12.56)$$

$$\hat{\alpha}_T(\eta) = \hat{H}_1(\eta) - \gamma + \varepsilon \quad (12.57)$$

热气区:

$$\bar{\alpha}_f(\eta) = 0 \quad (12.58)$$

$$\bar{\alpha}_o(\eta) = \bar{H}_2(\eta) \quad (12.59)$$

$$\bar{\alpha}_T(\eta) = \bar{H}_1(\eta) + \bar{H}_2(\eta) \quad (12.60)$$

液滴群总燃烧速率由下式给出:

$$\begin{aligned} \dot{m}_0 = 4\pi\rho DR_b \times \\ \frac{\text{Ln} \left\{ 1 + \frac{\bar{\alpha}_{T\infty} - \bar{\alpha}_{0\infty} - (\alpha_{TC} + \gamma)(1 + \sigma) + (\varepsilon + \gamma)\bar{W}(1)}{(\alpha_{TC} + \gamma)(1 + \sigma)} \right\}}{1 + \int_0^1 \psi(G, \eta) d\eta} \end{aligned} \quad (12.61)$$

其中
$$\sigma = \frac{-\varepsilon \hat{U}(1, \delta) W(\delta) + (\varepsilon + \gamma) \bar{W}(1) - \gamma}{(\alpha_{TC} + \gamma) S(\delta) \hat{S}(1, \delta)}$$

火焰锋位置则由以下方程隐式给出:

$$\hat{U}(1, \delta) = \{1 - [\bar{\alpha}_{\infty} - \bar{J}_2 \bar{U}(\infty)]\} / \varepsilon \bar{S}(\infty) \quad (12.62)$$

液滴群中心燃料蒸汽浓度和温度分别为

$$\text{Ln} \left[\frac{G}{\alpha_{fc} + \varepsilon} \right] = \int_0^1 \frac{GW(\eta)}{\rho D \eta^2} d\eta \quad (12.63)$$

其中
$$\alpha_{TC} = (1 + I') \alpha_{fc} + I' - \gamma + \varepsilon \quad (12.64)$$

$$I = \bar{C}_1 + \bar{C}_2 + \gamma - \varepsilon - \dot{J}_1 \hat{U}(1, \delta)$$

利用以上模型, Chiu 对 $C_{10}H_{14}$ 燃料液滴群燃烧进行了数值计算, 结果表明发生液滴群内部群燃烧的临界群燃烧数明显依赖于燃烧的环境条件和燃料的物理化学性质。对于在 500K 的空气中燃烧的 $C_{10}H_{14}$ 燃料液滴群, 发生内部群燃烧的临界群燃烧数为 $0.1 < G < 1.36$ 。当 $G > 1.36$ 时液滴群燃烧转变为外部群燃烧, 由于内部群燃烧的临界群燃烧数范围相对很小, 所以实际工业和动力燃烧装置中的燃烧大都相应于外部群燃烧。当 $G < 0.1$ 时液滴群燃烧类似于弱相互作用下液滴群的燃烧。另外, 计算结果还指出, 随着火焰在液滴群中穿透深度的增加, 火焰温度将明显地降低。

1986 年庄逢辰教授等(1986)进一步把以上模型推广到液滴群外部群燃烧和弱相互作用下的液滴群燃烧, 并考虑了气相非定常性的影响。这时方程(12.22)~(12.24)被写成

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u}) = n \dot{m} \delta_1 \quad (12.65)$$

$$\frac{\partial(\rho \alpha_j)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \alpha_j) - \nabla \cdot (\rho D \nabla \alpha_j) = - n \dot{m} \varepsilon \delta_1 \delta_2 \quad (12.66)$$

$$\frac{\partial(\rho \alpha_T)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \alpha_T) - \nabla \cdot (\rho D \nabla \alpha_T) = (-\gamma + \delta_3) n \dot{m} \delta_1 \quad (12.67)$$

其中

$$\delta_1 = \begin{cases} 1 & r \leq R_b \\ 0 & r > R_b \end{cases}$$

$$\delta_2 = \begin{cases} -1 & \text{外部群燃烧} \\ 1 & \text{弱相互作用} \end{cases}$$

$$\delta_3 = \begin{cases} 0 & \text{外部群燃烧} \\ 1 & \text{弱相互作用} \end{cases}$$

计算表明, 对于非稀薄喷雾, 液滴群内部流场基本上是非定常的, 外部气相环境与液滴群之间的相互影响区域相对于液滴群

尺寸来说是比较小的，因此通常所采用的准定常假定对于以上问题是不合适的。此外他们的研究还表明，对于不同的液滴群燃烧模式，液滴群内气液两相之间相互作用对液滴群燃烧速率有着不同的影响；即使对于不十分稠密的液滴群燃烧，经典的单滴燃烧理论仍可能导致明显的错误。

12.4 Bellan 液滴群蒸发和燃烧的“影响球”模型

1983 年 Bellan 等基于总的液滴群两相混合物守恒关系，通过引进液滴蒸发“影响球”的概念，发展了一个非稀薄喷雾液滴群蒸发模型。该模型没有采用连续分布液滴的假定，因而可以用于分析由任意个液滴组成的液滴群的蒸发和燃烧。

考虑如图 12.4 所

示均匀分布在空间 V 中的液滴群。设想每一个液滴都有一个包围它的影响球，影响球的半径为二分之一液滴间距离。假定整个液滴群处于静止并且绝热的气相环境中，液滴周围气相

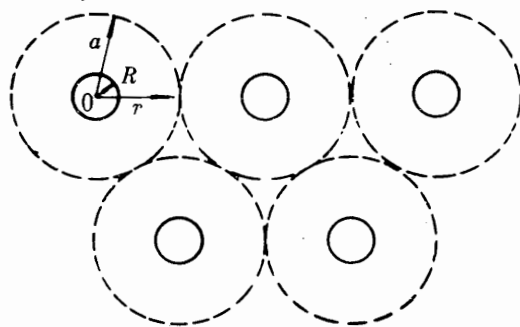


图 12.4 液滴群蒸发影响球模型

为准定常球对称的，液滴温度均匀并仅随时间变化，在影响球之间所有变量都取平均值。对每一个液滴取原点在液滴中心的球坐标，这样对于任一时刻 t 可写出以下液滴群液相、蒸气相和气相质量守恒以及总的能量守恒关系。

液相质量守恒方程

$$N \frac{4\pi R^3}{3} \rho_l = N \frac{4\pi R^{03}}{3} \rho_l^0 - \beta N \frac{4\pi R^{03}}{3} \rho_l \quad (12.68)$$

蒸气相质量守恒方程

$$\begin{aligned} & N \int_R^a \rho_g(r) Y_{fv}(r) 4\pi r^2 dr + \alpha_f \left(V - \frac{4\pi a^3}{3} N \right) \rho_{ga} Y_{fva} \\ &= \beta N \int_0^{R^0} \rho_l^0 4\pi r^2 dr + N \int_{R^0}^a \rho_g^0(r) Y_{fv}^0(r) 4\pi r^2 dr + \\ & \alpha_f \left(V - \frac{4\pi a^3}{3} N \right) \rho_{ga}^0 Y_{fva}^0 \end{aligned} \quad (12.69)$$

气相质量守恒方程

$$\begin{aligned} & N \int_R^a \rho_g(r) 4\pi r^2 dr + \alpha_p \left(V - \frac{4\pi a^3}{3} N \right) \rho_{ga} \\ &= N \int_{R^0}^a \rho_g^0(r) 4\pi r^2 dr + \alpha_p \left(V - \frac{4\pi a^3}{3} N \right) \rho_{ga}^0 + \\ & \beta N \int_0^{R^0} \rho_l^0(r) 4\pi r^2 dr \end{aligned} \quad (12.70)$$

两相混合物总能量守恒方程

$$\begin{aligned} & N \int_0^R \rho_l(r) C_{pl} [T_l(r) - T_{ref}] 4\pi r^2 dr + N \int_R^a \rho_g(r) C_{pg} [T_g(r) - T_{ref}] \\ & \times 4\pi r^2 dr + \alpha_T \left(V - N \frac{4\pi a^3}{3} \right) \rho_{ga} C_{pg} (T_{ga} - T_{ref}) = \\ & N \int_0^{R^0} \rho_l^0(r) C_{pl} [T_l^0(r) - T_{ref}] 4\pi r^2 dr + \int_{R^0}^a \rho_g^0(r) C_{pg} [T_g^0(r) - T_{ref}] \\ & \times 4\pi r^2 dr + \alpha_T \left(V - N \frac{4\pi a^3}{3} \right) \rho_{ga}^0 C_{pg} (T_{ga}^0 - T_{ref}) \end{aligned} \quad (12.71)$$

状态方程

$$p = \frac{1}{\left(V - N \frac{4\pi R^3}{3} \right)} \left[N \int_R^a \rho \tilde{R} T 4\pi r^2 dr + \alpha_p \left(V - N \frac{4\pi a^3}{3} \right) \rho_{ga} T_{ga} \tilde{R}_a \right] \quad (12.72)$$

其中 $\tilde{R} = R_u^* \left(\frac{Y_{fv}}{M_f} + \frac{Y_{ag}}{M_{ag}} \right)$

N 为总液滴数, β 为蒸发百分数, R_u^* 为通用气体常数 (atm. cm³/mol. K), α_f 、 α_ρ 、 α_T 、 α_p 为采用平均值而引入的四个修正系数。下标 l 表示液相, fv 表示燃料蒸气相, g 表示气相, ag 表示除燃料以外的所有气体, a 表示影响球半径处, ref 表示参考状态, 上标 o 表示初始时刻。

在计算以上守恒关系式中积分时, 需要知道液滴影响球内燃料蒸气浓度 Y_{fv} 和温度 T_g 的分布。在准定常假定下, Y_{fv} 和 T_g 由下式给出

$$\Gamma_1(y) = \frac{\Gamma_a e^{C/R_1} - \Gamma_s e^{C/R_2} + (\Gamma_s - \Gamma_a) e^{C/y}}{e^{C/R_1} - e^{C/R_2}} \quad (12.73)$$

其中

$$C = \frac{1}{\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}} \text{Ln} \left\{ 1 + (\theta_{ga} - \theta_{gs}) \left/ \left[1 - \frac{R_1^3 \hat{\rho}_l^0 R^{02} C_{pl}}{3C(\hat{\rho}D)C_{pg}} \frac{d\theta_{gs}}{dt} \right] \right\} \quad (12.74)$$

$$R_1 = \left(1 + 3 \frac{(\hat{\rho}_g D)}{\hat{\rho}_l^0 R^{02}} \int_0^t C dt \right)^{1/3} \quad (12.75)$$

Γ 代表 Y_{fv} 或 T_g , y 是无量纲坐标 r/R^0 , $C = -\frac{\dot{m}}{4\pi\rho_g D R^0}$ 为无量纲蒸发速率, R_1 为无量纲液滴半径 R/R^0 , R_2 为无量纲影响球半径 a/R^0 , $\hat{\rho}$ 为无量纲密度 ρ/ρ_{ga}^0 , θ 为无量纲温度 T/T_{ref} , 下标 s 表示液滴表面。液滴表面燃料蒸气质量组分为

$$Y_{fvs} = (Y_{fva} - 1) e^{C \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} + 1 \quad (12.76)$$

在热力学平衡条件下, 液滴表面燃料蒸气分压应等于燃料在相应温度下的饱和蒸气压, 即 $p_v = p_{sat}$, 由此可推出

$$p \frac{Y_{fvs}}{M_f} \frac{1}{(Y_{fvs}/M_f) + (Y_{ags}/M_{ag})} = \exp \left[\frac{LM_f}{R_u} \left(\frac{1}{T_{bn}} - \frac{1}{T_{ga}} \right) \right] \quad (12.77a)$$

其中 R_u 为通用气体常数 (cal/mol. K)，下标 bn 表示沸点。对方程 (12. 77a) 无量纲化后可得到：

$$\theta_{gs} = \left\{ \frac{1}{\theta_{bn}} + \frac{R_u}{C_{pg} M_f} \left\{ \ln \left[1 + \frac{M_f}{M_{ag}} \left(\frac{1}{Y_{fvs}} - 1 \right) \right] - \ln p \right\} \right\}^{-1} \quad (12. 77b)$$

以上 (12. 68) ~ (12. 72)，(12. 74) ~ (12. 77) 共九个方程，求解 β ， ρ_{ga} ， Y_{fva} ， Y_{fvs} ， θ_{gs} ， K_1 ， C 和 p 九个未知数，因此方程封闭。

Bellán 利用以上模型对癸烷液滴群蒸发进行了计算，并取液滴群两相混合物的空气/燃料质量比系数 ψ 作为变化参数。他们的计算结果如图 12. 5 所示。图中同时还给出了基于经典单滴蒸发理论的稀薄液滴群蒸发模型的相应计算结果。比较图中结果可以看出，随着空气/燃料比系数 ψ 的减小，两种模型计算结果之间的差别愈来愈大。只有对于富氧的稀薄液雾两种模型才给出相同的结果。

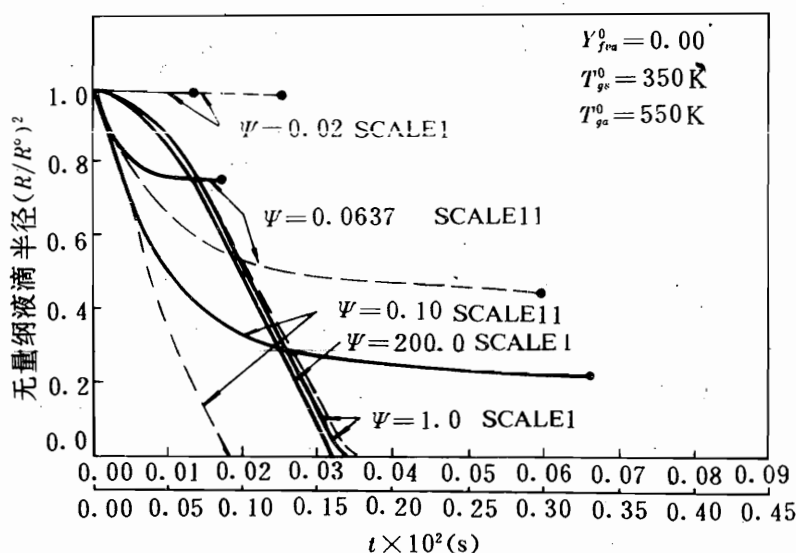


图 12. 5 不同空气/燃料的下液滴半径随时间的变化

1990 年 Bellán 又进一步把以上模型推广到液滴群的燃烧，其物理模型如图 12. 6 所示。

对于液滴群内部区域 I 以上液滴群蒸发模型仍然成立。而对于液滴群外, 假定气相为准定常球对称, 对于液滴群外和扩散火焰以内区域 II, 其温度和燃料蒸气浓度分布可由气相方程求解得到, 其结果是

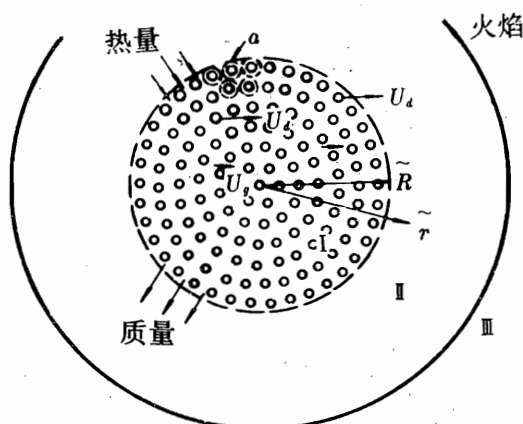


图 12.6 液滴群燃烧物理模型

$$\Gamma(\tilde{y}) = C_1 + C_2 \exp \left[\tilde{C}(\rho_g D)_\infty \int_{R/R^0}^{\tilde{y}} \frac{d\tilde{y}}{(\rho_g D) \tilde{y}^2} \right] \quad (12.78)$$

Γ 代表无量纲温度 θ_g 或燃料蒸气浓度 Y_{fv} , $\tilde{y} = \tilde{r}/R^0$ 为无量纲坐标, $\tilde{C}$ 为无量纲液滴群总质量损失率, 其定义为

$$\tilde{C} = - \frac{\dot{M}}{4\pi R^0 (\rho_g D)_\infty}$$

C_1, C_2 是两个积分常数, 由边界条件确定

$$C_{10} = [\theta_{ga} \exp(B) - \theta_f] / [\exp(B) - 1] \quad (12.79)$$

$$C_{20} = (\theta_f - \theta_{ga}) / [\exp(B) - 1] \quad (12.80)$$

$$C_{1f} = - [Y_{fva} \exp(B)] / [1 - \exp(B)] \quad (12.81)$$

$$C_{2f} = Y_{fav} / [1 - \exp(B)] \quad (12.82)$$

$$B \equiv \tilde{C}(\rho_g D)_\infty \int_{R/R^0}^{\tilde{y}_f} \frac{d\tilde{y}}{(\rho_g D) \tilde{y}^2} \quad (12.83)$$

同样对于扩散火焰外的区域 III, 温度和氧浓度为

$$\Gamma(\tilde{y}) = D_1 + D_2 \exp \left[\tilde{C}(\rho_g D)_\infty \int_{\tilde{y}}^{\infty} \frac{d\tilde{y}}{(\rho_g D) \tilde{y}^2} \right] \quad (12.84)$$

Γ 表示无量纲温度 θ_g 或氧质量浓度 Y_o , 积分常数 D_1, D_2 分别为

$$D_{10} = [\theta_{g\infty} \exp(G) - \theta_f] / [\exp(G) - 1] \quad (12.85)$$

$$D_{20} = (\theta_f - \theta_{g\infty}) / [\exp(G) - 1] \quad (12.86)$$

$$D_{1o} = - [Y_{o\infty} \exp(G)] / [1 - \exp(G)] \quad (12.87)$$

$$D_{2\infty} = Y_{\infty} / [1 - \exp(G)] \quad (12.88)$$

$$G = \tilde{C}(\rho_g D)_{\infty} \int_{\tilde{y}_f}^{\tilde{y}_{eff}^{\infty}} \frac{d\tilde{y}}{(\rho_g D) \tilde{y}^2} \quad (12.89)$$

这里 $\tilde{y}_{eff}^{\infty}$ 是等效环境半径。无量纲火焰半径 $\tilde{y}_f$ 可由火焰面上燃料和氧满足化学计算比条件来得到, 并由下式隐式给出

$$\frac{\exp(-B) - 1}{\exp(-G) - 1} = - \frac{Y_{fva}}{\alpha Y_{\infty}} \quad (12.90)$$

其中 α 为化学计算比系数。无量纲液滴群总燃烧速率为:

$$\tilde{C}_c = \frac{Y_{fva}}{\exp(-B) - 1} \frac{\tilde{C}}{\tilde{y}_f^2} \frac{(\rho_g D)_{\infty}}{(\rho_g D) \tilde{R}_f} \quad (12.91)$$

火焰温度为

$$\theta_f = \frac{(\theta_{ga} + Y_{fva} \tilde{q}) \alpha Y_{\infty} + \theta_{g\infty} Y_{fva}}{\alpha Y_{\infty} + Y_{fva}} \quad (12.92)$$

其中 $\tilde{q} = q/L_{vm}$ 为无量纲燃烧热。

利用以上模型 Bellan 等人的计算指出, 不同于单液滴燃烧时液滴蒸发速率就等于燃烧速率, 液滴群的燃烧速率通常远小于其蒸发速率。在他们的计算范围内, 当液滴群完全蒸发时, 已燃烧的燃料仅占初始燃料量的 40% 左右, 甚至更低。

应该指出的是以上所提出的这些模型虽然对于深入了解复杂的喷雾燃烧和发展更完善的喷雾燃烧模型具有重要的意义。但目前这些模型还未能在实际工程中得到有效的应用, 其中一个最主要的原因就是目前尚缺乏可用于直接验证以上模型可靠性的实验数据, 因此这方面还有大量工作急待开展。

参考文献

- [1] N. A. Chigier and C. G. McCreath. Acta Astronautica 1. pp. 687—710(1976)
- [2] T. A. Brzustowski, et al. AIAA J. Vol. 17, No. 11. pp. 1234—1242(1979)
- [3] K. Miyasaka and C. K. Law. Combustion of Strongly-Interacting Linear Droplet Arrays. 18th Symposium (International) on Combustion, the Com-

bustion Institute, (1981)

- [4] J. J. Sangiovanni and M. Labowsky. Burning Times of Linear Fuel Droplet Arrays. A Comparison of Experimental and Theory. Combustion and Flame Vol. 47. pp. 15—30(1982)
- [5] M. Labowsky, Calculation of the Burning Rates of Interacting Fuel Droplets. CST. Vol. 22. pp. 217—226. 1980
- [6] A. Umemura, et al. Analysis of the Interaction Between Two Burning Fuel Droplets with Different sizes. Combustion and Flame, Vol. 43. pp. 111—119 (1981)
- [7] H. H. Chiu and T. M. Liu. Group Combustion of Liquid Droplets. Combustion and Flame, Vol. 17. pp. 127—142(1977)
- [8] H. H. Chiu. et al. Spray Group Combustion. AIAA. pp. 75—78
- [9] M. Sichel and S. Palaniswamy. Sheath Combustion of Sprays. 20th Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, pp. 1789—1798(1984)
- [10] F. C. Zhuang, B. Yang, J. Zhou, H. Yang. Unsteady Combustion and Vaporization of a Spherical Fuel Droplet Group. 21th Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, pp. 647—654(1986)
- [11] J. Bellan and R. Cuffel. A Theory of Nondilute Spray Evaporation Based upon Multiple Drop Interaction. Combustion and Flame, Vol. 51. pp. 55—67 (1983)
- [12] J. Bellan and K. Harstad. Evaporation, Ignition, and Combustion of Nondilute Clusters of Drops. Combustion and Flame, Vol. 79. pp. 272—286 (1992)

第十三章 自燃推进剂火箭发动机燃烧过程计算模型

13.1 引言

现有的液体火箭发动机，其中很多都采用自燃推进剂，如欧空局的阿里安 1——阿里安 4 系列火箭的第一级和第二级都采用 UDMH/ N_2O_4 自燃推进剂，阿里安 5 的第二级采用 MMH/ N_2O_4 ，美国大力神系列的第一级和第二级采用 A-50/ N_2O_4 ，前苏联的质子号火箭的第一级到第三级以及我国长征系列的液体火箭发动机也都采用自燃推进剂，特别是很多空间发动机，如远地点发动机，轨控发动机以及双组元姿态控制发动机等，几乎无一例外地都采用自燃推进剂。但是有关这种自燃推进剂火箭发动机燃烧过程计算模型的报导，目前在文献上还很少看到。文献[1,2]虽然给出了对自燃推进剂火箭发动机的燃烧性能进行计算的结果，但文中并未给出相应的计算方法，或者所给的计算公式并未反映自燃推进剂燃烧的特点。本章节主要介绍一种便于工程应用的自燃推进剂火箭发动机燃烧过程计算一维多流管耦合模型和可以进一步计算不稳定燃烧的 PHEDRE 二维等效环形模型。前一模型是由本书作者及其同事提出，并曾应用于 F-20 和 F-5 发动机，后一模型曾应用于阿里安火箭第一级 Viking 发动机。

13.2 自燃推进剂火箭发动机燃烧过程 计算一维多流管耦合模型^[3-8]

13.2.1 燃烧过程物理模型

燃烧过程物理模型是一个综合模型，本模型对以下各子模型分别作了不同的考虑：

1. 燃烧过程分区模型

根据 1.1 节，一般燃烧室可按燃烧程度分成三个区域：雾化区、快速燃烧区和流管燃烧区。考虑到雾化区占燃烧室长度的很小部分，我们取雾化区长度为 25mm，在这一区域内不考虑蒸发，撞击射流全部碎裂成液滴。根据喷注的结构参数和工作参数计算出或者根据冷流试验给出液雾的质量流强、液滴速度和液滴尺寸，并以此作为初始计算平面上的输入数据，以进行燃烧速率的理论计算。快速燃烧区严格讲是一个三维燃烧区。自 70 年代以来，随着通用计算机的容量和速度的提高，三维流动模型的计算已成为可能。但根据近年来的实践，这种计算所需计算机容量之大、时间之长、花费之多，都远远超过原先的预料。所以近年来大型理论分析模型方面的研究工作趋于更加实际，理论分析只进行到合理程度，并以耗费不能太大为原则。根据这个模型所要研究的对象，我们假定在雾化区后直接为一维流管区。由于喷注面上的流强和混合比分布不均匀，可以按不同的流强和混合比分布将整个燃烧室分成若干流管，考虑流管间的动量耦合和温度耦合，但不考虑质量耦合。每个流管均按一维变物性模型计算。燃烧室总的燃烧效率由各流管的燃烧效率按燃气的相对重量流量进行加权。

2. 燃烧过程速率控制模型

根据对液体火箭发动机能量释放分布的量级分析，认为整个燃烧过程受燃料或氧化剂的蒸发速度限制。同时假定为稀薄喷雾，

整个喷雾的蒸发速度等于各单液滴蒸发速度之和。

3. 液雾质量中间直径和尺寸分布模型

由于液滴的蒸发控制燃烧过程的速率, 并且液雾质量平均直径和尺寸分布都作为初始数据输入, 所以液雾质量平均直径和尺寸分布模型的选择至关重要。本模型对二股直流自击式喷注单元采用第二章中的(2.10)综合公式, 根据这个综合公式所得的计算值与激光全息计测的试验值是相当吻合的^[9], 但对二股直流互击式喷注单元, 必须考虑自燃推进剂组元之间的液相反应作用。当自燃推进剂的氧化剂射流与燃料射流撞击时, 两组元会在撞击面上发生液相反应, 从而在两股射流的交接面上形成一薄层的脉动气体产物, 由于这种气体产物的脉动以及所放出的热量, 会使得撞击射流雾化得更细。如果假设两股射流的接触时间与射流直径 D_j 成正比, 而与射流速度 V_j 成反比, 而且已知四氧化氮的摩尔流率 $\dot{N}$ 和液相反应热 ε (KJ/S. mole. NTO)^[10], 则两股射流撞击时由于液相反应放出的能量转化成的雾化能为

$$E = C\dot{N}\varepsilon D_j / V_j \quad (13.1)$$

式中 C 为可调参数, 根据热试车和模型计算确定。这个能量应使射流破裂形成液滴的表面功增加, 即

$$\Delta S\sigma + E = \Delta S_1\sigma \quad (13.2)$$

式中 $\Delta S\sigma$ 为没有液相反应时, 射流破裂成液雾时所作的表面功, $\Delta S_1\sigma$ 为考虑液相反应时的表面功。

假设 d'_m 和 N' 分别为考虑液相反应后的液滴平均直径和液滴数, 则有

$$\Delta S_1 - \Delta S = 4\pi N' (d'_m/2)^2 - 4\pi N (d_m/2)^2 \quad (13.3)$$

和

$$N' d_m^3 = N d_m^3 \quad (13.4)$$

因而, 考虑液相反应后的液滴平均直径就为

$$d'_m = \frac{N\pi d_m^3}{E/\sigma + N\pi d_m^2} \quad (13.5)$$

式中 d_m 可根据第二章中给出的互击式喷嘴的雾化细度公式计算。可见, 考虑液相反应后, 液滴平均直径变小。考虑液滴反应时的液雾尺寸分布即应以此液滴平均直径为准。

4. 液滴蒸发模型

液滴蒸发模型是液雾燃烧过程中最重要的子模型。关于肼、偏二甲肼和一甲基肼等单组分液滴的蒸发速度计算, 读者可参阅第七章和第八章, 但有些发动机, 如大力神系列的发动机, 特别是空间发动机, 常采用混合燃料, 如混肼或新混肼等。这类混合燃料液滴在定常、非绝热和惰性介质条件下分解燃烧时的蒸发速度计算简化模型如图 13.1 所示。

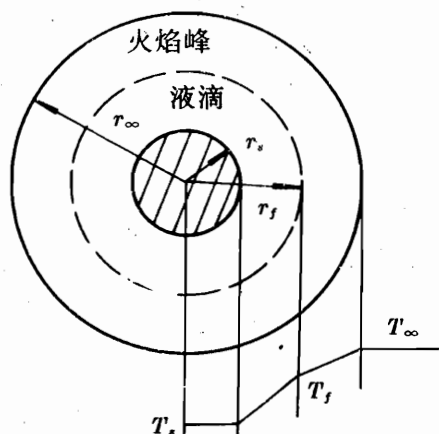


图 13.1 A-50 液滴在定常、非绝热和惰性介质条件下分解燃烧时的蒸发速度计算简化模型

在混肼中, 由于肼和偏二甲肼的蒸发速度不同, 因而从液滴中蒸发出来的肼和偏二甲肼的质量比并不等于初始液滴中两种组元的质量比, 其相应的蒸发速度 $\dot{m}_1$ 和 $\dot{m}_2$ 可通过求解下列联立方程求得

$$\dot{m}_1 = \frac{4\pi\rho D_1}{\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_f}} \ln \frac{1}{1 - Y_{1,s}} \quad (13.6)$$

$$\dot{m}_2 = \frac{4\pi\rho D_2}{\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_f}} \ln \frac{1}{1 - Y_{2,s}} \quad (13.7)$$

$$\dot{m}_1 + \dot{m}_2 = 4\pi(\dot{m}_{1,f}^* + \dot{m}_{2,f}^*)r_f^2 \quad (13.8)$$

式中 $\dot{m}_{1,f}^*$ 和 $\dot{m}_{2,f}^*$ 分别为肼和偏二甲肼的层流火焰质量传播速度, 可

用第七章的方法求得。由于在火焰锋处燃料和氧化剂的浓度均为零这一强迫条件，因而必然只存在一个火焰锋，如图 13.1 所示。

根据液滴的热平衡方程，可以求得混肼液滴的温度变化：

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{q - (\dot{m}_1 \Delta H_{v,1} + \dot{m}_2 \Delta H_{v,2})}{4/3\pi r_s^3 \rho_l C_{pl}} \quad (13.9)$$

$$q = 4\pi K Z \frac{T_f - T_s}{(e^z - 1) \left(\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_f} \right)} \quad (13.10)$$

$$T_f = T_{f,a} + (T_\infty - T_{f,a}) \exp \left[\frac{(\dot{m}_1 + \dot{m}_2) \bar{C}_{FP}}{4\pi K} \left(\frac{1}{r_\infty} - \frac{1}{r_f} \right) \right] \quad (13.11)$$

$$Z = (\dot{m}_1 C_{p1} + \dot{m}_2 C_{p2}) \frac{\frac{1}{r_s} - \frac{1}{r_f}}{4\pi K} \quad (13.12)$$

$$T_{f,a} = (\dot{m}_1 C_{FP,1} + \dot{m}_2 C_{FP,2}) = \dot{m}_1 C_{FP,1} T_{f,a,1} + \dot{m}_2 C_{FP,2} T_{f,a,2} \quad (13.13)$$

式中 $C_{FP,1}$ 和 $C_{FP,2}$ 分别为肼和偏二甲肼分解燃烧产物的比热。

在上式中，如果 $r_\infty \leq r_f$ ，则 r_f 用 r_∞ 代替

$$r_\infty = \frac{Nu}{Nu - 2} r_s \quad (13.14)$$

$$Nu = 2.0 + 0.6 Pr^{1/3} Re^{1/2} \quad (13.15)$$

求得液滴温度 T_s 后，根据肼和偏二甲肼的蒸汽压方程，就可求得相应的饱和蒸汽压 $P_{1,s}$ 和 $P_{2,s}$ ，然后再由汽—液平衡方程

$$Py_{1,s} = x_1 P_{1,s} \quad (13.16)$$

$$Py_{2,s} = x_2 P_{2,s} \quad (13.17)$$

通过浓度换算，即可求得液滴表面处肼和偏二甲肼蒸汽的相对重量浓度 $Y_{1,s}$ 和 $Y_{2,s}$ 。

由于肼和偏二甲肼的蒸发速度不同，所以在 t 时刻，如液滴中肼和偏二甲肼的相对摩尔浓度为 x_1, x_2 ，则在 $t + \Delta t$ 时刻，这一相对摩尔浓度将改变为 x'_1 和 x'_2 。因而混肼液滴的成分在燃烧过程中

是变化的。

对于 N_2O_4 液滴，其计算公式可参阅第八章。由于空间发动机的燃烧室压力并不高，故在所有计算公式中都不必考虑高压影响，如果需要，可直接采用或转换成液滴高压蒸发的公式即可。

5. 二次雾化模型

根据对第十章所述的众多二次雾化公式进行研究和估算的结果，本模型主要采用文献[11]推荐的液滴初始直径修正法，但准则数临界值选定法亦取得了良好的效果^[12]。

6. 多流管耦合模型

流管是按不同的流强和混合比来划分的，因而流管中的气体速度也不同。由于流管壁不是刚性的，故流管间必然存在动量交换，其表现形式为高速流管挤压低速流管，结果是高速流管流通面积增大，气流速度减小，气相流强下降；同时，低速流管受挤压，流通面积减小，流动速度增大，流管中气相流强上升。为反映这一现象，就应该考虑流管间的耦合。假定流管间没有质量交换（如果有，那就不是一维了），但有动量交换和热量交换。用压力耦合来考虑动量交换，用温度耦合来考虑热量交换。

用同一截面上各流管静压相等作为压力耦合的准则，在总截面改变量固定的条件下，通过调整各流管截面积，即可求出耦合后的压降，这一压降在各流管中应是相等的。

由于不同流管的推进剂混合比不同，蒸发燃烧后燃气的温度也不同，流管间存在着温度梯度；因此，流管间存在着一定的热量交换。在同一网格内，流管间的热量传递方程为

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} \quad (13.18)$$

式中， a 为导温系数，对于层流和湍流情况， a 有较大差别，需要分别考虑。

准则如下

$$Re_g = \frac{\rho_g u_g d}{\mu_g} \quad (13.19)$$

$$\text{式中} \quad d = 4A_s/S \quad (13.20)$$

A_s 为流管的流通面积, S 为湿周。

当 $Re_g \geq 2000$ 时, 流管中燃气为湍流流动, 否则为层流流动。

层流时

$$a = K_g / \rho_g C_{pg} \quad (13.21)$$

湍流时

$$a = 9 \times 10^{-3} \frac{\mu_g}{\rho_g} Re_g^{0.84} \quad (13.22)$$

计算 i, j 流管间的热传递时, 取

$$\overline{a_{ij}} = 0.5(a_i + a_j) \quad (13.23)$$

7. 湍流混合及液滴碰撞未予考虑

13.2.2 模型基本方程

气相 (对于 i 流管)

连续方程

$$\frac{d}{ds}(\rho_i u_i A_{si}) = A_{si} \sum_{n,j} (N_j^n \dot{m}_j^n)_i \quad (13.24)$$

动量方程

$$\frac{d}{ds}(\rho_i u_i^2 A_{si}) = A_{si} \left\{ - \left[\frac{dP}{ds} + \sum_{j,n} (F_j^n)_i \right] + \sum_{j,n} (N_j^n)_i (\dot{m}_j^n)_i (v_{i,j}^n)_i \right\} \quad (13.25)$$

能量方程

$$C_p^* T^* = C_p T + u^2/2 \quad (13.26)$$

混合比方程

$$r_i = \frac{\int_0^s A_i \sum_n (N_{ox}^n \dot{m}_{ox}^n)_i ds}{\int_0^s A_i \sum_n (N_f^n \dot{m}_f^n)_i ds} \quad (13.27)$$

状态方程

$$P_i = (\rho RT)_i \quad (13.28)$$

液相 (对于 i 流管, 第 j 种推进剂组元, 第 n 组滴径)

连续方程

$$\frac{d}{ds} [(\rho_{dj}^n)_i (v_{dj}^n)_i A_{si}] = - A_{si} (N_j^n \dot{m}_j^n)_i \quad (13.29)$$

液滴数密度方程

$$\frac{d}{ds} [(N_j^n)_i (v_{dj}^n)_i A_{si}] = 0 \quad (13.30)$$

动量方程

$$\frac{d}{ds} [(\rho_{dj}^n)_i (v_{dj}^n)_i^2 A_{si}] = A_{si} (N_j^n)_i [(F_j^n)_i - (\dot{m}_j^n)_i (v_{dj}^n)_i] \quad (13.31)$$

式中

$$(F_j^n)_i = \frac{\pi}{8} \rho_{dji} (d_{ji}^n)^2 C_{Dji}^n (u_i - v_{dji}) |u_i - v_{dji}| - 24\pi (d_{ji}^n)^3 \frac{dP}{dx} \quad (13.32)$$

$$\begin{aligned} C_D &= 24/Re, & Re &= 0 \sim 1 \\ &= 27Re^{-0.84}, & Re &= 1-80 \\ &= 0.271Re^{0.217}, & Re &= 80-10^4 \\ &= 2.0, & Re &\geq 10^4 \end{aligned}$$

能量方程

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} [(\rho_{dj}^n)_i (v_{dj}^n)_i (h_{dj}^n)_i A_{si}] &= A_{si} [(N_j^n)_i (q_{dj}^n)_i \\ &\quad - (N_j^n)_i (\dot{m}_j^n)_i (\Delta H_{vj}^n)_i] \end{aligned} \quad (13.33)$$

13.2.3 求解方法

1. 单个流管中的流场参数求解

将以上有关基本方程写成以下便于计算机计算的有限差分形式:

连续方程

$$d\dot{W}_g + d\dot{W}_l = 0 \quad (13.34)$$

$$\frac{d\dot{W}_g}{\dot{W}_g} = \frac{d\rho_g}{\rho_g} + \frac{du_g}{u_g} + \frac{dA_g}{A_g} \quad (13.35)$$

式中 $\dot{W}_g$ 和 $\dot{W}_l$ 分别为 i 流管中的气体流量和液滴总流量, A_g 为 i 流管的流通面积。

动量方程

$$dp = - \frac{(\dot{W}_g + d\dot{W}_g)du_g + (\dot{W}_l - d\dot{W}_g)d\bar{v}_l + (u_g - \bar{v}_l)d\dot{W}_g}{A_g + \frac{1}{2}dA_g} \quad (13.36)$$

式中 $\bar{v}_l$ 系 i 流管中的液滴质量加权平均速度。

能量方程

$$\frac{dT^*}{T^*} = \left[\frac{dT}{T} + \frac{u_g du_g}{C_p T} + \frac{dC_p}{C_p} \right] \frac{C_p T}{C_p^* T^*} - \frac{dC_p^*}{C_p^*} \quad (13.37)$$

状态方程

$$\frac{dP}{P} = \frac{d\rho_g}{\rho_g} + \frac{dT}{T} - \frac{dM}{M} \quad (13.38)$$

液滴运动方程

$$dv_l = \left[\frac{3}{8} C_D \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{|u_g - v_l|(u_g - v_l)}{r_s v_l} - \frac{144}{\rho_l v_l} \frac{dP}{dx} \right] dx \quad (13.39)$$

上述差分方程组共有十个未知数: dP , $d\rho_g$, du_g , dA_g , dT , dv_l , dT^* , dC_p , dC_p^* , dM 。将 dA_g 作为自变量, 同时假定在所取的小网格内 C_p^* , M , T^* , C_p 均为定值, 由此网格内温度、压力确定, 在下一网格内又为一新的值, 令 $dC_p = dC_p^* = dT^* = dM = 0$, 于是能量差分方程变成

$$\frac{dT}{T} = - \frac{u_g du_g}{C_p T} \quad (13.40)$$

状态方程变成

$$\frac{dP}{P} = \frac{d\rho_g}{\rho_g} + \frac{dT}{T} \quad (13.41)$$

求解联立方程(13.35), (13.36), (13.39), (13.40), (13.41), 得

$$dT = -u_g du_g / C_p \quad (13.42)$$

$$d\rho_g = \left[\frac{d\dot{W}_g}{\dot{W}_g} - \frac{dA_g}{A_g} - \frac{du_g}{u_g} \right] \rho_g \quad (13.43)$$

$$dP = \left[\frac{d\dot{W}_g}{\dot{W}_g} - \frac{dA_g}{A_g} - \frac{du_g}{u_g} - \frac{u_g du_g}{C_p T} \right] P \quad (13.44)$$

$$\text{或 } dP = - \frac{(\dot{W}_g + d\dot{W}_g)du_g + (\dot{W}_l - d\dot{W}_g)dv_l + (u_g - v_l)d\dot{W}_g}{A_g + \frac{1}{2}dA_g} \quad (13.45)$$

$$dv_l = \left[\frac{3}{8} C_D \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{|u_g - v_l|}{r_s v_l} (u_g - v_l) - \frac{144g}{\rho_l v_l} \frac{dP}{dx} \right] ds \quad (13.46)$$

$$du_g = \frac{\left[\frac{dA_g}{A_g} - \frac{d\dot{W}_g}{\dot{W}_g} - \frac{(\dot{W}_l - d\dot{W}_g)dv_l + (u_g - v_l)d\dot{W}_g}{\left(A_g + \frac{1}{2}dA_g \right) P} \right] u_g}{\frac{\dot{W}_g + d\dot{W}_g}{\left(A_g + \frac{1}{2}dA_g \right) P} u_g - \frac{u_g^2}{C_p T} - 1} \quad (13.47)$$

迭代上述方程组, 即可求得 du_g , dT , dP , $d\rho_g$, dv_l , 公式中的 $d\dot{W}_g$ 则由液滴蒸发速度公式计算给出。

下一网格各物理量分别为

$$u'_g = u_g + du_g \quad (13.48)$$

$$T' = T + dT \quad (13.49)$$

$$P' = P + dP \quad (13.50)$$

$$\rho'_g = \rho_g + d\rho_g \quad (13.51)$$

$$v'_l = v_l + dv_l \quad (13.52)$$

$$M' = f_M(T') \quad (13.53)$$

$$C_r = f_{c_r}(T') \quad (13.54)$$

$$C_r^* = f_{c_r^*}(T^{**}) \quad (13.55)$$

总温 T^{**} 由此网格中的总压及混合比求得。 f 代表插值函数。

2. 流管间的耦合解

在圆柱段中，我们取

$$dA'_{gi} = \left[\frac{d\dot{W}_g}{\rho_g u_g} \right]_i \quad (13.56)$$

作为下一网格中各流管面积变化的初始值。

在喷管中，我们可按前一网格中各流管所占面积来确定当前网格中各流管面积以及两网格间流管面积变化量的初值。

$$A'_{gi} = \frac{A_{gi}}{\sum_j A_{gj}} A'_g \quad (13.57)$$

$$dA'_{gi} = \frac{A_{gi}}{\sum_j A_{gj}} (A'_g - \sum_j A_{gj}) \quad (13.58)$$

公式中 A'_g 为当前网格的总的流通面积。

根据各流管面积 A'_i 及其在两网格间的变化量，我们可以从差分方程组中求得各流管中的压降 $dP'_i (i=1, 2, \dots, n)$

$$\text{若} \quad dP'_i \neq dP'_j \quad (i, j = 1, 2, \dots, n, i \neq j) \quad (13.59)$$

$$\text{则令} \quad d\bar{P}' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n dP'_i \quad (13.60)$$

调整各流管面积及其变化量

$$dA'_i = dA'_i + \frac{C(d\bar{P}' - dP'_i)}{d\bar{P}'}, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (13.61)$$

$$A'_i = A'_i + dA'_i, \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (13.62)$$

公式中 C 为一适当的正数，在 A'_i 及 dA'_i 下重新计算各流管压降，反复调整 A'_i 及 dA'_i ，直至

$$dP'_i = dP'_j \quad (i, j = 1, 2, \dots, n) \quad (13.63)$$

此时, 求得的压降及相应的 dT'' , $d\rho_g''$, du_g'' , dv_i'' 即为流管间耦合时的解。

3. 燃烧室压力的调整

在发动机工作中, 由于推进剂的蒸发燃烧过程很复杂, 使得发动机工作参数的设计值与实际值存在一定的差别, 燃烧室的工作压力与理论设计值之间亦存在一定差别, 因此人们应在设计值的基础上微调燃烧室头部压力, 以求得发动机实际工作时的燃烧室头部压力, 求得流场的真正解。如果假定的燃烧室头部压力过高, 此时喷管入口处的压力亦相应偏高, 燃气速度偏低, 使得燃气在喉部处仍未达到音速 ($Ma < 1$), 为求真实解时, 应降低选用的燃烧室头部压力值。如果假定的头部压力偏低, 则会使燃气在喉部之前就达到音速, 产生壅塞现象, 为求真实解应提高选用的燃烧室头部压力值。正确选取的燃烧室头部压力值, 应使燃气在喉部达到音速。

4. 燃烧效率的计算

若蒸发的推进剂全部参与燃烧, 并采用液滴初始直径修正法来考虑二次雾化的影响, 因而总的燃烧效率为

$$\eta = \frac{\sum_{j=1}^n \phi_j \dot{W}_j \beta_j}{\dot{W}_T \beta_T} \quad (13.64)$$

式中 ϕ_j ——各流管推进剂的蒸发百分数;

$\dot{W}_j$ ——各流管推进剂总流量;

β_j ——相应于已蒸发的推进剂混合比计算的综合参数;

$\dot{W}_T$ ——发动机燃烧室中推进剂总流量;

β_T ——按推进剂总的平均混合比计算的综合参数。

13.2.4 算例及计算结果分析

应用上述模型和计算方法在电子计算机上对F-2型燃烧室的 I1, I2, I3 三种喷注器方案和 I2 喷注器的三种推力、三种混

合比、三种推进剂初温进行了定量计算,得出了液滴升温、液滴尺寸、液气速度、单位长度上的蒸发率、蒸发百分数沿燃烧室长度上的变化和总的燃烧效率。原始数据和详细计算结果见文献[8]。现对其中主要计算结果讨论如下:

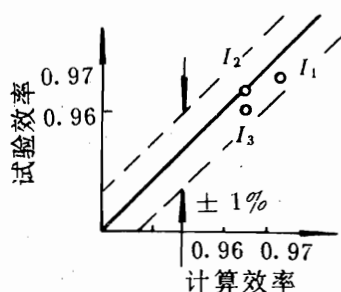


图 13. 2 计算和试验燃烧效率的比较

1. 燃烧室总的燃烧效率

图 13.2 给出了燃烧效率的计算和试验结果比较。由图可知,模型预示的燃烧效率与试车结果符合很好,误差小于 1%,而文献[9]采用未考虑两组元的分解反应或离解反应以及高压效应的程序进行计算,结果计算燃烧效率明显低于实际值,误差达到 25%。这亦从反面说明,本模型的考虑是正确的。

2. 燃烧稳定性

表 13.1 给出了三种喷注器的推进剂蒸发 50% 的位置 L_{50} 。工程设计上,能量释放的控制由改变喷注孔径、改变流强、改变撞击角和撞击距离、改变喷嘴压降等措施实现。 L_{50} 的数值体现了这

表 13.1 三种喷注器推进剂蒸发 50% 的位置 L_{50} (cm)

推进剂组元		UDMH			N ₂ O ₄		
喷注器方案							
流管号		11	12	13	11	12	13
1		3.65	4.25	4.65	5.5	6.5	6.25
2		3.6	3.9	3.85	5.75	5.05	5.25
3		3.75	4.45	4.45	5.25	5.75	5.55
4		3.95	4.3	4.35	5.25	6.0	6.0
5		3.75	3.45	3.95	5.1	4.9	5.5
6			4.15			6.25	
7		4.95	6.15	6.35	6.6	6.5	7.15

些参数改变的综合效应, L_{50} 愈小, 表示喷注面附近的能量释放愈集中, 对燃烧稳定性愈不利。因而就燃烧稳定性的次序来讲, 可以预示 $I_3 > I_2 > I_1$ 。这个结论和试车统计数据是一致的。

3. 液滴温度和液滴尺寸沿燃烧室轴向的变化

对三个喷注器方案, 燃料液滴不论尺寸大小均达到其热力学临界温度后出现闪燃蒸发状态, 所以各流管中的偏二甲肼组元百分之百蒸发, 而且实际上在不到燃烧室的一半长度上就全部蒸发完。氧化剂液滴则存在平衡蒸发状态, 一直到燃烧室喉部处还有部分四氧化二氮液滴未蒸发完, 各流管中的四氧化二氮的蒸发百分数最大为 99.1%, 最小为 94.14%。因而对于这种类型发动机, 偏二甲肼为超临界蒸发, 四氧化二氮为亚临界蒸发, 燃烧效率由四氧化二氮的蒸发所控制。

4. 燃烧室压力、推进剂初温、组元比、

流强对燃烧过程的影响

利用本模型对 I2 型喷注器方案在三种室压下作了计算。计算表明, 压力增高, L_{50} 明显缩短, 能量释放更加集中于喷注器头部, 可以预测, 在本算例条件下, 压力增加对燃烧稳定性不利。但在计算范围内, 燃烧效率并不与燃烧室压力成正比关系。当室压稍有下降时, 燃烧效率反而有所增加。这可能是有两个相反的因素在起作用。室压减小, 意味着推进剂流量与喷嘴压降减小, 液滴直径变大, 这就使燃烧效率降低, 但是推进剂流量减少意味着燃气在燃烧室内的停留时间增加, 这又使燃烧效率增加。试车数据的统计结果与计算有相似趋势, 图 13.3 表示出了这种情况。

推进剂初温和混合比对性能的影响与发动机试验结果亦显示了相同的趋势, 即推进剂初温和混合比提高使性能有偏高趋势, 并使燃烧不稳定性增加, 所以对于一定的发动机, 应限制其室压 (亦即推力)、推进剂初温和混合比。对于推力一定的发动机, 推进剂流强大的流管, 其中推进剂组元蒸发 50% 的位置亦相应推

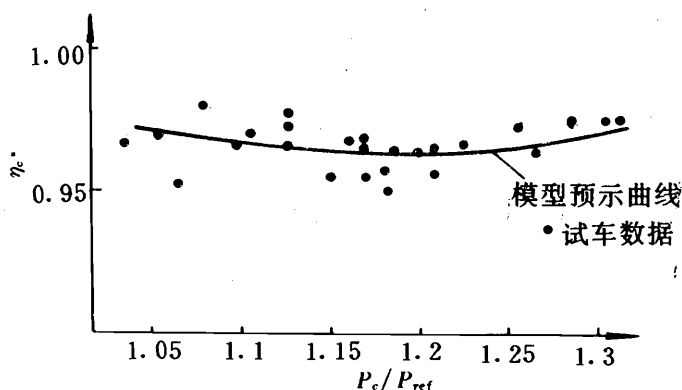


图 13.3 η^* 随无量纲燃烧室压力的变化

后。一般讲，流强愈大， L_{50} 亦愈大，流强愈小， L_{50} 亦愈小。

5. 二次雾化对燃烧效率的影响

对考虑二次雾化和不考虑二次雾化时的 12 喷注器方案的燃烧效率计算表明，考虑了二次雾化后，计算燃烧效率与试车值相当符合，而不考虑二次雾化时，计算燃烧效率只有 83.82%，与实际值差距甚大。

6. 燃烧室长度对燃烧效率的影响

表 13.2 给出了 12 喷注器方案第一流管中的蒸发百分数随燃烧室长度的变化。由表可知，在计算范围内，燃烧室长度的变化仅对四氧化二氮的蒸发百分数有影响，当燃烧室圆柱段长度缩短 5 厘米时，总蒸发百分数仅降低 0.14%；缩短 10 厘米时，降低 0.87%。因而看来可以通过计算，在推力室重量和燃烧效率之间作出最佳选择。

表 13.2 12 方案第一流管中蒸发百分数随燃烧室长度的变化

计算条件	设计工况	圆柱段缩短 5 厘米	圆柱段缩短 10 厘米
UDMH 蒸发百分数	100	100	100
N_2O_4 蒸发百分数	91.82	91	90.62
总蒸发百分数	94.14	94	93.27

以上计算结果分析为进一步改进 F-20 发动机的性能提供了基本依据

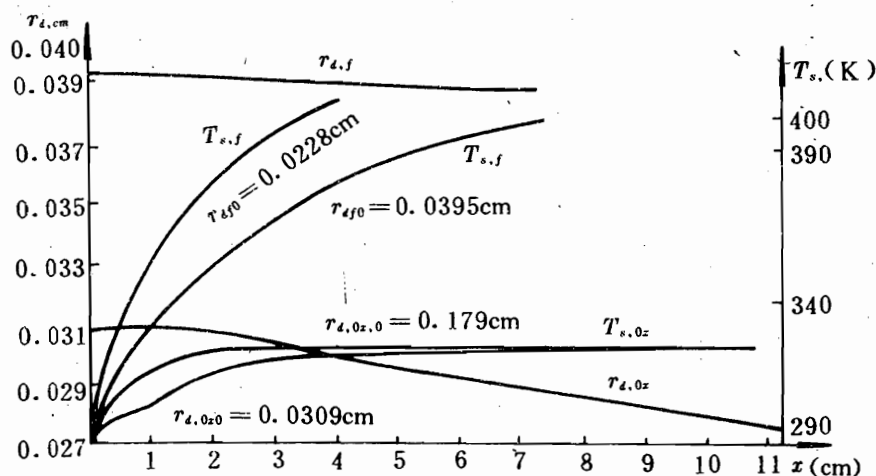


图 13.4 A-50 和 N_2O_4 液滴在燃烧室中的滴温变化和半径变化

文献[5]还应用上述模型和计算方法对 F-5 发动机的燃烧性能进行了计算, 该发动机采用 A-50/ N_2O_4 推进剂。图 13.4 给出了该种推进剂组元液滴在燃烧室中的滴温变化和半径变化。由图可知, 尽管一开始 N_2O_4 液滴的半径减少得比 A-50 的快, 但在燃烧室出口 ($x=11\text{cm}$) 仍然不能全部蒸发完, 其滴温最后将稳定于平衡温度而不再增加, 尽管 A-50 液滴的半径变化一开始很小, 但其温度却很快增加, 并达到室压下的偏二甲肼沸点 (400.6K)。虽然此时肼的沸点还没有达到 (454.0K), 但由于偏二甲肼的沸腾使得液滴内部发生汽化, 并伴有大量气泡形成, 此时液滴已无法再存在, 很快就消失了。残存的肼由于气泡的扰动, 被粉碎成无数多个细小的液滴, 这些液滴在燃烧室中刚刚形成就会很快被蒸发掉, 这就是微爆燃烧原理。因为一个混肼的液滴要比一个纯肼或偏二甲肼液滴蒸发得快。由于肼的平衡温度比偏二甲肼高, 因而肼的存在使得混肼液滴温度能够超过偏二甲肼的沸点温度, 而偏二甲肼的沸腾又加速了混肼液滴的蒸发。这样, 在一个以混肼

和 N_2O_4 作为推进剂的火箭发动机中, N_2O_4 的蒸发仍然为燃烧速率的控制过程。在同样环境下, 对一个纯肼液滴的蒸发进行了计算, 结果发现只有一小部分被蒸发掉, 其温度稳定于它的平衡温度。对纯偏二甲肼液滴的蒸发也进行了计算, 发现偏二甲肼的蒸发量很小, 尤其是在燃烧室下游, 蒸发百分数的变化量更小, 一直到喉部, 偏二甲肼的蒸发百分数最大也只有 51%。这说明, 采用混肼比采用其中任一单独组分更为有利, 特别在燃烧室压力比较低时更是如此。

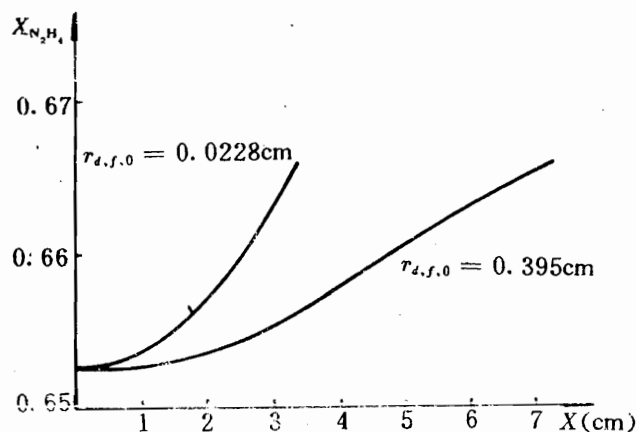


图 13.5 A-50 液滴中 N_2H_4 的摩尔百分数的变化

图 13.5 给出了不同半径的混肼液滴中肼的摩尔百分数的变化情况。从图中可以明显看到, 肼和偏二甲肼的蒸发速率是不同的, 偏二甲肼蒸发较快。因而, 在整个发动机中, 液滴的成分在不断变化, 肼的百分含量在不断增多, 直到最后达到偏二甲肼的沸点, 液滴全部破碎。

图 13.6 给出了考虑与不考虑液相反应时的液滴初始尺寸分布。由图可知, 考虑液相反应后, 液滴尺寸变小, 这就使液滴的升温加剧, 混肼滴更快地达到偏二甲肼的沸点, 而氧化剂滴则更快地达到平衡温度, 从而使蒸发百分数增加。根据计算, 当不考

虑液相反应时, 计算燃烧效率为 93.2%, 考虑液相反应后, 燃烧效率为 96.02%, 而根据试车数据整理的实验燃烧效率为 96.3%。

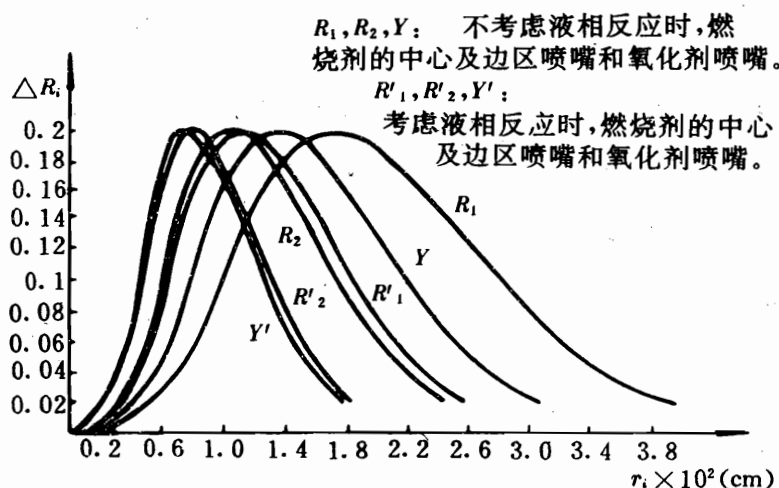


图 13.6 考虑与不考虑液相反应时初始液滴尺寸分布

根据以上算例和计算结果分析, 说明上述自燃推进剂火箭发动机燃烧过程计算一维多流管耦合模型是可行的, 可直接在该种类型液体火箭发动机燃烧室的技术设计和评估阶段应用, 作多种技术方案的比较和验证设计思想, 以减少试车次数, 降低研制费用。

一维多流管模型目前在航天飞机中亦有应用。例如, 文献 [13] 提出的 SSTEP (SSME Streamtube Evaluation Program) 程序即为一维多流管模型, 它成功地应用于计算 SSME 硬件设备的任何微小的改动对性能的影响, 比推力的计算精度达到 0.1%。这些硬件设备的改动包括增加边区冷却孔、取消声腔、堵塞某些液氧喷孔, 主燃烧室冷却剂渗入等, 计算结果与试车数据符合得很好。

13.3 PHEDRE 二维等效环形模型^[14-17]

该模型是法国宇航研究院的 Habiballah 为计算和改进阿里安

火箭的第一级 Viking 发动机的燃烧不稳定性而提出的，它同时也可用来计算稳态燃烧性能。模型中的液滴尺寸分布子模型和液滴蒸发速率子模型都是经过大量的计算和试验总结出来的，故有其特点。同时还引进了化学反应子模型和湍流模型等，考虑的因素较多。采用二维等效环形模型主要是为了便于研究切向高频不稳定燃烧。该模型是将圆形轴对称燃烧室剖开展成实际呈近矩形形状的等效环形燃烧室，其轴向（X 向）长度不变，横向（Y 向）尺寸 l 可以按照圆形轴对称燃烧室和等效环形燃烧的 n 阶切向振型的频率相等来确定，宽度 $b(z)$ 根据两个燃烧室的横截面积相等来定（见图 13.7）。

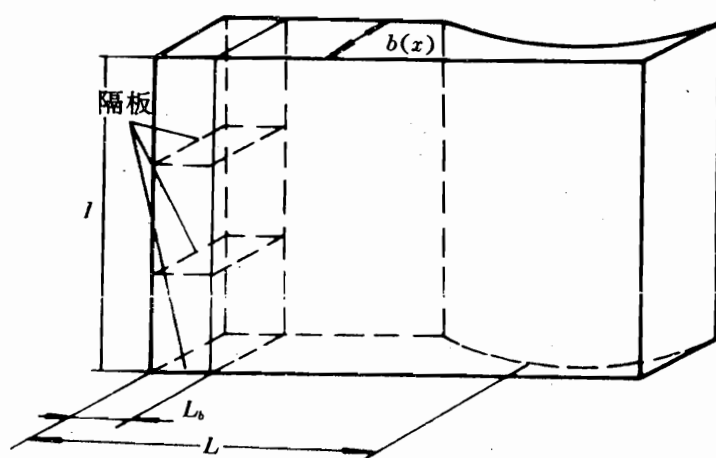


图 13.7 等效环形燃烧室的定义

下面主要对该模型采用的液滴尺寸分布模型、液滴蒸发速度模型、化学反应速度模型以及流场控制方程和数值计算方法作一简单介绍，应该说，PHEDRE 模型的一些子模型是比较好的，特别是液滴尺寸分布模型和液滴蒸发速度模型都比较可靠，可以引用。但由于该模型主要是为计算切向燃烧不稳定性而提出来的，对于稳态燃烧，不一定非要采用二维等效环形模型，而且所采用的 Mac Cormack 计算方法对两相流来讲并不是最好的方法。

13.3.1 液滴尺寸分布模型

对于偏二甲肼自击式喷嘴

$$d_m(\mu m) = 76 \left(\frac{V_j \text{m/s}}{30} \right)^{-0.95} \left(\frac{D_j \text{mm}}{2.9} \right)^{0.3} \left(\frac{L_j \text{mm}}{4.9} \right)^{-0.08} \\ \times \left(\frac{\rho \text{kg/m}^3}{5} \right)^{-0.2} \quad (13.65)$$

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{2.75} - 0.19 \log_{10} \left(\frac{\rho \text{kg/m}^3}{5} \right) \quad (13.66)$$

对于四氧化二氮自击式喷嘴

$$d_m(\mu m) = 138 \left(\frac{V_j \text{m/s}}{30} \right)^{-0.95} \left(\frac{D_j \text{mm}}{4.3} \right)^{0.3} \left(\frac{L_j \text{mm}}{4.9} \right)^{-0.08} \\ \times \left(\frac{\rho \text{kg/m}^3}{5} \right)^{-0.2} \quad (13.67)$$

$$\frac{1}{N} = \frac{1}{2.35} - 0.13 \log_{10} \left(\frac{\rho \text{kg/m}^3}{5} \right) \quad (13.68)$$

式中 D_j ——喷嘴直径;
 L_j ——液体射流长度;
 V_j ——液体射流速度;
 ρ ——环境介质密度。

液滴尺寸按照 Rosin-Rammler 分布

$$g(d) = \frac{N}{d} \left(\frac{d}{\bar{d}} \right)^N \exp \left[- \left(\frac{d}{\bar{d}} \right)^N \right] \quad (13.69)$$

$$d_m = \bar{d} (\ln 2)^{1/N} \quad (13.70)$$

$$d_{32} = \bar{d} / \Gamma \left(1 - \frac{1}{N} \right) \quad (13.71)$$

13.3.2 液滴蒸发速度模型

偏二甲肼液滴蒸发速率

$$\dot{m}_0 = (955 + 2 \times 10^{-5} P) \times 10^{-6} d^{1.1} \left(\frac{d}{d_0} \right)^{0.4} \times \ln(1 + B) \\ \times \left[1 + 1100 d^{3.5} \left| \frac{dP}{dt} \right| \right] - 1.06 \times 10^{-8} d_0 d^{1.5} \frac{dP}{dt} \quad (13.72)$$

$$B = 0.002(T_{\infty} - T_{cu}) + 14Y_{N\infty} \quad (13.73)$$

四氧化二氮蒸发速率

$$\dot{m}_0 = \left[1278 + (426 + 1.7 \times 10^{-5}P) \left(\frac{d}{d_0} \right)^2 \right] \times 10^{-6} d \ln(1+B) - 1.2 \times 10^{-6} d^3 \frac{dP}{dt} \quad (13.74)$$

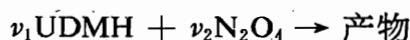
$$B = 0.00028(T_{\infty} - T_{cn}) + 3Y_{u\infty} \quad (13.75)$$

以上式子中 d_0 为液滴初始直径; P 是当地压力; T_{∞} 为环境介质温度; T_{cu} 和 T_{cn} 是偏二甲肼和四氧化二氮的热力学临界温度; $Y_{u\infty}$ 和 $Y_{N\infty}$ 分别为环境介质中气体偏二甲肼和气体四氧化二氮的质量分数。

$$\dot{m} = \dot{m}_0(1 + 0.3 Re^{1/2} Pr^{1/3}) \quad (13.76)$$

13.3.3 化学反应速度模型

假定为一步化学反应



$$\dot{\omega}^* = 10^5 (\rho_1/M_1)^{\nu_1} (\rho_2/M_2)^{\nu_2}, \nu_1 = 1.0, \nu_2 = 1.203$$

所以

$$\dot{W}_1^* = -M_1 \dot{\omega}^* \quad (13.77)$$

$$\dot{W}_2^* = -\nu_2 M_2 \dot{\omega}^* \quad (13.78)$$

式中“1”表示 UDMH, “2”表示 N_2O_4 , M 为分子量。

13.3.4 流场控制方程

在这个模型中, 气相假定由三种组元组成: 燃料 (UDMH), 氧化剂 (N_2O_4) 和燃烧产物 (P), 而液相由 m 组液滴组组成, 每组液滴具有同样的化学组成, 同样的直径、速度和温度; 不考虑液滴的二次雾化和聚合。气相和液相均采用 Eulerian 坐标描述。

气相

连续性方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial \rho u b}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} = \dot{W}^v + \dot{W}^u \quad (13.79)$$

其中 $\dot{W}^e$ 和 $\dot{W}^{ef}$ 分别为由于液滴蒸发的源项和由于横向流动的源项 (Viking 发动机的喷注器位于燃烧室侧壁)。

动量方程

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial \rho u^2 b}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial y} + f_x + s_x^e + s_x^{ef} \quad (13.80)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial \rho uv b}{\partial x} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial y} = - \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial y} + f_y + s_y^e + s_y^{ef} \quad (13.81)$$

其中 f_x 和 f_y 为阻力的分量; s_x^e, s_y^e 分别为由于液滴蒸发而造成的两相间的动量交换 $\bar{s}^e$ 的分量; s_x^{ef}, s_y^{ef} 为由于横向气体流动而造成的动量源项 $\bar{s}^{ef}$ 的分量。

能量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho e}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial \rho e u b}{\partial x} + \frac{\partial \rho e v}{\partial y} = & - P \left(\frac{1}{b} \frac{\partial b}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \sigma_{xx} \frac{1}{b} \frac{\partial \rho u b}{\partial x} \\ & + \sigma_{yy} \frac{\partial y}{\partial y} + \sigma_{xy} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{b} \frac{\partial v b}{\partial x} \right) - \frac{1}{b} \frac{\partial q_x b}{\partial x} - \frac{\partial q_y}{\partial y} \\ & + s_e^e + s_e^{ef} \end{aligned} \quad (13.82)$$

其中 s_e^e 和 s_e^{ef} 分别表示由于液滴蒸发和横向流动所造成的内能源项, q_x 和 q_y 分别为由于导热和组元焓扩散两者所造成的热流分量, 按照 Fick 定律

$$\begin{aligned} q_x = & - K \frac{\partial T}{\partial x} - \rho D \sum_k h_k \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_k}{\rho} \right) \\ q_y = & - K \frac{\partial T}{\partial y} - \rho D \sum_k h_k \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho_k}{\rho} \right) \end{aligned} \quad (13.83)$$

组元 k 的输运方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_k}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial \rho_k u b}{\partial x} + \frac{\partial \rho_k v}{\partial y} = & \frac{1}{b} \frac{\partial}{\partial x} \left(\rho b D \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\rho_k}{\rho} \right) \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial y} \left(\rho D \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\rho_k}{\rho} \right) \right) + \dot{W}_k^e + \dot{W}_k^c + \dot{W}_k^{ef} \end{aligned} \quad (13.84)$$

其中 $\dot{W}_k^v$, $\dot{W}_k^c$ 和 $\dot{W}_k^f$ 分别为由于液滴蒸发、气相燃烧和横向流动而形成的组元 k 的源项。

状态方程

$$P = RT \sum_k \frac{\rho_k}{M_k} \quad (13.85)$$

其中, 温度 T 可以从以下内能表达式求得

$$e(T) = \sum_k \frac{\rho_k}{\rho} \left[h_k(T) - \frac{R}{M_k} T \right] \quad (13.86)$$

液相

连续方程

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial \rho_m u_m b}{\partial x} + \frac{\partial \rho_m v_m}{\partial y} = \dot{W}_m^v + \dot{W}_m^f \quad (13.87)$$

其中 ρ_m 系单位体积中第 m 组液滴的质量; $\dot{W}_m^v$, $\dot{W}_m^f$ 分别表示由于蒸发和横向喷射而造成的第 m 组液滴的质量源项。

动量方程

$$\frac{\partial \rho_m u_m}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial \rho_m u_m^2 b}{\partial x} + \frac{\partial \rho_m u_m v_m}{\partial y} = f_{mx} + s_{mx}^v + s_{mx}^{lf} \quad (13.88)$$

$$\frac{\partial \rho_m v_m}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial \rho_m u_m v_m b}{\partial x} + \frac{\partial \rho_m v_m^2}{\partial y} = f_{my} + s_{my}^v + s_{my}^{lf} \quad (13.89)$$

式中 f_{mx} 和 f_{my} 是第 m 组液滴的阻力分量; s_{mx}^v , s_{my}^v 是由于 m 组液滴的蒸发而造成的两相间的动量交换的分量; s_{mx}^{lf} , s_{my}^{lf} 是由于横向喷射而造成的动量源项。

液滴数守恒方程

$$\frac{\partial n_m}{\partial t} + \frac{1}{b} \frac{\partial n_m u_m b}{\partial x} + \frac{\partial n_m v_m}{\partial y} = s_{m,n}^{lf} \quad (13.90)$$

式中 $s_{m,n}^{lf}$ 是由于横向喷射而导致的液滴数的变化速率。

液滴直径和 ρ_m 的关系如下:

$$d_m = \left(\frac{6\rho_m}{\pi\rho_l^m n_m} \right)^{1/3} \quad (13.91)$$

在该模型中未考虑液滴能量方程, 认为液滴立即达到当地压力的平衡蒸发温度。

以上方程中的各源项的表达式如下:

如果已知单个液滴的蒸发质量流率为 $\dot{m}$, 则第 m 组液滴的质量损失项应为

$$\dot{M}_m^v = -n_m \dot{m} \quad (13.92)$$

因而相应的质量源项即为

对于气相, $\dot{W}_m^v$

$$\dot{W}^v = - \sum_m \dot{W}_m^v = \sum_m n_m \dot{m} \quad (13.93)$$

对于气相组元, $k=1, 2$

$$\dot{W}_k^v = - \sum_{m_k} \dot{W}_{m_k}^v = \sum_{m_k} n_{m_k} \dot{m} \quad (13.94)$$

其中下角标 m_k 系只指具有相同组元 k 的液滴组。

假定液滴蒸气离开液滴表面时具有与液滴相同的速度, 于是 m 组液滴的动量损失分量可以写为

$$s_{mx}^v = \dot{W}_m^v u_m, \quad s_{my}^v = \dot{W}_m^v v_m \quad (13.95)$$

而气相动量源项的分量则为

$$\begin{aligned} s_x^v &= - \sum_m s_{mx}^v = - \sum_m \dot{W}_m^v u_m \\ s_y^v &= - \sum_m s_{my}^v = - \sum_m \dot{W}_m^v v_m \end{aligned} \quad (13.96)$$

为了推导内能源项, 首先推导两相之间的总能量交换 $E=e+v^2/2$. 气相能量源项是由于液滴的加热和蒸发的热损失与由于蒸发气体能量增加之间的平衡。于是, 总的能量源项的表达式即为

$$s_E^v = s_E^{v^*} - \phi = \sum_m (s_{E,m}^{v^*} - \phi_m) \quad (13.97)$$

式中 ϕ 为液滴吸收的热流量。

$$s_{E,m}^{h^v} = \dot{W}_m \left[e(T_m^v) + \frac{\dot{v}_m^2}{2} \right] \quad (13.98)$$

ϕ_m 系将液滴温度从喷注温度加热到蒸发温度, 并将液滴蒸发所需要的热量

$$\phi_m = \dot{W}_m \left(\int_{T_m'}^{T_m^v} C_{p_m} dT + L_m^v \right) \quad (13.99)$$

于是可以写出

$$s_E^v = \sum_m \dot{W}_m \left(h_m^i - r_m T_m^v + \frac{\dot{v}_m^2}{2} \right) \quad (13.100)$$

式中 h_m^i 是第 m 组液滴在喷注温度时的比焓, $r_m = R_i/M_m$, M_m 为第 m 组液滴的蒸发气体的摩尔质量。而

$$s_e^v = \sum_m -\dot{W}_m \left[h_m^i - r_m T_m^v + \frac{1}{2} (\dot{v} - \dot{v}_m)^2 \right] \quad (13.101)$$

气相动量方程中的液滴总阻力可以写成

$$\dot{f} = - \sum_m \dot{f}_m \quad (13.102)$$

而对于第 m 组液滴, 则为

$$\dot{f}_m = \frac{\pi}{8} \mu_l n_m d_m C_{Dm} Re_m (\dot{v} - \dot{v}_m) \quad (13.103)$$

式中

$$Re_m = \frac{\rho d_m}{\mu_l} |\dot{v} - \dot{v}_m| \quad (13.104)$$

$$C_{Dm} = \frac{12}{Re_m} (1 + 0.15 Re_m^{0.687}) \quad , \quad \text{当 } Re_m \leq 1000$$

$$C_{Dm} = 0.22 \quad , \quad \text{当 } Re_m > 1000$$

(13.105)

由于气相燃烧的组元质量源项则为

$$\dot{W}_k = - \nu_k M_k \dot{\omega} \quad (13.106)$$

由于该模型不能求解第三方向(z)的流动, 所以喷注的横向质

量流动作为源项来处理(用 l^f 角标标记),并在计算区域的单元网格上积分。假定气相质量流率为 $\dot{m}^{lf}$,第 m 组液滴的质量流率为 $\dot{m}_m^{lf}$,并用 V_{cell} 表示计算网格的体积,于是对于气相

$$\text{质量源项} \quad \dot{W}^{lf} = \dot{m}^{lf}/V_{\text{cell}} \quad (13.107)$$

$$\text{动量源项} \quad s_z^{lf} = \dot{m}^{lf} u^{lf}/V_{\text{cell}}, s_y^{lf} = 0 \quad (13.108)$$

式中 u^{lf} 是横向流动速度 $\vec{v}^{lf}$ 的纵向分量。

$$\text{内能源项} \quad s_e^{lf} = \frac{\dot{m}^{lf}}{V_{\text{cell}}} \left[h^{lf} + \frac{(\vec{v}^{lf})^2}{2} - uu^{lf} + \frac{\vec{v}^2}{2} \right] \quad (13.109)$$

式中 h^{lf} 是横向气体流的焓。

$$k \text{ 组元质量源项} \quad \dot{W}_k^{lf} = y_k^{lf} \dot{m}^{lf}/V_{\text{cell}} \quad (13.110)$$

式中 y_k^{lf} 是横向气流中 k 组元的质量分数。

对于液相

$$\text{质量源项} \quad \dot{W}_m^{lf} = \dot{m}_m^{lf}/V_{\text{cell}} \quad (13.111)$$

$$\text{动量源项} \quad s_{mx}^{lf} = \dot{m}_m^{lf} u_m^{lf}/V_{\text{cell}}, s_{my}^{lf} = 0 \quad (13.112)$$

$$\text{液滴数源项} \quad s_{m,n}^{lf} = \frac{1}{V_{\text{cell}}} \frac{6\dot{m}_m^{lf}}{\pi (d_m^{lf})^3 \rho_l^n} \quad (13.113)$$

式中 d_m^{lf} 是横向喷入的第 m 组液滴的直径。

13.3.5 湍流模型和输运系数

采用亚网格尺度(SGS)湍流模型。湍流粘性系数用下式表示

$$\mu_t = C_t \rho \Delta^2 \left| 2 \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \right|^{1/2} \quad (13.114)$$

c_t 是常数,等于 0.04, Δ 是最小网格尺寸。

湍流导温系数和组元扩散系数为

$$\alpha_t = \mu_t C_p / \rho p_{r_t}, \quad D_t = \mu_t / \rho S c_t \quad (13.115)$$

13.3.6 边界条件

在喷注边界给定每组液滴的质量百分数、速度或质量流率以及滴径、滴温。

在壁面采用无滑移模型。

在出口:当流动为亚音速时给定 Ma 数或静压;对于超音速流动,不需要边界条件。

13.3.7 数值计算方法

两相流场采用显式预测——校正 Mac Cormack 格式的差分方法计算。数值积分采用交错网格:所有矢量按在网格边上的值计算,所有标量按在网格中心的值计算。由于采用的是显式格式,因此在迭代过程中时间步长应满足稳定性准则。这是双曲型方程差分格式稳定的必要条件,即 CFL 条件。但这是对于单相流动,对于两相流动, CFL 条件还不够。数值试验表明,只有当取 $\Delta t \leq (\Delta t)_{\text{CFL}}/5$ 时,上述计算格式才稳定。

13.3.8 对模型的评价

文献[15]利用上述模型和计算方法对轴向喷注的二维平面燃烧室的稳态性能进行了计算,给出了偏二甲肼浓度、压力和温度的等值线图,并与通常采用 $k-\epsilon$ 湍流模型的 Eulenan-Lagrangian 模型计算的结果进行了比较,两者的结果符合得很好,而且计算的燃气轴向速度与实测值亦很符合,说明这一模型是可信的,但所应用的 Mac Cormack 方法对两相流来讲并不是最好的方法,而且机时要求较长。

参考文献

- [1] L. M. Larosiliere and S. M. Jeng. Bipropellant Spray Combustion Modeling in Small Rocket Engines. AIAA 91-2197
- [2] T. L. Jiang and H. H. Chiu. Bipropellant Combustion in Liquid Rocket combustion Chamber. J. of Propulsion and Power Vol. 8, No. 5. 1992
- [3] 庄逢辰,陈新华,张中光. FY-2 型发动机燃烧室计算模型. 国防科技大学报, Vol. 11, No. 3. 1989
- [4] H. Liao, F. C. Zhuang. Combustion Modeling of Nitrogen Tetroxide/Hydrazine Type Fuel Propellant Rocket Engine 1st. APICCES, 1990
- [5] 梁小芄,庄逢辰. 一个适用于 A-50/N₂O₄ 自燃烧推进剂火箭发动机燃

烧效率计算的模型. 国防科技大学科学研究论文选, 1988

- [6] 阳波, 庄逢辰. 液体火箭发动机燃烧过程分析. 推进技术, No. 5. 1988
- [7] 孙婵, 马德义, 庄逢辰. FC-5 远地点液体火箭发动机燃烧性能和热特性的分析研究. 航天与导弹动力装置联合会议, 1988
- [8] 庄逢辰, 陈新华. FY-2 型发动机燃烧室计算模型课题研究报告. 1988
- [9] 张中光. FY-2 型发动机燃烧问题研究. 1988
- [10] S. E. Rodriguez. Liquid Phase Reactions of Hypergolic Propellants. NASA CR-115863
- [11] L. T. Zajac. Droplet Breakup in Accelerating Gas Flow, Part II. Secondary Atomization. NASA CR-134479
- [12] 陈新华, 庄逢辰. 液体火箭发动机燃烧室燃烧效率计算理论. 航空动力学报, Vol. 1, No. 1. 1986
- [13] W. Greene and D. Vanghan. SSME Streamtube Evaluation Program (SSTEP). AIAA 92-3734
- [14] H. Habiballah, H. Monin. Two-Dimensional Model for the Two-Phase Flow Simulation in a Viking Rocket Engine Combustion Chamber. 9th Int Conf. on Numerical Methods in Fluid Dynamics, Saclay, 1984
- [15] M. Habiballah, D. Lourme. A Comprehensive Model for Combustion Stability Studies Applied to the Ariane Viking Engine. AIAA 88-86
- [16] M. Habiballah, I. Dubois. Numerical Analysis of Engine Instability, ONERA. First International Symposium on Liquid Rocket Combustion Instability, 1993
- [17] M. Habiballah, I. Dubois, L. Vingert, D. Lourme and D. Schevrer. High Frequency Combustion Instability in Liquid Propellant Rocket Engines — A Review of Studies Carried out at ONERA for the Ariane Launcher. AIAA 92-0774

第十四章 REFLAN3D—SPRAY 液体 火箭发动机喷注器 异常工作分析模型

14.1 引言

REFLAN3D—SPRAY (REactive FLOW ANalyzer 3—Dimensional, with two phase Spray) 是美国在 80 年代发展的、应用于液体火箭发动机的三维计算模型^[1]。当时发展这一模型的主要目的是为了预测喷注器异常工作,例如喷孔堵塞或喷注不均匀对壁面传热的影响,并且是针对液氧/煤油火箭发动机,还假定液氧喷入燃烧室立即蒸发完毕,但实际上模型的功能可完全不受这一限制,而且亦适用于液氢液氧火箭发动机,例如文献[2]采用基本相同的模型,但采用 PHOENICS 程序模拟和分析了 SSME 推力室(包括喷管)内气—液两相喷雾的流动、蒸发和燃烧,计算了发动机的推力和比推力,给出了全流场的压力分布、温度分布和速度分布。下面即介绍这一分析模型。

14.2 气相方程和模型^[1, 3]

在 REFLAN3D—SPRAY 分析模型中,气相守恒方程可用以下统一形式表示

$$\operatorname{div}(\vec{G}\phi - \Gamma_g \operatorname{grad}\phi) = s_g + s_{g,l} \quad (14.1)$$

式中 $\vec{G}$ 为质量流强矢量,等于 $\rho\vec{v}$, Γ_g 是有效输运系数, s_g 是气相源项以及不能写入(14.1)式左边各项中的那些项, $s_{g,l}$ 是气液耦合相

互作用源项, ϕ 是通用输运量, 它可以为三个速度分量 u, v, w , 总焓 $\bar{h}$, 湍流量 k, ε , 混合物分数 f 和燃料以及 CO 的质量分数 (原始分析模型主要应用于液氧/煤油发动机)。此外, 还有三个辐射通量方程, 在这些方程中 $\vec{G}=0$, 以及一个连续性方程 ($\phi=1$ 和 $\Gamma_\phi=0$)。式中 s_ϕ 和 $s_{\varepsilon, \phi}$ 的具体表达式及其推导详见文献[1]。

气相温度由总焓求得, 总焓的定义为

$$\bar{h} = C_p T + \sum Y_j h_j^0 + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \quad (14.2)$$

混合物的密度仍采用理想气体状态方程来求

$$P = \rho R_u T \sum_{j=1}^N Y_j / M_j \quad (14.3)$$

所有模型都采用工程上通用的模型, 如湍流流动采用 $k-\varepsilon$ 双方程模型, 气相辐射采用六通量模型, 湍流燃烧采用 EBU 模型。

在 x, y, z (或 θ) 方向的合成辐射通量方程为

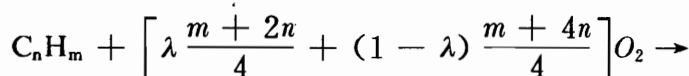
$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{a+s} \frac{dR_x}{dx} \right) = - \left[a(R_x - E) + \frac{s}{3}(2R_x - R_y - R_z) \right] \quad (14.4)$$

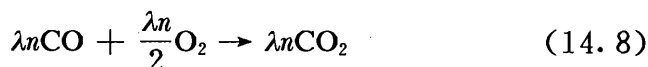
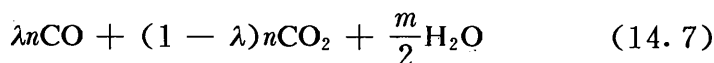
$$\frac{d}{dr} \left[\frac{r}{a+s+\frac{1}{r}} \frac{dR_y}{dr} \right] = - r \left[a(R_y - E) + \frac{s}{3}(2R_y - R_x - R_z) \right] \quad (14.5)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{1}{a+s} \frac{1}{r} \frac{dR_z}{d\theta} \right) = - \left[a(R_z - E) + \frac{s}{3}(2R_z - R_x - R_y) \right] \quad (14.6)$$

式中 a 为吸收系数, s 为散射系数, $E = \sigma T^4$, σ 为 Boltzman 常数, 公式的具体推导详见文献[1]。

采用两步化学反应, 对于烃类燃料的氧化反应, 其一般式可以表示成





式中 m 和 n 表示烃类燃料的组成, λ 为反应系统参数 (对于一步化学反应, $\lambda=0$, 对于二步化学反应, $\lambda=1$)。

在以上反应中, 有五种组元 (C_nH_m , CO_2 , CO , H_2O 和 O_2)。燃料 C_nH_m 和 CO 的质量分数可直接从输运方程求得, 其它成分可从化学计算比关系和混合物分数的代数方程求得 (见 9.5.3 节)。

气相燃烧速度则根据 9.5.6 节预混反应流的 EBU 模型确定, 即

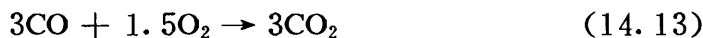
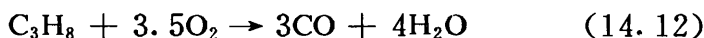
$$\dot{\omega}''' = -\text{Min}(R_{fu}, R_{\text{EBU}}) \quad (14.9)$$

在文献[3]中具体对煤油 ($\text{C}_{11.96}\text{H}_{23.23}$) 所选用的 Arrhenius 反应式如下:

$$R_{\text{C}_{11.96}\text{H}_{23.23}} = 1 \times 10^{10} Y_{\text{C}_{11.96}\text{H}_{23.23}} Y_{\text{O}_2} \exp(-9000/T) \quad (14.10)$$

$$R_{\text{CO}} = 7 \times 10^{10} Y_{\text{CO}} Y_{\text{O}_2} \exp(-930/T) \quad (14.11)$$

式中反应速率的单位为 $\text{kg}/\text{m}^3 \cdot \text{s}$ 。显而易见, 这两个公式的可靠性并不那么充分, 因为公式并未考虑温度对密度的影响。但目前有关二步化学反应的动力学数据还很少。文献[4]给出了丙烷/氧的二步化学反应方程以及相应的化学反应速度计算公式:



考虑到湍流混合的作用, 每一步的燃烧速度都应按下式计算:

$$\dot{\omega}_{\text{C}_3\text{H}_8}'' = -\text{Min} \begin{cases} R_{\text{C}_3\text{H}_8} = A_1 \rho^{-1.5} Y_{\text{C}_3\text{H}_8}^{0.5} Y_{\text{O}_2} \exp\left(-\frac{E_1}{R_u T}\right) \\ R_{\text{EBU}} = C_{R1} \bar{\rho} \min\left(Y_{\text{C}_3\text{H}_8}, \frac{Y_{\text{O}_2}}{\tau_1}\right) \frac{\varepsilon}{k} \end{cases} \quad (14.14)$$

$$\dot{w}_{\text{CO}} = -r_2 \dot{w}_{\text{C}_3\text{H}_8} - \text{Min} \begin{cases} R_{\text{CO}} = A_2 \bar{p}^2 Y_{\text{CO}} Y_{\text{O}_2} \exp\left(-\frac{E_2}{R_u T}\right) \\ R_{\text{EBU}} = C_{R2} \bar{p} \min\left(Y_{\text{CO}}, \frac{Y_{\text{O}_2}}{r_3}\right) \frac{\varepsilon}{k} \end{cases} \quad (14.15)$$

式中 $A_1 = 3.3 \times 10^8$, $A_2 = 6.0 \times 10^8$, $E_1/R_u = 27000$, $E_2/R_u = 12500$, $C_{R1} = 3.0$, $C_{R2} = 4.0$, $r_1 = 28/11$, $r_2 = 21/11$, $r_3 = 16/7$.

14.3 液相方程和模型

假定燃料一喷入燃烧室后即为完全雾化的液雾, 在雾化点上液滴的初始尺寸、速度和温度都是给定的。液滴可以分成几个尺寸组, 每一组的液滴数 N_d 可根据液滴尺寸分布函数确定。

对于每一尺寸组的液滴, 可以写出以下动量平衡方程:

$$\begin{aligned} m_d \frac{du_d}{dt} &= C_D \rho \frac{A_d}{2} (u - u_d) |u - u_d| \\ m_d \frac{dv_d}{dt} &= C_D \rho \frac{A_d}{2} (v - v_d) |v - v_d| + m_d \frac{w_d^2}{r} \\ m_d \frac{dw_d}{dt} &= C_D \rho \frac{A_d}{2} (w - w_d) |w - w_d| + m_d \frac{v_d}{r} w_d \end{aligned} \quad (14.16)$$

式中 A_d 是液滴横截面积, m_d 为液滴质量, C_D 为阻力系数, 文献[3]取

$$C_D = \frac{Re}{24} (1 + 0.15 Re^{0.687}) / (1 + B) \quad (14.17)$$

式中 B 为 Spalding 传递数, 其值为

$$B = C_{p,v} \frac{\Delta T}{L} \quad (14.18)$$

已知液滴速度, 其轨迹就可从以下简单关系求得:

$$\frac{dx_d}{dt} = u_d, \quad \frac{dy_d}{dt} = v_d, \quad \frac{dr\theta}{dt} = w_d \quad (14.19)$$

液滴的蒸发分成两个阶段: 加热阶段和平衡蒸发阶段。在加

热阶段液滴的升温按下式计算：

$$\frac{dT_d}{dt} = \frac{6}{d_d \rho_d C_{p,d}} [Nu \cdot K(T - T_d) - \sigma a \omega (T_{\text{wall}}^4 - T_d^4) - Q] \quad (14.20)$$

式中 $6/\rho_d d_d$ 为液滴表面积和质量之比， σ ， a ， ω 分别为 Boltzman 常数，液滴的吸收系数和角系数。

$$Nu = 2 + 0.6 Re^{0.5} Pr^{0.33} \quad (14.21)$$

$$Q = L \frac{dm_d}{dt} \quad (14.22)$$

$$\frac{dm_d}{dt} = \pi d_d \lambda_v \quad (14.23)$$

(14.23)式可以改写成

$$\frac{d(d_d)}{dt} = \frac{2\lambda_v}{\rho d_d} \quad (14.24)$$

式中

$$\lambda_v = Sh \cdot (\rho_v D) (Y_{v,s} - Y_{v,\infty}) \quad (14.25)$$

$$Sh = (2 + 0.6 Re^{0.5} Sc^{0.33}) \frac{\ln(1 + B)}{B} \quad (14.26)$$

$$B = \frac{C_{p,v}(T_{\infty} - T_{\text{sat}})}{L} \quad (14.27)$$

式中 T_{sat} 系液滴的湿球温度。

以上所列公式显然不适用于燃烧室压力较高的情况，这时应用本书第四章的液滴高压蒸发模型代替以上模型，但该模型的优点是考虑了燃烧室壁对液滴表面的传热，并且计算比较简单，故在燃烧室压力较低时还是可以应用的。

14.4 方程求解

模型采用控制容积法对微分方程离散化，在离散时采用的是非正交贴体网格，推导差分方程时采用了交错网格和迎风差分格

式。气相守恒方程求解采用的是 SIMPLE 算法, 而液滴方程则是采用局部线性化求解析解的方法。这种方法较之其它方法, 如四阶 Runge-Kutta 法等机时消耗要少得多。对于液滴运动, 液滴加热和液滴蒸发, 都可用以下统一形式的常微分方程表示:

$$\frac{d\phi_l}{dt} = \frac{1}{E}(\phi_g - \phi_l) + F \quad (14.28)$$

式中 ϕ_g 和 ϕ_l 分别表示气相和液相中的参数。 E 和 F 为系数, 可从方程(14.16), (14.20)和(14.23)求得。积分(14.28)式, 并假定在积分时间内 ϕ_g 为常数, 即得

$$\phi = \phi_g - (\phi_g - \phi_l) \exp\left(-\frac{\Delta t}{E}\right) + EF\left(1 - \exp\left(-\frac{\Delta t}{E}\right)\right) \quad (14.29)$$

式中 Δt 为时间间隔, E 相当于特征时间尺度。如果在积分时 $\Delta t/E$ 相当大, 例如大于 20, 则 $\exp(-\Delta t/E) < 2 \cdot 10^{-9}$, 这时就可使方程(14.29)大为简化。

沿液滴轨道在每一点上求解线性化常微分方程, 当液滴通过网格控制体时, 记录下液滴在进出网格处的性质, 并据以计算在这网格内的气液相互作用源项 $s_{d,\phi}$ 。

14.5 计算试验

文献[1]利用上述分析模型对一台模型发动机进行了计算试验, 以检验模型预测喷注器工作异常对发动机传热和燃烧性能影响的能力。燃烧室的长度(到喉部)为 33cm, 直径为 12.192cm, 喉部直径为 6.604cm, 燃烧室压力为 $41.37 \times 10^5 \text{N/m}^2$, 液氧流量为 6.312kg/s, RP-1 流量为 2.1kg/s, 进口温度分别为 150K 和 288K。喷注单元为 LOX — RP-1 — LOX 三束互击式, 其分布见图 14.1, 质量平均直径为 $27\mu\text{m}$ 。根据对称情况, 取 90° 的扇形体为计算域, 采用非正交网格, 在 X—轴向, Y—径向和 Z(=θ)—

周向的网格数分别为 21, 8, 4. 计算还同时检验了液滴蒸发速率定律、气相化学反应动力学常数和液滴尺寸分布对预测结果的敏感性。

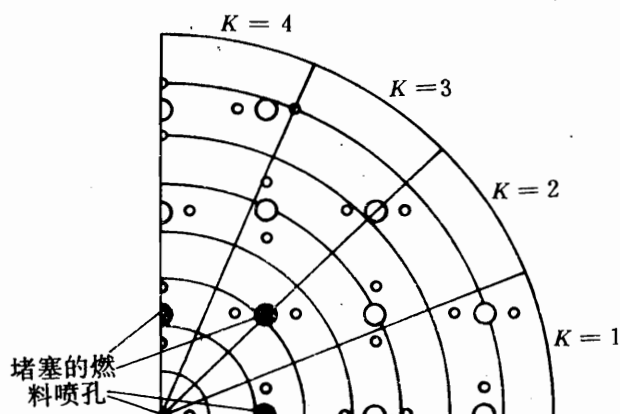


图 14.1 模型发动机喷注单元的分布图

图 14.2 给出了喷嘴完全没有堵塞

时,在 X-Y 平面上的温度分布,而图 14.3 给出了有 24.3% 的喷嘴(燃料)被堵塞时的温度分布(堵塞的喷嘴见图 14.1)。由图可知,两种情况下的温度分布有明显差别。当喷嘴没有堵塞时,温度分布比较均匀,但当喷嘴堵塞时,在中心区形成富氧区,其温度明显地比周围的环形富燃区低。在燃烧室中央径向方向很陡的梯度表示延长的火焰锋,这说明燃烧变坏,比较从燃气向壁面的传热情况表明,两种情况没有太大差别,这是由于堵塞的喷嘴位于中心的缘故,如在边区则肯定会有很大影响,甚至造成高温而烧穿室壁。但文献[1]未计算这种情况。

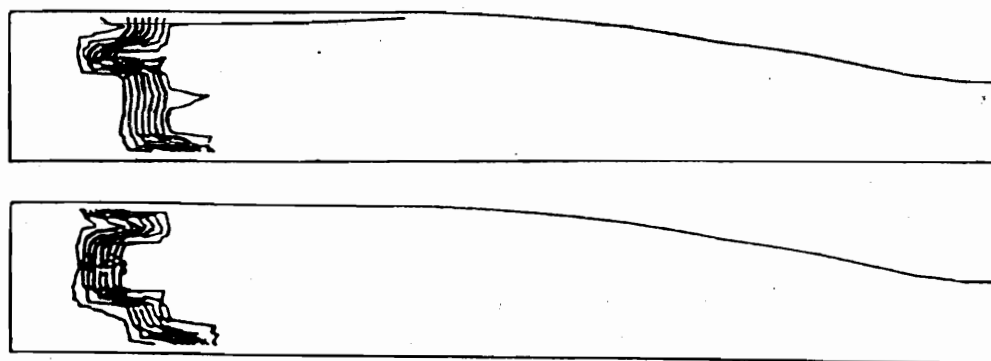


图 14.2 喷嘴完全没有堵塞时 X-Y 平面上的温度分布

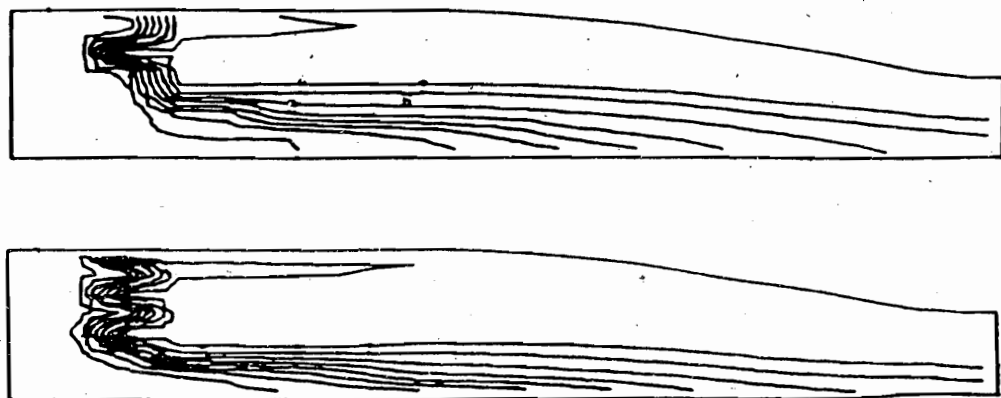


图 14.3 中心有 24.3% 的燃料喷嘴堵塞时 X-Y 平面上的温度分布

14.6 对模型的评价

这个分析模型的主要优点是：1. 采用了 Eulerian-Lagrangian (E-L) 方法，这个方法不会产生数值扩散，适用于多分散性液雾，便于与不同的液滴蒸发和燃烧模型相结合，而且计算方法比较典型和成熟；2. 考虑的子模型较多，如湍流模型采用了 $k-\epsilon$ 双方程模型，燃烧模型采用一步反应模型、二步反应模型和 EBU 模型相结合，还考虑了六通量辐射传热模型。

分析模型不足之处是：所采用的蒸发模型中未考虑高压的影响，没有考虑液滴的湍流扩散以及液滴之间的相互作用，如二次破碎的聚合等。

参考文献

- [1] A. J. Przekwas, A. K. Singhal and L. T. Tam. Rocket Injector Anomalies Study. Vol. 2. NASA CR-174702
- [2] A. J. Przekwas, K. Gross. SSME Thrust Chamber Modeling with Navier Stokes Equations. AIAA 86-1517

- [3] A. J. Przekwas, A. K. Singhal and L. T. Tam. Computational Simulation of Liquid Rocket Injector Anomalies. AIAA 86—1424
- [4] D. L. Cherng, V. Yang and K. K. Kuo. Numerical Study of Turbulent Reacting Flows in Solid-Propellant Ducted Rocket Combustors. J. Propulsion, Nov-Dec. 1989

第十五章 SSME 预燃室热流体分析的超临界燃烧模型

15.1 引言

航天飞机主发动机是目前世界上最先进的发动机,它的性能、稳定性和相容性都是当前的最高水平,海平面比冲达到 3563m/s ,可启动 55 次,节流范围 $65-109\%$,设计寿命为 7.5 小时。为了达到高性能,它采用了双级燃烧系统,推进剂先以低混合比在预燃室进行燃烧,燃烧形成的高温燃气先进入涡轮,排出的燃气再进入主燃烧室与液氧燃烧,然后再从喷管排出。在研制预燃室的过程中发现有可能发生不完全燃烧和形成局部高温地区,从而导致涡轮功率下降和烧坏。为了解释这些原因和消除这些现象,这就需要变更设计和改变工作条件,为此文献[1]提出了这个分析模型。由于预燃室的工作压力很高,达到 350 大气压。根据第六章 6.4 节对 LOX/H_2 系统中氧液滴的计算,当 $P=125\text{atm}$ 时,液滴一暴露在氢气环境中就达到超临界状态,故文献[1]提出可以用超临界燃烧理论来进行 SSME 预燃室热流体分析,下面即介绍这一分析模型。

15.2 基本假设

认为液氧滴一进入预燃室就变成气团,并采用双流体计算模型,用 Eulerian-Eulerian 坐标系描述。液氧为一相,氢和燃烧产物水为另一相,考虑两相之间的质量传递和动量传递。氧气团在氢

气环境中扩散, 并与氢燃烧, 化学反应速度为无穷大。氢相用 1 表示, 分散的氧相用 2 表示。

15.3 基本方程

连续性方程

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho_1 r_1 \vec{u}_1) = \dot{m}_{2 \rightarrow 1} \quad (15.1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho_2 r_2 \vec{u}_2) = \dot{m}_{2 \rightarrow 1} \quad (15.2)$$

动量方程

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho_1 r_1 \vec{u}_1 \vec{u}_1) = -r_1 \vec{\nabla} P + \vec{\nabla} \cdot (\mu_{\text{eff}} r_1 \vec{\nabla} \vec{u}_1) + \dot{m}_{2 \rightarrow 1} \vec{u}_2 + F \quad (15.3)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho_2 r_2 \vec{u}_2 \vec{u}_2) = -r_2 \vec{\nabla} p - F - \dot{m}_{2 \rightarrow 1} \vec{u}_2 \quad (15.4)$$

能量方程

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho_1 r_1 \vec{u}_1 h_1) = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\mu_{\text{eff}}}{Pr_t} r_1 \vec{\nabla} h \right) + \dot{m}_{2 \rightarrow 1} h_2 + \dot{\omega}_1 \Delta H_c \quad (15.5)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho_2 r_2 \vec{u}_2 h_2) = -\dot{m}_{2 \rightarrow 1} h_2 \quad (15.6)$$

组分方程

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho_1 r_1 \vec{u}_1 Y_{\text{ox}}) = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\mu_{\text{eff}}}{Sc_t} r_1 \vec{\nabla} Y_{\text{ox}} \right) + \dot{m}_{2 \rightarrow 1} - \dot{\omega}_2 \quad (15.7)$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\rho_1 r_1 \vec{u}_1 Y_{\text{H}_2}) = \vec{\nabla} \cdot \left(\frac{\mu_{\text{eff}}}{Sc_t} r_1 \vec{\nabla} Y_{\text{H}_2} \right) - \dot{\omega}_1 \quad (15.8)$$

$$Y_{\text{ox}} + Y_{\text{H}_2} + Y_{\text{H}_2\text{O}} = 1 \quad (15.9)$$

式中 r 为气相或液相的体积分数, $\dot{m}_{2 \rightarrow 1}$ 为单位体积中氧的质量传递速率, F 为单位体积中两相之间的摩擦力, $Pr_t = Sc_t = 1$ 。

对于连续相氢, 动量的湍流扩散用标准的 $k-\varepsilon$ 双方程模型考虑, 但对分散相氧, 忽略了这一项。

假定氧相的焓在预燃室中不变化, 并等于喷入预燃室时的值,

因而方程(15.6)实际不需要。 ρ_2 亦假定等于初始值, ρ_1 根据理想气体状态方程求得, $T_1 = h_1 / \bar{C}_{p,1}$, $\bar{C}_{p,1}$ 系混合物的平均比热。

入口边界条件可根据预燃室进口参数确定。壁面假定为绝热和不可渗透的, 并采用壁面函数法计算氢气相的速度。

15.4 相间质量交换模型

在基本方程中最重要的项就是相间质量交换项, 也即单位体积中氧的质量传递速率 m_{2-1} 。根据假定, 氧液滴已为一气团, 其扩散和燃烧可根据第五章中的 Spalding 点源理论进行分析。

假定燃料气团的初始质量为 m_0 , 则根据(5.25)式, 气团的燃烧时间可以用下式表示:

$$t_b = \frac{[m_0(1 - f_\infty)/\rho(f_f - f_\infty)]^{2/3}}{4\pi D} \quad (15.8)$$

式中 ρ 可以假定为整个混合物的平均密度, 在本模型中取 $\rho = \rho_1$, 并且由于在本例条件下, 气团不是燃料氢, 而是氧, 故这时的燃烧时间应为

$$t_b = \frac{\left[\frac{9}{8} \frac{m_0}{\rho_1} \right]^{2/3}}{4\pi D} \quad (15.9)$$

在喷注后的 t 时刻, 气团质量 m 可用下式表示:

$$m = m_0 \left(1 - \frac{t}{t_b} \right)^{2.592} \quad (15.10)$$

这实际是 (5.33) 式的多项式近似, 但去掉了左式中的 $(1 - f_f)/(1 - f_\infty)$ 。

由(15.9)和(15.10)式, 就可写出

$$-\frac{dm}{dt} = 2.592 \left(\frac{m_0}{t_b} \right) \left(\frac{m}{m_0} \right)^{0.614} \quad (15.11)$$

或者写成

$$-\frac{dm}{dt} = 2.592 \left(\frac{m_0}{t_b} \right) \left(\frac{d}{d_0} \right)^{1.842} \quad (15.12)$$

$$\text{和} \quad m_0 = \pi \rho_2 d_0^3 / 6 \quad (15.13)$$

式中 d_0 为喷注面上的液滴气团直径。于是就可得出单位体积中氧的蒸发速率为

$$\dot{m}_{2 \rightarrow 1} = \left(- \frac{dm}{dt} \right) \frac{r_2}{(\pi d^3 / 6)} \quad (15.14)$$

式中 r_2 为氧相的当地体积分数。 d 为当地液滴直径, 它和初始直径 d_0 的关系可用下式表示:

$$d = d_0 \left(\frac{r_2}{r_2^*} \right)^{1/3} \quad (15.15)$$

式中 r_2^* 是氧相的“静区”体积分数(Shadow volume fraction)^[2]。“静区”体积分数 r_2^* 亦用(15.1)–(15.9)方程组求解, 但这时应假定两相之间无质量交换。

对流的影响可用因子 $(1 + 0.276 Pr^{1/3} Re^{1/2})$ 的乘积来考虑, 其中 $Pr = 0.71$

$$Re = \rho_1 |\dot{u}_1 - \dot{u}_2| d / \mu_1 \quad (15.16)$$

在点源理论中 D 假定为常数, 但在这个分析模型中, 令

$$D = D_{\text{ref}} \left(\frac{P_{\text{ref}}}{P} \right) \left(\frac{T_1}{T_{\text{ref}}} \right)^{1.823} \quad (15.17)$$

15.5 相间阻力模型

采用了两种处理方法。一种方法简单地认为

$$F = \dot{m}_{2 \rightarrow 1} (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) \quad (15.18)$$

另一种方法仍按类似于液滴的方法处理, 认为

$$F = C_D \cdot \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\rho}{2} |\dot{u}_1 - \dot{u}_2| (\dot{u}_1 - \dot{u}_2) \frac{r_2}{\pi d^3 / 6} \quad (15.19)$$

式中

$$C_D = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{Re^{2/3}}{6} \right) + \frac{0.42}{1 + 4.25 \times 10^{-4} Re^{-1.16}} \quad (15.20)$$

15.6 模型参数

在该分析模型中最不确定的参数即为液氧气团的初始直径 d_0 。根据文献[3]

$$d_0 \sim \frac{u_{ox,0}}{u_{H_2,0} - u_{ox,0}} \left(\frac{d_j^3}{y} \right)^{1/2} \quad (15.21)$$

式中 d_j 为液氧射流的直径, y 是环形喷嘴的宽度。在该模型中, 将 d_0 作为模型参数, 假定 d_0 从 $25.4-508\mu\text{m}$ 变化进行计算试验。

15.7 计算数据

文献[1]针对研制过程中的某一预燃室结构和工作参数进行了计算。表 15.1 给出了液氢液氧的某些参数值。计算所用的物性系数见表 15.2。

表 15.1 液氢液氧的某些参数值

	H ₂	O ₂
压力, atm	353.61	353.61
温度, K	149.69	108.32
密度, kg/m ³	57.57	1275.19
速度, m/s	306.36	27.96
单喷嘴质量流率, kg/s	0.141	0.143
总质量流率, kg/s	37.11	37.8

表 15.2 计算用的物性系数

$C_{p,ox}$	10004.88J/kg. k
C_{p,H_2}	$1.4612 \times 10^4 \text{J/kg. k}$
C_{p,H_2O}	2030.7J/kg. k
ΔH	$1.67 \times 10^6 \text{J/kg H}_2$
μ_1	10^5kg/ms
D_{ref}	$7.748 \times 10^{-5} \text{m}^2/\text{s}$
P_{ref}	1atm
T_{ref}	287k
ρ_2	1275.19kg/m^3

数值计算中采用了物理平面上的正交网格, 控制方程用 PHOENICS 程序求解^[4], 采用迎风差分格式以保证由于有对流时的计算稳定性, 速度压力耦合用 SIMPLE 方法处理^[5]。

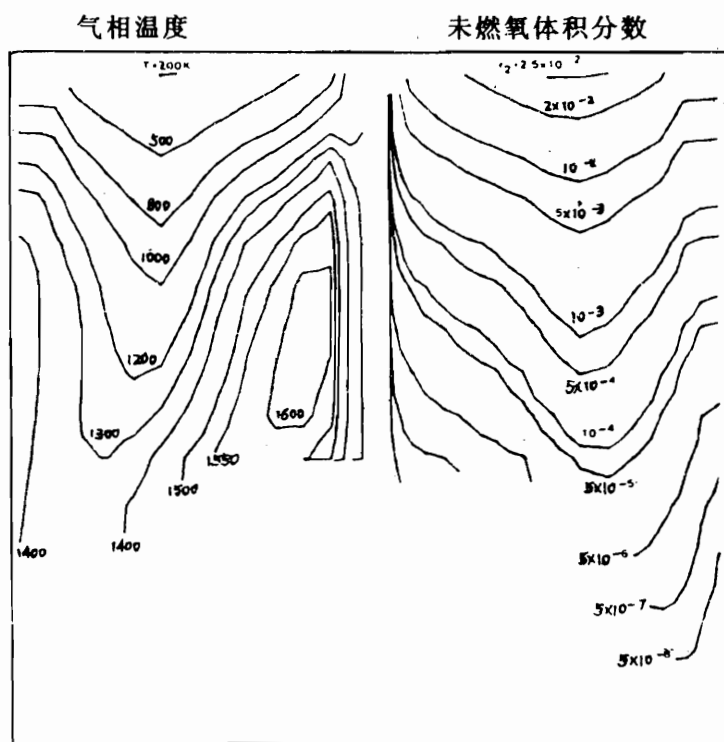


图 15.1 $d_0=381\mu\text{m}$ 时气相温度和未燃氧体积分数的分布

图 15.1 给出了 $d_0=381\mu\text{m}$ 时气相的温度分布和未燃氧的体积分数。在涡轮入口处(预燃室出口)存在温度不均匀的局部高温区。当 d_0 更大时, ($d_0=508\mu\text{m}$), 不均匀性更明显, 而且在出口处的未燃氧的体积分数增加(见图 15.2), 而当 $d_0=127\mu\text{m}$, 预燃室出口处的气相温度就比较均匀, 未燃氧的分数亦明显下降(见图 15.3)。这说明喷注器参数对流场分布是很敏感的。

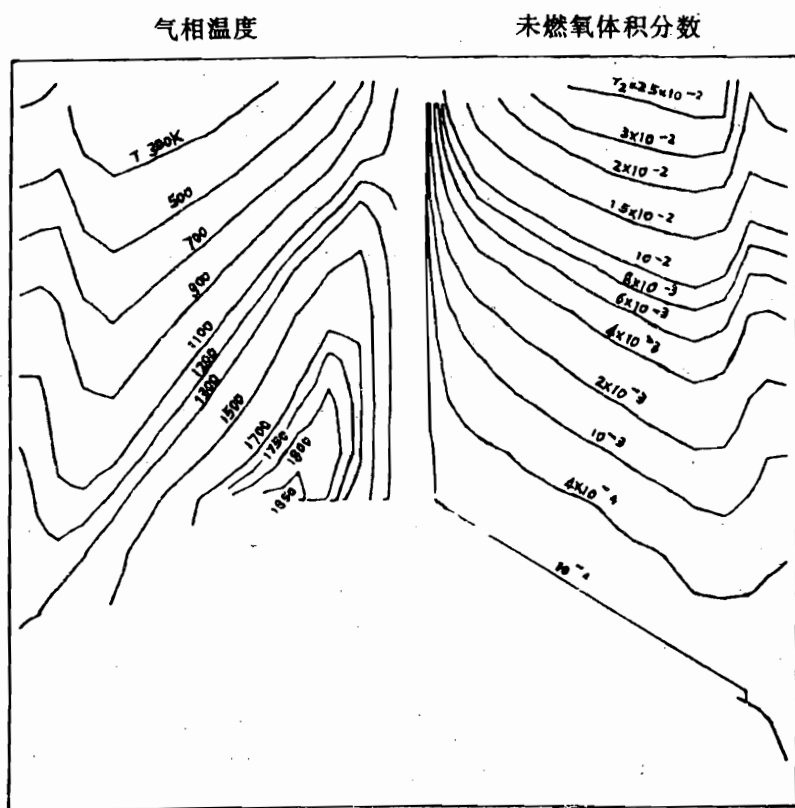


图 15.2 $d_0 = 508\mu\text{m}$ 时气相温度和未燃氧体积分数的分布

15.8 模型评价

模型确能预示 SSME 预燃室不完全燃烧和形成局部高温地区的可能性, 对于压力很高, 确实能在入口处形成超临界燃烧的同类燃烧室, 可以应用这种模型进行分析。为此, 模型最好应包括判断是否达到超临界燃烧的子模型。此外, 喷雾尺寸分布模型尚需作进一步考虑。

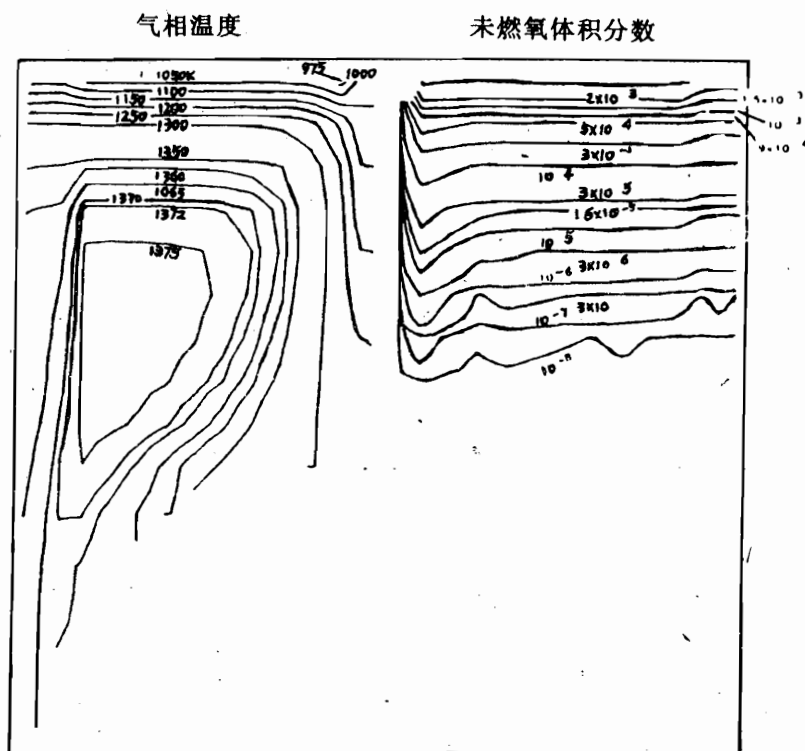


图 15.3 $d_0=127\mu\text{m}$ 时气相温度和未燃氧体积分数的分布

参考文献

- [1] C. Prakash, A. K. Singhai. Thermofluid Analysis of the SSME Preburner Using a Gas-Gas Diffusion Model for Oxygen and Hydrogen Combustion at Supercritical Pressures. AIAA 86-1425
- [2] D. B. Spalding. The "SHADOW" Method of Particle Size Calculation in Two-Phase Combustion. 19th Symposium (Int) on Combustion, 1982
- [3] M. Hersch and E. J. Rice. Gaseous-Hydrogen-Liquid-Oxygen Rocket Combustion at Supercritical Chamber Pressures. NASA TN D-4172. 1967
- [4] D. B. Spalding. PHOENICS 1984—A Multi-Dimensional Multi-Phase General-Purpose Computer Simulator for Fluid Flow, Heat Transfer and Combustion. CHAM Report CFD/84/18, 1984
- [5] S. V. Patanker. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Mc Graw Hill, New York, 1980

第十六章 液体火箭发动机双元推进剂的组合燃烧分析模型

16.1 引言

对于双元推进剂液体火箭发动机,一般情况下燃烧室中都有两种液滴存在,即燃料液滴和氧化剂液滴。根据文献[1],这时的燃烧可能有几种情况:一是燃料液滴和氧化剂液滴都只蒸发,然后再在气相发生化学反应,在一般的液体火箭发动机燃烧模型都是这样处理的;二是燃料液滴在富氧环境中燃烧,称为常规燃烧(Normal Combustion);三是氧化剂液滴在富燃环境中燃烧,称为共轭燃烧(Conjugate Combustion);四是这几种燃烧情况都存在,称为组合燃烧(Composite Combustion)。在燃烧室中,更多的是几种情况并存,文献[2]提出了三种液滴燃烧模型:1. DEM(Droplet Evaporation Model)模型;2. DCM(Droplet Combustion Model)模型;3. MDCM(Modified Droplet Combustion Model)模型。第一种模型认为液滴只有蒸发;第二种模型认为液滴只有燃烧;第三种模型认为,当液滴满足着火准则条件后就为燃烧,否则就为蒸发。文献[2]利用这三种模型对正辛烷和空气的燃烧过程进行了计算,并与实验进行了定性比较,结果发现,DEM模型适用于液滴直径很小,形成外部喷雾扩散火焰的情况,但对液滴直径大的喷雾火焰不能预示,DCM模型能很好预估液滴直径较大的喷雾火焰,但对液滴直径较小的喷雾火焰的性能估计过高;而MDCM模型则对两种情况都适用。文献[3]在文献[2]的基础上作了进一步发展,考虑了共轭燃烧和

组合燃烧,并将其应用于液体火箭发动机,提出了一个液体火箭发动机双元推进剂的组合燃烧分析模型。下面即介绍这一模型。

16.2 基本假设

1. 双元推进剂的喷注过程是定常的,不考虑液滴的碰撞、二次碎裂和聚合;
2. 液滴成分是单一的,并为球形;
3. 采用常压的液滴蒸发近似公式,不考虑超临界情况;
4. 不考虑液雾群的影响;
5. $Le=1$;
6. 不考虑辐射。

16.3 基本方程

采用 CFM 模型,多相湍流反应流的控制方程包括气相守恒方程和液相守恒方程,并采用改进的 $k-\epsilon$ 湍流双方程模型,故气相守恒方程包括质量、动量、能量、组元、湍流动能和湍流耗散率方程,其二维轴对称的统一表达式为

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(r f_{z\xi} - r \Gamma_{\xi} \frac{\partial}{\partial x} \xi \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r f_{r\xi} - r \Gamma_{\xi} \frac{\partial}{\partial r} \xi \right) \right] = S_{\xi,1} + S_{\xi,2} \quad (16.1)$$

式中的符号标记见表 16.1。表中

对于气相方程: $f_z = \theta \rho_g u_g$, $f_r = \theta \rho_g v_g$

对于液滴数密度方程: $f_z = u_{l,k}$, $f_r = v_{l,k}$

$$G_u = 2 \left(\frac{\partial u_g}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v_g}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_g}{\partial r} + \frac{\partial v_g}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{v_g}{r} \right)^2$$

$$\phi_{l,k} = \ln(1 + B_{l,k})$$

C_1	C_2	σ_k	σ_f	σ_ϕ	σ_ϵ	σ_ϵ
1.44	1.92	0.7	0.7	0.7	1.0	1.3

表 16.1

方程	ξ	Γ_ξ	$S_{\xi,1}$	$S_{\xi,2}$
连续性	1	0	0	$\dot{m}_f + \dot{m}_{ox}$
x 方向 动 量	μ_x	μ_{eff}	$-\frac{\partial P_g}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial u_g}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{eff} \frac{\partial v_g}{\partial x} \right)$	$-\sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^M F_{xl,k}$
r 方向 动 量	v_g	μ_{eff}	$-\frac{\partial P_g}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu_{eff} \frac{\partial v_g}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial u_g}{\partial r} \right) - 2\mu_{eff} \frac{v_g}{r^2}$	$-\sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^M F_{rl,k}$
能量守恒	h	μ_{eff}/σ_h	$0 \mu_{eff} G_u/J$	$m_f \Delta H_c / M_f - \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^M H_{l,k} - L_f \dot{m}_f - L_{ox} \dot{m}_{ox} + \frac{1}{J} \sum_{l=1}^2 \sum_{k=1}^M D_{l,k}$
燃料组分	Y_f	μ_{eff}/σ_f	$R_{f,g}$	$\dot{m}_f + R_{f,d}$
氧化剂 组 分	Y_{ox}	μ_{eff}/σ_{ox}	$R_{f,g}/C_s$	$\dot{m}_{ox} + R_{f,d}/C_s$
湍流动能	k	μ_{eff}/σ_k	$0 \mu_{eff} G_u - 0 \rho_g \varepsilon$	$-D_{k,f} - D_{k,ox}$
湍流耗 散 率	ε	$\mu_{eff}/\sigma_\varepsilon$	$C_1 0 \mu_{eff} G_u \varepsilon / k - C_2 0 \rho_g \varepsilon^2 / k$	0
液滴数 密 度	$n_{l,k}$	$\mu_r / \sigma_g \rho_g \psi$	$\frac{K}{\rho_l C_p} \frac{\partial}{\partial r_{l,k}} \left(\frac{Nu_{l,k}}{r_{l,k}} \Phi_{l,k} n_{l,k} \right)$	0

液相流动方程包括动量方程和能量方程，其二维轴对称方程的统一形式为

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r f_x \xi) + \frac{\partial}{\partial r} (r f_r \xi) \right] - \frac{\xi}{r} \left[\frac{\partial}{\partial x} (r f_x) + \frac{\partial}{\partial r} (r f_r) \right] = S_{\xi,2} \quad (16.2)$$

式中的符号标记见表 16.2。表中 $q_{l,k}$ 系气体传给 l 组元、 k 尺寸组液滴的热量； $m_{l,k}$ 系 l 组元、 k 尺寸组中单个液滴的质量。

表 16.2

方 程	ξ	f_x	f_r	$S_{\xi,2}$
液滴 x 方向动量	$u_{l,k}$	$u_{l,k}n_{l,k}$	$v_{l,k}n_{l,k}$	$F_{q_{l,k}}/m_{l,k}$
液滴 r 方向动量	$v_{l,k}$	$u_{l,k}n_{l,k}$	$v_{l,k}n_{l,k}$	$F_{q_{l,k}}/m_{l,k}$
液滴温度	$T_{l,k}$	$u_{l,k}n_{l,k}$	$v_{l,k}n_{l,k}$	$q_{l,k}/m_{l,k}C_{p,l}$

16.4 双元推进剂液滴蒸发/燃烧模型

文献[3]采用了最简单的单滴蒸发/燃烧模型,并考虑了一些经验系数。

$$\dot{m}_l = S_e \sum n_{l,k} \dot{m}_{l,k} \quad (16.3)$$

式中

$$\dot{m}_{l,k} = 4\pi C_f \rho D r_{l,k} \ln(1 + B_l) \quad (16.4)$$

B_l 的定义为,对于液滴蒸发

$$B_l = C_p(T_\infty - T_{b,l})/L_l \quad (16.5)$$

对于液滴燃烧

$$B_l = [C_p(T_\infty - T_{b,l}) + \Delta H_c Y_{i,\infty}/(M_i v_i)]/L_i \quad (16.6)$$

C_f 为考虑对流的修正系数,一般可令

$$C_f = 1 + 0.3 Re^{1/2} Sc^{1/3}$$

S_e 为液雾中液滴相互影响下的蒸发速度与单滴蒸发速度之比。因组元液滴的相互作用会降低蒸发速度,但在双元推进剂的液滴都存在的情况下,有可能使液滴蒸发速度增加^[4],但在该模型中,暂取 $S_e=1$ 。

采用组元浓度差 $\phi = Y_f - \frac{v_f M_f}{v_{ox} M_{ox}} Y_{ox}$ 来判断气相环境对液滴燃烧或蒸发的影响。当 ϕ 为负,环境为富氧,这时将发生燃料液滴的燃烧,但氧化剂液滴将只会蒸发,当 ϕ 为正,则为富燃环境,这时将发生氧化剂液滴的燃烧,而燃料液滴只能蒸发。根据这一判别准则,燃料液滴的消耗速率应为

$$\begin{aligned} R_{f,d} &= -\dot{m}_f, \quad \text{当 } \phi < 0 \\ R_{f,d} &= -\dot{m}_{ox} \frac{\nu_f M_f}{\nu_{ox} M_{ox}}, \quad \text{当 } \phi > 0 \end{aligned} \quad (16.7)$$

但在文献[2]中, 判别液滴是否燃烧(着火)要经过两个步骤。首先用当地当量比来判断液滴在当地环境的反应性。例如, 对于燃烧液滴, 当 $\phi > 1$ 时, 环境为富燃, 这时燃料液滴只可能蒸发; 当 $\phi < 1$ 时, 环境为富氧, 这时燃料液滴有可能燃烧, 但要着火, 还必须满足着火的 Damkohler 准则(见 9.6 节)。

16.5 液滴—气体相互作用模型

气体作用在 l 类组元、 k 尺寸组液滴的阻力为

$$\vec{F}_{l,k} = 0.5\pi\rho_g r_{l,k}^2 C_D n_{l,k} |\vec{v}_g - \vec{v}_{l,k}| (\vec{v}_g - \vec{v}_{l,k}) \quad (16.8)$$

式中
$$C_D = \frac{24}{Re_{l,k}} (1 + 0.15 Re_{l,k}^{0.687}) / (1 + B_{l,k})$$

$$Re_{l,k} = 2r_{l,k}\rho_g |\vec{v}_g - \vec{v}_{l,k}| / \mu \quad (16.9)$$

总阻力为

$$\vec{F}_l = \Sigma \vec{F}_{l,k} \quad (16.10)$$

气体传给液滴的热量为

$$q_{l,k} = 2\pi r_{l,k} K Nu (T_g - T_{l,k}) \delta(T_{l,k}) n_{l,k} \quad (16.11)$$

式中

$$\begin{aligned} \delta(T_{l,k}) &= 1, \quad \text{当 } T_{l,k} < T_{b,l} \\ \delta(T_{l,k}) &= 0, \quad \text{当 } T_{l,k} = T_{b,l} \end{aligned} \quad (16.12)$$

总传热量为

$$q_l = \Sigma q_{l,k} \quad (16.13)$$

采用修正的 $k-\varepsilon$ 模型, 认为液滴不作为湍流动能的源项, 但液滴可与气流一起共同分享总的脉动能量。液滴分享的湍动能为

$$D_{k,l} = \vec{\nabla} \cdot (\Sigma 4/3\pi r_{l,k}^3 \rho_l n_{l,k} \tilde{k}_{l,k} \vec{v}_{l,k}) \quad (16.14)$$

式中

$$k_{l,k} = k \left[1 + a_1 \left(\frac{r_{l,k}}{r_{l,o}} \right) + a_2 \left(\frac{r_{l,k}}{r_{l,o}} \right)^2 \right]^{-2} \quad (16.15)$$

式中 a_1 和 a_2 是 ε/k 的函数, 由试验确定, 但在本模型中分别取为 10.0 和 1.5, $r_{l,o}$ 为液滴初始直径。这时 ε 方程不用修改。

16.6 气相燃烧模型

假定为进一步化学反应, 可用 Arrhenius 定律表示

$$R_{f,g}(\text{Arr}) = -AT_g^a \rho_g^2 Y_f (Y_{ox}/M_{ox}) \exp(-E/RT_g) \quad (16.16)$$

由湍流混合控制的燃料消耗速率则用 EBU 模型表示

$$R_{f,g}(\text{EBU}) = -C_R \rho_g k^{1/2} [(\partial Y_f / \partial x)^2 + (\partial Y_f / \partial r)^2]^{1/2} \quad (16.17)$$

于是湍流气相燃烧速率即为

$$R_{f,g} = -\text{Min}[|R_{f,g}(\text{Arr})|, |R_{f,g}(\text{EBU})|] \quad (16.18)$$

16.7 边界条件

1. 在固体壁面, $(\nabla \xi)_s = 0$, $u_g = v_g = 0$
2. 液滴撞击壁面后, 即停留在壁面上并仍保持其原有球形, 按原有的蒸发/燃烧模型计算;
3. 在对称中心线上, $(\partial \xi / \partial r) = 0$ 和 $v_g = 0$ 。

气相混合物的入口轴向速度假定遵守 1/7 次方定律, 而液滴的喷射速度分布认为从假想的锥形流顶点发出, 液滴尺寸分布由 Rosin-Rammler 分布函数给出, 液滴的速度和温度由工作条件给出。

16.8 计算方法

采用控制容积法离散各控制方程, 并采用交错网格系统, 控制方程中的标量方程和矢量方程是在各自的网格系统中进行的。

标量有限差分方程是在含有网格交点的控制容积上积分控制微分方程而得到的, 矢量有限差分方程则是在矢量控制容积上积分相应的微分方程而得到的。在壁面附近应用壁面函数法进行计算。采用 SIMPLE 方法求解气相流场和应用更迭方向、前后扫描、逐线迭代的 TDMA 方法联立求解各代数方程。所有变量的松弛因子取为 0.3, 但气体密度除外, 因为反应流对密度的改变非常敏感。采用不均匀的正交网格系统 20×25 , 在 IBM 3081K 型计算机上每次迭代大约为 10 秒, 收敛大概需要 1000 次迭代。

16.9 计算结果和分析

文献[3]利用上述模型对某试验燃烧室进行了计算。双元推进剂为 CH_3NHNH_2 和 N_2O_4 , 其物性和入口参数见表 16.3。喷嘴布置在喷注器的两个同心圆上, 有两种类型: 一种为非予混型, 另一

表 16.3a 推进剂的性质

	CH_3NHNH_2	N_2O_4
分子量	46.08	92.016
沸点, K	360.5	294.32
蒸发潜热, kJ/kg	876.3	413.8
密度(液相), kg/m^3	860.0	1447.0
比热(液相), $\text{kJ/kg} \cdot \text{K}$	3.03	1.54

表 16.3b 入口工作条件

喷雾类型	喷注器	u_g^0 m/s	u^0 m/s	T_g^0 K	Y_f	Y_{ox}	P_g^0 kg/cm^2
非予混型	1(内圈)	10	60	360.5	1.0	0.0	20.0
非予混型	2(外圈)	10	60	209.5	0.0	1.0	20.0
予混型	1(内圈)	5	60	360.5	0.1	0.9	20.0
予混型	2(外圈)	5	60	360.5	0.1	0.9	20.0

种为予混型。对两种类型的喷注器都进行了计算。表 16.4 给出了不同群燃烧数 G_c 时的燃烧效率。对于非予混型喷雾，在燃烧喷嘴和氧化剂喷嘴之间，也即在富燃区和富氧区之间存在一个气相燃烧区，燃料液滴和氧化剂液滴都可能射入这个区域。根据气相燃烧区为富燃环境或富氧环境，就有可能存在燃料液滴的常规燃烧和氧化剂液滴的共轭燃烧。由于较大的氧化剂液滴较之较小的液滴可以更加地深入富燃区，所以氧化剂液滴较大的喷雾中的共轭燃烧的范围更广。这就说明了为什么较小的 $G_{c,oz}$ 可以得到较高的燃烧效率（当进口质量流率一定时， $G_{c,oz}$ 小表示液滴尺寸较大）。但 $G_{c,f}$ 的影响则相反， $G_{c,f}$ 大，燃烧效率高。

表 16.4 群燃烧数对燃烧效率的影响

No.	喷雾类型	$G_{c,f}$	$G_{c,oz}$	效率, %
1	非予混	0.262	19.76	61.88
2	非予混	0.262	1.027	77.99
3	非予混	1.067	1.027	88.86
4	予混	0.273	0.273	92.70
5	予混	0.273	106.3	70.67
6	予混	10.63	106.3	96.66

对于予混喷雾， $G_{c,oz}$ 和 $G_{c,f}$ 对燃烧效率的影响也一样，但原因是完全不一样的。因为这时的入口条件是富氧区，燃料液滴一进入燃烧室就会燃烧，并成为控制过程，所以 $G_{c,f}$ 愈高，燃烧强度就愈大。另一方面，较高的 $G_{c,oz}$ 并不产生更高的液滴燃烧强度，只能给富氧区提供更多的氧蒸汽。这虽能加强气相燃烧，但却失去了共轭燃烧的机会，这就是为什么较高的 $G_{c,oz}$ 反而会得到较低的燃烧效率。

图 16.1—16.4 给出了计算所得的速度和温度分布，从图中可明显看出，预混喷雾具有较高的燃烧效率。

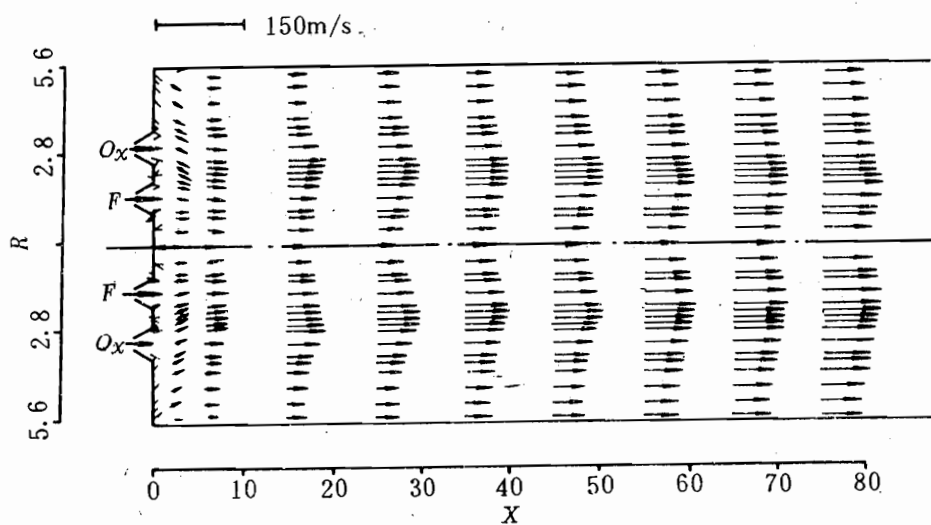


图 16.1 非予混喷注过程的速度分布

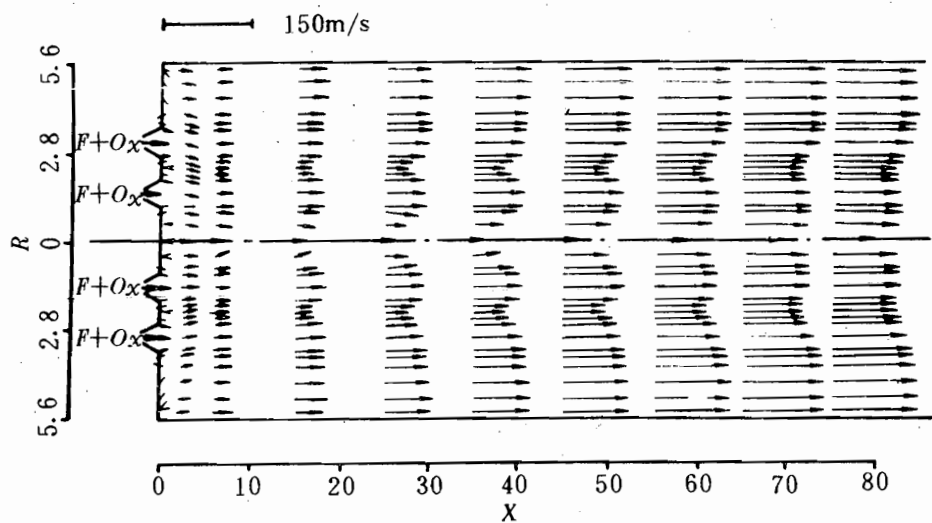


图 16.2 予混喷注过程的速度分布

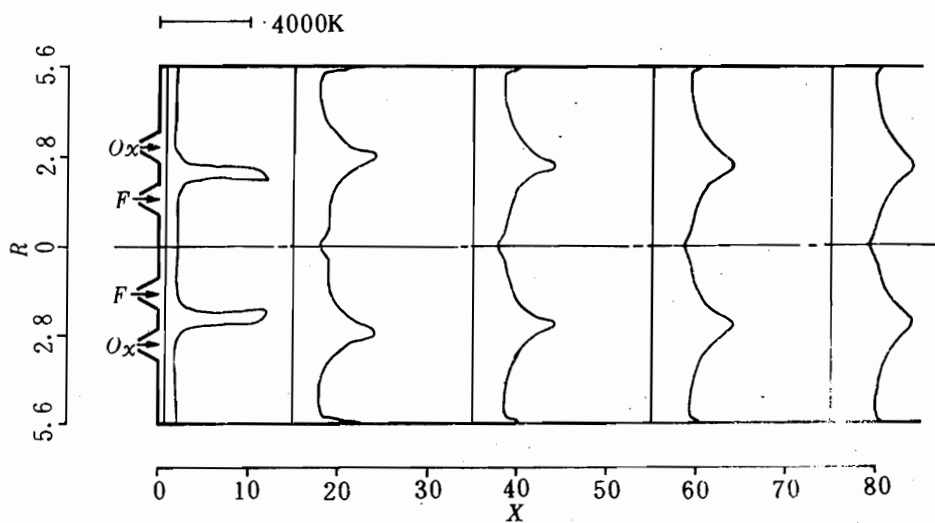


图 16.3 非予混喷注过程的温度分布

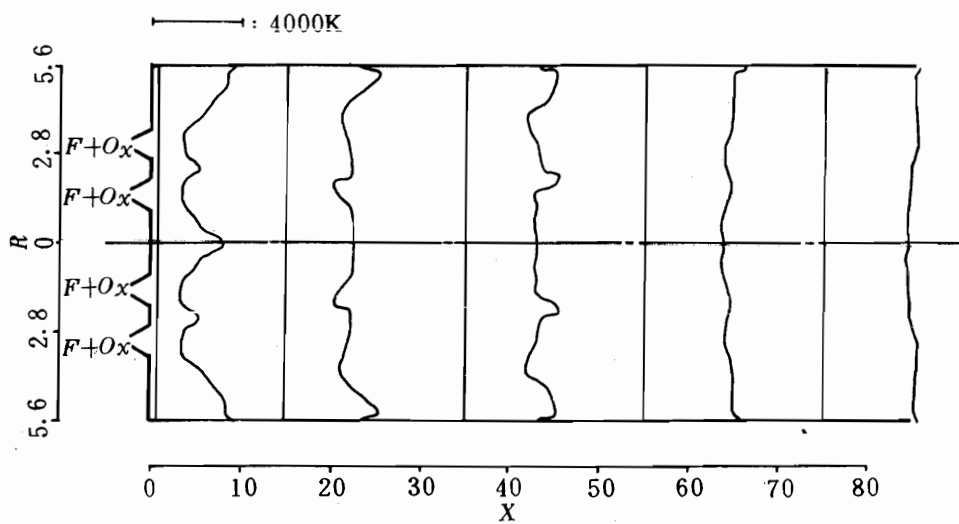


图 16.4 予混喷注过程的温度分布

16.10 对模型的评价

该模型考虑了双元推进剂组合燃烧,从而能说明并不是液滴直径愈小,燃烧效率就愈高的现象,这是符合实际情况的,也是该模型的最主要优点,但该模型中的蒸发模型未考虑高压影响,也未考虑 CH_3NHNH_2 的分解反应和 N_2O_4 的离解反应,二次雾化模型也未考虑,故应进一步修正和补充。

参考文献

- [1] H. H. Chiu. Theory of Bipropellant Combustion, Part 1—Conjugate, Normal and Composite Combustion Phenomena. AIAA—86—0220
- [2] T. Jiang and W. J. Hsu. Comparison of Droplet Combustion Models in Spray Combustion. AIAA—91—2203
- [3] T. L. Jiang and M. H. Chiu. Bipropellant Combustion in a Liquid Rocket Combustion Chamber. J. of Propulsion and Power, Vol. 8, No. 5. 1992

第十七章 ARICC—3D 分析模型

17.1 概 述

ARICC—3D (Advanced Rocket Injector and Combustor Code—3D) 分析模型是美国目前最新的火箭发动机喷注器和燃烧室三维计算模型,它是 ARICC (2D/轴向) 分析模型的继续发展^[1],模型充分吸收了 ARICC—2D 分析模型以及 KIVA 分析模型的研究成果^[2],例如液—气两相处理方法、雾化模型、液滴碎裂、超临界蒸发、通用边界条件、O₂/H₂ 动力学、三维流动、共轭梯度算法、 $k-\epsilon$ 湍流模型、快速平衡化学、液滴碰撞、VOF 方法以及最大向量化运算等。特别是采用了三步 ALE (Arbitrary Lagrangian-Eulerian) 算法,这种算法可将下列通用方程

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \underbrace{\vec{u} \cdot \vec{\nabla}}_{\text{对流}} \phi = \underbrace{\Gamma}_{\text{扩散}} + \underbrace{S_1}_{\text{源项1}} + \underbrace{S_2}_{\text{源项2}} \quad (17.1)$$

的求解过程分成明确不同的三个阶段,在三组不同的子程序中执行。对于每一个不同的源项亦采用不同的子程序。求解过程的三个阶段为:

1. 方程(17.1),包括大多数源项计算的显式 Lagrangian 解;
2. 通过迭代方法使解部分地隐式化,以便有效地处理低声速问题;
3. 计算流场 Eulerian (或任何非 Lagrangian) 解的对流项。

这种处理方法可以提高程序的模块化程度,便于模型的不断改进和发展。图 17.1 给出了 ARICC—3D 的现有模块化结构。图 17.2 给出了 ARICC—3D 模型的求解流程。

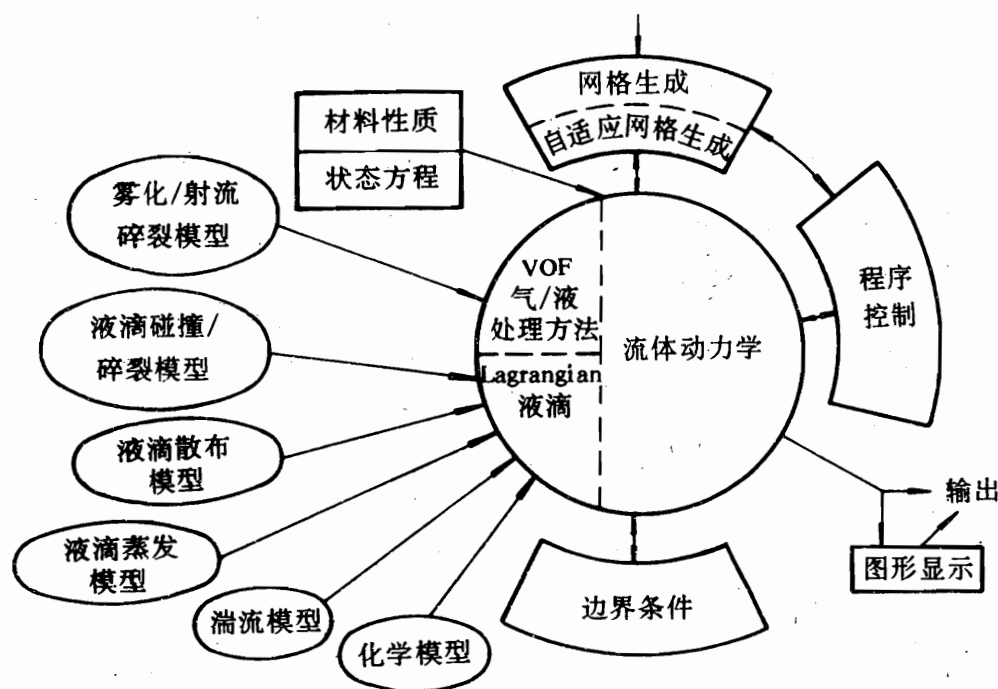


图 17.1 ARICC-3D 模型的模块化结构^[3]

尽管 ARICC-3D 是美国最新的火箭发动机喷注器和燃烧室三维计算模型，但目前的应用还是受到很大限制。一是由于模型考虑的子模型太多，特别是其中与流动介质强烈耦合的许多复杂的物理化学过程有关的子模型目前还很不成熟。在这种情况下，全面地引入这些子模型是否合适，二是根据文献[3]的报导。采用 ARICC-3D 模型进行计算，即使在 CRAY 这样的亿次机上，也需 680 小时，这对于一般工程计算是否合算？故目前在文献上发表的 ARICC-3D 算例很少，而且只是对于液氢液氧同轴式喷注器的部分区域或单个喷嘴的情况，故这里只准备介绍这一模型用于液氢液氧同轴喷注器时的一些主要子模型和流体动力学控制方程，以供读者参考。

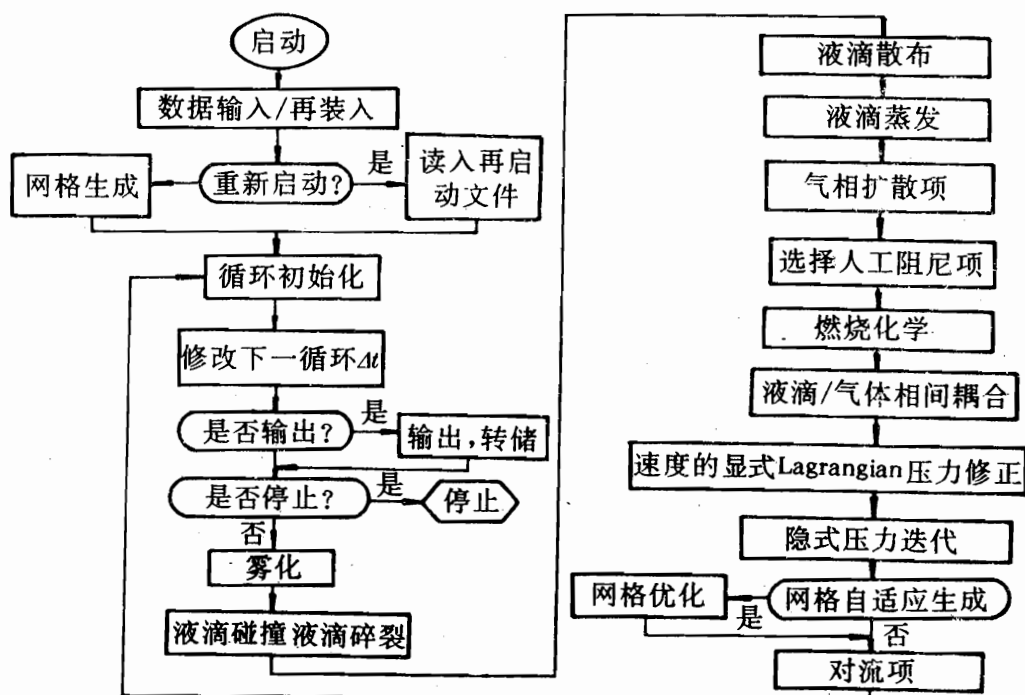


图 17.2 ARICC-3D 模型的求解流程^[3]

17.2 ARICC-3D 模型的两相 流体动力学控制方程^[4]

17.2.1 两相流体（液体和气体）质量守恒方程

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \vec{u}) = \dot{\bar{\rho}}_{\text{蒸发}} \quad (17.2)$$

$$\text{式中 } \bar{\rho} = F\rho_g + (1-F)\rho_l \quad (17.3)$$

F 是网格中气体所占的体积与气体和液体所占体积之比，称为 VOF (Volume of Fluid) 变量^[4]，即

$$F = V_g / (V_g + V_l) \quad (17.4)$$

气体混合物服从以下加和规则：

$$\rho_g = \sum_i \rho_i \quad (17.5)$$

$$I_g = \sum_i (\rho_i / \rho_g) I_i \quad (17.6)$$

$$C_{p,v} = \sum_i (\rho_i / \rho_g) C_{p,v,i} \quad (17.7)$$

$$h_g = \sum_i (I_i + RT/M_i) \quad (17.8)$$

$$P = RT \sum_i (\rho_i / M_i) \quad (17.9)$$

对于 i 组元气体, 可以写出

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_i}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \rho + \frac{\rho_i}{F} \nabla \cdot \vec{u} = \nabla \cdot \left[\rho_g D \nabla \left(\frac{\rho_i}{\rho_g} \right) \right] \\ + \underbrace{\dot{\rho}_i^c}_{\text{化学反应}} + \underbrace{\dot{\rho}_i \delta_{i,j}}_{\text{蒸发}} \end{aligned} \quad (17.10)$$

这里 j 指液滴组元。将方程(17.10)对所有组元求和, 给出

$$\frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \rho_g + \frac{\rho_g}{F} \nabla \cdot \vec{u} = \dot{\rho}_j \quad (17.11)$$

其中 $F \dot{\rho}_j$ 即等于方程(17.2)中的 $\dot{\rho}_j$ 。对于 $F=1$, 方程(17.11)就可简化成普通的可压流体的连续性方程, 而对于 $F=0$, 即为不可压流体的连续性方程, 即

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (17.12)$$

但在 ARICC-3D 模型中, 为了加快在求解压力-速度耦合过程中的收敛速度, 往往加上一个假压缩性项, 于是(17.12)式变成

$$\frac{1}{\rho_i a_i^2} \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (17.13)$$

式中 a_i 为液体声速。

17.2.2 两相流体的动量守恒方程

$$\frac{\partial \vec{\rho u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{\rho u u}) = - \nabla p - \nabla \left(\frac{2}{3} \vec{\rho k} \right) + \nabla \cdot \vec{\sigma} + \vec{S} + \vec{\rho G} \quad (17.14)$$

式中 $\vec{S}$ 是喷雾动量耦合项； $\vec{G}$ 为重力或体积力加速度； σ 为粘性应力张量

$$\sigma = \mu [\nabla \vec{u} + (\nabla \vec{u})^T] + \lambda (\nabla \vec{u}) I \quad (17.15)$$

17.2.3 两相流体能量守恒方程

$$\frac{\partial \bar{\rho} \bar{I}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \bar{I} \vec{u}) = -P \nabla \cdot \vec{u} - \nabla \cdot \vec{J} + \bar{\rho} \bar{\epsilon} + \underbrace{\dot{Q}^c}_{\text{化学反应}} + \underbrace{\dot{Q}^s}_{\text{喷雾}} \quad (17.16)$$

其中热流矢量应包括导热项及组元扩散项，即

$$\vec{J} = K \nabla T - \rho_g D \sum h_i \nabla (\rho_i / \rho_g) \quad (17.17)$$

式中 h_i 为 i 组元气体的比焓，而 $\dot{Q}$ 源项系指单位体积（包括气体和液体）中的生成率，而

$$I = \frac{m_g I_g + m_l I_l}{m_g + m_l} \quad (17.18)$$

式中 m_g, m_l 分别指网格中的气体质量和液体质量， I_g, I_l 分别为气体和液体的比内能。

由于假定液体为等温，可以令 $I_l = 0$ ，于是

$$\bar{I} = \frac{V_g \rho_g I_g}{\bar{\rho} (V_g + V_l)} \quad (17.19)$$

或

$$\bar{\rho} \bar{I} = F \rho_g I_g \quad (17.20)$$

17.2.4 $\bar{k}-\bar{\epsilon}$ 方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} \bar{k}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \bar{k} \vec{u}) = & -\frac{2}{3} \bar{\rho} \bar{k} \nabla \cdot \vec{u} \\ & + \sigma : \nabla \vec{u} + \nabla \cdot \left(\frac{\mu}{C_k} \nabla \bar{k} \right) - \bar{\rho} \bar{\epsilon} + \underbrace{W_s}_{\text{液滴湍流遏制}} \end{aligned} \quad (17.21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\rho} \bar{\epsilon}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \bar{\epsilon} \vec{u}) = & - \left(\frac{2}{3} C_1 - C_3 \right) \bar{\rho} \bar{\epsilon} \nabla \cdot \vec{u} + \nabla \cdot \left(\frac{\mu}{C_\epsilon} \nabla \bar{\epsilon} \right) \\ & + \frac{\bar{\epsilon}}{\bar{k}} (C_1 \sigma : \nabla \vec{u} - C_2 \bar{\rho} \bar{\epsilon} + C_s W_s) \end{aligned} \quad (17.22)$$

$\bar{k}$, $\bar{\varepsilon}$ 与 k , ε 的关系与方程(17.20)类似, 因为源项是用单位总(气+液)体积的值表示。方程(17.22)中的系数均取湍流模型中的标准值。

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_l + c_\mu \rho_g k^2 / \varepsilon \quad (17.23)$$

17.2.5 液滴方程

$$\frac{dm_i}{dt} = -\dot{m}_{\text{evap}} \quad (17.24)$$

$$\frac{d\vec{u}_i}{dt} = \frac{D_i}{m_i} (\vec{u} - \vec{u}_i) + \vec{G}_i \quad (17.25)$$

式中 D_i 为单位相对速度的有效阻力, G_i 为体积力

$$m_i \frac{dh_i}{dt} = \nabla H_v \frac{dm_i}{dt} + q_i \quad (17.26)$$

式中 h_i 为液滴的比焓, q_i 为传给 i 液滴的热量。

17.3 物理子模型^[4]

在以上方程中包含的各种不同源项代表相内和相间的各种物理化学过程, 可以用相应的子模型来描述。这些子模型多数都可从本书前几章中找到。这里仅介绍以下三个子模型, 即射流雾化和液滴碎裂模型、液滴蒸发模型和化学反应模型。

17.3.1 射流雾化和液滴碎裂模型

ARICC-2D 的雾化和液滴碎裂模型还是基于 Mayer 理论, 但在 ARICC-3D 模型中已采用更精确的 Reitz 表面波传播理论, 其公式应与本书 10.2.4 节中相同。根据 ARICC-3D 自己的数值试验计算结果, 其中的一些常数或系数稍有不同(在应用 ARICC-3D 模型进行计算时, 其中的常数或系数亦应根据自己的数值计算和实验确定)。ARICC-3D 的雾化模型的计算公式如下:

$$r_d = \begin{cases} B_0 \Lambda & B_0 \Lambda \leq r \\ \min \left\{ \begin{aligned} (3\pi r^2 v / 2\Omega)^{0.33} \\ (3r^2 \Lambda / 2)^{0.33} \end{aligned} \right. & B_0 \Lambda > r \end{cases} \quad (17.27)$$

和
$$\frac{dr}{dt} = -\frac{r}{\tau} \quad (17.28)$$

式中
$$\tau = 3.788B_1r/\Lambda\Omega \quad (17.29)$$

而 Λ 和 Ω 的计算公式仍和(10.15)和(10.16)式相同。除此之外,模型还考虑了雾化液滴的散布,认为雾化液滴的初始轴向速度 V_0 即等于液体射流的轴向速度 V_i , 而且还有一个径向速度 u_0

$$u_0 = v_0 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (17.30)$$

其中的 θ 在 0 和 β 之间随机分布, 而

$$\tan\left(\frac{\beta}{2}\right) = 0.188\Lambda\Omega/V_0 \quad (17.31)$$

一旦液滴由第一次雾化形成后, 还会受到周围气体介质的作用而产生二次雾化, 即发生液滴的碎裂。液滴碎裂模型亦是沿用(17.27)–(17.29)公式, 但应将 ρ_l 换成 ρ_d , 射流半径换成液滴半径。公式中的 B_0 和 B_1 对射流雾化模型和液滴碎裂模型是不一样的。对于前者, B_0 和 B_1 均等于 0.5 (对于单个喷嘴, 并且采用假极坐标网格的情况) 对于后者, 分别等于 0.61 和 10.0。

17.3.2 液滴蒸发模型

ARICC-3D 的液滴蒸发模型考虑了高压的影响。所用的计算公式与本书第四章中所列公式基本类同。但稍有差异, 其基本公式如下:

$$\dot{m}_{\text{evap}} = 2\pi r_d (\overline{\rho_g D}) \left(\frac{M_r}{M_g} \right) (Nu_m) \phi_v \quad (17.32)$$

式中
$$Nu_m = 2 + 0.6 Re_d^{1/2} Sc_d^{1/3} \quad (17.33)$$

$$\phi_v = \frac{1}{\beta} \ln \left(\frac{1 - x_{vg}\beta}{1 - x_{vs}\beta} \right) \quad (17.34)$$

$$\beta = 1 - \left(\frac{\rho_g/M_g}{\rho_d/M_d} \right) \quad (17.35)$$

和
$$\dot{T}_d = \frac{3\bar{K}(Nu_h)Z}{2\pi r_d^2 \rho_d \bar{C}_p} \left[\frac{T_g - T_d}{e^z - 1} - \frac{\Delta H_v}{\bar{C}_p} \right] \quad (17.36)$$

式中

$$Nu_h = 2 + 0.6 Re_d^{1/2} Pr_d^{1/3} \quad (17.37)$$

$$Z = \frac{(\overline{\rho D}) \left(\frac{M_v}{M_g} \right) \overline{C}_p}{\overline{K}} \frac{Nu_m}{Nu_h} \phi_v \quad (17.38)$$

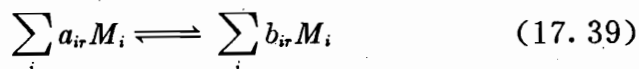
17.3.3 化学反应模型

ARICC-3D 化学模型的任务是找出每一个计算网格的原子守恒方程、平衡化合物方程、动力学方程和内能方程的完全耦合的迭代解。求解这种高度非线性的方程组主要根据文献[6]所提方法。模型设计者应确定哪些反应属于平衡的化学反应，哪些化学反应是由简单的动力学所控制，哪些是由第三体类型的动力学反应所控制。表 17.1 给出了氢氧反应系统中的动力学反应和平衡反应。

表 17.1 H_2/O_2 化学反应

动力学反应			
1.	$H + O_2$	$\rightleftharpoons$	$O + OH$
2.	$H_2 + O$	$\rightleftharpoons$	$H + OH$
3.	$H_2O + O$	$\rightleftharpoons$	$OH + OH$
4.	$H_2O + H$	$\rightleftharpoons$	$H_2 + OH$
5.	$H_2O_2 + OH$	$\rightleftharpoons$	$H_2O + HO_2$
6.	$HO_2 + H$	$\rightleftharpoons$	$2OH$
7.	$HO_2 + H$	$\rightleftharpoons$	$H_2 + O_2$
8.	$H_2O_2 + O_2$	$\rightleftharpoons$	$2HO_2$
9.	$H_2O_2 + H$	$\rightleftharpoons$	$HO_2 + H_2$
平衡反应			
10.	O_2	$\rightleftharpoons$	$2O$
11.	H_2	$\rightleftharpoons$	$2H$
12.	$H_2 + O_2$	$\rightleftharpoons$	$2OH$
13.	$H_2 + O_2$	$\rightleftharpoons$	$2H_2O$

假定系统中的第 r 个化学反应可用下式表示:



则对于第 r 个动力学控制的反应, 其反应速率为

$$\dot{\omega}_r^* = k_{fr} \prod (\rho_i/M_i)^{a'_{ir}} - k_{br} \prod (\rho_i/M_i)^{b'_{ir}} \quad (17.40)$$

这里 a'_{ir} 和 b'_{ir} 为化学反应级数, 不一定等于 a_{ir} 和 b_{ir} . K_{fr} 和 K_{br} 分别为正向和逆向的比反应速率常数

$$K_{fr} = A_{fr} T^{s_{fr}} \exp(-E_{fr}/T) \quad (17.41)$$

$$K_{br} = A_{br} T^{s_{br}} \exp(-E_{br}/T) \quad (17.42)$$

平衡反应速率则隐含地由下式确定:

$$\prod_i (\rho_i/M_i)^{b'_{ir}-a'_{ir}} = K_c^r(T) \quad (17.43)$$

式中 $K_c^r(T)$ 为浓度平衡常数, 一般可写成下列形式

$$K_c^r = \exp\{A_r \ln T_A + B_r/A + C_r + D_r T_A + E_r T_A^2\} \quad (17.44)$$

式中 $T_A = T/1000$

于是, 化学反应速度就可由方程(17.40)和(17.43)确定, 因而在组元守恒方程中的源项就可写成

$$\dot{\rho}_i^s = M_i \sum_r (b_{ir} - a_{ir}) \dot{\omega}_r^* \quad (17.45)$$

17.4 对模型的评价

模型包含的子模型是目前所见各种综合模型中最多的一个, 但其中有些子模型如液滴碎裂模型、液滴碰撞聚合模型等尚很难说已成熟, 而且有些子模型如着火模型、组合燃烧模型和自燃推进剂组元蒸发模型等亦尚未考虑, 但模型的总体结构、计算方法和软件设计已考虑了各种子模型的更新和补充。缺点是, 尽管已考虑了向量运算, 但计算时间仍过于冗长, 计算方法有待进一步简化, 例如 VOF 方法要求非常非常细的网格, 能否用文献[7]提出

的“Jet-Embedding”方法代替,能否采用网格自动生成和自适应技术,在这些问题未解决之前,这种模型还不宜于大量推广,但其中的一些设计思想和引入的各种子模型可供读者参考。

参考文献

- [1] P. Y. Liang, S. F. Sher and Y. M. Chang. Comprehensive Modeling of a Liquid Rocket Combustion Chamber. Journal of Propulsion and Power, Vol. 2, No. 2. 1986
- [2] A. A. Amsden, J. D. Ramshaw, R. J. Rowrke and J. K. Dukwica. KIVA-A Computer Program for Two-and Three-Dimensional Fluid Flows with Chemical Reaction and Fuel Sprays. LA-10245-MS, 1985
- [3] P. Liang. Three-Dimensional Combustion Stability Code Development. ADA 210027
- [4] P. Liang and R. Ungewitter. Multiphase Simulations of Coaxial Injector Combustion. AIAA 92-0345
- [5] C. W. Hirt and B. D. Nichols. Volume of Fluid (VOF) Method for the Dynamics of Free Boundaries. Journal of Computational Physics, Vol. 39, No. 1. 1981
- [6] V. N. Huff, S. Gordon and V. Morrell. General Method and Thermodynamic Tables for Computation of Equilibrium Composition and Temperature of Chemical Reactions. NACA 1037. 1951
- [7] S. G. Chuech, et al. Numerical Modeling for Primary Atomization of Liquid Jets. J. Propulsion, Vol. 7, No. 6. 1991

第十八章 CAFILRE 液体火箭发动机 流场分析计算模型

18.1 引言

CAFILRE (Combustion and Flow in Liquid Rocket Engine) 液体火箭发动机流场分析计算模型及其相应的仿真软件是针对发展大型运载火箭及天地往返运输系统动力装置的需要, 在参照已有的模型如 REFLAN3D 模型^[1]和 FAFNIR 模型^[2]的基础上, 通过王振国的博士论文工作实现和发展的^[3]。模型具有模拟发动机燃烧室内推进剂雾化过程、液雾蒸发过程、湍流混合与化学反应过程和发动机喷管内两相湍流反应流跨音速流场的能力。通过数值试验, 能确定在给定的发动机工作参数和结构参数条件下燃烧室内全流场的速度场、温度场、压力场、组分浓度场、密度场和马赫数曲线, 同时也能确定燃烧室壁面温度(绝热情况)或壁面热流密度(给定壁面温度)和燃烧效率曲线, 以及发动机结构参数和工作参数对其工作过程的影响规律。因此, 用 CAFILRE 程序可以评价现有发动机的设计指标、总结设计和试验经验, 在发动机研制阶段可以用该软件进行方案评估, 对设计方案进行比较和优选。

CAFILRE 程序是一个二维通用软件, 它可以用于二维直角坐标系(x, y), 二维轴对称圆柱坐标系(x, r)和二维轴对称曲线坐标系(ξ, η)的流场计算。能自动完成网格生成、坐标变换的工作, 具有较强的通用性。

虽然 CAFILRE 程序是针对液体火箭发动机而开发的通用性

软件,但它除了能模拟火箭发动机燃烧室内的工作过程(两相湍流反应跨音速流动)外,也能计算其它类型燃烧室内的两相或单相流动和燃烧过程,还能进行两相和单相冷态流场的计算。既能解决湍流或层流可压流动问题,又能解决层流或湍流不可压流动问题。只要根据计算任务和要求对程序设置不同的选择开关,程序便会对相应模块进行自动组合,完成预定的任务。

CAFILRE 软件是在 AST386/25 微机上用 NDP386—Fortran 语言开发的计算程序,能在 386 以上的微机上运行。同时也很容易移植到小型机或大型机上去。

18.2 气相控制方程和模型

18.2.1 气相守恒方程

二维轴对称柱坐标系下的守恒方程为:

连续方程

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \bar{\rho} \bar{v}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(r \bar{\rho} \bar{u}) = S_{d,m} \quad (18.1)$$

动量方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{\rho} \bar{u}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \bar{\rho} \bar{v} \bar{u}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(r \bar{\rho} \bar{u} \bar{u}) \\ &= -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left(r \mu_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right] \\ & \quad - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} \left[\mu_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\mu_{\text{eff}}}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \bar{v}) + \rho k \right] + S_{d,u} \end{aligned} \quad (18.2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{\rho} \bar{v}}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(r \bar{\rho} \bar{v} \bar{v}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(r \bar{\rho} \bar{u} \bar{v}) \\ &= -\frac{\partial \bar{P}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left[r \mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial x} \right) \right] \\ & \quad + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \mu_{\text{eff}} \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right) \right] - 2 \mu_{\text{eff}} \frac{\bar{v}}{r^2} - \frac{\bar{\rho}}{r} \bar{w}^2 \end{aligned}$$

$$- \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} \left[\mu_{\text{eff}} \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\mu_{\text{eff}}}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) + \rho k \right] + S_{d,v} \quad (18.3)$$

能量方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \bar{H} - \bar{P}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{\rho} \bar{v} \bar{H}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} (r \bar{\rho} \bar{u} \bar{H}) \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{H,r} \frac{\partial \bar{H}}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left(r \Gamma_{H,x} \frac{\partial \bar{H}}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r q_{r,r}) + \frac{d}{dx} q_{r,x} + S_{d,H} \end{aligned} \quad (18.4)$$

组分方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} \bar{\rho} \bar{Y}_s + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{\rho} \bar{v} \bar{Y}_s) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} (r \bar{\rho} \bar{u} \bar{Y}_s) \\ &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{Y_s,r} \frac{\partial \bar{Y}_s}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left(r \Gamma_{Y_s,x} \frac{\partial \bar{Y}_s}{\partial x} \right) + R_{Y_s} + S_{d,Y_s} \end{aligned} \quad (18.5)$$

式中

$$\mu_{\text{eff}} = \mu_t + \mu_l \quad (18.6)$$

$$\mu_t = C_\mu \rho k^2 / \varepsilon \quad (18.7)$$

18.2.2 湍流模型

采用通用的 $k-\varepsilon$ 双方程模型

湍流动能方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} k) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{\rho} \bar{v} \bar{k}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} (r \bar{\rho} \bar{u} \bar{k}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left(r \Gamma_K \frac{\partial k}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{K,r} \frac{\partial k}{\partial r} \right) + G_K - \bar{\rho} \varepsilon + S_{d,k} \end{aligned} \quad (18.8)$$

湍流动能耗散率方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \bar{\rho} \varepsilon}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{\rho} \bar{v} \bar{\varepsilon}) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} (r \bar{\rho} \bar{u} \bar{\varepsilon}) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left(r \Gamma_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) \\ &+ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \Gamma_{\varepsilon,r} \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} G_K \\ &- C_2 \frac{\bar{\rho} \varepsilon^2}{k} + \bar{\rho} \varepsilon \nabla \cdot \vec{v} + S_{d,\varepsilon} \end{aligned} \quad (18.9)$$

其中

$$G_K = \mu_i \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{v}{r} \right)^2 \right] + \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial r} \right]^2 \right\} - \frac{2}{3} \mu_i \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \bar{v}) + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right]^2 \quad (18.10)$$

18.2.3 辐射换热模型

进行热态流场计算时,考虑了辐射换热的影响。目前考虑辐射换热已有多种方法,比较有代表的有 Hottel 的区域法、Monte-Carlo 法、Jeans 的球面潜波法、Chandrasekhar 的离散坐标法,示踪法和通量法等,除通量法以外,其它的方法对计算机内存要求大并且费时,不太适应于采用迭代法求解的反应流场计算,所以我们采用四通量辐射模型。

通量法是由 Schuster 和 Hamaker 在天体物理学中发展起来的,后来许多作者进行了改进和发展。它基本采用对辐射强度在空间的方向变化所作的某些假定,这些假定使得精确的积分——微分辐射换热方程简化为一组近似的偏微分方程,而这些方程又适合于同时解流场及化学反应。

四通量模型^[4]

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{a+s} \frac{dR_z}{dx} \right) = a(R_z - 2E) + \frac{S}{2}(R_z - R_r) \quad (18.11)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{r}{a+s+1/r} \frac{dR_r}{dr} \right) = a(R_r - 2E) + \frac{S}{2}(R_r - R_z) \quad (18.12)$$

式中 a 为吸收系数, S 为散射系数, $E = \sigma T^4$, σ 为 Boltzman 常数, R_z , R_r 分别代表轴向和径向的合成通量,即

$$\begin{aligned} R_z &= I + J \\ R_r &= K + L \end{aligned} \quad (18.13)$$

这里 I 、 J 、 K 、 L 分别是 x 、 x^- 、 r 、 r^- 方向的热辐射通量。

当 a 大于系统流动尺寸的倒数时,可以得到近似式

$$\begin{aligned} I + J &= 2E \\ L + K &= 2E \end{aligned} \quad (18.14)$$

能量方程(18.4)中的辐射源项 $\frac{\partial q_{r,j}}{\partial x_j}$ 可以表示为:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{q}_{r,j}}{\partial x_j} &= \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r q_{r,r}) + \frac{d}{dx} (q_{r,z}) \\ q_{r,z} &= I - J \\ q_{r,r} &= K - L \end{aligned} \quad (18.15)$$

18.2.4 湍流燃烧模型

采用 Spalding 的旋涡破碎模型^[5], 即认为

$$\bar{R}_{fu} = -\text{Min}(|\bar{R}_{fu,A}|, |\bar{R}_{fu,EBU}|) \quad (18.16)$$

式中
$$\bar{R}_{fu,A} = -AM_f \left(\frac{\rho Y_f}{M_f} \right)^a \left(\frac{\rho Y_{ox}}{M_{ox}} \right)^b \exp \left(-\frac{E}{RT} \right) \quad (18.17)$$

$$\bar{R}_{fu,EBU} = -C_R \rho g^{1/2} \frac{e}{k} \quad (18.18)$$

g 可以利用 Spalding 等人推导的公式

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho g) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_j g) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_g \frac{\partial g}{\partial x_j} \right) + C_{g1} \mu_e \left(\frac{\partial \bar{f}}{\partial x_j} \right)^2 - C_{g2} \rho g \frac{e}{k} \quad (18.19)$$

计算。但 Magnussen 等^[6]提出了一个代数表达式来计算 g , 即

$$g^{1/2} = \text{Min} \left[\bar{Y}_f, \frac{\bar{Y}_{ox}}{r_0}, \frac{B \bar{Y}_{pr}}{(1 + r_0)} \right] \quad (18.20)$$

这样不需要解 g 的微分方程就可以得到 $R_{fu,EBU}$ 。

式中 $B=4.5$ 为经验常数, r_0 为氧化剂和燃料的化学计算质量比。

18.2.5 气相守恒方程的通用型式

前几节中讨论的所有微分方程在其本质上都是椭圆型的, 并且可以很方便地写成下面的柱坐标系通用形式:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\beta \Phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} (r \beta u \Phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \beta v \Phi) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x} \left(r \Gamma_\Phi \frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)$$

$$-\frac{1}{r} \left(r \Gamma_{\Phi} \frac{\partial \Phi}{\partial r} \right) = S_{\Phi} + S_{d,\Phi} \quad (18.21)$$

u 和 v 是轴向(x)和径向(r)的气相分速度, Φ 是直接感兴趣的特定和独立变量, β 是混气密度的等效量, 对于辐射通量方程, β 等于零, 对于其余的因变量, β 都取为 ρ , Γ_{Φ} 是输运定律中的输运系数, S_{Φ} 是 Φ 的通用源项, 它取决于几何形状, 输运系数和它的独立变量, $S_{d,\Phi}$ 是气液两相间交换的源项。

表 18.1 为用于液氢液氧发动机的气相控制方程一览表。

表 18.1 用于液氢液氧火箭发动机的气相控制方程一览表

方 程	Φ	β	Γ_{Φ}	S_{Φ}
Continuity	1	ρ	0	0
Axial x— momentum	u	ρ	μ_{eff}	$-\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial x} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x} (\mu_{eff} \nabla \cdot \vec{u} + \rho k)$
Radial r— momentum	v	ρ	μ_{eff}	$-\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\mu_{eff} \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \mu_{eff} \frac{\partial v}{\partial r} \right) - \frac{2\mu_{eff}}{r^2} v - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial r} (\mu_{eff} \nabla \cdot \vec{u} + \rho k)$
Turbulence energy K	K	ρ	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_k}$	$G_K - \rho \epsilon$
Dissipation rate ϵ	ϵ	ρ	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_{\epsilon}}$	$(C_1 G_K - C_2 \rho \epsilon) \frac{\epsilon}{k} + \rho \epsilon \nabla \cdot \vec{u}$
Enthalpy	H	ρ	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_h}$	$a(R_X + R_Y - 2E)$
H ₂ mass fraction	Y_{H_2}	ρ	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_f}$	R_{fH}
O ₂ mass fraction	Y_{O_2}	ρ	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_{ox}}$	$r_0 R_{fH}$
H ₂ O mass fraction	Y_{H_2O}	ρ	$\frac{\mu_{eff}}{\sigma_{pr}}$	$(1 + r_0) R_{fH}$
X-radiation flux	R_X	0	$\frac{1}{a+s}$	$a(R_X - 2E) + \frac{s}{2} (R_X - R_r)$
R-radiation flux	R_r	0	$\frac{1}{a+s+\frac{1}{r}}$	$a(R_r - 2E) + \frac{s}{2} (R_r - R_X)$

18.3 液相控制方程和模型

对液雾群采用的是轨道模型，并且作了如下假设：

- (1) 液滴是球形的，而且在运动过程中不变形；
- (2) 液滴内部的物理状态是均匀的，不存在有限的输运现象；
- (3) 液雾按其尺寸分布被分成若干组，每组液滴具体有一个等效尺寸，且具有相同的温度、质量和速度等；
- (4) 液滴进入计算域的位置是有限的；
- (5) 液滴与液滴间的相互作用被忽略不计；
- (6) 液滴所占容积与燃气相比可以忽略不计，不考虑液滴的出现对气相湍流的影响。

因而液相控制方程即为液滴控制方程。

18.3.1 液滴尺寸分布模型

假定推进剂喷入燃烧室时已充分雾化，并且由满足一定分布规律的球形液滴组成。在雾化点液滴的初始尺寸、速度和温度都是确定的。液滴将沿各自的轨道运动，并且进行状态的变化。

液滴的尺寸可根据实验直接测定或按照第二章中的液雾模型进行计算。

知道了液雾尺寸的分布后，就可以求得每个尺寸组的液滴数目。设 F_{ri} 为第 i 尺寸组液滴的质量分数， d_i 为其直径， ρ_L 为喷注面液体密度，则第 i 组液滴的数目 N_i 为：

$$N_i = \frac{F_{ri} \cdot \dot{m}}{\frac{\pi}{6} \rho_L d_i^3} \quad (18.22)$$

式中 $\dot{m}$ 为总的液体喷射质量流量。

18.3.2 液滴运动方程

对于每一尺寸组的液滴，其动量平衡方程可以写成如下的形式

$$m_d \frac{du_d}{dt} = C_D \rho \frac{A_d}{2} (u - u_d) |u - u_d| \quad (18.23)$$

$$m_d \frac{dv_d}{dt} = C_D \rho \frac{A_d}{2} (v - v_d) |v - v_d| \quad (18.24)$$

式中: C_D 是阻力系数, u, v 是气相速度分量, u_d, v_d 是液滴速度分量, A_d 是液滴的迎风面积, m_d 是液滴质量, r 代表液滴的径向位置。

上述液滴方程中, 忽略了流场压力梯度对液滴动量的影响, 同时也忽略了 Magnuss 力、Saffman 升力、Basset 力和重力。如果需要考虑这些因素的影响, 则可在方程中加入需要考虑的项。

阻力系数 C_D 的计算用了两种方法: 一种是文献[4]的方法, 另一种是文献[8]的方法 (见本书 9.7.3 节)。但用以上介绍的两种计算液滴阻力系数的公式对液滴的轨道进行计算, 发现在流场中液滴的轨迹分布有明显的差别, 第二种公式算出的液滴轨道分布更靠近中心轴线附近; 而第一种公式算出的轨迹其分布范围要宽得多。这表明液滴阻力系数计算公式的选择对流场计算是有影响的。

18.3.3 液滴湍流扩散模型

采用 Lookwood 的湍流扩散模型^[9]。这时液滴的轴向和径向的湍流扩散速度为

$$u_{\text{diff}} = C_1 \sqrt{-C_3 \frac{2\mu}{\rho} \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{2}{3}k} \quad (18.25)$$

$$v_{\text{diff}} = C_2 \sqrt{-C_4 \frac{2\mu}{\rho} \left(\frac{\partial v}{\partial r} \right) + \frac{2}{3}k} \quad (18.26)$$

式中 C_1, C_2, C_3, C_4 为模型常数, 分别等于 0.025, 0.025, 1.0, 1.0。

在液滴运动方程(18.23)–(18.24)中引入液滴的湍流扩散速度, 则可得到在考虑液滴湍流扩散效应后的液滴运动方程:

$$m_d \frac{du_d}{dt} = C_D \frac{A_d}{2} \frac{\mu Re}{d} [u - (u_d + u_{diff})] \quad (18.27)$$

$$m_d \frac{dv_d}{dt} = C_D \frac{A_d}{2} \frac{\mu Re}{d} [v - (v_d + v_{diff})] \quad (18.28)$$

值得注意的是，湍流扩散速度的引入将对液滴运动阻力有影响，颗粒的运动阻力不仅影响液滴的运动，而且也通过两相间源项影响气相流场。因此，扩散速度的引入是一个综合因素。

18.3.4 液滴蒸发模型

采用 ZKS 液滴高压蒸发模型，在升温阶段为不平衡蒸发，其蒸发速度的计算公式为：

$$\dot{m}_{v,s} = \frac{2\pi r_l \rho D N u_m^0}{AB} \ln \left[\frac{1 - Y_{v,\infty}}{1 - Y_{v,s}} \right] \quad (18.29)$$

式中：

$$A = 1 + \frac{4\pi r_l^2 \rho_{v,s}}{\dot{m}_{v,s}} \cdot \frac{\partial r_l}{\partial t} \quad (18.30)$$

$$B = 1 + \frac{\rho_{e,s}}{\rho_{v,s}} \left(1 - \frac{1}{A} \right)$$

当液滴达到平衡温度以后，其蒸发速率由下式计算：

$$\dot{m}_{v,s} = \frac{2\pi r_l K N u_T^0}{Z_2} \ln \left[1 + \frac{Z^2 (T_g - T_{e,s})}{\Delta H_v} \right] \quad (18.31)$$

式中

$$Z_2 = AC_{p,v} + (A - 1)C_{p,e} \frac{\rho_{e,s}}{\rho_{v,s}}$$

式中， r_l 为液滴半径， ρ 、 D 、 K 为混合密度、混气二元扩散系数和气体导热系数； Nu_m^0 、 Nu_T^0 分别代表质量 Nuseelt 数和温度 Nuseelt 数； $Y_{v,\infty}$ 、 $Y_{v,s}$ 分别为燃料在无穷远处和液滴表面上的质量分数； $C_{p,v}$ 、 $C_{p,e}$ 分别为液滴表面液滴蒸汽的定压比热和环境介质的定压比热； T_g 为环境温度， $T_{e,s}$ 为液滴平衡温度（即所谓的“湿球”温度）。 Nu_m^0 和 Nu_T^0 由 Ranz-Marshall 公式计算，即

$$Nu_m^0 = 2 + 0.6 S_c^{1/3} Re^{1/2}$$

$$Nu_T^0 = 2 + 0.6 Pr^{1/3} Re^{1/2}$$

知道了液滴蒸发速率后，即可求液滴半径的变化规律：

$$\frac{dr_l}{dt} = - \left[\frac{\dot{m}_{v,s}}{4\pi r_l^2 \rho_l} + \frac{r_l}{3\rho_l} \frac{d\rho_l}{dt} \right] \quad (18.32)$$

18.3.5 液滴能量方程

由于我们考虑了液滴的升温过程，因此还用到液滴能量方程：

$$\frac{dT_L}{dt} = \frac{3KNu_T^0 Z_1}{2C_{p,L} r_L^2 \rho_L} \left[\frac{T_g - T_L}{e^{Z_1} - 1} - \frac{\Delta H_v}{Z_2} \right] \quad (18.33)$$

式中
$$Z_1 = \frac{Z_2 \dot{m}_{v,s}}{2\pi K r_L Nu_T^0} \quad (18.34)$$

根据 Hubbard 等的研究，估算平均特性的参考温度和参考组分量：

$$\begin{aligned} T_r &= T_d + (T_\infty - T_d)/3 \\ Y_{Fr} &= Y_{Fs} + (Y_{F_\infty} - Y_{Fs})/3 \end{aligned} \quad (18.35)$$

18.4 气液相互作用源项

1. 质量方程源项 $S_{d,m}$

$$S_{d,m} = \sum_i \sum_j [(Q_{ij} \rho_i)_{\text{INL}} - (Q_{ij} \rho_i)_{\text{EX}}] \quad (18.36)$$

2. 动量方程源项 $S_{d,u}$, $S_{d,v}$

$$S_{p,u} = \sum_i \sum_j [(Q_{ij} \rho_d U_d)_{\text{EX}} - (Q_{ij} \rho_d U_d)_{\text{INL}}] \quad (18.37)$$

$$S_{p,v} = \sum_i \sum_j [(Q_{ij} \rho_d V_d)_{\text{EX}} - (Q_{ij} \rho_d V_d)_{\text{INL}}] \quad (18.38)$$

3. 能量方程源项 $S_{d,H}$

$$S_{d,H} = - \sum_i \sum_j n_{ij} q + \sum_i \sum_j n_{ij} C_{p,g} T_g [(Q_{ij} \rho_d)_{\text{EX}} - (Q_{ij} \rho_d)_{\text{INL}}] \quad (18.39)$$

这里， $C_{p,g}$ 、 T_g 分别为环境气体的比热与温度；

$$q = 2\pi K Nu_T^0 Z \frac{T_g - T_d}{e^Z - 1} \quad (18.40)$$

$$Z = \frac{\dot{m}_v \left(AC_{p,v} + (A-1)C_{p,g} \frac{\rho_{eg}}{\rho_{vs}} \right)}{2\pi K r_d Nu_T^0} \quad (18.41)$$

4. 组分方程源项 $S_{d,ys}$

设液滴蒸汽中第 s 组分的质量分数 a_s , 则

$$S_{d,ys} = a_s S_{d,m} \quad (18.42)$$

5. 湍流动能方程源项

$$S_{d,k} = - S_{d,m} k \quad (18.43)$$

6. 湍流动能耗散率源项

$$S_{d,\varepsilon} = - S_{d,m} \varepsilon \quad (18.44)$$

7. 混合物分数方程源项

$$A_{d,f} = S_{d,m} (1 - f) \quad (18.45)$$

上面各源项的计算式中, $\sum_i$ 表示对液滴的所有尺寸组求和, $\sum_j$ 表示对同一尺寸组液滴的不同起始位置或起始方向求和, 下标“EX”和“INL”分别表示液滴离开和进入控制体的位置, Q_{ij} 是进出网格的容积通量。

18.5 边界条件和初始条件

18.5.1 气相边界条件

(1) 固体壁面边界条件

固体壁面满足无滑移条件, 而且是不可渗透的, 因此其边界条件可以写为:

$$\begin{aligned} u_w &= 0, & v_w &= 0 \\ k_w &= 0, & \varepsilon_w &= 0 \end{aligned} \quad (18.46)$$

能量方程的边界条件可以引入绝热条件或非绝热条件。因此, 能量方程的边界条件为:

$$\text{绝热:} \quad \left. \frac{\partial H}{\partial n} \right|_w = 0 \quad (18.47)$$

$$\text{非绝热:} \quad T|_w = T_w \quad (18.48)$$

为了实现精确性和经济性的统一, 近壁边界条件采用“壁面函数”近似。

(2) 对称轴边界条件

由于假定流场是轴对称的, 因此, 为了满足其对称性条件, 则流过对称轴的通量都应恒等于零, 所以对称轴上的边界条件为:

$$\left. \frac{\partial u}{\partial r} \right|_0 = 0, \quad v_0 = 0 \quad (18.49)$$

$$\left. \frac{\partial k}{\partial r} \right|_0 = 0, \quad \left. \frac{\partial \varepsilon}{\partial r} \right|_0 = 0 \quad (18.50)$$

$$\left. \frac{\partial H}{\partial r} \right|_0 = 0 \quad (18.51)$$

(3) 出口边界条件

本章计算流场的出口边界为喉部(最小截面)。在喉部气相流场的马赫数等于 1, 即

$$M_e = \frac{v_e}{\sqrt{n_e R T_e}} = 1 \quad (18.52)$$

能量方程给定一个简单的一阶导数为零的边界条件(当然也可以采用线性外插的方法), 即

$$\left. \frac{\partial H}{\partial x} \right|_{\text{EX}} = 0 \quad (18.53)$$

由能量方程就可以确定出口截面的温度 T_e 。出口密度首先是采用一阶外推的方法求得一个密度分布以后, 再利用总体质量守恒方程对此密度分布进行修正。出口压力由状态方程确定。

(4) 入口边界条件

在数值计算过程中, 入口边界条件一般是预先给定的。但对于带喷管的跨音速流动, 喉部的壅塞条件影响着入口条件, 入口流量的大小必须由喉部的流通能力来决定, 喷管喉部的流量又取决于当地总压和总温。因此, 整个流场燃烧和流动存在着强烈的耦合, 在喉部直径保持不变的条件下, 必须在迭代过程不断调整入口边界条件来和喉部音速限定性条件相匹配。

由特征线理论可知, 对于亚音速入口的流动问题, 三个基本

物理量(ρ, T, P)不能同时给定, 只能给定其中的两个, 否则方程不能有确定的解。计算是采用一阶外推的方法不断修正入口压力, 通过状态方程来调整入口密度, 再由入口质量不变的条件来调整入口速度。在计算中发现, 流场下游流动对入口压力(或入口速度)相当敏感, 这也正是跨音速燃烧室——喷管流动数值计算的困难所在。

在对入口速度和入口密度进行调整的同时, 其它有关变量的入口条件也应进行修改, 这些变量包括:

$$\text{入口湍流动能: } k_{in} = C_a u_{in}^2 \quad (18.54)$$

$$\text{入口湍流动能耗散速率: } \epsilon_{in} = \sqrt{k_{in}} / (R_2 - R_1) \quad (18.55)$$

$$\text{入口总焓: } H_{in} = C_p T_{in} + \frac{1}{2} u_{in}^2 + \sum Y_{i,in} H_{i,in}^0 \quad (18.56)$$

式中, C_a 为入口湍流强度因子, R_1 、 R_2 分别为喷嘴气体环形流动的内、外环半径。

入口组分是固定不变的。

18.5.2 液滴初始条件

在 Lagrangian 坐标系下描述的液滴运动过程不需给定边界条件, 只需给定其初始条件。液滴初始条件包括液滴的入口温度, 入口速度, 入口总流量, 以及液滴平均直径及其尺寸分布。

实际计算中, 入口温度和入口流量是由试验值给定的, 而液体射流的喷射速度和角度则是由喷注压降(试验测量值)和喷嘴结构尺寸进行计算的。液滴尺寸分布满足 $R-R$ 分布, 即

$$\frac{dQ}{dD} = 0.693n \frac{d^{n-1}}{MMD^n} \exp \left[-0.693 \left(\frac{d}{MMD} \right)^n \right] \quad (18.57)$$

本文计算中, 为了部分地考虑喷雾入口的随机分布, 让液滴从 3 个入口位置喷入, 不同喷入点的液滴有不同的喷射速度和角度。每个喷入点的液滴都按等直径间隔分为 10 组。并且假定每个入口位

置上的每组液滴都沿自己的轨道运动, 因此, 流场内液滴一共有 30 条轨道。

液滴碰壁面的处理: 液滴碰壁后径向速度方向反号, 轴向速度方向保持不变, 但碰撞后动量损失 15%。

18.6 坐标变换

液体火箭发动机燃烧室的边界是曲线, 用通常的直角坐标系或柱坐标系难于准确描述流体在边界上的流动特性, 这时就需要采用贴体坐标系统, 把物理平面 (x, y) 上的任意计算域变换成计算平面上的矩形域。为了在贴体坐标系下求解控制方程, 需要对控制方程进行坐标变换, 变到计算平面 (ξ, η) 上。文献[3]给出了控制方程在柱坐标系下、任意斜交曲线坐标系下和任意正交曲线坐标系下气相守恒方程的统一表达式:

标量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\beta\varphi) + \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \xi}(rJ\beta U\varphi) + \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \eta}(rJ\beta V\varphi) - \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{r\Gamma_\phi}{J} A \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \\ - \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r\Gamma_\phi}{J} B \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) = S_\phi + S_\phi^* + S_{d,\phi} \end{aligned} \quad (18.58)$$

矢量方程

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho U}{\partial t} + \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \xi}(rJ\rho U U) + \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \eta}(rJ\rho V U) - \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{r\mu_{\text{eff}}}{J} A \frac{\partial U}{\partial \xi} \right) \\ - \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r\mu_{\text{eff}}}{J} B \frac{\partial U}{\partial \eta} \right) = - \frac{1}{B} \frac{\partial P}{\partial \xi} + S_u + S_u^* + S_{c,u} \end{aligned} \quad (18.59)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho V}{\partial t} + \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \xi}(rJ\rho U V) + \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \eta}(rJ\rho V V) - \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{r\mu_{\text{eff}}}{J} A \frac{\partial V}{\partial \xi} \right) \\ - \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r\mu_{\text{eff}}}{J} B \frac{\partial V}{\partial \eta} \right) = - \frac{1}{A} \frac{\partial P}{\partial \eta} + S_v + S_v^* + S_{d,v} \end{aligned}$$

式中

$$\begin{aligned}
S_{\phi}^* &= -\frac{1}{nJ} \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\frac{r\Gamma_{\phi}}{J} C \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) - \frac{1}{rJ} \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{r\Gamma_{\phi}}{J} C \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) \\
S_u &= (x_{\xi} S_u + r_{\xi} S_v)/B, \quad S_v = (x_{\eta} S_u + r_{\eta} S_v)/A, \\
S_{\bar{u}} &= (x_{\xi} S_u^* + r_{\xi} S_v^*)/B, \quad S_{\bar{v}} = (x_{\eta} S_u^* + r_{\eta} S_v^*)/A, \\
S_{d,u} &= (x_{\xi} S_{d,u} + r_{\xi} S_{d,v})/B, \quad S_{d,v} = (x_{\eta} S_{d,u} + r_{\eta} S_{d,v})/A, \\
A &= r_{\eta}^2 + x_{\eta}^2, \quad B = r_{\xi}^2 + x_{\xi}^2 \\
C &= r_{\eta} r_{\xi} + x_{\xi} x_{\eta} \\
J &= \frac{\partial(x, r)}{\partial(\xi, \eta)} = x_{\xi} r_{\eta} - x_{\eta} r_{\xi}
\end{aligned}$$

对于以上控制方程统一表达式，由变换

$$\begin{aligned}
\xi &= \xi(x, r) \\
\eta &= \eta(x, r)
\end{aligned} \tag{18.60}$$

的不同便确定了其在具体坐标系下的具体表达形式。

同样，对液滴运动方程及轨道方程也应进行坐标变化。以上这些公式的详细推导均可详见文献[3]。

18.7 数值方法

18.7.1 计算区域和网格生成

所有气相控制方程都采用相同的数值方法求解。方程被写成统一的形式，并采用统一的差分格式。

计算网格采用的是贴体坐标网格系统，即首先用等参数正变换（代数变换）把物理平面 (x, r) 上的不规则区域变换成计算平面 (ξ, η) 上的正规矩形域，然后再根据物理量梯度变化大小对计算域内的网格进行了简单拉伸，在喷管喉部区域附近、喷注面附近、固体近壁区加密了网格，形成了计算平面内的非均匀网格系统。

为了防止把波形压力场和波形速度场等一类非均匀的场处理成均匀的场，计算中采用了交错网格，即动量方程和标量方程分别在不同的网格系统下求解。采用交错网格后，速度分量便存贮

在其变量的控制容积的界面上, 于是不需要对有关的速度分量进行任何内插运算, 就可以计算出通过控制容积表面的质量流量, 提高其计算精度。

此外, 物理边界位于主网格的中点, 即主网格在边界上取了半个虚拟网格, 这样边界正好落在了主网格点和轴向速度的控制容积面上, 便于边界条件的引入。

18.7.2 控制方程的离散

方程(18.57)~(18.59)在形式上与物理坐标 (x, r) 上的守恒方程没有多大的差别, 所以方程进行离散化处理时, 只需把有关的面积和输运系数进行一些适当的修正, 就能把物理坐标表示的差分方程和计算网格上的差分方程统一起来。所以在计算差分方程系数的问题上, 计算网格系统和物理网格系统之间没有太大的差别。计算平面上出现的复杂问题主要是微分方程源项的离散化。首先, 由于进行坐标变换引出了一个附加的源项 S_ϕ 。此外, 原来的源项 S_ϕ 也要变换到计算平面 (ξ, η) 上来计算, 而且其速度分量也要进行变换, 使得每次迭代的计算量增大了。特别是在动量方程中为了消去不同坐标方向的压力梯度项, 而使得源项变得特别复杂。但这时的控制方程有一个最大优点就是整个计算过程中不需要对速度进行变换, 计算收敛后再把计算平面上的速度变换到物理平面上来, 并且进行结果输出。除此之外, 计算平面 (ξ, η) 内的控制方程求解和物理平面 (x, y) 上控制方程的求解过程是完全相同的。

18.7.3 控制方程的求解

由于推力室喷管内的流动是一个跨音速流动问题, 计算过程中对初始流场及边界条件的处理要仔细, 否则就可能得不到收敛的解。在用SIMPLE算法求解气相流场时, 迭代过程中有可能使有些节点上的绝对压力小于零。因此, 迭代求解时需引入一些限制性条件, 把物理量的变化限在物理上真实的范围内。此外, 设置

初场时也需尽量合理,为此本文的初值是利用零维模型进行热力计算求得燃烧室和喷管喉部的压力、温度和浓度等,然后利用插值的方法求得整个流场的初值,这样使得求解过程的稳定性和收敛性都显著地提高。在气相流场的求解过程中还引入了 SIMPLER 算法,由于此方法是首先假定一初始速度场,通过此速度场来求压力场。因此,其对松弛因子的选取、初始流场的设置等要求就宽松得多,实际的计算也证明了这一点。

求解液相控制方程采用的方法是求解析解的方法,其具体思路是:认为液滴的当地气相流场的状态(速度、温度、组分等)是已知的常量,这样就可对液滴控制方程直接积分,而得到一个局部的解析表达式。

18.8 程序结构、功能和求解过程

18.8.1 软件设计思想——模块化方法

CAFILRE 软件是采用模块化方法编制的通用模型软件。每一个程序模块都相当于一个子程序或称子模型。各子程序的运行或相互联系是靠调用语句(CALL)来完成的,子程序的管理是通过主程序中设置的开关来实现。虽然程序之间的相互调用会占用一定的时间,但模块化的程序结构可以使程序具有良好的可读性,模型改进、程序修正都只发生在相应的子模块中,实现起来很方便,而且便于调试,也便于程序的移植与传播。

18.8.2 程序模块和功能

1. 主程序模块 MAIN

主程序模块 MAIN 实现对各子程序的管理功能。通过读入初始数据和各种开关设置(逻辑变量)和调用相应的子程序,能够完成:①计算区域的网格生成;②坐标变换;③流场初始化;④进行总的迭代循环;⑤控制计算进程;⑥输出计算结果等几个方面的任务。程序按任务要求进行的组合也都是在主程序中完成的。

2. 计算网格生成模块 GRID

子程序模块 GRID 实现物理平面和计算平面的网格生成。CAFILRE 软件设置了两种网格生成方法——代数网格生成方法和 THOMPSON 网格生成方法。初始网格是由主程序确定的(读入初始化数据),网格生成过程中的边界条件由主程序经公用语句块传递的。

3. 流体力学模块 FLOW

流体力学模块完成气相流场流动特性的计算。它包括有:(a)三个计算速度分量的子程序(无旋流时只有两个速度分量);(b)二个用于湍流模型计算的子程序;(c)一个压力修正方程子程序;(d)一个压力方程的子程序(只限于 SIMPLER 算法)。通过调用流体力学模块可以确定整个流场的速度场、压力场和有效粘度场。

4. 热化学模块 TCHEM

热化学模块完成流场的温度场和组分浓度场的计算。它包含有:(a)求解能量方程的子程序(其中又含有求解温度场的子程序);(b)求解组分浓度的子程序;(c)求解混合分数脉动均方值的子程序;(d)计算湍流化学反应速率的子程序;(e)热力计算的子程序。

5. 辐射换热模块 QRAD

辐射换热被处理成能量守恒方程源项的一部分,但它是通过自己的控制方程求解的。辐射换热模块完成辐射换热量的计算。

6. 两相流模块 DROPLET

两相流模块完成液滴运动特性、液滴轨迹、液滴热力学状态、液滴蒸发速率及两相流中两相间各种作用源项的计算。它主要包括有:(a)计算液滴运动学特性的子程序;(b)计算液滴热力学特性的子程序。

7. 物性计算模块 TPROPS

物性计算模块完成气相和液滴全部所需物性的计算,包括气

体粘性，导热系数，气体扩散系数，液滴比热，等等。

8. 计算结果处理模块 MAP

该模块完成对计算结果的输出。输出形式可以是表格，曲线或图形。

18.8.3 程序总体结构

为了描述液体火箭发动机燃烧室的性能，通用模型需要求解许多个控制方程。总的来说，这类方程可以分为两类：即气相控制方程和液相控制方程。而且，由于物理和数值计算方面的考虑，整个两相流场用 Eulerian-Lagrangian 坐标系，也就是：凡是涉及到气相的方程将在 Eulerian 坐标系中求解，而对于涉及液相的问题则用 Lagrangian（跟踪运动）方法进行描述。

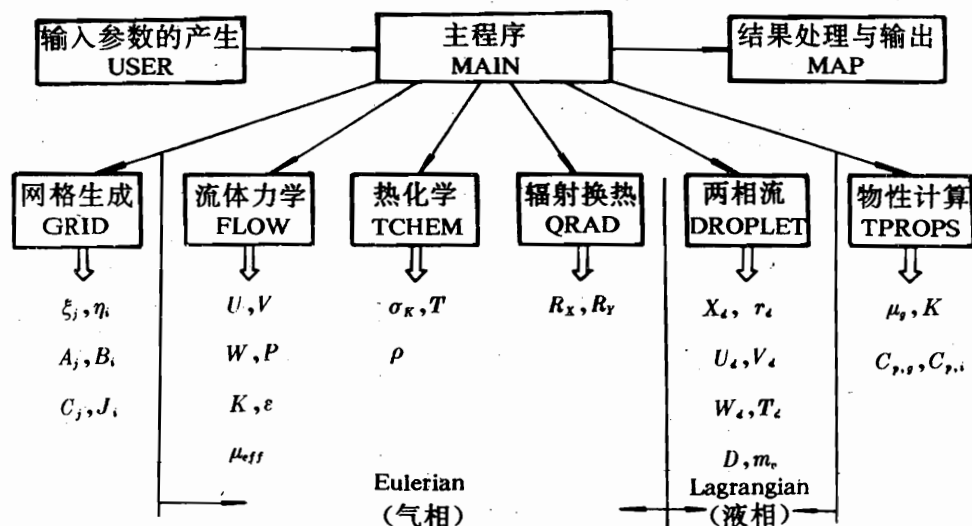


图 18.1 通用程序的积木式流程

图 18.1 为通用程序的积木式流程。该图说明了各种不同程序块或单元之间的相互关系。主程序控制着组成通用模型的每个程序模块调入的顺序和次数。Eulerian 部分由 FLOW、TCHEM 和 QRAD 各程序块构成，它分别解流体力学、热化学和热辐射方程。

Lagrangian 部分是由 DROPLET 程序块构成, 它用来计算液滴的速度和轨迹, 而且其中又包含有计算液滴的物理和化学过程的若干子程序。子程序 GRID 是用来生成计算网格的, 在 CAFILRE 程序中只需调用一次 (但如果采用自适应网格生成方法的话, 则需要多次被调用)。TPROPS 子程序是用来计算流场和液滴物理性质的。显然, 在迭代方程中每次循环都要调用以更新其物性。子程序 USER 为进行参数选择而专门设计的, 通过此程序用户可以按照自己的任务选择不同的工作参数 (包括逻辑参数), 以此操作主程序模块进行不同的组合而达到目的, 最后一个子程序模块 MAP 主要是为计算结果的处理和输出而设计的。通过该子程序可以把计算结果以表格形式、曲线形式、二维等值线形式或三维立体图形的形式输出, 打印出各种需要的曲线或图表。

CAFILRE 程序的总体结构是一种全开放式的框架, 各种子模型都能附在它上面, 所以, 当个别的新实验模型或新理论模型成为通用时, 则只需要对相应的子程序块进行改进。当不同的任务需要选定不同的模型时, 可以把多个模型写在一个子程序, 用一个简单逻辑判断语句就能进行不同的选择。

18.8.4 程序模块的组合和求解过程

用模块化子程序编制通用程序的方法可以进行新的子模型和改进的子模型的试验, 完成这个任务只需要更换指定的子模型块或增加新的子模型块。这样一个程序能用于不同的目的, 虽然程序比较庞大, 但用户使用起来仍比较灵活和方便。程序模块的组合是通过程序模块本身的逻辑控制变量的不同组合来完成的。每个程序块都设有一个逻辑控制变量, 并且它只有“是”(TRUE)和“非”(FALSE)两个逻辑值。逻辑变量的状态设置是在子程序 USER 中进行, 并且可以进行菜单式修改或数据文件的修改来实现。因此, 模块组合方法可以用来试验和计算用户感兴趣的各种问题。

在软件运行过程中, 所有的因变量和有用的参数都合理地存

放于公用语句块中，以便供全部模型块使用。模块的基本原则是：最新算出的值取代旧值而保留在公用语句块中，以备需要时调用。这种方便的处理方法是基于以下的事实：方程是椭圆型的，为使

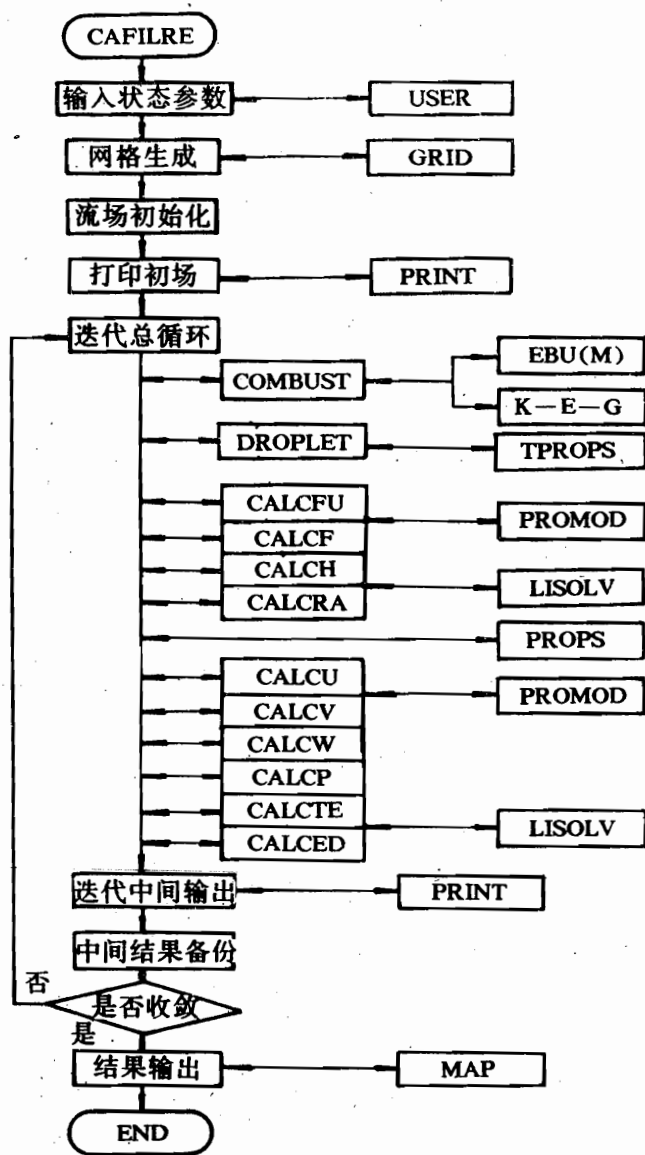


图 18.2 CAFILRE 软件的求解过程流程图

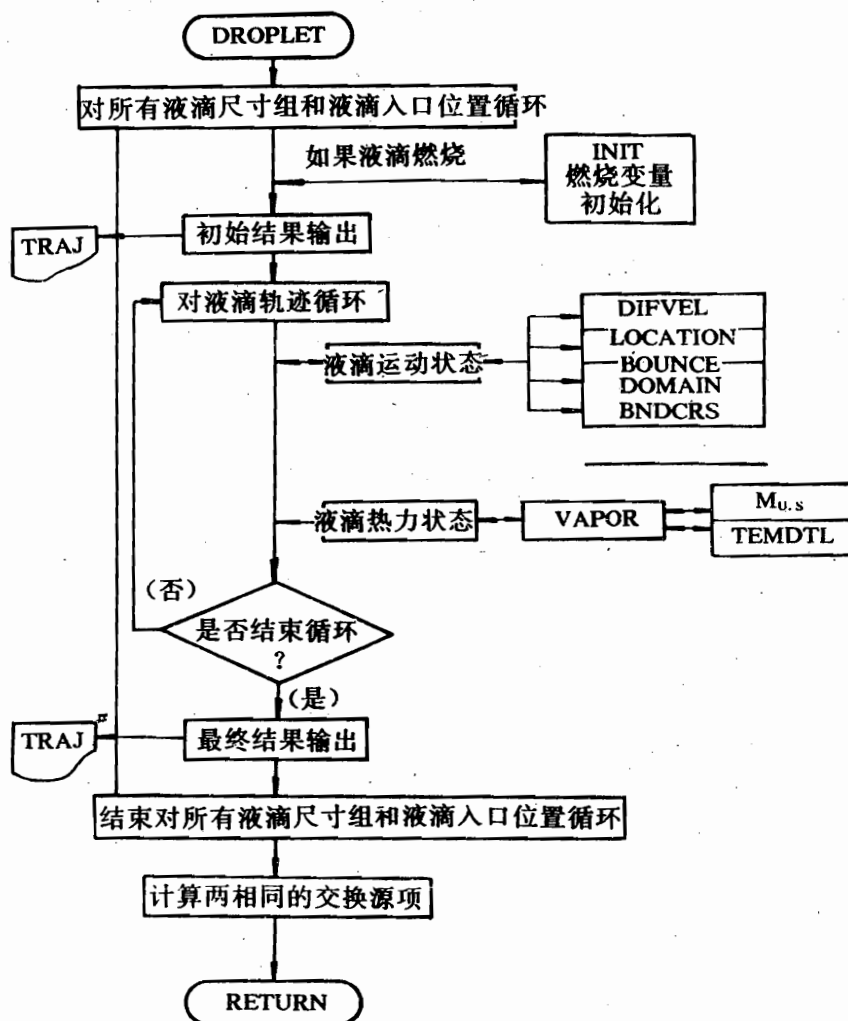


图 18.3 两相流中计算液滴状态的方框图

稳定性问题减至最小，就要花费很大的计算量和计算机内存来进行模型块与模型块之间的编码与记录。两相流 DROPLET 中的液滴方程是抛物型的 (Lagrangian 描述)，但两相之间是通过相互作用的源项而耦合的。因此，每当自变量的值发生改变后都需要重新确定液滴的新轨道，因而也就需要恢复使用液滴控制方程组。

图 18.2 画出了 CAFILRE 软件的求解过程流程图；图 18.3 画

出的是两相流中计算液滴状态的方框图。主程序(MAIN)控制着调用通用模型各模块的顺序和次数。

18.8.5 流场信息处理

程序迭代收敛后,就可以结束计算。但在退出运行环境之前,还需把计算结果充分直观地展示给用户,便于用户分析计算结果,解决实际问题。

计算结果的输出可以采用表格形式、曲线形式和流场可视化技术。CAFILRE 软件目前已设置了表格形式和曲线形式两种方法来输出计算结果。

1. 表格形式输出

表格形式输出方式是最为常用的输出方式。自变量按一定的规律(用户自定)取值,因变量便有与之对应的值。按用户要求进行排列,然后由打印机输出,这种输出方式的特点是精确、查找方便。其缺点是不直观,不便于分析全流场的状态,而且输出的界面也不理想。

2. 曲线形式输出

根据需要,结果可以用二维曲线、等值线和三维立体图形输出。该方法的特点是直观和方便,全流场的分布一目了然,便于分析全流场的状态。其缺点仍然是界面不够理想,难于形象的模拟实际过程。CAFILRE 软件可以直接生成绘图文件,再用相应的绘图软件显示和打印即可。

18.9 计算举例和分析

为了说明该模型的功能,文献[3],[10]对某液氢液氧试验发动机进行了计算。物性的计算见文献[3]

计算给定的推进剂入口条件为:

液氧流量: $G_{O_2} = 0.1885 \text{ kg/s}$

气氢流量: $G_{H_2} = 0.0305 \text{ kg/s}$

液氧入口温度: $T_{O_2}=90K$

气氢入口温度: $T_{H_2}=300K$

液氧喷注压降: $\Delta P_{O_2}=0.6\text{ MPa}$

气氢喷注压降: $\Delta P_{H_2}=0.6\text{ MPa}$ (参考)

液滴尺寸给了两种情况: 1. $d_{32}=38\mu$, $n=1.47$; 2. $d_{32}=28\mu$, $n=1.47$.

图 18.4 为计算区域的几何结构示意图。图 18.5 为物理平面上的网格布置。图 18.6 为计算平面上的网格布置。

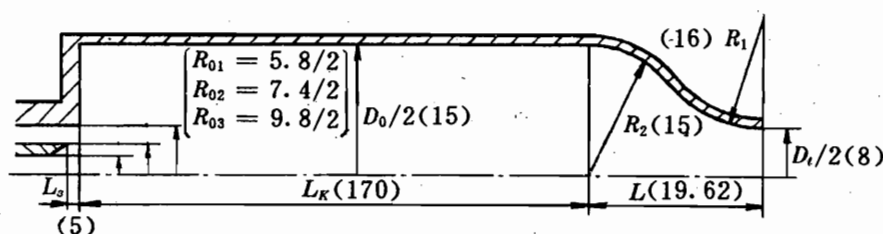


图 18.4 计算区域的几何结构示意图

图 18.7 表示全流场的流线图,从这个图中可以清楚地看到回流区的存在。在喷管收敛段,流线也发生偏转。但在喷管收敛区出现的台阶形分布则不是由于计算结果的影响,而是由于用绘图软件绘制等值线时画曲线边界而引起的。

图 18.8 为全流场氧组分的摩尔分数等值线。流场中的氧浓度分布是射流的特性。

图 18.9 为全流场温度等值线,由图可知,温度场很不均匀,火焰锋上为温度的极大值位置,流场中最高温度区在喷管入口处附近。

图 18.10 为全流场的等混合比曲线,从图中可以看到,燃烧室中的混合比分布是很不均匀的,这进一步说明了混合过程是整个发动机燃烧工作过程的控制因素。

图 18.11 为全流场的等马赫线。由于在喷嘴附近燃气音速较



图 18.5 物理平面上的网格布置



图 18.6 计算平面上的网格布置

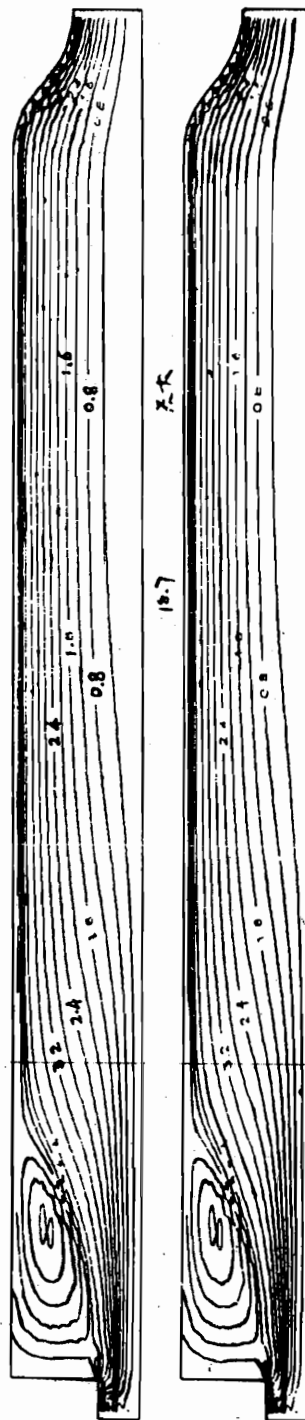


图 18.7 全流场的流线图

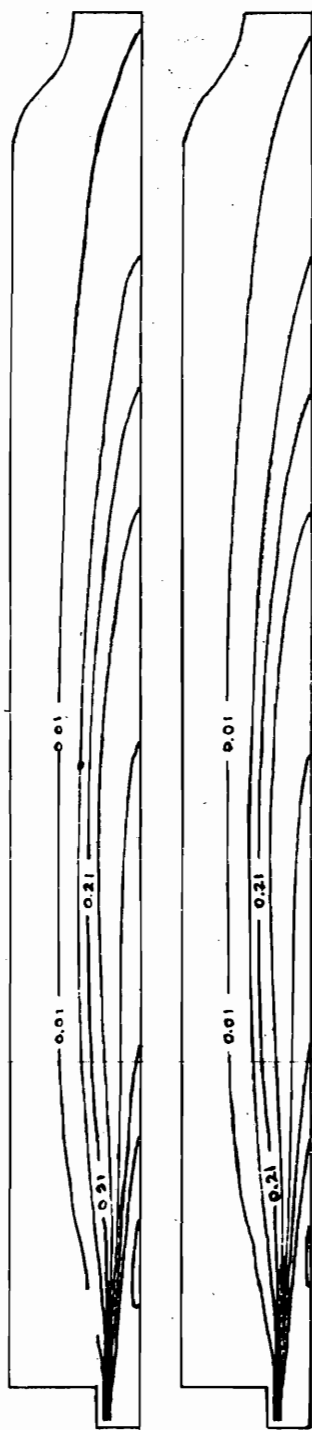


图 18.8 全流场氧气组分的摩尔分数等值线

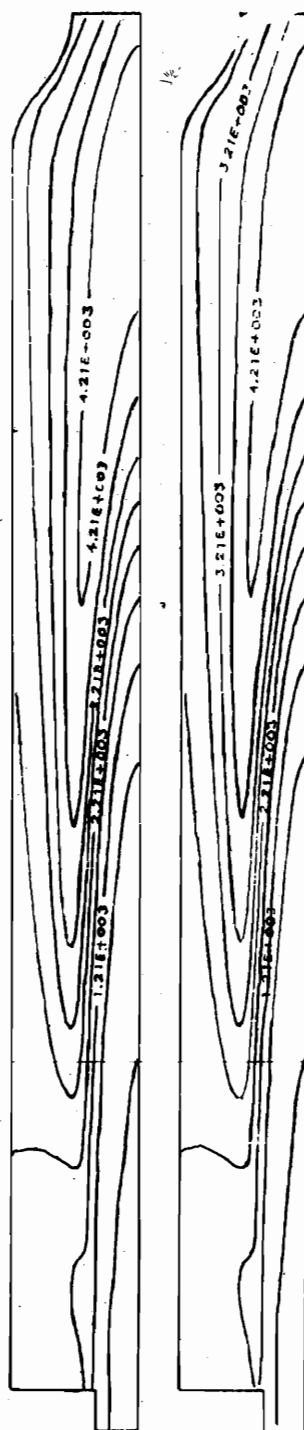


图 18.9 全流场温度等值线

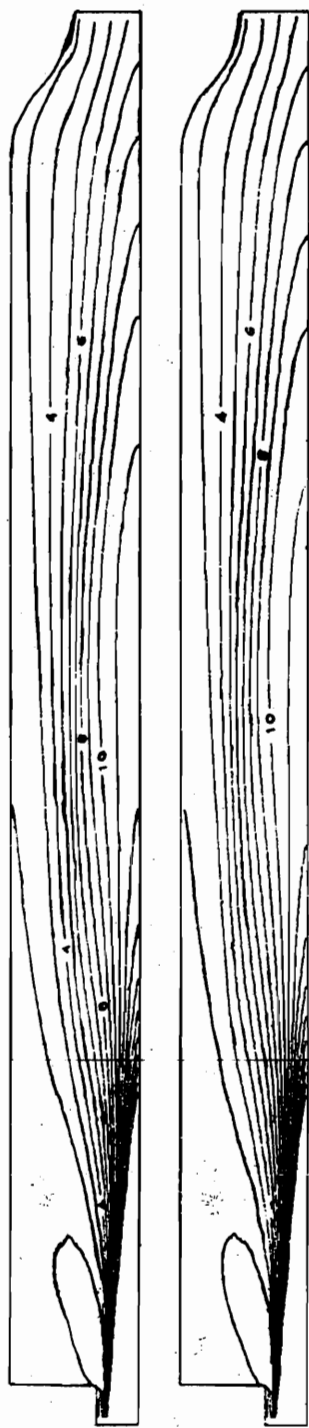


图 18.10 全流场的混合比等值线

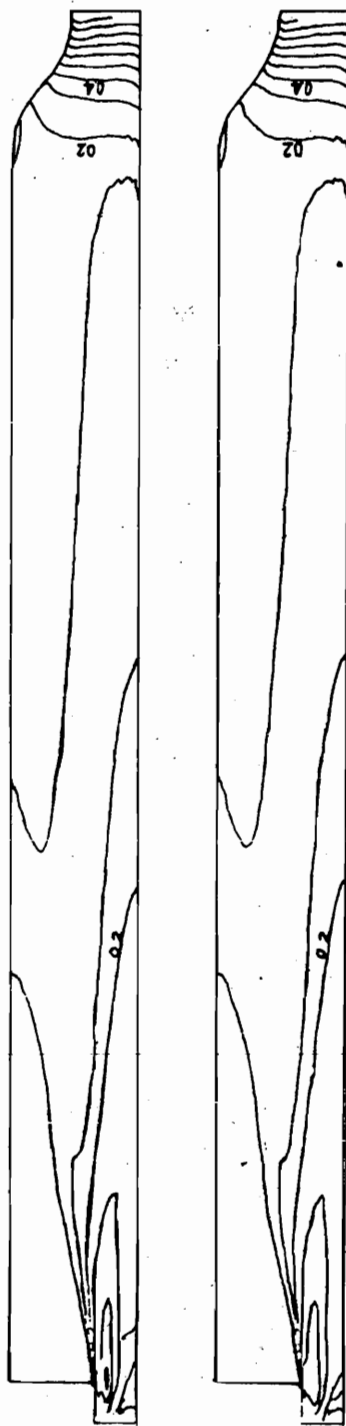


图 18.11 全流场的等马赫线

低(温度较低),所以在这—区域形成了一个相对燃烧室下游较高马赫数区。总的说来,燃烧室内马赫数不大,到喷管入口处马赫数为 0.2 左右。当燃气进入收敛段后,迅速加速,直到喷管喉部附近达到音速。从图中可以看到,在喷管壁面附近,燃气音速在喉部之前,这表现出喷管内多维流动的特性。

图 18.12 为燃烧室内液滴总的蒸发百分数沿轴向的变化。由图可以清楚地看到,燃烧室内液氧的

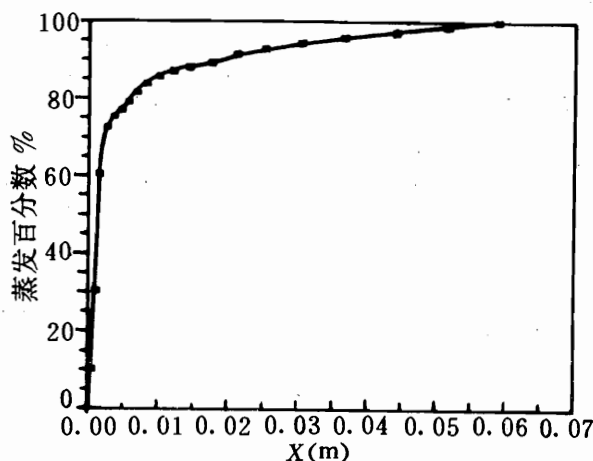


图 18.12 液滴总的蒸发百分数沿轴向的变化

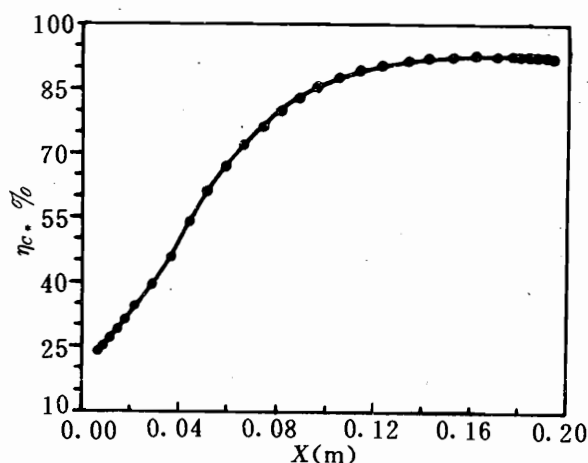


图 18.13 燃烧效率沿轴向的变化

蒸发是很快的,大约在离喷注面 55mm 处就已蒸发完毕。所以说在液氢液氧发动机中,提高性能的主要途径是提高混合效率。

图 18.13 为燃烧效率沿轴向的变化曲线。燃烧效率是根据燃气的当地特征速度与理论特征速度之比计算的。两种工况的效率曲线几乎重合。本例研究的发动机燃烧效率为 0.93。

18.10 模型的评价

通过算例表明:CAFILRE 液体火箭发动机流场分析计算模型

及其相应软件可以对液体火箭发动机燃烧室热态流场进行二维数值模拟, 在给定液体火箭发动机的工作参数和结构参数条件下能确定燃烧室内全流场的速度场、温度场、压力场、浓度场和燃烧效率。不足之处是现有程序只能对亚临界条件下的液氢液氧发动机进行模拟, 还需进一步补充各种子模型和继续进行大量的计算实践, 并与试车结果相比较, 以提高其计算精度和适用范围。

参考文献

- [1] A. J. Przeglwas, A. K. Singhal and L. T. Tam. Rocket Injector Anomalies Study. NASA CR 174702
- [2] N. H. Kandamby, F. C. Lockwood, M. A. Yehia. A Computer Code for Two Dimensional Turbulent Reacting Flows. 1990
- [3] 王振国. 液体火箭发动机燃烧室内部工作过程数值模拟. (博士论文), 国防科技大学, 1993
- [4] 付维标、卫景彬译. 粉煤燃烧与气化. 清华大学出版社, 1983
- [5] D. B. Spalding. Concentration Fluctuations in Round Turbulent Free Jet. Chem. Eng. Sci. 26, pp. 95—107. 1971
- [6] B. F. Magnussen, et al. On Mathematical Modeling of Turbulent Combustion with Special Emphasis on Soot Formation and Combustion. 16th Symposium (International) on Combustion. The Combustion Institute, pp. 719—729. 1976
- [7] G. B. Wallis. One Dimensional Two-Phase Flow. Mc Graw Hill, 1969
- [8] D. T. Harrje and F. H. Reardon. Liquid Propellant Rocket Combustion Instability. NASA, 1972
- [9] F. C. Lookwood, et al. A Prediction Method for Coal-Fired Furnaces. Combustion and Flame, 38, 1—15(1980)
- [10] Z. G. Wang, J. X. Wu, F. C. Zhuang. Numerical Simulation of Operating Processes in a Test Combustion Chamber of LOX/H₂ Propellant Rocket Engine with a Single-Element Coaxial Injector. 2nd APISCEU

第十九章 液体火箭发动机喷雾燃烧性能的实验解析计算方法

19.1 引言

尽管有许多液体火箭发动机喷雾燃烧模型考虑得很细致、很全面，但其中往往有一些待定系数仍然需要通过试车来确定，而且正由于燃烧模型考虑得很细致、很全面，又往往失之于太复杂，计算很费时。因而自然就会想到，能否提出一种模型虽然比较简单，但通过试车并经实验分析能够精确确定液体火箭发动机燃烧性能的方法。Bracco 最早提出了这样一种方法^[1-2]，以后八柳信之等又作了进一步发展^[3]。其原理是：在液体火箭发动机燃烧室中，从喷注器喷射出来的推进剂经过雾化、蒸发和混合，并不断反应生成燃气，燃气在燃烧室中加速流动，因而在燃烧室轴线方向会有压力梯度。这种压力梯度显然和当地的蒸发（燃烧）速度有关。如果已知燃烧速度，就可根据质量、动量、能量守恒方程求出燃烧室轴线方向的压力分布，或者反之。如果由试车已经测得轴向静压分布，那么通过质量、动量和能量守恒方程，反过来也可求得蒸发（燃烧）速度。由于燃烧室内轴向静压分布是一个比较容易测量的量，因而可以假设适当的模型来描述推进剂雾化、蒸发和混合过程，并通过计算求出静压分布，把计算出的静压分布和实际测量的静压分布进行比较来检查各个过程的模型和计算出燃烧性能。本章即介绍这一方法及其实施办法。此外，还将介绍一种液氢液氧发动机特征速度效率的经验表达式，并给出用这一经

验关系式对 LE-5, HM-7 等发动机燃烧效率计算的结果。这些方法有时对研制单位是很有用的。

19.2 Bracco 实验解析方法

19.2.1 基本假设

1. 燃烧室为圆筒形；
2. 认为氧化剂液滴的蒸发比燃料液滴快得多，在燃烧室的大部分地区只存在气氧、燃烧产物和燃料液滴；
3. 稳态一维流动；
4. 液滴具有相同的初始速度、初始直径；
5. 忽略传热和粘性效应；
6. 推进剂蒸发后立即混合，并反应生成平衡燃烧产物。

19.2.2 基本方程和求解方法

根据以上基本假设，可以写出喷注面和下游任一平面上的参数关系方程：

$$\rho u = -(\dot{W}_f'' - \dot{W}_{f,0}'') + \dot{W}_{ox,0}'' \quad (19.1)$$

$$\rho u^2 = P_0 - P - (\dot{W}_f'' u_f - \dot{W}_{f,0}'' u_{f,0,z}) + \dot{W}_{ox,0}'' u_{ox,0,z} \quad (19.2)$$

$$\begin{aligned} \rho u [h + (u^2/2)] = & - [\dot{W}_f'' (\Lambda_f + u_f^2/2 + h_f^0) - \dot{W}_{f,0}'' \\ & (\Lambda_{f,0} + u_{f,0}^2/2 + h_{f,0}^0) - \dot{W}_{ox,0}'' (\Lambda_{ox,0} + u_{ox,0}^2/2 + h_{ox,0}^0)] \end{aligned} \quad (19.3)$$

$$T = T(P, \rho, X_i) \quad (19.4)$$

$$h = h(P, \rho, X_i) \quad (19.5)$$

$$F_i(P, T, X_{1,2,\dots,I}, \dot{W}_{f,0}'', \dot{W}_{ox,0}'', \dot{W}_f'') = 0$$

$$i = 1, 2, \dots, I$$

$$\dot{W}_f''/r^3 = \dot{W}_{f,0}''/r_0^3 \quad (19.6)$$

$$u_f (du_f/dx) = \frac{3}{8} C_D \rho |u - u_f| (u - u_f) / r \rho_i \quad (19.7)$$

$$u_f(dr/dx) = -k[s + gRe^q]/8r \quad (19.8)$$

式中 ρ, u, P, T, h 相应为燃烧气体的密度、速度、压力、温度和焓 (P_0 为喷注面的压力值); $\dot{W}_f(\dot{W}_{ox})$ 是当地液体燃料(氧化剂)的流强, $\dot{W}_{f,0}(\dot{W}_{ox,0})$ 是 $x=0$, 即喷注面处的值; $u_f(u_{ox})$ 是液体燃料(氧化剂)液滴速度; $u_{f,0}(u_{ox,0})$ 是喷注速度; $u_{f,0,x}(u_{ox,0,x})$ 是喷注速度在 x 方向的分速; $\Delta_f(\Delta_{ox})$ 和 $h_f^0(h_{ox}^0)$ 相应为蒸发能和生成焓; x_i 是单位摩尔已燃燃料中 i 燃烧产物的摩尔数; r 系当地液滴半径; k, s, g, q 是确当选择的常数。方程(19.1)~(19.3)分别表示质量、动量和能量方程。方程(19.4)是燃烧产物的状态热力方程; 方程(19.5)是状态的热量方程。 F_i 是燃气的化学组元方程, 共有 I 个。方程(19.6)为液滴数方程。方程(19.7)和(19.8)是单液滴的运动方程和蒸发方程。如果喷注面的条件和基本热力学数据已知, 那么包含 $8+I$ 个未知数 $\rho, u, P, T, h, \dot{W}_f, u_f, r, X_{1,2,\dots,I}$ 的 $8+I$ 个方程是可解的。

在(19.1)~(19.5)方程和 F_i 方程中有 $7+I$ 个未知数, 如果在这 $7+I$ 个未知数中有任意两个未知数给定的话, 那就可以不必考虑(19.6)~(19.8)方程。

实际上, 在方程(19.2)和(19.3)

中的液滴速度 u_f 是很小的, 因而其值对方程组解的敏感性不大, 可以选择 $0 \leq u_f/u \leq 1$ 作为两个已知参数之一。另一个参数可选择静压 P 。于是 $5+I$ 个方程就可解, 而不需考虑液滴的阻力方程和

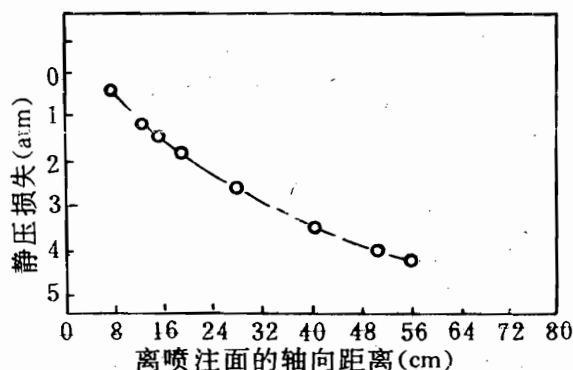


图 19.1 静压损失的测量值距离喷注面的变化 (I——测量值; O——计算中的应用值)

蒸发过程。

19.2.3 计算结果

Bracco 利用上述方法对液氧/酒精发动机的燃烧性能进行了计算，燃烧室的内径为7.62 cm，喷注器由16对二股自击式喷嘴组成，燃烧室压力

为20atm，喷管入口马赫数 $Ma=0.15$ ， $O/F=2.33$ 。图19.1给出了该发动机燃烧室中静压损失的测量值距离喷注面的变化。

于是方程(19.1)–(19.5)加 F_i 方程可解出 ρ, u, T, h, W_f 和当地燃气的 $H, O, O_2, H_2, OH, CO, H_2O$ 和 CO_2 等8个组元浓度值。图19.2给出了当地燃气速度、温度和液体燃料流强距离喷注面的变化。图中 u_f 和 T_f 为完全燃烧的值。图19.2中还给出了燃气速度的测量值（用 I 表示），可见测量值与计算值是相当符合的。

19.3 八柳信之实验解析方法

19.3.1 实验燃烧室轴向静压分布的测量

实验燃烧室由喷注器、燃烧室和喷管组成。采用气氢液氧推进剂：气氢为常温，液氧温度为100–110K。燃烧实验是在燃烧压力为20atm（推力300kg）条件下进行的，混合比变化范围为2–10。燃烧保持2秒钟定常状态，在这状态下测量各种参数。

喷注器系直流——直流式气液同轴喷嘴，其设计尺寸如图19.3和表19.1所述。

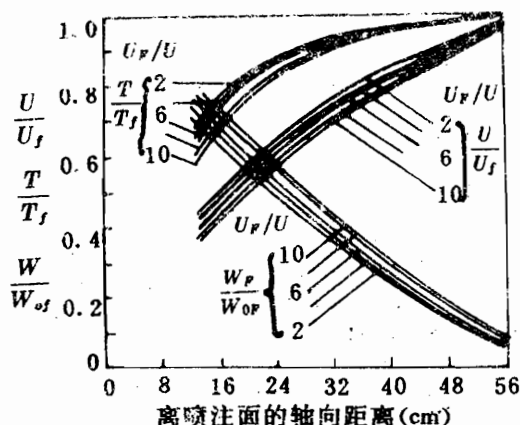


图 19.2 无量纲燃气速度、温度和液体燃料流强距离喷注面的变化
(I ——测量值)

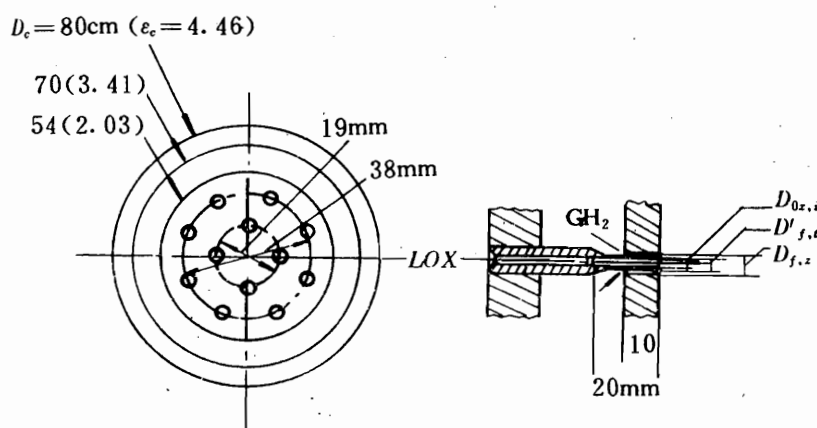


图 19.3 喷注器喷注孔配置和喷注单元形状

表 19.1 喷注器数据

喷注器	I-1	I-2	I-3
喷注单元数	12	12	12
$D_{0,i}(\text{mm})$	2.3	2.3	2.3
$A_{0z,i}(\text{mm}^2)$	4.15	4.15	4.15
$D_{f,i}(\text{mm})$	7.2	5.8	5.4
$D'_{f,i}(\text{mm})$	4.0	4.0	4.0
$A_{f,i}(\text{mm}^2)$	28.13	13.85	10.33
$A_r = A_{f,i}/A_{0z,i}$	6.78	3.33	2.49

实验用燃烧室的喷管喉部面积是一定的($A_t = 11.28\text{cm}^2$), 由于使用三种不同直径燃烧室, 因而一共有三种收缩比, 即 $\epsilon = 2.03$, 3.41 和 4.46($D_c = 54, 70, 80\text{mm}$). 从喷注面到喷管喉部的燃烧室长度 L 在 11—26cm 范围内每隔 5cm 起变化。为了测量燃烧室内轴向静压分布, 在 9 个位置上都装上压差测量接头。从其中 5 个选定的位置上, 用应变式压差变换器测出相邻两个位置间的压差。但是把离喷注面 13mm 位置上测量的压力看成是喷注面上的燃烧

压力。燃烧室的形状与数据以及压力测量位置如图 19.4 所示。表 19.2 为燃烧室数据。

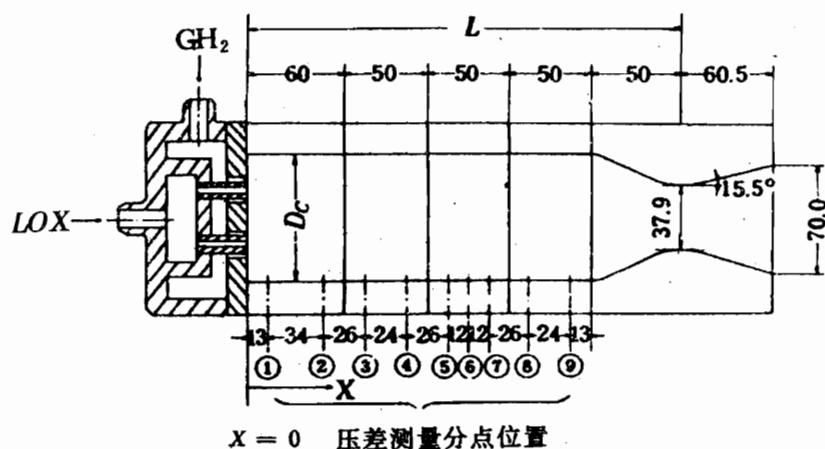


图 19.4 燃烧室形状及压差测量位置

表 19.2 燃烧室数据

名 称	直径, D_c (mm)	特征长度 L^* (m)			
		$L=0.11m$	0.16m	0.21m	0.26m
C-1	8 0	0.39	0.62	0.84	1.06
	4.46				
C-2	7 0	0.31	0.48	0.65	0.82
	3.41				
C-3	5 4	0.22	0.32	0.42	0.52
	2.03				

图 19.5、19.6、19.7 所示为混合比、气氢喷孔面积和燃烧室收缩比改变时的静压分布测量值。在这里用与喷注面上的静压 (图 19.4 的位置①) 的压差表示静压分布。

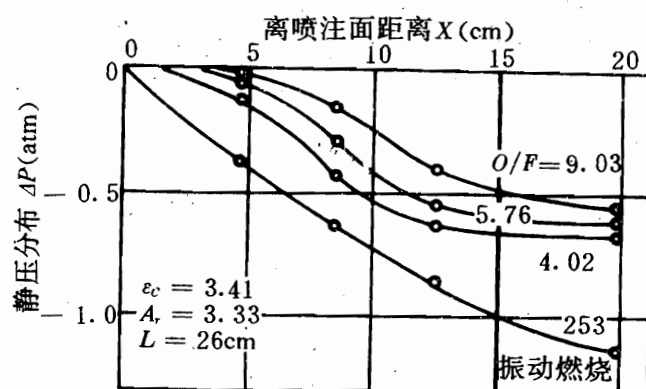


图 19.5 静压分布测量值(改变混合比)

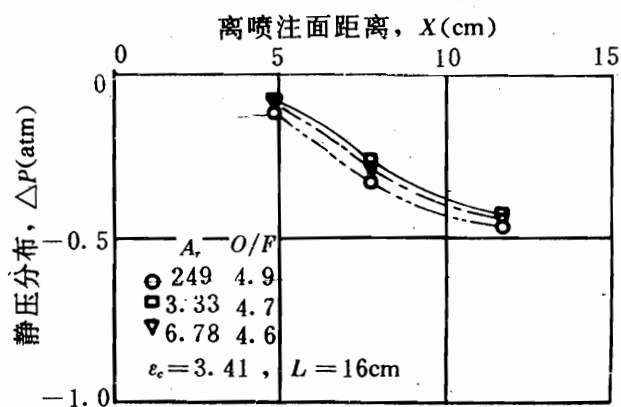


图 19.6 静压分布测量值(改变 GH_2 喷孔面积)

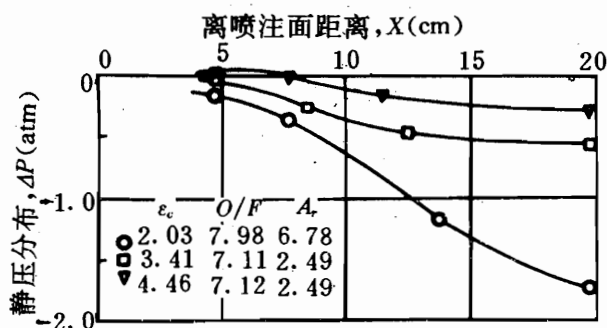


图 19.7 静压分布测量值(改变燃烧室收缩比)

19.3.2 根据静压分布测量值计算燃烧状态

1. 基本假设

(1) 假设蒸发的氧以燃烧室的平均混合比与氢反应，并生成化学平衡组成的燃烧产物，燃烧室的物质是由这种燃烧产物、未燃气氢和未蒸发的液氧滴（液相）组成；

(2) 燃烧室内的气相认为是理想气体；

(3) 流动为定常一维流动，对外壁附近的粘度和有关传热效果均忽略不计。

2. 基本方程和求解

在以上假设条件下，忽略各量在微小区间 Δx 内的增量的二阶以上小量，于是就可写出以下质量、动量和能量方程

$$\Delta(\rho u A)_g + \Delta \dot{W}_i = 0 \quad (19.9)$$

$$A \Delta P + \Delta(\dot{W} u)_g + \Delta(\dot{W} u)_i = 0 \quad (19.10)$$

$$\begin{aligned} & \Delta(\dot{W} C_p T)_g + \frac{1}{2} [\Delta(u^2 \dot{W})_g + \Delta(u^2 \dot{W})_i] \\ & - h_c (\Delta \dot{W}_{ox,v} + \Delta \dot{W}_f) + h_v \Delta \dot{W}_i = 0 \end{aligned} \quad (19.11)$$

式中 h_c 为反应热； h_v 为蒸发潜热。

根据假设(1)

$$\Delta \dot{W}_f = \frac{1}{r} \Delta \dot{W}_{ox,v} \quad (19.12)$$

r 是混合比。

$$\Delta \dot{W}_{oz,v} = - \Delta \dot{W}_l \quad (19.13)$$

再从气相的状态方程中得到

$$\rho_g = PM_g / (R_u T_g) \quad (19.14)$$

$$(\Delta \rho / \rho)_g = - (\Delta T / T)_g + (\Delta M / M)_g + (\Delta P / P) \quad (19.14)$$

因为燃烧室中的气相为燃烧产物（下标 1）和未燃气氢（下标 2），则混合气分子量为

$$M_g = 1 / (Y_1 / M_1 + Y_2 / M_2)$$

$$\Delta M_g = - (\Delta Y_1 / M_1 + \Delta Y_2 / M_2) / (Y_1 / M_1 + Y_2 / M_2)^2 \quad (19.15)$$

式中 Y_1, Y_2 是对应于燃烧产物和未燃气氢的全部气相量的质量分数，可表示如下：

$$Y_1 = \frac{\sum_{z=0}^x (\Delta \dot{W}_{oz,v} + \Delta \dot{W}_f)}{\dot{W}_{f,0} + \sum_{z=0}^x \Delta \dot{W}_{oz,v}} = \left(1 + \frac{1}{r} \right) \sum_{z=0}^x \frac{\Delta \dot{W}_{oz,v}}{\dot{W}_g} \quad (19.16)$$

$$Y_2 = \frac{\dot{W}_{f,0} - \sum_{z=0}^x \Delta \dot{W}_f}{\dot{W}_{f,0} + \sum_{z=0}^x \Delta \dot{W}_{oz,v}} = \frac{\dot{W}_{f,0} - \frac{1}{r} \sum_{z=0}^x \Delta \dot{W}_{oz,v}}{\dot{W}_g} \quad (19.17)$$

或

$$\Delta Y_1 \cong \left(1 + \frac{1}{r} \right) \frac{\Delta \dot{W}_{oz,v}}{\dot{W}_g} \quad (19.18)$$

$$\Delta Y_2 \cong - \frac{1}{r} \frac{\Delta \dot{W}_{oz,v}}{\dot{W}_g} \quad (19.19)$$

而混气的定压比热则为

$$C_{p,g} = C_{p,1} Y_1 + C_{p,2} Y_2 \quad (19.20)$$

$$\Delta C_{p,g} = C_{p,1}\Delta Y_1 + C_{p,2}\Delta Y_2 \quad (19.21)$$

式中 $C_{p,1}$, $C_{p,2}$ 分别与温度有关。

下面来求液氧滴的速度。半径为 r_d 的液氧滴的运动方程可以写成

$$\frac{du_l}{dt} = \frac{3}{8} C_D \frac{\rho_g}{\rho_l} \frac{(u_g - u_l)^2}{r_d} \quad (19.22)$$

由 $\Delta t = \Delta x / u_l$, 得

$$\Delta u_l = \frac{3}{8} C_D \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right) \frac{(u_g - u_l)^2}{r_d u_l} \Delta x \quad (19.23)$$

$$u_{l,z+\Delta x} = u_{l,z} + \Delta u_l \quad (19.34)$$

上式中的液滴阻尼系数按下式计算

$$\begin{aligned} C_D &= 24 Re_d^{-0.84}, & Re_d \leq 80 \\ &= 0.271 Re_d^{0.217}, & Re_d > 80 \end{aligned} \quad (19.25)$$

假设液滴数目在过程中不变, 则可写出

$$r_d = r_{d,0} \left(\frac{\dot{W}_l}{\dot{W}_{l,0}} \right)^{1/3} \quad (19.26)$$

按照文献[4], 对于直流——直流式气/液同轴喷嘴, 液氧滴的初始直径可用下式表示

$$2r_{d,0} = K_d D_{l,i} \sqrt{\left(\frac{\dot{W}_l u_l}{\dot{W}_f u_f} \right)} \quad (19.27)$$

用一种液滴直径来代表喷注面上的液氧喷雾是一个对结果有重大影响的假设, 但这里是为了计算出液滴速度, 这对最终计算结果的影响是比较小的。

根据以上各式, 并应用轴向静压分布测量值 $P(x)$, 即可依次求出位置 x 和 $x+\Delta x$ 区间内各量的增量 $\Delta \dot{W}_{qz,v}$, Δu_g , ΔT_g 等, 即假如求出 $x=j\Delta x$ ($j=1, 2, \dots, n$) 时, 方程(19.9)–(19.11), (19.14), (19.23)的解 $(\Delta \dot{W}_{qz,v})_j$, $(\Delta u_g)_j$, $(\Delta T_g)_j$ 等, 则 $x=(j+1)\Delta x$ 中的值为

$$(W_{ox,r})_{j+1} = (W_{ox,r})_j + \Delta W_{ox,r}$$

$$(u_g)_{j+1} = (u_g)_j + \Delta u_g$$

$$(T_g)_{j+1} = (T_g)_j + \Delta T_g$$

初始条件为

在 $x=0$ 时

$$\dot{W}_g = \dot{W}_{f,0}, \quad u_g = u_{g,0}$$

$$\dot{W}_l = \dot{W}_{l,0}, \quad u_l = u_{l,0}$$

$$T_g = T_{f,0}, \quad P = P_0$$

$$Y_1 = 0, \quad Y_2 = 1$$

进行数值计算时, 取 $\Delta x = 0.2 - 1\text{mm}$, 并作了比较, 由于对结果无影响, 故可取 $\Delta x = 1\text{mm}$.

3. 计算结果

图 19.8 所示为不同混合比对液氧蒸发分数的影响。在混合比较小小时, 液氧在燃烧室的圆柱段上就可全部蒸发完, 混合比愈大, 相应的蒸发分数愈小。

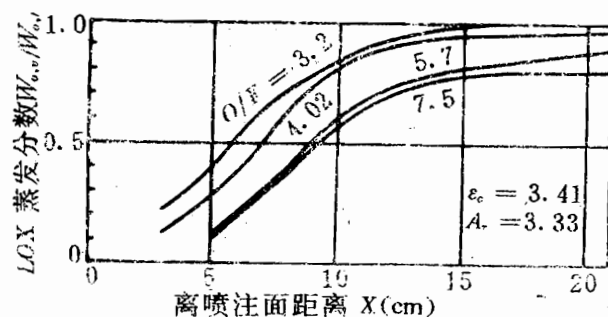


图 19.8 混合比对液氧蒸发分数的影响

图 19.9 给出了不同反应混合比对液氧蒸发百分数的影响。发现以化学计算比 ($O/F \approx 8$) 和以喷注流量混合比两种情况所得的液氧蒸发百分数基本差不多, 故在以下计算中, 全部反应都假设是以喷注混合比进行的。

图 19.10 表示了混合比对液氧局部蒸发量的影响。局部蒸发量的分布也即是局部燃烧量的分布, 由图可知, 燃烧反应最强的地区因混合比不同而异, 当混合比较小小时, 燃烧最强区靠近上游, 而随混合比增加而向下游移动。这可以理解为当混合比小时, 被

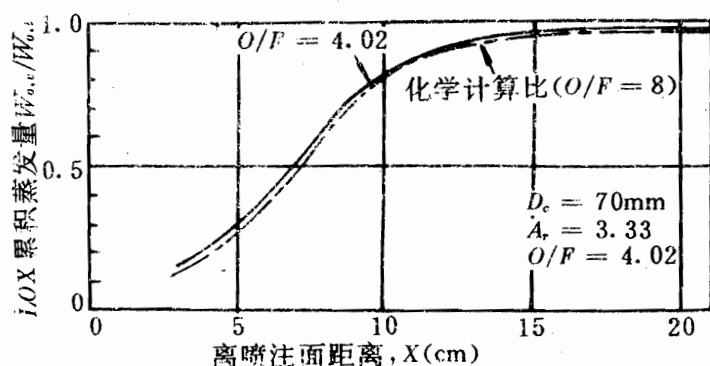


图 19.9 反应混合比不同时的液氧蒸发分数

喷注的液氧流量减少，液滴直径也变小的缘故。

图 19.11 和 19.12 为燃烧室收缩比对液氧蒸发百分数的局部蒸发量的影响。从图可知，燃烧室收缩比对这两者的影响都是很大的。对于 $\varepsilon_c = 3.41$ 和 4.46，燃烧室收缩比对液氧蒸发百分数的影响曲线基本是相同的，在 $L = 15 - 17.5\text{cm}$

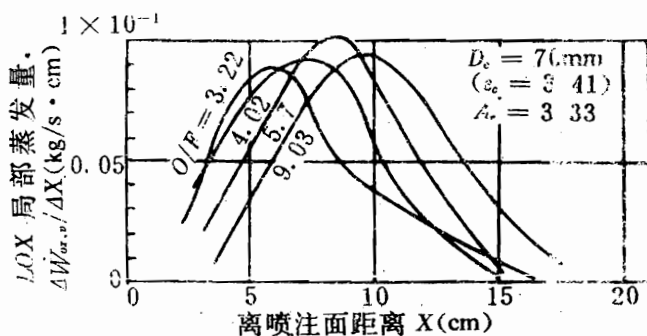


图 19.10 混合比对液氧局部蒸发量的影响

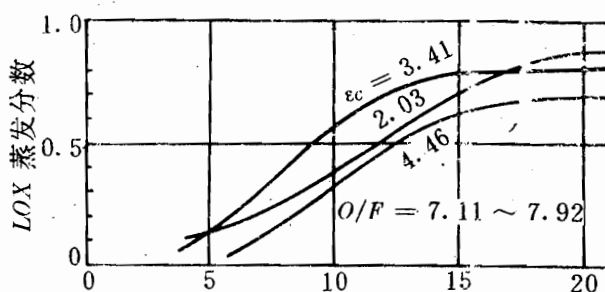


图 19.11 燃烧室收缩比对液氧蒸发分数的影响

的位置上，蒸发百分数达到最大值，而在 $\varepsilon_c = 2.03$ 的燃烧室中，液

氧蒸发量的增加在燃烧室整个长度上进行,而且可以看到, ϵ_c 减少,蒸发百分数反而增加。这是由于 ϵ_c 减少时,燃气速度增加,蒸发速度加快,同时还会产生二次雾化的原因。

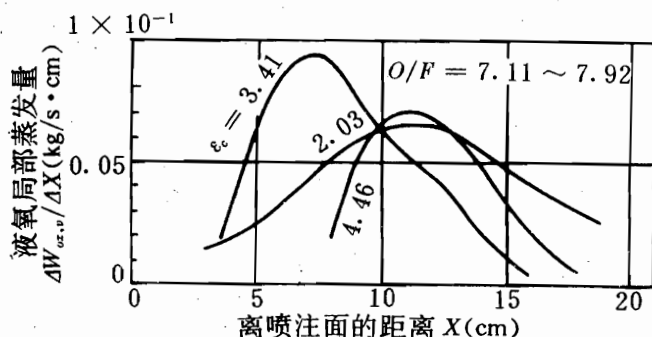


图 19.12 燃烧室收缩比对液氧局部蒸发量的影响

19.3.3 根据液氧的雾化和蒸发速度计算燃烧状态

前一小节根据对应的静压分布测量值计算了液氧蒸发量的轴向变化,但还可由前面用已算出液氧蒸发量的计算公式反过来求出静压分布的解。从而可以通过由计算求得的静压分布与实测的静压分布相比较,以研究支配燃烧状态的各过程的影响。在液氢液氧发动机中,液氧的雾化过程,液氧喷雾的平均直径和尺寸分布、液氧的蒸发速度,尤其是与气氢的混合过程,对燃烧过程都有很大的影响。在本节计算中,假定液氧的雾化和蒸发均为逐步进行的过程。现将各过程的模型和计算方法分述如下:

1. 液氧雾化过程

对于实验中使用的同轴喷注器,液氧射流的雾化并不在喷注面上立即完成,而是在喷注方向上逐步完成的,即液滴的大小和数目是轴向分布的,其计算模型取自文献[5]。如认为气/液界面上产生的不稳定液膜形成液滴的时间为零,液氧雾化的量与液氧喷注速度和周围气氢喷注速度的相对速度有关,则其关系式可用下式表示:

$$\dot{W}_a = K_a \cdot A_{l-g} \left[\frac{\mu_l \rho_l (\rho_g U_r^2)^2}{\sigma_l} \right]^{1/3} \quad (19.28)$$

式中 $U_r = u_g - u_l$ 。

位于微小区间 Δx 处的气液接触面积为 ΔA_g

$$\Delta A_{l-g} = \pi D_i \Delta x$$

因而在位置 $x=j\Delta x$ 和 $x=(j+1)\Delta x$ 之间雾化的液氧量为

$$\dot{W}_{a,j} = K_a \left[\frac{\mu_l \rho_l (\rho_g U_{r,j}^2)^2}{\sigma} \right]^{1/3} \pi D_i \Delta x \quad (19.29)$$

其中气液相对速度 $U_{r,j}$ 为

$$U_{r,j} = u_g - u_{l,j}$$

八柳信之认为

$$u_{l,j} = u_{l,j-1} + \Delta u_{l,j-1}$$

而 $\Delta u_{l,j-1}$ 可由 (16.23) 式求得。

方程 (19.29) 中的系数 K_a 是通过实验测定的量, 但在本计算中采用了参数改变法, 使这些系数最适合于实测的压力分布值, 求得在 $O/F=4-9$ 范围内 $K_a=0.3-1$ 。因为在位置 x 和 $x+\Delta x$ 区间新雾化的液氧量为 $\dot{W}_{a,j}$, 若假定这些喷雾是由 (19.27) 式给出的滴径所表示的液滴所组成, 则在此区间内雾化的液滴数 $\bar{N}$ 为

$$\bar{N}_j = \dot{W}_{a,j} / \left(\frac{4}{3} \pi r_{d,0}^3 \rho_l \right) \quad (19.30)$$

即新雾化的液氧是由初始半径 $r_{d,0}$, 数目 $\bar{N}_j$ 的液滴组成, 因而 $x=j\Delta x$ 时的喷雾的组成就为

$$(r_{d,1}, \bar{N}_1) + (r_{d,2}, \bar{N}_2) + \cdots + (r_{d,j}, \bar{N}_j) \quad (19.31)$$

假定液滴数在蒸发过程中不变, 于是就可写出

$$\left. \begin{aligned} r_{d,1} &= r_{d,0} (\dot{W}_{l,1}/\dot{W}_{a,1})^{1/3}, & \bar{N}_1 &= \dot{W}_{a,1}/(4/3\pi r_{d,0}^3 \rho_l) \\ r_{d,2} &= r_{d,0} (\dot{W}_{l,2}/\dot{W}_{a,2})^{1/3}, & \bar{N}_2 &= \dot{W}_{a,2}/(4/3\pi r_{d,0}^3 \rho_l) \\ \dots\dots\dots \\ r_{d,j} &= r_{d,0}, & \bar{N}_j &= \dot{W}_{a,j}/(4/3\pi r_{d,0}^3 \rho_l) \end{aligned} \right\} \quad (19.32)$$

而

$$\dot{W}_{a,1} + \dot{W}_{a,2} + \cdots + \dot{W}_{a,n} = \dot{W}_{l,j}$$

液氧射流雾化完时的长度因混合比不同而异, 约为 5—7.5

cm, 完全雾化后的喷雾大约由 $n=50-70$ 个不同滴径的喷雾群所组成。

(19.27)式中的系数 $K_d=0.21$ (在文献[5]中燃烧室压力为 17.2atm 时, $K_d=0.236$)。

2. 蒸发过程

液氧喷雾的蒸发量计算, 采用了系数修正的单滴计算公式。根据文献[2], [6], [7], 喷雾的蒸发速度与单滴蒸发速度之比大约为 0.42—0.58, 故在计算中取 $K_v=0.5$ 。

单滴的蒸发量

$$\dot{m}_{oz,v} = \frac{2\pi K r_d Nu}{C_p} \ln \left[1 + \frac{C_p (T_g - T_l)}{h_{v,l}} \right] \quad (19.33)$$

由此, $x=j\Delta x$ 和 $x=(j+1)\Delta x$ 之间的喷雾形成的蒸发量可按下式算出

$$\Delta \dot{W}_{oz,v} = \sum_{j=1}^j \Delta \dot{W}_{oz,v,j} = \sum_{j=1}^j K_v \bar{N}_j \frac{2\pi K r_{d,j} Nu_j}{C_p} \ln \left[1 + \frac{C_p (T_g - T_{l,j})}{h_{v,l}} \right] \quad (19.34)$$

液滴温度则可根据液滴的热平衡方程求出

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \left[\left(\frac{4}{3} \pi r_{d,j}^3 \right) \rho_l C_{p,l} T_{l,j} \right] &= (4\pi r_{d,j}^2) \frac{Nu_j}{d_{l,j}} K (T_g - T_{l,j}) \\ &+ h_v \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi r_{d,j}^3 \rho_l \right) \end{aligned} \quad (19.35)$$

$$\text{式中} \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{4}{3} \pi r_{d,j}^3 \rho_l \right) = \frac{-\Delta \dot{W}_{oz,v,j}}{\Delta t} \quad (19.36)$$

设 $\Delta t = \Delta x / u_l$, 则在 $x, x+\Delta x$ 中的液滴温度变化为

$$\Delta T_{l,j} = \frac{4\pi r_{d,j}^2 K Nu_j (T_g - T_{l,j}) \Delta x}{u_{l,j} C_{p,l} W_{oz,j} d_{l,j}} + \frac{(C_{p,l} T_{l,j} - h_v) \Delta \dot{W}_{oz,v,j}}{C_{p,l} W_{oz,j}} \quad (19.37)$$

$$\text{式中} \quad Nu_j = 2.0 + 0.6 Pr^{1/3} Re_{d,j}^{1/2}$$

$$Pr = 4\gamma / (9\gamma - 5)$$

γ 为比热比。
所有物性参数均按文献[8]中的方法计算。图19.13为液氧射流的喷雾、蒸发模式图。

3. 混合和化学反应过程

假定混合和化学反应均以无限大

速度进行,蒸发后的氧立即与周围的氢以给定混合比进行反应,认为化学平衡成分生成的燃烧产物和未燃氢作为混合气体存在。

4. 喷管内的条件

液氧喷雾的蒸发在燃烧室圆柱段部分未完成时,还可在喷管收敛段内继续进行。由于燃气在收敛段内急剧加速,液滴会产生二次雾化,从而使蒸发量也大幅度增加。八柳信之简单地用改变(19.34)式中系数 K_e 值的办法来考虑这种情况,取 $K_e = 2.75$ 。这个值可按以下步骤确定:即选几个有代表性的燃烧实验值,给出与这些实验条件相同的推进剂流量($\dot{W}_a, \dot{W}_f$)、燃烧室压力等,先算出燃烧室圆柱段部分的蒸发量,然后再用改变的 K_e 值来计算喷管收敛段的蒸发量,从而确定满足喷管喉部达到音速所需蒸发量的 K_e 值,并以此 K_e 值作为标准计算选用的系数。

使用以上所述各过程和喷管内的条件以及 19.3.2 节中所用的计算式(但压力分布作为未知数),计算出燃烧室圆柱段部分和喷管收敛段的反应量及压力分布等,从而由计算也求出 C^* 值。计算的输入数据为:喷注单元的结构尺寸(单元数目、液氧和气氢的喷孔面积)、燃烧室直径、长度和喷管收敛段形状以及液氧和气氢的喷注量、喷注温度和压力等。

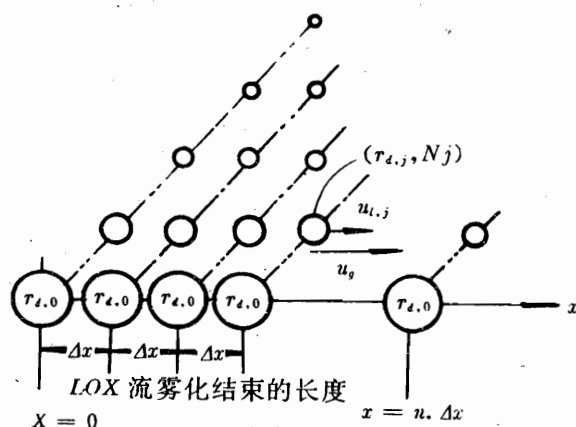


图 19.13 液氧射流的喷雾、蒸发模式

计算时首先假定喷注面上的燃烧压力，算出在假定燃烧压力和输入数据条件下的燃烧室圆柱段和收敛段的各种参数。判断达到喷管喉部时所算出的燃气速度是否大致达到音速，如果不能满足这个条件，则改变最初假定的喷注面上的燃烧压力，反复计算，一直到喉部条件满足为止。

应用以上模型和计算公式对实验发动机进行了计算。计算中所用的系数为 $K_d = 0.21$, $K_v = 0.5$ (喷管收敛段中为 2.75), $K_a = 0.3-1$, 所得的静压分布计算值与实验值是一致的, 如图 19.14 所示, 但如不考虑雾化过程为有限速率, 而认为在 $x=0$ 时雾化就全部完成, 则所得的静压分布计算值就与实验值大不一样, 而且这时的液氧局部蒸发量分布也会差别很大 (见图 19.15)。

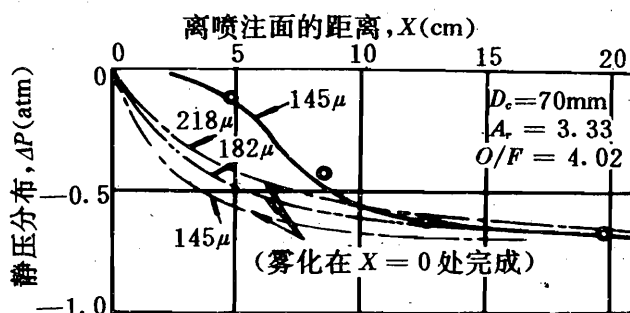


图 19.14 静压分布的计算值和实测值

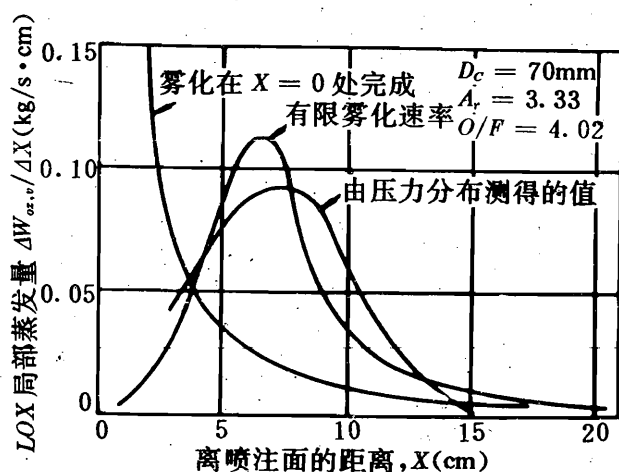


图 19.15 不同模型的液氧局部蒸发量分布的比较

用计算方法比较喷射条件和燃烧室特征长度保持一定而改变燃烧室收缩比的情况下 η_c 的变化情况, 可发现在 L^* 一定时 (L^*

$=0.5\text{m}$), 存在使 η_c^* 最大的一个最合适的 ε_c , 此值随 O/F 的大小而变化。计算上出现最佳 ε_c 是由于当 ε_c 小时, 液氧蒸发量增加, 但总压损失亦增加, 因而有一最佳值。 η_c^* 的实验值亦显示类似情况, 但在 $\varepsilon_c < 3$ 时, 其值基本上与 ε_c 和混合比的关系不大 (见图 19.16)。

图 19.17 表示了喷注单元数目对 η_c^* 的影响。当推进剂的流量和喷注压降一定时, 喷注单元数目增加使 η_c^* 亦增加, 当 $\eta=6$ 时, $\eta_c^*=0.87$, 而当 $\eta=18$ 时, η_c^* 几乎可达 100%。

八柳信之提出的以上这种同轴喷注器液氢液氧火箭发动机燃烧性能的实验解析计算模型, 总的讲当然是很粗糙的, 而且其中有些计算模型如雾化模型、蒸发模型等现在已可用更精确的模型替代, 但是这种实验解析模型的基本方法和思路以及得出的一些结论, 对我们研究一些新型发动机和新的模型是十分有用的。

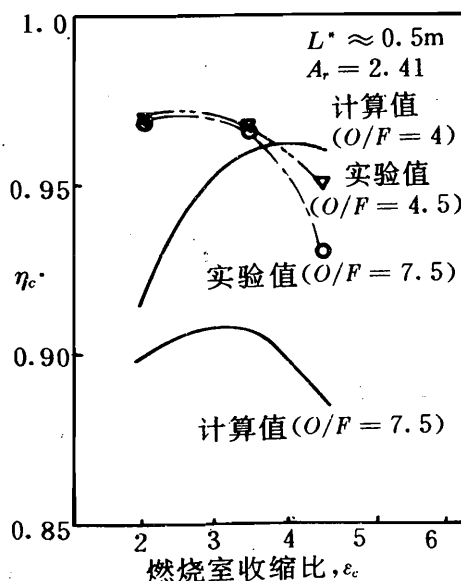


图 19.16 燃烧室收缩比对 η_c^* 的影响

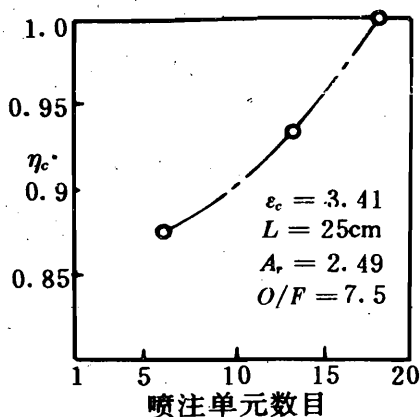


图 19.17 喷注单元数目对 η_c^* 的影响

19.4 直流——直流式同轴喷注器 液氢液氧火箭发动机燃烧室 η_c 的经验表达式^[9]

19.4.1 经验表达式的关系

在文献[10]中, 八柳信之曾对 $P_c = 3-7\text{Mpa}$, $O/F = 2-8$, 氢喷注温度 $T_{if} = 65-300\text{K}$ 范围内的液氢液氧小发动机进行了大量试验, 并总结出了以下 η_c 的经验表达式

$$\eta_c = 1 - A \exp(-B \bar{L}_c) \quad (19.38)$$

式中 A, B 为试验常数,

$$\bar{L}_c = \frac{L + \alpha u_R (P_c / P_{\text{ref}})^n}{D_c / \sqrt{N}} \quad (19.39)$$

式中 $u_R = u_{R1} / u_{R2}$ 系推进剂组元喷注速度比; P_c 为喷注面处的燃烧室压力; P_{ref} 系参比燃烧室压力, 等于 3.5Mpa ;

$$\alpha = \frac{(\Delta \eta_c / \Delta u_R)_L}{(\Delta \eta_c / \Delta L)_{u_R}} \quad (19.40)$$

方程(19.38)的分子项实际是折算燃烧室长度, 它是燃烧室长度 L 和转换的折算长度 $\alpha u_R \left(\frac{P_c}{P_{\text{ref}}} \right)^n$ 之和, 而分母项则相当于喷注单元的有效直径 D_c ($D_c = D_c / \sqrt{N}$, N 为喷注单元数), 因而 $\bar{L}_c$ 即为折算燃烧室长度与喷注单元的有效直径之比。

19.4.2 关系式的理论基础

(19.38)关系式是基于以下两个概念:

1. 喷入的推进剂的燃烧过程是在假想的流管内进行的, 在喷注单元之间没有相互作用;

2. 以轴向长度除以喷注孔径表示的无量纲长度是湍流射流混

合特性的一个很重要的参数。

有了这两个概念，我们就可认为，燃烧室的性能完全可以用一个喷注单元的无量纲长度的函数关系来表示。在这个关系式中，喷注速度比是最重要的参数，因为它既与推进剂的初始液滴尺寸有关，也与初始混合特性有关。根据文献[4]，初始液滴直径与喷注速度比的平方根成反比，而根据文献[11]，混合均匀性参数 E_m 与混合质量参数 K 有关（见图 19.18），而

$$K = 0.071 + 0.239 \log \phi \quad (19.41)$$

$$\phi = \frac{1}{\chi} \left(\frac{\rho_g}{\rho_l} \right)_i u_R \quad (19.42)$$

式中 χ 为当地液滴的体积百分数。因而喷注速度比愈大，混合得就愈均匀。

转换因子 α 则可通过试验求得。图 19.19 表示了转换因子和无量纲燃烧室长度的关系。由图可知，当 $L/D_c > 15$ 时，可取 α 为定值。

由以上分析可知，(19.38)式应不只适用于小发动机，而具有普遍意义。

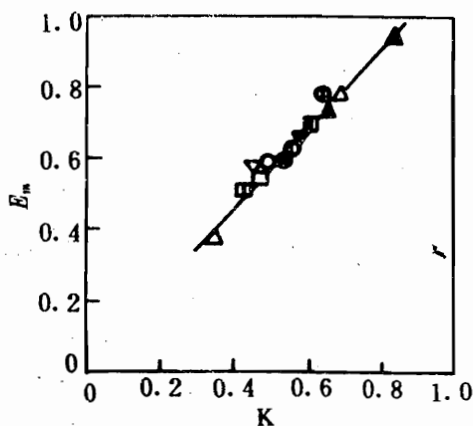


图 19.18 混合均匀性参数 E_m 与混合质量参数 K 的关系

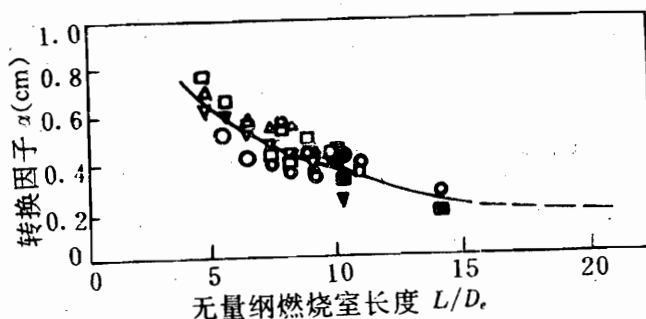


图 19.19 转换因子 α 与无量纲燃烧室长度的关系
质量参数 K 的关系

19.4.3 分级燃烧室的 η_c^* 经验表达式

为此, 八柳信之对燃料喷注温度为 $65-1050\text{K}$, $P_c=3-10\text{Mpa}$, $O/F=2-8$, 推力为 $3.0-7.2\text{KN}$ 的分级燃烧室亦进行了大量试验, 得出这时(19.38)式亦适用, 其具体表达式为

$$\eta_c^* = 1 - 0.412\exp(-0.151\bar{L}_c), \quad \bar{L}_c > 12.5 \quad (19.43)$$

计算 $\bar{L}_c$ 时所需的转换因子 α 值可按图 19.19 取。对于 $\bar{L}_c < 12.5$ 时, 按照(19.43)式计算的误差变大, 这时应采用以下关系式

$$\eta_c^* = 1 - 1.48\exp(-0.255\bar{L}_c), \quad \bar{L}_c < 12.5 \quad (19.44)$$

这是由于当 $\bar{L}_c$ 较大时, 只存在不完全混合损失, 而在 $\bar{L}_c$ 较小时, 既有不完全混合损失, 又有不完全蒸发损失, 边界区域大约在 $\bar{L}_c=13-15$ 间 (见图 19.20)。

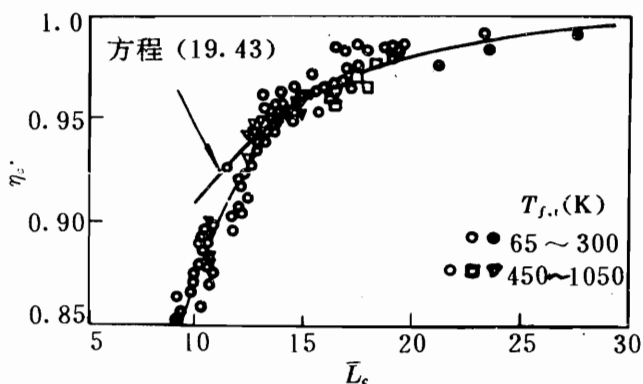
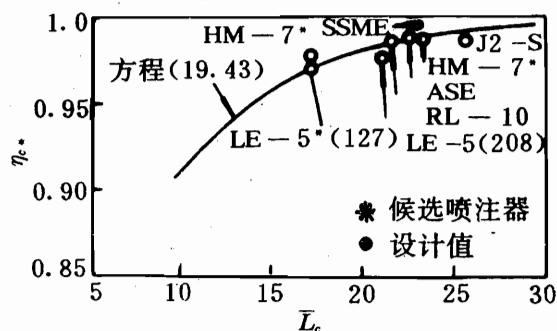


图 19.20 η_c^* 与无量纲折算燃烧室长度的关系

19.4.4 实际应用

尽管方程(19.43)和(19.44)是根据小尺寸燃烧室的试验得出的, 但由于其理论基础具有普遍性, 故八柳信之利用这个公式对 LE-5, HM-7, RL-10, J2-S, ASE 等发动机也进行了计算, 表 19.2 给出了这些型号发动机燃烧室的几何尺寸和工作条件, 图

19.21 给出了这些发动机的 η_c 与无量纲折算燃烧室长度的关系, 从图可知, 试验点与方程 (19.43) 计算点的误差在 $\pm 0.6\%$ 以内。八柳信之还利用方程 (19.43)



对 LE-5 和 ASE 的 η_c 图 19.21 η_c 经验关系式应用于各种型号发动机与 O/F 关系进行了计算 (见图 19.22, 19.23)。由图可知, 计算值和试验点也是相当一致的, 说明上述 η_c 的经验关系式也是可用的。

表 19.2

发 动 机	LE-5	HM-7	RL-10	J2-S**	ASE**
燃烧室直径(cm)	24	18	26.2	47	12.7
燃烧室长度(cm)	30.9	28.6	3.2	45.7	21.6
燃烧室收缩比	3.1	2.78	4.02	2.3	4.0
喷注单元数目	127*/208	90	216	614	108
燃烧室压力(MPa)	3.61	2.94	2.65	8.43	14.2
真空推力(KN)	1.03	61.6	67	11800	88.9
发动机混合比	5.5	4.43	5.0	5.5	6.0
燃料喷注温度(K)	120	136	180	105	940
喷注速度比	20	16*/66*	34	12.5	13.1
η_c (%)	97/97.5	97.8/98.7	98.6	98.0	98.8

* 发展阶段的候选喷注器; ** 未操作使用

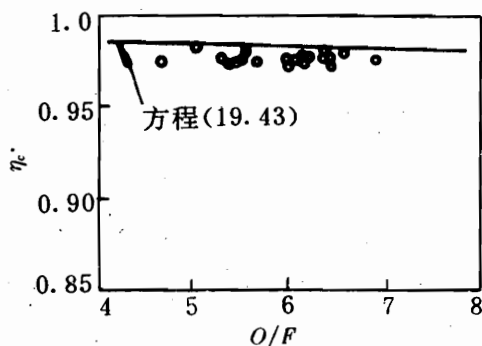


图 19.22 LE-5 发动机的计算 η_c 和试验 η_c

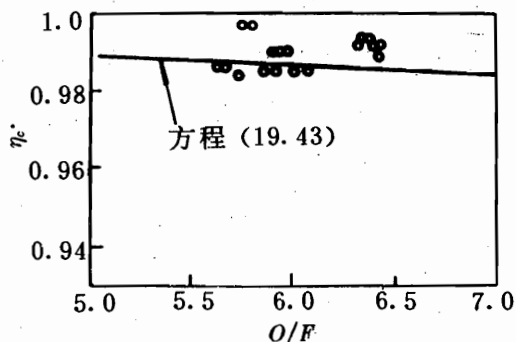


图 19.23 ASE 发动机的计算 η_c 和试验 η_c

参考文献

- [1] F. V. Bracco. An Experimental-Analytical Method to Study Steady Spray Combustion. J. Spacecraft, Vol. 10, No. 6. 1973
- [2] F. V. Bracco. Application of Steady State Spray Equation to Combustion Modelling. AIAA Journal, Vol. 12, No. 11. 1974
- [3] 八柳信之等. An Experimental-Analytical Calculation of Combustion Performance of LOX/GH₂ Rocket with Coaxial Injector. NAL TR472
- [4] H. Martin, R. Edward. Gaseous-Hydrogen Liquid-Oxygen Rocket Combustion at Super-Critical Chamber Pressures. NASA TND-4172, 1967
- [5] R. D. Sutton, M. D. Schuman and W. D. Chadwick. Operating Manual for Coaxial Injection Combustion Model. NASA CR-129031
- [6] E. P. Arunachalam, et al. Evaporation Rate and Drag Resistance of Burning Drops, 11th Symposium (International) on Combustion. The Combustion Institute, 1966, pp. 715-728
- [7] A. S. M Nuruzzaman, A. B. Hedley, J. M. Beer. Combustion of Monosized Droplet Streams in Stationary Self-Supporting Flames. 13th Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute, 1970. pp. 787-799
- [8] R. J. Priem, M. F. Heidmann. Propellant Vaporization as a Design Criterion

- for Rocket-Engine Combustion Chambers. NASA TR—67, 1960
- [9] N. Yatsuyanagi et al. An Empirical Expression of the C^* Efficiency of LO_2 /Hydrogen Rocket Combustor with Coaxial Injector. AIAA—85—1387
- [10] N. Yatsuyanagi, et al. An Empirical Expression for C^* Efficiency of LO_2 / LH_2 Rocket Combustor with Coaxial Injector, Proc. 13th Inter. Symposium on Space Tech. & Sci., Tokyo. pp. 295—300. 1982
- [11] N. Yatsuyanagi. An Experimental and Analytical Study of Spray Flow Field Formed by Liquid/Gas Coaxial Injector Elements, Part II. NAL, TR—745, 1982

第二十章 结 束 语

综观本书的介绍和论述, 可以看到, 近十几年来, 液体火箭发动机喷雾燃烧设计已经取得了可观的进展。在 80 年代之前, 那时火箭发动机专家还不认为计算流体力学和计算燃烧学是火箭发动机分析和设计的工具, 还认为液体火箭发动机的燃烧效率是不可计算的。但今天, 液体火箭发动机喷雾燃烧设计已从一维流动发展到多维流动, 从层流发展到湍流, 从只考虑蒸发为速率控制过程的单元模型发展到能考虑雾化、蒸发、混合和化学反应同时作用的多元模型, 已经在理论上逐渐形成自己的独立体系, 并已在不同层次上应用于各种液体火箭发动机的研究、分析和设计, 这应该说是一个质的飞跃。但是我们亦要看到, 液体火箭发动机喷雾燃烧过程是极其复杂的, 其中有很多分过程目前还了解得很不够, 或者由于这些过程发展的时间和空间尺度太小, 以致目前还无法严格地用差分方程求解, 而且液体火箭发动机喷雾燃烧过程跨越的速度范围很广, 从很低的亚音速到跨音速, 直至超音速, 这就给数值计算带来很大困难, 同时由于三高(高速、高压、高温)一短(时间短)的试验难度, 使得模型的验证也非常困难, 所以液体火箭发动机喷雾燃烧模型要达到非常完善的程度, 还要走相当一段路程。根据作者的看法, 今后液体火箭发动机喷雾燃烧模型的发展主要应在以下三方面下功夫, 即

1. 不断完善和补充新的物理子模型

液体火箭发动机喷雾燃烧过程是一个综合过程, 它包括很多的子过程, 每一个子模型都是一个独立的研究领域, 如稠密液雾模型、雾化特性理论计算模型、液滴碎裂和聚合模型、液滴群燃烧模型、液滴组合燃烧模型和液滴着火/熄火模型等这些子模型目前还研究得很不清楚, 在很多已有的综合模型中均未涉及。液滴

高压蒸发模型虽然已在很多综合模型中采用,但目前还缺乏可靠的高压及临界点附近的物性模型,缺乏适合于工程应用的亚临界—超临界液滴蒸发模型。现有的 $k-\epsilon$ 湍流模型严格讲来只适用于湍流各向同性的情况,对于液体火箭发动机燃烧室内存在高温、高密度和高速梯度流的情况,最好采用雷诺应力模型和多尺度模型。液滴弥散和湍流的相互影响,燃烧和湍流的相互影响尚需进一步考虑。EBU 模型严格讲并不适用于液体火箭发动机中的燃烧情况,应用 PDF 联合模型代替。平衡化学反应模型在一般情况下是可以应用的,但在研究火焰稳定机理、瞬变启动过程和不稳定燃烧以及喷管流动时,就必须考虑化学动力学模型。一般烃燃料的反应方程往往达到上百个,组元亦有十几个,如何将这些反应简化成便于工程计算的一步总包反应或二步、三步反应仍然是一个挑战性的问题。

2. 探讨适用于全流场的加快收敛及稳定性、减少计算误差的数值解法

现有的计算方法和程序总的看来,规模较大,计算时间较长,内容还相当复杂,因而在完善和改进模型的同时,还要不断改进求解方法,寻求新的程序,以便提高计算速度和经济性。例如 ARIC3D 中所用的 VOF 方法由于要求非常非常细的网格,对单喷嘴计算可行,对多喷嘴的计算就很不现实。再例如,目前计算 E-L 坐标系的两相流常应用的 PSIC 方法要在连续相和液滴运动方程之间进行整体迭代,对于瞬变过程来说,这种迭代会使计算时间过长而使数值计算实际成为不可能,这时应采用算子—分裂技术 (Operator-Splitting Technique)。最近美国 Alabama 大学的 C. P. Chen 发展了一种基于算子—分裂技术的多步压力—校正方法,这种方法是迭代的,采用通用的非正交坐标和非交错网格(这时速度分量和其它变量就可在同一网格上),可对不可压流体、亚音速、跨音速、超音速的全速气液两相流进行计算,其计算时间比

400-245

过去采用 TEACH 和 PSIC 时要小一个量级, 目前液体火箭发动机喷雾燃烧计算模型的发展趋势, 一是要把稳态计算和不稳定燃烧计算结合起来, 二是要把燃烧计算和喷管计算联接起来, 直接算出比推力, 甚至还要与羽流计算相结合, 故上述这种方法很有发展前途。此外, 目前各种计算方法之间的直接比较还很少, 应用已有的各种计算方法计算同一算例, 这样才能确定孰优孰劣, 这方面还有大量工作要做。对边界条件的给出也应给予足够重视, 特别是液滴的碰壁行为。除了很难给出边界上因变量的正确值或梯度外, 边界还会将波(不管是物理波还是数值波)反射到计算域, 这对计算结果的可靠性有很大影响。总之计算方法上还存在着很多问题, 需要计算流体力学的专家们与我们一块去解决。

3. 充分的实验验证

美国是目前研究液体火箭发动机喷雾燃烧模型最多的国家, 但据文献报导, 尽管液体火箭发动机喷雾燃烧模型已在各种型号发动机的研制过程中应用, 但到目前为止还缺乏标准的液体火箭发动机燃烧室高性能和燃烧稳定性的设计和分析方法, 这主要是由于实验验证工作没有跟上。故最近美国提出了一个 ROOCID (Rocket Combustor Interactive Design) 方法, 它实际只是一个把 13 个现有液体火箭发动机燃烧性能和稳定性模型组合在一起的程序, 并由 Aerojet Propulsion Division 和 NASA 组织, 用一台 213KN 的发动机进行试车验证, 发现模型对燃烧效率的预测值普遍要比试验值小 5%, 并对模型的进一步改进提出了意见。这充分说明, 一个成功的液体火箭发动机喷雾燃烧模型必须要有各方面的努力。

以上是结合本书的内容, 提出的一些需要进一步研究的方向性问题, 任重而道远, 但我坚信, 在不远的将来一定可以较多地在计算机上实现发动机“热试车”, 有志于从事这一方面工作的同志们, 让我们携起手来, 为发展我国的航天事业, 为造福于全人类而努力学习, 努力奋斗吧!