

前言

在火箭工程上, POGO振动已日益引起人们的关注, 尤其是随着大型液体运载器的研制进展, POGO振动作为一种潜在危险, 使运载器的安全性与可靠性受到威胁, 因此, 凡是搞大型液体运载器的国家, 几乎均重视POGO振动。据查到的资料记载, 研究POGO振动的国家有, 美国、法国、德国、苏联、日本等等。看来, 我国也必须进行此项研究。

POGO此词, 原意为“踩高跷”运动, 转用到火箭工程上, 用它来描述液体火箭的一种不稳定的自激振动现象。它早已出现在专业性的技术报告和文献中, 并已成为各国通用的一个专业性术语, 可译为“纵向耦合”振动, 或保持POGO原文。

典型的POGO振动是: 当飞行器结构的纵向振动与推进剂输送系统的振动两者的固有频率彼此接近或相等时, 就形成一种闭合回路的自激振动。这种自激振动的幅值开始于液体火箭飞行过程中的某一特征秒状态, 随后, 幅值达到最大, 最后, 幅值减小以致消失。然而, 就在自激振动开始到增大再减小的期间, POGO振动的潜在危险就发生了。

典型的POGO振动所构成的闭合回路, 它包括结构系统、管路泵系统、发动机系统、控制系统等几个方面的耦合。它属于系统动力学问题。

当然, 也有非典型的POGO振动现象。POGO振动与低频振动密切相关, POGO振动属低频振动, 并在低频振动中占有不可忽视的地位。

POGO振动的潜在危险可归纳为三点:

1. 如果POGO振动严重, 就会引起飞行器剧烈的振动不稳定性, 导致飞行失败, 例如法国早期的钻石—B火箭。
2. POGO振动对载人飞行是严重的威胁, 它可能使宇航员发生生理系统失调, 如视力模糊等现象。
3. POGO振动会使飞行器上的仪器、设备和卫星等处于恶劣的振动环境中, 对它们的可靠性极为不利。

然而, 在火箭工程上, 若采取预防措施, 则对解除飞行器纵向耦合振动是十分有效的。从美国的大力神、土星V—阿波罗、航天飞机以及欧洲的阿里安来看, 防止POGO振动的措施, 主要是分隔开飞行器的结构纵向的固有频率与推进剂管路系统的固有频率之间的耦合, 以阻止闭合回路自激振动的发生。

从统计来看, 用得最多、最有效的预防POGO振动的措施就是采用蓄压器 (POGO振动抑制器)。它相当于具有一定压力和一定容量的气瓶或气球, 旁通在推进剂管路

内, 当它起作用时, 首先, 改变管路内流体的柔性, 从而, 改变管路内的压力脉动的传播速度。结果, 可明显地改变管路系统的固有频率。这样, 使管路系统的压力脉动的频率从原来与结构纵向振动频率很接近的状态, 下降到明显分离的状态; 其次, 降低耦合频率时液路压力脉动的幅值, 从而可靠地解除了飞行器的POGO振动的不稳定现象。

基于上述情况, 又由于POGO振动具有技术内容新、难度大、协作面宽等特点, 我们很需要了解国外这方面的资料, 并引为借鉴。从而, 诞生了这本POGO振动专题集。

本专题集的特点是: 紧密结合国外典型的大型液体运载器的POGO振动问题的研究及其解决办法; 选择实验与理论相结合的研究方法; 从系统动力学观点将POGO振动的各组成部分均有所体现, 并从预防POGO振动措施中反映了POGO振动抑制器的原理、效果等。

然而, 由于篇幅和时间以及水平等所限, 本专题集还存在着不足甚至错误之处, 望读者指正。

目 录

POGO振动的飞行遥测数据汇编	(1)
一、宇宙神运载器	(1)
二、宇宙神/阿金纳运载器	(3)
三、宇宙神/人马座运载器(AC系列)	(3)
四、大力神 II 运载器	(6)
五、大力神—人马座运载器(TC)	(6)
六、雷神/阿金纳运载器	(9)
七、加大推力雷神/阿金纳运载器	(10)
八、德尔它运载器	(10)
九、钻石运载器	(11)
十、土星 V 运载器	(12)
参考文献	(14)
土星 V 的POGO及其解决方法	(16)
摘要	(16)
一、引言	(16)
二、土星 V 飞行结果	(17)
三、POGO工作组	(17)
四、分析用的数学模型的研究	(17)
五、实验计划	(19)
六、解决POGO的方法	(20)
七、分析结果	(21)
八、AS—503飞行结果	(22)
九、结论	(22)
参考文献	(23)
附录	(23)
X飞行器纵向振动的质量—弹簧模型	(36)
摘要	(36)
一、引言	(36)
二、符号	(39)
三、振动振型的等效单弹簧—质量模型	(40)
四、飞行器的典型组合部分的运动方程	(45)

五、具有一个顶部质量的部分充液圆柱壳.....	(51)
六、支撑在弹簧—质量系统上的部分充液圆柱壳.....	(54)
七、结论.....	(56)
附录.....	(58)
参考文献.....	(60)
4 阿特拉斯—人马座纵向动试验.....	(62)
摘要.....	(62)
一、引言.....	(62)
二、试验步骤.....	(63)
三、使用的仪器.....	(64)
四、试验程序.....	(64)
五、结果和讨论.....	(64)
六、固有频率.....	(65)
七、振型.....	(65)
八、阻尼.....	(66)
九、氧化剂管路压力响应.....	(66)
十、结论.....	(67)
附录.....	(67)
参考文献.....	(85)
1/10 缩尺阿波罗—土星 V 模型的纵向振动特性.....	(86)
摘要.....	(86)
一、引言.....	(86)
二、符号.....	(87)
三、装置和试验程序.....	(89)
四、结果和讨论.....	(99)
五、结论.....	(104)
附录.....	(105)
参考文献.....	(140)
6 带有模拟推进剂飞行器的纵向振动试验研究.....	(142)
摘要.....	(142)
一、引言.....	(142)
二、符号.....	(143)
三、设备和试验程序.....	(143)
四、试验数据的表示.....	(146)
五、结果和讨论.....	(148)
六、结论.....	(151)

参考文献	(178)
多点正弦与单点随机模态试验结果的比较	(180)
1 前言	(180)
2 一、MJS飞船模态试验介绍	(181)
3 二、多点正弦试验的介绍和结果	(185)
4 三、单点随机试验的介绍和结果 (SPR)	(193)
5 四、多点正弦与单点随机结果的比较	(196)
6 五、对多点正弦与单点随机的评价	(198)
7 六、结论	(200)
参考文献	(200)
导弹流体系统固有频率的计算	(202)
8 一、前言	(202)
9 二、诸环节方程	(202)
10 三、单管发动机系统	(214)
11 四、四管发动机系统	(219)
12 五、例子	(221)
参考文献	(222)
在测脉动流量时超声波流量计的性能	(223)
1 一、前言	(223)
2 二、系统的类型	(224)
3 三、试验装置	(225)
4 四、传感器	(227)
5 五、流量装置	(227)
6 六、试验结果	(229)
7 七、结论	(230)
参考文献	(230)
大力神 II POGO 稳定性分析方法	(232)
10 引言	(232)
11 一、方程推导	(232)
12 二、稳定性分析方法	(246)
13 三、结果	(247)
14 四、结论	(251)
附录	(255)
由推进剂系统反馈引起液体火箭的纵向不稳定性 (POGO)	(288)
1 摘要	(288)
2 符号	(288)

一、引言.....	(289)
二、模型公式.....	(289)
三、稳定性分析.....	(296)
四、小结.....	(299)
参考文献.....	(300)

12 航天飞机POGO的被动式抑制	(306)
内容提要.....	(306)
摘要.....	(306)
引言.....	(307)
符号.....	(308)

一、阻力蓄压器的设计准则.....	(310)
二、供稳定性分析用的分析模型.....	(314)
三、系统稳定性分析.....	(317)
四、概要和结论.....	(341)
五、未来的研究.....	(343)
附录.....	(344)
参考文献.....	(349)

13 航天飞机POGO的主动式抑制	(350)
摘要.....	(350)
引言.....	(351)
一、供稳定性分析用的分析模型.....	(352)
二、基本系统的稳定性.....	(357)
三、专用主动式抑制器设计的研制.....	(361)
四、对专用主动式抑制器设计的评价.....	(376)
五、概要和结论.....	(399)
附录.....	(401)
参考文献.....	(409)

POGO 振动的飞行遥测数据汇编

从国外大量的资料来看,许多大型液体燃料运载器都遇到了运载器结构同推进系统动力耦合——POGO振动问题。POGO振动对载人飞船的宇航员构成了危险;对结构产生过大的负载;对推进系统造成了性能下降,甚至造成事故(如提前熄火)。为借鉴国外研制大型液体燃料运载器中解决POGO问题的经验与教训,特编辑了“POGO振动的飞行遥测数据汇编”这份材料。下面按运载器飞行任务分别介绍遥测数据情况。

一、宇宙神运载器〔1〕

这里提供宇宙神运载器运载武器的一些数据。在60年代初,宇宙神洲际弹道导弹进行了E、F系列的21次研制性发射。在文献〔1〕中发表了这些飞行遥测数据。由于当时测试技术的限制,对试飞中一些异常情况不能作出正确判断。现根据文献〔1〕中飞行情况介绍与宇宙神所运载的飞船、卫星的数据对照,断定宇宙神E、F系列也发生了POGO现象。现举几次典型飞行数据加以说明。

宇宙神18E

1961年5月26日发射的宇宙神18E在起飞后11秒左右,液氧箱调压器底座纵向测得5.3cps一阶纵向模态响应,致使遥测讯号发生巨大零漂。下图标有A7820的遥测数就是

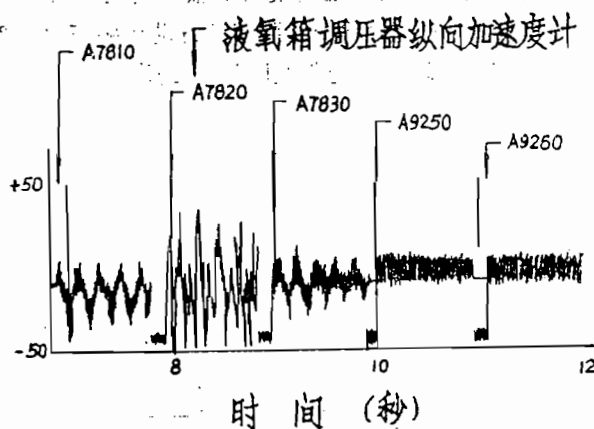


图1 宇宙神18E液氧箱调压器底座遥测数据

这次飞行测到的数据。这种情况在1961年6月31日发射的宇宙神21E中也同样发生。

宇宙神35E

在1961年12月1日发射的35E导弹，发射后10秒左右发生6 cps大振幅振动。据当时分析是导弹贮箱的呼吸振动。导弹箱体的局部纵向振动与推进系统管路动力耦合也是POGO振动现象之一。因此断定：此时发生的大幅度振动就是POGO振动。

下面是这次飞行的燃料检验阀底部测点——“A7890”测得的遥测数据。该数据是根据资料提供的曲线（很不清晰），大致是徒手画出的。由于测试传感器为高频加速度计，这些数据只能定性示意，不能作定量研究。

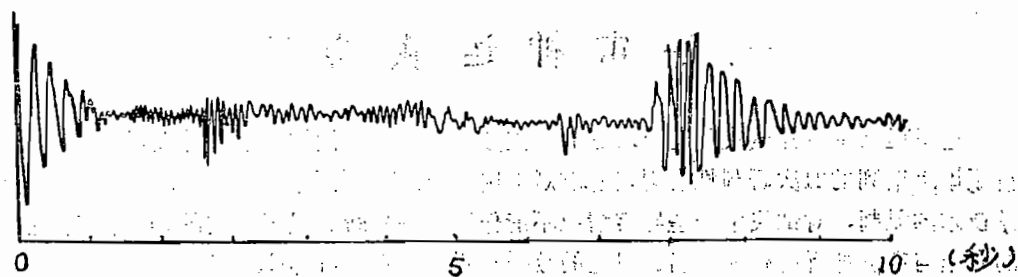


图2 35E导弹燃料检验阀遥测数据

宇宙神4F

于1961年11月22日发射的4F导弹，巡航发动机燃气发生器燃料检验阀在144秒测得巨大的6~8周纵向振动。这种低周振动一直到巡航发动机关车（即288.9秒）都有响应。这次飞行的燃料检验阀在这段时间的历程图如图3所示。

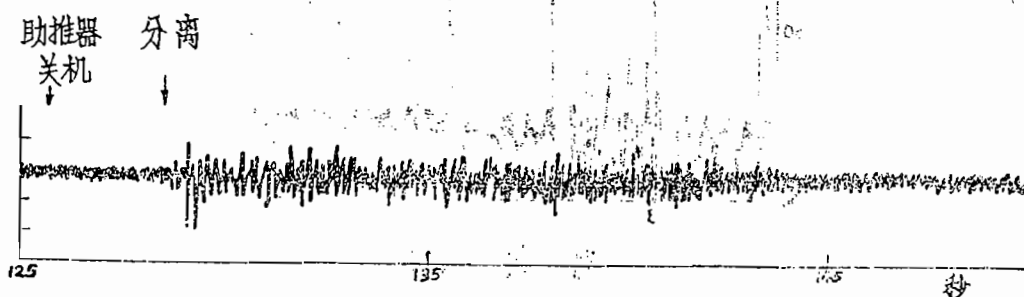


图3 4F导弹燃料检验阀飞行遥测图

二、宇宙神/阿金纳运载器^[2,3,4]

由宇宙神为一级、阿金纳为二级的运载器执行过多次向空间发射的任务。为决定飞行中纵向推进系统耦合振动（即POGO）、助推器关机响应、巡航发动机关车瞬态振动、重要部件的振动环境、刚体加速度、在起飞期间运载器对阵风响应、纵向动载荷因子、液氧箱体、压力传感器、导管等动特性，空军特地在一级宇宙神运载器中安装了24个振动传感器、4个应变计、8个压力传感器。

在1967年11月1日执行“应用技术卫星3”任务中，助推器关机前一点时间，即128.4秒，测得单幅0.7G、15cps的纵向POGO振动，在67年6月14日执行“水手1967”卫星任务中，在起飞时测得单幅0.5G、频率5cps的纵向耦合振动，在发射“轨道地球观察5”卫星时，起飞后154.12秒测得单幅0.6G、14cps的纵向振动。图4为“水手1967”卫星结构上纵向测得的0.1秒POGO响应图。

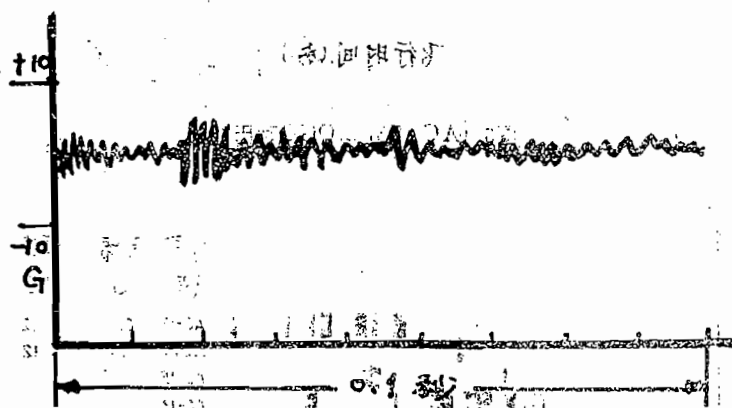


图4 “水手1967”POGO时历图

三、宇宙神/人马座运载器（AC系列）^[5~8]

AC系列运载器是由宇宙神、人马座组成。人马座是康维尔公司通用动力部首次研制成的改型宇宙神D导弹。AC—1~AC—6次飞行是定月发射，AC—8、AC—9为不定月发射，均属研制性飞行。AC—7与AC—10属工作性飞行。所谓定月发射是指定季节发射，不定月发射指不受季节限制而且发射窗口也很宽的发射。还有AC—11~AC—20其它飞行任务。

AC一系列POGO效应出现的时间、振幅、频率可从以下三个图看出。

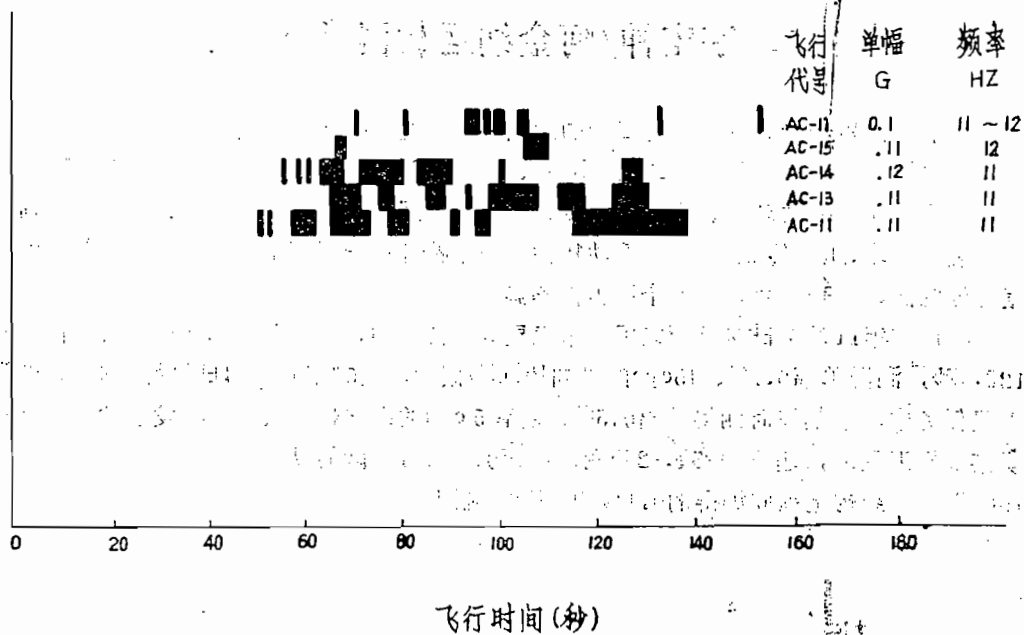


图5 AC 系列 POGO时历图

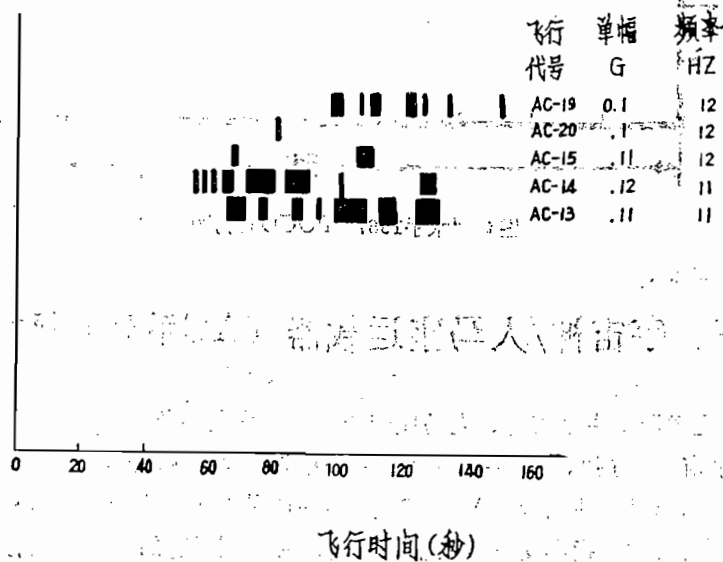


图6 AC 系列 POGO时历图

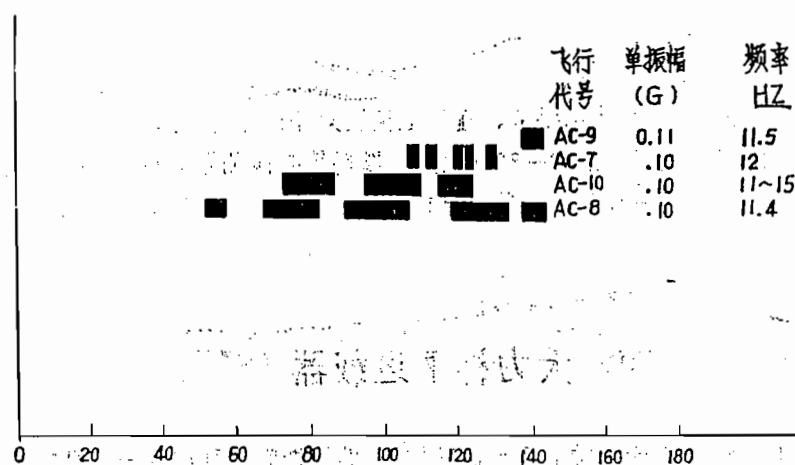


图7 AC 系列POGO时历图

现取几次AC飞行说明POGO遥测情况。

AC—3

在这次飞行任务中，出现两次POGO振动。第一次发生在飞行后80~90秒，振级最大为0.12G（单幅）、频率11.5cps。第二次发生在135秒，振级、频率与第一次同。

AC—7

这次飞行是执行“发现者2”卫星的发射。1966年9月22日发射。飞行后107秒~130秒之间测得5次间断性12cps、0.1G（单幅）的POGO振动。

AC—9

这次飞行的POGO振动发生在发射后130—143秒，其频率为11.5cps，振幅为0.1¹G（单幅）。

AC—17

于1968年8月10日发射的“应用技术卫星—D”（飞行代号AC—17）任务中。从宇宙神燃料箱壳体上测得0.1G（单幅）、11~12cps 8次间断性POGO振动。时间发生在70~150秒之间。

AC—19、20

AC—19、20分别执行“水手Ⅵ、Ⅶ”卫星发射任务。发射时间分别为1969年2月24日、3月27日。一级助推80—82秒之间，燃料箱壳体测得0.19G、12cps间断性纵向振动。飞行数据分析者确认：这些是结构、发动机、推进剂管路动态耦合（俗称POGO）振动。

四、大力神Ⅱ运载器〔9〕

据文献〔9〕介绍：在大力神Ⅱ飞行试验初期，助推期间导弹出现一阶纵向模态振动。这种振动同时在燃料与液氧泵的抽吸压力、出口压力、推力室压力中测得响应。典型的飞行情况是：在飞行后95秒左右一直很平稳，到102—103秒左右振动增大，并迅速发散，到135—140秒又减小到零。下表是典型的振动值与压力值：

发动机舱加速度	5.0	G
液氧泵入口压力	250	磅/吋 ²
液氧泵出口压力	160	磅/吋 ²
燃料泵入口压力	20	磅/吋 ²
燃料泵出口压力	100	磅/吋 ²
燃烧室压力	75	磅/吋 ²
推力	46,000	磅

五、大力神—人马座运载器（TC）〔10,11〕

下面提供大力神—人马座运载器运载海盗、太阳神飞船的五次飞行数据。这五次飞行的第一级助推器用大力神ⅢC，二级助推器为人马座D—ITR，分别运载“海盗动力模拟器”（TC—1）、“太阳神A”飞船（TC—2）、“海盗A”飞船（TC—4）、“海盗B”飞船（TC—3）、“太阳神B”飞船（TC—5）。发射时间在1975~1976年。

TC—1 数据

在这次飞行中，大力神推进系统安装了两个过热器，没有安装氧化剂蓄压器。测点设在海盗飞船支座上。从遥测数据分析表明：POGO发生在点火后242秒。最大纵向加速度为0.7G，频率为11.8和13.8cps。明显的POGO振动历程图见图8。

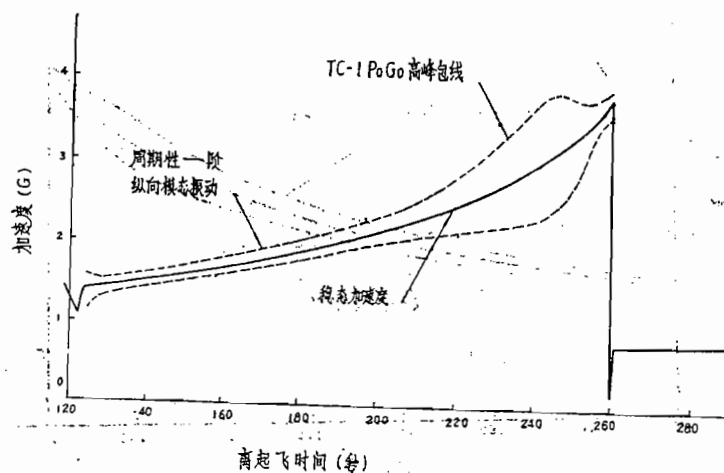


图8 TC—1 POGO时历图

TC—2 数据

在这次飞行中只装了一个过热器，蓄压器也没有装。测点同TC—1。POGO发生时间在229与254秒，振幅分别为0.35与0.9G，频率为12.5与16cps。图9为这次飞行的POGO效应时历图。

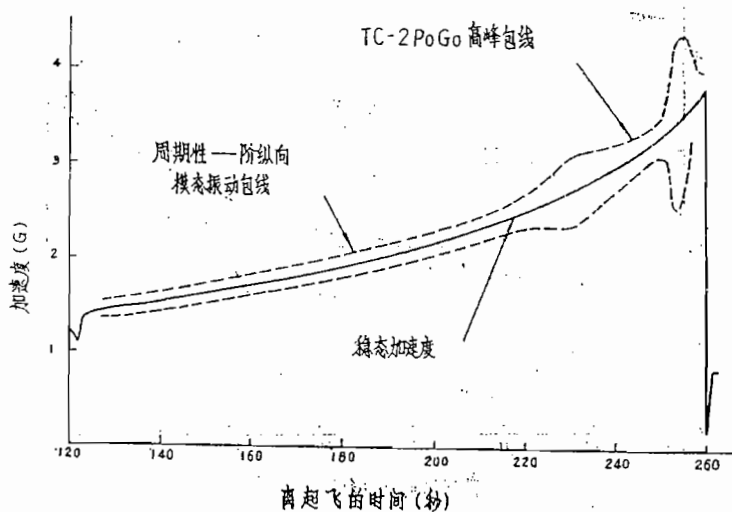


图9 TC—2 POGO时历图

TC—3 数据

这次飞行不仅安装了两个过热器,而且还安装了两个氧化剂蓄压器。遥测结果表明: POGO发生时间在起飞后241秒,最大纵向振级降为0.27G,频率为14cps,时历图见图10。

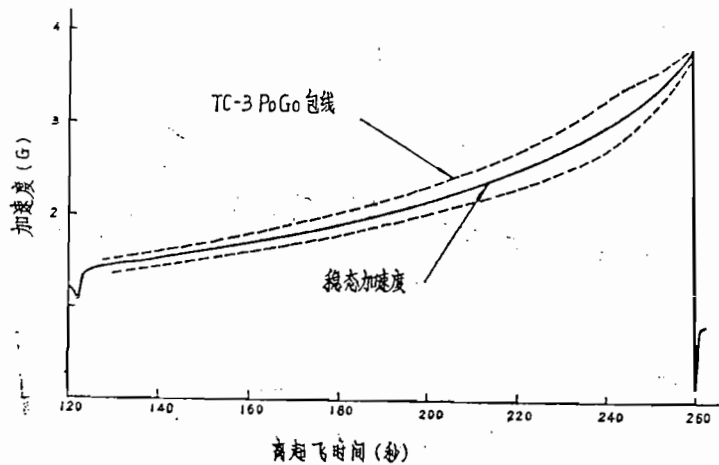


图10 TC—3 POGO时历图

TC—4 数据

安装过热器与蓄压器的情况与TC—3 相同。这次飞行POGO发生在243秒。最大纵向振动为0.22G, 频率为12.5cps。时历图见图11。

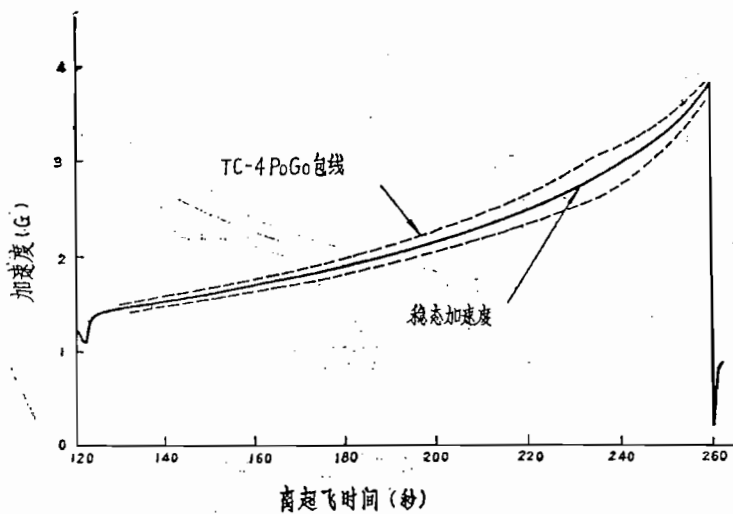


图11 TC—4 POGO时历图

TC—5 数据

这次飞行和TC—3、TC—4一样也装了蓄压器。飞行结果表明：POGO不再出现。

五次飞行的几点结论

①分析频率与飞行遥测数据比较接近（见图12）。

②飞行数据与海盗轨机的正弦试验规范相比，5—10cps的纵向振动没被考验。

③氧化剂蓄压器抑制POGO作用是有效的。与TC—1、TC—2没装蓄压器相比，振动级下降3~4倍。

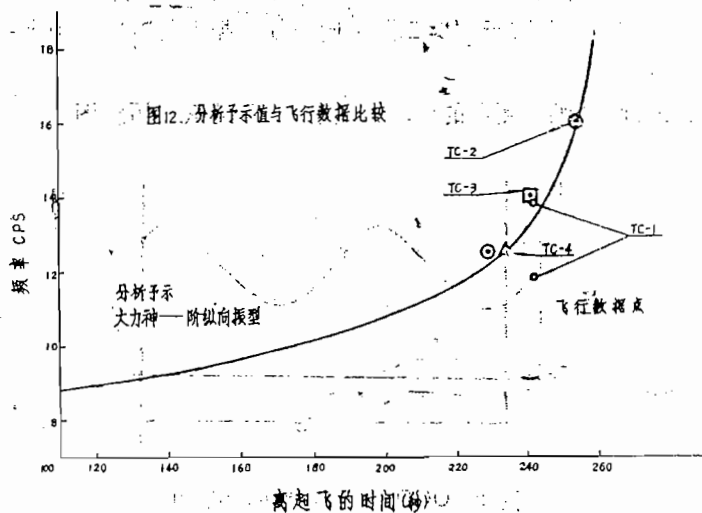


图12

六、雷神/阿金纳运载器^[12,13]

雷神/阿金纳运载器的POGO振动很大。遥测数据表明：轴向载荷几乎增加一倍（90%）。POGO振动多半发生在30~40秒之间。振动是突然出现的，频率为20cps，振动级在关机前8秒达到最大，然后很快衰减，到主级关东前完全消失。由于载荷超载太大，试验规范作了变动。新的试验规范是根据39次阿金纳B与50次阿金纳D的数据统计决定的。

文献[13]介绍：雷神/阿金纳运载器的纵向动环境在起飞时为1.5G（单幅）、10—17

Hz,持续时间为2~5秒;在210秒时,4.5G(单幅)、17~23Hz,持续时间为5~7秒。这两种环境都是由POGO引起的。

雷神运载器的POGO飞行数据可从文献[14]中查到。由于图象不清(但在阅读机上可看到)而未被引用。

七、加大推力雷神/阿金纳运载器^[13]

现提供69年6月5日发射OGO VI飞船的加大推力雷神/阿金纳运载器数据。在这次飞行中,POGO振动发生在主机关车前一点时间,即205.3秒。在阿金纳结构处测得一阶纵向系统响应与一阶纵向压力振荡动力耦合,即POGO效应。在耦合状态下,主发动机燃烧室压力脉动在201—215秒之间达到60磅/时²,频率为17.5cps。在110~119秒之间发生二阶纵向振动。从飞行数据看出:燃烧室压力在110秒有一个23.5cps的脉动,到119秒振动达到最大。这些脉动是飞行器对二阶纵向压缩型振型的响应。阿金纳飞船对此振动响应不大。

下图为飞行器247秒处纵向测得的POGO效应0.1秒的振动历程图。

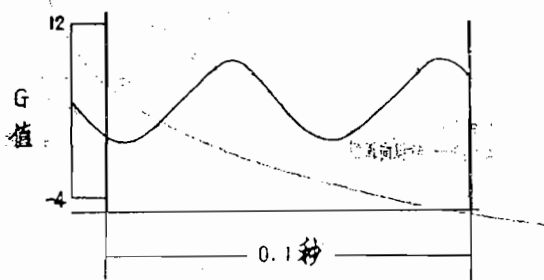


图13 OGO IV飞船POGO历时图

八、德尔它运载器^[13,16]

德尔它运载器是以雷神为一级、改型先锋号火箭为二级的运载器。它在发射应用技术卫星时,飞行后20秒,雷神运载器发生20Hz POGO振动,此时构成±4.5G(单幅)的纵向振动。稳态振级达到6.8G。二级德尔它的最大振动达到7.7G;三级德尔它,若是500磅重飞船,振动为23G,重1500磅飞船为10G。它在1975年8月8日发射“COSB”卫星时使用的是三级长贮箱德尔它运载器。在主发动机关车前一点点时间,由速度陀螺测得POGO振动。在滚动方向测到的峰—峰响应值为2度/秒;在偏航与俯仰方向测到1.5度/秒的响应。这三个方向的时间历程图见图14。POGO共振频率为19cps。在飞行

140秒还发生一次POGO振动，频率为21cps。这次POGO振动引起的滚动角速度的时间历程图见图15。

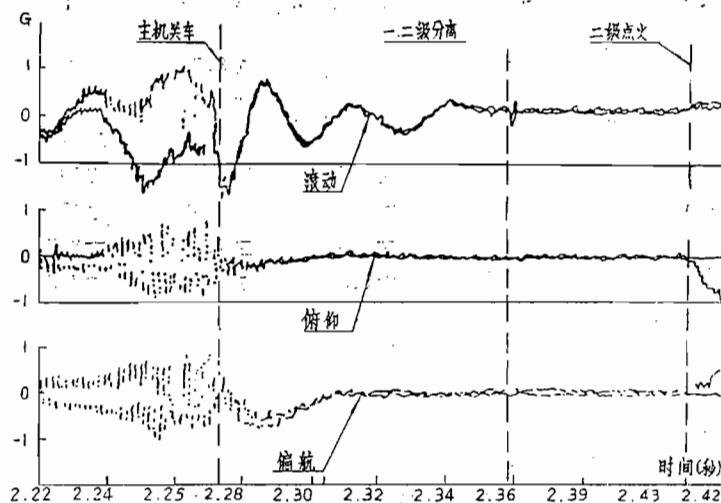


图14 德尔它运载器飞行20秒时的POGO时历图

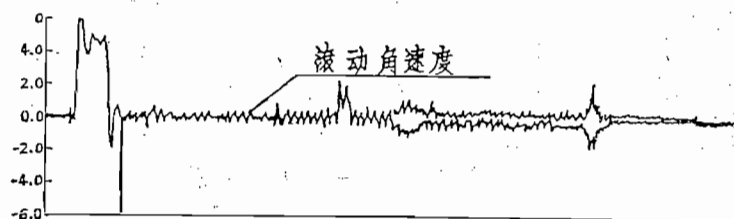


图15 德尔它运载器飞行140秒时的POGO时历图

九、钻 石 运 载 器^[17]

这里提供法国钻石B运载卫星的POGO飞行遥测数据。

钻石火箭为四级运载器。一、二级为液氧、 N_2O_4 、UDMH作推进剂的液体火箭。三、四级为固体火箭。在一、二级助推期间，火箭遇到了许多振动，其中对任务最有威胁的是POGO振动。钻石B运载器初期发射的五次飞行都遇到了POGO振动。时间都发生在点火后30秒或40秒，频率45 cps左右。某些点的振动级最大达到20~30G。这样大的振动级有可能导致运载器或卫星的结构破坏。下面提供这五次飞行测得POGO振动与压力数据：

测 点	运 载 器				
	DMB 1	DMB 2	DMB 3	DMB 4	DMB 5
中心导管压力(巴)	± 3	± 1.65	± 3.5	± 2.8	± 0.3
N ₂ O ₄ 箱底压力(巴)		± 0.25	± 0.9	± 1.05	
偏二甲肼推进剂入口压力(巴)			± 2.45	± 2.55	
喷管头部振动(G)		± 4.75	± 11	± 13	± 6
N ₂ O ₄ 箱底振动(G)	± 11.5	± 7	± 2.05	± 17.5	± 1.5
中间箱段振动(G)		± 1.5	± 1.0	± 8.5	± 0.3
二级裙部振动(G)		± 0.8	± 6.5	± 4.5	± 0.1

十、土星 V 运载器^[18,19,20]

土星 V 运载器是美国最大的运载器。在它历次飞行任务中 POGO 振动表现最为明显。在土星 V 第一次飞行(代号 AS—501)中, POGO 效应不明显(大约 0.2G、5 Hz)。但在 AS—502 飞行中, POGO 效应引起强烈的纵向振动, 致使 5 个发动机推力不同步, 飞船登月舱裙部壁板发生开裂。据文献[18]介绍: POGO 效应在土星 S—IVB 级上液氧、液氢冷却系统的流速、压力都有强烈响应。S—IVB 级 2 号总线的电流也记录到 POGO 干扰。S—IVB 级的后机身动应变也测到 5.2~5.6 cps 的 POGO 效应。后裙体、液氢箱体在 125 秒测到的 5.5 cps POGO 纵向振动比 AS—501 大 70%。在指令舱处测到的 POGO 振动也比 AS—501 大 3 倍(即 0.6G)。由于这样大的振动超出了宇航员所能忍受的能级, 而且对结构也有破坏影响, 所以决定在 AS—503 (即阿波罗 8 任务) 中附加蓄压器抑制 POGO 振动。根据 AS—503 飞行遥测数据表明: 蓄压器抑制 POGO 的工作有效, 如在 143 秒测得 POGO 振动在指令舱响应只有 0.15G (峰值), 比 AS—502 的 0.6G 要小得多。这次飞行中指令舱对一阶 (8 Hz) 与二阶 (11 Hz) 纵向振动的 POGO 响应, 由于附加抑制系统, 只有 0.06G。这与宇航员报告的数据一致。一阶纵向振动频率的计算分析值与飞行遥测值比较可见图 16。在指令舱测得的时历图亦见图 16。从泵入口压力遥测值推算导管频率, 除二阶外接导管(液氧)固有频率由于响应值太低测不出外, 所有导管固有频率都测到数据。下面为遥测数据与分析值比较。

导 管	振 型	导 管 频 率 (Hz)	
		预 示 值	遥 测 值
液 氧 导 管	一阶内接导管	4.9~5.5	4.6~6.8
	一阶外接导管	1.8~2.2	2.0~2.6
	二阶外接导管	12.4~16	
	三阶外接导管	18.6~19.5	17.2~20
燃 料 导 管	一阶外接导管	10.2	10.6~11.8
	一阶外接导管	12.2	10.8~13.6

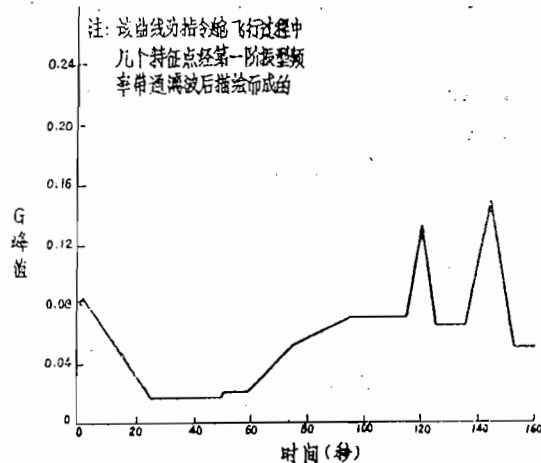
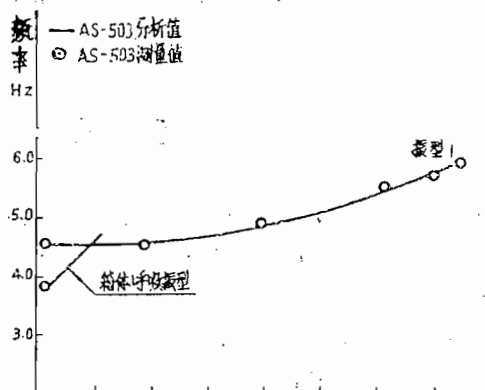


图16 运载器 POGO遥测与分析比较图

几点结论

1、POGO振动尽管在整个飞行中不是最严重的振动载荷，但从飞行数据证实：这是一种不可忽视的振动载荷。

2、一般说，POGO现象是突然产生的强烈自激振动。从发生到完全消失的时间长达10~48秒。在飞船处的振级最高达到17G，发动机处的振级最大到34G，频率从V~60 Hz⁽²¹⁾。

3、蓄压器是一种有效的抑制POGO振动装置，这已被大力神/人马座运载器与土星V运载器飞行遥测数据所证实。不过，关于蓄压器，值得强调一下它的使用必须严格遵守操作规程；它的设计要注意与其它系统的相互作用。据文献[20]介绍：双子座/大力神V因为二个氧化剂蓄压器在飞行前充液不当，结果没有起到抑振作用；土星V在执行阿波罗13任务与大力神II/N-11飞行中，尽管都装了蓄压器，仍然在POGO发生期间产生燃烧室压力振荡，导致发动机提前关机，任务失败。这些教训值得汲取。

参 考 文 献

- [3] 1. R.L. Batten "Compilation of Atlas E, and F Series Vehicle Flight Environmental Vibratoion Data, Part1" NASA N65-30950.
2. "Atlas—Agena Flight Performance Evaluation for the Orbiting Geophysical Observatory OGO—V Mission" NASA TMX—1967.
3. "Flight Performance of the Atlas Agena Launch Vehicle in Support of the Applications Technology Satellite ATS—3" NASA TMX—1879
4. "Atlas—Agena Performance for the 1967 Mariner Venus Mission" NASA—TMX—1826
5. "Atlas—Centaur AC—17 Performance for Applications Technology Satellite ATS—D Mission" NASA TMX—2525
6. "Atlas—Centaur AC—19 And AC—20 Performance for the 1969 Mars Missions." NASA TMX—2278
7. "Performance Evaluation of Atlas—Centaur Restart Capability in Earth orbit" NASA TMX—1647
8. "Atlas—Centaur Flight performance for Surveyor Mission B." NASA TMX—1616."

9. F.E. BiKe, J.B. Rohrs "Dynamic Analysis of Longitudinal oscillatio-

- ns of SM—S 8 B stage 1 (POGO) . AD—161795
10. "A Summary of Spacecraft Loads Data from Four TiTan Centaur Launch Vehicle Flights." N77—19281.
 11. K.A. Adams "TiTam/Centaur D—1 TTC—5 Helios B Flight Data Report." N76—26254
 12. A.D. Houston "Study to Define Agena Vibration and Acoustic Environment." N66—38495.
 - [12] 13. C.R. Gunn "The Delta and Thor/Agena Launch Vehicles for Scientific and Application Satellites." N70—40230.
 14. E.L. Stanton "Thor—Agena Longitudinal mode Computations" N65—26084.
 15. "Thorao—Agena Performance for the orbiting Geophysical Observatory 6 Mission" N71—15899.
 16. "Postflight Analysis for Delta Program Mission No113; Cos—B Mission" N76—21262
 - [14] 17. M. Poizat, P. Vialatoux P. Cochery, M. Vedrenne "Viscoelastic Damping System use as a Remedy for POGO Effect on the Diamant Satellite Launch Vehicle" SVB—46—2 —P1245
 18. "Saturn S—4 B—502 Stage Flight Evaluation Report." N70—35878
 19. "Saturn5 Launch Vehicle, Flight Evaluation Report, AS—503, Apollo 8 Mission" N69—24692
 20. S. Rubin "Prevention of Coupled structure—propulsion Instability (POGO) on the Snace Shuttle" N70—36609
 21. "prevention of Coupled Structure—probulsion Instability (POGO)," NASA SP—8055.

冯振兴编译
黄怀德校对

土星 V 的 POGO 及其解决方法

Roy L. Rich

译自: "ASME/AlAA 10th Structures, structural Dynamics, Conference"

摘 要

土星 V 在阿波罗 6 任务中遇到了不稳定纵向振动, 俗称 "POGO"。这些振动的振幅对宇航员达到了不能容忍的程度, 而且还可能引起结构破坏。本文要对 "POGO" 现象的概况以及为防止这种振动所采用的方法作一介绍; 还要对最终所采用的解决方法作详细介绍。从阿波罗 6 任务取得的典型数据表明: 主结构与推进剂管路共振频率有耦合现象。分析方法用于描述失稳现象并且有助于选择稳定的系统。最终所采用的解决到由液氧输送管前置阀的空腔组 POGO 的方法是把氮气注入成的蓄压器, 从而降低液氧输送管的频率。这方法可消除推进剂管路与结构振型耦合, 从而防止不稳定振动发生。阿波罗 8 飞行证明: 这个系统的工作是成功的。

一、引 言

在土星 AS—502 或阿波罗 6 任务飞行中, 起飞后 110—135 秒之间或接近一级助推器关机的时候, 测得一个以运载器一阶结构纵向振动频率振动的纵向振动。经飞行数据分析表明: 这个振动是由土星 V 运载器一阶纵向振型激起的。它与 5 个氧化剂 (液氧)、燃烧剂 (RP—1) 管路的压力脉动同相位, 与 5 台 F—1 发动机的推力脉动同相位。从这个分析得出结论: 这是一种典型的 POGO 现象所引起的纵向振动。POGO 是把运载器比喻象踩高跷运动而命名的, 它是一种运载器结构、推进剂输送管路、发动机推力的动力耦合不稳定现象。本文要介绍波音公司为今后阿波罗飞行所采用的一种抑制装置而进行的工作。这工作受到由马歇尔空间飞行中心抓总的 POGO 工作组的支持。这工作组的参加单位有: NASA 总部、载人空间飞行中心、波音公司、北美洛克韦尔公司火箭动力部、马丁—马莱达公司、TRW、宇航公司等。

二、土星 V 飞行结果

第一次土星 V 飞行 (AS—501 或阿波罗 4) 在运载器一阶纵向振型上有一些低幅振动。它与推进剂管路共振不明显, 与发动机推力振动不同相位。因此判定这些振动是由于运载器受到推力扰动所产生的按运载器的固有振型振动。它属正常的、稳定的振动。

第二次土星 V 飞行 (AS—502) 的振动比 AS—501 要大得多。AS—502 POGO 的证据是: 运载器纵向振动、发动机涡轮泵入口压力、发动机燃烧室压力的所有测量值都受 5.3 cps 的影响而增大 (见图 1)。这种振动是在起飞后 110 秒左右开始出现, 到 125 秒达到最大, 135 秒减少到 0 左右。频率 5.3 cps 以及测量振型表明: 运载器的振动处在一阶固有纵向振型 (见图 2)。所有 5 个 F—1 发动机系统与推进剂输送系统都同相位。振动频率都是运载器结构的频率 (见图 3)。因为 AS—502 POGO 产生的振级已超过宇航员所能忍受的程度, 所以需要寻找一个解决防止 POGO 产生的方法。

三、POGO 工作组

在确定 AS—502 存在 POGO 现象之后不久, 马歇尔空间飞行中心发起组建 POGO 工作组。组的任务是: 为确定 POGO 机理所需的各种分析与试验; 研制一种装置能保证未来运载器的稳定性, 而且能圆满完成今后的飞行计划。受工作组的委托, 波音公司在 Michoud 设立一个 POGO 任务的执行组。这个组负责处理三项主要工作: 一、研究描述 AS—502 发生的失稳现象分析式, 这个分析式用来决定结构修改以保证飞行的稳定性; 二、对 S—IC 级定出哪些构件作哪些试验才能取得分析所需要的数据, 并提供这些试验的设备; 三、设计、检定至少二种可推荐的装置, 并把选定的一种抑制系统装在今后的运载器上考核。

四、分析用的数学模型的研究

为了加速完成任务, 供 POGO 研究用的数学模型分成三个部分: 运载器结构模型、S—IC 级推进剂管路模型、稳定性解或组合模型。

结构模型 (由图 4 所示) 是沿用过去的两个详细的三维模型, 它们可以与运载器动试验结果比较, 并可进行 S—IC 级载荷计算。S—IC 级推力结构 (包括推进剂输送管路系统与 F—1 发动机) 模型采用 154 个自由度。用这么多自由度可精确描述主结构与次结

构（如推进剂管路）之间的耦合力。S—IC级推进剂箱、液氧与燃烧剂是用一个程序来描述。这个程序可以决定弹性箱体内不可压液体的运动。程序是根据速度势求出液体运动；根据各个柱形段正交性定出结构运动（参见文献〔1〕）。每个箱体用30个自由度。为计算箱体与推进剂管路耦合，求箱内任一点压力是极为重要的。S—IC级箱间段（简单的硬壳结构）处理成5个质量、弹簧块。S—IC级前裙体和末级的所有结构，包括一个较粗的分离体，分别采用三维的结构与推进剂模型。这些结构的自由度取61个。有效载荷（末级模型的一部分）要分得细一点，以便决定局部非对称性与共振。

模态综合法（见附录A）用来处理多自由度整体的结构模型是极为方便的。此方法是把运载器每个部段（结构、推进剂、箱体等）的边界固定，算出一组数据，再匹配位移、斜率连续边界条件并去掉约束，就可写出位移、力方程。由上述方程求出的振型就是整个运载器的正交振型。

计算的运载器振型用动试验运载器（DTV）的动试验结果验证。动试验用的运载器是一个全尺寸飞行型运载器，它可在模拟飞行条件下进行振动试验。若把运载器挂在软的悬挂系统上，也就是它的刚体频率小于一阶弯曲频率的 $1/4$ ，这样就可得到近似的自由边界条件。

S—IC级中的推进剂输送管路用弹簧—质量块模型来表示管内的液体，用弹簧联系次结构。液氧和RP—1（燃料）管分别模型化。经模型化后通过共同的次结构联结起来。整个模型化的草图见图5。质量块的大小与数目要调配成与波动方程算出的三个或四个振型一致。根据液体体积弹性模数和导管的柔度来计算弹簧常数。次结构的弹性常数由结构试验与详细的部件分析决定。每个导管底部的弹簧常数（一般都叫气蚀空泡弹簧常数）由一系列单级发动机和涡轮泵试验（在马歇尔空间飞行中心和北美火箭动力部进行）决定。液氧抽吸管动力试验（下一节要讨论的）用来验证整个管路动特性。

〔在最终的POGO模型中，结构模型与推进剂管路模型都简化为模态量，和与发动机传递函数（见文献〔2〕）组合成最明显的振型。在管与箱底的连接点，在管面积变化与次结构连接、在次结构与主结构连接的地方都要写出力与位移耦合方程（见附录B）。在数学模型中引进柔性的方法可以有几种。方法之一就是把导管与结构处理成不耦合振型，改变其中一个，另一个保持不变。这个方法只改变导管而不改变基本结构模型来研究几个POGO解。同样，还可以不改变导管对未来运载器结构作研究。把5个发动机及其对应的推进剂导管作为单独的两组引入最后的模型中，这个方法可单独处理中心发动机或研究一两个或更多导管的POGO解。研究液比矩阵，使任一个耦合力参数化，并且不再重新建立基本的结构与导管模型。

最终的模型是一组完整的复数方程。这组方程构成一个闭环系统。系统的根与固有阻尼可用标准的根轨迹子程序求解。闭环系统还可在任一点断开，开环增益与相位用奈奎斯特准则决定。

五、实 验 计 划

POGO工作组制定了一个联合试验计划。这个计划包括在马歇尔空间飞行中心、北美火箭动力部、波音公司等处的试验。马歇尔空间飞行中心实验的主要目的是决定液氧与燃料泵气蚀气泡弹簧常数和协助北美火箭动力部弄清发动机传递函数。在北美火箭动力部的试验是为了决定POGO装置对发动机性能的影响。在波音公司进行的试验，旨在决定整个液氧管动特性，弄清用液氧前置阀作为蓄压器的可能性和为解决POGO所需的抑制器。

为验证推进剂导管模型所需要的液氧管动特性可在“水塔”上或在液氧抽吸管动试验中测得。试验设备是由一个16000加仑高压水箱、一个飞行的液氧抽吸管、支架、断流活门、脉冲阀等组成（见图6）。液氧抽吸管包括一个前置阀（这个阀充气后可形成蓄压器）、一个压力、体积补偿器、一个节流孔（它表示发动机压降）、一个蓄压器（在发动机入口附近，充气后表示气蚀气泡）等组成。脉冲阀是一个简单的旁通阀。它与导管联接，处在气蚀蓄压器之上。如果正弦地从管中产生一个压力变化，这就造成脉冲。压力振荡频率可从0变到25 cps，可以让液氧在管中流动也可静止不动。在箱体中的气枕压力变化可足以使发动机节流孔处流速最大，并保持等压力。试验可以达到实际运载器的流速。水作为试验介质。

图7是从水塔试验中测得的典型结果。这个图是液氧管（包括前置阀蓄压器）头三阶频率。前置阀蓄压器是解决POGO方案之一。这将在下面讨论。用水代替液氧的推进剂导管模型分析结果与试验作了比较。一阶振型测得的阻尼，如果管内液体静止，约为4%临界阻尼。如果液体流动，则为13%。二阶振型阻尼，液体流或不流动都为3%左右。三阶振型阻尼没有测到。

在一系列液氧低温试验中，我们确定了前置阀中贮气的可能性。前置阀充满液氮，然后，再在各种振动条件下注入气体。我们发现：氮气可以停留在前置阀的容腔内，于是可以形成蓄压器的效应。可以容纳气体的总体积为2.1呎³。在容腔与主导管流体之间要留出足够的开孔面积，以防止经过蓄压器时有压降。在水塔试验中对前置阀蓄压器的可行性得到了充分的验证。

我们还进行了确定氮气流率的试验。这个试验要决定氮气泡进入液氧导管（针对一个被推荐的抑制装置）或在规定的时间内充满前置阀蓄压器时的氮气流率。这些试验还用来验证为确定氮气流率所需要的小孔尺寸。

最后的一组试验是鉴定整个POGO抑制系统以及保证对运载器其它部件没有影响的试验。这要把选定的POGO抑制系统装入运载器进行系留点火试验。这项工作要在AS-503飞行前二级联试上进行。

六、解决 POGO 的方法

前两年进行的土星 V POGO 研究工作表明：如果液氧推进剂导管主振型频率接近运载器结构一阶纵向振型频率，就会出现纵向稳定性达到临界情况。改进稳定性的最好办法是避开这些频率（多半设法改变推进剂导管液氧液柱的频率，因为要改变结构振型频率，它将对运载器作大的修改）。

经初步研究表明：把液氧导管主频率降到结构频率以下只需要作一点点结构变动。考虑这些变动的主要方案有：在液氧导管顶部注入氮和把氮气注入液氧前置阀的容腔。下面较详细地加以讨论。

由 POGO 工作组提出或向工作组建议的抑制 POGO 方案不止这两种。这些方案要么因为器件研制需要太长时间而被列入备用方案；要么因初步试验证明不可实现而被抛弃。被认为备用方案的有：提高液氧输送管的管壁柔度和加大阻尼；约束液氧输送管加大阻尼；与液氧吸管单接蓄压器方案。在计划初期被抛弃的方案有：为改变液氧液柱频率要求降低气枕压力；在液氧导管 90 吋处注入氮气降低液氧液柱频率；在发动机涡轮泵排出导管上装蓄压器；在涡轮泵入口处注入气态氧来提高气蚀柔度方案。

在液氧输送管顶部注入氮气方案在两年前就被设想为是一个可能的 POGO 抑制装置。现在已完成初步设计，准备用来解决土星 V 头几次飞行的不稳定性问题。如果 AS—502 出现 POGO，这个系统则首先得到分析、试验并投入设计。在液氧温度下少量的氮气（每秒 0.1 磅）不会变成液态，这样的氮气在液氧液柱顶部注入液氧输送管，输送管的液氧速度使整个液柱都带有氮气泡。气泡的柔度增加了液氧推进剂系统的有效柔度，从而降低导管频率。

图 8 是液氧推进剂导管头二阶频率对在导管顶部注入氮气流量的变化图。要特别注意：液氧导管第二阶固有频率受氮气流量的影响要比一阶固有频率的影响更显著。一阶振型是一个半刚体液柱加一个反跳软弹簧及气蚀气泡的振型。增加的氮气只影响液柱刚度，但不影响软弹簧，所以模态频率下降甚微，二阶振型是一个风琴管振型。它的频率与柔性的平方成反比。

液氧推进剂导管高阶振型频率随氮气注入引起迅速变化，这就导致最后决定不采用此方案。引入足够的氮量可以使一阶运载器振型的稳定性增加，但导致二阶导管频率下降，这就可能引起二阶导管振型与高阶运载器振型之间的不稳定耦合。这就意味着：应用这个系统需要仔细地试验出氮气流率随时间的变化。按照运载器结构振型随时间的确切变化算出所需要的流率，再选择具体的抑制装置来达到所需要的计算流率。

在前两年研究期间被考虑的第二个方案是在靠近液氧导管底部附加蓄压器。这种蓄压器相当在液氧液柱底部提供了一个软弹簧。于是一阶振型频率被降低。二阶（风琴管）振型不受影响。这种蓄压器受到特别的重视，这是在 AS—502 POGO 研究期间由一

个工程师提出的。该工程师提出：将液氧前置阀容腔充以气体后可建立并形成蓄压器（图9）。这个想法是在前置阀鉴定试验时他亲自观察得出的。前置阀容腔不可能被液氮（模拟液氧）充满，因为在试验条件下液氮变成了气体，并且气体不能从容腔内逸出。在飞行流动情况下容腔内的气体（气态氧）冷凝，并且空腔充满液氧。进一步试验表明：只要稍稍改变这个阀使前置阀容腔可容纳2.1呎³的氮气。其它的试验也证明：在前置阀容腔与主液氧液柱之间有足够的空间能有效地起到蓄压器的作用。用简单增压管路转接燃料箱增压系统贮存的氮气以供给前置阀连续的氮气流率。这个系统（见图10）可向每个前置阀提供最大流率为0.01磅/秒的氮气。当蓄压器充满（约10秒钟）时，过剩的气泡就流进液氧通向发动机。少量的气体对发动机性能没有影响。

液氧推进剂管路频率随前置阀空腔气体量变化见图11。导管振型同原来的导管振型稍稍有点变化，因为液氧管90吋处有了前置阀蓄压器，即从底部量起，离整个导管1/5的地方。一阶振型是一个前置阀上面的半刚性液柱加反跳的前置阀蓄压器弹簧的振型。二阶振型是在前置阀与涡轮泵之间将前置阀蓄压器弹簧和涡轮泵气蚀气泡弹簧并联的反跳弹簧加到半刚体液性的振型。气蚀弹簧（比蓄压器弹簧硬几倍）完全能控制二阶振型。第三阶振型是前置阀上面的液氧液柱的风琴管振型。只要蓄压器弹簧常数不大，风琴管振型不受弹簧的影响。图11表明：在液氧液柱顶部注入氮气对带蓄压器管的高阶频率几乎没有明显影响。因此，这个方案的高频结构耦合问题不受氮气注入的影响。

七、分析结果

首先进行FOGO数学模型完整分析的是AS—503飞行结构。有些参数尚不能确切知道它们的合理变化范围。这些参数包括：液氧管路频率、运载器阻尼、发动机传递函数。分析中用了最好的推测值，即从飞行数据得到的以及飞行后试验得到的。分析结果接近模拟飞行中可能发生的情况（见图12）。经分析预示指出AS—502在飞行后90—130秒之间发生不稳定。

我们还对AS—501、AS—502、AS—503（不带抑制装置）的结构差别影响作了分析预示。其结果（见图12）表明：有效载荷的小变动以及F—1发动机的有些变动都对POGO增益有很大的影响。AS—501与AS—503之间只是有效载荷变化，AS—501与AS—502之间有效载荷和发动机均有变化。AS—501的结构增益比AS—502小，从结构增益作用来说AS—501飞行更稳定一些。在AS—501的F—1发动机涡轮泵上有柔性的、带几个方向接头的排出管。这些导管在AS—502上改成结实的铝管。这样的改装，降低了发动机的压降，提高了增益。AS—501的增益减少也导致飞行更稳定。然而，这次飞行并不具有足够的余度以保证其它小的变化不引起不稳定。

我们还做了两个主要的POGO抑制方案评选的分析工作。正如前面已经提到的，在液氧管路的顶部注入氮气，高阶结构振型与二阶或三阶液氧液柱振型的耦合是不稳定

的。因此分析就集中到前置阀蓄压器抑制装置。

在这些分析中首先针对 5 个液氧管的一个蓄压器。抑制主要的不稳定振型，即一阶结构纵向振型与一阶液氧液柱振型耦合。稳定余量或增益提高到 25dB 以上，相位余量大于 30° 。然而，有迹象表明：中心液氧管液柱振型的二阶振型会与十字梁支承的中心发动机振型发生不稳定耦合。图 13 表示了这种振型的预示值并指出其它振型（比如因燃料 RP-1 管振型与运载器振型耦合）的增益余度。

因为中心发动机及其相联的液氧输送管只有一个不稳定根，所以只研究 4 个外围的液氧输送管带 4 个前置阀这样一种结构布局。图 14 表示这种系统的稳定余度比 5 个导管系统大的情况。由图可见，主振型余度降低了，但仍然大于 25dB。燃料导管的振型没有变化。

POGO 工作组最后决定只在外围发动机装前置阀蓄压器进行 AS-503 飞行。在导管通向前置阀的过道上安放一个简便的孔板来防止中心发动机进气。

八、AS-503 飞行结果

AS-503（阿波罗 8）在 4 个外围液氧导管上装了充气的前置阀蓄压器进行飞行。为了研究 POGO 还增加了几个加速度计与压力测点，而且量程与响应值都作了变动。这些测点所取得的数据表明：没有 POGO 振动。虽然在几个频率上有纵向振动，但是结构频率、推进剂管路频率或发动机频率没有耦合。有点低能级纵向振动是弹性系统对低能级噪音输入的响应的典型情况。所测得的几个频率以及对应 S-IC 飞行的时间可以用来验证 POGO 分析中所使用的数学模型。这些频率上的振幅都在稳定系统预示值之内。一阶振型上的振幅见图 15。有效载荷振幅很小，也就是宇航员所报告的飞行平稳。

九、结 论

在 AS-502 POGO 研究期间，得到如下结论：

① POGO 振动是一个真实现象。稳定分析对液体燃料运载器不可忽视。

② 液体燃料运载器的一个设计准则就是：一定要避开推进剂管路频率与运载器结构低频纵向振型频率二者耦合。

③ 推进剂管路与运载器的高阶振型不可忽略。最后的稳定性准则要对所有振型在参数有适当的变化情况下将保持一定的稳定余度。

④ 在 S-IC 级液氧推进剂输送管上的 4 个导管前置阀蓄压器可以提供土星 V 运载器在 S-IC 级助推期间的稳定飞行。

参 考 文 献

- 1、Palmer, J.H. and ASher, G.W. "Calulation of Axisymetric Longitudinal Modes for Fluid-Elastic Tank Ullage Gas Systems and Comparison with Madel Test Results, "。
AIAA Sym. on structural Dynamics and Aeroelasticity, Boston, 1965. 8.30—9.1
- 2、Rocketdyne Engineering, Canoga Park, cal. "Engine System Transfer Functions for Support of S—V Vehicle Longitudinal stability (POGO) Analysis Program, Report NO.R—6929, 67.3.8.

附 录 A

在整体的结构模型中采用模态综合法来处理多自由度系统是极为方便的,一般在试验中作介绍。每个部段的振型计算是以两端固定并采用交界面自由度无约束的位移和力方程得到整体运载器的正交振型。

简单说,本方法先要把运载器的 $F = K \Delta$ 改写成:

$$\begin{pmatrix} F_{S1} \\ F_{S2} \\ F_{S3} \\ F_{S4} \\ F_{S5} \\ F_{SR} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} K_{S1} & & & & & \\ & K_{S2} & & & & \\ & & K_{S3} & & & \\ & & & K_{S4} & & \\ & & & & K_{S5} & \\ K_{RS1} & K_{RS2} & K_{RS3} & K_{RS4} & K_{RS5} & K_{RR} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta_{S1} \\ \Delta_{S2} \\ \Delta_{S3} \\ \Delta_{S4} \\ \Delta_{S5} \\ \Delta_R \end{pmatrix}$$

式中下标S1—S5分别为末级和有效载荷的子结构(S1)、液氧箱(S2)、过渡段(S3)、燃料箱(RP—1)(S4)、推力结构(S5)。下标R表示子结构共用边界的固定自由度。

子结构位移可写成:

$$\{\Delta_{Si}\} = [\phi_{Si}] \{\xi_{Si}\} - [K_{Si}]^{-1} [K_{SiR}] \{\Delta_R\}$$

式中 ϕ_{Si} 和 ξ_{Si} 是子结构带固定边界的特征矢量与模态坐标。从而写成:

$$\begin{Bmatrix} \Delta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_{S1} \\ \Delta_{S2} \\ \Delta_{S3} \\ \Delta_{S4} \\ \Delta_{S5} \\ \Delta_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{S1} & & & & & \\ & \phi_{S2} & & & & \\ & & \phi_{S3} & & & \\ & & & \phi_{S4} & & \\ & & & & \phi_{S5} & \\ & & & & & I \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -K_{S1}^{-1} K_{S1R} \\ -K_{S2}^{-1} K_{S2R} \\ -K_{S3}^{-1} K_{S3R} \\ -K_{S4}^{-1} K_{S4R} \\ -K_{S5}^{-1} K_{S5R} \\ I \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_{S1} \\ \xi_{S2} \\ \xi_{S3} \\ \xi_{S4} \\ \xi_{S5} \\ \Delta_R \end{Bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_{S1} \\ \vdots \\ \Delta_{S5} \\ \Delta_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_{S1} \\ \vdots \\ \xi_{S5} \\ \Delta_R \end{Bmatrix}$$

运载器惯性载荷的表达式为:

$$\{F\} = -[M]\{\ddot{\Delta}\}$$

于是运动方程变成:

$$[M]\{\ddot{\Delta}\} + [K]\{\Delta\} = \{f(t)\}$$

代入以上的变换式, 运动方程写成:

$$[T]^T [M] [T] \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_{Si} \\ \ddot{\Delta}_R \end{Bmatrix} + [T]^T [K] [T] \begin{Bmatrix} \xi_{Si} \\ \Delta_R \end{Bmatrix} = [T]^T \{f(t)\}$$

$$[T]^T [M] [T] = [M_{\text{运载器}}] = \begin{bmatrix} GM_1 & & & & -R_{M1R} \\ & \ddots & & & \vdots \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & GM_5 & -R_{M5R} \\ -R_{RM1} & \cdots & -R_{RM5} & MR + B_{RR} \end{bmatrix}$$

式中 $[GM_i] = [\phi_{Si}]^T [M_i] [\phi_{Si}]$

$[R_{miR}] = [\lambda_i] [\phi_{Si}]^T [K_{SiR}]$

$$[B_{RR}] = \sum_{i=1}^5 \left[[K_{RSi}] [K_{Si}]^{-1} [M_i] [K_{Si}]^{-1} [K_{SiR}] \right]$$

$$\begin{bmatrix} T \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} K \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} = K_{\text{运载器}} \begin{bmatrix} GK_1 & & & \\ & \ddots & & \\ & & GK_6 & \\ & & & \bar{K}_{RR} \end{bmatrix}$$

式中 $[GK_i] = [\phi_{si}]^T [K_{si}] [\phi_{si}]$

$$[\bar{K}_{RR}] = \sum_{i=1}^5 \left[[K_{R Ri}] - [K_{R Si}] [K_{Si}]^{-1} [K_{Si R}] \right]$$

最后变成解如下特征值问题:

$$\begin{Bmatrix} \xi_{s1} \\ \vdots \\ \xi_{s5} \\ \Delta_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{\text{运载器}} \end{bmatrix} \left\{ \xi_{\text{运载器}} \right\}$$

$$[GM_{\text{运载器}}] = \begin{bmatrix} \phi_{\text{运载器}} \end{bmatrix}^T [M_{\text{运载器}}] \begin{bmatrix} \phi_{\text{运载器}} \end{bmatrix}$$

$$[GM_{\text{运载器}}] = \begin{bmatrix} \phi_{\text{运载器}} \end{bmatrix}^T [K_{\text{运载器}}] \begin{bmatrix} \phi_{\text{运载器}} \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta_{s1} \\ \vdots \\ \Delta_{s5} \\ \Delta_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{\text{运载器}} \end{bmatrix} \left\{ \xi_{\text{运载器}} \right\}$$

附录 B

用下面方法将推进剂输送管系统与运载器结构模态耦合起来。先列出输送系统（包括支承点自由度）的完全自由的刚度矩阵，再写出如下力的基本方程：

$$\{ F_L \} = [K_L] \{ \Delta_L \}$$

式中

$\{ F_L \}$ 是力的列阵

$[K_L]$ 是从导管模态输出的自由—自由矩阵

$\{ \Delta_L \}$ 是输送系统自由度与支承点位移

把以上方程分成无约束的自由度 Δ_F 与支承点的自由度 Δ_R ，其中输送系统与运载器

或进入泵的发动机流率的耦合公式为:

$$\begin{Bmatrix} F_{LF} \\ F_{LR} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{FF} & K_{FR} \\ K_{RF} & K_{RR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_F \\ \Delta_R \end{Bmatrix}$$

对于无约束的自由度:

$$\begin{Bmatrix} F_{LF} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{FR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_R \end{Bmatrix}$$

还有:

$$\begin{Bmatrix} F_{LF} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\Delta}_F \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} F_{外力} \end{Bmatrix}$$

于是:

$$\begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\Delta}_F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_F \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{FR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{外力} \end{Bmatrix}$$

把 $\begin{Bmatrix} \Delta_{FR} \end{Bmatrix}$ 定义为作用在自由节点上的外力所产生的无约束自由度挠度,

$\begin{Bmatrix} \Delta_{LF} \end{Bmatrix}$ 定义为接地点运动 $\begin{Bmatrix} \Delta_R \end{Bmatrix}$ 所产生的无约束自由度挠度。

于是:

$$\begin{Bmatrix} \Delta_F \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta_{FR} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{FF} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_{FR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_R \end{Bmatrix}$$

把该式代入以上方程得到:

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\Delta}_{FR} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{FF} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_{FR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\Delta}_R \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} K_{FF} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_{FR} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{FF} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_{FR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_R \end{Bmatrix} \\ & + \begin{bmatrix} K_{FR} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta_R \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} F_{外力} \end{Bmatrix} \end{aligned}$$

因为固定边界无约束点的运动可用振型表示:

$$\begin{Bmatrix} \Delta_{FR} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi \end{Bmatrix};$$

$$\begin{Bmatrix} \Delta_R \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{SORT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{\text{运载器}} \end{bmatrix} \begin{matrix} | \text{发动机} \\ | \text{流率} \\ | \text{位移} \end{matrix} \begin{Bmatrix} \xi_{\text{运载器}} \\ \text{流率} \\ \text{位移} \end{Bmatrix}$$

式中 $\begin{bmatrix} \text{SORT} \end{bmatrix}$ 是仅从运载器自由度去掉支承点自由度而得到的一个矩阵。

因为:

$$\begin{bmatrix} \phi_F \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_F \end{bmatrix} = \text{广义质量} \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \phi_F \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} K_{FF} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_F \end{bmatrix} = \text{广义刚度} \begin{bmatrix} K \end{bmatrix}$$

和

$$\begin{bmatrix} \omega_F^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K \end{bmatrix}$$

所以以上方程变成:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{\xi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_F^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_F \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} F_{\text{外力}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_F \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{FF} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_{FR} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{SORT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{\text{运载器}} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{发动机} \\ \text{流 率} \\ \text{位 移} \end{array} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_{\text{运载器}} \\ \xi_{\text{流体}} \\ \xi_{\text{自由度}} \end{Bmatrix}$$

定义:

$$\begin{Bmatrix} F_{\text{外力}} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{\text{贮箱压力}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_{\text{运载器}} \end{Bmatrix}$$

和

$$\begin{bmatrix} R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_F \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{FF} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} K_{FR} \end{bmatrix} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{SORT} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_{\text{运载器}} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{array}{l} \text{发动机} \\ \text{流 率} \\ \text{位 移} \end{array}$$

具有模态阻尼的线性运动方程:

$$\begin{Bmatrix} \ddot{\xi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 2\zeta\omega_F \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\xi} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_F^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} M \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \phi_F \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \phi_{\text{贮箱压力}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \xi_{\text{运载器}} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} R \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\xi}_{\text{运载器}} \\ \text{流体位移二阶导数} \\ \text{自 由 度} \end{Bmatrix}$$

还有, 在运载器反作用点上的力 F_{LR} ;

$$\begin{aligned} \{ F_{LR} \} &= [K_{RF}] \{ \Delta_{FR} \} + \left([K_{LRR}] - [K_{RF}] \right) \\ &\quad [K_{FF}]^{-1} [K_{FR}] \{ \Delta_R \} - \{ F_{外力} \} \end{aligned}$$

定义:

$$\{ F_{LR} \} = [K_{RF}] \left[\phi_F \{ \xi \} + [\bar{K}_{RR}] \right] \{ SORT \}.$$

$$[T] \left[\begin{array}{c} \phi_{\text{运载器}} \\ \text{发动机} \\ \text{流率} \\ \text{自由度} \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} \xi_{\text{运载器}} \\ \text{流率} \\ \text{自由度} \end{array} \right\} - [\phi_{\text{贮箱压力}}] \{ \xi_{\text{运载器}} \}$$

于是, 推进剂输送系统与运载器的耦合方程推导完毕。

冯振兴译

黄怀德校

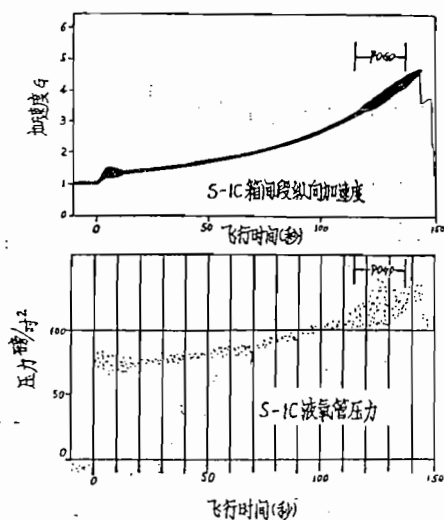


图1 典型的AS-502飞行数据

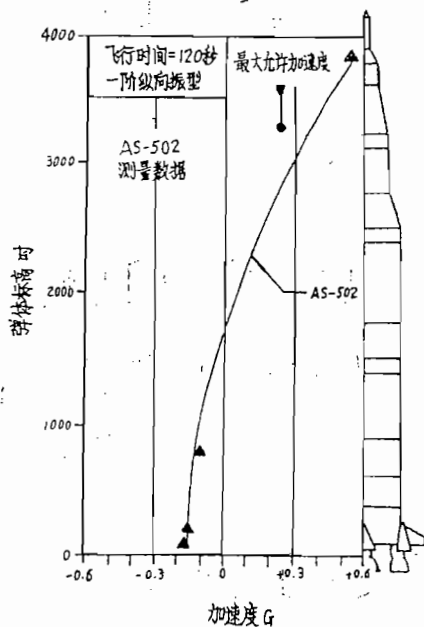


图2 AS-502最大纵向加速度

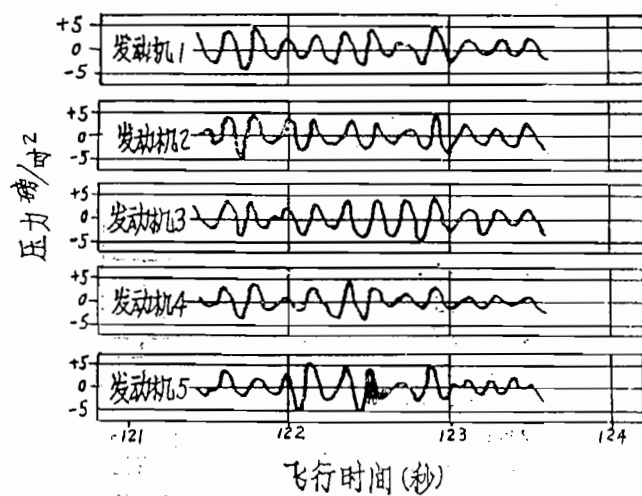


图3 AS-502发动机燃烧室压力
(1—9 CPS滤波)

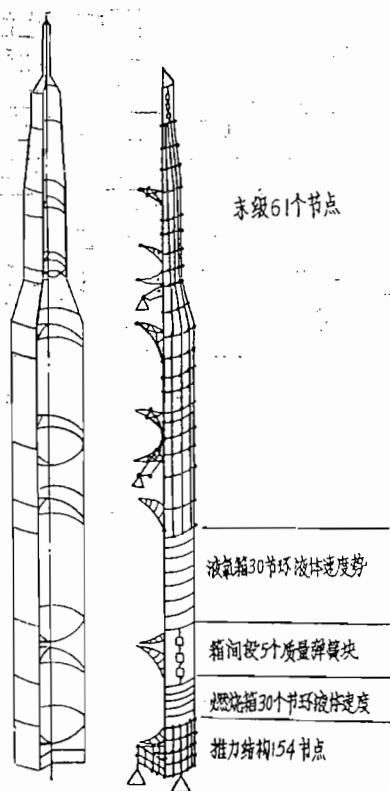


图4 土星V结构数学模型图

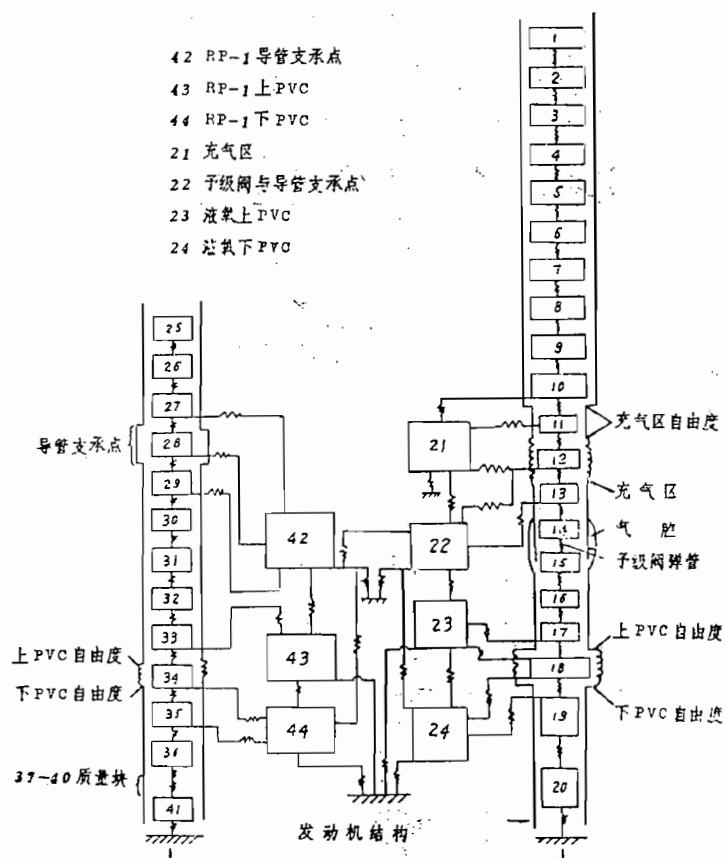


图5 推进剂管路数学模型图

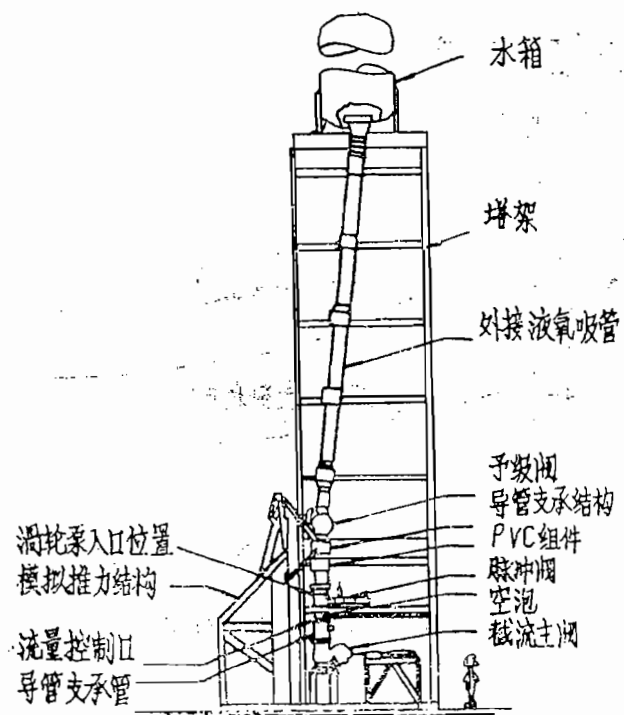


图 6 水塔实验布局

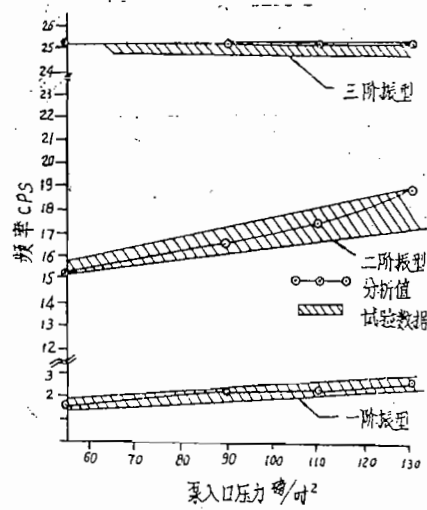


图 7 典型的水塔实验数据
(液氧管路频率~泵入口压力)

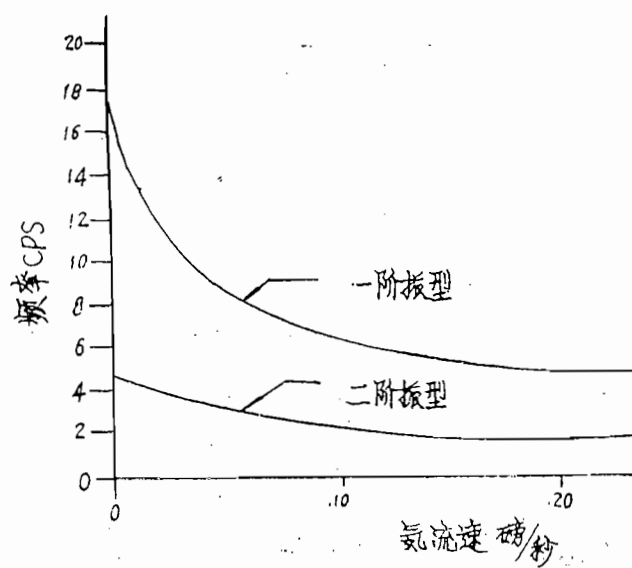


图8 氮流率对液氧管频率的影响

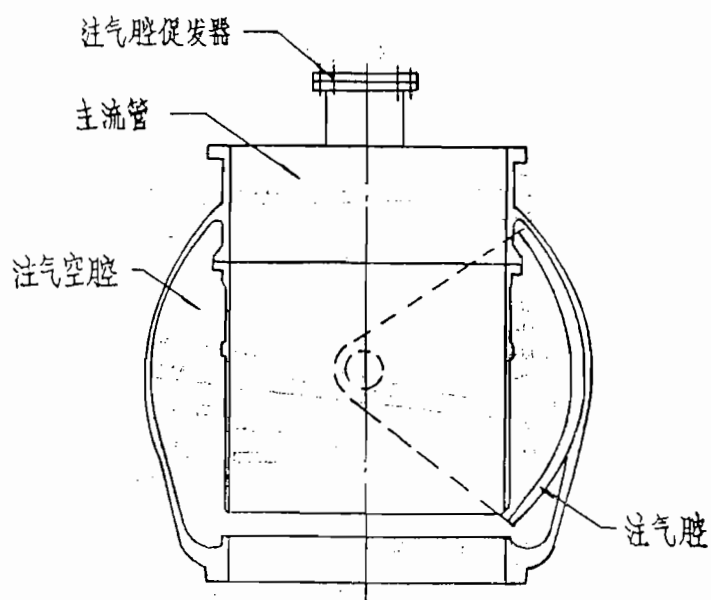


图9 液氧前置阀草图

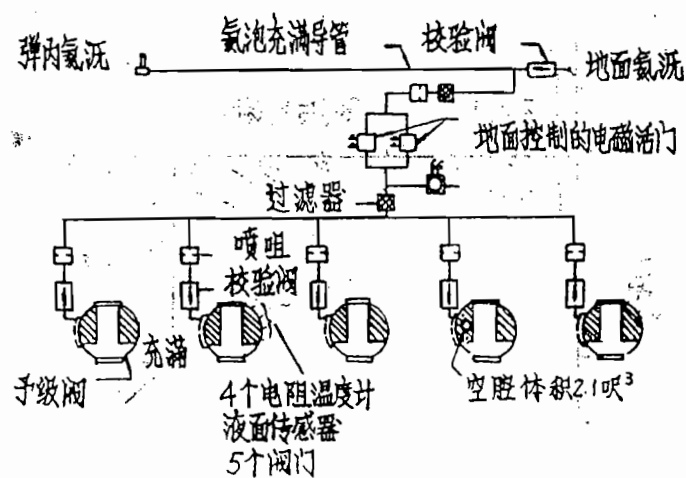


图10 前置阀蓄压器抑制系统草图

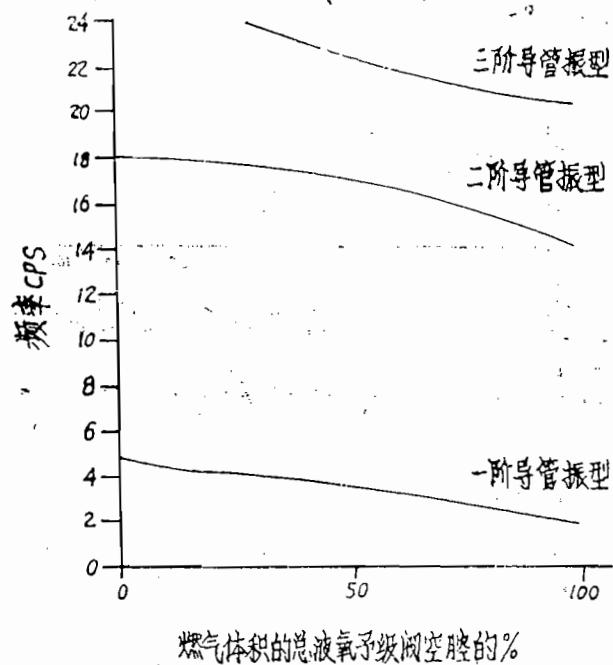


图11 蓄压器气量对液氧管频率的影响

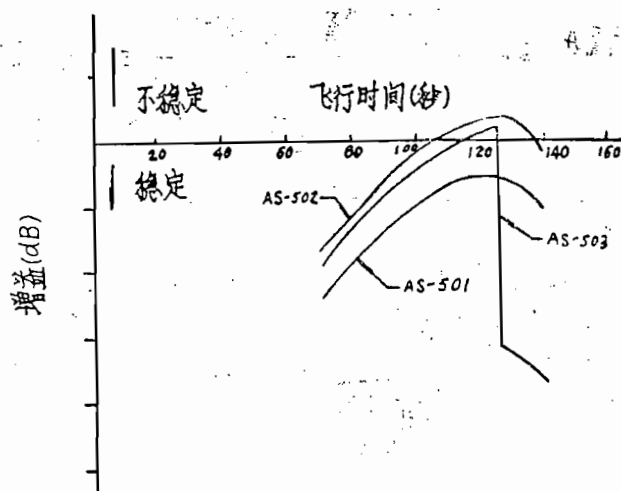


图12 土星V运载器不带POGO
抑制装置的稳定度增益

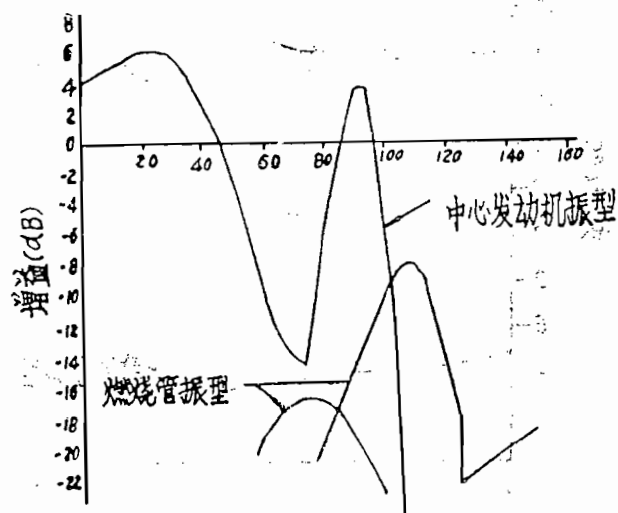


图13 携带5个管路蓄压器抑制装置的
AS-503飞行稳定度增益

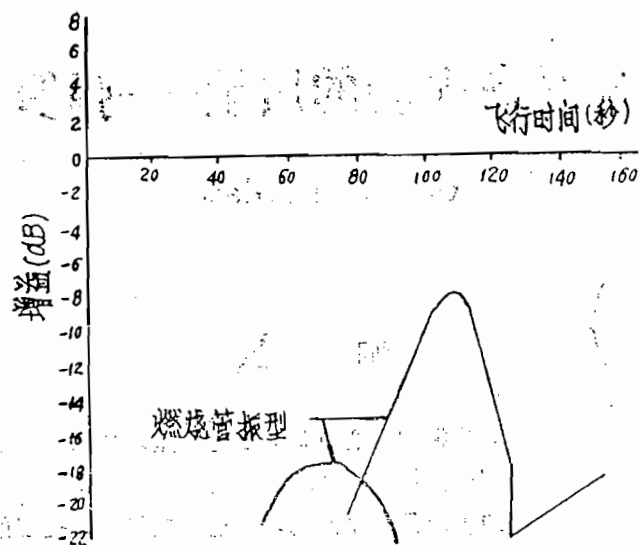


图14 AS-503带4个管路蓄压器
抑制装置的稳定度增益

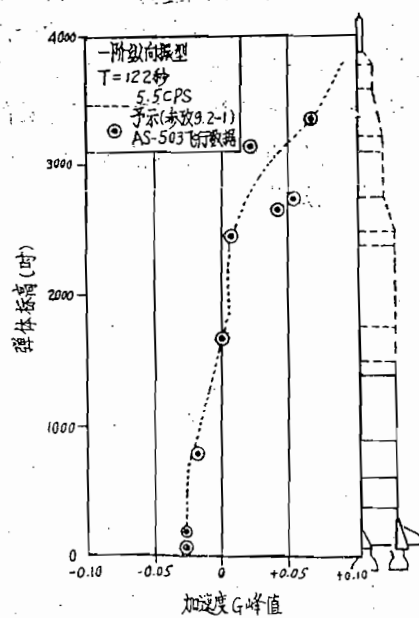


图15 AS-503最大纵向加速度

飞行器纵向振动的质量——弹簧模型*

Rudolf F. Glaser

摘 要

为了确定飞行器纵向轴对称振型，必须建立简化模型。作为第一步，飞行器能够理想化为一个带约束的质量、螺旋弹簧和充满液体的容器，但是，用弹性容器壁支撑逼真液体推进剂的质量—弹簧的表示是一个问题。在这篇报告里，提出的格辽金（Gal-arkin）法应用到上述的简化系统的运动方程中，其中用坐标函数作为容器—液体振型的法化因子。这与里兹（Ritz）法是相同的，而且在几个方面，格辽金法是较方便的。首先，采用的模型是基于能量法则。然而，用的容器—液体振型正确反映了容器—液体系统的惯性和结构的主要特性。在分块参数系统中，坐标函数的特殊法化可直接转换容器—液体系统，这系统的自由度等于所用坐标函数的数目。在这篇报告里，假设容器为刚性平底圆柱薄膜。为了简单起见，只用一个或两个固体质量和弹簧，及一个充满液体的容器作为飞行器组合部分的典型例子。如果考虑一次近似，得到的模型能够理解为一个实际的弹簧—质量模型。因为等效质量随着振型数的增加而很快的衰减，限于一次近似就不会损失精度。提供的分析结果与试验作比较，一致性是满意的。这种方法在寻求特征值问题中避免了应用大矩阵。

一、引 言

飞行器的POGO振动是特别重要的。POGO振动是由于轴对称纵向振动振型与推进剂系统之间一个闭回路相互作用的结果。因此，POGO问题已引起了精确确定飞行器纵向轴对称振型和频率的兴趣。但是，在计算振型和频率之前必须知道各部分的弹性和惯性特性。因为飞行器的复杂性，在要求的振型的计算中必须确定合适的简化质量和刚度模型。通常只是少数几个基本振型是主要的。这样，结构的简化只要考虑重要的动力特性。一般地，液体推进剂用固体质量表示是不严格的，从经验知道，固体质量能够按飞行器轴上的点划分成块，其结构的弹性能够用质量点之间的螺旋弹簧理想化，在这个方法

* 译自NASA TND—5371

中, 固体结构是用约束的弹簧和质量来简化, 但在弹性容器内部的液体质量必须是不同的处理。在整个飞行过程中的许多时候, 占有整个飞行器质量的一个高百分数的液体推进剂质量与飞行器固体质量和弹簧耦合, 可以得到整个飞行器的基本振型, 这样, 正确反映弹性容器内部液体的特性是非常重要的。然而, 这里不直接采用分块的固体质量和弹簧来替换液体, 液体和弹性容器壁之间相互作用的问题——也称为液体弹性问题, 是用流体动力学和弹性力学法则得到的, 它的分析式子表示为一个边界值问题。为了确定适当的表达式和清楚理解液体—容器相互作用, 这个问题必须解决。

仍然直观推测: 用弹性壁支撑的液体质量类似于飞行器固体结构耦合了的弹簧—质量系统。这样, 可以理解工程师们喜欢用一个简单的弹簧—质量系统来模拟弹性贮箱内液体的动力学作用。用这类模型已很长时间了, 其中一些在文献〔1~5〕中叙述过。这些模型基于以下假设:

1. 等效振动的固体质量等于, 或者能大于总的液体质量。
2. 忽略由容器加速度运动所产生的贮箱内的液体速度场。
3. 忽略容器壁的弯曲应力和惯性。

在附录A中给出了这些模型的简短描述, 并与试验结果作比较, 表明了它的可用性。

基于正交各向异性壳理论, Archer^[6]和Rubin^[7]给出了另一种类型的近似。利用有限元技术, 把结构分为壳元素(轴对称)、流体元素和弹簧—质量元素, 建立整个飞行器的刚度和质量矩阵, 而整个飞行器的刚度和质量矩阵是用单个元素的刚度和质量矩阵叠加得到的, 对这些单个元素可用瑞雷—里兹(Rayleigh—Ritz)法近似计算求得。

这篇报告是基于弹簧—质量模型对飞行器作模态分析, 但是提出的这个方法与开始所说的方法是很不同的。分析及模型是立足于简化飞行器的运动方程, 而被简化的飞行器是由受约束的质量、弹簧和充液容器组成的。格辽金法的应用把这些方程简化为有限个常微分方程系统, 再把这些方程理解为一个分块参数系统的运动方程, 这样, 可适当地选用坐标函数, 这些在下节作简单说明。

运动方程包含有限个常微分方程(描述固体质量—弹簧系统的运动)和充液容器得到的偏微分方程, 后者代表无限个自由度的分布系统。为了用常微分方程代替偏微分方程, 格辽金法的技巧在于应用了以部分充液容器的振动振型作为坐标函数。这样做, 对每个容器得到有限个耦合的常微分方程, 经过归总, 可得到整个飞行器的运动方程。这些方程能写成为刚度和质量矩阵的矩阵形式。这样, 自由振动的问题就简化为矩阵特征值问题了。

在以下部分表明: 只要用特殊因子法化坐标函数, 容器—液体方程就可考虑为分块质量系统的运动方程。假如是这种情况, 格辽金法将容器—液体系统直接转换为等效的质量块系统, 该系统的质量个数(自由度)相等于选择的坐标函数的个数。这样, 引出了固体结构的质量与代表液体的那些质量之间的关系。

另一方面,由于用容器—液体振型作为坐标函数,格辽金法也是方便的。在这种情况下,与里兹法相同的格辽金法保证严格的遵守能量法则,而所用的振型能够取得容器—液体系统的重要的结构特性和惯性特性的精确表达。那么,整个飞行器是用分块参数模型表示的,其中作了一些假定,但并没有违反流体动力学和弹性力学法则。

这样,通过模型的研究,振动问题得到了了解。首先,认识到在一般情况下得到的模型并不能表示一个实际的弹簧—质量模型。在这方法中,如果要作说明的话,那就是出现负的“弹簧常数”的问题,如果考虑一次近似,容器—液体模型代表了与开始提到的模型一致的实际的弹簧—质量系统,虽然质量总数和弹簧常数是不同的,而就其质量和弹簧的排列却是相关的。在这个方法中,整个飞行器是用分块弹簧—质量模型表示的,如下所示限于一次近似的精度不会损失。应该强调一下,为了采用提出的近似,容器—液体振型必须是已知的,这点对近似是不利的,但是,一般地,如果不能够处理它的单个元素的振动问题,那么就不能期望处理复杂结构的振动问题。

为了得到上述的模型形式,用特殊的法化因子的坐标函数是必要的,这种处理是基于“力学相似”的著名原理。从振动振型出发,单自由度的简单力学系统能够得到相同振型形式的响应,且具有相同的能量和产生相同的作用力。在Graham、Rodriguez^[8]和Schmitt^[9,10]方法中,这种原理被应用到刚体容器内液体的横向晃动。由于晃动的特性,其势能意味着液面高度变化,其结果相似于一个单摆。Pozhalotin^[11]基于部分充液的弹性容器纵向振动,也对这原理作了讨论。在所有的情况中,均考虑了强迫振动,从而导出相似的力学系统。

这样一来,必须研究单个的容器—液体振型。从上面讲的能够推断出:任何轴对称振动的振型等效于一个被支持在容器底上的单弹簧—质量系统。质量和弹簧常数是按如下要求确定的:任何时候,弹簧—质量系统的动能和势能相等按特定振型振动的容器—液体系统的动能和势能。另外,在容器底部得到的液体压力和用力学弹簧系统作用在这里的力相等,因此,所用的特定振型必须标准化,使它与容器的几何形状和液体高度相对应。在下一节中得到了一个与刚性底、部分充液的圆柱薄膜等效的单弹簧—质量系统的振型。容易证实上述所有的“模态质量”的总和比液体的总质量小,而且可看到随着振型数目的增加,模态质量很快衰减。

用这些法化振型作为坐标函数,可以使用格辽金法。因为模态质量很快衰减,所以为得到容器—液体系统的模型仅需增加少量的自由度。在这方法中,避免使用大矩阵来解特征值问题。在第三节中,得到了由固体质量、弹簧和部分充液的圆柱薄膜组成的飞行器的各典型部分的运动方程。在下一节中,格辽金法应用于这样两种情况:顶部带有质量的部分充液圆柱薄膜;被支撑在单弹簧—质量系统上部分充液圆柱薄膜。对这两种特殊情况作了数字解,并与西南研究院(Southwest Research Institute, San Antonio, Texas, Under Contracts NAS 8—11045 and NAS 8—20329)所做的试验结果作了比较,如同在后面两节中看到的,一致性是满意的。这些特殊情况的解提供了用任意约束的固体弹簧、质量和充液圆柱薄膜这样的弹簧—质量模型的可能性。

二、符 号

符号	定 义
$\left. \begin{matrix} A_j(t) \\ a_j(t) \end{matrix} \right\}$	第j阶模态质量位移
c_j	用方程 (17) 确定的第j阶无量纲模态因子
D	用 (30) 方程确定的薄壳刚度
E	杨氏弹性模数
E_{eff}	加强环薄壳的有效杨氏弹性模数
f	频率
f_1, f_2, f_3	频率
g	重力加速度
h	液体高度
$I_0(x)$	0阶修正贝塞尔函数
$I_1(x)$	一阶修正贝塞尔函数
i	$= 1, 2, 3, \dots$
j	$= 1, 2, 3, \dots$
$K_i,$	$i=1,2$ 弹簧常数
$\left. \begin{matrix} K^{(i)} \\ \overline{K}^{(i)} \end{matrix} \right\}$	由方程 (43) 确定的弹簧常数
K_{ii}	
k_j	由方程 (21) 确定的第j阶弹簧常数
k_0	由方程 (32) 确定的弹簧常数
l	圆柱薄壳的长度
$M_i,$	$j=1,2$ 固体质量
M	由方程 (46) 确定的质量
m_j	由方程 (20) 确定的第j阶模态质量
m_T	总液体质量
N_θ, N_z	圆柱壁的薄壳力
n	指数
$p(r, z, t)$	液体压力
$p_j(r, z, t)$	由第j阶振动振型引起的液体压力
R	圆筒的半径
r	圆柱体的坐标

t	时间
$u(z, t)$	轴向薄壳位移
W	重量
W_1, W_2, W_3	在附录B中确定的伍德 (Wood) 模型的三种不同情况
$w(z, t)$	径向薄壳位移
$w_j(z, t)$	由第 j 阶振动振型引起的径向薄壳位移
$\overline{w}_j(z)$	第 j 阶振型的径向薄壳位移, 无量纲
$x_i = x_i(t), \quad i = 1, 2$	固体质量 $M_i, i = 1, 2$ 的位移
Z	圆柱体的坐标 (容器固定)
$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & i \neq j \\ 1 & i = j \end{cases}$	(Kronecker符号)
δ	薄壳厚度
θ	圆柱坐标
κ_j	由方程 (25) 确定
κ^*	由方程 (42) 确定的量
λ	由方程 (47) 确定的参数
λ_j	由方程 (7) 确定的量
ν	柏松比
ξ	贝赛尔函数的自变量
ρ	液体质量密度
$\phi(r, z, t)$	液体的速度势
$\phi_j(r, z, t)$	第 j 阶振动振型的速度势
$\overline{\phi}(r, z)$	
ω_j	由方程 (11) 确定的第 j 阶振动振型的圆频率
ω_0	由方程 (46) 确定的圆频率

三、振动振型的等效单弹簧—质量模型

考虑具有平刚性底、部分充液圆柱薄膜的轴对称自由振动。圆柱坐标系 r, θ, z 作为系统的参考坐标系 (如图 1a), 作如下假设:

1. 忽略容器壁惯性;
2. 在顶部, 薄膜是自由的;
3. 液体是理想的和无旋的;

4. 忽略液面波动引起的压力。

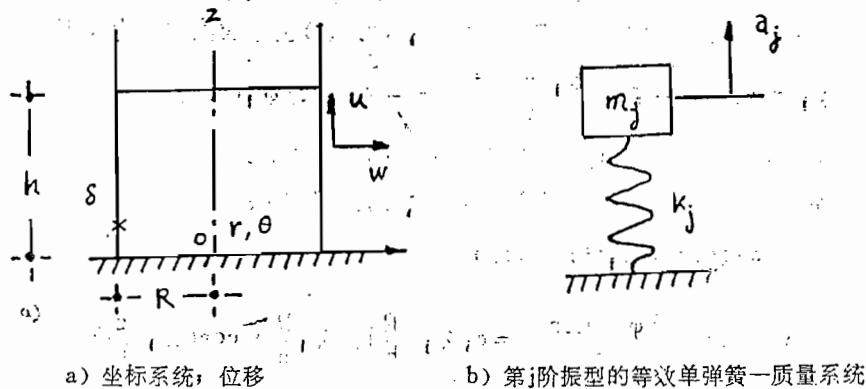


图1 部分充液的圆柱体薄膜

由假设 1 和 2, 薄膜^{〔13〕-〔15〕}的运动方程如下:

$$\frac{E \delta}{R^2} w(z, t) = p(R, z, t) \quad (1)$$

从假设 3, 贮箱内部液体的速度可以从速度势 $\phi(r, z, t)$ 得到, 速度势是拉普拉斯方程的解:

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \begin{matrix} 0 \leq r \leq R \\ 0 \leq z \leq h \end{matrix} \quad (2)$$

那么, 用速度势表示的液体压力为:

$$p(r, z, t) = -\rho \frac{\partial \phi(r, z, t)}{\partial t} \quad (3)$$

边界条件是:

$$z = 0, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad (4)$$

$$r = R, \quad \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial w}{\partial t} \quad (5)$$

$$z = h, \quad \phi = 0 \quad (6)$$

由假设 4 和方程 (3) 得条件 (6)。

如同文献〔14, 15〕所得的, 方程 (2) 和边界条件 (4) 到 (6) 表示为具有如下解的边界值问题:

$$\left. \begin{aligned} \phi_1(r, z, t) &= a_1(t) \cdot \bar{\phi}_1(r, z) \\ \bar{\phi}_1(r, z) &= c_1 R I_0\left(\lambda, \frac{r}{R}\right) \cos\left(\lambda_1, \frac{z}{h}\right) \\ \lambda_1 &= \frac{(2j-1)\pi}{2}, \quad j=1, 2, 3, \dots \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

用替换法证明量 $a_j(t)$ 具有速度因次,它是由初始条件确定的。无因次常数 c_j 将在下面确定。按照方程(3)和(7),由 $\phi_j(r,z,t)$ 引起的液体压力如下:

$$p_j(r,z,t) = -\rho \frac{\partial \phi_j(r,z,t)}{\partial t} = -\rho \dot{a}_j(t) \bar{\phi}_j(r,z) \quad (8)$$

能够容易地得到满足边界条件(4)和(6)的解(7)。

由边界条件(5)和方程(7),薄膜径向位移如下:

$$w_j(z,t) = a_j(t) \bar{w}_j(z) \\ \bar{w}_j(z) = \frac{\partial \bar{\phi}_j(R,z)}{\partial r} = c_j \lambda_j \frac{R}{h} I_1\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right) \cos\left(\lambda_j \frac{z}{h}\right) \quad (9)$$

$$j = 1, 2, 3, \dots$$

把方程(7),(8),(9)代入方程(1),得到:

$$\rho \bar{\phi}_j(R,z) \ddot{a}_j + \frac{E\delta}{R^2} \bar{w}_j(z) a_j = 0 \quad (10)$$

或

$$\frac{\ddot{a}_j}{a_j} = -\omega_j^2 = \frac{E\delta}{R^3 \rho} \cdot \frac{\lambda_j \frac{R}{h} I_1\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right)}{I_0\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right)} \quad (11)$$

方程(7),(9)和(11)表示了具有平的刚性底、部分充液圆柱薄膜自由振动的第 j 阶特征值问题的解。因为它是齐次的,其解只需确定如同方程(7)和(9)中所表示的常数因子 c_j 。如引言中说明的,第 j 阶振动振型是等效于支持在容器底上的单自由度弹簧—质量系统,在任何时候,它具有相同的动能、势能和作用在底上的作用力。从后面的三个条件里可知质量—弹簧系统的质量总数和弹簧常数、模态因子 c_j 就能确定。

其次,在振动的第 j 阶振型中考虑了充液薄膜的能量守恒定律。用 $\partial w_j(z,t)/\partial t$ (由方程(9)给出)乘以方程(10),在浸湿液体壳壁上和在一定的时间间隔上积分给出:

$$\frac{2R\pi}{2} \rho \int_0^h \bar{\phi}_j(R,z) \bar{w}_j(z) dz \dot{a}_j + \frac{2R\pi}{2} \frac{E\delta}{R^2} \int_0^h [\bar{w}_j(z)]^2 dz a_j^2 \\ = \text{常数} \quad (12)$$

方程(12)代表了第 j 阶振型的壳—液体系统的能量守恒定律,可以假设是具有质量

$$m_j = 2R\pi\rho \int_0^h \bar{\phi}_j(R,z) \bar{w}_j(z) dz = c_j^2 \lambda_j \frac{R}{h} I_0\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right) I_1\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right) m_T \\ \text{和弹簧常数} \quad (13)$$

$$k_j = 2R\pi \frac{E\delta}{R^2} \int_0^h [\bar{w}_j(z)]^2 dz = \frac{1}{2} \left[c_j \lambda_j I_1\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right) \right]^2 \frac{2R\pi E\delta}{h} \quad (14)$$

的单自由度弹簧—质量系统的能量定律。那么，从方程 (12) 到 (14)，单自由度弹簧—质量系统 (图 1b) 的运动方程为：

$$m_j \ddot{a}_j + k_j a_j = 0 \quad (15)$$

因为它假设这个系统的弹簧支持在容器底上，并且弹簧力等于由液体产生的作用力，因此：

$$-k_j a_j = 2\pi \int_0^R p_j(r, 0, t) r dr$$

或，在考虑方程 (7)，(8)，和 (15) (文献 [16] 的 p. 484) 之下：

$$m_j = -2\pi \rho \int_0^R \overline{\phi}_j(r, 0) r dr = -c_j \frac{2}{\lambda_j} I_1\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right) m_T \quad (16)$$

因此，从方程 (13) 和 (16) 得到：

$$c_j = -\frac{2}{\lambda_j} \frac{1}{\lambda_j \frac{R}{h} I_0\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right)} \quad (17)$$

现在，方程 (7)，(9)，(13)，(14) 和 (17) 归纳为：

$$\overline{\phi}_j = -\frac{2h}{\lambda_j^2} \frac{I_0\left(\lambda_j \frac{r}{h}\right)}{I_0\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right)} \cos\left(\lambda_j \frac{z}{h}\right) \quad (18)$$

$$\overline{w}_j = -\frac{2}{\lambda_j} \frac{I_1\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right)}{I_0\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right)} \cos\left(\lambda_j \frac{z}{h}\right) \quad (19)$$

$$m_j = \frac{4}{\lambda_j^2} \frac{I_1\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right)}{\lambda_j \frac{R}{h} I_0\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right)} m_T \quad (20)$$

$$k_j = 2 \left[\frac{I_1\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right)}{\lambda_j \frac{R}{h} I_0\left(\lambda_j \frac{R}{h}\right)} \right]^2 \frac{2R\pi E \delta}{h} \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (21)$$

方程 (15)，(20) 和 (21) 完全确定了第 j 阶振型的等效弹簧—质量系统。从方程 (20) 和 (21) 也可得到如方程 (11) 所给出的圆频率。

为了确定弹簧—质量模型的数值，必须计算函数：

$$\frac{I_1(x)}{I_0(x)}, \quad 0 \leq x \leq \infty \quad (22)$$

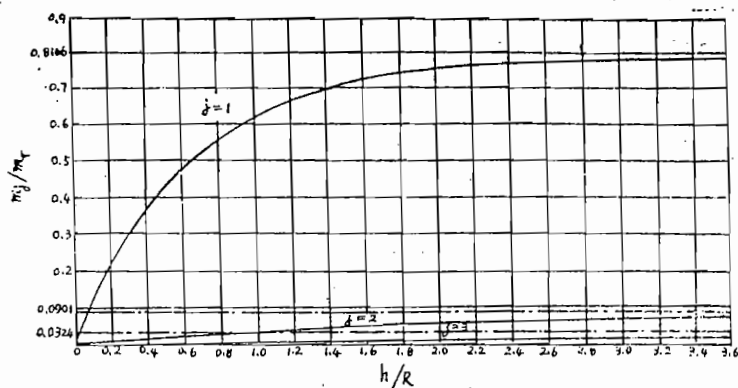


图2. 模态质量比 m_j/m_T 与 h/R 关系

为了这个目的,如附录A中所表示的,可用连续的分数和渐近展开式。

图2是模态质量比(20):

$$\frac{m_j}{m_T}, \quad j = 1, 2, 3$$

随 h/R 变化的曲线。曲线表明了第一个质量 m_1 的重要和高阶模态质量很快衰减。

从方程(A-1)引出:

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{I_1(\lambda, \frac{R}{h})}{\lambda, \frac{R}{h} I_0(\lambda, \frac{R}{h})} = \frac{1}{2} \quad (23)$$

这样,极限值 $1/2$ 也是最大值,因此,从方程(20)能得到:

$$\lim \sup \frac{m_j}{m_T} = \frac{8}{(2j-1)^2 \pi^2}$$

从而:

$$\lim \sup \frac{m_1}{m_T} = 0.8106$$

$$\lim \sup \frac{m_2}{m_T} = 0.0901$$

$$\lim \sup \frac{m_3}{m_T} = 0.0324$$

上述这些值也在图2中再一次证明单个模态质量的重要程度。

现在可以讲到最感兴趣的问题了。第 j 阶模态质量的总数由方程(20)给出,从这个方程和方程(7)中的第三式可得到所有模态质量总和为:

$$\sum_{j=1}^{\infty} m_j = \frac{16}{\pi^2} m_T \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(2j-1)^2} \frac{I_1(\lambda_j \frac{R}{h})}{\lambda_j \frac{R}{h} I_0(\lambda_j \frac{R}{h})} \quad (24)$$

现在的问题是在于如何选择

$$\sum_{j=1}^{\infty} m_j \geq m_T$$

从方程 (23) 和 (24) 得 (文献 [1], p808)

$$\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{1}{m_T} \sum_{j=1}^{\infty} m_j = \frac{8}{\pi^2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{(2j-1)^2} = 1$$

因为 $1/2$ 代表方程 (23) 中函数的最大值, 那么, 上式无论如何也不能达到, 所以其结果是:

$$\sum_{j=1}^{\infty} m_j < m_T$$

为后面的使用, 注意如下积分式:

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{R} \int_0^h \bar{w}_j(z) dz &= (-1)^j \kappa_j \\ \kappa_j &= \frac{2}{\lambda_j} \frac{I_1(\lambda_j \frac{R}{h})}{\lambda_j \frac{R}{h} I_0(\lambda_j \frac{R}{h})} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

$$2 R \pi \rho \int_0^h (h-z) \bar{w}_j(z) dz = -m_j \quad (26)$$

这里 $\bar{w}(z)$ 和 m_j 是由方程 (19) 和 (20) 给出的。

四、飞行器的典型组合部分的运动方程

图 3 表示由两个固体质量、弹簧和部分充液的圆柱壳组成的一个飞行器的组合部件。

为了得到运动方程, 系统划分为如下子系统, 而每一个子系统的动力学平衡方程可容易地建立起来。这样做, 可用两个正交轴的简化壳体处在质量 M_1 、 M_2 之间。飞行器上下部分的平衡条件为:

$$M_1 \ddot{x}_1 + k_1 x_1 - 2 R \pi N_z + 2 \pi \int_0^R p(r, 0, t) r dr = 0 \quad (27)$$

$$M_2 \ddot{x}_2 + K_2 x_2 + 2 R \pi N_z = 0 \quad (28)$$

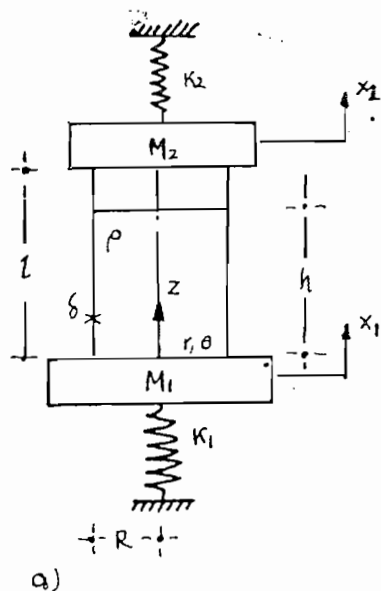
这里 $x_1 = x_1(t)$, $x_2 = x_2(t)$

假如忽略容器壁的惯性 (假设 1), 单位英寸高的环形壳元素的平衡条件为:

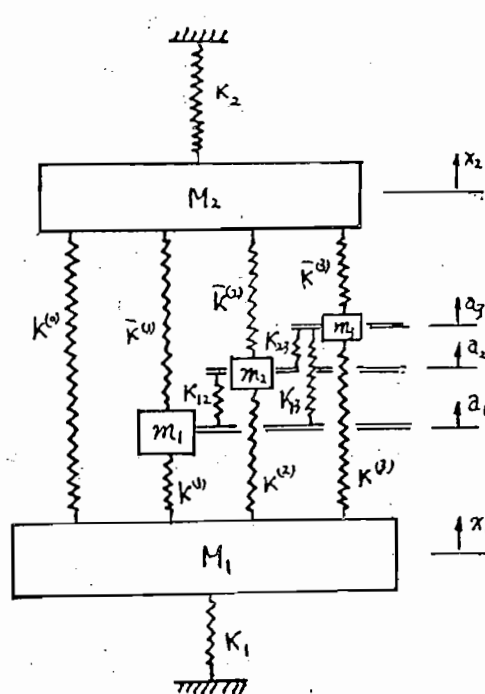
$$N_\theta = \begin{cases} R p(Rz) & 0 \leq z < h \\ 0 & h \leq z \leq 1 \end{cases} \quad (29)$$

薄壳力 N_z , N_θ 能用位移⁽³⁾替换如下:

$$\left. \begin{aligned} N_z &= D \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \nu \frac{w}{R} \right) \\ N_\theta &= D \left(\frac{w}{R} + \nu \frac{\partial u}{\partial z} \right) \\ u &= u(z, t), \quad w = w(z, t); \quad D = \frac{E \delta}{1 - \nu^2} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$



a) 由两个固体质量、两个弹簧和部分充液的圆柱壳组成的飞行器组合部件



b) 等效的分块参数系统

图 3

将方程 (30) 代入方程 (27) 到 (29), 得到包含四个未知量 u 、 w 、 x_1 、 x_2 的三个运动方程。

为减少未知量, 应消去 u 。从方程 (30) 出发, 能按如下形式表示位移:

$$\left. \begin{aligned} E \delta \frac{\partial u}{\partial z} &= N_z - \nu N_\theta \\ E \delta \frac{w}{R} &= N_\theta - \nu N_z \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

考虑方程 (27) 和 (28) 所指出的 N_z 在 $(0, z)$ 范围内不依赖于 z , 并且实际上在 (h, I) 范围内 $N_\theta = 0$, 从方程 (31) 分别在 $(0, I)$ 和 $(0, h)$ 范围内积分得到:

$$E \delta (x_2 - x_1) = I N_z - \nu \int_0^h N_\theta dz$$

$$E \delta \int_0^h \frac{w}{R} dz = -\nu h N_z + \int_0^h N_\theta dz$$

和最后的:

$$\left. \begin{aligned} N_z &= -\frac{k_0}{2 R \pi} (x_2 - x_1 + \nu \int_0^h \frac{w}{R} dz) \\ k_0 &= \frac{2 R \pi E \delta}{I (1 - \frac{\nu^2 h}{I})} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

从方程 (27) 到 (29), (31) (第二个方程) 和 (32), 运动方程 (现在 u 为独立变量) 如下:

$$\left. \begin{aligned} (k_1 + k_0) x_1 - \nu k_0 \int_0^h \frac{w}{R} dz - k_0 x_2 &= -M_1 \ddot{x}_1 - 2 \pi \int_0^R p(r, 0, t) r dr \\ -\nu k_0 x_1 + 2 R \pi E \delta \frac{w}{R} + \nu^2 k_0 \int_0^h \frac{w}{R} dz + \nu k_0 x_2 &= 2 R^2 \pi p(R, z, t) \\ -k_0 x_1 + \nu k_0 \int_0^h \frac{w}{R} dz + (K_2 + k_0) x_2 &= -M_2 \ddot{x}_2 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

这里: $x_1 = x_1(t)$; $x_2 = X_2(t)$; $w = w(z, t)$; $0 \leq z \leq h$

在前节假设 3 和 4 之下, 由速度势 $\phi(r, z, t)$ 支配液体流。按照方程 (3), 压力表示为:

$$p(r, z, t) = -\rho \left[\frac{\partial \phi(r, z, t)}{\partial t} - (h-z) \ddot{x}_1 \right] \quad (34)$$

为了用格辽金法解方程 (33), 用前节的容器—液体振型, 按照方程 (3), (7) 到 (9), 必须假设:

$$\left. \begin{aligned} \phi(r, z, t) &= \sum_{i=1}^n \left[\dot{A}_i(t) - \dot{x}_i(t) \right] \bar{\phi}_i(r, z) \\ w(z, t) &= \sum_{i=1}^n \left[A_i(t) - x_i(t) \right] \bar{w}_i(z) \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

这里 $\bar{\phi}_i(r, z, t)$ 和 $\bar{w}_i(z)$ 是由方程 (18) 和 (19) 给出的, 那么就可运用熟悉的程序进行计算。

格辽金法在应用于方程 (33) 系统之前, 将用两个较简单的系统作为例子。

(1) 图 4 是一个具有部分充液和下端固支, 顶部又有一个质量的圆柱薄壳。

从方程 (33) 的第二和第三式, 取

$$x_1 = 0, \quad K_2 = 0 \quad (36)$$

运动方程式简化为:

$$\left. \begin{aligned} 2 R \pi E \delta \frac{w}{R} + \nu k_0 (x_2 + \nu \int_0^h \frac{w}{R} dz) &= 2 R^2 \pi p(R, z, t) \\ k_0 (x_2 + \nu \int_0^h \frac{w}{R} dz) &= -M_2 \ddot{x}_2 \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

从方程 (34) 和 (36) 可得液体压力为:

$$P(r, z, t) = -\rho \frac{\partial \phi(r, z, t)}{\partial t} \quad (38)$$

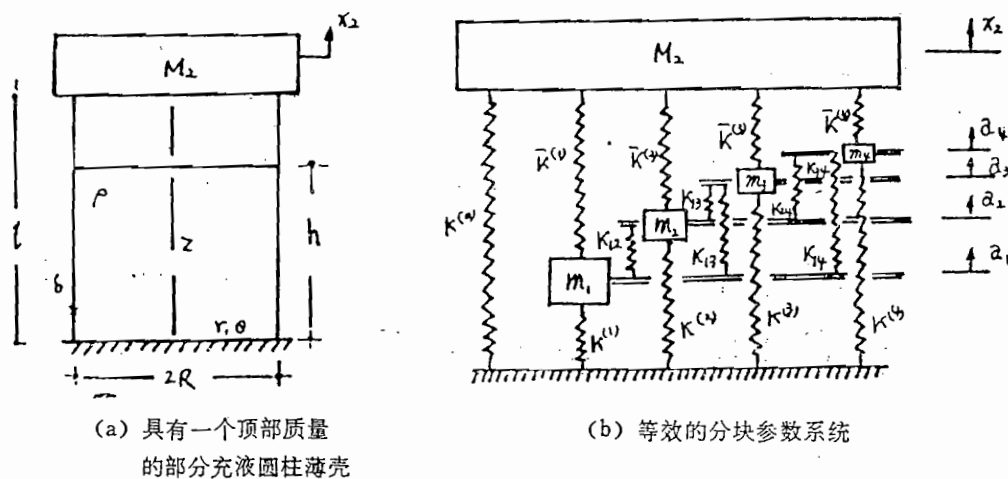
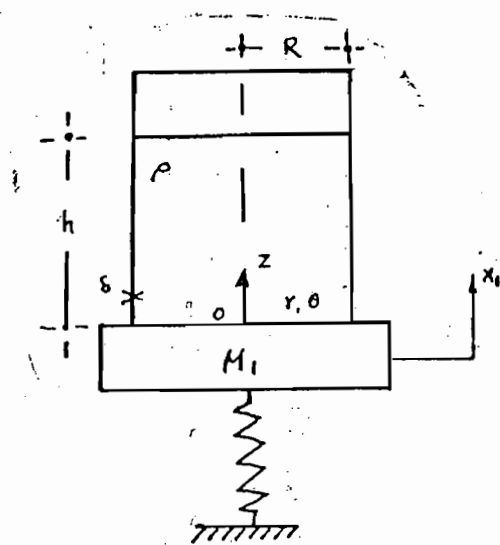


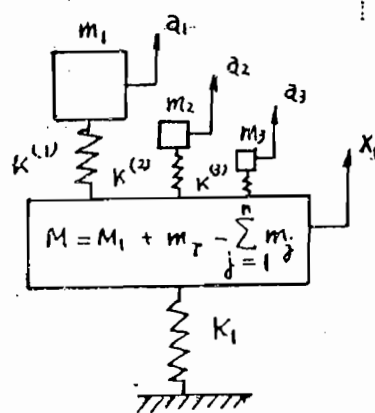
图 4

(2) 图 5 是一个被支撑在单个弹簧质量系统上的部分充液的圆柱薄壳。方程 (33) 的系统中取:

$$\left. \begin{aligned} K_2 &= 0 \\ M_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (39)$$



(a) 支撑在单个弹簧—质量系统上，部分充液的圆柱薄壳



(b) 等效的分块弹簧—质量系统

图 5

则运动方程式为：

$$\left. \begin{aligned} K_1 x_1 &= -M_1 \ddot{x}_1 - 2\pi \int_0^R p(r, 0, t) r dr \\ E \delta \frac{w}{R} &= R p(R, z, t) \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

由方程 (34) 给出液体压力。

方程 (39) 实际上表明：壳的上端是自由的，这样，当系统振动时就没有轴向壳的力作用，因此，方程 (40) 不包含拍松比影响的项。

下面，将具有方程 (18) 和 (19) 的坐标函数的格辽金法用到方程 (33) 中，从而得到常微分方程线性系统并表示各质量点的动力平衡条件，又从图 3 b 所示的，可以得到分块质量—弹簧模型。

方程 (34) 和 (35) 必须代入方程 (33)，并必须求出特殊的积分式，那么，方程 (33) 的第二个方程乘以 $\bar{w}_i(z)$ ($i = 1, 2, \dots, n$)，并在 $(0, h)$ 上积分，这样，方程 (13)，(14)，(16)，(25) 和 (26) 就能够计算了。简化质量矩阵的斜对角的中间计算过程就不表示了，最后得到：

$$\begin{pmatrix} k_0 + k_2 & -v k_{0K1} \cdots (-1)^n v k_{0Kn} & -k_{0K}^* \\ -v k_{0K1} & k_1 + v^2 k_{0K1}^2 \cdots (-1)^{1+n} v^2 k_{0K1} v_n & -(k_1 - v k_{0K}^* \kappa_1) \\ v k_{0K2} & -v^2 k_{0K2K1} \cdots (-1)^{2+n} v^2 k_{0K2} \kappa_n & -(k_2 + v k_{0K}^* \kappa_2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (-1)^n v k_n & (-1)^{n+1} v^2 k_{0KnK1} \cdots k_n + v^2 k_{0Kn}^2 - [k_n - (-1)^n v k_{0K}^* \kappa_n] \\ -k_{0Kn}^* & -(k_1 - v k_{0K}^* \kappa_1) \cdots -(k_n + (-1)^n v k_{0K}^* \kappa_n) K_1 + k_{0K}^{*2} + \sum_{j=1}^n k_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \\ x_1 \end{pmatrix}$$

$$+ \begin{pmatrix} M_2 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & & m_2 & \cdots & 0 \\ & & & \ddots & \\ & & & & m_n \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & M_1 + m_T - \sum_{j=1}^n m_j \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_2 \\ \ddot{A}_1 \\ \ddot{A}_2 \\ \vdots \\ \ddot{A}_n \\ \ddot{x}_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

其中

$$\left. \begin{matrix} m_j \\ k_j \\ \kappa_j \end{matrix} \right\} \quad j = 1, 2, \dots, n$$

及

$$k_0$$

是由方程 (20), (21), (25) 和 (32) 给出的。

而且

$$\kappa^* = 1 + v \sum_{j=1}^n (-1)^j \kappa_j \quad (42)$$

因为方程 (41) 的质量矩阵是对角的, 所以方程的任一个都表示了在方程中出现的特殊质量点的动力平衡条件。刚度矩阵不包含零元素, 因此, 结论是: 所有质量都是用弹簧把一个质量与另一个质量联系起来的。图 3 b 就是一个质量和弹簧作这种安排的弹簧—质量系统。绘在图 3 b 中的无质量的刚性杆代表了用垂直弹簧把所有质量一个挨一个的联接起来, 这个系统的刚度矩阵被确定为:

$$\begin{pmatrix} K_2 + K^{(0)} + \sum_{i=1}^n \bar{K}^{(1)} & -\bar{K}^{(1)} & \cdots & -\bar{K}^{(n)} & -K^{(0)} \\ -\bar{K}^{(1)} & K^{(1)} + K^{(0)} + \sum_{j=2}^n k_{ij} & \cdots & -K_{1n} & -K^{(1)} \\ -\bar{K}^{(2)} & & -K_{21} & \cdots & -K_{2n} & -K^{(2)} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \vdots \\ -\bar{K}^{(n)} & & -K_{n1} & \cdots & K^{(n)} + K^{(0)} + \sum_{j=1}^{n-1} k_{nj} & -K^{(n)} \\ -K^{(0)} & -K^{(1)} & \cdots & -K^{(n)} & K_1 + K^{(0)} + \sum_{i=1}^n K^{(i)} \end{pmatrix}$$

这个矩阵的元素与方程 (41) 的刚度矩阵比较, 可得到一个具有唯一解的线性系统方程:

$$\left. \begin{aligned} \bar{K}^{(i)} &= (-1)^{i-1} \nu k_0 \kappa_j \\ K_{ij} &= K_{ji} = (-1)^{i+j-1} \nu^2 k_0 \kappa_i \kappa_j \quad i \neq j \\ K^{(0)} &= k_0 \kappa^* \\ \bar{K}^{(i)} &= k_j + (-1)^i \nu k_0 \kappa^* \kappa_j \quad i, j = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

从这些方程能够看到, 如果 i 和 $i+j$ 分别是偶数, 那么, 弹簧常数 $\bar{K}^{(i)}$ 和 K_{ij} 是负的, 与这些常数相关的“弹簧”在图 3b 中用虚点表示, 这样, 图 3b 的分块系统只有当 $\nu = 1$ 时才代表一个实际的弹簧-质量系统 (一次项格辽金近似)。因为第一模态质量占主导, 所以在许多情况下, 限于一次近似是够用的了。

如同早已提到的, 基于一次近似导出的质量和弹簧的安排是与伍德 (Wood) 模型相同的 (附录 B), 当然, 等效的液体质量和弹簧常数的估计是各有不同的。

五、具有一个顶部质量的部分充液圆柱壳

用方程 (37) 和 (38) 给出了图 4a 中表示的系统的自由振动, 如同前述情况, 格辽金方法的应用得到了一个运动系统的常微分方程组, 其刚度和质量矩阵为:

$$\begin{pmatrix} k_0 & -\nu k_{0K1} & \cdots & (-1)^n \nu k_{0Kn} \\ -\nu k_{0K1} & k_1 + \nu^2 k_{0K1}^2 & \cdots & (-1)^{1+n} \nu^2 k_{0K1Kn} \\ \nu k_{0K2} & -\nu^2 k_{0K2K1} & \cdots & (-1)^{2+n} \nu^2 k_{0K2Kn} \\ (-1)^n \nu k_{0Kn} & (-1)^{n+1} \nu^2 k_{0KnK1} & \cdots & k_n + \nu^2 k_{0Kn}^2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} M_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_n \end{pmatrix}$$

这个结果也能直接从方程 (36) 和 (41) 得到。等效分块参数系统表示在图 4 b 中。如同图 2 表明的，因为高阶模态质量的急速衰减，它们的耦合影响是小的，这样，如果不要求耦合系统的高阶振型，那么，在许多情况下，仅考虑第一个模态质量，就能得到

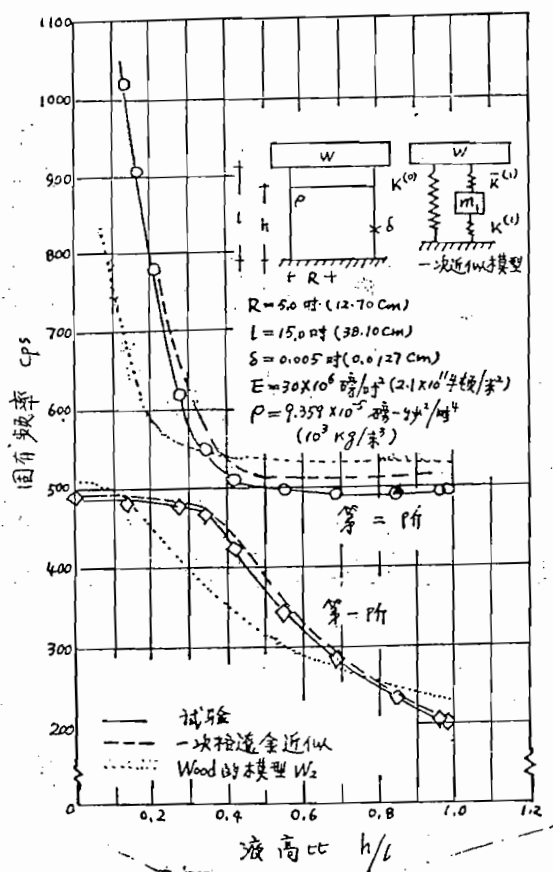


图 6 具有 $W = 11.48$ 磅 (51.066 牛顿) 顶部质量的部分液体贮箱的固有频率

满意的精度，方程 (41) 也就简化为具有二阶频率方程的简化系统：

$$\begin{bmatrix} k_0 & -v k_0 \kappa_1 \\ -v k_0 \kappa_1 & k_1 + v^2 k_0 \kappa_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ a_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_2 & 0 \\ 0 & m_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{a}_1 \end{bmatrix} \quad (44)$$

由方程 (42) 和 (43) 可知，这个模型的弹簧常数为：

$$\left. \begin{aligned} K^{(0)} &= k_0 (1 - v \kappa_1) \\ \bar{K}^{(1)} &= v k_0 \kappa_1 \\ K^{(1)} &= k_1 - v k_0 \kappa_1 + v^2 k_0 \kappa_1^2 \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

这里 k_1 , κ_1 和 k_0 是由方程 (21), (25) 和 (32) 给出的，而方程 (20) 给出 m_1 。

为了证明一次近似的精度，对一个具有三个不同的头部质量 M_2 (重量 W) 的不锈钢容器作了分析和试验结果比较，其结果表示在图 6 到图 8 中，一致性是满意的。

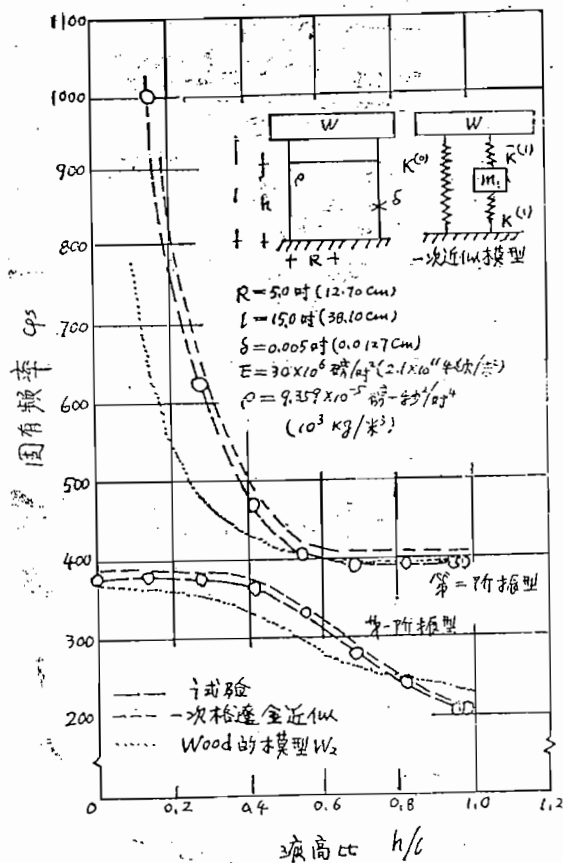


图 7 具有 $W = 22.32$ 磅 (99.284 牛顿) 顶部质量的部分液体贮箱的固有频率

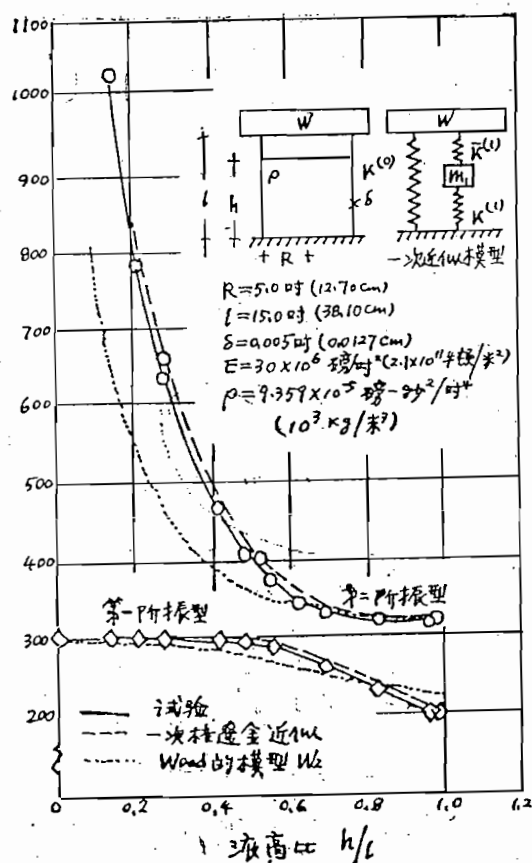


图 8 具有 $W = 34.53$ 磅 (531.597 牛顿) 顶部质量的部分液体贮箱的固有频率

六、支撑在弹簧——质量系统上的部分充液圆柱壳

图 5 a 是由方程 (34) 和 (40) 得到的振动系统, 应用格辽金技术得到线性系统运动的常微分方程, 或者也能直接从方程 (39) 和 (41) 得到。在最后的情况中, 考虑消去所有包含 v 的项。则刚度和质量矩阵如下:

$$\begin{pmatrix}
 k_1 & 0 & \cdots & 0 & -k_1 \\
 0 & k_2 & \cdots & 0 & -k_2 \\
 0 & 0 & \cdots & k_n & -k_n \\
 -k_1 & -k_n & \cdots & -k_n & k_1 + \sum_{j=1}^n k_j
 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} m_1 & & 0 & 0 \\ & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & M_1 + m_T - \sum_{i=1}^n m_i \end{pmatrix}$$

这里 m_j 和 k_j ($j = 1, 2, \dots, n$) 是由方程 (20) 和 (21) 给出的。

因为所有的柏松项为零, 所以 (42) 和 (43) 方程为:

$$\begin{aligned} \overline{K(i)} &= K_{ij} = 0, & i, j &= 1, 2, \dots, n \\ K(i) &= k_j, & j &= 1, 2, 3, \dots, n \end{aligned}$$

在这种情况下, 没有负常数的“弹簧”存在, 因此, 对所有的 n 值, 等效系统是一个实际的弹簧-质量系统, 如图 5 b 所示。

因为刚度矩阵的非零元素的结构较简单, 频率方程能够立刻组成, 当一次和二次近似时, 这些方程是:

$$\begin{aligned} \lambda^2 - \left[\omega_0^2 + \omega_1^2 \left(1 + \frac{m_1}{M} \right) \right] \lambda + \omega_0^2 \omega_1^2 &= 0 \\ \lambda^3 - \left[\omega_0^2 + \omega_1^2 \left(1 + \frac{m_1}{M} \right) + \omega_2^2 \left(1 + \frac{m_2}{M} \right) \right] \lambda^2 \\ + \left[\omega_0^2 \omega_1^2 + \omega_1^2 \omega_2^2 \left(1 + \frac{m_1}{M} + \frac{m_2}{M} \right) + \omega_0^2 \omega_2^2 \right] \lambda - \omega_0^2 \omega_1^2 \omega_2^2 &= 0 \end{aligned}$$

其中:

$$\left. \begin{aligned} \omega_0^2 &= \frac{K_1}{M} \\ M &= M_1 + m_T - \sum_{j=1}^n m_j, \quad n = 1, 2 \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

和

$$\lambda = (2 \pi f)^2 \quad (47)$$

表 1 是对不同液面高、一次和二次近似分析和试验结果。由一次近似得到的第一个频率已经是和二次近似的结果一样。第三个频率的试验值只在最高液面的情况下能够得到, 但是, 从第二模态质量是微小的观点来看, 这个情况并不意外。使用的容器是一个具有刚性底的加强环 (Mylar) 的圆筒, 弹性模数的影响是用参考文献 [12] 中介绍的修正因子来确定的。

七、结 论

飞行器的纵向振动弹簧—质量模型应用格辽金法能够得到。第一步,飞行器能够用它的固体质量和(纵向)弹簧简化成一个带约束的质量、弹簧和充液容器的分块系统,那么,这个飞行器模型的运动方程是一个描述固体质量点运动的常微分方程,及给出容器内部液体运动的偏微分方程耦合组成的,将格辽金法用于具有特殊法化因子的容器—液体振型。

由于格辽金法的应用,将这个系统的方程式简化成分块参数系统的有限自由度的运动方程式。

在这篇报告里,容器是假设为一个具有平的、刚性底的圆柱薄壳,为了简化起见,飞行器是仅由一个或两个固体质量、弹簧和一个充液容器组成的典型组合部件。从分析能够得出如下结论:

(1) 一次近似的分块参数系统能够解释为实际的弹簧—质量系统。因此,容器—液体系统是用一个模态质量和三个螺旋弹簧(图6到8)取代。弹簧常数和模态质量是用方程(20)、(21)、(25)、(32)和(45)给出的。因为等效模态质量很快衰减,所以在一次近似的结果中不考虑精度的损失。这个结论用分析结果与试验作比较(图6到8,和表(1))就能说明了。

(2) 如果采用比一次更高的近似,那么,得到的分块参数系统再不能认为是一个实际的弹簧—质量模型。在这种情况下,取代容器—液体分系统的弹簧—质量系统出现因柏松比影响而引起的负系数的“弹簧”。这些弹簧在图3和4中用虚线表示。弹簧常数和模型质量由方程(20)、(21)、(25)、(32)、(42)和(43)给出。

虽然这篇报告仅处理具有一个平的刚性底的圆柱薄壳,但所介绍的方法能够推广到一般轴对称薄壳,或各种壳容器上。在用此方法时,必须提供已知的容器—液体振型。实际上,许多的贮箱是由长的圆筒部分和球形或椭球形底组成的。在许多动力飞行时间内,假如推进剂质量较大,那么,容器—液体系统将和一个具有平的刚性底的充液圆筒的作用一样。当然,若用一个椭球形或球形底表示液体流动的一个扰动,那么,底的影响必须研究,但是,这仅表示在容器液体系统中许多扰动中的一个。尤其是对加强环和桁条的贮箱的作用和防晃装置的影响也必须研究。仅有加强环的圆筒贮箱,杨氏模数的修正因子已导出^[1],即用一个具有稍大些的杨氏模数的均匀厚度壁的圆柱壳来近似加强环的圆筒贮箱。

表1 一个约束在单弹簧-质量系统上、部分充液加强环
容器的固有频率，一次近似与二次近似的试验值

$l = 11.2$ 吋 (28.45cm)

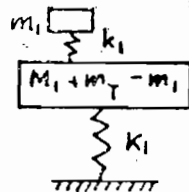
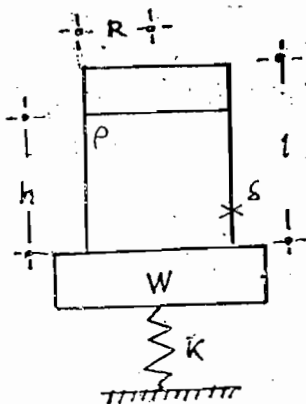
$R = 4.5$ 吋 (11.43cm)

$\rho = 9.359 \times 10^5 \frac{\text{磅秒}^2}{\text{吋}^4} (10^3 \frac{\text{公斤}}{\text{米}^3})$

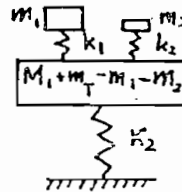
$K = 11.62 \frac{\text{磅}}{\text{吋}} (2.035 \times 10^4 \frac{\text{牛顿}}{\text{米}})$

$W = 4.67$ 磅 (20.773 牛顿)

$E_{\text{eff}} \delta = 5050 \frac{\text{磅}}{\text{吋}} (884390 \frac{\text{牛顿}}{\text{米}})$



一次近似模型



二次近似模型

h	f ₁			f ₂			f ₃		
	一次项	二次项	试验	一次项	二次项	试验	一次项	二次项	试验
11.1	42.5	42.5	43.1	131.8	115.4	116.0		173.9	167.0
10.1	45.6	45.6	46.2	136.6	122.3	122.0		180.7	175.0
9.1	49.2	49.2	49.6	142.1	129.8	129.0		188.7	—
8.1	53.4	53.4	53.9	148.4	138.3	136.0		198.2	194.0
7.1	58.4	58.3	58.7	154.5	147.0	140.0		209.4	—
6.1	64.2	64.2	64.5	164.0	158.4	144.0		224.6	—
5.1	71.2	71.7	71.7	175.0	171.6	164.0		244.6	—
4.1	80.2	80.1	80.5	188.0	186.0	181.0		271.7	—
3.1	91.3	91.2	91.0	206.8	205.9	196.0		312.7	—
2.1	105.6	105.5	104.0	238.3	238.0	213.0		392.0	—
1.1	143.3	124.5	122.0	314.3	313.0			538.0	—

附录

A. $I_1(x)/I_0(x)$ 的数字式计算

在振动振型的等效弹簧—质量模型的一节中，用 $I_1(x)/I_0(x)$ 项表示法化振型和等效质量、弹簧。为了数字计算，应考虑这个函数的可用表达式。

当自变量

$$x < 10,$$

可以提供—个方便的连续分式的表示式。在〔16〕中已给出如下的展开式：

$$\frac{J_1(\xi)}{J_0(\xi)} = \frac{\xi}{2 - \frac{\xi^2}{4} - \frac{\xi^2}{6} - \frac{\xi^2}{8} - \dots}$$

这里， $J_0(\xi)$ 和 $J_1(\xi)$ 是第一类零阶和一阶贝赛尔函数。

以 $\xi^2 = -x^2$

对上述连续分式作变换，则：

$$\frac{I_1(x)}{I_0(x)} = \frac{x}{2 + \frac{x^2}{4} + \frac{x^2}{6} + \frac{x^2}{8} + \dots} \quad (\text{A—1})$$

(见参考文献〔16〕p.375, 9, 6, 3)

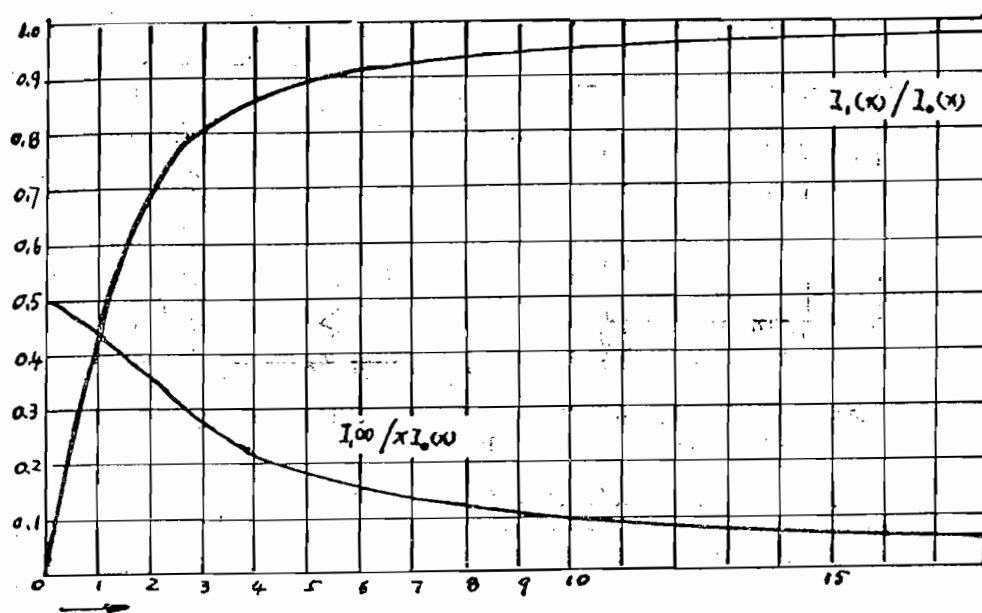
当自变量

$$x \geq 10$$

可以用〔16〕中修正的贝赛尔函数的渐近展开式：

$$\frac{I_1(x)}{I_0(x)} \sim \frac{1 - \frac{4-1}{8x} + \frac{(4-1)(4-9)}{2!(8x)^2} - \frac{(4-1)(4-9)(4-25)}{3!(8x)^3} + \dots}{1 + \frac{1}{8x} + \frac{1.9}{2!(8x)^2} + \frac{1 \times 9 \times 25}{3!(8x)^3} + \dots} \quad (\text{A—2})$$

图A—1 表示 $I_1(x)/I_0(x)$ 和 $I_1(x)/xI_0(x)$ 对 x 的曲线。



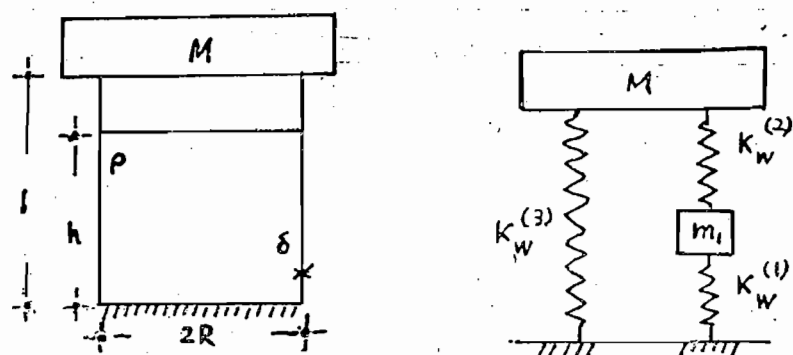
图A—1 $I_1(x)/I_0(x)$ 和 $I_1(x)/xI_0(x)$ 对x的曲线

B. 伍德 (Wood) 的模型

图B—1是具有头部质量和刚性的圆筒贮箱的Wood模型。如同已经提到的，弹簧和质量的安排是与格辽金法的一次近似一致的，虽然，等效质量的总数和弹簧常数是不同的，但是，这不是Wood模型的唯一解释。附加在原模型中的两个修正能从有关文献中找到。用 W_1 ， W_2 和 W_3 表示这些模型，它们的弹簧常数和等效质量收集在表B—1中。Wood模型是不限制要具有刚性底的圆筒贮箱。对柔性贮箱和用环及桁条加强的贮箱在〔1, 4〕中也作了介绍。

显然，容器—液体系统的重要结构和惯性特性不能用这类简单模型表示，而且，这些模型还存在另外一些缺点，例如考虑模型中 W_1 和 W_3 的弹簧常数。假如 h 变到零，三个弹簧常数 $K_w^{(i)}$ ($i = 1, 2, 3$)变到无穷大，这样，模型的两频率变为无穷大，这点与试验结果是不一致的，如图6到8所表示的。现在考虑模型 W_2 ，假如 M 为零，并容器长度从 l 变到无穷大，那么，由 $K_w^{(1)}$ 和 m_1 确定的容器—液体频率变到零，在这点上，理论和试验是不一致的。

应用Wood模型 W_2 得到的分析结果也表示在图6到8中，并能够与试验结果作比较。



(a) 带有头部质量的部分充液的圆柱壳

(b) Wood模型

图B—1

表B—1 Wood模型的弹簧常数和质量

	原始模型	修正模型	
	W_1	W_2	W_3
$K(\frac{1}{w})$	$\frac{2(-v)}{3-2v^2}kw$	$\frac{3(1-v)}{4-3v^2}kw$	$\frac{3(1-v)}{4-3v^2}kw$
$K(\frac{2}{w})$	$\frac{2v}{3-2v^2}kw$	$\frac{3v}{4-3v^2}kw$	$\frac{3v}{4-3v^2}kw$
$K(\frac{3}{w})$	$\frac{3-2v}{3-2v^2}kw$	$\frac{4-3v}{4-3v^2}kw$	$\frac{4-3v}{4-3v^2}kw$
k_M	$\frac{2R\pi E\delta}{h}$	$\frac{2R\pi E\delta}{I}kw$	$\frac{2R\pi E\delta}{h}$
m_1	$R^2\pi h\rho$	$\geq R^2\pi\rho h$	$R^2\pi\rho h$
参考	[1] [2]	[3]	[5]

参 考 文 献

1. Wood, J. D.; Survey on Missile Structural Dynamics. Rept. No. STL 7102-0041-NU-000, EM 11-11 (BSD TN-61-42), Space Technology Laboratories, Inc., June 1, 1961.
2. Schuett, R. H.; Appleby, B. A.; and Martin, J. D.; Dynamic Loads Analysis of Space vehicle Systems. Rept. No. GDC-DDE66-012, General Dynamics, Convair Division.
3. Pinson, L. D.; Leonard, H. W.; and Raney J. P.; Analyses of the Longitudinal Dynamics of Launch Vehicles with Application to a 1/10-Scale Saturn v Model. J. Spacecraft Rockets, vol.5, Mar. 1968.
4. Pinson, L. D.; Longitudinal spring Constants for Liquid-Propell-

- ant Tanks with Ellipsoidal Ends. NASA TN D-2200, Nov. 1964.
5. Staley, J. A.; Dynamic Stability of of Space Vehicles. vol II. Determination of Longitudinal Modes. NASA CR-926, Nov. 1967.
 6. Archer J. S.; and Rubin, C. P.; Improved Analytic Longitudinal Response Analysis for Axisymmetric Launch vehicles. vol.1. Linear Analytic Model. NASA CR-345, Dec. 1965.
 7. Rubin, C. P.; and Wang, T. T.; Improved Analytic Longitudinal Response Analysis for Axisymmetric Launch Vehicles. Vol. II. Computer Program Description. NASA CR-346, Dec. 1965.
 8. Graham. E. W.; and Rodriquez, A. M.; She Characteristics of Fuel Motion which affect airplane dynamics. Rept. No.SM-14212. Douglas, Santa Monica Division, Nov.1951.
 9. Schmitt, A.F.; Forced Oscillations of a Fluid in a Cylindrical Tank Undergoing Both Translation and Rotation. Convair Rept. No. ZU-7-069. Oct. 1956.
 10. Schmitt, A. F.; Forced Oscillations of a Fluid in a Cylindrical Tank Oscillating in a Carried Acceleration Field—A Correction. Convair Rept. No.ZU-7-074, Feb. 1957.
 11. Pozhalostin, A. A.; Determination of the Parameters of an Analog for Axisymmetric Vibrations of an Elastic Cylindrical Vessel with Fluid. Mekh. Tverdogo Tel, No. 5, Lockheed Missile and Space Company, 1966.
 12. Kana, D.D.; Glaser, R.F.; Fulitz, W.R.; and Abramson, H.N.; Longitudinal Vibration of Spring-Supported Cylindrical Membrane Shells Containing Liquid. J. Spacecraft, vol.5, No.2, Feb.1968.
 13. Timoshenko, S.; and Woinowsky-Krieger, S.; Theory of Plates and Shells. McGraw-Hill Book Co., Inc., 1959.
 14. Bleich, H.H.; Longitudinal Forced Vibrations of Cylindrical Fuel Tanks, JPL, vol.26, no.2, Feb.1956.
 15. Glaser, R.F.; Axisymmetric Vibrations of Partially Liquid-Filled Cylindrical Containers, NASA TN D-4026.
 16. Abramowitz, M.; Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables. Stegun, I.A., ed. National Bureau of Standards, Applied Mathematics Series 55, June, 1966.

吴碧英 译

黄怀德 校

阿特拉斯——人马座纵向动试验

作者: Theodore F. Gerus,
Lohn A. Houselg,
George Kusic

译自 NASA TM X-1459

摘 要

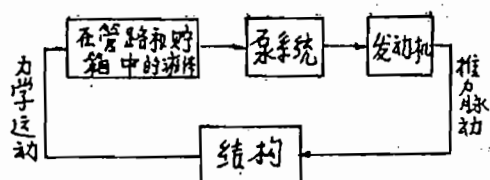
在NASA路易斯研究中心用全尺寸动力学试验来研究阿特拉斯人马座发射飞行器的发动机—结构耦合纵向振动(POGO)。确定的动力学特性包括:固有频率、阻尼比、振型形态和推进剂压力响应。

第一阶固有频率的试验值与通用动力公司和北美太空公司得到的分析值很好的一致,第二阶振型值在早的飞行时间(近似于满箱状态)时接近一致,但在接近于空箱状态时,理论值偏高。这种类型的试验表明:振型与分析值有相当好的一致。找到了推进剂质量的模态振幅与推进剂压力响应的最大偏差。得到的结构阻尼值表明:虽然临界值正好在助推器发动机关机前,但在所有情况中遇到的发动机-泵-结构回路的稳定性恰好是理论的最低要求。飞行数据已经证明了这个临界稳定性。

一、引 言

因为单独的发动机和推进剂管路系统动力学特性,或者发动机与结构动力学耦合,所以大力神Ⅱ(TitanⅡ)、雷神(Thor)和木星(Jupiter)飞行器已经出现了纵向振荡(POGO)。对于后一种扰动机理基本上是包含了发动机推力扰动的一个反馈系统,这种扰动激起纵向结构振型,并引起推进剂管路压力的改变,使之在管路中再传递产生连续的推力脉动,下面的框图说明了这一回路的现象。

为了避免遭受振荡,必须找到回路动力学最小的稳定性要求(衰减或相移),假如这些振荡是大量级的或长时间的,那么,将引起发动机异常关机和(或)飞行器的破坏。



虽然早先的(阿特拉斯Atlas)飞行器没有遇到这样的现象,但考虑到在上一级附加的人马座改变了结构特性,于是在NASA的要求下,由通用动力公司、北美太空公司进行了分析研究。合作研究了这些振荡在阿特拉斯人马座上发生的

可能性。基于阿特拉斯人马座理论的动力学特性,需要一个较高的结构阻尼。希望用试验来检验这些分析,于是,从1963年11月到1964年7月在路易斯Plum Brook试验场的动力学试验塔中进行了全尺寸的阿特拉斯人马座飞行器的一系列纵向动力学试验,研究了固有频率、振型、阻尼和推进剂压力响应,特别着重于确定液氧输送系统而不是燃料系统的特性,因为已经分析研究表明:液氧输送系统在POGO的不稳定性中起主要作用。

二、试验步骤

Plum Brook试验场(图1)是原先提供阿特拉斯飞行器试验用的,而现在已扩大为适用于人马座组合体的动试验的场地。头九种试验的试验件是由116—D阿特拉斯飞行状态的级间段和具有与人马座星体相同质量的刚硬的装水箱(人马座模型)组合成的。因为在所希望的时间内,飞行状态的人马座箱还不可能利用,所以,采用模型质量。这个决定的合理性是基于早先已研究的阿特拉斯人马座结构响应,研究指出:在感兴趣的飞行时间内,在头两阶纵向振型中最上一级,实质上是作为刚体运动。当收到人马座箱、绝缘板、头部整流罩和星体模型后,更换人马座模型,进行试验10到15。

为了与支承系统连接,对阿特拉斯作了修改,采用具有等效质量的工型梁结构的X型框架代替推力燃烧室的所有结构和部件。由钢丝绳、弹簧盒、液压作动筒和载荷传感器组成的支承系统连接到框架端的四端(图2),每个弹簧盒包含4到16个弹簧,每个弹簧具有每吋大约400磅的弹簧常数(7.0×10^4 牛顿/米)。对于每种试验用的弹簧个数是与飞行器结构重量成正比,为了得到1呎(0.3米)的静挠度,这种支承系统的固有频率应远低于飞行器共振范围。系统的横向稳定性是在底部采用具有 $1/2^\circ$ (8.7×10^{-3} 弧度)倾斜角的钢丝绳和在顶部采用水平弹簧来保证的(图2)。

为了避免包括低温推进剂的处理在内的使用问题,取相同体积的去离子水代替液氧和R—P燃料,和用一种大小密度相同的聚苯乙烯代替液氢。试验时,阿特拉斯的液氧箱和燃料箱压力分别保持飞行压力为29.5和5.90磅/吋²(2.03×10^5 和 4.06×10^5 牛顿/米²)和在人马座液氧、液氢箱内分别保持压力为15和5磅/吋²(1.03×10^5 和 3.44×10^4 牛顿/米²)。由于在这些压力下,存在箱子破坏的危险条件,所以,一旦箱子增压开始,所有的操作就必须远距离控制,这些遥控操作是由约1/4英里(400米)远处的

一个控制房来进行的,并用电视照象机监视飞行器。

三、使用的仪器

试验1到9(人马座模型)使用的仪器是由应变计型的加速度计和压力传感器组成的。在X轴和Y轴的位置表示在图4中。对于试验10到15(真实的人马座),加速度计重新布置在人马座级,薄片式的应变计贴在阿特拉斯箱的蒙皮上,其位置示于图5。氧化剂系统的压力是用位于氧化剂系统的封闭一耦合式的应变计型的传感器测量的,如图6所示。飞行器的重量和激振力大小是用力传感器测量的。所有的模态数据是数字式地记录下来,并用数字计算机程序处理,可任意选择的16个通道的数据记录在示波器纸带上。所有的阻尼值是由模拟或示波器纸带确定的,考虑从系统的一端到另一端的仪器精度大约为满量程的2%,仪器的满量程范围如下

加速度计g(米/秒²).....±1.0(±9.8)

力传感器(力)磅(牛顿).....±1000(±4.45)

压力,磅/时²绝对值(牛顿/米²绝对值).....0到100(0到 6.89×10^3)

四、试验程序

试验时,阿特拉斯贮箱充液高度是飞行时间的0;30;60;90;120;132;144或51(BECO)秒及增压到飞行压力,表I描述了试验状态。用电动式激振器通过力传感器和X框架,频率从6到40Hz变化,激起被支承的飞行器。输入力的范围是从500到5000磅(2.22×10^2 到 2.22×10^3 牛顿),引起飞行器单峰值为0.6g(5.9米/秒²)的最大加速度。

当共振状态被确定时,传感器输出被记录在模拟或记录器上和数字带上。在接近每个共振峰时的各测量点取得数据,并确定其响应曲线,在共振峰时,将激振器电流切断,在模拟或记录器上记录了由传感器输出的固有振动的衰减曲线。这种程序可得到每个状态的头两个振型。

五、结果和讨论

在人马座模型试验中得到的固有频率值与在真实飞行状态级试验中得到的结果有明显的不同。虽然,从这两个试验系列中得到的数据可反映所提要求,但是,讨论还是局限在对人马座箱和SD—4星体模型的理论分析与实验结果比较。

固有频率和振型的分析值是取通用动力公司最近完成的研究结果(参考1),在这里报告的压力-力响应的理论最大值是基于附录A中的方块图,并使用了分析的振型和模态质量及试验所确定的阻尼值。

六、固有频率

图7是阿特拉斯人马座头两个纵向振型的理论与试验的固有频率比较,第一阶模态频率一致性很好,但是,第二阶预示的和测量的固有频率之间存在离散,这表明一些分析的局限性。预示第二阶振型的POGO(30秒飞行时间)时,第二阶频率一致性很好。图7也表明了试验的阿特拉斯人马座模型的数据,它说明了假设人马座是一个刚体,其所得到的固有频率将是不精确的。

90秒的第一阶共振振型和151秒的第二阶共振振型没有找到,认为在第一个情况中是力的输入点与节点一致了,因而抑制了模态的激振,在后一种情况中说明:大约在 $16\frac{1}{2}$ Hz处存在一个弱的飞行器响应范围,它可能是第二阶振型,不过,传感器信号是如此弱小,以致于实际的峰值响应不能精确地确定。

七、振型

除了氧化剂和燃料的质量运动是从应变计的数据确定外(在附录中介绍的方法),飞行器各部分的相对位移直接从加速度计确定。对于头两个纵向振型的模态振幅的比较示于表II和表III里,这里应该指出的是所表示的振幅是带符号的实部和虚部的向量和,而符号是由相对于最大振幅的实部的方向来确定的,任意假设为+1.0。虽然,大多数的数据有很小的虚部幅值(相对于最大振幅),但在这篇报告里将不分作实部项和虚部项。

对于早的飞行时间下的第一阶振型而言,其理论的和试验的模态之间的差别是最小的,而对于最后的飞行时间下的第二阶则是最大的,这一点与结构模态分析的模型是共同的。下面列出分析和试验振型之间不同的可能原因(在这里所提出的不同点并不是很明显的):

(1) 燃料和氧化剂作为简单质量,蒙皮变形假设为一个截头锥,应变计的数据表明:对于低阶振型,这假设是好的,但对于高阶就有问题了。图8和9是从纵向振动得到的圆周应变。

(2) 测量和计算精度。因为燃料和氧化剂模态挠度是在附录B中给的假设下用圆周应变计算的,其精度可能有些限制,另外,通常如在“使用仪器”一节中给的仪器的精度也可能有影响。

(3) 有限的质量和弹簧假设。虽然,通常把连续系统分为有限的弹簧和质量,用分散参数的近似,但其精度也总是受到限制。图10和11示出了对每个振型按质量连续运动时,安装在箱蒙皮上的加速度计的输出,应该说明的是这些图是画在横向平面上来表示纵向加速度的。

(4) 在分析模型中作了正规化振型假设。在分析模型中,当计算质量模态挠度时是没有虚部向量的,一般说来,试验激不出纯正规化振型,尤其是用单一的力激振时更是如此。

(5) 支承系统的限制。虽然在支承系统的设计中,采取非常细致的措施,但它仍然不是一个纯的自由—自由系统。

(6) 非线性和柏松比的影响。在分析中的所有方程是假设线性的,在下节中讲的阻尼数据也说明存在这些限制。在分析中也不包含柏松比。

八、阻 尼

衰减曲线(图12列举的几个典型)分析的标准方法表明:衰减不是呈指数的,而是反映了粘性和库伦阻尼。虽然,临界阻尼的概念是基于二阶系统的粘性阻尼,但这个系统的等效值可以用对数衰减计算来确定,对数衰减的计算要求取几个周期数,并从最大衰减幅值到接近于零幅值。用这样的方法得到的阻尼比找到了在所有情况下稳定性理论的最小要求。有趣地表明:第一阶振型小振幅POGO振动的0—峰值出现在稳定性余度最小的时刻,但是,第二阶振型POGO出现在分析指出的最高的稳定性余度。这表明:第二阶振型精度比第一阶低。图13中的数据指出:在阿特拉斯人马座中测量的阻尼试验范围分别从起飞时的临界的1.1%到发动机关机时的临界的4.8%。出现空白数据点的地方是振型没找到;或衰减曲线量级很小的地方,图14示出了在阿特拉斯模拟试验中测量的阻尼。

阻尼特性可以承受力的软特性的事实(具有大振幅的低阻尼,参考文献〔4〕),可用图15的峰值移动加以说明,在这里将指出:力的增加可引起更大比例的振幅增加,而响应峰的频率降低了。对于这种数据,加速度响应的范围是从0到0.5g(4.9米/秒²),而飞行时是0.125g(1.23米/秒²)。这些影响的原因可能是在人马座液氢箱中用了聚苯乙烯、或人马座用了绝缘板的缘故,但是,从空箱的和没有绝缘板的另外试验中表明:阻尼值没有明显的不同。

九、氧化剂管路压力响应

在图6中示出了安装在氧化剂主管路和泵入口处的传感器所确定的压力(力)响

应, 虽然数据是在所有情况下得到的, 但这里仅表示飞行时间的一部分, 如任意选择为60秒飞行时间。所示的分析数据是根据理论的振型和试验测量的阻尼(附录B)对一个不流动的液体, 尤其是对E结构计算的压力响应。图16—19表明: 分析值比起在试验中测量的值将高很多, 其次, 测量的主发动机和助推器氧化剂泵入口的压力表明: 低的结构响应, 高的泵入口压力。这些数据难以解释, 因为, 管路不能象在飞行时那样机械地结束在相同的状态下, 严格说来, 响应的不同部分可能是管路本身的不实际运动所引起的。60秒飞行时间的试验和理论值表明: 一阶振型的分析值具有偏高的量级, 二阶时竟高达20倍, 这些偏差对于所有的情况将是典型的。

在激振频率接近于6 Hz时, 在氧化剂管路中反映了高的压力, 这是由于管路共振所引起的, 因为此频率既不与飞行器固有频率接近, 也不发生在氧化剂箱底上。

在比较中用到的理论数据是基于Plum Brook场所用的结构(没有发动机、不流动和贮箱充水), 对为结构所描述的各种动力学项的方块图示于附录A中。

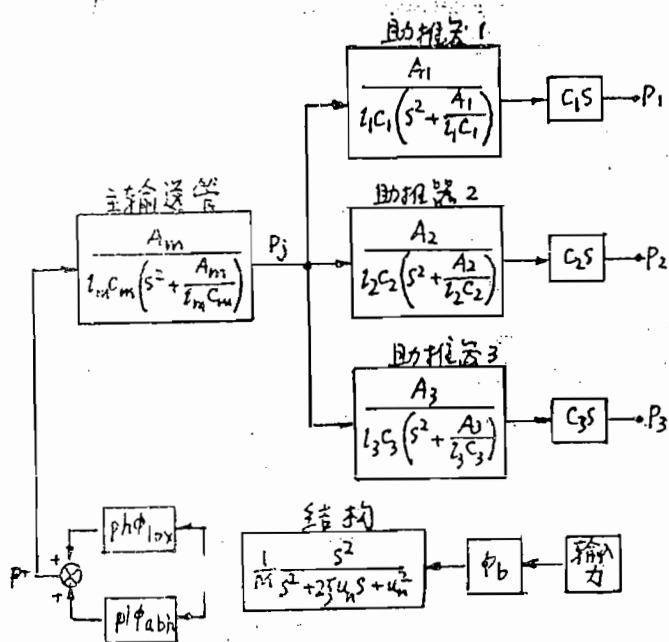
十、结 论

对于这类的试验, 所介绍的试验数据表明: 与预示的频率密切相关, 与振型则是基本相关。虽然, 用于比较的分析模型是引用通用动力公司最近代的模型, 但是, 仍需继续努力来取得更精确的结构分析模型。用现在的结构分析模型, 用所测量的阻尼来计算管路及发动机的响应, 有可能导出一个稳定性范围, 这个范围对一阶振型而言, 与飞行数据接近一致, 然而, 由于没有合理测得液体管路和泵的耦合状态, 所以, 在这一方面的试验内容还有待于进一步实施。

附 录

A. E 场的氧化剂箱压力系统的构成

下面的方框图是在E场试验时用于结构回路的一部分的分析模型。这是在完整的系统分析模型中所用回路的一部分, 在这里用时有修改。 P^* 是由力导出的压力, 考虑了飞行器尾端和氧化剂质量的结构响应的总和, P_1 , P_1 , P_2 , 和 P_3 是利用 P^* 和管路响应计算的压力。



附录A图

B. 根据应变计数据计算液体质量运动的方法

这个分析假设：箱底是刚硬的，应变计之间的应变是线性分布的。如下边的草图所示，纵向振动时，由于箱壁的压力脉动，将产生箱体积的改变。这个压力脉动为 $\Delta P = X h \rho$ ，其中， X 是诱导加速度， h 是液体高度， ρ 是液体密度（在附录C中定义的符号）。贴在箱壁蒙皮上的应变片可以用于计算液体重心的运动。任一部分的面积的改变用

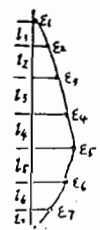
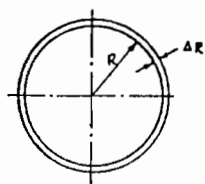
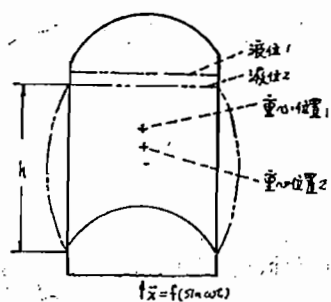
$$\Delta A = 2 \pi R (\Delta R)$$

给出，它具有好的精度。这里， ΔR 是圆周应变的函数（见下边草图），由公式

$$\Delta R = \frac{\Delta \text{周长}}{2 \pi} = \frac{\epsilon (2 \pi R)}{2 \pi}$$

给出，其中， ϵ 是单位应变，那么

$$\Delta A = R \epsilon (2 \pi R)$$



附录B 图1

当具有如同下边图示的压力分布, 其中 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_7$ 是测量得到的圆周应变, 则体积的变化为

$$\Delta V = 2\pi R^2 \sum_{n=1}^{n-7} \left(\varepsilon_n + \frac{\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n}{2} \right) l_n$$

那么, 液体高度的变化为 (A₁)

$$\Delta h = \frac{\Delta V}{\pi R^2}$$

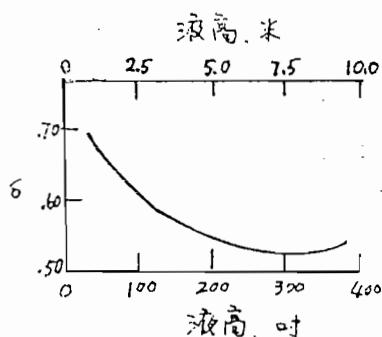
重心位置的变化为 $\beta \Delta h$, β 是反映箱底的几何形状(如圆顶或锥底)的一个系数, 对于阿特拉斯箱, β 随液面高度的变化表示在左图中, 当假设是正弦运动时, 相对于箱底的加速度是

$$|X| = \beta \frac{\Delta V}{\pi R^2} \omega^2 \quad (A_2)$$

其中, ω 是圆频率, 组合方程式 (A₁) 和 (A₂), 得到

$$|\ddot{X}| = 2\beta \omega^2 \sum_{n=1}^{n-7} \left(\varepsilon_n + \frac{\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n}{2} \right) l_n \quad (A_3)$$

那么, 重心的总加速度就是方程 (A₃) 与箱底加速度的总和。



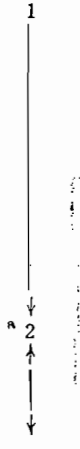
附录B 图2

C. 符 号

- A 氧化剂管路的横截面积 吋²(米²)
- C 管路的等效电容 吋—秒²(米—秒²)
- h 阿特拉斯氧化剂箱的液体高度 吋(米)
- l 管路的长度 吋(米)
- M 所考虑的结构振型的广义质量 (磅)、(秒²) /吋、(公斤)
- P 泵入口处的压力 磅/吋²、(牛顿/米²)
- P* 主管路顶端的压力 磅/吋²、(牛顿/米²)
- P_j 主管路底部的压力 磅/吋²、(牛顿/米²)
- R 箱的半径 吋 (米)
- S 拉普拉斯算子 秒⁻¹
- V 箱体积 吋³、(米³)
- ε 单位应变 吋、(米)
- ζ 阻尼比, 无量纲
- ρ 水的密度 磅/吋³、(牛顿/米³)
- φ_{bb} 后隔框的模态振幅, 无量纲
- φ_b 常平座平面的模态振幅, 无量纲
- φ_{ox} 氧化剂质量的模态振幅, 无量纲
- X 诱导加速度, g (米/秒²)
- ω 圆频率 (弧度/秒)
- ω_n 无阻尼固有频率 (弧度/秒)
- 下标:
- m 主氧化剂管路
- s 主发动机氧化剂管路
- 1 发动机 1 助推器氧化剂管路
- 2 发动机 2 助推器氧化剂管路

表 I

试 验 结 构

试 验	飞行时 间 秒	Atlas 燃烧剂 箱水 V_F 的体积		Atlas 氧化剂 箱水的 V_K 体积		结 构	总 试 验 量	
		ft ³	m ³	ft ³	m ³		lb	kg
1		0	0	0	0	1	29400	13336
2	151.7	151	4.28	221	6.26		67990	30840
3	144	197	5.58	298	8.43		75670	34323
4	132	307	8.69	481	13.6		93950	42615
5	120	416	11.8	663	18.8		112110	50852
6	90	723	20.5	1113	31.5		159350	72280
7	60	958	27.1	1562	44.2		202030	91639
8	30	1227	34.7	2015	57.1		247270	112159
9	0	1494	42.3	2473	70.0		292320	132593
10	60	958	27.1	1562	44.2		202030	91639
11	151.7	151	4.28	221	6.26		67990	30840
12	144	197	5.58	298	8.43		75670	34323
13	0	1494	42.3	2473	70.0		292320	132593
b 14	90	723	20.5	1113	31.5		159350	72280
15	151.7	151	4.28	221	6.26		66610	30214

a: 人马座箱装有4630磅 (2100kg) 的聚苯乙烯小球 (LH_2) 和310cuft (8.77m³) 的水 (LO_2)

b: 没有绝缘板

表 II

一阶振型相对振幅 (没有90秒飞行时间的试验数根)

质 量 点	理 论	试 验	理 论	试 验	理 论	试 验	理 论	试 验
	飞 行 时 间 (秒)							
	0		60		144		151	
5	0.697	0.39	0.959	0.80	0.906	0.81	-0.752	0.82
7	0.679	0.40	0.912	0.86	0.797	0.75	-0.643	-0.73
9	0.713	0.42	1.00	0.95	1.00	1.00	-0.838	-1.00
11	0.615	0.31	0.750	0.66	0.436	0.31	-0.300	-0.28
12			0.608	0.62	-0.365	-0.21	0.501	0.36
13	-0.836	-0.14	-0.928	-0.058	-0.926	-0.73	1.00	0.68
14	0.687	0.58	0.526	0.71	-0.52	-0.60	0.615	0.59
15			0.539	0.83				
16	1.00	1.00	0.763	0.99				
17	0.829	0.72	0.679	0.98	-0.636	-0.77	0.741	0.85
18	0.840	0.73	0.694	1.00	-0.672	-0.79	0.790	0.88

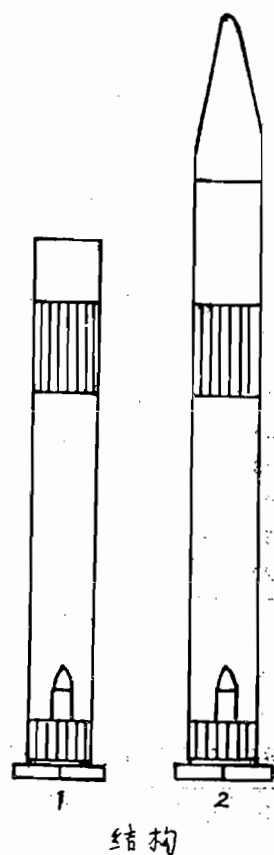


表 I 附图

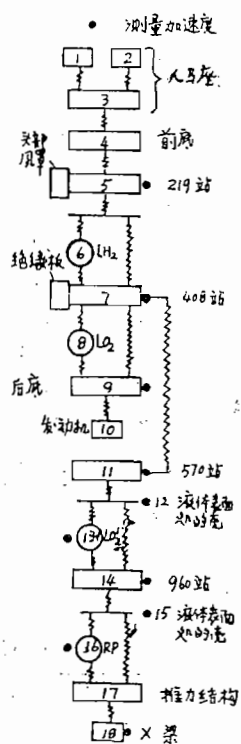


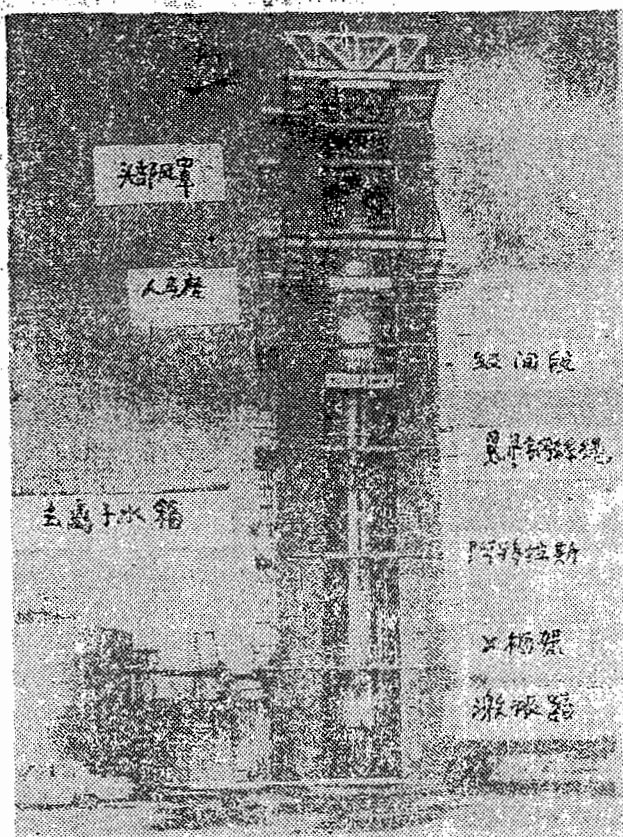
表 I 附图

弹簧质量模型

表Ⅱ 二阶振型的相对振幅（没有151秒飞行时间的试验数据）

质 量 点	理 论	试 验	理 论	试 验	理 论	试 验	理 论	试 验
	飞 行 时 间, 秒							
	0		60		90		144	
5	0.937	0.83	-0.926	-0.83	-0.794	-0.84	-0.95	-0.16
7	0.865	0.85	-0.841	-0.82	-0.703	-0.80	-0.061	-0.12
9	1.000	1.00	-1.00	-1.00	-0.872	-1.00	-0.121	-0.12
11	0.619	0.56	0.556	0.49	-0.402	-0.44	0.034	-0.04
12			-0.307	-0.29	-0.001	-0.06	0.235	-0.19
13	0.038	-0.13	-0.045	-0.02	-0.296	-0.05	0.801	-0.10
14	-0.042	-0.056	-0.269	0.22	0.535	0.44	-0.410	0.25
15			0.359	0.37	0.768	0.64		
16	-0.335	-0.077	-0.616	0.56	1.00	0.76		
17	-0.167	-0.073	-0.489	0.48	0.891	0.96	0.851	0.98
18	-0.172	-0.085	0.510	0.49	-0.953	0.96	1.00	1.00

图1 Atlas 人马座的E
场试验塔



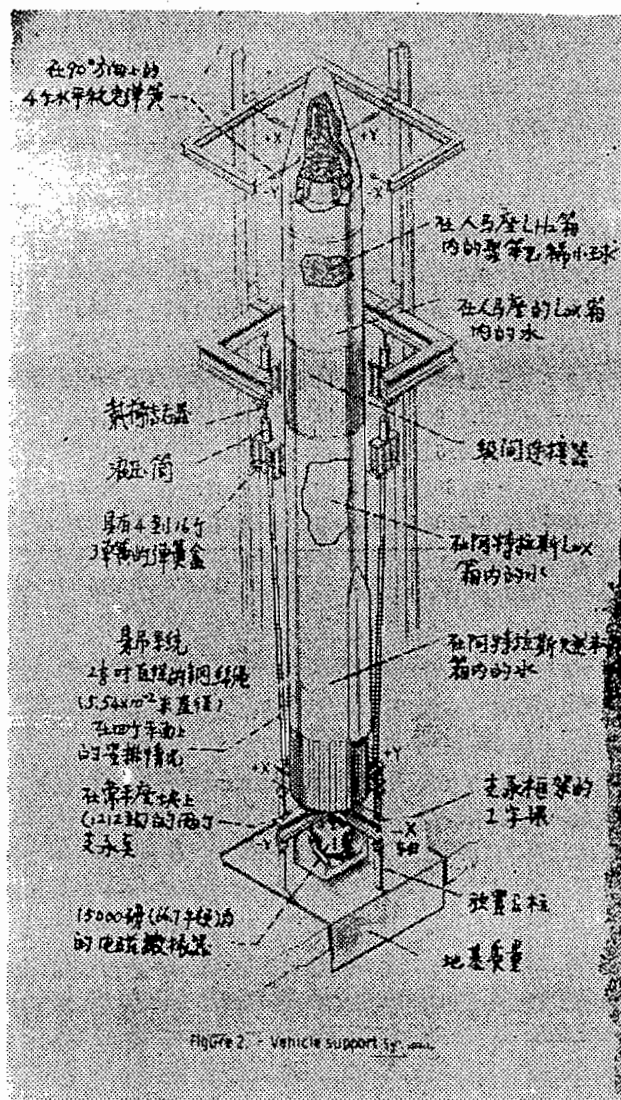


图2 飞行器支承系统

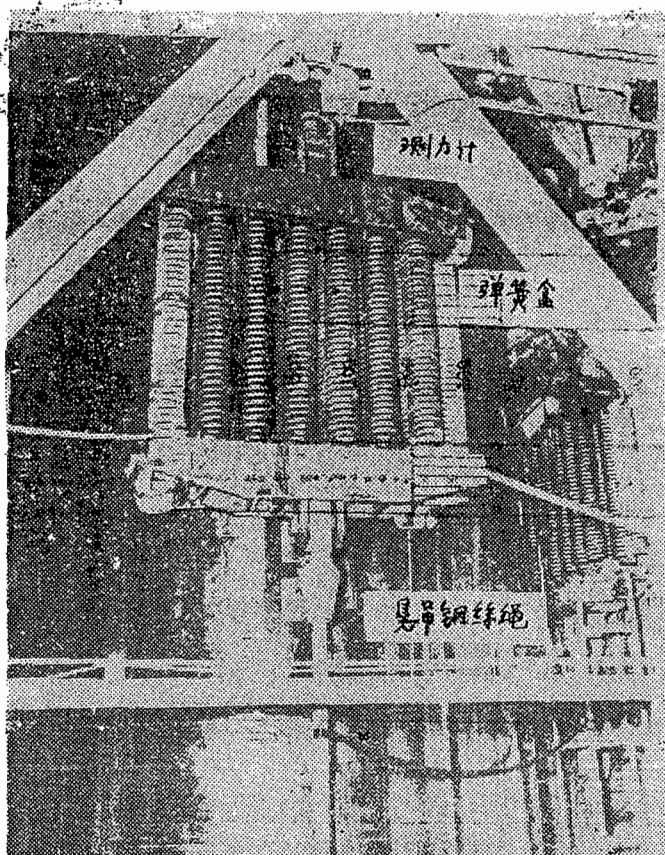


图3 悬吊弹簧近视图

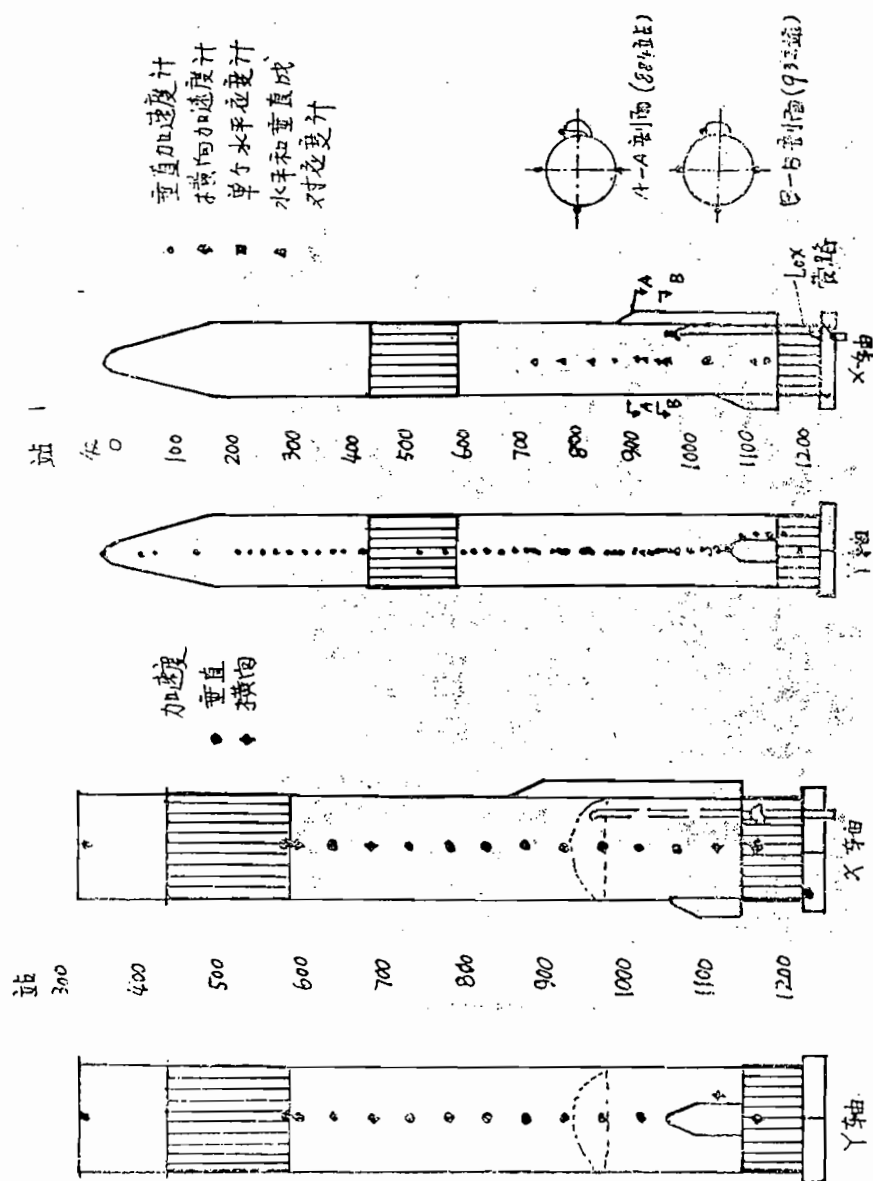


图4 测量点(试验1到9)。在燃料箱锥顶、氧化剂管路的节流阀、氧化剂管路顶部阀门处的压力传感器

图5 测量点(试验10—15)安装在氧化剂管路上的顶部阀门、节流阀、助推器、主发动机管路末端和 Atlas 料燃料箱锥顶的压力传感器。

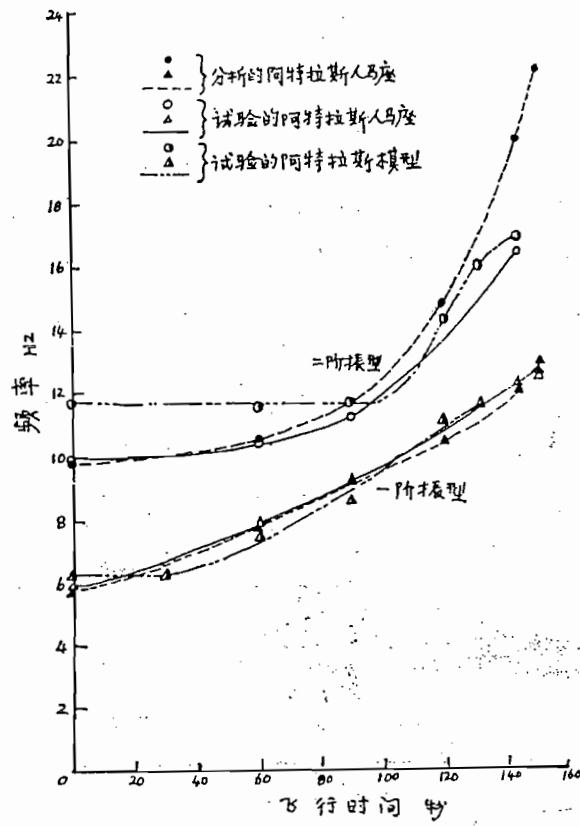


图7 对于Plum Brook试验结构的固有频率与飞行时间的关系图

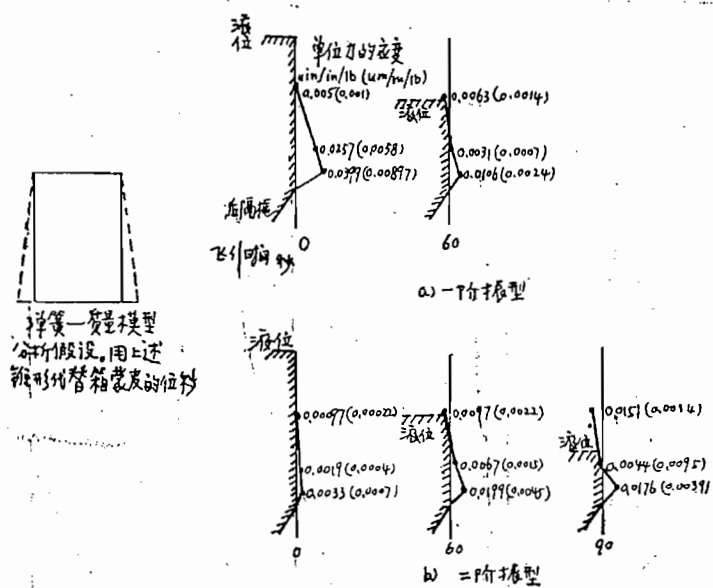


图8 共振时,阿特拉斯燃料箱圆周应变

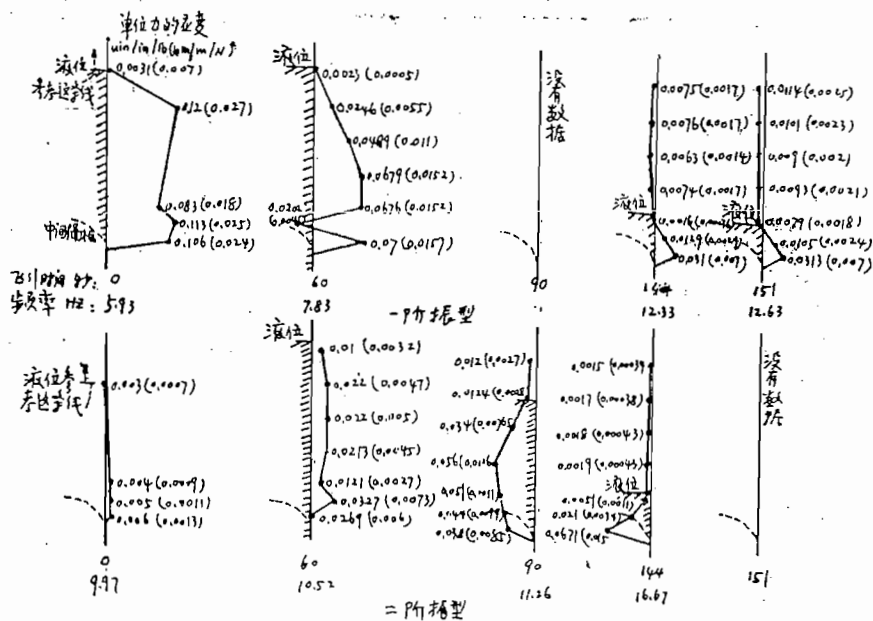


图9 在共振时的阿特拉斯氧化剂圆周应变

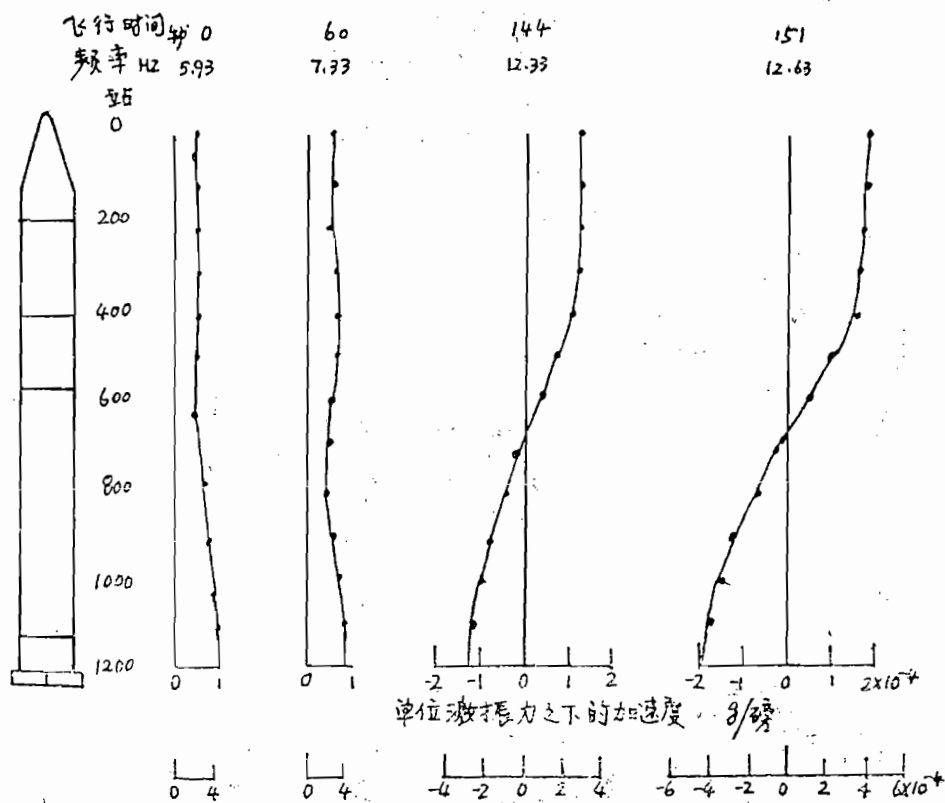


图10 各测点的一阶振型的纵向加速度值

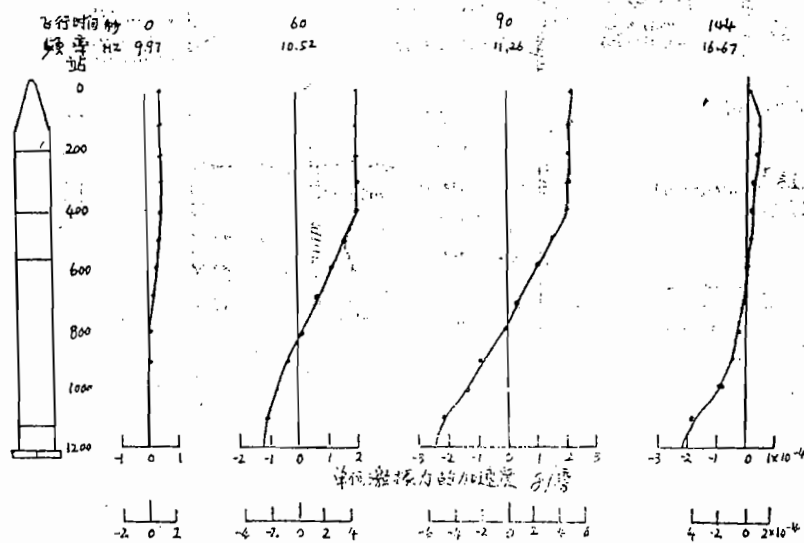


图11 各测点的二阶振型的纵向加速度值

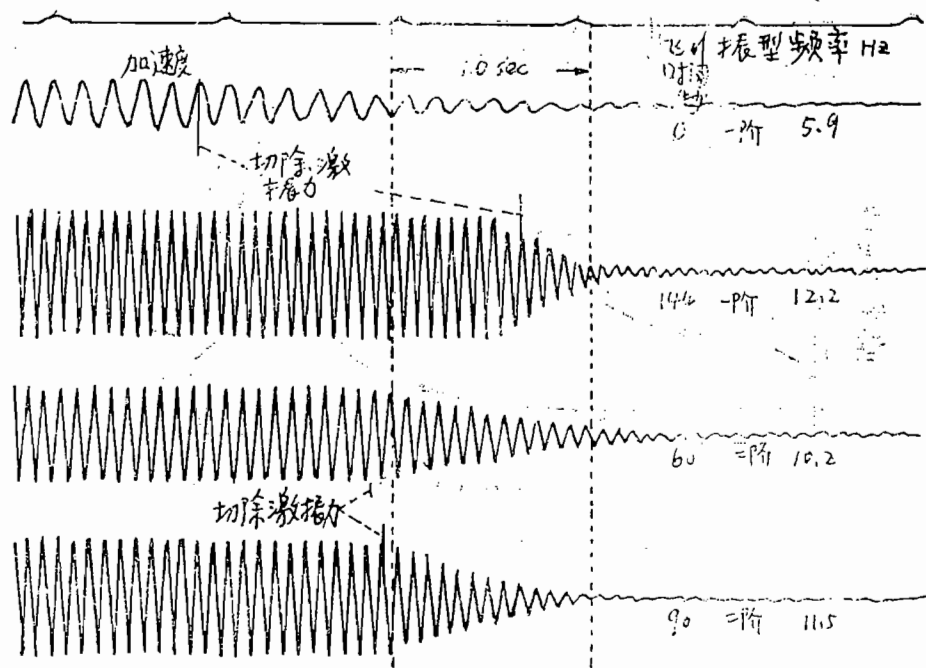


图12 阿特拉所人马堡试验时，用衰减法计算阻尼的典型数据

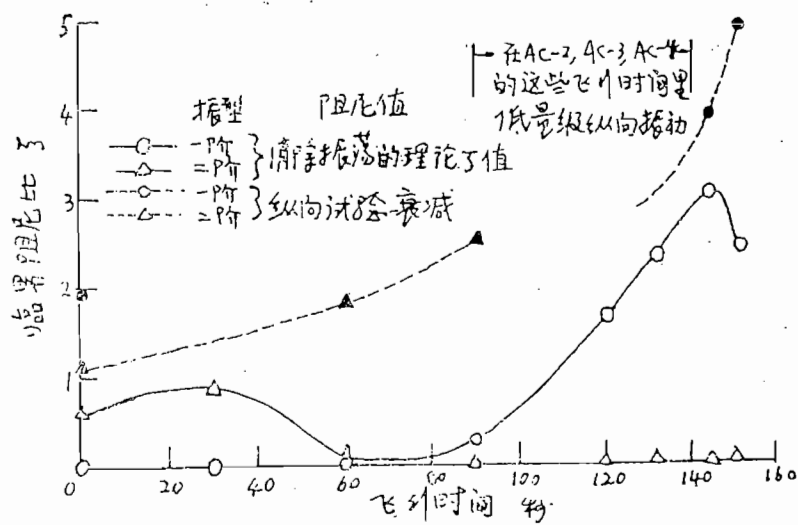


图13 阻尼随时间的变化

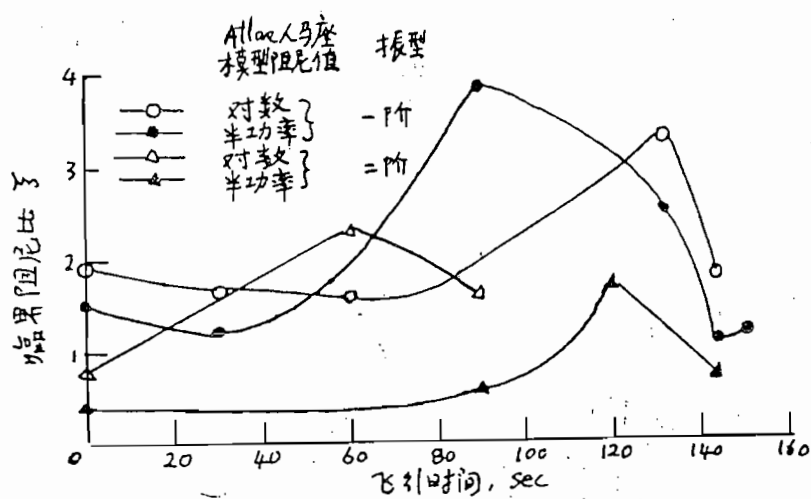


图14 阿特拉斯人马座模型阻尼值随飞行时间的变化

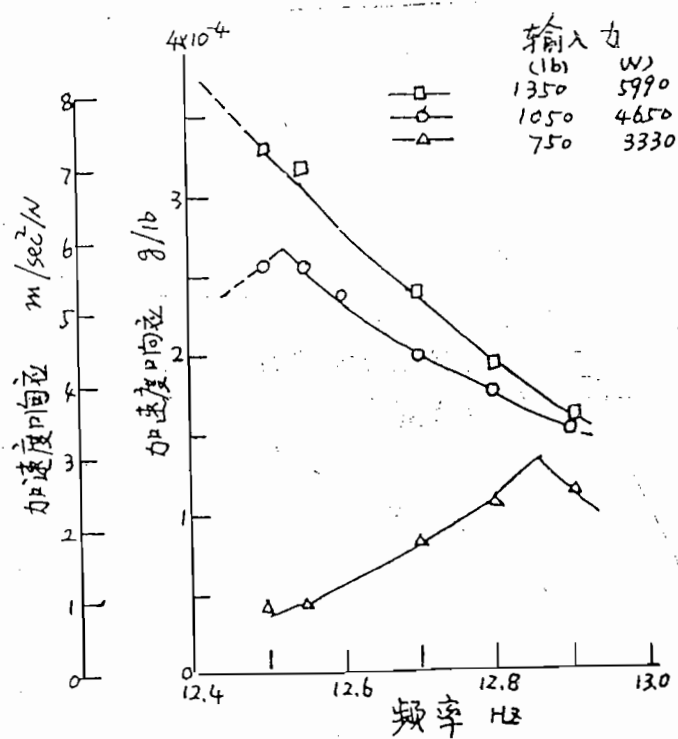


图15 一阶振型响应, 试验 I; 助推器发动机的关机状态 (151秒)

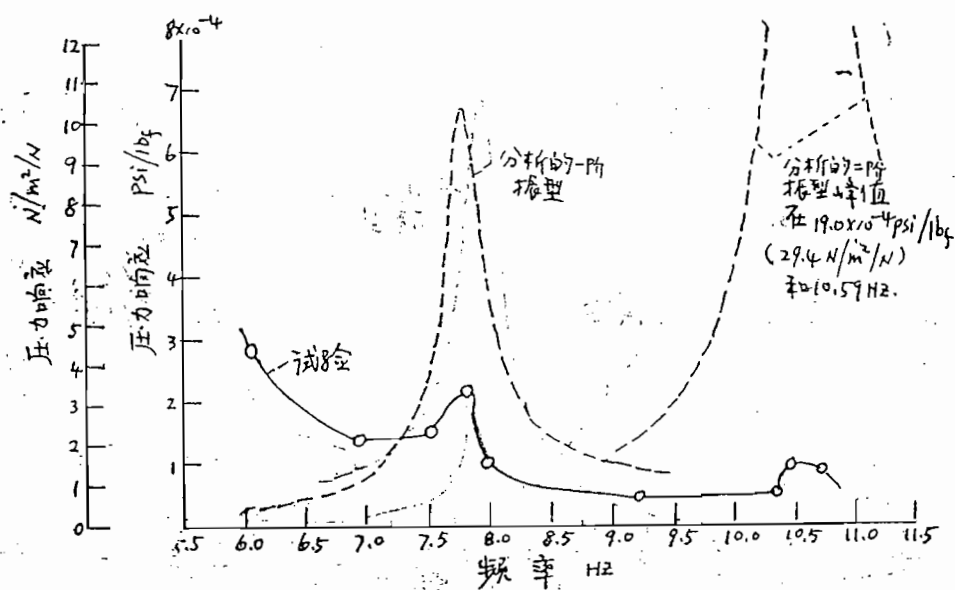


图16 助推器发动机1氧化剂泵入口压力随频率的变化(试验10、60秒)

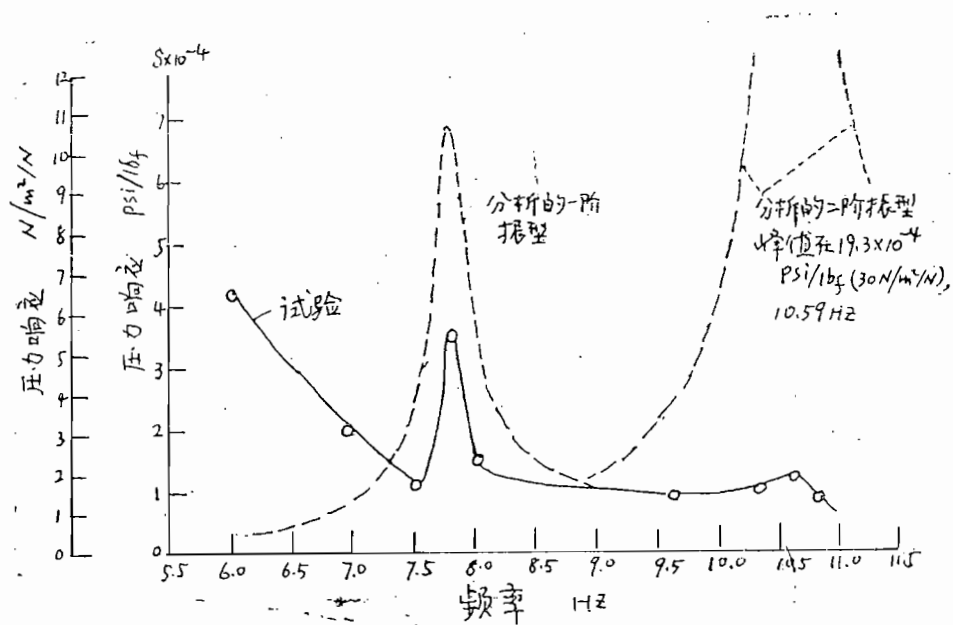


图17 助推器发动机2氧化剂泵入口压力随频率变化(试验10、60秒飞行状态)

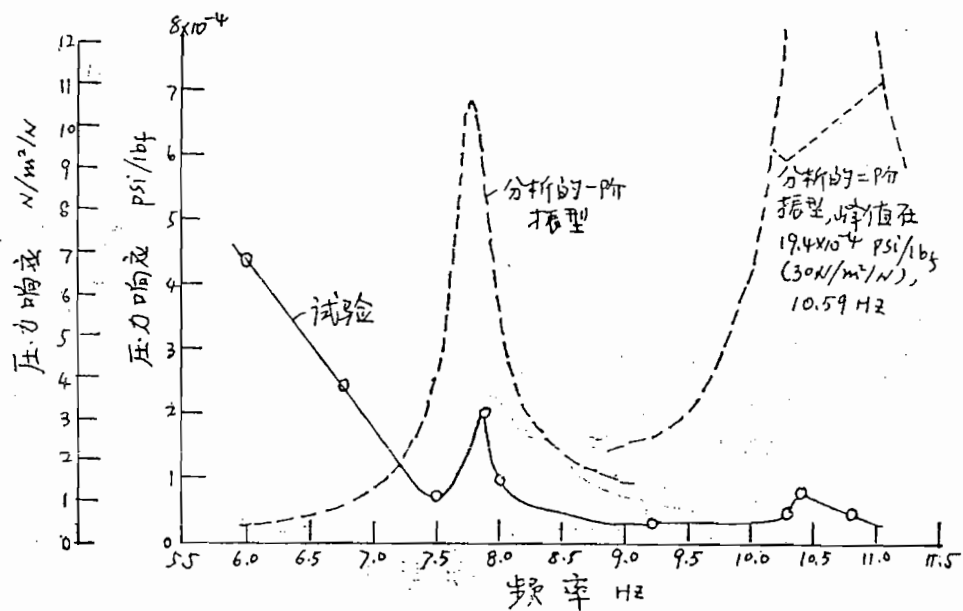


图18 主发动机氧化剂泵入口压力随频率变化(试验10、60秒飞行状态)

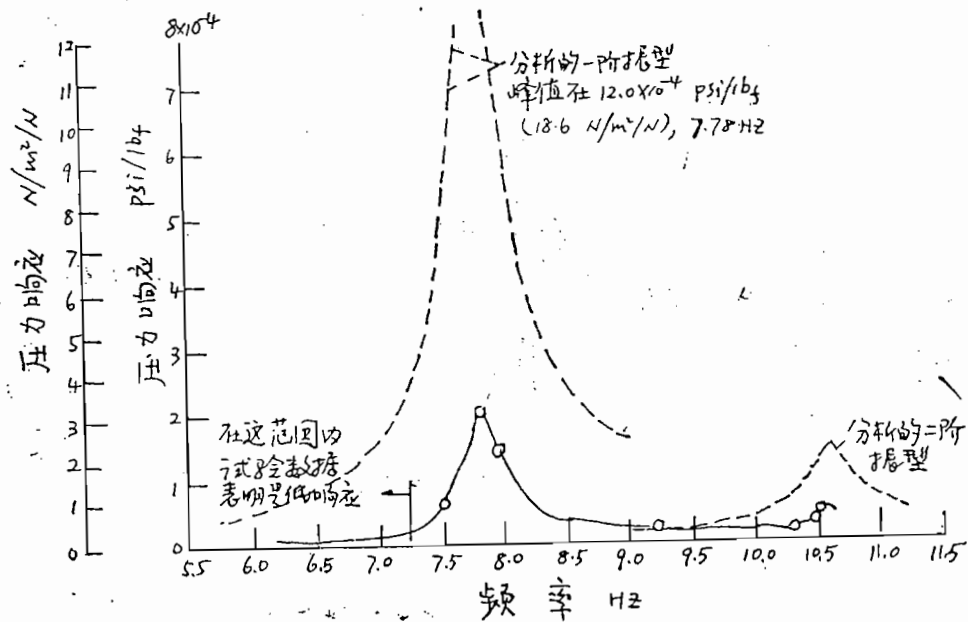


图19 氧化剂箱底压力随频率变化(试验10、60秒飞行状态)

参 考 文 献

1. Rose, Robert G., Simson, Anton K., and Staley, James.: A Study of System-Coupled Longitudinal Instabilities in Liquid Rockets. Part I: Analytic Model. Rep. No. GD/C-DDE65-049, pt. 1 (AFRPL-TR-65-163, pt. 1, DDC No. AD-471523), General Dynamics/Convair, Sept. 1965.
2. Wolf, K.E.: Austin, E.A. and Nelson, R.L.: Study of Longitudinal Oscillations During Flights of Atlas Space Launch vehicles. Rep. No. AER-64-2, Rocketdyne Div., North American, Aviation, Inc., Mar. 30, 1964.
3. Staff of Lewis Research Center: Post Flight Evaluation of Atlas-Centaur AC-4 (Launched December 11, 1964). NASA TM X 1108, 1965.
4. Harris, Cyril M., and Crede, Charles E., eds., Shock and vibration Handbook vol. 1 McGraw-Hill Book Co., 1961

吴碧英译

黄怀德校

1/10 缩尺阿波罗土星V模型的 纵向振动特性

作者: Larry D. Pinson

H. Wayne Leonard

译自: NASAT ND-5159

摘 要

为确定飞行器在第一级燃烧期间自由-自由边界纵向振动特性,进行了阿波罗/土星V飞行器1/10缩尺模型的试验和分析。利用集中-参数分析法估计这样一类复杂的土星V飞行器,同时,研究了贮箱的正交各向异性的影响,以及在计算系统的固有频率和振型中提供了贮箱内液体质量的表示方法。将计算箱壁正交各向异性的近似理论推广到液体-贮箱组合系统的弹簧的计算。一个简单的分析表明: 贮箱液体质量的实际值对于组合在集中-参数分析中,它可能不是正确的值。在这里示出了模型对应于一级燃烧时的各秒状态的一级推进剂载荷条件下的试验结果。

一般地,对结构模态的频率和振型而言,试验和分析之间一致性是好的。然而,当系统出现不论是推进剂振型的响应,还是结构-推进剂耦合响应时,则问题就多了。这结果还表明: 飞行器结构振型比包含液体-贮箱相互作用的振型更少敏感正交各向异性壳的影响。此外,对液体-贮箱振型而言,采用充液贮箱的有效液体质量,与试验结果比较则产生较好的一致性,而实际的液体质量值对结构振型而言产生较好的一致性。

一、引言

当空间飞行器系统的尺寸和复杂性增加时,为得到可靠的振动数据变得越加困难并要加大费用,而这些数据是用于控制系统和减小载荷的研究、有效载荷环境的参数和POGO稳定性的研究。它们通常是通过两种途径得到,即分析和全尺寸的实物地面试验。大推力全尺寸的地面试验需要长的时间和花许多费用,并且,会引起一些不被引起注意

的大量技术问题和后勤问题。此外,要从全尺寸试验得到数据必须是提前设计和制造实际飞行器,因此,只有到飞行器研制阶段的后期才能使用数据。由于许多设计参数和控制参数已经有所固定,所以,这种很晚才利用数据就会降低实尺寸数据的有用性。于是,为了评价结构设计计划,鉴定潜在的振动问题,以及为评价结构分析技术提供某种参考,所以在飞行器研制的较早期间,希望采用较低费用、可利用的结构动力学数据。

作为一个解决问题的可能办法,由兰利 (Langley) 研究中心提出了从缩尺寸的模型得到试验的振动数据,并利用这种模型试验结果的概念(见参考文献〔1〕-〔7〕)。其次,应用动力学模型概念进一步用到土星V飞行器,在参考文献〔8〕中叙述的1/10缩尺模型,实质上是实物的缩比尺寸的模型,在参考文献〔9〕中叙述的1/40尺寸的动力学模型是对质量和弯曲刚度特性的缩比,这些都已经做成,而且经历了广泛的地面振动试验,在不同的边界约束、模拟的飞行秒状态和激振方向等条件下,确定了模型的固有频率、振型和阻尼值。还作了分析研究的综合,用于评价试验结果和分析预示之间的关系,并修正分析结果。

这篇报告的目的是汇总了1/10缩尺阿波罗-土星V模型的自由-自由的纵向动特性试验,结构和重量条件是对应于土星V一级飞行期间。并且,提出了集中-参数分析法,这种分析法包括了桁条和框等刚度元素的影响,它基于计算等效的弹簧常数,反映壳结构的正交各向异性薄壳性质。最后,将试验得到的响应频率、振型和阻尼值与由集中-参数法得到的频率、振型作了比较。

二、符 号

- A 面积
- a 圆筒直径
- b 下底盖的深度
- b_1 上底盖的深度
- C_{ij} 对应于正交各向异性的矩阵元素
- c 液面到圆筒上底与圆交界之间的距离
- d 挠度
- E 扬氏模数
- F 力
- f 频率
- h 液高
- k 弹簧常数
- k_n 弹簧常数 $n = 1, 2, \dots, 32$ 。
- l 壳的长度

m	质量, 也表示 c/a
m_i	质量, $i=1, 2, \dots, 29$
n	$= b/a$
n_1	$= b_1/a$
P	作用于壳上的外载荷
p	$= l/a$
q	$= h/a$
R_c	锥底的半径
r	径向坐标
s	子午线的坐标
t	壳厚度
u	壳在子午线方向的位移
$\bar{u}$	在纵向方向的液体位移
u_0	上底与圆筒交界面的纵向位移
u_1	液体重心的纵向位移
V	液体体积
W	液体重量
w	在与壳表面垂直方向的壳位移
$\bar{w}$	液体的径向位移
x	纵向坐标
α_{ij}	柔度矩阵元素
γ	液体的单位重量
δ	在 x 向的挠度
ε	应变
ζ	阻尼比
ν	柏松比
ρ	液体的质量密度
φ_0	锥角
ω	固有圆频率
	下标
a	分析
BH	底舱
c	圆筒
e	试验的, 也表示等效的
f	液体
i	各向同性

- s 子午线的
- 0 正交各向异性
- 0 圆周
- 矩阵符号
- [] 表示方阵
- { } 表示列阵

符号上加点表示对时间的导数。

三、装置和试验程序

1/10缩尺模型

lunar module

阿波罗/土星V飞行器的1/10缩尺模型是由各级助推器、有效载荷和登月系统三部分模型组成的。关于模型的各部分是参考全尺寸的名称,例如, S—IC, S—II 和S—IV B级、仪器舱、土星LM连接器(SLA), 登月舱(LM); 服务舱(SM); 指令舱(CM)和发射系统(LES), 关于模型的完整叙述与缩尺的概念, 解决在设计和制造中遇到的典型问题, 以及说明各缩尺部件的例子等都表示在参考[8]中。所以, 在这篇报告里, 仅对模型各部分作扼要的说明。图1是完整模型的照片图, 图2是简图, 主要的结构连接点和装配也表明在简图中。模型在底部的直径是39.6吋(1.01米), 模型高度是435.5吋(11.06米), 燃料和氧化剂用飞行器的名称符号表示在相应的箱上, 在模型中, 这些液体的模拟将在下一节里讨论。

模型结构的详述表示在图3到8中。图3是当去掉发动机后, 从模型底视的情况, 一些重要详述包含有外侧发动机的伺服支承装置、发动机整流罩、S—IC燃料箱下底、推力块和中心发动机处十字梁的支承, 也表示出在这里试验所用的激振点。图4表示模拟的Lox管路和表明模型管路装置的简图, 这里特别重要的是在管路下载面的波纹管装置。其次, 讨论带波纹管的、与模拟的压力-体积控制(PVC)的挠度有关的共振。图5是主要子结构与S—II级的照片, 图6是模拟的S—II发动机装置的一个近似图, 所示的加速度计装在俯仰和偏航平面的方向, 在试验时, 如有任意一个横向的发动机响应时, 那么, 加速度计可确定其大小, 供监视用。图7表示完整的S—IVB级, 为方便读者, 单独表示出来。图8表示了SLA和IU, 在SLA里面安装了LM模具。

液体推进剂

除了LH₂外, 各贮箱里面的液体都用水模拟, 这些液体的实际比重 ρ_{p-1} 是0.80,

氧化剂是1.14。如同后一节讨论的,用贮箱水面高度的精确控制来获得推进剂重量的正确表示,但是沿着飞行器长度,其模型与全尺寸的飞行器得到的质量分布有些偏差。

低比重的 LH_2 要求具有比重为0.07的轻重量模拟剂,即具有比重为0.07的一种小的、空心的苯乙稀塑料球模拟剂用于模拟 LH_2 。在所有试验中贮箱里液面之上充压为10磅(6.89×10^4 牛顿/米²)。

悬吊系统

用于模拟自由-自由飞行条件的悬吊系统是由四根位于对称的、垂直的,从顶头上的梁延伸到模型低端托架处的钢丝绳组成的,每根钢丝绳长是10.24米,用 7×19 根的钢丝构成的,总的重量包括螺丝接头和端面接头在内,每根钢丝约为9磅(39.6牛顿)。图9和10表示支承的托架和说明与模型连接的方法,图9是斜看托架和从底下看模型的基底。实质上,托架是一个铝管结构的正方形的框架,并带有从框架四角按对角线外伸的工型梁凸块。在图9中也可以看到中心发动机常平座,通过它加激振力,还可看到RP—1箱的加注管路和液面观测管,S—IC推力结构、十字架和从里面看的外部发动机形状。图10是水平看的支承模型的底部,在这图上可看到的是:用于框架与四根吊具中一个相连的、可调U形钩、附加于框架的钢丝绳,RP—1箱的加注管和观察的玻璃管和两根支承钢丝绳。也可以看到:在钢丝绳连接的情况下,用于调节模型位置的单程传动的双柱作动筒。当模型不与钢丝绳连接时,用四个支承柱支承模型。在试验时,外侧发动机是不加的,但照片上有。托架和激振器动圈的重量是18磅(80牛顿),它们近似地等于在试验时去掉的中心发动机重量,这样的钢丝绳长度、直径和弹簧常数的选择要满足:带钢丝绳模型的最高刚体固有频率(S—IC接近关机时为5.7cps)必须远低于最低的结构固有频率(30.9cps)。

试验重量和S—IC推进剂高度

完成了S—IC推进剂对应五个一级燃烧时间状态的试验。在S—IC的每个贮箱中液体的总和是按全尺寸值对基本质量以缩小比例取值。表1列出了标定的重量条件,即在S—IC中液体质量与起飞时S—IC液体质量的比,表中还表明了每个S—IC贮箱中液体的重量,在每个贮箱上液体表面所在的模型站数和每个时间下总的模型重量,所列的百分率值是标定值,实际的飞行时间点是:146秒(接近关机);110秒(24%);最大动压(48%);40秒(73%)和起飞(100%)。

使用的仪器

试验时,使用的仪器组成了四个基本组:输入力发生器、加速度响应变换器、监视

和记录设备及现场数据分析设备。输入力发生器是随动控制的电磁式激振器,通过测力计作用于S—IC中心发动机的常平座点,随动控制保持一定的、预先选择的均方根力的电平。加速度响应变换器是Kistler型303伺服加速度计,利用它能确定模型纵向方向的变形形态。一个典型的加速度计安装表示在图11中,图中表示了安装在S—II尾段壳上的一个加速度计,这是在横向试验时的照片,但是,当纵向试验时也相同,一个方的实心基座贴在模型的表面,并在基座上攻了四个等距孔,然后,加速度计安装支座放在这基座上,最后,加速度计通过这个支座上的孔被固定,并且用螺钉将定位座与支座固定。在基座上用等距孔允许加速度计在敏感轴的方向容易地改变 90° ,为达到重新定位,整个的加速度计定位座安装支座组件从基座上移动,转 90° ,然后再重新固定。另外,对结构构件如发动机,LM模型和经选择的内部组件进行了测量,每个传感器的敏感轴方向和位置表示在图10中。传感器是用实的菱形符号表示,菱形的尖角对应敏感轴的方向,站数是相对于S—IC常平座平面(此站为10.0吋或0.254米)给出的。

与应变及压力传感器有关的附加测量选择在S—IC结构上,这些传感器的位置、类型和方向如图13所示。每个贮箱顶部安装了一个压力传感器和三对应变片。应变片沿着顶部的一个子午线定位,每对应变片按水平(周向)和垂直(子午线)方向定向,每对应变片用统一的编号数,并以字母H和V表示水平和垂直的敏感方向,贮箱底部装有压力传感器和位于正交子午线的六对应变片,感受周向和子午线方向,在每个贮箱的箱壁上也用敏感纵向的应变计进行测量。另外的一些应变片位于Lox的抽吸管路的两端,它包括模拟Lox抽吸管和与S—IC前裙的前端处搭接的受拉位置。单个压力传感器安装在模拟PVC的隔板上。

数据的获得和处理

用在这个研究中的数据获得系统如图14的方框图所示。每个传感器的数据信号线连接到预先组合好的数据集合开关,要求12个选择通道所期望的数据能够在示波器、电压表或X—Y记录仪上进行监视。为了以后数字计算的处理,数据记录在模拟磁带上,初步的定性分析也能在试验现场完成。

所有记录在模拟磁带上的数据通过一个24点/周的换算变换成数字形式,然后,为确定振幅和相对于正弦输入力的相位角进行数据分析。当作为传感器站数的函数画出基波振幅时,则可用来确定模型的变形形态。

为了得到阻尼数据,用突然切断到激振器动圈的电流,达到模型不受力,选择传感器的振幅衰减记录在示波器上,画出衰减信号的几个周期的振幅,通过这些点的光滑直线的斜率用来计算阻尼值,为了保证可靠数据,至少用衰减信号的10个周期来计算每个阻尼值。

试验程序

对于所有的试验情况,按基本相同的方法得到了试验数据。输入力发生器程序提供给模型一个定振幅的正弦力,频率是缓慢地增加。从各个传感器来的选择的输出信号自动地画出作为频率函数的总的振幅图。选择的信号同时用示波器的李沙育图监视,并注意峰值频率和相位的变化。然后,对各个峰值响应频率经手调激振频率来得到峰值响应,并为以后谐波分析,记录所有传感器的输出。最后,激振力突然去掉,各衰减信号记录在示波图上,从而,也可测得前面讨论的阻尼值。

分析

1/10缩尺土星V模型的数学表达式是由沿着飞行器的长度方向上分散点的集中质量 m_i ,与用无质量的弹簧 K_i 联接起来而组成的。其表达形式如图15所示,质量和弹簧值如表Ⅱ所示。这个程序也用在另外的分析中,如参考文献〔10〕和〔11〕之中。程序是基于这样的假设,即具有无限自由度的系统的运动能够用一个有限自由度的弹簧-质量系统的分析方法来逼近。弹簧-质量和连续系统之间的关系在参考文献〔12〕中讨论了。用于特殊分析中的质量数的选择如在一些情况中有些任意性,这些质量是用弹簧连接。这里所用的方法是作如下安排:用一个简单的几何形状的结果去分析得到两个质量位置之间的刚度表达式,这个方法把集中质量点安放在壳体形状出现变化的或分支质量连接在主结构的地方,另一个方法是选择接近于空间飞行器站的位移为广义坐标,假设一个接一个的坐标位置之间有一个位移分布,并用假设的位移函数计算出势能和动能,然后,导出刚度和质量矩阵。这个方法的显著特点是:其质量矩阵一般不是对角的。在参考文献〔13〕中讨论了这个程序。

现在分析的一些结果表示在参考文献〔14〕中,然而,所示的结果反映了对此参考文献所分析的集中参数法的修正。在1/10缩尺土星V模型的现在数学表达式中,对于S—IC内贮箱段导出了一组修正的正交各向异性的弹簧常数,模型LM表达式包含了两个自由度,IU/S—IVB前稳定裙连接的弹性特性基于模型的静载荷挠度试验作了试验修正。在附录A中讨论了这些静试验和单独的LM试验。

阿波罗/土星V模型的固有频率和振型形态是用Given法建立并求解标准特征值问题而求得的,方程式为:

$$[K - M\omega^2] \{y\} = \{0\} \quad (1)$$

其中 $[K]$ 是刚度矩阵, $[M]$ 是质量矩阵, ω 是固有圆频率, $\{y\}$ 是振型形态。

考虑三个重量条件:(1) S—IC级以100%的液氧和燃料模拟起飞时的重量条件,(2) 大约以50%对应于最大动压状态,(3) 以空状态,近似对应于S—IC关机。

质量分布

一般地,集中质量是这样处理的,即在每个终点站处,取壳的划分点之间的结构质量的一半,这里的壳是指主结构部分,实质上,主结构是由一个简单的几何形状组成的,如箱段或级间段。假如一个终点站是箱底和箱壁的对接点,那么,将整个箱底质量集中在对接站上,最上一级的发动机视为离散的集中质量,然而,第一级的外侧发动机是与支承钢丝绳和后裙部质量的一半组合在一起,因为这些发动机实质上是附属于主结构的刚体,所以,可作这样的处理。模拟的LM被考虑为两个自由度的分支系统。在飞行器中的每个液体元素用一个简单的集中质量表示。用于模拟S—II和S—IVB级液氢的塑料小球如同水一样的处理方法,用水模拟所有各级上的液氧和S—IC级上的燃料。

因为液体运动可能比起飞行器上其它的分结构更复杂,所以,必须注意它的表达形式,现所使用的表达式是由参考文献[16]中Wood提出的,并稍微修正后在参考文献[10]和[11]中应用了。液体表示为具有一定弹簧支承的质量,用于描述运动的坐标是液体质量中心的偏移,集中质量的量级相等于总的液体质量。表达式用的液体质量给在表I中,然而,在“结果与讨论”一节中讨论的,分析与试验之间的矛盾提出了需进一步考虑液体的这种表达形式。

下面的分析表明:当质量中心的偏移被选择为表征液体运动的广义坐标时,实际液体质量应用质量中心的偏移来表示就未必是恰当的。在假设运动条件下写出液体的动能。这些运动的量级是由液体质量中心的偏移来确定的,因此,这个偏移可用作广义坐标,这样,从动能导出了与广义坐标相联系的等效质量。它与瑞雷—里兹(Raleigh—Ritz)法得到的质量结果是一致的。这样,当质量中心偏移被选择为广义坐标时,分析指明了实际质量与等效质量的大致偏差。

考虑作了很大简化的图16的推进剂箱,假设含有液体的圆柱壳的弯曲刚度被忽略,利用这个假设则在静态条件下壳体的径向位移为:

$$W = \frac{\gamma a^2}{Et} x \quad (2)$$

其中, γ 是液体单位重量, E 是杨氏模量, t 是壳的厚度, a 和 x 如图16所示。

如果假设贮箱变形后,液体的圆截面形元素仍然保持着,那么,液体的纵向位移以 $\tilde{u}$ 表示为:

$$\tilde{u} = 2 \int_x^h \frac{W}{a} d\xi \quad (3)$$

其中 ξ 是积分的名义变量,用 U_1 项表示的 m_1 是液体质量中心的运动,给出了

$$\tilde{u} = \frac{3}{2h^2} u_1 (h^2 - x^2) \quad (4)$$

假设液体的径向位移,用 w 表示,其值从箱子的中心为0线性地变化到箱壁处的壳体位

移。那么，用 u_1 项给出液体的径向位移

$$\tilde{w} = \frac{3rx}{2h^2} u_1 \quad (5)$$

用 u_1 项表示液体的动能，并作为广义坐标，这时，动能 T 的表示式是

$$T = \pi \int_0^h \int_0^2 \rho r (\dot{u}^2 + \dot{w}^2) dr dx \quad (6)$$

等效质量是用动能相对于广义坐标 u_1 对时间的一次微分变量的两次导数得到的

$$m_e = \frac{\partial^2 T}{\partial \dot{u}_1^2} \quad (7)$$

从这个程序得到

$$m_e = m_t \left[1.2 + 0.375 \left(\frac{a}{h} \right)^2 \right] \quad (8)$$

其中， m_t 是实际的液体质量。

方程(8)表明：假如壳反映的轴对称动载荷与水力学静载荷具有相同的特性形态，以及假设液体是运动的，那么，液体的实际质量应比得到的等效质量高20%。

应该指出，这里导出的因子是将推进剂箱作了一个很大简化的模型而取得的，推导没有估计箱底的表示形式和液体的径向位移的分布，而是由假设得到的。这些假设的合理性将在“推进剂箱”一节中讨论。

刚度表示

对三种类型的结构的弹簧常数做了计算：(1)具有锥形的，即圆筒形的特殊情况壳体结构的计算，(2)表示液体—贮箱相互作用的弹簧刚度的计算，和(3)分支系统，如登月模型和S-I，S-IVB级发动机的计算。

要求集中一参数分析确实包括了刚度元件，如肋和环形框等的影响，所以用等效的正交各向异性的壳特性导出弹簧常数，它们组成了总的模型。假如使用的理论限制在轴对称的正交各向异性的薄膜理论，那么，就能够比较简单地包含主要影响。当用各向同性的弹簧常数和壳体是圆筒时，则这个理论取得了通常的 AE/l 的弹簧常数。根据不计弯曲应力，则所有的偏心率影响也可忽略。参考文献[17]专门论述各向异性的壳体理论，并在这里用到了包括各向异性的薄膜理论。

锥壳—典型锥壳及其相联系的坐标系统表示在图17中，在子午线方向的坐标是 S ，在圆周方向的坐标（未图示）是 θ 。

$$K = \frac{F}{\delta} \quad (9)$$

其中 F 是力， δ 是在 x 方向，即受力方向的距离，并假设不允许基础有纵向移动。

对于轴对称载荷的旋转体薄壳，应力和应变之间的关系的矩阵形式为

$$\begin{Bmatrix} N_s \\ N_\theta \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_s \\ \varepsilon_\theta \end{Bmatrix} \quad (10)$$

其中, N_s 是子午线方向的应力, N_θ 是圆周方向的应力, ε_s 和 ε_θ 是相应的应变, 矩阵 $[C_{ij}]$ 是各向异性弹性壳的比例矩阵。

对于力 F , 从平衡式得到应力

$$N_s = - \frac{F}{2\pi(R_0 - l \cot \varphi_0 + s \cos \varphi_0) \sin \varphi_0} \quad (11)$$

$$N_\theta = 0 \quad (12)$$

从参考文献 [18] 得应变为

$$\varepsilon_s = \frac{\partial u}{\partial s} \quad (13)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u \cos \varphi_0 + w \sin \varphi_0}{R_0 - l \cot \varphi_0 + s \cos \varphi_0} \quad (14)$$

这里 u 是子午线方向的位移, w 是壳体法向的位移。

当方程 (10) 求逆时, 并事先确定载荷条件下的 [方程 (11) 和 (12)] 应变关系时, 则变换应变位移关系式方程 (13) 和 (14), 得到在载荷条件下确定位移的两个联立方程式的结果。这些方程式是:

$$\frac{\partial s}{\partial u} = \frac{F}{2\pi C_{11} \left(1 - \frac{C_{12}}{C_{11}} \cdot \frac{C_{12}}{C_{22}}\right) (R_0 - l \cot \varphi_0 + s \cos \varphi_0) \sin \varphi_0} \quad (15)$$

$$w = -u \cot \varphi_0 + \frac{C_{12} F}{2\pi C_{11} C_{22} \left(1 - \frac{C_{12}}{C_{11}} \cdot \frac{C_{12}}{C_{22}}\right) \sin^2 \varphi_0} \quad (16)$$

当联立解方程式 (15)、(16) 时, 使用关系式

$$\delta = u(0) \sin \varphi_0 - w(0) \cos \varphi_0 \quad (17)$$

由

$$\delta = \frac{F}{2\pi C_{11} C_{22} \left(1 - \frac{C_{12}}{C_{11}} \cdot \frac{C_{12}}{C_{22}}\right) \sin^2 \varphi_0 \cos \varphi_0} \left(C_{22} \log_e \frac{R_0}{R_0 - l \cot \varphi_0} - C_{12} \cos^2 \varphi_0 \right) \quad (18)$$

给出了位移, 因此, 从方程式 (9), 给出锥形壳的等效弹簧为

$$K = 2\pi C_{11} \left(1 - \frac{C_{12}}{C_{11}} \cdot \frac{C_{12}}{C_{22}}\right) \frac{\sin^2 \varphi_0 \cos \varphi_0}{\log_e \left(\frac{R_0}{R_0 - l \cot \varphi_0} \right) - \frac{C_{12}}{C_{22}} \cos^2 \varphi_0} \quad (19)$$

作为锥的特殊情况,用 φ_0 近似于 $\pi/2$ 值,也可得到圆筒形的等效弹簧常数的方程式。那么,方程式(19)变为

$$K_c = \frac{2\pi a}{l} C_{11} \left(1 - \frac{C_{12}}{C_{11}} \frac{C_{12}}{C_{22}} \right) \quad (20)$$

变量 K_c 是代表各向异性薄膜圆筒的等效弹簧常数,它主要依赖于 C_{11} ,其次是 C_{22} 和 C_{12} ,这个依赖关系假定对不包含液体的壳体,如箱间段和级间结构,它们有可能用 AE/l 值来确定弹簧常数值。这里的 A 表示壳体总截面面积。虽然,这个方法节约了一些时间,但在结果的精度方面有所下降。

在附录B中给出了与发动机弹簧一起计算的计算锥壳的等效弹簧例子。这个附录的目的是表明在阿波罗/土星V模型的分析中详细使用的一般概况。

推进剂箱 图—18表示了一个典型的推进剂箱。假设这个箱的圆筒部分的特性能够用方程(10)来描述,即符合各向异性壳体和薄膜理论。椭球底是球形的一个特殊情况,假设是各向同性的,并具有等厚度。在箱中的液高假设比圆筒的长度大,也即液体是位于如图示的上底中。

对这个特殊箱子作进一步假设,对总的质心运动中心的上底的变形大小相对于圆筒和下底而言是小的,因此,在下面的分析中,上底的变形是可忽略的。

假设结构的质量任意地位于上底与圆筒的对接面处,并假设液体的运动是由液体质量中心的运动得到的,即在某种意义上,液体表示为由弹簧支持的质量,圆筒的底座假设是与纵向运动一致的。根据这些假设,描述箱子运动的两个坐标取为 u_0 和 u_1 ,如18图所示。

假设系统是线性的,所以,变形与载荷关系是成正比的。在图中假设载荷用 P 和 W 表示,载荷和变形之间的关系能够写成矩阵形式:

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ u_1 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_{11} & \alpha_{12} \\ \alpha_{21} & \alpha_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P \\ W \end{Bmatrix} \quad (21)$$

矩阵 $[\alpha]$ 是系统的挠度矩阵,这个矩阵的逆矩阵就是推进剂贮箱系统的刚度矩阵。若把载荷 P 和 W 作为已知量来处理,假设位移是已知的,则可方便地得到柔度矩阵,并直接得到刚度矩阵。

假设液体静力学压力是变化的,并忽略每一个贮箱内增压,其次,作为一个静载荷的影响,可以附加到总的应力之中,所以,对于圆筒的平衡方程式为

$$N_s = \frac{P}{2\pi a} \quad (22)$$

$$N_\theta = \frac{3W}{\pi a^2 \Gamma} x \quad (23)$$

其中 $\Gamma = 3q + 2n - (m^3/n_1^3)$, (参考文献[20]), $q = \frac{h}{a}$, $n = \frac{b}{a}$, $m = \frac{c}{a}$, 以及 $n_1 = \frac{b_1}{a}$ 。

将应力关系的方程式 (22) 和 (23) 与应变关系 (13) 和 (14) 代入方程 (10) 中, 按照应力—应变律, 令 $\varphi_0 = \pi/2$, 并求逆得到

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{w}{a} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{12} & C_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\frac{P}{2\pi a} \\ \frac{3W}{\pi a \Gamma} x \end{pmatrix} \quad (24)$$

积分方程 (24) 第一式, 应用边界条件 $u(h) = 0$ 得到在载荷作用条件下的位移。

$$u = -\frac{1}{C_{11}C_{22}\left(1 - \frac{C_{12}}{C_{11}} \frac{C_{12}}{C_{22}}\right)} \left[\frac{C_{22}P}{2\pi a}(h-x) + \frac{3C_{12}W}{2\pi q\Gamma}(h^2 - x^2) \right] \quad (25)$$

$$w = \frac{1}{C_{11}C_{22}\left(1 - \frac{C_{12}}{C_{11}} \frac{C_{12}}{C_{22}}\right)} \left(\frac{C_{12}P}{2\pi} + \frac{3C_{11}W}{\pi a \Gamma} x \right) \quad (26)$$

当圆筒和下底的径向位移已知时, 则能够计算出液体质量中心的纵向位移。如参考文献 [18] 中表示的这个位移是

$$u_1 = \frac{\Delta M}{V} \quad (27)$$

这里的 ΔM 是箱子的总体积变化对于液面的轴线的一次矩, 这个体积变化是由两部分组成的一即由圆筒壁的膨胀引起的和下底膨胀引起的体积变化。对于小变形, 该体积的一次矩由下列关系得到

$$\Delta M = 2\pi a \int_c^h w x dx + \frac{\pi \gamma \varepsilon^6}{2Et} \left[H(n, v) + 2qG(n, v) + q^2 F(n, v) \right] \quad (28)$$

这里的 γ 是液体的单位重量, $F(n, v)$, $G(n, v)$ 和 $H(n, v)$ 是在参考文献 [8] 中得到的, 它们是与等效下底刚度有关的函数。

如将方程式 (28) 积分, 并代入到方程式 (27), 使 $u_0 = u(c)$, 那么, 含有挠度矩阵的方程 (21) 可以清楚地写为

$$\begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \end{pmatrix} = \frac{1}{2\pi C_{11}C_{22}\left(1 - \frac{C_{12}}{C_{11}} \frac{C_{12}}{C_{22}}\right)} \times$$

$$\begin{pmatrix} C_{22}(q-m) & \frac{3C_{12}(q^2-m^2)}{\Gamma} \\ \frac{3C_{12}(q^2-m^2)}{\Gamma} & \frac{12C_{11}(q^3-m^3)}{\Gamma^2} + \frac{2\pi C_{11}C_{22}\left(1-\frac{C_{12}C_{12}}{C_{11}C_{22}}\right)}{K_{BH}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ W \end{pmatrix} \quad (29)$$

其中

$$K_{BH} = 2\pi Et \frac{\Gamma^2}{9 [H(n, v) + 2qG(n, v) + q^2F(n, v)]} \quad (30)$$

在方程式 (29) 中, 载荷与位移的矩阵关系就是推进剂—贮箱 组合的 挠度矩阵, 将此矩阵求逆时, 得到的刚度矩阵看作为具有三个弹簧的系统, 非对角项表示与两个质量连在一起的一个弹簧, 而非对角项与对角项之间的不同则表示连一个底座质量的一个弹簧。应用这些结果导出了用图18所示的、由刚度矩阵表示的弹簧系列的关系。这些弹簧的每个值为:

$$K_1 = K_c \frac{C_{22}}{C_{11}} \frac{1 - 3 \frac{C_{12}}{C_{22}} \frac{(q^2 - m^2)}{p\Gamma}}{\Lambda} \quad (31)$$

$$K_2 = K_c \frac{C_{22}}{C_{11}} \frac{3 \frac{C_{12}}{C_{22}} \frac{(q^2 - m^2)}{p\Gamma}}{\Lambda} \quad (32)$$

$$K_3 = K_c \frac{\frac{12(q^3 - m^3)}{p\Gamma^2} - 3 \frac{C_{12}}{C_{11}} \frac{q^2 - m^2}{p\Gamma} + \frac{2\pi}{p} \frac{C_{22}}{K_{BH}} \left(1 - \frac{C_{12}C_{12}}{C_{11}C_{22}}\right)}{\Lambda} \quad (33)$$

其中

$$\Lambda = 12 \frac{q^3 - m^3}{p\Gamma^2} - 9 \frac{C_{12}}{C_{11}} \frac{C_{12}}{C_{22}} \frac{q^2 - m^2}{p^2\Gamma^2} + \frac{2\pi}{p} \frac{C_{22}}{K_{BH}} \left(1 - \frac{C_{12}C_{12}}{C_{11}C_{22}}\right)$$

K_c 是由方程式 (20) 给出的。

假设液体不充到上底时, 那么, 作类似的分析, 在方程式 (31), (32), (33) 中取 $m = 0$, 得到 K_1 , K_2 和 K_3 的方程, 在这情况下 $q \leq p$ 。

虽然, 方程 (31) 到 (33) 的弹簧是与各种几何参数有关的, 但是, 代表每个弹簧最大敏感性的各向异性的常数可通过考察每个弹簧来确定。由方程式 (20) 所示的 K_c 量主要依赖于纵向薄膜刚度 C_{11} , 考察方程式 (31), K_1 的表达式是 K_c 与 C_{22}/C_{11} 的乘积。 K_c 的 C_{11} 与在分母中的 C_{11} 相消, 这样表明 K_1 是对径向薄膜刚度 C_{22} 的值最敏感, 因此, 如图18中所表示的, K_1 是直接联系到液体质量的, 在确定液体-贮箱系统固有

频率中,它是最重要的。这个考察也表明,如果各向同性的薄膜理论用到液体—贮箱问题中,径向和纵向刚度是明显不同的,这样,造成了大的响应误差。考察方程式(32), K_2 表达式表明:这个弹簧对 C_{12} 值最敏感,它是纵向的应力和应变与径向的耦合,因此,这个量反映了各向异性薄膜壳体的一个影响,它等效于各向同性薄膜壳体中的柏松比。同样地考察方程式(33), K_3 的表达式表明:它主要依赖于纵向薄膜刚度 C_{11} 。

从方程式(31), (32), (33)能够得到各种特殊的情况。对图18,与液体等效质量一起分析的简单贮箱的弹簧是取 $m = n = n_1 = 0$, $p = q$, K_{BH} 近似于 ∞ 和假设各向同性而得到的。结果是

$$K_1 = \frac{2\pi Et}{q} \frac{3(1-\nu)}{4-3\nu^2} \quad (34)$$

$$K_2 = \frac{2\pi Et}{q} \frac{3\nu}{4-3\nu^2} \quad (35)$$

$$K_3 = \frac{2\pi Et}{q} \frac{4-3\nu}{4-3\nu^2} \quad (36)$$

假如结构质量取为零,系统简化为具有一个等效弹簧的单自由度系统

$$K_e = \frac{3\pi Et}{2q} \quad (37)$$

用方程式(8)的等效质量与方程式(37)一起,能够计算这个系统的固有频率,按这种模型的计算结果能与有用的数据作比较。参考文献[19]和[20]包含了基于更严格但又更复杂的这些数据的分析。图19表示了对贮箱的不同液高—半径比和用各种分析法的每一种情况下的频率比较。结果表明:在所研究的液高范围内,最大偏差为6%,最大偏差发生在浅箱区。这些比较清楚地看到,在所作的各种假设下,从方程式(8)的等效质量导出最简单的分析,其趋势是合理的。

四、结果和讨论

试验测量和分析确定的1/10缩尺的阿波罗/土星V模型的纵向和自由-自由动特性,表示在图20到51和表Ⅲ中。表中列出了在不同的S—IC液体载荷条件下得到的试验和分析的共振频率及试验的阻尼值。试验共振频率作为S—IC载荷条件的函数的略图表示在图20中。图20中,实点符号表示表Ⅲ的数据,而空的菱形符号是从程序过程中处理的和中间试验得到的补充值。不过,它是用另外的方法、不公开的数据。这个图的目的是给读者对模型特点有个直观的概况,并说明S—ICLox振型与结构、分支质量共振之间的耦合。光滑曲线表示作者对模型特点的判断,这种判断是基于没记录的中间试验和记录的中间试验点,如表示的那些点。

一般地,对每个推进剂载荷条件,试验数据均以相同的形式,即表示为频率函数的

加速度图,在这里,选择的加速度计的总响应的量级是以一个定振幅的正弦输入力的力频函数显示的。传感器记录信号均有它的零线,零线取在如每张图左边所示的模型图上的传感器的参考位置上或附近。正和负号分别表明与输入力同相或反相的响应。虽然在给的一个图上的所有曲线是按近似相等的灵敏度画的,但在实际上,在不同的图上,灵敏度不需要相同。

最后,加速度-频率图是用定频激振试验给出变形模样,并在这里利用各向异性分析法计算给出振型形态。在这计算中,液体的质量取所含液体的实际质量,最后用各向同性和各向异性薄膜理论对刚度进行分析计算,通过给出的数据对液体的实际和等效的质量概念进行了讨论。将分析和试验结果统一取模型的前端或顶点正规化,无论那个都可用,但是,在有些情况下,试验的顶点振幅小时,则需要选择其它的正规化点,正规化幅值是以无量纲的纵向坐标 x/L 的函数画的,这里 x 是模型坐标, L 是模型的总长度。在每个图中,列出了试验的共振频率、恰当分析的固有频率和测量的自由衰减阻尼值。

起飞状态

起飞状态(100% S—IC推进剂载荷)如图21到30所示。图21和22表示了这个特殊状态的两个加速度—频率图。这两个图的挠度灵敏度是相同的,但是,图21的数据是用27牛顿标定输入力得到的,图22的数据是用53牛顿输入力得到的。数据表中用双倍的输入力近似得到双倍的响应振幅,因而说明了结构在这个输入力的范围内是接近线性的。加速度-频率图也表明:模型的响应划分为两个不同的频率范围。在低频($f_e < 80$)时, S—II级以上的结构是很灵敏的,而余下的模型部分相对地不灵敏,而在高频范围($f_e > 80$), S—IVB和有效载荷结构受到小的加速度,而S—IC和S—II结构响应随输入力变大。这样划分的响应趋势对于所有模拟的飞行时间都是明显的。

考虑输入力和加速度计的相对位置,就能很好地解释推力结构的曲线的特点。取加速度计位于推力结构十字梁的顶部;并直接在激振器附加点的上面,假如考虑的十字梁是具有高的刚度-质量比系统,则加速度计敏感一个弹簧与一个质量的力的响应。试验确定,推力结构十字梁的共振频率至少近似于260cps,低于这个共振频率,加速度响应是与力的频率的平方成比例。当这响应是以强迫频率的函数画图时,如加速度-频率图那样,则取得一个由系统共振响应引起的各峰值迭加到近似抛物曲线的结果。

对于起飞状态所计算的振型和试验的共振变形形态表示在图26到30中。除图30外,所有的数据统一取前端或模型的顶点进行正规化。图30里,顶点振幅小,需要按模型的后端或底部正规化。所示的分析曲线由离散计算取得的变形再经光滑化。

图26的试验数据表明:模型结构的整个测试部分随输入力相位而变动。因为激振频率(30.9cps)是远在受钢丝绳支承的模型的刚体频率(3.5cps)之上,所以,对总的

系统排除了支承条件的影响,保持了系统动量平衡。虽无分析数据可利用,但有理由假设动量平衡通过一些大的、不好测试的质量部分的反相运动来达到。现经分析证明了这个假设,并表明反相的质量就是S—IC10x箱内的液体。进一步试验证明了这个共振性质,并从图23到25的应变和压力数据得到了检验。传感器的位置给在图13中。在图23中,位于10x箱底上的压力计P—3表明大约在30cps有一个小的压力响应峰和相位的变化。同样,在图24中,10x箱底上的水平和垂直应变峰也用22—H和22—V应变计响应表示出来了,但是,数据还不足以确定10x质量运动的量级。图25上,表面上的应变数据表明:在30cps时,S—IC10x箱上看不出纵向应变的模式。其次,表面应变计的方向沿箱壁周向时,应变计不好测量。若不管这些限制,以试验数据结合分析结果则足以定性地识别10x质量共振。图25上的S—14和S—16应变计的响应也有利于识别在大约97cps时,Lox抽吸管路共振,而图24上表示的压力传感器P—5的输出有利于识别带下波纹管弹簧时模拟PvC的共振。

显然,对频率($f_0 = 38.0\text{cps}$; $f_c = 30.9\text{cps}$)和变形形态,它们的分析结果和试验之间相关性是弱的。频率弱相关的一个可能原因就是由于上述讨论的所含液体。由方程式(8)导出的等效质量概念的应用效果在“等效质量和各向异性刚度效应”一节中讨论了。

图27显示了分析和试验两者典型的棒类型第一阶纵向变形形态,这个振型的频率关系是好的($f_0 = 40.3$; $f_c = 40.2\text{cps}$),变形形态关系也是好的,但模拟LM除外,它比试验值低25%左右,分析也表明S—IC质量仍然与贮箱结构反相运动,这样,表明了在这振型中要考虑液体-贮箱的相互作用。

这些事实说明:在处理液体-贮箱的相互作用中,用集中-参数模型是困难的,也就是说它们需改善模型。由NASA合同得到并用在参考文献[14]中的连续分析法可满意地预示10x振型。在这个分析中,液体-贮箱方面用若干个假设形态,并多于一个自由度,这样,对液体采用较多的自由度,来改善集中-参数模型。这种方法也提出了等效质量效应改变箱子形状和液体特性,它们随系统的激振频率而发生变化,因此,对较多个系统振型而言,液体用单自由度表示将是不合适的。

试验结果指明在IU—SLA接头处($S/L = 0.76$)的变形形态有一个非常突然的变化,这对于所有的重量条件的结果都有影响,为了证明这个接头对模型变形的影响,于是进行了静力试验,因为从模型图中不能得到这影响,因此,对分析作了修正。关于静力试验在附录A中讨论。

在图29中描述的共振,首先是由于LM模拟质量的运动引起的。为产生低幅值,要求一个比较高的力级,例如在图28中,用输入49牛顿测量头部加速度幅值为0.071g,而在图29中用67牛顿的力,头部加速度幅值是0.013g。用单独LM模拟试验确定LM模拟响应的特性,在附录A中讨论。

图29中,在S—IC贮箱部分,试验和分析的变形形态之间弱相关是由若干个原因产生的,一个可能原因是在测量幅值时,传感器在它的安装板上有简谐激振,考虑箱壁

如同一个旋转弹簧,带质量的传感器附加在壁上,那么,传感器在它们的安装弹簧上的悬臂共振可以通过激发每个传感器,并监测衰减频率找到。在起飞条件时,S—IC上传感器的共振频率出现在近似于200cps处。在起飞条件时,S—IC级上的所有表面的传感器出现200cps响应,其幅值近似于基频71.3cps的1/4。尽管这种解释不是完全满意的,但是,因为图25的表面应变数据表明了S—IC燃料箱壁在70cps附近有明显的纵向应变,以及图23和24给出了S—ICLox箱下底的应变和压力响应,因此,必须假设图29中的试验的变形形态,至少是部分地与贮箱响应形态有关。分析不考虑贮箱较高阶的对称振型或反对称振型,也没有给出充分的数据去描述测量的响应特性。

在图30中所示的共振从分析上预示不了,因此,仅仅表示了试验数据。另外,这里还不能清晰地指出共振振幅的各种原因。表面应变计(图25)指明了Lox抽吸管道的二阶共振和在136cps时,S—IC燃料箱的纵向应变。箱子两头的应变计(图24)表明了两个Lox和燃料箱底部径向和周向的应变。S—IC压力响应(图23)表明了,在136cps时有一个大的PvC压力响应,和在两个箱子底部有差不多大小的压力响应。另外,在这个频率时,所有的S—IC发动机和S—II推力结构显示出大的纵向响应峰值。

75%满状态

具有S—IC级75%起飞推进剂重量的1/10缩尺阿波罗/土星V的试验数据如图31到33所示。在这个状态中,遇到的最低共振是典型的棒类型的第一阶纵向变形形态。Lox振型的频率是向上移动的,并体现了与第二阶结构振型耦合,LM模拟质量的共振在这种重量状态和标定的输入力量级下几乎没有出现。

50%满状态

对于S—IC级推进剂载荷是起飞重量的一半时,其分析和试验数据如图34到39所示。如前面的情况那样,数据由试验的加速度-频率图和分析的与试验的共振变形形态组合图组成的。对于这个状态的头两阶纵向共振频率和变形形态,试验和分析的数据一致性是好的。

应该看出,在这篇报告里所示的试验数据表示不了飞行器振型的完整系列。在使用这个研究中的技术和测试时,往往一个复杂系统的固有频率是不可分的,因为它们密集在一起。图37中就是可能有的情况,在那里,只有分析数据而没有找到共振的试验数据。图38中表示了有关的振型与频率,粗略地对应于带支承弹簧的S—ICLox质量的非耦合频率,但是,如同在图20中的简图看到的,在接近于LM共振处找到了试验的Lox振型,它在试验中是不可分离的、耦合的共振变形形态,如图38所示。这种耦合效应如同最先讨论的贮箱两头的和非对称箱的运动一样,在 $0 \leq x/L \leq 0.4$ 范围内,变形形态是不同的。同样原因,在图39中所示的试验的共振变形形态与图30中所示的相同。

25%满状态

25%推进剂状态的试验数据如图40到45所示。如同75%的情况那样,没有计算的分析数据。除了在70cps附近没有LM的响应外,试验的数据体现了前面所示的响应趋势。在所预计的频率时,加速度-频率图和变形形态图两者均反映不了LM的任何响应。

接近关机状态

试验确定的S—IC接近关机状态时的1/10土星V的响应特性与分析给出的振型形态和频率关系如图46到51所示。最低振型(图47)与试验的频率和变形形态是很一致的。用常规的试验技术取得相近的不可分离的振型如图48和49所示。解析地找到两个固有频率在70.8cps和74.7cps,而在试验中观察到单个共振在69.6cps,试验变形形态检验表明:LM有两个共振,即由分析预示的在70.8cps的主质量运动和在 $0 \leq x/L \leq 0.5$ 范围内反映了74.7cps分析振型特征的明显运动。从这些观察表明:试验的形态反映了两个分析预示的振型形态的耦合。

试验和分析之间,仅仅第三阶频率是好的(图50),而在 $0 \leq x/L < 0.4$ 范围内变形形态的量级有些偏差。在131.1cps时的试验共振变形形态如同上述图30的说明。

等效质量和各向异性刚度的影响

这篇报告叙述了在系统弹簧常数的计算中反映结构的各向异性特性的修正,并在分析中由方程式(8)指明:液体-贮箱的相互作用可用包含液体等效质量修正。对三种(100, 50, 和0%)S—IC推进剂载荷条件下,用各向同性和各向异性弹簧常数,以及用实际质量和方程式(8)中定义的液体等效质量,计算1/10阿波罗/土星V模型的固有频率和振型,来确定各向异性和液体质量值对飞行器结构的固有频率和振型的定性影响。除了起飞状态下最低的两个振型外,由各向异性和各向同性的分析得到的对所有振型几乎是一致的。因为这两个振型最明显地反映了液体—贮箱的互作用。结构的各向异性对这类的振型起主要影响,根据这个分析表明:在推进剂箱刚度的讨论中,作上述研究是合理的。

图52中表明了对1/10阿波罗/土星V模型或Lox的,最低的振型和频率的四种计算。图52(a)和(b)分别示出了真实的液体质量和等效的液体质量作各向同性分析的结果,图52(c)和(d)示出了具有两种液体质量的各向异性的结果。四个图中的每一个与图26中的试验数据比较表明:如所期望的那样,较高的等效质量影响着较低的共振频率,在 $0 \leq x/L \leq 0.25$ 范围内,等效质量也引起振型形态的变化。分析和试验之间相

对应的振型形态没有一种情况是好的,然而,具有实际液体质量的各向异性理论存在较好的一致性。从频率的角度看,在39.3cps到33.8cps范围内,所有计算的频率都比试验的频率30.9cps高,但在两者的分析中,使用等效质量给出了较好的频率相关性,而各向异性分析给出了接近值。

对模型的第一阶结构振型,两种类型计算的频率和振型形态表示在图53中,如同前图。图形表示了用各向同性和异性对实际的和等效的质量分析的结果。在这个振型中,振型形态和频率两者的变化比在Lox的振型明显的小许多。然而,在图27中与试验数据的比较表明:具有实际液体质量的各向异性分析给出了较好的振型相关性和近于一致的频率($f_c = 40.2\text{cps}$; $f_0 = 40.3\text{cps}$)。在这个振型中,与Lox振型比较,其液体-贮箱的互作用的程度是小的。所以,在箱子结构上,振型形态和频率对各向异性的敏感性减小。在这个重量条件下,高阶结构振型与在另外的重量条件下所分析的所有结构振型中,各向异性的敏感性变得可忽略了。

五、结 论

对阿波罗/土星V运载飞行器的1/10缩尺模型,已用试验和分析确定了在一级燃烧时的自由-自由纵向动特性。使用集中参数分析来估计这样复杂的土星V运载飞行器,并研究贮箱的各向异性和在计算系统的固有频率、振型时含液体质量的表示方法。另外,提出用计算与液体-贮箱系统有关弹簧来估算箱-壁各向异性的近似方法。列出了模型试验的结果,并评价了可利用的不同分析法。试验和分析结合的突出结果可以概述如下:

1. 在薄壁箱子内包含有比较大的液体质量的运载飞行器,纵向共振响应的主要类型有三个,第一个主要是弹性箱内液体质量变形运动,另一个是包含棒类结构的变形,第三是弹性装配元件的响应。模型试验表明:当推进剂振型的频率接近于结构的或分支质量的频率时,则系统振型存在明显的耦合。

2. 以模型试验作为比较标准,在分析中,对包含液体-贮箱的相互作用的振型,用反映结构各向异性的刚度系数比用各向同性分析所得的结果好。对于结构振型,两种分析的比较表明:不论是对振型形态还是固有频率有着小的差异。这些判断表明:液体-贮箱响应比起结构响应将更多地敏感各向异性。这个结果也表明:甚至对液体-贮箱振型用不充液的壳体,按各向同性表示,其计算的振型或频率的精度则有小的下降。

3. 用各向异性和各向同性两种及用实际和等效液体质量值进行的计算表明:对于液体-贮箱振型使用等效液体质量所得的频率与试验有较好的一致性,而使用实际液体质量值的分析对确定结构振型形态和频率则更精确些。数据表明液体按单自由度表示是不合适的。

4. 对于一个宽范围的液体深度与箱子半径的比值,用精确方法计算的与用在报告里

提出的近似方法计算的箱子呼吸振型频率, 经比较表明: 结果几乎是相同的。

5. 静、动试验表明: 在接头处使用薄型材料引起模型纵向变形形态有个突变, 这个变化需要在静试验的基础上, 对这个范围内的分析刚度作修正, 因为, 这种影响在模型图上是引不出来的, 因此, 结论是: 由薄型材料构成的接头, 其刚度应随时用试验来检验。

附 录

A、补充试验

纵向静载荷—挠度测量

动响应数据分析表明: 仪器舱 (IU) 与登月舱连接器 SLA ($x/L = 0.76$) 之间的对接面对模型的变形影响很大。对接面的分析表明: 对接面并不是平面, 在固定连接周边之间存在着明显的间隙。这些间隙是由于薄板金属加工造成的, 因为与对接面相配的环框的凸缘每个至少为 0.009 吋 (2.29×10^{-4} 米) 厚。为了确定这种对接面的影响, 沿着模型外表面要求测量静载荷作用下的纵向位移。载荷-挠度试验的结果如图 54 所示。该图示出了试验的和计算的纵向挠度结果。所作用的载荷是沿着模型的中心线, 通过在模拟服务舱顶部的一个板加载, 其值为 400 磅 (1780 牛顿)。由于在绘制模型时没有办法确定对接面影响, 所以, 弹簧 k_s 的分析值需要从 310 吋 (7.875 米) 站与 326 吋 (8.277 米) 站之间所得到的等效刚度经试验修正。该图均示出了原始的和修正的挠度曲线计算值。在本报告中, 所有的分析结果均用试验修正的 k_s 。

登月 (LM) 模具的振动试验

在 1/10 阿波罗/土星 V 模型的纵向动试验中, 反映了一个主要 LM 模具引起的共振。对带支架的 LM 物体计算得到的弹簧常数经预示得到的频率比观察到的响应的频率高很多。其次, 去掉 LM 模具, 并经试验来确定观察到的共振特性。利用一个简单的试验装置, 如图 55 所示, 每一个支架的顶点刚性地连在铝柱上, 每个铝柱用螺钉固定在水泥地板上的有腹板的工型钢梁上, 选择模型和支架结构上的点, 测量其响应。一些典型结果示于图 56。给出了六个传感器的加速度-频率图。数据表明: LM 模具的共振频率为 67.9 Hz。振动振型分析表明: 在模型中心线上有大的挠度; 在靠近模型体的外边同相位的挠度较小; 无横向运动; 无支架结构的响应。所以, 结论是: 它就是具有弹性模型端板的、内装配重物体的挠度所引起的共振。对 LM 模具采用一个新的分析法, 即对 LM 模具按一个两个自由度系统分析。一个质量代表配重和端板, 另一个质量代表圆柱和附加支架。用这样的模型预示 LM 模具共振频率为 67.7 Hz。由于计算的和试验的共振频率之间很一致, 所以, 采用两个自由度模型运用到系统的数学模型中去。

对 LM 模具也进行了静载荷试验。并验证了附加支架元件的初始计算的弹簧常数的

结果。

B. 典型的刚度计算

在计算弹簧常数时,列举了阿波罗/土星V模型的壳体为采用正交各向异性弹性薄壳常数方法而作的一些典型计算,并示出了在弹簧-质量模型中为计算弹簧常数所用的一般性的结构理论的复杂程度。因此,列举了S—IC液氧箱、带分支质量的S—II中心发动机的数值计算情况。

S—IC液氧箱

S—IC液氧箱是由铝蒙皮整体铣成的,铝蒙皮沿圆周方向为等厚度,沿纵向线性变细,铝蒙皮在纵向具有T型加强肋,还有挡板装置焊接在纵向加强肋的凸缘上。所有的加强肋元件也是铝的。典型的复制元件如图57所示。

假设在承受纵向载荷中只有蒙皮和肋是有效的,而蒙皮只取纵向载荷引起圆周变形和圆周载荷引起纵向变形耦合的元件。由于该箱子的蒙皮厚度是变化的,从前端的0.019吋(4.8×10^{-4} 米),到后端为0.025吋(5.3×10^{-4} 米),所以,假设取为0.022吋(5.5×10^{-4} 米)平均值。柏松比为0.3,杨氏模量取为 10^7 磅/吋²(6.89×10^{10} 牛顿/米²)。

由于挡板腹板部分是呈波纹状的,所以,在抵抗圆周方向载荷时不能完全有效。其中,在下列计算中,挡板腹板的波纹状部分的有效面积取实际面积的50%。这种元件的实际面积约占挡板装置和蒙皮的总面积的10%。所以,即使取50%因子,误差为30%,而由这种假设的结果引起薄膜常数只有3%的误差。

纵向加强肋总数为168,计算其 C_{11} 值如下:

纵向凸缘面积	$168 \times 0.13 \times 0.015 \dots\dots 0.32760 \text{吋}^2$	$(2.113 \times 10^{-4} \text{米}^2)$
肋腹板面积	$168 \times 0.163 \times 0.010 \dots\dots 0.27384 \text{吋}^2$	$(176.6 \times 10^{-4} \text{米}^2)$
总肋面积	$\dots\dots\dots 0.60144 \text{吋}^2$	$(387.9 \times 10^{-4} \text{米}^2)$
圆周方向	$2\pi \times 19.8 \dots\dots\dots 124.407 \text{吋}$	(3.16米)
圆周方向每一吋的肋的平均面积	$\dots\dots\dots 0.00483 \text{吋}^2$	$(3.1 \times 10^{-4} \text{米}^2)$

$$C_{11} = \frac{0.022 \times 10^7}{1 - (0.3)^2} + 0.00483 \times 10^7 = 2.901 \times 10^5 \text{磅/吋} \quad (5.080 \times 10^7 \text{牛顿/米})$$

在圆周方向,挡板装置的总数为13,计算其 C_{22} 值如下:

外环凸缘面积	$13 \times 0.015 \times 0.15 \dots\dots\dots 0.02925 \text{吋}^2$	$(0.19 \times 10^{-4} \text{米}^2)$
外环腹板面积	$13 \times 0.145 \times 0.012 \dots\dots\dots 0.02262 \text{吋}^2$	$(0.15 \times 10^{-4} \text{米}^2)$
挡板腹板面积(呈波纹状)	$13 \times 2.460 \times 0.004 \times 0.5 \dots\dots\dots 0.06396 \text{吋}^2$	$(0.41 \times 10^{-4} \text{米}^2)$
挡板腹板面积(没有波纹状)	$13 \times 0.305 \times 0.004 \dots\dots\dots 0.01586 \text{吋}^2$	$(0.10 \times 10^{-4} \text{米}^2)$
内环凸缘面积	$13 \times 0.203 \times 0.011 \dots\dots\dots 0.02903 \text{吋}^2$	$(0.19 \times 10^{-4} \text{米}^2)$
内环腹板面积	$13 \times 0.114 \times 0.011 \dots\dots\dots 0.01630 \text{吋}^2$	$(0.11 \times 10^{-4} \text{米}^2)$

总的圆周方向加强肋面积.....0.17702 吋² (1.14×10^{-4} 米²)

壳体长度 48.898 吋 (1.24 米)

每一吋长度的平均圆周方向加强肋面积 0.00362 吋² (0.02×10^{-4} 米²)

$$C_{22} = \frac{0.022 \times 10^7}{1 - (0.3)^2} + 0.00362 \times 10^7 = 2.720 \times 10^5 \text{ 磅/吋} (4.869 \times 10^7 \text{ 牛顿/米})$$

仅考虑蒙皮为耦合元件来计算铰链系数。其计算结果为

$$C_{12} = \frac{0.3 \times 0.022 \times 10^7}{1 - (0.3)^2} = 0.7253 \times 10^5 \text{ 磅/吋} (1.270 \times 10^7 \text{ 牛顿/米})$$

S—II 中心发动机支承弹簧

S—II 中心发动机是由一个工型十字梁支承着。为便于分析，十字梁假设为四个相同的梁，相对于飞行器中心线，每根梁假设为零斜率，十字梁和推力锥之间用插销连接。

S—II 十字梁的纵向弹簧常数取为：当单位剪切力作用于每根梁时，相对于端部挠度的倒数的 4 倍。图 53 示出了梁的结构和十字梁剖面的惯性矩。惯性矩是从中心线算起的距离的函数。忽略了剪切变形。梁分为 $\Delta x_i = 1$ 吋 (0.0254 米) 段，假设每一段惯性矩为常值 (取平均值)。

计算的十字梁弹性常数如下：

矩, M_i (1 - x_i)		每一段离中心线距离 x_i		平均惯性矩 I_i	
磅 - 吋	牛顿 - 米	吋	米	吋 ⁴	米 ⁴
8.67	0.22	8.67	0.22	0.0896	3.73×10^{-8}
7.67	0.19	7.67	0.19	0.2238	9.31
6.67	0.17	6.67	0.17	0.1681	6.99
5.67	0.14	5.67	0.14	0.1325	5.51
4.67	0.12	4.67	0.12	0.1035	4.31
3.67	0.09	3.67	0.09	0.0790	3.29
2.67	0.07	2.67	0.07	0.0585	2.43
1.67	0.04	1.67	0.04	0.0403	1.68
0.67	0.02	0.67	0.02	0.0424	1.76
0.085	0.002	0.085	0.002	0.0215	0.89

$$d = \sum_{i=1}^{10} \frac{M_i \Delta x_i x_i}{EI_i} = 2192 \times 10^{-7} \text{ 吋/磅} (12494 \times 10^{-10} \text{ 米/牛顿})$$

这里 d 为每一根梁由单位剪切引起的挠度。对四个十字梁总的弹簧常数 K 为

$$K = \frac{4}{2192 \times 10^{-7}} = 0.1824 \times 10^5 \text{ 磅/吋} (0.3194 \times 10^7 \text{ 牛顿/米})$$

表 I 试验重量S—IC和推进剂载荷

法化 重量 状态	S-ICLox				S-IC燃料				总 模 型 重量 (a)	
	重 量		液 面 位 置		重 量		液 面 位 置		磅	牛 顿
	磅	牛 顿	时	米	磅	牛 顿	时	米		
关 机	4	18	78.3	1.99	12	54	24.5	0.62	1680	7467
25%	784	3488	99.5	2.53	284	1232	33.5	0.85	2732	12143
50%	1509	6713	115.8	2.94	593	2638	40.5	1.03	3766	16739
75%	2274	10116	133.0	3.38	922	4102	47.9	1.22	4860	21602
100%	2985	13278	151.5	3.85	1232	5704	56.0	1.42	5931	26362

a, 表明不包括67.8牛顿的悬吊钢丝绳或160牛顿的悬吊钢丝绳。

表 II 集中 - 参数分析法的刚度和质量数据

分 支 质 量 名 称	质量和 弹簧常 数序号	站		质 量		弹簧常数	
		时	米	磅-秒 ² /时	kg	磅/时	牛顿/米
LM LM	1	420.0	10.688	0.011296	1.978	0.1414 × 10 ⁶	0.2477 × 10 ⁸
	2	384.0	9.754	0.019906	3.486	1.0572	1.8514
	3	377.9	9.599	0.072545	12.71	0.0684	0.1198
	4	359.6	9.130	0.066717	11.68	0.0755	0.1322
	5	332.7	8.450	0.003857	0.6754	2.0850	0.0226
	6	332.7	8.450	0.017090	2.992	0.0097	0.01698
	7	332.7	8.450	0.05132	8.987	0.4120 × 10 ⁶	0.7215 × 10 ⁸
	8	325.9	8.277	0.010569	1.851	0.1220	0.2137
S- VB 发动机 S- VBLox S- VBLH ₂	9	310.1	7.875	0.021213	3.715	0.3802	0.6658
	10	283.2	7.193	0.024732	4.335	0.0647	0.1133
	11	264.6	6.721	0.008390	1.469	0.0969	0.1697
	12	283.2	7.193	0.45336	79.40	0.1876	0.3285
	13	301.5	6.758	0.101904	18.37	0.5198	0.9103
	14	274.7	6.976	0.02388	4.201	1.4485	2.5367
	15	251.9	6.398	0.024738	4.341	0.5487	0.9609
	16	238.7	6.063	0.058743	10.29	1.2956	2.2689
S- I 外侧发动机 S- I 中心发动机 S- I Lox S- I LH ₂	17	184.8	4.694	0.074142	12.98	0.3455	0.6051
	18	178.7	4.539	0.02255	16.16	0.0641	0.1123
	19	166.4	4.227	0.033947	5.949	0.1185	0.2075
	20	166.4	4.227	0.011039	1.942	0.3916	0.6858
	21	184.8	4.694	1.9933	319.1	5.0894	8.9129
	22	211.8	5.379	0.4059	71.08	1.2566	2.2006

表 II 续

S-IC 燃料	23	140.1	3.559	0.136495	23.90	0.0182	0.0319
	24	91.2	2.317	0.111689	19.56	0.7002	1.2262
	25	60.2	1.529	0.092247	16.16	^a 0.6162	1.0791
	26	36.5	0.927	0.178389	31.24	^a 0.1008	0.1765
	27	11.2	0.285	0.40678	^a 71.24	^a 0.2752	0.4819
S-ICLox	28	41.3	1.050	3.3294	^a 583.1	0.8584	1.5033
	29	115.7	2.938	7.6627	1342.	1.2056	^a 2.1113
	30					0.9778	^a 1.362
	31					0.4902	^a 0.8585
	32					3.1748	5.5599

^a是应用于100%的值。在50%状态时, $m_{28} = 1.6647 (291.6)$, $m_{29} = 3.8313 (671.0)$

$k_{25} = 0.6351 \times 10^6 (1.1122 \times 10^6)$; $k_{26} = 0.0604 \times 10^6 (0.1058 \times 10^6)$;

$k_{27} = 0.6000 \times 10^6 (1.0508 \times 10^6)$; $k_{29} = 1.2622 \times 10^6 (2.2105 \times 10^6)$;

$k_{30} = 0.0108 \times 10^6 (0.0189 \times 10^6)$ 和 $k_{31} = 0.5568 \times 10^6 (0.9751 \times 10^6)$;

在机关状态: $m_{28} = m_{29} = 0$; $k_{26} = 0.6900 \times 10^6 (1.2084 \times 10^6)$

$k_{29} = 1.2727 \times 10^6 (2.2288 \times 10^6)$ 和 $k_{26} = K_{27} = K_{31} = 0$

表 III 1/10阿波罗/土星 V 模型的纵向频率和阻尼概况

S-IC 充液百分 数	刚体 频 率 cps	模型 1		模型 2		模型 3		模型 4		模型 5						
		f ₀ cps	2ξ	f ₀ cps	f _e cps	2ξ	f ₀ cps	f ₀ cps	2ξ	f ₀ cps	f _e cps	2ξ	f ₀ cps			
100	3.5	30.9	...	38.0	40.2	0.062	40.3	56.4	0.025	55.3	71.3	...	70.8	136.2	0.030	...
75	3.8	41.2	0.054	...	55.2	0.036	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
50	4.2	42.0	0.068	43.1	57.1	0.026	55.0 58.2	71.2	0.016	70.8	...	...	...	136.2	...	...
25	4.8	45.8	0.045	...	59.0	0.030	...	86.6	...	...	94.2	...	...	139.5	...	...
0	5.7	51.1	0.023	53.3	69.6	0.027	70.8 74.7	86.0	0.018	78.0	...	...	...	135.1	0.055	...

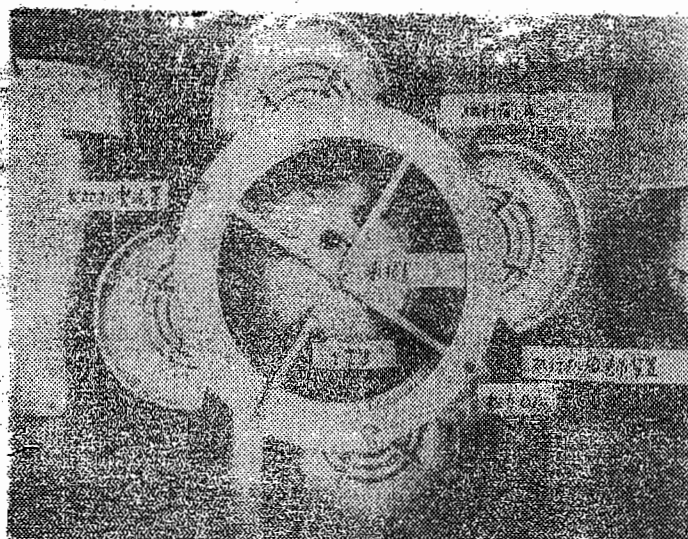


图 3 1/10缩尺模型，从后面看的S—IC级

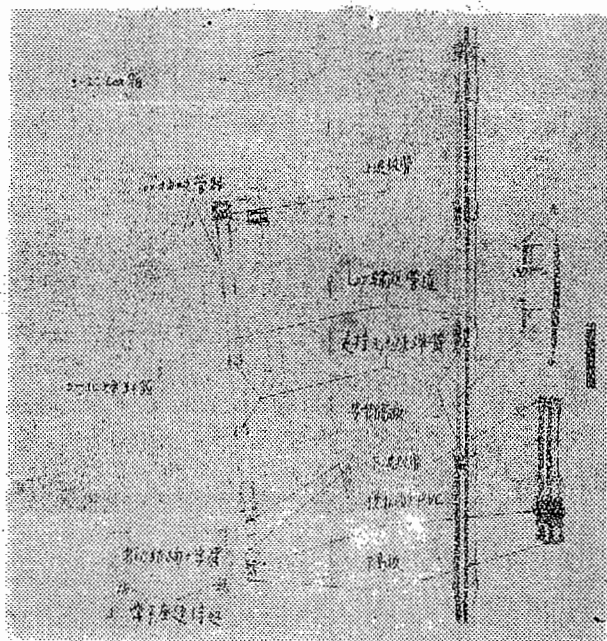


图 4 1/10缩尺模型。S—IC级，模拟的Lox输送管路安装简图

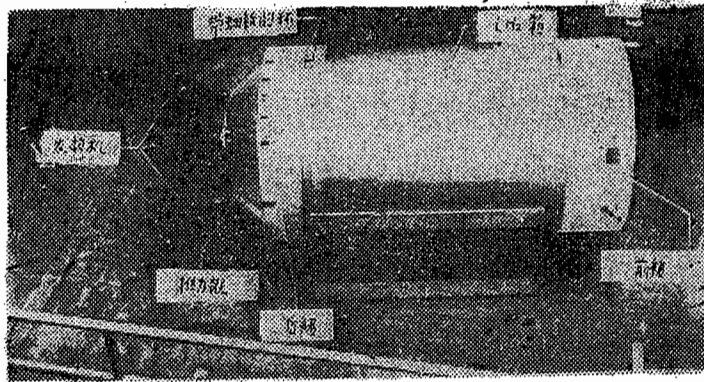


图 5 1/10缩尺模型，总装的S—II

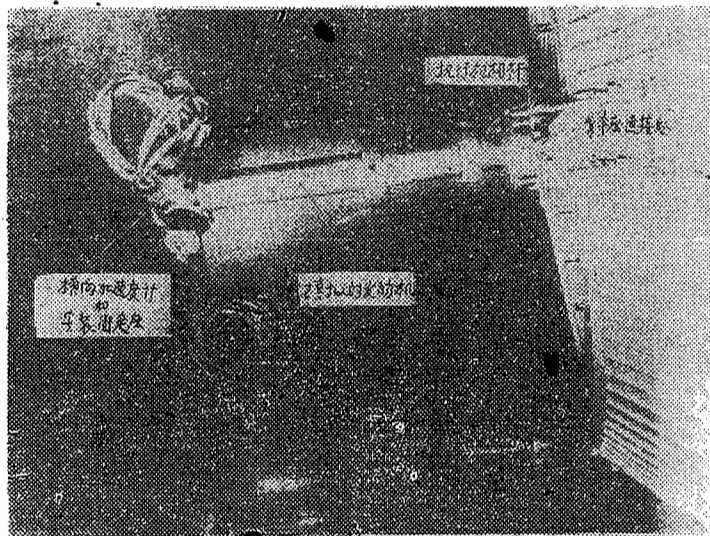


图 6 1/10缩尺模型，模拟的S—II发动机

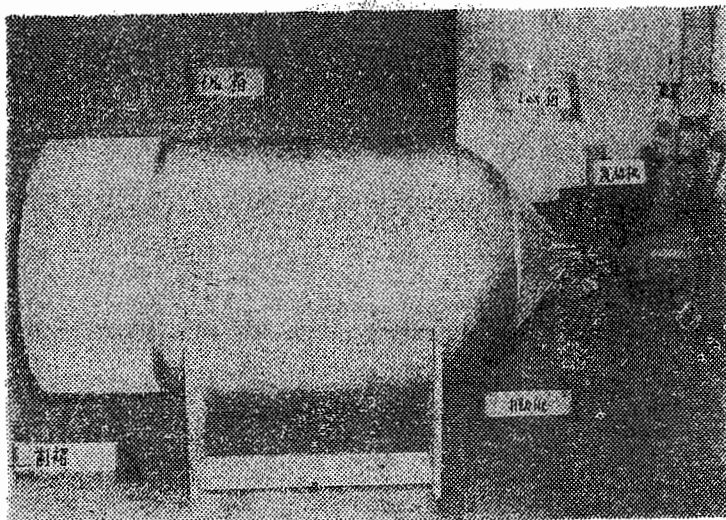


图 7 1/10 缩尺模型，最后总装的 S—IVB 级

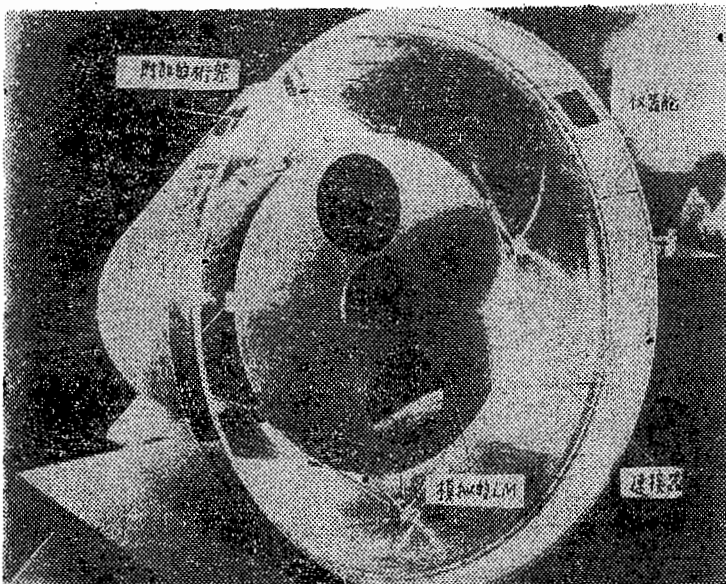


图 8 1/10 缩尺模型，安装在连接器结构上的模具 LM

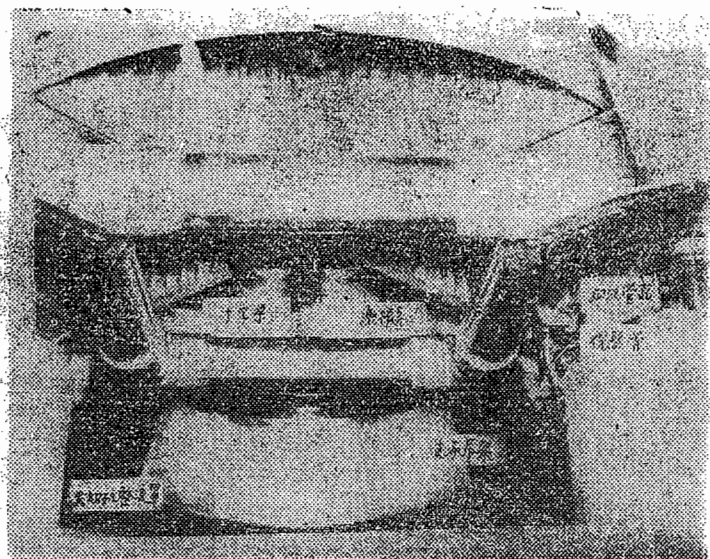


图9 1/10缩尺模型，支承吊架和十字梁

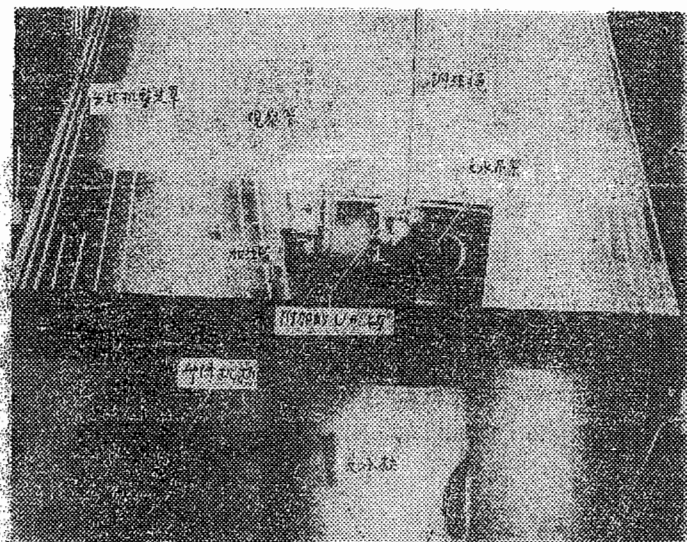


图10 1/10缩尺模型，支承吊架装置

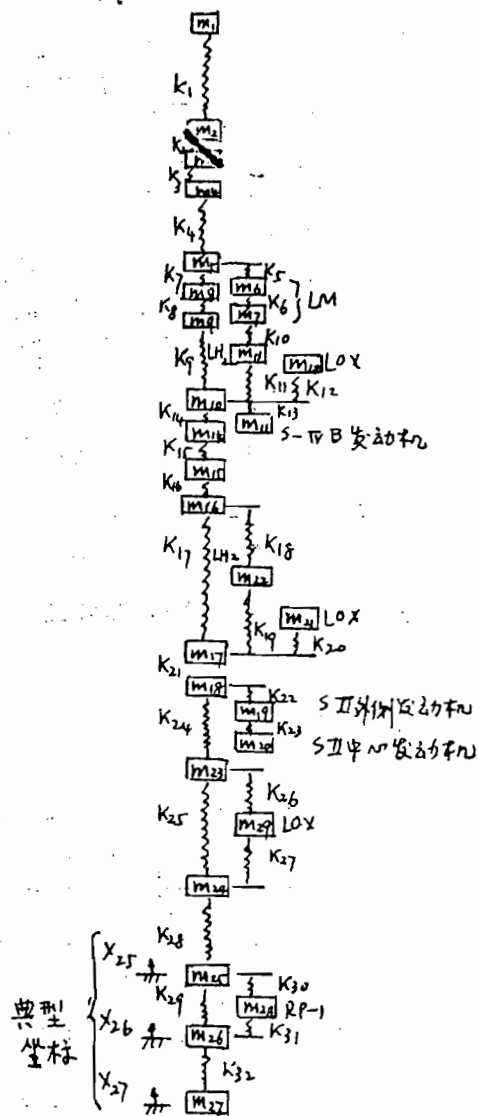
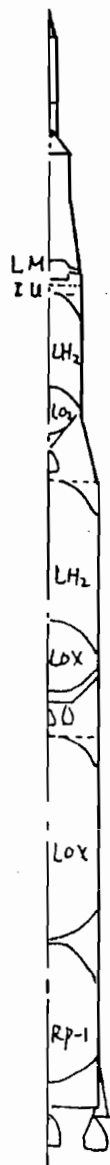


图15 分块一参数分析模型

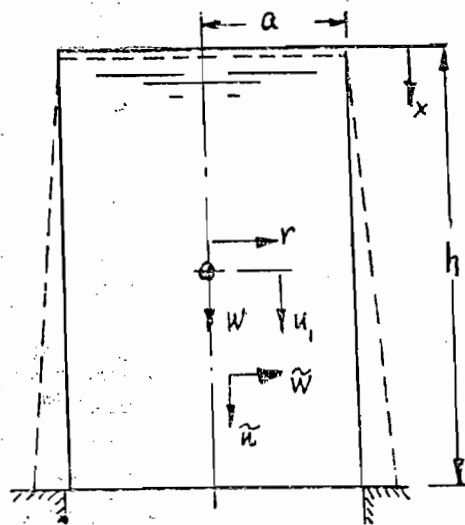


图16 理想的推进剂箱

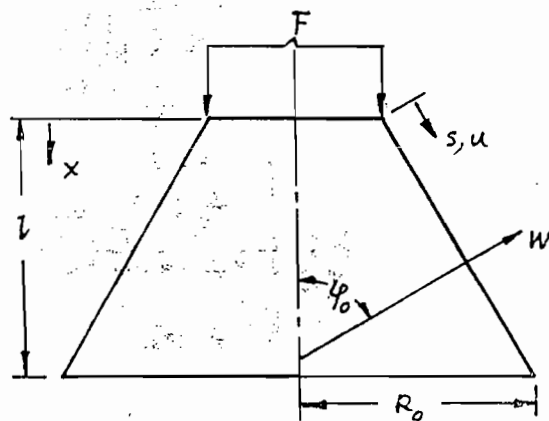


图17 典型的圆锥壳体

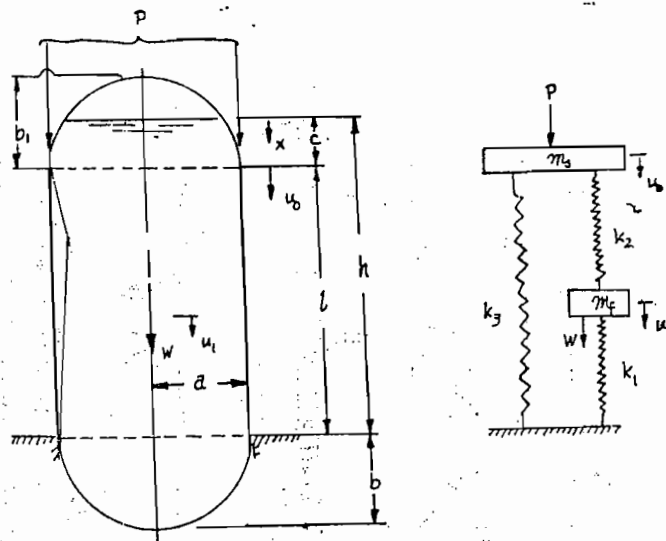


图18 典型推进剂箱和等效的集中参数模型

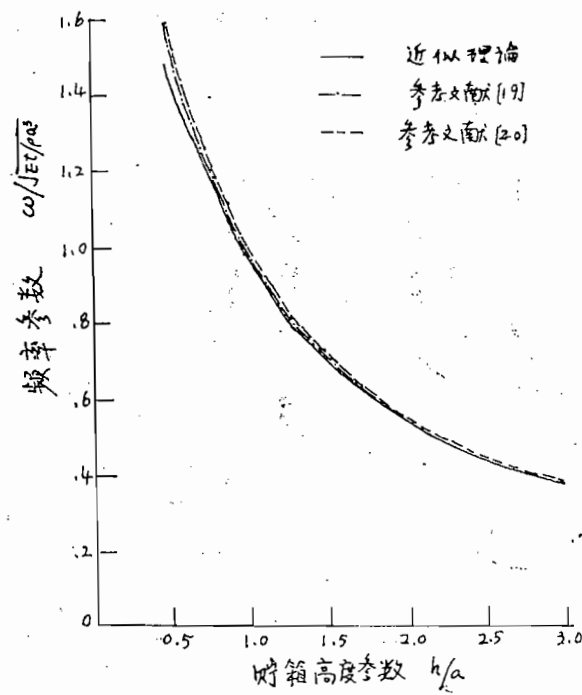


图19 用精确和近似理论对简化的推进剂箱的壳振型所取得的频率比较

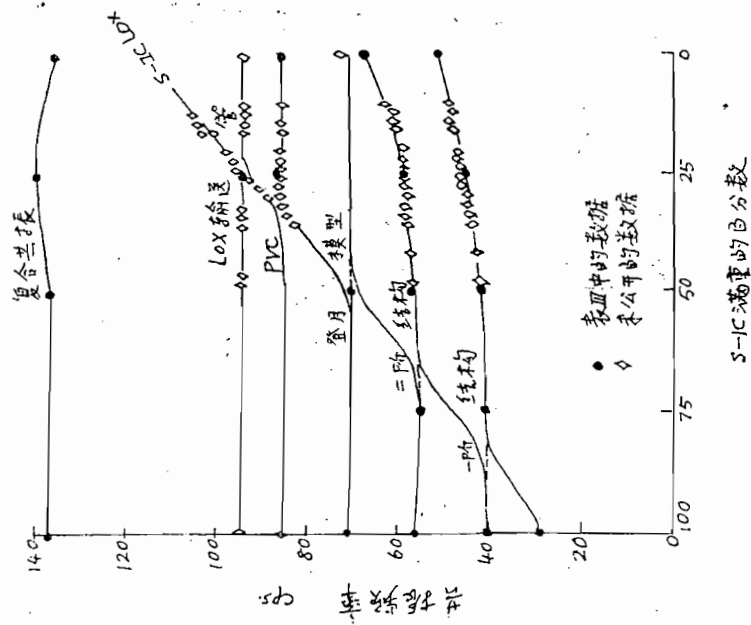


图20 试验的共振频率随 S—IC 推进剂载荷的变化概况图

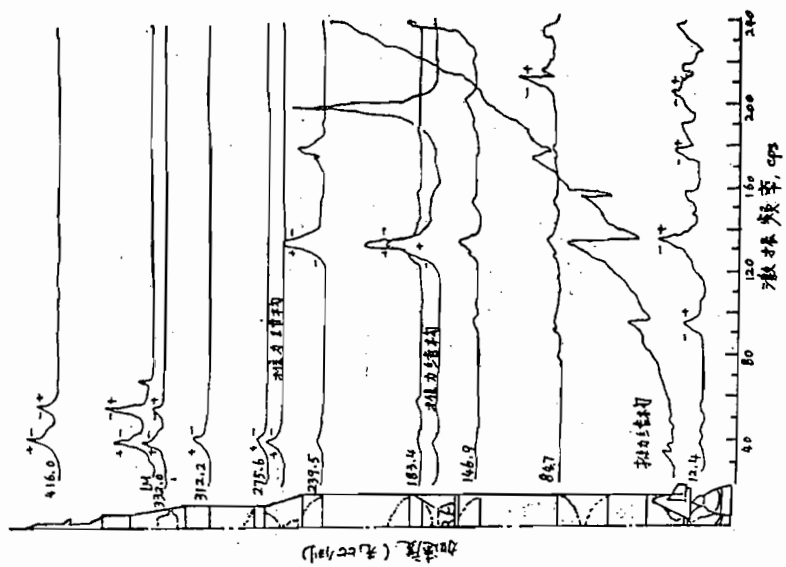


图21 对100%满载的S-IC,用6磅(27牛顿)激振力得到的加速度随频率的变化

图21 对100%满载的S—IC,用6磅(27牛顿)激振力得到的加速度随频率的变化

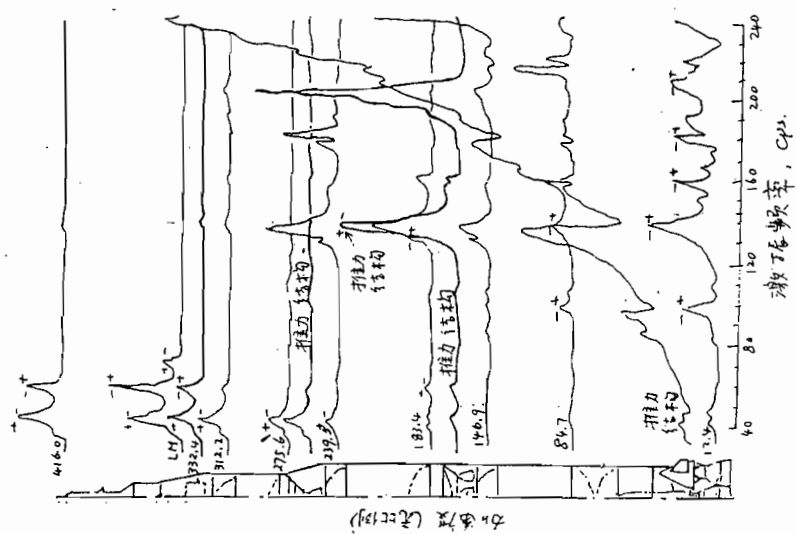


图22 对100%满载的S-IC用12磅 (54牛顿)
激振力得到的加速度随频率的变化

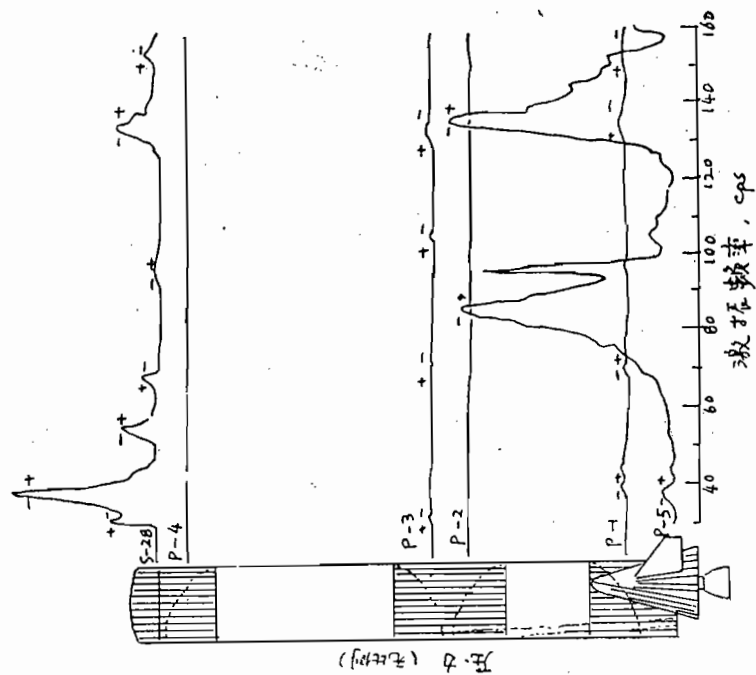


图23 对100%满载的S-IC压力随频率的变化

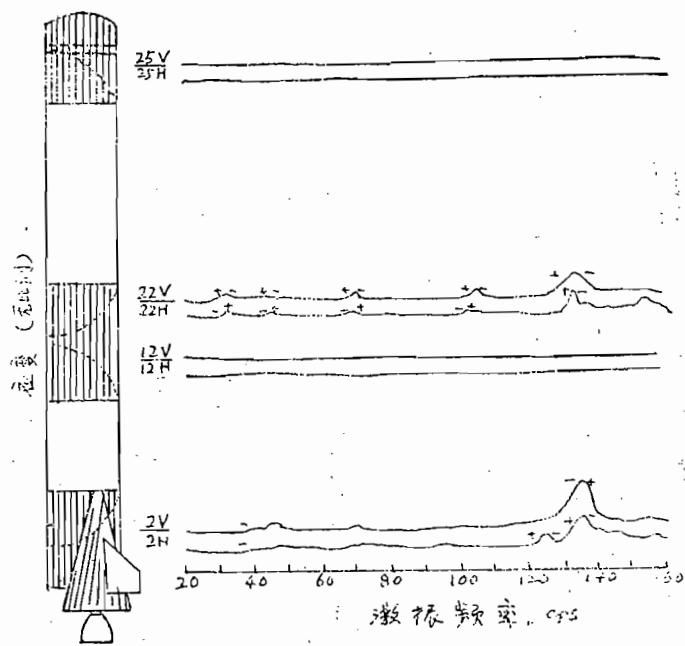


图24 100%满载的S—1C贮箱底应变随频率的变化

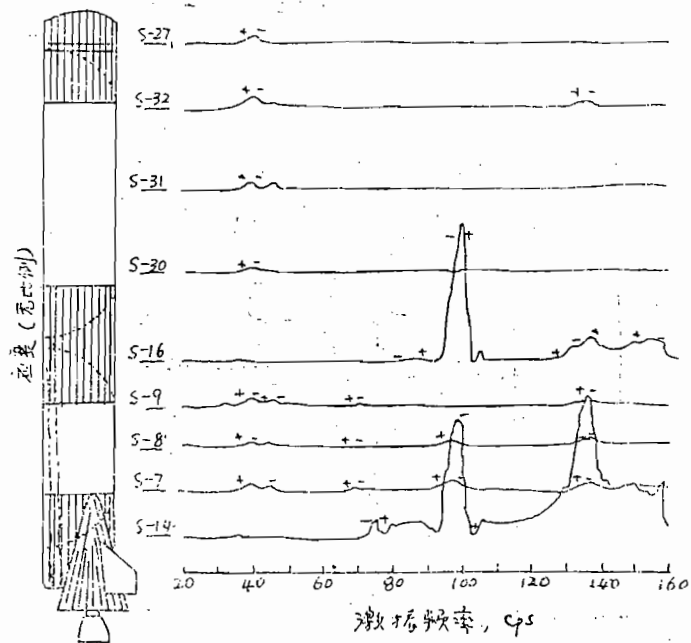


图25 100%满载的S—1C表面应变随频率的变化

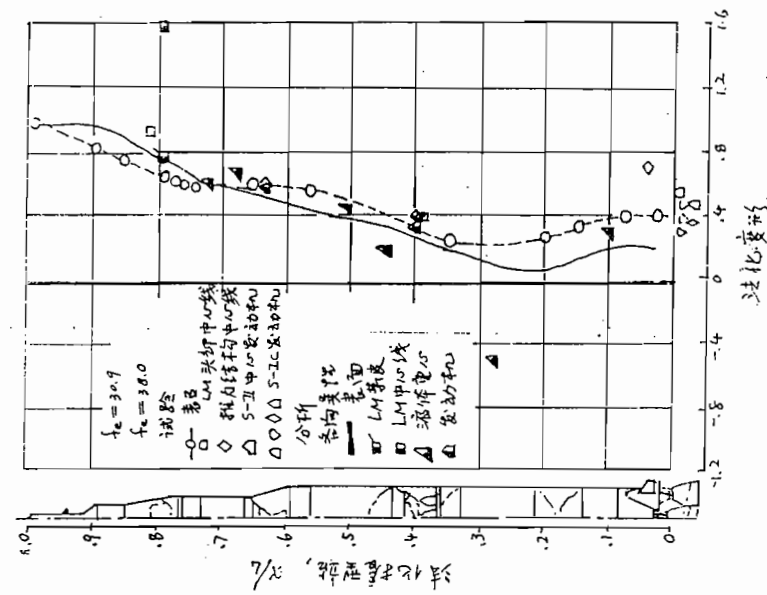


图26 对100%满载的S—IC试验和分析的一阶共振时的变形形态

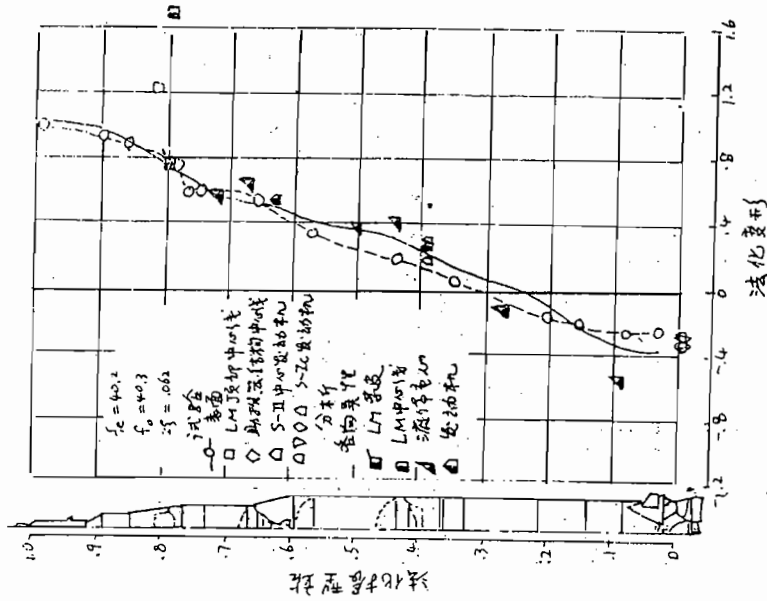


图27 100%满载的S—IC二阶共振时, 试验和分析的变形形态

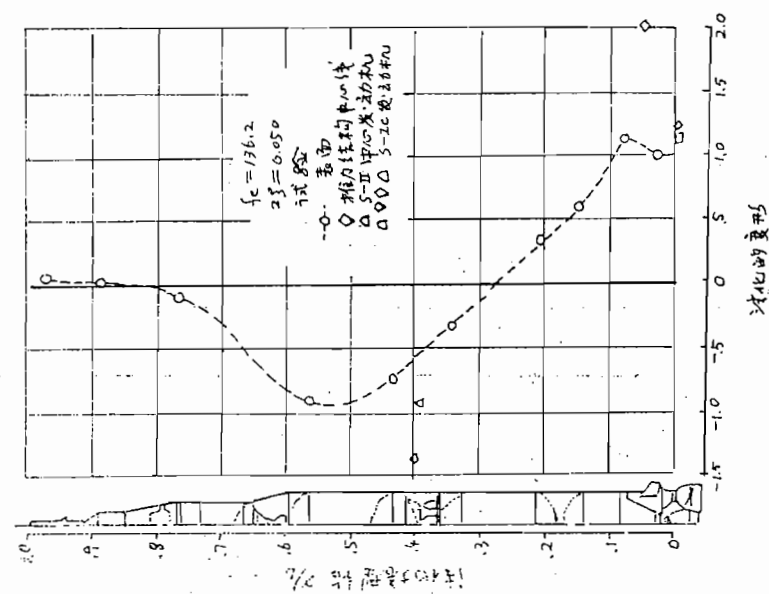


图30 100%满载的S—IC五阶共振试验的变形形态

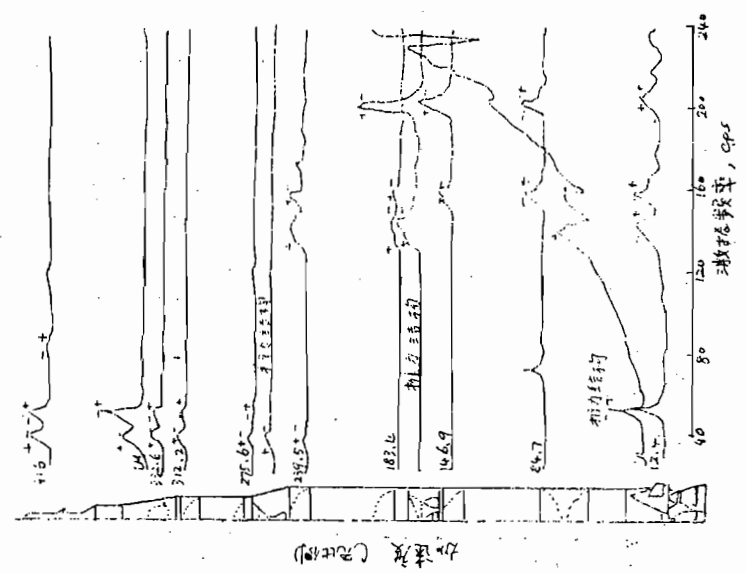


图31 75%满载的S—IC用6磅(27牛顿)的力时, 加速度随频率的变化

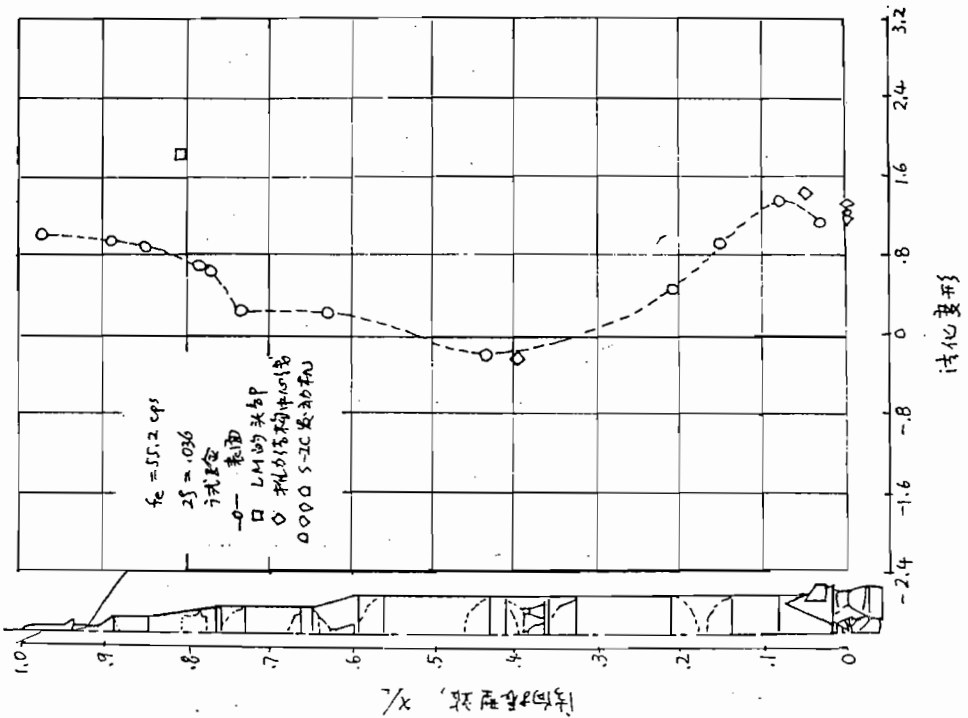


图32 75%满载的S-IC二阶共振时，试验的变形形态

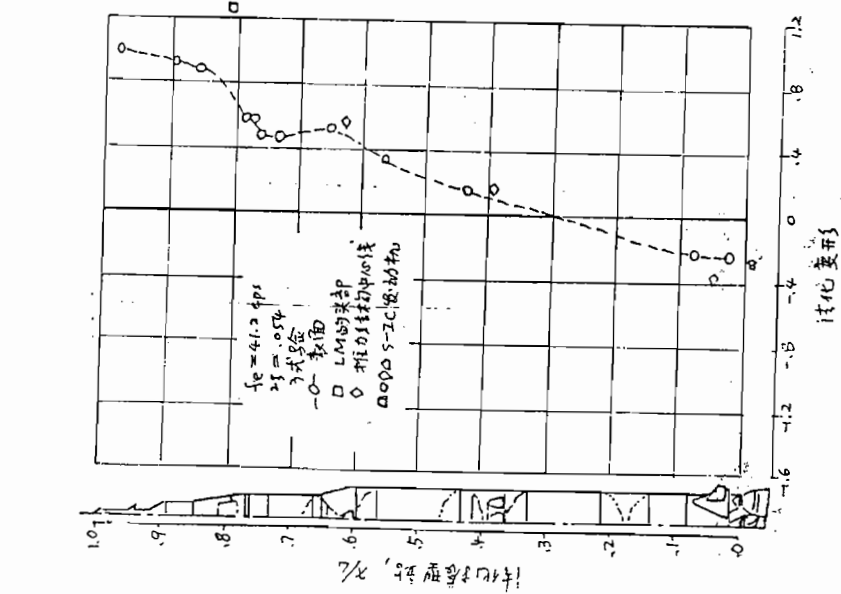


图33 75%满载的S-IC一阶共振时，试验的变形形态

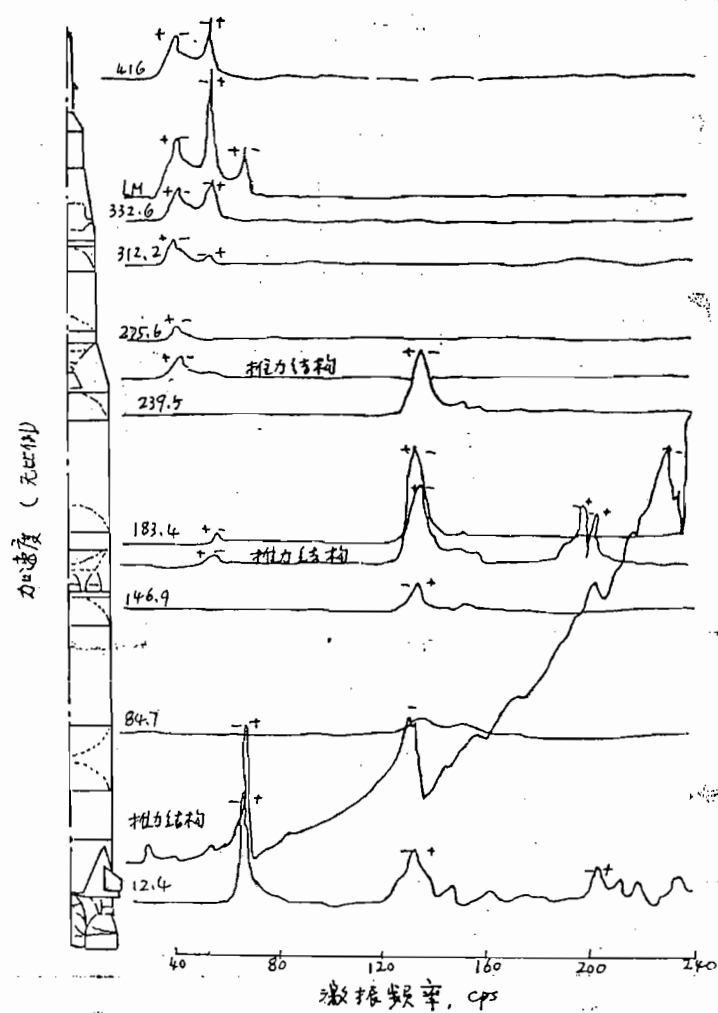


图34 50%满载状态用6磅(27牛顿)
激振力时, 加速度随频率的变化

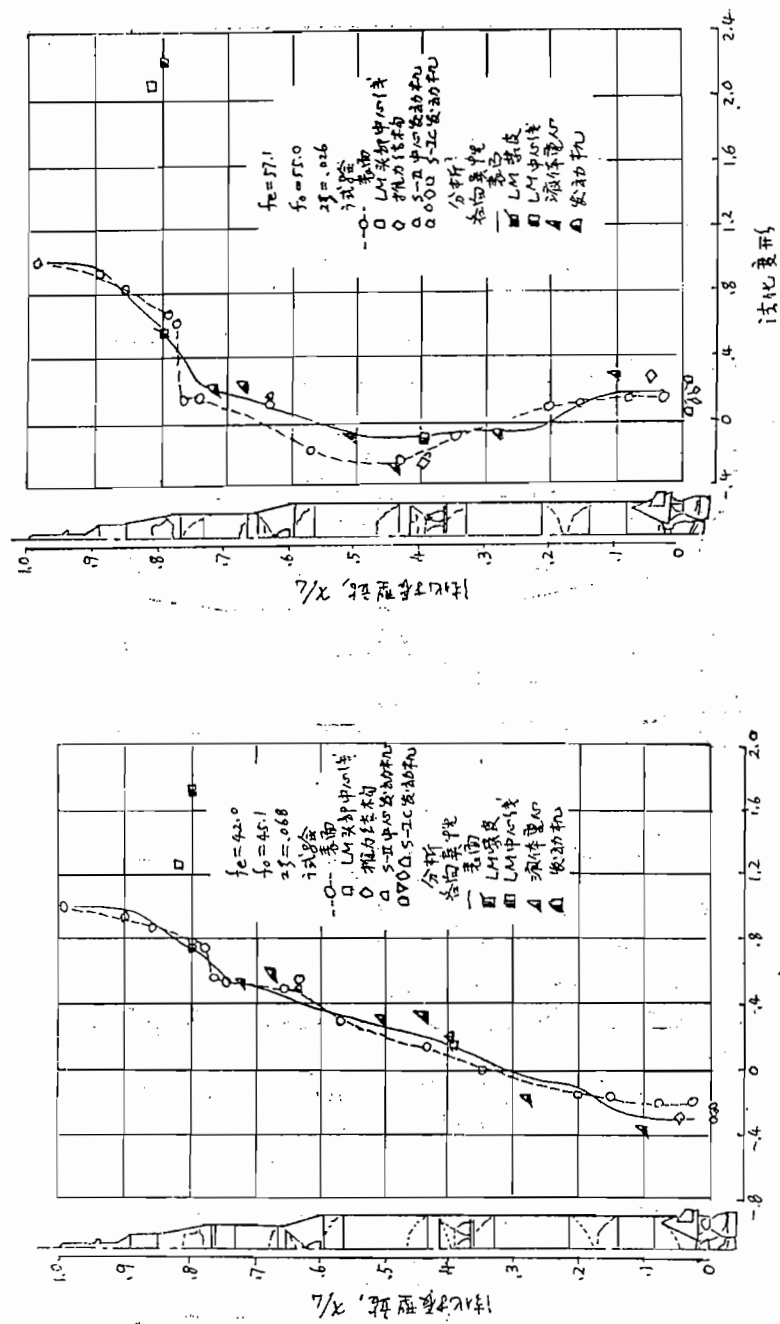


图35 50%满载状态一阶共振时，
试验和分析的变形形态

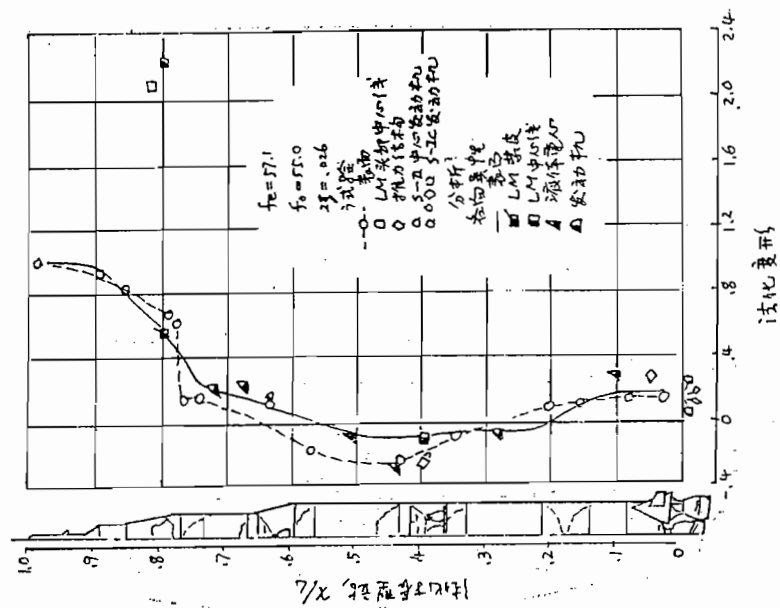


图36 50%满载状态二阶共振时，
试验和分析的变形形态

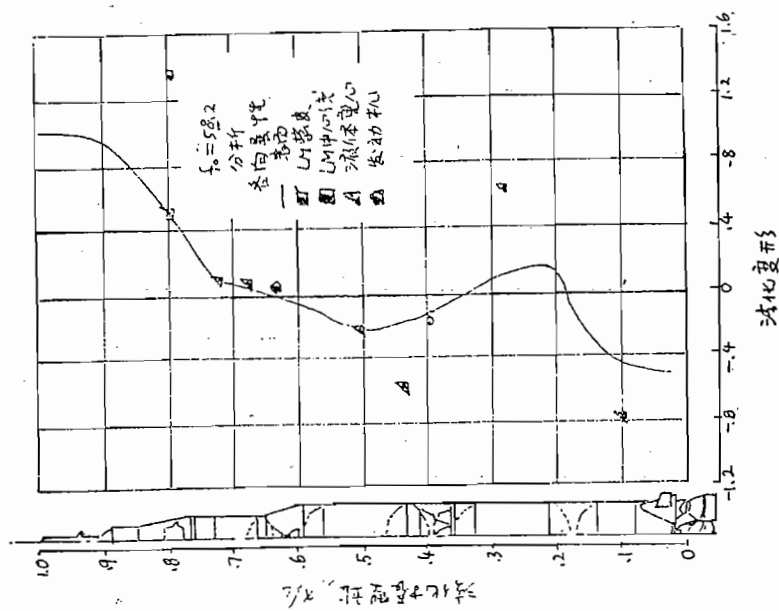


图37 50%满载状态计算得到的三阶固有频率与变形形态

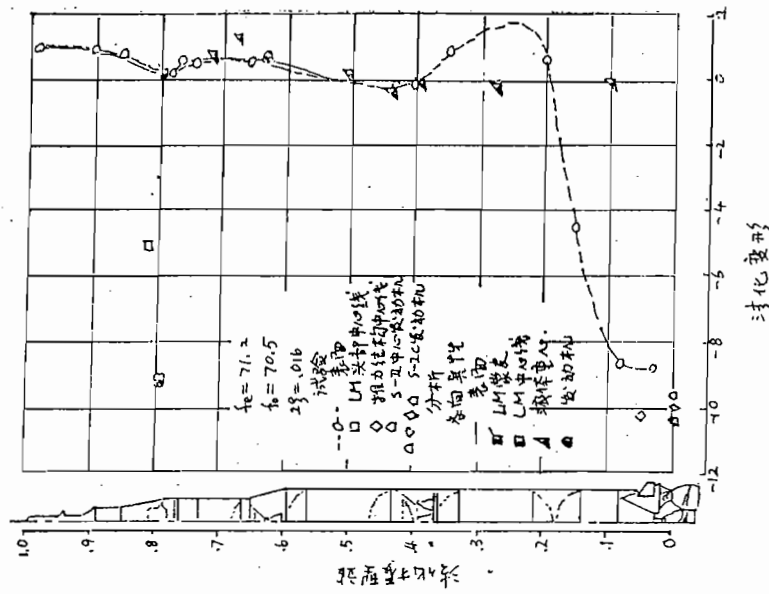


图38 50%满载状态三阶共振试验时, 试验和分析的变形形态

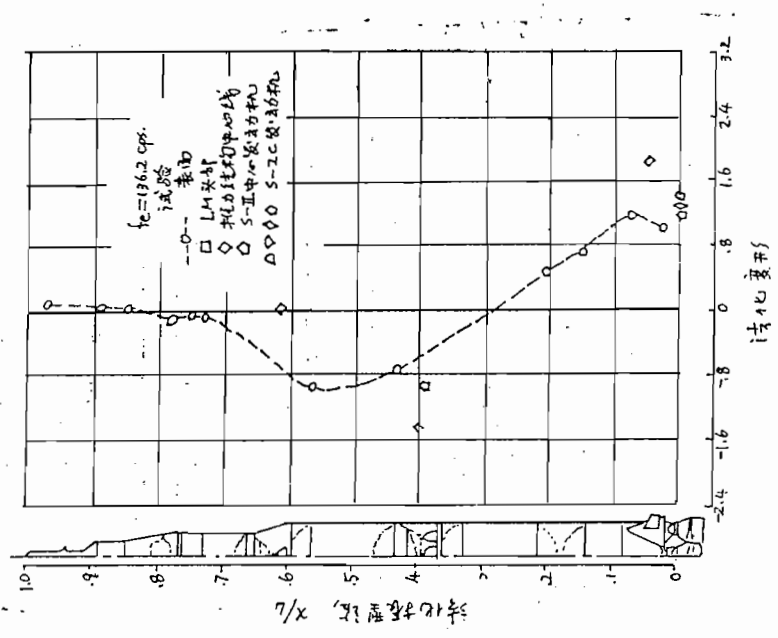


图39 50%满载状态四阶共振时，
试验的变形形态

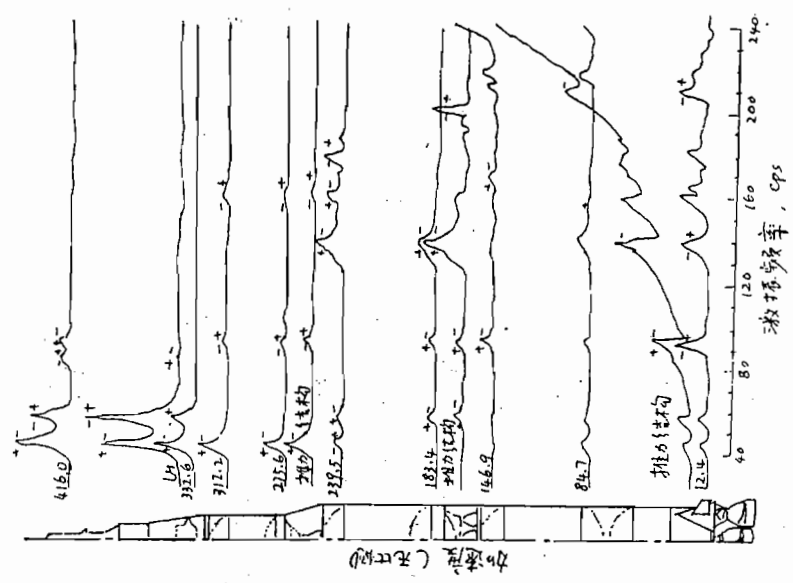


图40 25%满载状态用6磅(27牛顿)
激振力时，加速度随频率的变化

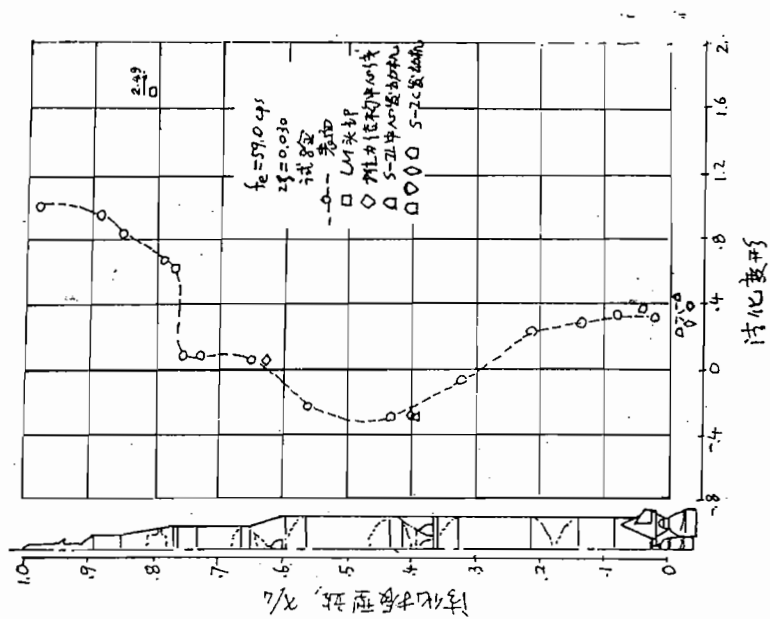


图41 25%满载状态一阶共振时，试验的变形形态

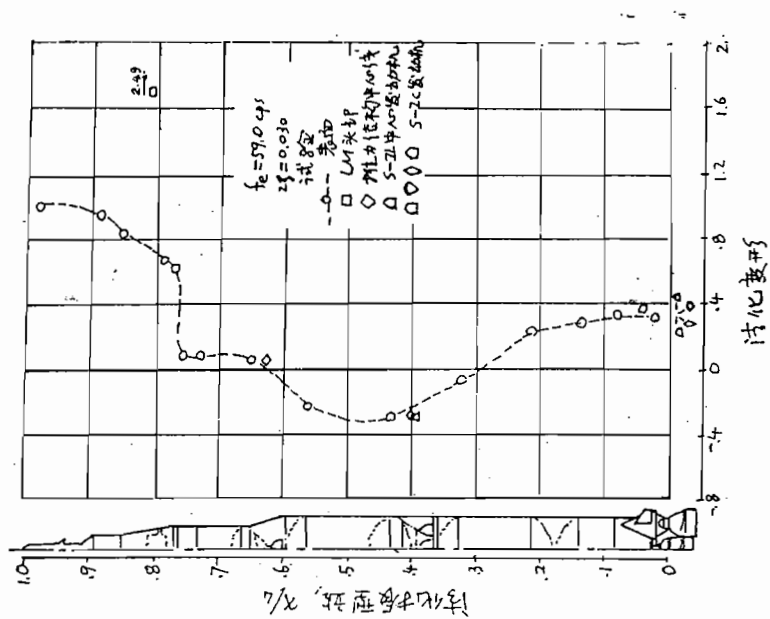


图42 25%满载状态二阶共振时，试验的变形形态

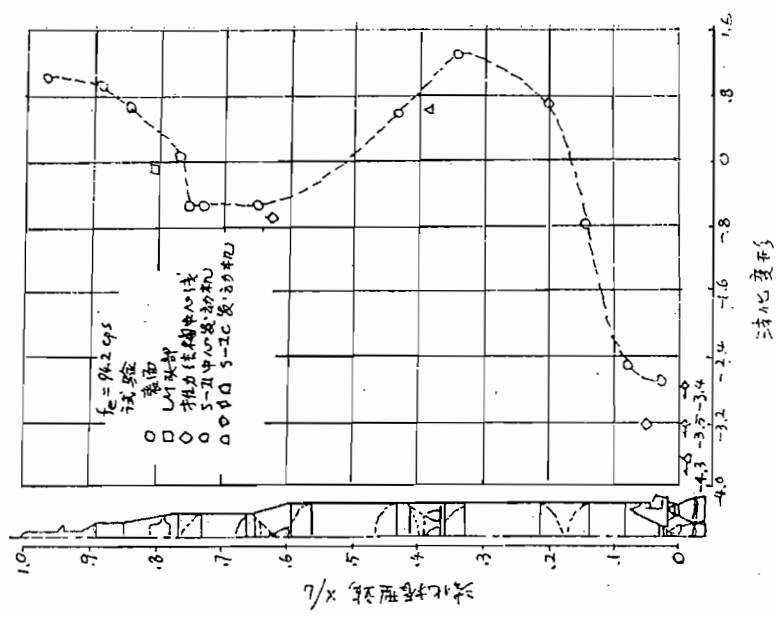


图43 25%满状态三阶共振时，
试验的变形形态

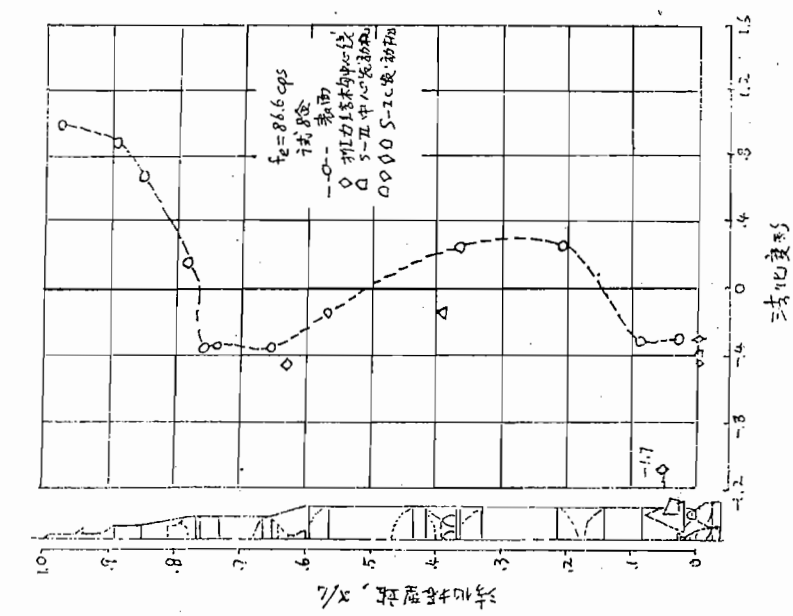


图44 25%满状态四阶共振时，
试验的变形形态

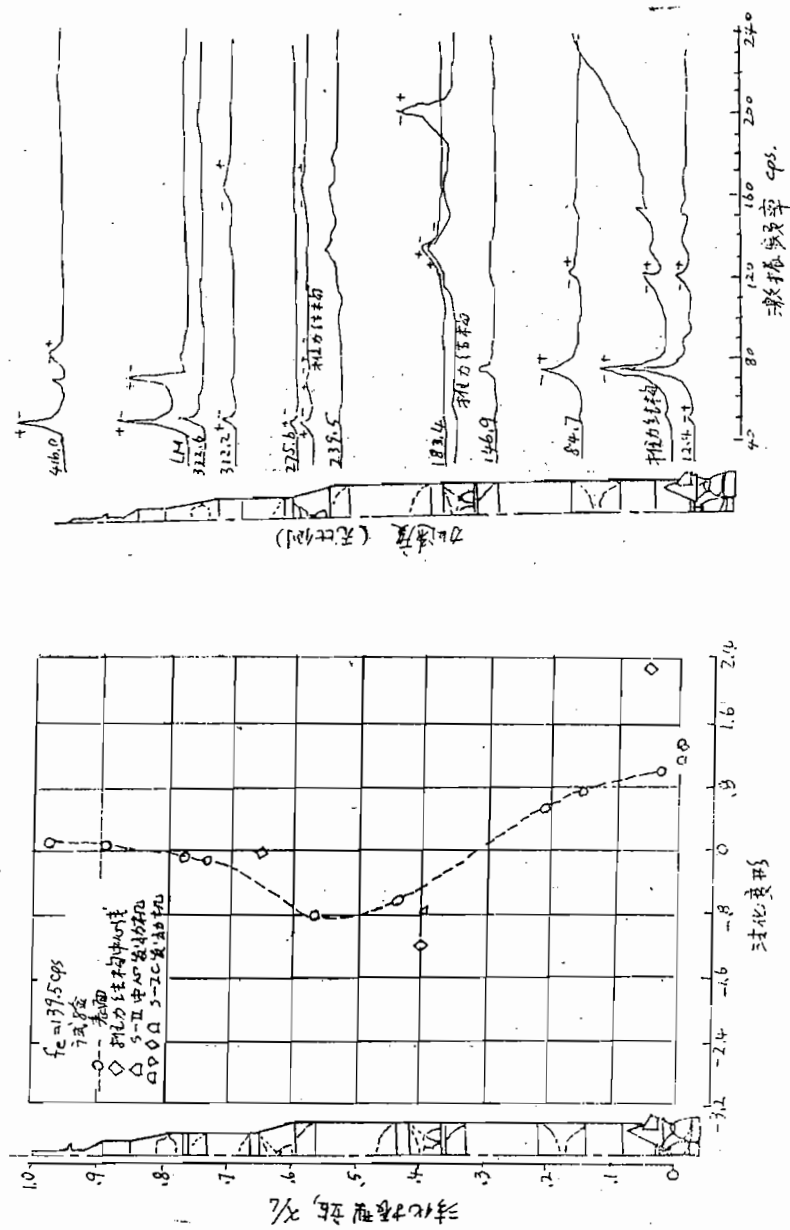


图45 25%满载状态, 五阶共振时,

试验的变形形态

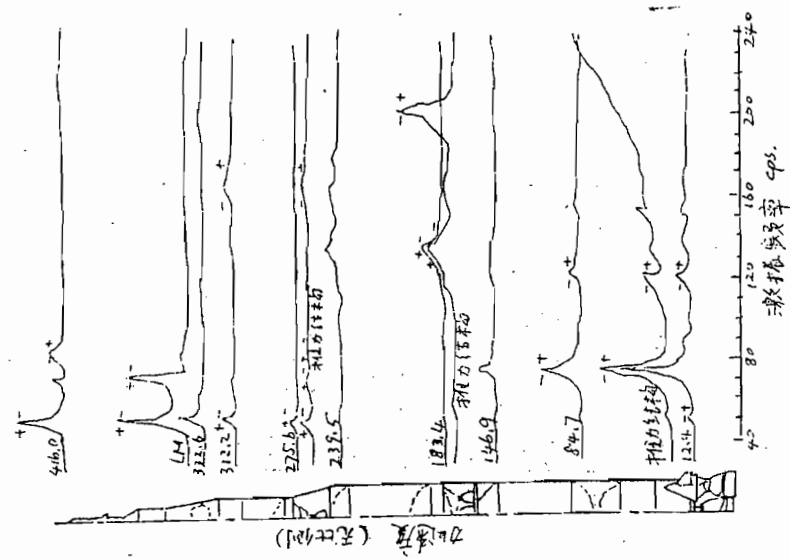


图46 关机状态 用6磅 (27牛顿)

激振力时, 加速度频率的变化

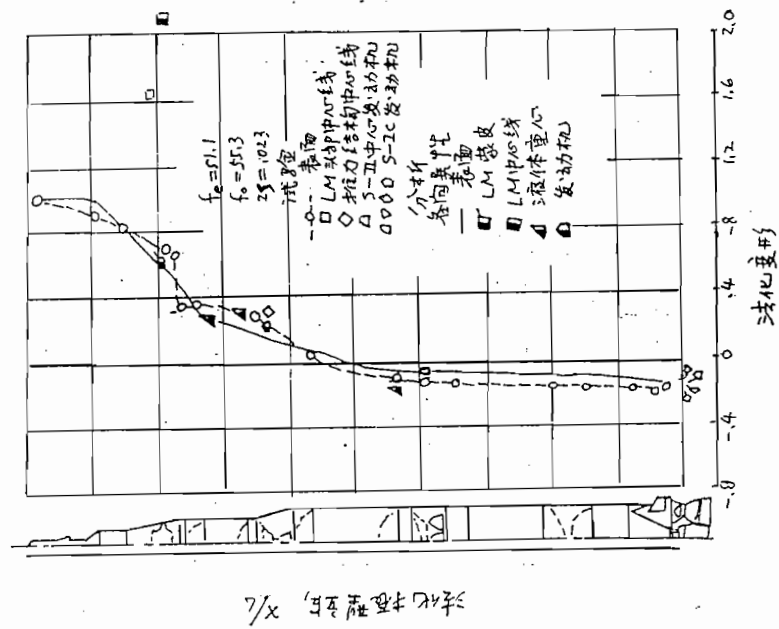


图 47 阀门状态一阶共振时，
试验和分析的变形形态

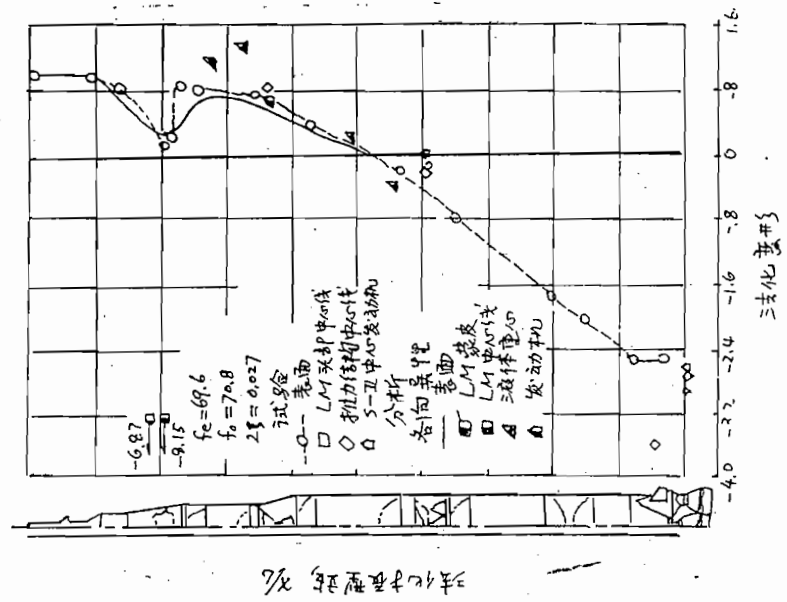


图 48 阀门状态二阶共振时，
试验和分析的变形形态

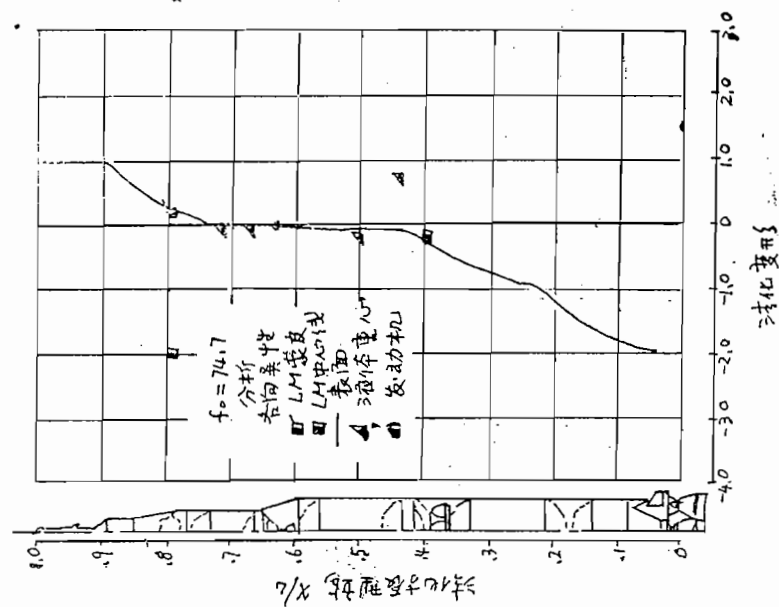


图49 关机状态计算得到的三
阶固有频率与变形形态

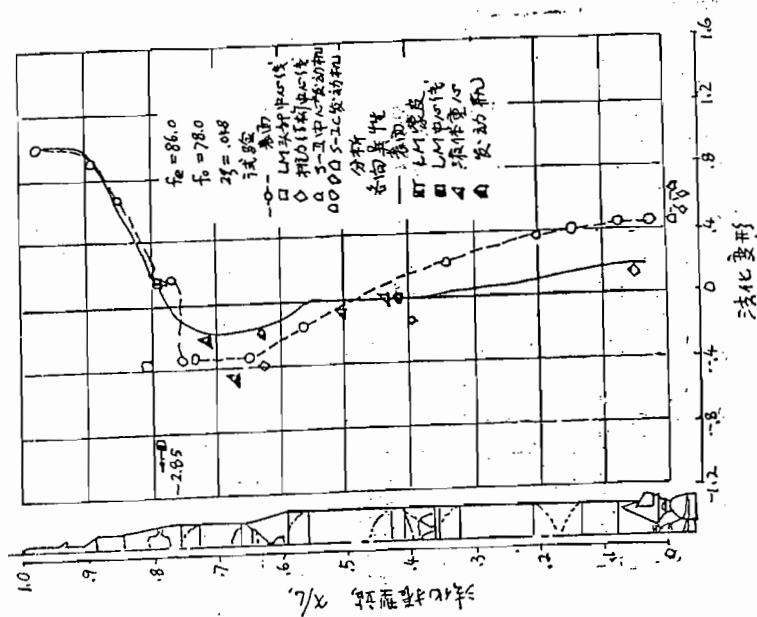


图50 关机状态二阶共振时，
试验和分析的变形形态

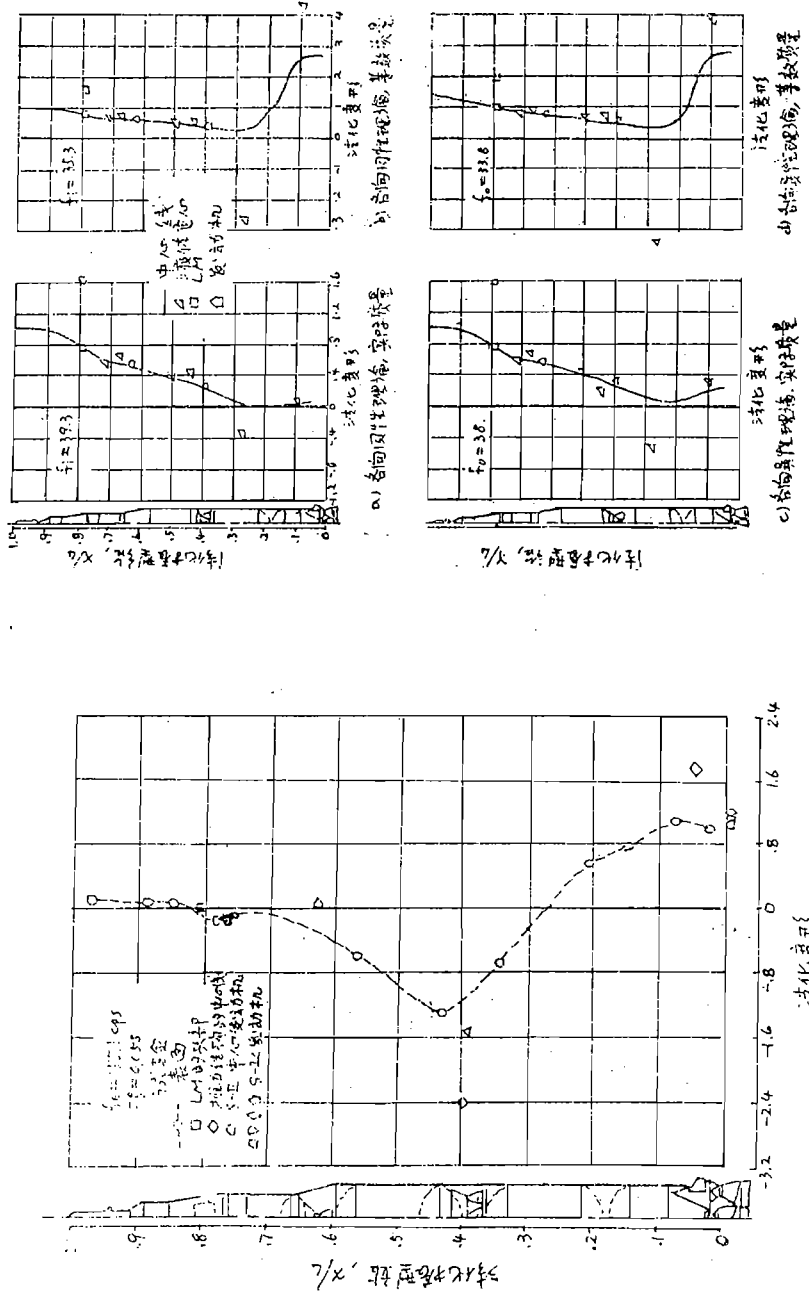


图51 关机状态四阶共振时，
试验的变形形态

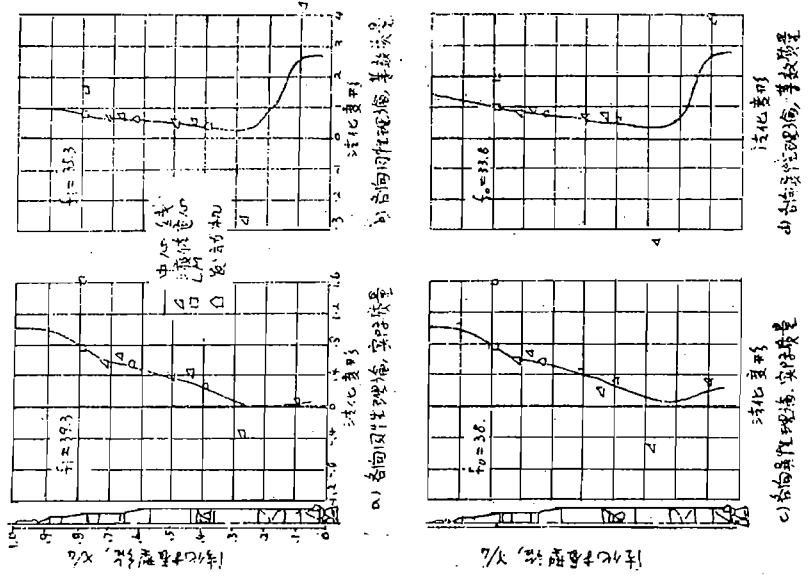


图52 计算得到的Lox模态
固有频率和振型

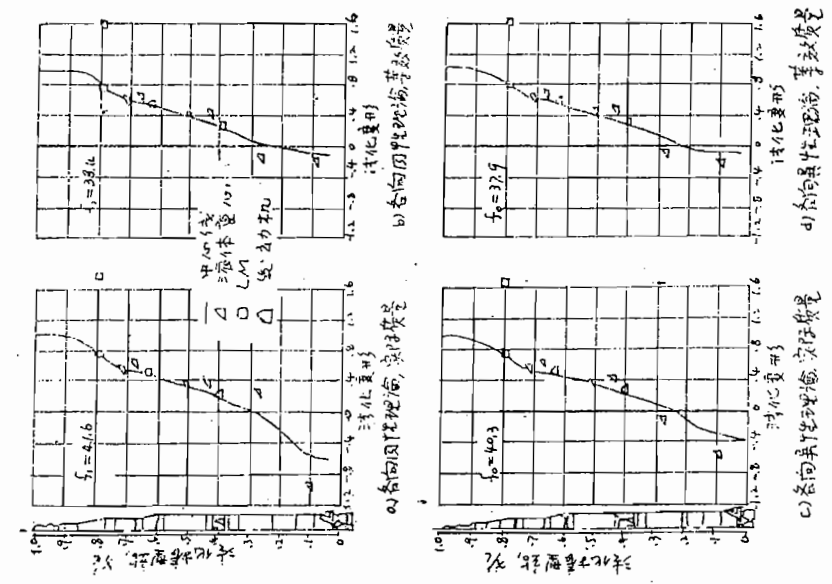


图53 计算得到的第一阶结构
模态固有频率和振型

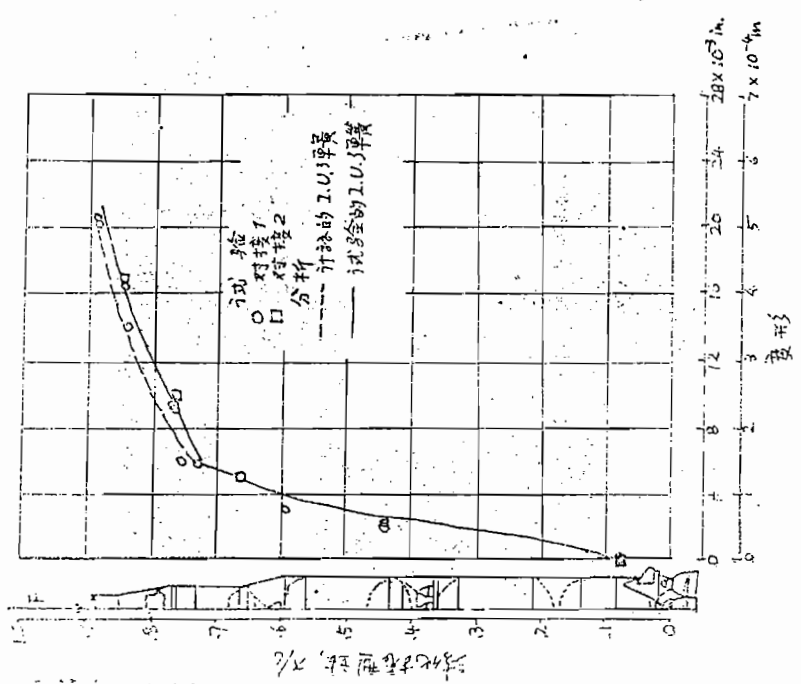


图54 在 $\frac{X}{L} = 0.88$ 处加400磅 (1780牛顿) 的纵向载荷, 所得到的静态变形形态

图55. 在立柱上的LM试验装置

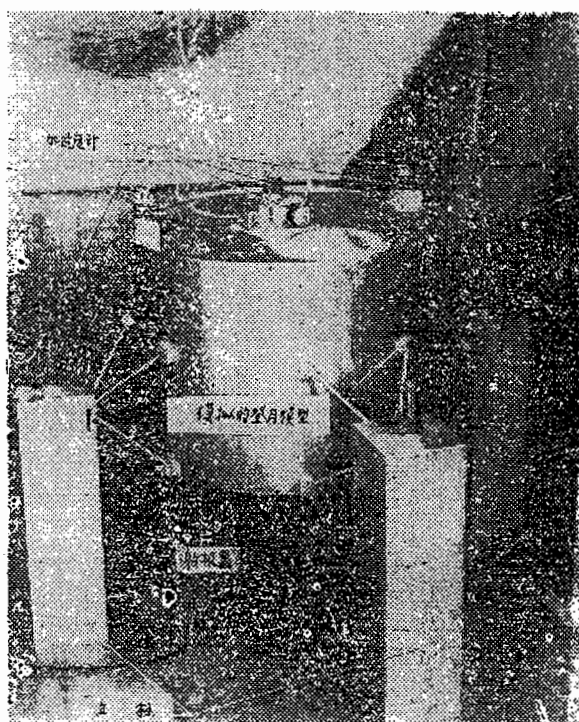
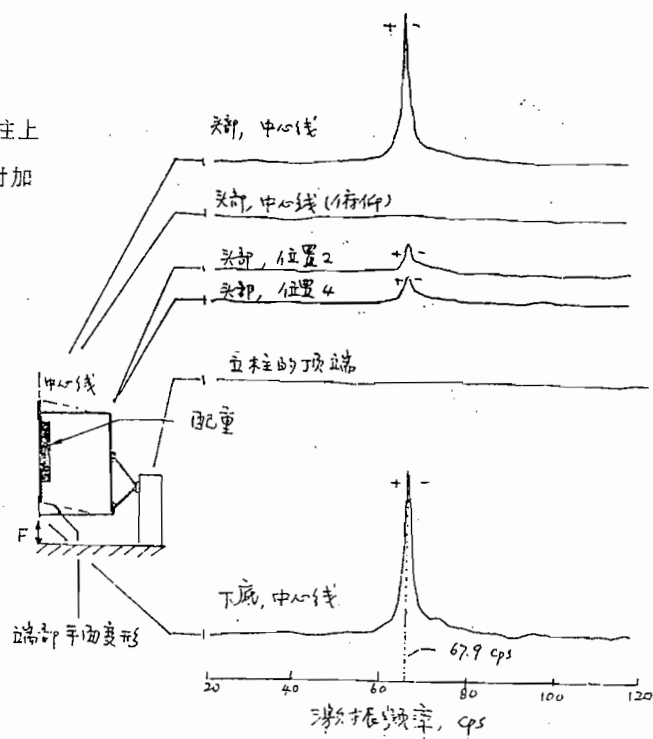


图56. 安装在框柱上模拟LM作纵向激振时加速度随频率的变化



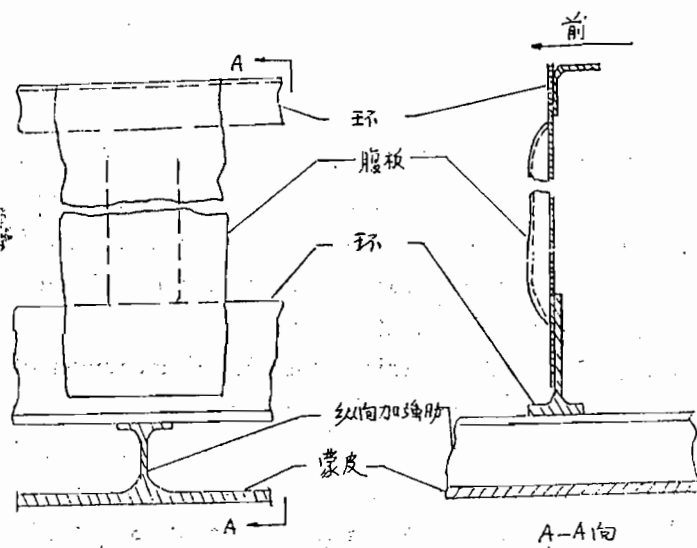


图57 S-ICLOx贮箱的复制元件

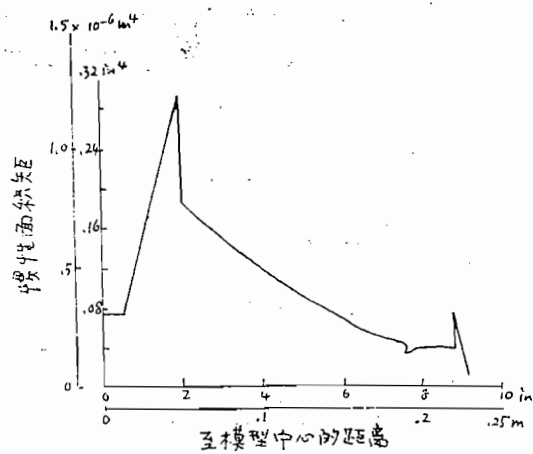
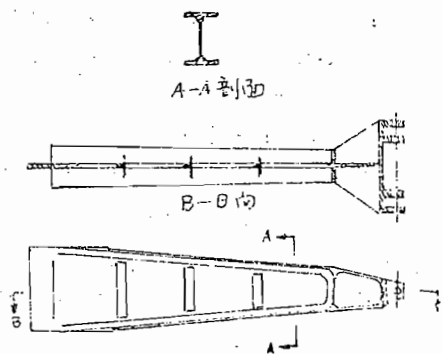


图58 S-II十字梁的结构和惯性矩

参 考 文 献

1. Runyan, H.L. : Morgan, H.L. : and Mixson, J.S. : Use of Dynamic Models in Launch-Vehicle Development. AGARD Rept. 479, Mas 1964.
2. Mixson, John S.; Catherine, John J., and Arman, Ali; Investigation of the Lateral vibration Characteristics of a 1/5-Scale Model of-Saturn SA-1. NASA TN D-1593, 1963.
3. Mixson, John S.; and Catherine, John J.; Comparison of Experimental Vibration Characteristics Obtained From a 1/5-Scale Model and From a Full-Scale Saturn SA-1. NASA TN D-2215, 1964
4. Mixson, John S.; and Catherine, John J.; Experimental Lateral Vibration Characteristics of a 1/5-Scale Model of Saturn SA-1 With a Eight-Cable Suspension System. NASA TND-2214, 1964
5. Catherine, John J.; Torsional Vibration Characteristics of a 1/5-Scale Model of Saturn SA-1. NASA TN D-2745, 1965.
6. Thompson, William M., Jr.; An Investigation of the Response of a Scaled Model of a Liquid-propellant Multistage Launch Vehicle to Longitudinal Excitation NASA TN D-3975, 1976.
7. Jaszlics, Ivan J.; and Morosow, George; Dynamic Testing of a 20% Scale Model of The Titan III. AIAA Symposium on Structural Dynamics and Aeroelasticity, Aug.-Sept. 1965, pp.477-485.
8. Leadetter, Sumner A.; Leonard, H. Wayne; and Brock, E. John, Jr. Design and Fabrication Considerations for a 1/10-Scale Replica Model of the Apollo/Saturn V. NASA TN D-4138, 1967.
9. Catherine, John J.; Experimental Vibration Characteristics of a 1/40-Scale Dynamic Model of the Saturn V-Launch-Umbilical-Tower Configuration. NASA TN D-4870, 1968
10. Rose, R.G.; Dynamics of the Atlas 5-CPS Longitudinal Oscillation Following Launch As Related to the Tank Pressure Regulation System. Rep. GDA63-0712 (Contracts AF 04 (694) -196 and AF 04 (694) -240), Gen. Dyn. / Astronaut., Dec. 31, 1963. (Available from DDC as AD 435036.)
 Vo. I : Longitudinal Model Development.
 Vol. II : pneumatic System Model Development.

11. Tai, C. L.; Loh, M. M. H.; and Kraft, L. E.: Evaluation Study of S-II Stage Longitudinal Oscillations (POGO). Red. No. SID 66-1455 (Contract NAS 7-200 MCR. 607).
N. Amer. Avia., Inc., sept. 30, 1966.
12. Goldstein, Herbert: Classical Mechanics. Addison-Wesley Pub. Co., Inc., c. 1950
13. Archer, John S.: Consistent Matrix Formulations of Structural Analysis Using Finite-Element Techniques. AIAA J., vol. 3, no. 10, Oct. 1965, PP. 1910-1918.
14. Pinson, Larry D.; Leonard, H. Wayne; and Raney, John P.: Analyses of the Longitudinal Dynamics of Launch Vehicles With Application to a 1/10-Saturn V Model. J. Spacecraft Rockets, vol. 5 no. 3, Mar. 1968, PP. 303-308.
15. Bodewig, E.: Matrix Calculus. Second rev. ed., Interscience publ., Inc., 1959.
16. Wood, John D.: Survey on Missile Structural Dynamics. 7102-0041-NU-000, EM 11-11 (BSD-TN-61-42), Space Technol. Lab., June 1, 1961.
17. Ambartsumyan, S. A.: Theory of Anisotropic shells. NASA TT F-118, 1964.
18. Pinson, Larry D.: Longitudinal Spring Constants for Liquid-propellant Tanks with Ellipsoidal Ends. NASA TN D-2220, 1964.
19. Kana, Daniel D.; and Abramson, H. Norman: Longitudinal vibration of Ring Stiffened Cylindrical Shells Containing Liquids. Tech. Rep. No. 7 (Contract No. NAS8-11045), Southwest Res. Inst., June 15, 1966.
20. Beal, T. R.; Coale, C. W.; and Nagano M.: Influence of Shell Inertia and Bending Stiffness on the Axisymmetric Modes of a partially-Filled Cylindrical Tank. AIAA paper No. 65-412, July 1965

吴碧英译

黄怀德校

带有模拟推进剂飞行器的 纵向振动试验研究

作者: Tames A. Schoeuster and Robert R. Clary

译自NASA TN D-4502

摘 要

介绍一个全尺寸飞行器结构的纵向振动试验研究的结果。用力控振动技术确定频率在 5 Hz到100Hz之间的垂直支承的飞行器的振动特性。

确定了共振频率、共振响应加速度和阻尼值,并研究了非共振振动的程度。也测量了由于模拟推进剂的不同液高产生的推进剂箱子的静变形。

使用模拟的推进剂将影响飞行器的振动特性。用加速度的数据通常是不足以识别和分离飞行器的各种振型。在这种情况下,为了得到适当的振型组合,要求确定所含液体对飞行器结构的影响。一般地,当用一个激振源、两个激振源,或用Kennedy—Pancu方法分析数据时,则经详细研究后指出,对所选择的共振频率之间具有好的一致性,然而,从两个激振源和Kennedy—Pancu图得到的数据表明:在用单个激振源得到的总响应振幅中非共振振幅的作用是显著的。

检测了在推进剂箱中,液体之上的气柱声振,但它对包含液体的飞行器的加速度响应没有明显的影响。

一、引 言

在研制大型复杂的飞行器时,一个明显的努力就是要直接得到它们的结构动力学特性;研究的目的是为了确定抑制潜在问题的方法,这些潜在问题——在制导和控制系统中的振动不稳定性,作用在飞行器上的有效载荷及构件上的过振动。这些研究包含全尺寸飞行器(参考〔1〕和〔2〕)和缩尺模型(参考〔2〕和〔3〕)两者的横向响应的试验研究,然而,有关大型飞行器纵向振动响应的试验数据才得到很少的一部分。在得到的这类数据中,考虑的兴趣是为了很好地了解所谓POGO现象的需要而提出来的,在包含

雷神—阿金纳 (Thor—Agena) (参考〔4〕和〔5〕) 在内的各种飞行器中, POGO现象引起了严重的纵向振荡。Pogo是个不稳定性问题, 它是由结构纵向振动振型与推进剂管路系统及发动机的耦合作用而产生的。

因此, 一个研究的程序是试图确定飞行器的纵向振动响应的特性。在参考文献〔6〕中, 介绍了简化的雷神飞行器结构的纵向振动试验与分析研究的结果, 在这里, 文献对具有模拟推进剂和箱中气垫压力的全尺寸雷神飞行器进行了动响应的试验研究。还包括介绍试验技术、激振源和在强迫振动振型上非共振响应的影响、飞行器的共振频率和结构阻尼。

二、符 号

f	频率, Hz
f_n	共振频率, Hz
Δf	频率变化, Hz
g	重力加速度, 980.7厘米/秒 ²
K	刚度, 牛顿/厘米
$X、Y、Z$	试验飞行器轴系统
θ	相对于力的位移相位角, 弧度
$\Delta \theta$	相位角的变化, 它以共振频率附近的两个位移的频率变化作为函数, 并由Kennedy—Pancu图确定。
μ	一个等效的粘性阻尼系统的结构阻尼与临界阻尼比的两倍。

三、设 备 和 试 验 程 序

试验飞行器的描述

在这个研究中, 采用如图1所示的一个完整的雷神飞行器结构 (模型DM—18A), 它由四个基本部分组成: 燃料箱部分、中心体部分、液氧箱部分和发动机及附属部分。采用站数来识别沿着飞行器长度 (Z 轴) 的位置, 后三个部分 (发动机及附属部分, 液氧箱部分和中心体部分) 的直径是2.44米, 燃料箱锥体部分的直径是从后端的2.44米变到前端面的1.9米。每个部分与它的相邻断面连接固定, 或按所在断面的连接面用40个1/4吋的螺钉连接固定。图2所示的组装好的飞行器长度近似为14.5米。

一些次要的部件, 如姿态控制和游动发动机是属于不用的设备, 但在相应各点上以配重的形式引入模拟质量。这些配重及其它的各个部分的详细说明列在图3到图14中, 质

量及重心的数据给在表 I 中。

燃料箱及其两底的详述列在图 3 到图 6 中, 燃料箱部分从站 151 延伸到站 336.0 (图 1), 其长度近似为 4.7 米, 燃料箱的内部情况表示在图 4 中, 其壁是具有加强环的网格式结构, 燃料晃动防晃板布置在箱壁的周围, 箱的内部涂上环氧树脂的涂层, 以防腐蝕^[7]。

燃料箱的前后底分别表示在图 5 和图 6 中, 底是椭球的, 并经径向加强整体铣成的, 上、下底均贴有应变片, 一个大直径的管子与上底孔连接, 燃料输送管安装在下底的中心位置。

从站 336.0 延伸到 369.0 的中心体部分 (图 7) 的长度近似为 0.84 米。这部分是半硬壳式结构, 在四周带配重。它有两个铰接的检查口、两个非铰接的检查板, 以及在壁上有若干个供管子和导线走向的开口。

液氧箱 (Lox) 表示在图 8 到图 10 中。这部分是从 369 站延伸到 636.7 站, 其长度近似为 6.8 米, 分成两部分: 液氧箱 (5.9 米长) 和液氧箱裙 (0.9 米长)。这两部分是用铆接形式在 602.5 站对接的。液氧箱的内部 (图 8) 是网格式结构, 沿其长度方向以等间隔设有加强环, 燃料输送管穿过液氧箱。箱的内部也涂上环氧树脂的涂层, 以防腐蝕^[7], 液氧箱的上下底也是经径向加强的整体铣成的椭球体。在上底外表面贴了应变片, 用于箱子增压的管路 with 上底孔连接, 如图 9 表示的。中心体部分与液氧箱部分的连接如图 9 所示, 在图上表示了燃料输送管是从箱底中心伸出的。液氧箱的后裙和箱底的情况表示在图 10 中, 在这个箱底中心装有液氧管路的波纹管, 它接到涡轮泵的入口, 从箱底表面伸出的是燃料输送管和燃料波纹管, 这波纹管连到涡轮泵的另一入口, 三个大的气瓶装在半硬壳式后裙的内表面上。

燃料输送管及其绝热表示在图 11 中。绝热部分是用玻璃纤维层和聚苯乙烯做成的, 提供了燃料输送管的绝热性和刚度, 这输送管是插入隧道管通过液氧箱内, 表示在图 8 中。

发动机及其附属部分 (图 12 到图 14) 是从 636.7 站到 722.0 站 (图 1), 其长度近似为 2.2 米, 这部分是带加强环的半硬壳式结构 (图 12 到图 13)。三个推力梁是锻造的并经机加工、有模压角和腹板, 它们沿圆周构成间隔 120° 角并可延伸长度的结构。在这些梁的顶点是锻造的推力加工件, 它提供了发动机装配的安装位置 (见图 14)。

在发动机装配中, 安装一个大的三角推力架, 它连接了要求发动机起作用的功能部件, 用子系统, 即用很小的一部分管提供了加固和固定。功能部件中最重项目是涡轮泵、推力燃烧室和常平座块。涡轮泵以及推进剂管路连到涡轮泵的入口孔等都表示在图 14 中。在这一系列的试验中, 燃烧室是拆除的, 激振和支承系统是直接安装在常平座上 (图 12 和图 13)。

悬吊系统

试验的飞行器沿着纵轴垂直支承在低频支承系统中 (图 15), 系统的设计要求对试

验飞行器影响最小,而且保持在预先指定的高度,当使用模拟液体推进剂时,要求飞行器处于垂直支承位置。因飞行器太重,若直接支承在激振器上,对于具有较宽范围变化的推进剂状态,则不宜采用螺旋式弹簧。于是,要求研制一个好的、自动控制的空气弹簧系统的悬吊系统。横向的约束采用了在飞行器上、下端处的两组绳束^[8]。

使用的仪器

为确定试验飞行器的纵向固有频率和振型形态的数据,需要提出使用的仪器要求。要求记录两个推进剂箱的上、下底处的压力变化。输入到试验飞行器的力是用一个电磁式激振器提供的,激振力是用位于激振器和飞行器常平座之间的测力计测量的,要求伺服振荡器保持一个预先给定的定常力。

在试验飞行器上的加速度位置表示在图16和图17中。在每个图中的表列出了编号、站数(Z轴)和从飞行器中心到安装在飞行器上加速度计的径向距离,用编号图示了这些传感器的近似位置,压力传感器位于两个推进剂箱的上、下底和燃料输送管的底部位置上,图18和图19表明在燃料和液氧箱的底部的应变片的位置。数据记录在FM磁记录上。

试验程序

推进剂箱里逐渐装入水,测量了飞行器质量的变化和水的高度的变化,以此来确定每个贮箱里水高度变化时的质量,在这状态下也用指示计测量了液氧箱壁的径向静位移和液氧箱、燃料箱底的纵向静位移。

当用士1334牛顿的垂直正弦力作用于常平座上时,得到了纵向响应数据。作用力的频率是从5到100Hz、每分钟以0.46倍频程的定扫描率变化的(每扫描一次用9.4分)。从输入加速度计的反应来观察,选若干频率的响应,并对这些频率作更详细的研究。在选择的中心频率附近作一小的频率增量,并记录其幅值和相位,以便确定较好的响应峰值,然后,从沿着飞行器长度分布的各个传感器的输出确定飞行器的共振响应幅值。

确定结构固有振型的方法已由Lewis和Wrisley、Traill—Nash和Asher讨论过,他们的结论指出:对于复杂结构,为得到固有振型,要求有若干个激振器^[9-11]。由于在试验飞行器上缺少合适的安装位置,若用参考文献中提出的若干个激振器是不实际的,然而,在飞行器顶部用第二个激振器可得到有关模态耦合程度的数据。第二个激振器输出士222牛顿的力,用木制的连接头作用在飞行器的151站。用一个激振器得到的一些共振状态,同样也用两个激振器研究了,并用来确定两个激振器对共振频率和共振加速度响应等两者的影响。位于尾端附近(691.1站)的激振器的力的大小在选择频率下保持常数,这个力和在输入点(691.1)处的加速度之间产生90°相移,然后,调节第二个(顶部的)激振器输出的相位,使与尾端激振器的力信号同相或反相(依赖于研究的共振状态),将顶部激振器的力增加,直到得到这个力与作用在这点处的加速度之间有一

个90°的相位角为止。为得到所期望的相位关系，必须调节两个激振器的频率和头部激振器的力的大小。

在获得满意的激振状态后，就可确定共振加速度响应，这个研究所得到的数据是对空的试验飞行器的试验而言。

试验状态列在表Ⅱ中，表中给出了有压力（用P代表飞行器状态设计）和无压力飞行器等两个状态。

用Mead⁽¹²⁾、Pendered和Bishop⁽¹³⁾法确定阻尼，如同从Kennedy—Pancu图得到的数据那样，计算阻尼因子 μ 的公式是：

$$\mu = 2 f_n / \frac{\Delta \theta}{\Delta f} \quad (1)$$

这里的 μ 是对等效粘性阻尼系统而言，取结构阻尼与临界阻尼比的两倍， $\Delta \theta / \Delta f$ 是从Kennedy—Pancu图上由拟合圆确定共振频率时，取相位角（弧度）相对于频率（Hz）的斜率， f_n 是共振频率（Hz）。

四、试验数据的表示

振动和静态的数据均表示在表Ⅲ、表Ⅳ和图20到图32中，用来表示数据的每种方法都作了简要说明。

共振频率

图20介绍了所选择的共振频率作为飞行器总重量的函数的概况。曲线已很好地通过了频率数据点，它们的振型也显示了相同的性质。表Ⅲ介绍了由试验得到的上述两个推进剂箱液面之上气柱的声频率，和用气柱振动的频率方程所计算的声频率。

频率响应

对于所有的增压结构，输入力位置处（691.1站）的推力梁的加速度频率响应曲线和涡轮泵处的加速度频率响应曲线均表示在图21中，在一个典型的试验状态（6P结构）下，沿着飞行器长度方向的各个位置处的纵向加速度、燃料和液氧箱底的压力，和燃料、液氧箱上两个位置的相对应变等分别表示在图22（a）、（b）和（c）上。其应变是对任意一个振动级法化的相对值。在691.1站的推力梁的响应表示在图22（b）、（c），

供参考。

共振响应加速度

对若干个飞行器结构(增压和不增压两种),法化了的加速度响应表示在图23到图27中,用691.1站加速度来法化测量的加速度,并表示为无量纲的飞行器长度的函数。在图24到图27中的右图标明了在每个箱的下底上作用的液体质量力相对于飞行器尾部结构力的方向。液体质量力的方向是由位于箱上压力传感器的输出确定的。

非共振响应和阻尼

Kennedy — Pancu法-在飞行器的共振响应中,非共振的影响问题的研究是采用参考文献〔14〕提供的判别法。图28(a)和(b)是对一个典型的6P结构,在29.5Hz和45.8Hz共振频率附近、691.1站的Kennedy—Pancu图^{〔14〕}判别试验数据的这种方法是利用了从总的频率响应中分离出模态频率响应的方法,即在一个特殊的共振频率处测量出模态频率的振幅和相位。对一个小的频率增量,其振幅和相位数据划在极坐标上,并用“拟合圆”拟合数据点。从这圆中可以辨认出圆周长随频率变化的最大变化点。引一条垂直于力相位参考轴的直径,并通过圆周长随频率变化的最大变化点。这条直径和圆的交点位于共振频率点,圆和这条直径的另一端交点位于移动的原点。固有振型的振幅和阻尼因子从相对于移动的原点测量得到,移动原点和实际原点之间的距离表示非共振的响应。在图28中,径向振幅是位移(从加速度传感器测量确定的)与输入力之比,相位角是位移和力之间的夹角。拟合圆是拟合于数据,并用直径JH表示法化振型响应的结果,以及用距离OJ表示非共振响应。在方程(1)中,用相位角相对于频率的斜率 $\Delta\theta/\Delta f$ 来确定阻尼,于是,从 $\Delta\theta$ (图28)和选择的 Δf 值(在这里为0.2Hz)得到阻尼。 Δf 的选择是根据Mead假设^{〔12〕}。

对于若干个结构的共振振型频率和阻尼值列在表Ⅳ中,它们是从相似于图28中的图确定的。这种数据判别方法的进一步讨论可以在参考文献〔13〕到〔17〕中找到。

两个激振器的激振——对空的飞行器,两个激振器与一个激振器比较的数据表示在图29中。由于在试验中需要用一个大连接器(85.4kg)连到飞行器头部的附加的激振器上,所以,比较的振型形态是:去掉第二个激振器但带有框架的与带有两个激振器同时作用的情况。

静试验

在推进剂箱内具有模拟推进剂载荷条件时得到的数据表示在图30到图32中。图30中表示的是408、492和576站的径向挠度,它们是作为液氧箱内水的高度的函数。液氧箱

(图31)和燃料箱(图32)下底圆的中心和 $1/4$ 圆的点(即中心到圆边缘之间的一半)的挠度也表示为各箱内模拟推进剂质量的函数。

五、结 果 和 讨 论

用力控振动技术确定了全尺寸试验飞行器的若干个飞行器结构的振动响应特性。对每个飞行器结构在模拟自由—自由边界条件下确定了共振响应加速度、阻尼值和共振频率。另外,完成了非共振振动对共振响应作用的研究,也讨论了由于模拟推进剂的不同液面而引起的推进剂箱的静挠度。

共振频率

图20表示了五个共振响应下,频率随飞行器质量的变化。这些响应标为振型A、B、C、液氧箱声振和燃料箱声振。振型A明显的是飞行器的简单拉伸—压缩振型,飞行器的尾端相对于另一端是相反方向运动的。振型B和C是与飞行器中的质量运动相联系的,它们不能简单的像振型A那样描述。关于这些振型形态将在下面作进一步讨论。A、B两振型的频率随液体质量的增加而减小,这如同预料到的在一个动力学系统上附加质量的情况一样,然而,振型C是不依赖于液体的质量,而是在 $f_n = 45\text{Hz}$ 相对地保持常数。这类响应指出:存在的悬臂质量的响应频率(45Hz)不与支承结构耦合。

虽然,对于空的飞行器不可能与这些振型有任何联系,但仍然能够用试验来确定不同推进剂高度和飞行器的振型A、B及C的趋势。声频率的趋势能够探索空的飞行器的情况,它仅依赖于充液箱的上底到液面之间的距离。

对于具有封闭的不增压的液氧箱和燃料箱的雷神飞行器而言,空飞行器结构的频率与参考文献〔6〕中纵向阻抗图所示的频率是一致的。参考文献〔6〕中的多数共振频率稍高于现在试验中所得到的频率,当试验飞行器充有液体质量时,有可能提高17%。然而,28Hz和34.5Hz的共振频率分别为液氧箱和燃料箱的声频率,与参考文献〔6〕给出的27.7Hz和34.0Hz却是很一致的。

频率响应

最初,飞行器共振响应频率的确定是:在定输入力之下,由沿长度方向上各个站的频率响应图取得。从691.1站(作用力的位置)处的推力梁框架的加速度响应看出:对每个不同的飞行器结构有若干个不同的峰值〔图21(a)〕。用适当的符号标明,并指出共振时的频率。一般地,可以指出:虽然振型B和C的振幅是与响应曲线上峰值相联系

的,但对于较高质量的结构,在振型A的频率处的响应并没有清楚地确定。涡轮泵〔图21(b)〕的加速度响应曲线也是类似于91.1站测量的复杂响应。

虽然,一些共振频率可以容易地用响应曲线上的明显的峰来选择,如6P结构〔图21(a)〕的29.5Hz和45.8Hz的共振频率,但在许多情况下,要从若干个响应中选择一个频率则是困难的,这些响应在响应曲线上相隔很近,如结构7P所关心的45Hz的共振频率。在沿着飞行器长度上的其他位置的响应也表明:要从那些图上选择出共振频率来也存在同样的困难。如结构6P(图22),飞行器上若干位置的响应就是一个例子。在图22(a)中,对应15.5Hz的振型A频率的加速度响应峰在151.0、336.0站是明显的,在636.4、691.1和720.0站是不明显的,而在151.0、336.0和369.0站要从许多高的波动响应中选择出振型C的响应频率则是困难的。这些峰的大部分可能是属于接近传感器共振的小分量的响应,因为在所关心的频率范围内,传感器有一个共振频率。

通过飞行器6P结构的燃料和液氧箱下底的液体压力传感器确定的响应曲线表示在图22(c)中。对于振型B和C,压力所达到的峰值很接近于加速度响应曲线上所表明的共振频率的峰值,另外,振型A的频率所显示的峰值在691.1站的加速度响应中是不明显的。应变响应〔图22(c)〕也表明其峰值近似于振型A、B和C的频率。虽然推进剂确切的运动不知道,但频率响应曲线表明:它们的影响与结构动力学是密切相联的,因此,这些数据有助于试验飞行器的共振响应的确定。

通过在两个推进剂箱的每个底上顶部测量的气柱响应图上的峰值可以明确得到声频率。这些声振对691.1站结构速度的影响表示在图21(a)中。仅空飞行器的数据表明:对加速度响应曲线上的主要峰值,除了结构4P的那些峰外,可以不用注意声频率。即使对结构4P,所注意的峰也仅是液氧箱的气柱的共振频率。同样,对涡轮泵〔图21(b)〕的加速度响应曲线也作了类似的观察。在声频率处,沿飞行器长度的加速度响应、下底的压力和下底的应变没有一个强的响应。

共振响应加速度

空飞行器的四个振型(包括声振型)的共振响应加速度表示在图23中,这些振型形态很相似。 $f_n = 79.8\text{Hz}$ 时指出,结构中主分量之一的运动与结构自己的运动之间相位不同,在这个共振频率时,涡轮泵的运动是反相的,但是,在下一个频率($f_n = 88\text{Hz}$)时,涡轮泵的运动与飞行器尾端的运动是同相的。在飞行器上的不同位置上作了一些附带的测量,如燃料输送管的端部和发动气瓶,但是,试验并没有得到可以说明54.0、62.5和88.0Hz的共振之间不同的证据。

结构2、2P和结构3、3P的振型A、C的共振响应加速度分别表示在图24和25中,结构6、6P和结构9、9P的振型B、C的共振响应加速度分别表示在图26和27中。对于大质量的结构,与振型A相联系的结构共振响应加速度没有确定,因为,加速度传感器没有能力去探测与这些振型相联系的很低的加速度值,但是,观察它们箱

底上推进剂力的相位关系就有可能说明在振型A频率时的响应。对于振型A的响应，飞行器的一端与另一端的运动彼此之间是反相的，在推进剂箱内液体产生的力与靠近的结构产生的力是同相的，因此，在燃料箱内液体产生的力与液氧箱内产生的力是反相的。

在振型B和C的频率上，结构共振响应加速度的形态是相似的，沿着飞行器结构的长度方向，两者的加速度都没有出现节点，飞行器尾端的运动，其振型C比振型B稍高些，但是，沿着飞行器长度上所有的运动彼此是同相的。液体力的比较指明了振型B和C之间的不同，并提供了平衡时所需要的平衡力的数据。对于振型B，在液氧箱内液体产生的力与靠近的结构所产生的力是同相的，而燃料箱内液体产生的力与结构及模拟的液氧产生的力是反相的。对振型C，两个贮箱中液体产生的力与靠近的结构所产生的力是反相的。由试验确定的三个振型中没有一个与空飞行器的振型有关。振型C不依赖于飞行器质量，并且在飞行器推力框架面上有一个相当大的振幅，这与附加到结构上的推力框的动力学有关。在参考文献〔6〕中指出：当单独激振空的试验飞行器时，推力框的共振频率是55Hz。可以设想，在这部分的涡轮泵结构上，推进剂的质量能够使共振频率下降到近似于45Hz。

不增压飞行器的共振响应加速度与增压飞行器是一致的（图24到27）。一般地，增压飞行器的共振频率稍高些，但是，所示的振型中没有一个超过9%。

非共振响应和阻尼

Kennedy—Pancu方法—对于结构2P、3P、6P和9P，由Kennedy—Pancu图确定的阻尼因子和共振频率给在表IV中。用这个方法确定的共振频率与用单点激振幅峰值法确定的共振频率是相近的。对于振型C的阻尼相对于飞行器质量是个常数。而振型A和B就得不到类似的表示。

对于结构6P的振型B和C，用图28中说明的Kennedy—Pancu图得到的共振频率和阻尼因子表示出来了。这两个振型的“拟合图”是通过至少五个以0.2Hz增量为间距的数据点拟合而成的。在这些数据中，最接近于主直径JH的频率选择为共振频率。两个图表明：OJ是试验测量的振幅中一些非共振响应。振型B在 $f_n = 29.5\text{Hz}$ 试验测量的振幅比“固有振型的振幅JH稍小些，而对于振型C，在 $f_n = 45.8\text{Hz}$ 试验测量的振幅比固有振型的振幅大。也应该说明：对于两个振型中的任意一个，在相差 90° 的响应频率处不出现共振频率，但是，对振型C，其相位角比 90° 大，而振型B的相位角比 90° 小。从位于飞行器长度方向上的其他传感器也得到相似的结果，但是，非共振振幅与固有振型振幅之比大大地增加。当从Kennedy—Pancu图确定的非共振振动的振幅相对增加时，那么，对上述非共振振动的相位和振幅在所研究的共振频率范围内保持常数的假设将产生怀疑。空飞行器结构的阻尼值计算不了，因为非共振振幅与固有振型的振幅之比是高的（比1大）。

两个激振器激振一对有些试验情况，除了在飞行器的底部附加一个大激振器外，在飞行器的头部增加第二个激振器。用两个激振器仅仅能够得到空飞行器共振频率时的三

个理想相位关系,而贮箱内有液体的飞行器的共振响应中没有一个能调节到合适的相位关系。具有大的附加连接件的空飞行器,它的三个振型的频率是 $f_n = 60.5, 80.3$ 和 88.0 Hz。图29表示的是用一个和两个激振器得到的共振响应加速度,用两个激振器激振,频率在 $f_n = 60.5$ 和 88.0 Hz时,飞行器头部的振幅大大地增加,但是,在另一个频率时只引起小的变化,所含频率的影响小于 1 Hz。当引入第二个激振器时,在 80.3 Hz的共振响应加速度相对地就没有影响。这些数据指出:在 60.5 Hz和 88.0 Hz的共振响应加速度是强耦合振幅,而不是分析预示到的固有振型振幅。精确相位角的测量也指出:测量的振幅也并不是固有振型的振幅,因为相位角也很少与参考的输入力之间有精确的 90° 或 270° 相位差。

静 试 验

具有模拟推进剂的贮箱载荷引起液氧箱顶部(408站)的X或Y轴(图30)方向上直径的小变化。只有当水的高度达到上述位置后,贮箱中部(492站)直径的变形才是大的,且在此后变形是线性的,随着推进剂液高的增加,沿着X和Y两个方向,箱底(576站)直径的变化是近似于线性地增加,X轴向最大达到 0.0165 厘米,Y轴向为 0.127 厘米。

液氧箱底部的变形(图31)表明:在整个研究的质量状态内,底部的刚度是近似于线性的。由通过箱底中心取的数据点的光滑曲线的斜率确定的刚度是 1.9×10^6 牛顿/厘米,由通过四分之一点的光滑曲线的斜率确定的刚度是 3.5×10^6 牛顿/厘米。

在整个研究的质量状态内,燃料箱底的变形数据显出相同的线性特性(图32)。但是,最大的变形出现在四分之一点而不在箱底的中心。由通过箱底中心取数据的光滑曲线的斜率确定的刚度是 2.2×10^6 牛顿/厘米,由通过四分之一点取数据的光滑曲线的斜率确定的刚度是 1.0×10^6 牛顿/厘米,这个差别能够用燃料箱的结构形状作部分的说明,即在箱底的中心有燃料输送管,它带有绝热衬套并通过液氧箱的隧道,如图10所示。这些衬套包绕着大约 6.71 米长的管子,能够保证约束在箱底的中心。

六、结 论

在一个典型的全尺寸飞行器上完成了试验研究,这是为研究在纵向激振下飞行器的振动特性。所研究的飞行器具有各种液体载荷,并在两个推进剂箱液面之上有气垫压力。研究的结论归结如下:

1. 所包含的液体对飞行器的振动响应有显著的影响。用包含液体影响在内的数据来得到经适当识别的和结合的振型。如压力和箱底应变、加上沿飞行器长度方向上加速度的影响。因为单独的加速度数据不能完全识别飞行器的共振响应,所以除了声振型外,就做不到空飞行器的振型和具有液体的飞行器振型之间的结合。

2. 一般地, 经详细研究选用一个激振源、两个激振源和用Kennedy—Pancu数据识别法所得到的共振响应之间是一致的, 但是, Kennedy—Pancu法和两个激振源指明: 在用单个激振源激振, 经测量得到的共振响应加速度中包含着大量的非共振振动。

3. 在液氧箱和燃料箱液体上面的气柱的共振频率(声振)仅仅依赖于气柱的高度, 而对所研究的各种质量状态的飞行器加速度响应没有太大的影响。

4. 推进剂箱内的增压稍微提高共振频率, 但对共振响应形态不会有太大影响。

5. 在共振响应时, 飞行器的模态阻尼相对于飞行器质量是常数, 共振响应的频率对于飞行器质量也保持常数(振型C)。

6. 两个推进剂箱底的纵向静变形, 和液氧箱附近的直径的变形随箱内推进剂质量的增加而线性地增加。

表 I 试验飞行器的试验质量

飞行器结构的各部分			各部分内包括的部件		
项 目	各部分的总质量 kg	各 部 分 重心位置	项 目	质 量	重 心 位 置
发动机及附属部 分(图14~图12)	1135.7	669.4	11块铅板	133.8	695.0
			连接板	20.3	688.0
液氧箱 (图8~图10)	770.4	519.3	波纹管的延伸部 分(燃料)	11.1	^a 629.7
			波纹管的延伸部 分(液氧箱)	4.7	^a 635.0
			气 瓶	61.7	^a 620.0
			增压管路	8.8	^a 350.0
			燃料输送管	15.9	^a 496.9
			燃料输送管的绝 热材料	24.9	^a 496.9
中心体各部分 (图7)	148.0	341.8	6块铅板	55.5	351.7
燃 料 箱 (图3~图6)	409.6	253.0	增压管路	4.4	142.0

各部分的总质量: 2463.7kg, 在534.2站。

装配飞行器的总质量: 2464.4kg, 在534.4站。

^a 估算

表Ⅰ 飞行器结构数据

结 构	飞 行 器 质 量 kg	模 拟 的 液 氧		模 拟 的 燃 料		总 质 量 kg
		质 量 kg	压 力 牛 顿/厘米 ²	质 量 kg	压 力 牛 顿/厘米 ²	
1	2463	...	...	...	...	2465
2	2463	2720	...	1450	...	6635
3	2463	6805	...	3630	...	12900
4	2463	9435	...	5035	...	16935
5	2463	12110	...	6485	...	21060
6	2463	14650	...	7815	...	24930
7	2463	17645	...	9435	...	29545
8	2463	20640	...	11000	...	34105
9	2463	23675	...	12610	...	38750
2 P	2463	2720	10.4	1450	8.5	6635
3 P	2463	6805	10.4	3630	8.5	12900
4 P	2463	9435	10.4	5035	8.5	16935
5 P	2463	12110	10.4	6485	8.5	21060
6 P	2463	14650	10.4	7815	8.5	24930
7 P	2463	17645	10.4	9435	8.5	29545
8 P	2463	20640	10.4	11000	8.5	34105
9 P	2463	23675	10.4	12610	8.5	38750

表Ⅱ 推进剂箱的声频率

结 构	液 氧 箱		燃 料 箱	
	计算频率 Hz	试验频率 Hz	计算频率 Hz	试验频率 Hz
1 P	28.3	28.0	35.6	34.5
2 P	30.6	30.5	36.8	36.0
3 P	36.4	36.0	41.2	40.5
4 P	41.5	41.5	44.9	45.0
5 P	48.5	47.5	49.6	49.0
6 P	58.0	57.5	55.0	55.0

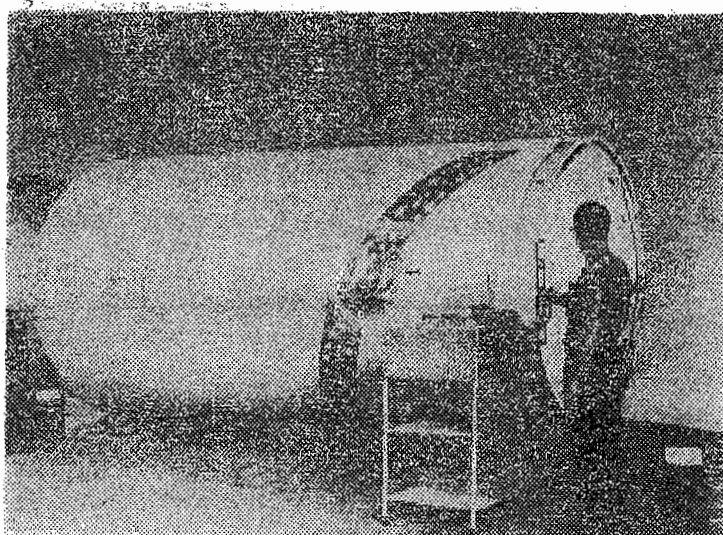


图 3 燃料箱部分

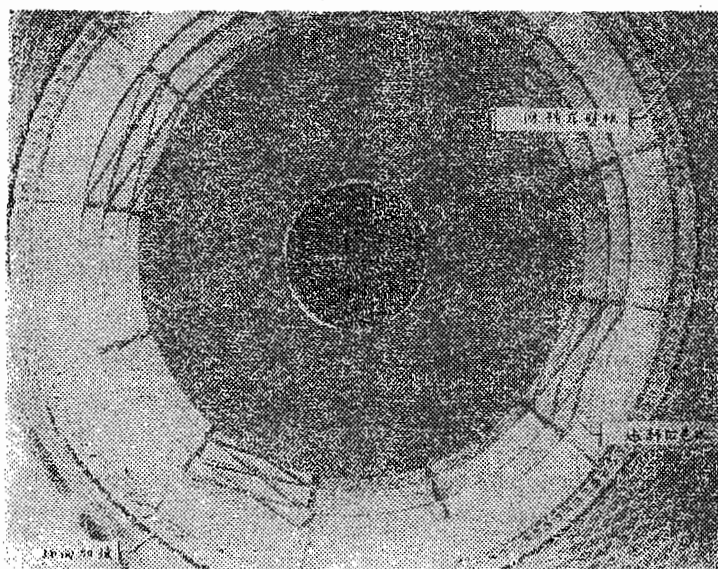


图 4 后视的燃料箱内部

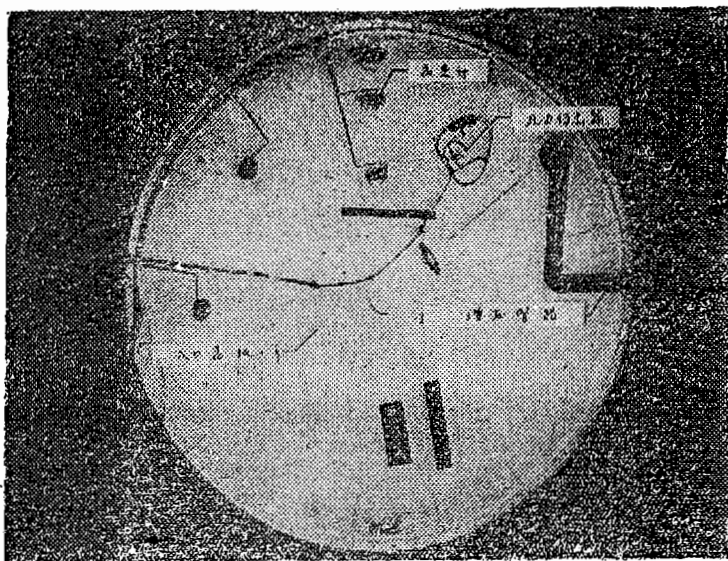


图 5 燃料箱的前底

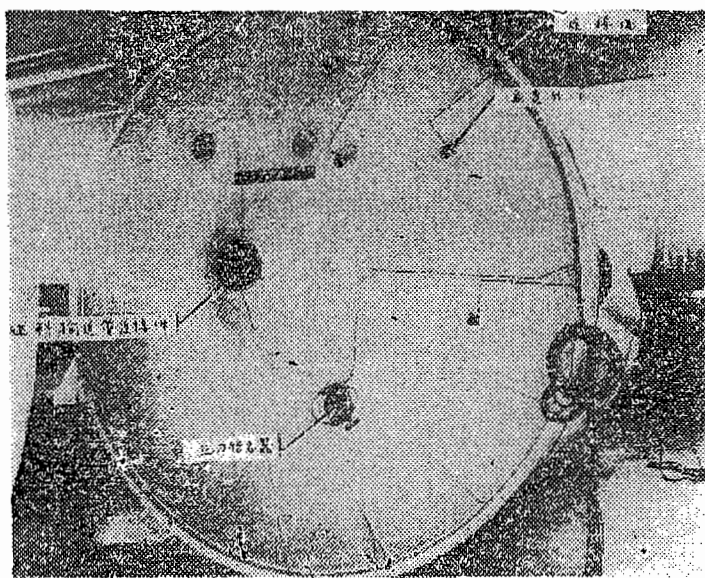


图 6 燃料箱的后底

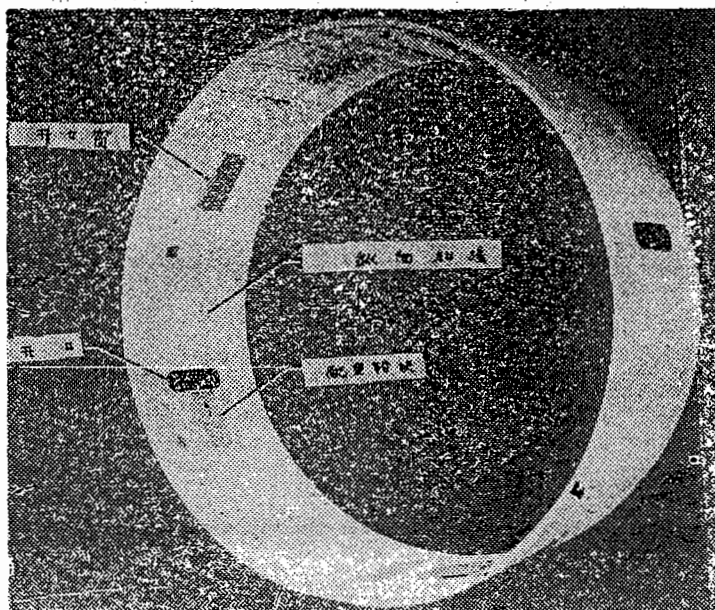


图7 中心体部分

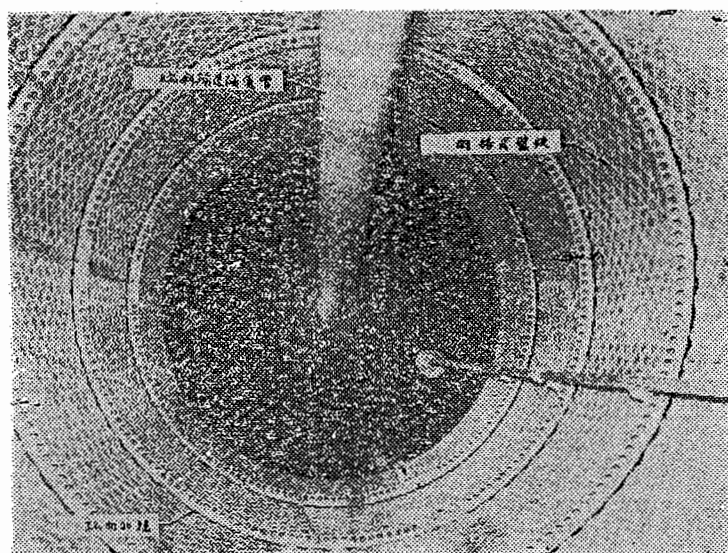


图8 后视的液氧箱内部

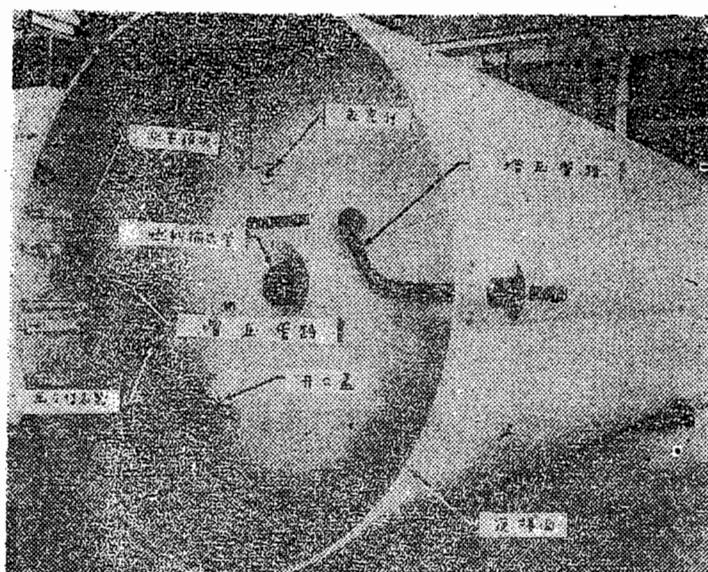


图9 液氧箱前底及中心体部分

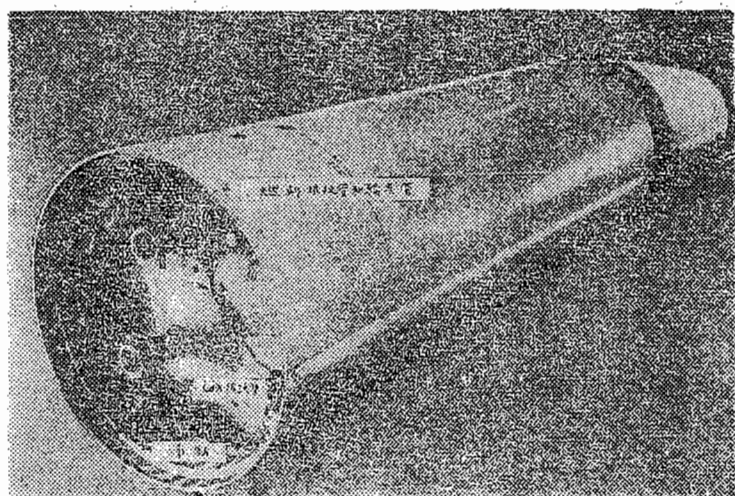


图10 液氧箱后底和后裙段

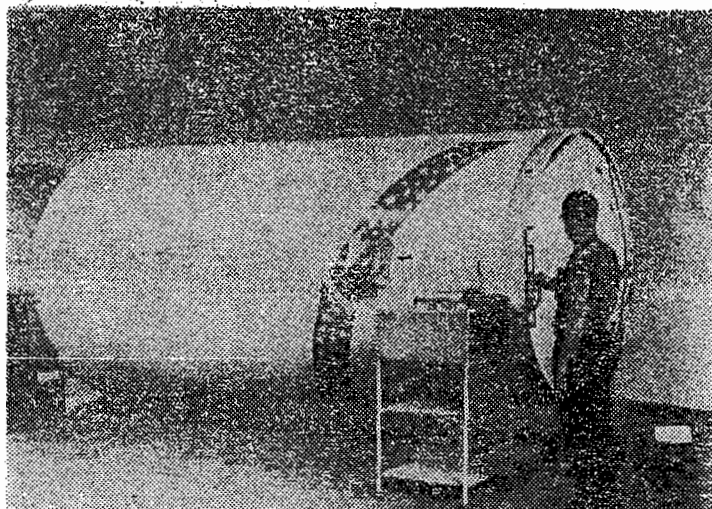


图 3 燃料箱部分

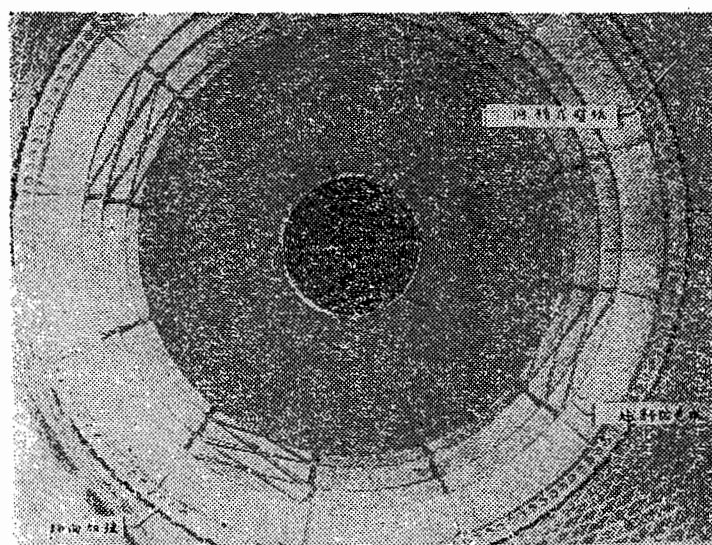


图 4 后视的燃料箱内部

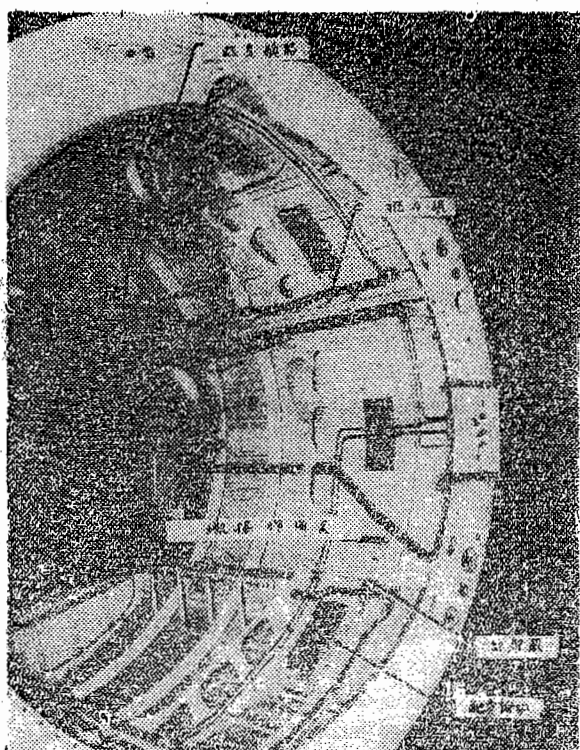


图13 从前面看，在飞行器Y轴一边的发动机及其附属部分

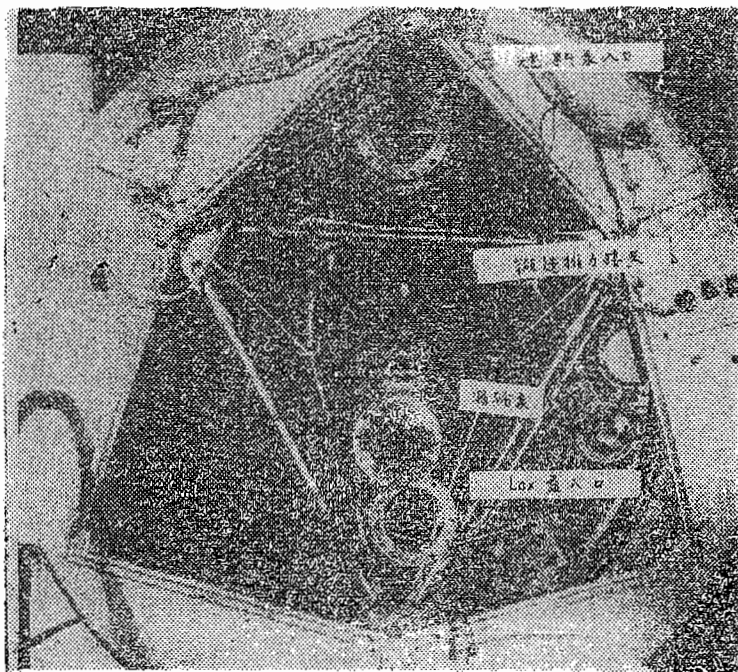


图14 后视的发动机及其附属部分

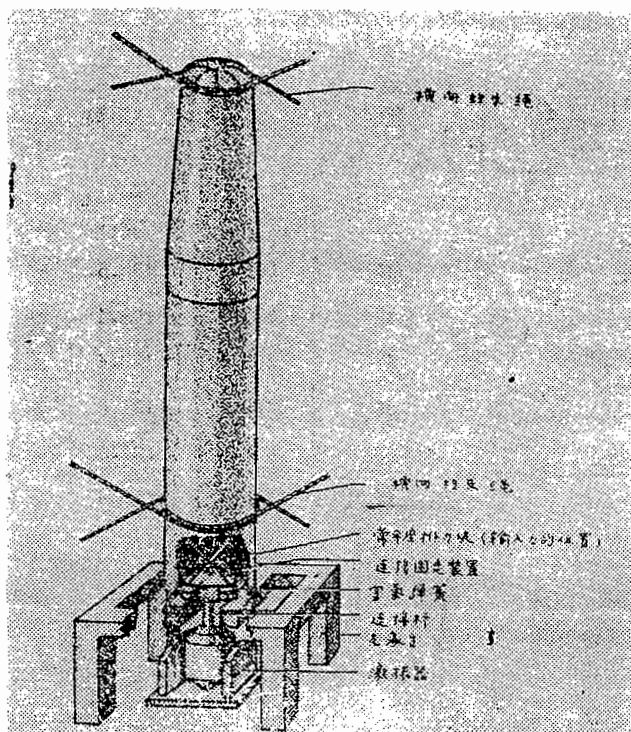
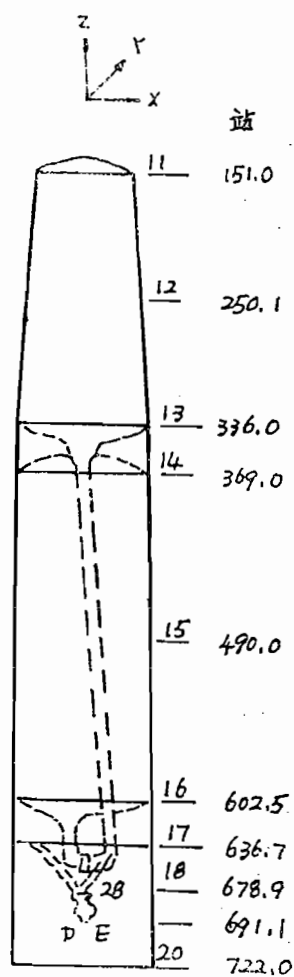


图15 试验飞行器的纵向支承系统



加速度计 编 号	站 (Z 轴)	径向距离 cm	说 明
11	151.0	92.7	连 接 面
12	250.3	109.5	蒙 皮
13	336.0	109.4	连 接 面
14	369.0	119.4	连 接 面
15	490.0	121.9	蒙 皮
16	602.5	121.9	蒙 皮
17	636.4	119.4	连 接 面
18	637.0	119.4	连 接 面
20	720.0	119.4	飞行器后端
28	678.9	0	推 力 框 底
D	691.1	0	加 力 点
E	691.1	10.2	加力点的加速度计

(a) 纵向和径向位置

图16 在试验的飞行器上加速度计的位置和数据组 1

加速度计方向

◇ +Z

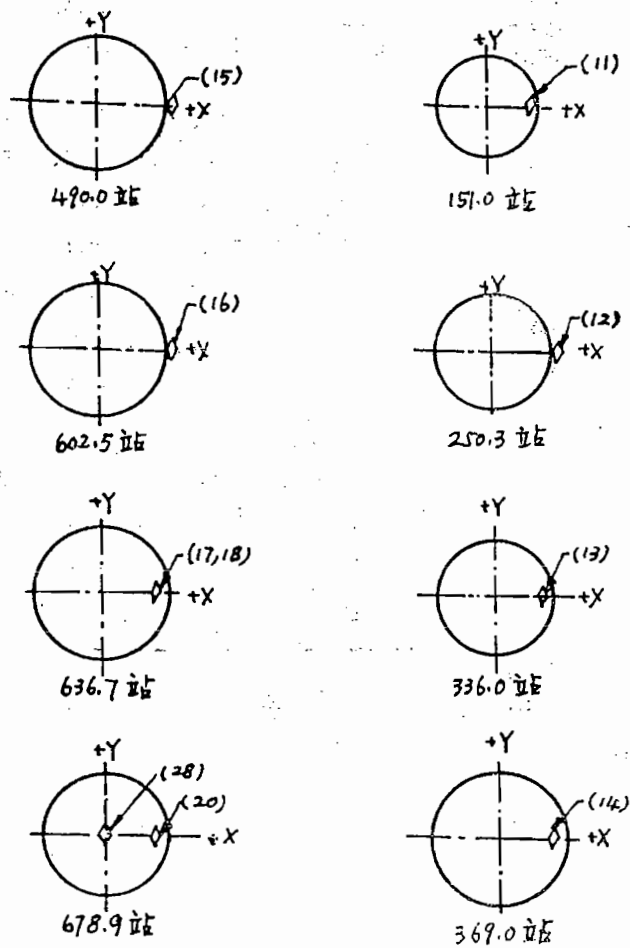
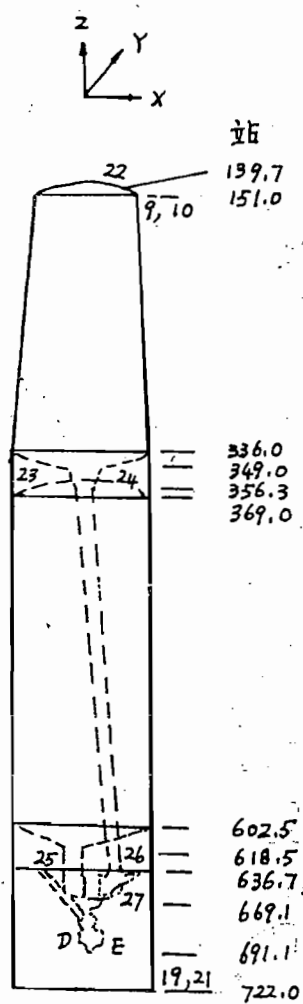


图16 (b) 从后面看，加速度计的径向位置



加速度计 编 号	站 (Z 轴)	径向距离 cm	说 明
9	151.0	92.7	连 接 面
10	151.0	92.7	连 接 面
19	720.0	119.4	连 接 面
21	720.0	119.4	连 接 面
22	139.7	53.3	燃 料 箱 上 底
23	347.0	55.9	燃 料 箱 下 底
24	356.3	81.3	氧 化 剂 箱 上 底
25	618.9	28.4	氧 化 剂 箱 下 底
26	618.5	73.7	燃 料 输 送 管
27	669.1	20.3	泵
D	691.1	0.0	加 力 点
E	691.1	10.2	加力点的加速度计

(a) 纵向和径向位置

图17 在试验的飞行器上加速度计的位置和数据组 2

加速度计方向

- ◇ +Z
- +X
- △ +Y

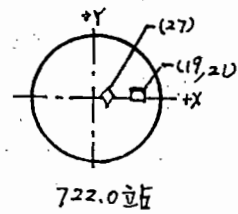
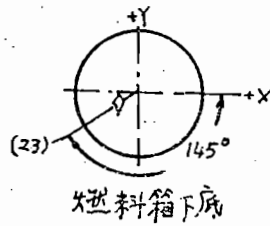
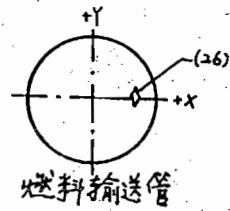
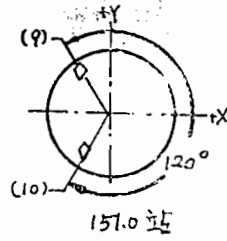
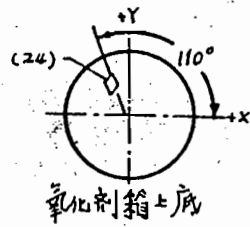


图17 (b) 从后面看加速度计的径向位置

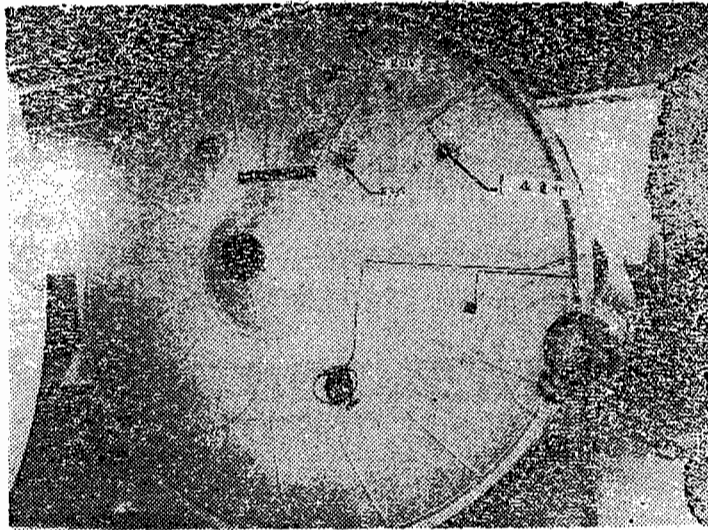


图18 在燃料箱下底的应变片位置

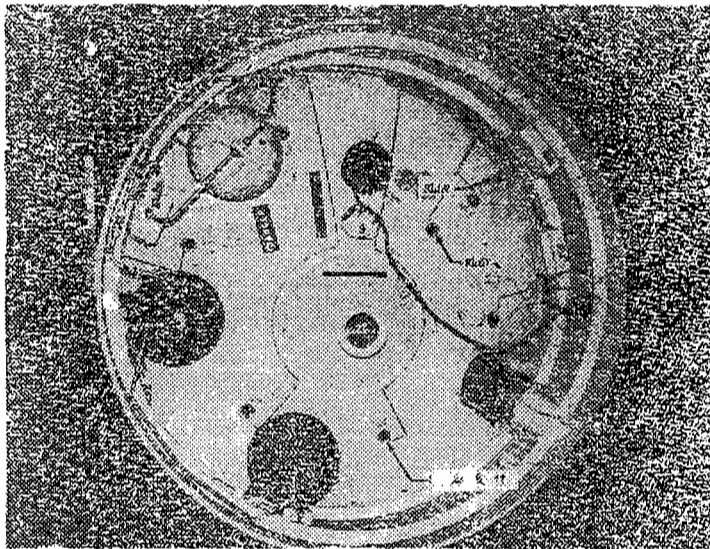


图19 在液氧箱后底的应变片位置

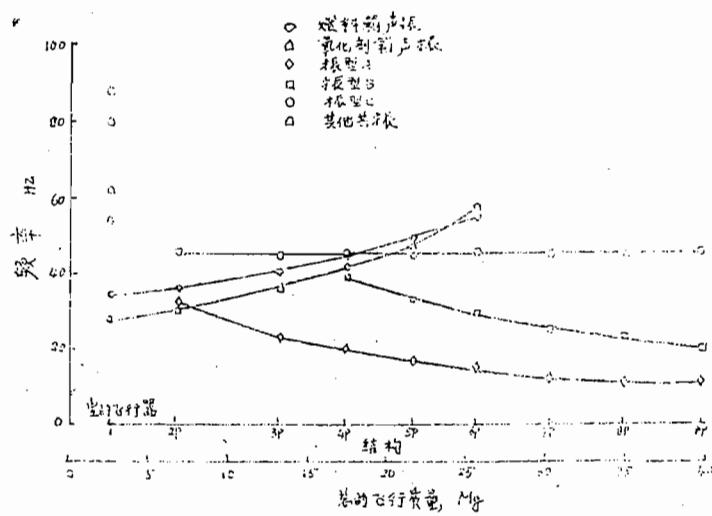


图20 频率随飞行器重量的变化

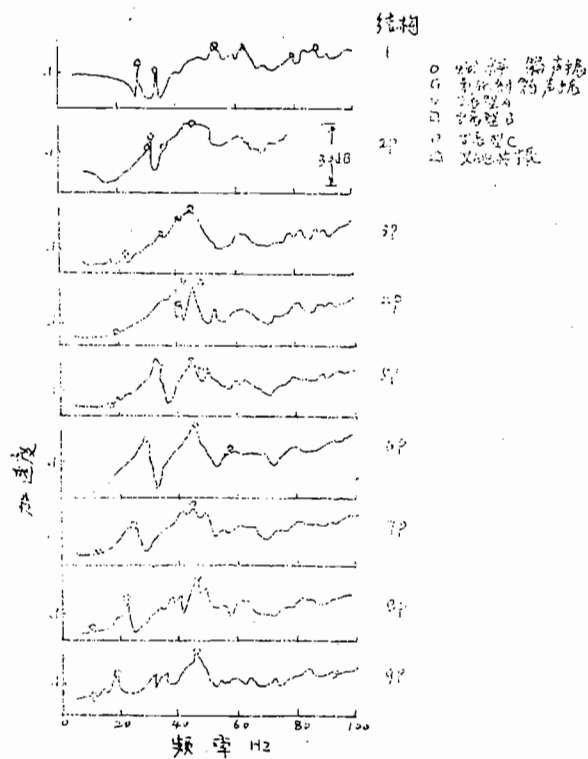


图21 (a) 在691.1站加力点位置测量的加速度

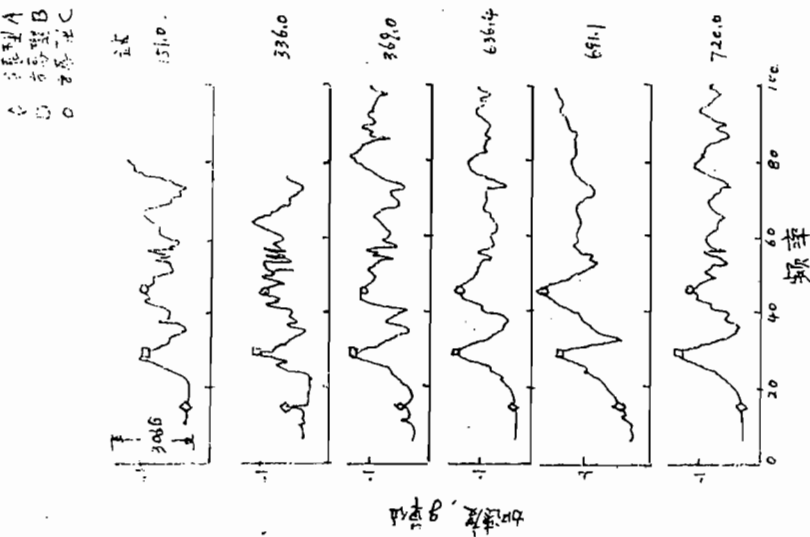


图22 定激振力时 6P 结构飞行器的频率响应
(见 691.1 站加速度)

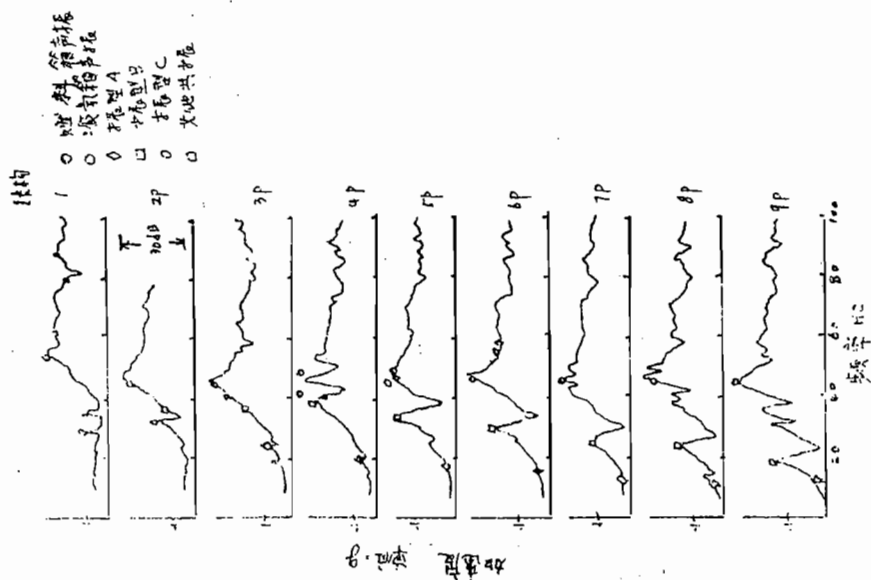


图22 (b) 在涡轮泵上测量的加速度
图21 当用土 1334 牛顿力激振时各种飞行结构的频率响应

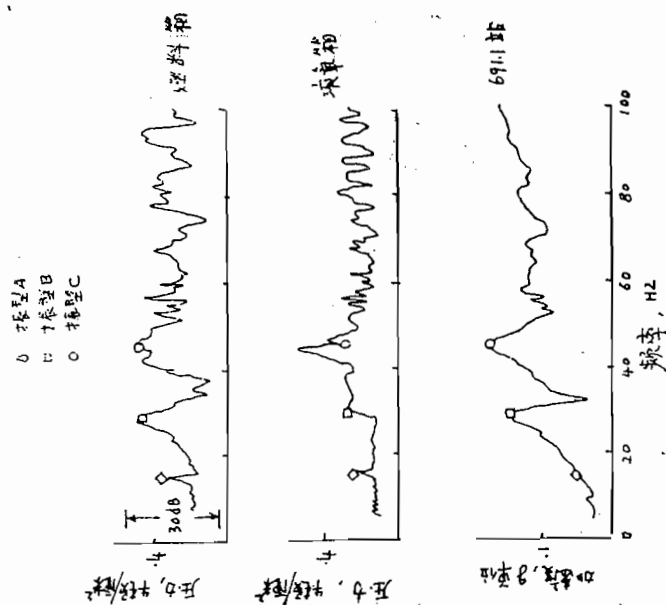
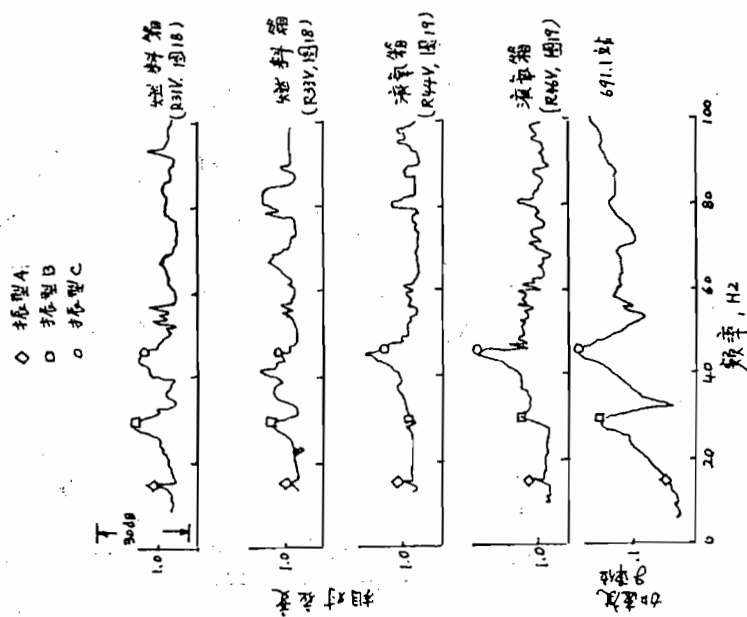


图22 (b) 在燃料箱和液氧箱下底测量的压力



(c) 在燃料箱和液氧箱下底测量的相对应变
图22 定力激振时 6 P 结构飞行器的频率响应 (见 691.1 站
加速度)

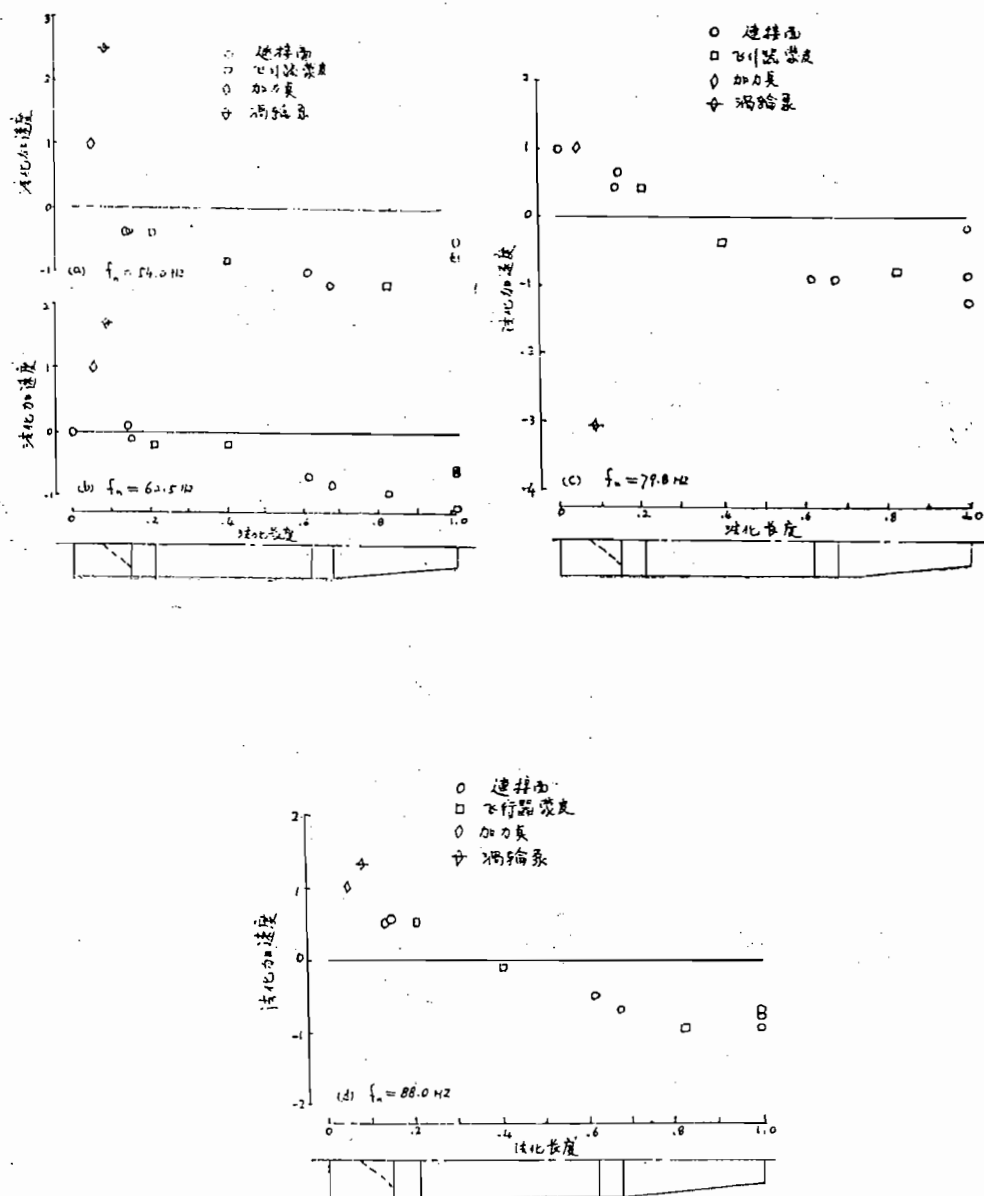


图23 结构飞行器的共振响应加速度

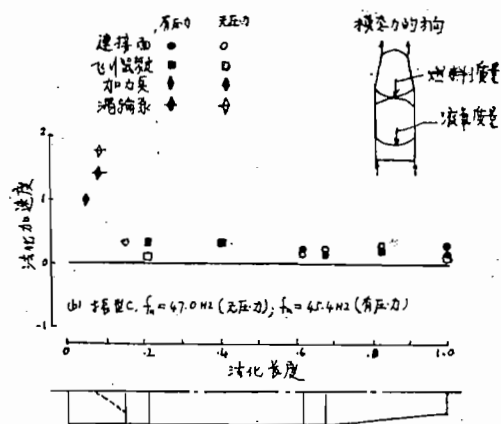
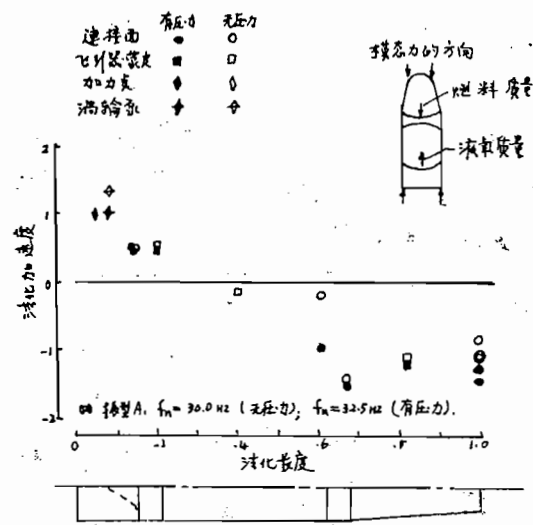


图24 结构 2 和 2 P 飞行器的共振响应加速度

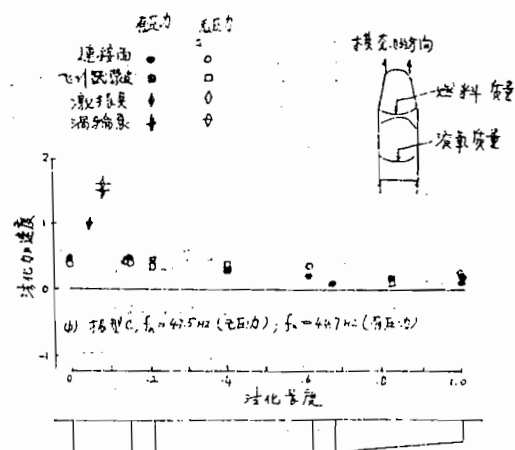
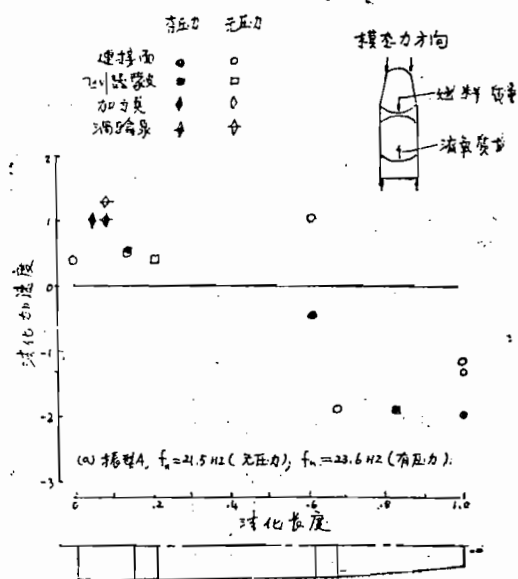


图25 结构3和3P飞行器的共振响应加速度

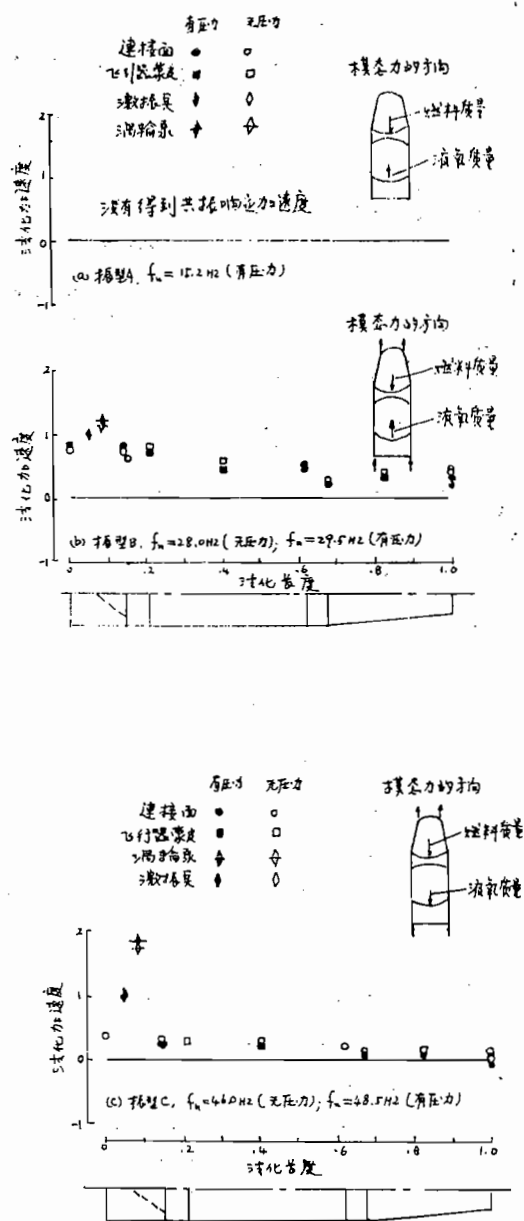


图26 结构6和6P飞行器的共振响应加速度

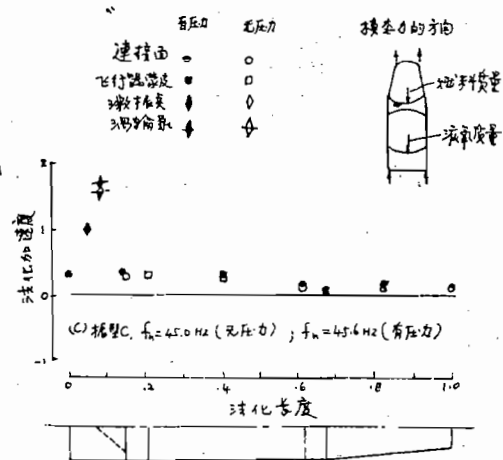
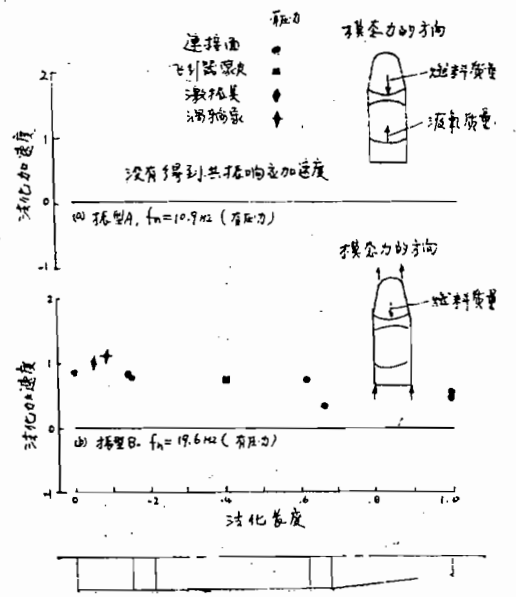


图27 结构9和9P飞行器的共振响应加速度

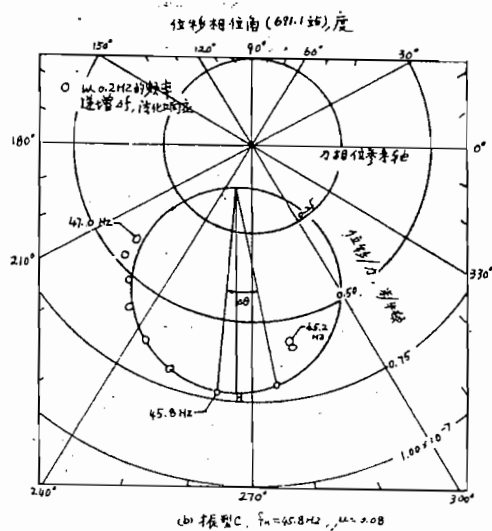
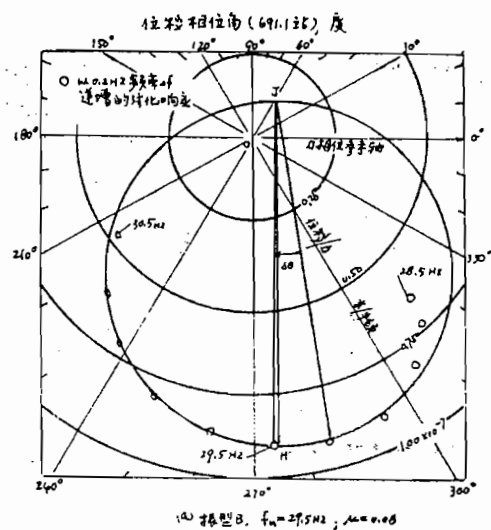


图28 结构 6 P 的振型 B 和 C 的 Kennedy—Pancu 图

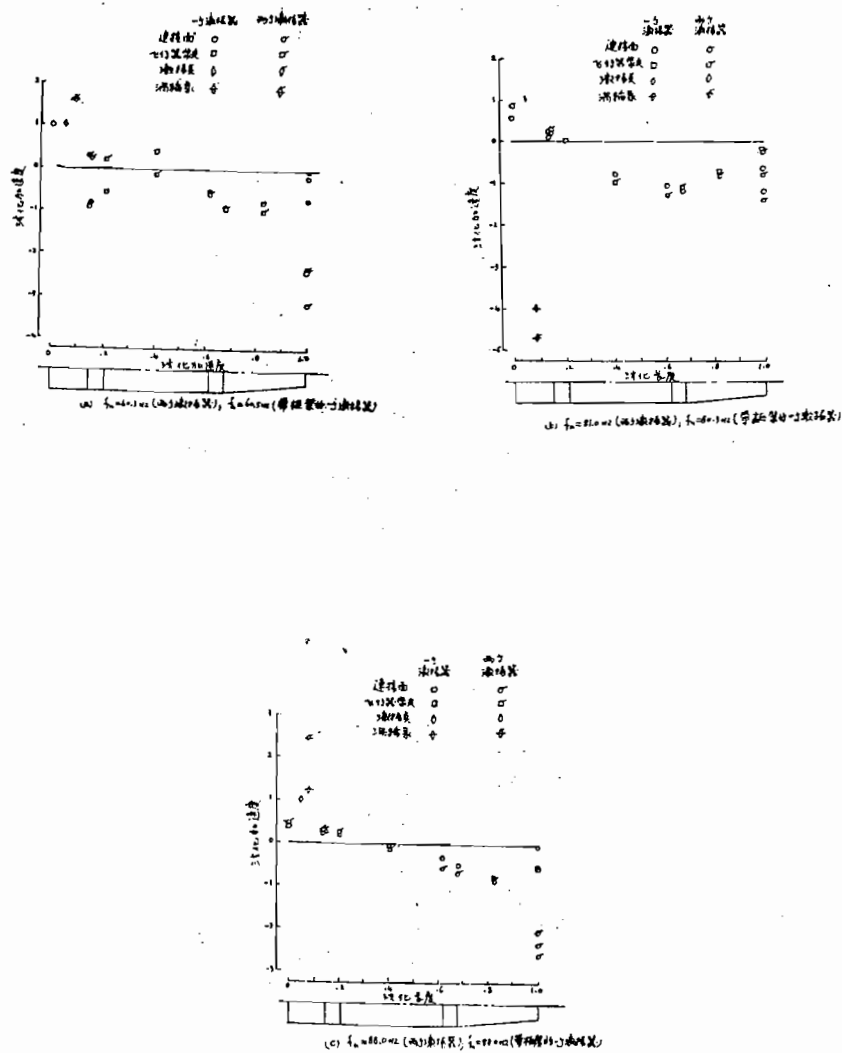


图29 结构 1 用两个和一个激振器得到的共振响应加速度

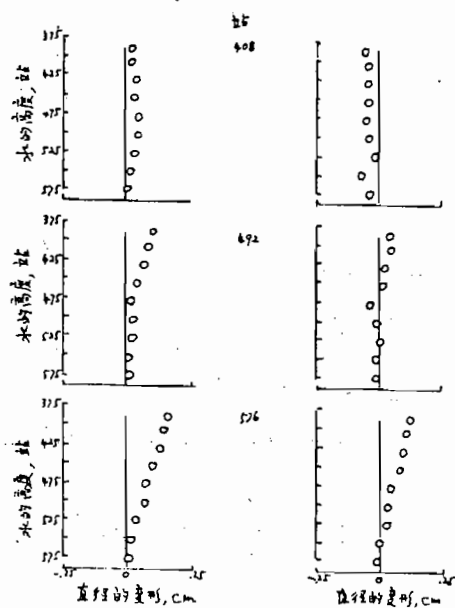


图30 有推进剂载荷时飞行器直径的增加

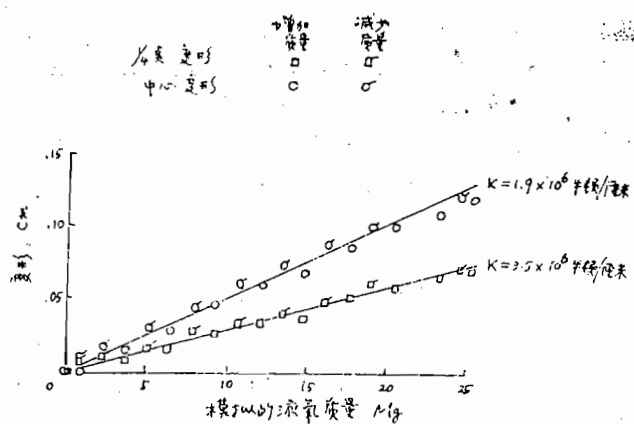


图31 由模拟推进剂质量引起的液氧箱下底的静变形

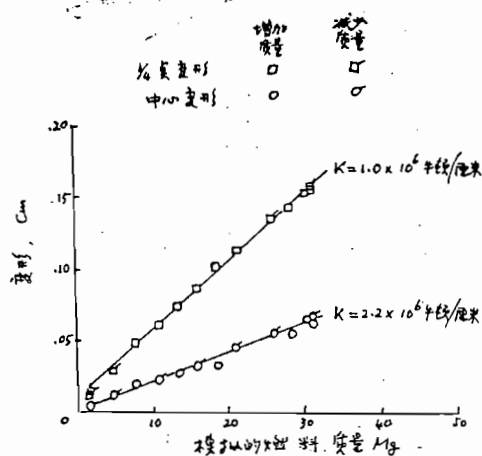


图32由模拟的推进剂质量引起的燃料箱下底的静变形

参 考 文 献

1. Leadbetter, Sumner A.; Alley, Vernon L., Jr.; Herr, Robert W. and Geringer, A. Harper: An Experimental and Analytical Investigation of the Natural Frequencies and Mode Shapes of a Four-Stage Solid-propellant Rocket Vehicle. NASA TN D-1354, 1962.
2. Mixson, John S., and Catherine, John J.: Comparison of Experimental Vibration Characteristics Obtained From a 1/5-Scale Model and From a Full-Scale Saturn SA-1. NASA TN D-2215, 1964.
3. Leadbetter, S.A.; and Raney, J.O.: Analytical and Experimental Studies of the Dynamics of Launch Vehicles. AIAA Symposium on Structural Dynamics and Aeroelasticity, Aug.-Sept. 1965, pp. 523-527.
4. Aerospace syst. Eng.: Briefing Charts Thor 20 cps Study. Reptt. SM-44160 (Contract AF 04 (595) -274), Missile & Space Syst. Dvi., Douglas Aircraft Co., Inc., July 1963.
5. Davis, w. F., Keeton, D.L., and Lynch, T. F.: Thor Longitudinal Oscillation Study. Rept. SM-4500, Missile & Space Syst. Dvi., Douglas Aircraft Co., Inc., Mar. 1964. (Available from DDC as AD-460911)
6. Carden, Huey D.; and Raney, John c.: An Experimental and Analytical Study of the Longitudinal Vibration of a Simplified Thor

Vehicle Structure. NASA TN D-3632, 1966.

7. Powell, Clemans A., Jr. ; and Scholl, Harland F. : Corrosion problems With Simulated Fuel in Launch Vehicle Models. Mater. Protect., vol.5, no.8, Aug.1966, pp33-34
8. Schoenster, James A. ; pearson, Jeromei, and Dixon, Grayson V. : A Unique Suspension System For Longitudinal Vibration Testing Large Launch Vehicles. Shock Vib. Bull., Bull.35, pt. 2, U. S. Dept. Defense, Jan.1966, pp.191-196.
9. Lewis, Robert C.; and Wrisley, Donald L. : A System for the Excitation of pure Natural Modes of Complex Structure .J. Aeron Sci., vol.17, no.11, Nov.1950, pp.705-722, 736.
10. Teatill-Nash, R. W. : On the Excitation of pure Natural Modes in Aircraft Resonance Testing. J. Aero/Space Sci. , vol. 25, no. 12, Dec.1958, pp.775-778.
11. Asher, Gifford W. : A Method of Normal Mode Excitation Utilizing Admittance Measurements. proceedings of the National Specialists Meeting on Dynamics and Aeroelasticity, Inst. Aeron. Sci. , Nov 1958, pp59-76.
12. Mead, D. J. : The Internal Damping Due to Structural Joints and Techniques for General Dmping Measurement. C. P. No. 452, Brit. A.R.C., 1959
13. pendered, J. W. ; and Bishop, R. E. D. : A Critical Introduction to Some Industrial Resonance Testing Techniques. J. Mech. Eng. Sci., vol.5, no.4, 1963, pp.345-367.
14. Kennedy, Charies C. ; and Pancu, C. D. P. : Use of Vectors in Vibration Measurement and Analysis. Aeron. Sci. , vol. 14 no.11, Nov.1947, pp.603-625.
15. Hausmann, Erich, and Slack, Edgar P. : physics. Third ed., D. Van Nostrand Co., Inc., c. 1948
16. Bishop, R.E.D.; and Johnson, D.C. : The Mechanics of Vibration. Cambridge Univ. Press, 1960.
17. Bishop, R. E. D. : and Gladwell, G. M.L. : An Investigation Into the Theory of Resonance Testing. phil. Trans. Roy. Soc. , London, ser. A, vol.255, no.1055; Jan.17, 1963, pp.241-280.

吴碧英译

黄怀德校

多点正弦与单点随机模态 试验结果的比较

作者: E.L. Leppert等

译自SEA 76—879

前 言

为减少模态测量的试验项目与费用,最近采用微型计算机进行数据采集和分析,微型计算机的一些软件程序得到了发展⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾。然而,减少费用的希望不是为财资费辩解,而是为改变各种试验方法、寻找各种新试验方法,如评价单点随机(SPR)在技术上的优点。在一个星际考察程序中,由于发射窗的限制,要求试验硬件的可利用性限制在预定的时间之内,于是,采用新的试验方法就特别迫切。虽然,单点随机法已经试验验证,但在具有各个模态的各种复杂飞船上还没有验证过。最近将单点随机法与传统的“正弦”法作了比较⁽⁴⁾。

J.P.L. 对预计在1977年下半年发射的水手-丘辟特/土星(MIS)飞船选用了传统的“多点正弦定频”(MPSD)的试验方法,这个试验在1976年二月这一个月的时间内做完。为了以后的研究,在这试验期间内,安排近一天的时间,采用单点随机法取得了试验的测量数据。单点随机法的数据分析与多点正弦法作了比较,这些工作得到了NASA的研究与工艺总局(OART)的支持,并列入题为“空间飞行器动力学”的研究项目之中。空间飞行器动力学研究的一个目的就是努力减少飞船动力学的试验费用。单点随机法的数据分析处理是作为J.P.L. 在研制阶段中的一个内容。

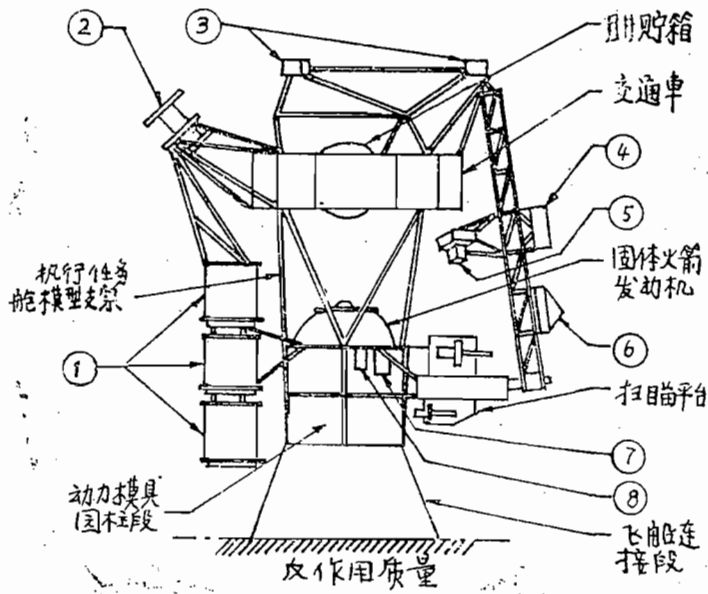
研究的主要目的是对单点随机与多点正弦法的试验结果作分析比较,在比较的研究中,假设过去用的多点正弦法试验所获得的数据,所用的规范仍然是有效的。并确认:单点随机法所增补的资料将有助于确定更好的规范以供使用。用单点随机法试验测量与分析的试验数据只是一个子集合,单点随机试验用了26个加速度计通道,并与111个通道的多点正弦试验作了比较。然而,MTS飞船有一个好的试验情况,因为,它有近于相等的频率值、局部振型、有难得到的激振器有效质量、各连接点松紧程度以及典型的空间试验件中存在的其他特性。这个评论限制在:具有较小的结构模态阻尼($< 3\%$)的复杂飞船结构的模态测量。为了在以后数据使用过程中,如在响应分析中能具有所需要的

精度,于是,要求满足实特征向量的假定。假设单点随机法试验在合理的情况之下,对两种方法就费用、项目作了比较,在MJS飞船上得到的数据可作为外推的依据。

本文共分六个部分: MJS飞船模态试验介绍; 多点正弦激振的介绍和结果; 单点随机的介绍和结果; 多点正弦与单点随机结果比较; 对两个系统的评论及结论。

一、MJS 飞船模态试验介绍

试验件——试验件如图1所示,试验时,飞船重量为1873.3 kg (4130磅),高度为4.572米(180吋),从中心线算起的最大横向尺寸为1.88米(74吋)。在图中,不用四个姿控发动机,而用动力模具,并用管状三角架支撑着。试验件主要由飞船转接模具,动力系统模具以及执行任务舱的模具组成。动力系统模具包括固作推进剂发动机、



模拟项目:

- ①放射性同位素热振荡器
- ②磁强计
- ③高增益天线
- ④宇宙线探测器
- ⑤低能带电粒子
- ⑥等离子探测器
- ⑦自动驾驶装置
- ⑧电池

图1 MJS飞船模态试验件

表 1 加速度位置

加速度计

编 号	说 明	单点随机 (SPR)	多点正弦 (MPSD)
610	交通车支柱 1	12	1,2,3,4,5,6
620	交通车支柱 2		5,6—7,8,9,10
630	交通车支柱 3		7,8,9,10, 11, 12
640	交通车支柱 4		11, 12, 13, 14, 15, 16
650	交通车支柱 5		13,14,15,16,17,18
660	交通车支柱 6	27,28	17,18,19,20,21,22
670	交通车支柱 7		19,20,21,22,23,24
680	交通车支柱 8		23,24,25,26,27,28
690	交通车支柱 9		25,26,27,28,29,30
700	交通车支柱 10		29,30,1,2,3,4
600	高增益天线 ^a	31, 32, 34, 26	31—36 ^a
500	肼贮箱	37, 38, 39	37—42
800	固体发动机		43—48
896	动力模型的上环 + X		49,50,51
899	动力模型的上环 + Y		52,53,54
898	动力模型的上环 - X		58,55,57
897	动力模型的上环 - Y		58,59,60
912	动力模型的下环 + X		61,62,63
917	动力模型的下环 + Y		64,65,66
997	动力模型的下环 - X		67,68,69
918	动力模型的下环 - Y		70,71,72 ^a
310	RTGa的上部	7980	79,80 ^a
320	RTGa的中部		18,82 ^a
330	RTGa的下部	83, 84, 85,	83 84 85 ^a
340	磁强计	109, 110, 112	108—113 ^a
430	宇宙线探测器(CRS) ^a		86,87,88
431	低能带电粒子(LECP) ^a	89, 90, 91	89,90,91
440	等离子探测器(PLS) ^a	93, 94	92,93,94
468	扫描平台, 上部	103, 106, 107	95,96,101,103,103,104
465	扫描平台, 下部		105,106,107

a—模拟

带姿控发动机的圆柱形结构、电池及自动驾驶装置模具、电缆及压力管束。为了分离电和液压,要求在分离面处提供合适的托架。由交通车组成的执行任务舱模具是通过支架与动力系统模具联在一起的。充压的肼贮箱装在交通车里面,模拟的高增益天线装在交通车上面。在发射相位上,放射线同位素热电振荡器(RTGS)安装在圆筒结构

的-Y轴一侧,扫描平台安装在+Y轴一侧。这些装置还通过支架分别与交通车一一相连。还提供了一个旋转轴,以及提供了当动力模具按程序分离之后,使这些装置按飞行位置松开的一个机构。

试验设备——试验时采用J.P.L的模态试验设备,它由一个地基与一个试验塔组成。该试验塔提供了一组可移动梁(靠近塔顶),通过电或气起动可移动梁以便悬挂电动激振器,并用于调整激振器的使用位置。

仪器——供试验用的仪器有108个压电加速度计和一个压阻加速度计。两个加速度计安装在动力模具的里面,因为不容易安装,就直接“埋”在里面。压阻加速度计用于可移动的测量。另外,在结构上有10处使用了应变计,并按每15个应变片为一组,安排了七组。

加速度计的位置布置如表1所示。按结构部位分布的应变计如表2所示。

表2 应变计位置

结 构 部 位	应 变 计 号
RTG带锁支架	300—309
扫描液压管	448—449
扫描带锁支架	482—449
推进剂贮箱支架	500—505
贮箱双脚架	512—513
执行任务舱模具支架	600—608
交通车下隔板	609—612
交通车上隔板	761—763
天线支架	791—796
发动机圆环	800—822

加速度计和应变计的信号调节器经调整后使所有的加速度计具有统一的灵敏度,即1g峰值=500mv_{rms},所有应变计为212μ ϵ /伏。

激振系统——供试验用的激振器有:峰值激振力为11.34kg(25磅)的电动激振器(牌号Ling111—N),和峰值激振力为68kg(150磅)的激振器(牌号Unholtz—Dickie)。多点正弦试验时,采用Ling激振器(可用10个),单点随机试验时采用Unholtz—Dickie激振器(可用4个)。

安装激振器时起动可移动的梁,除了因梁吊具或结构之间有约束的地方外,激振器都按X、Y、Z三个方向坐标安装激振点。方位已预先选择好,它们能按试验件的主要部件的三个方向互相垂直进行激振(如图2与表3所示)。小圆盘边(指固体发动机加载框)的激振器安装位置是根据试验过程中追加要求而定。激振器与结构之间的连接方式采用两端长度可调的柔性连接杆。

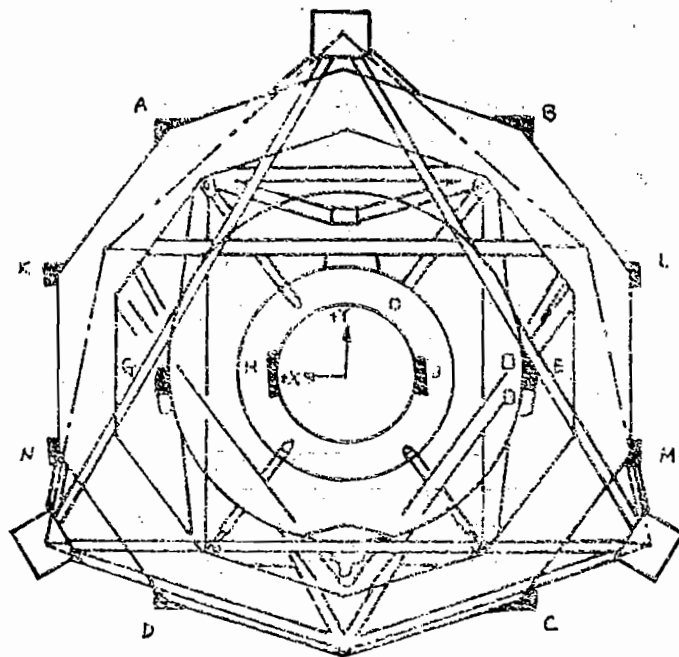


图2 激振器的激振位置

表3 激振器安装 (见图2)

位 置	方 向	说 明
A	X, Y	交通车底部
B	X, Y	交通车底部
C	X, Y	交通车底部
D	X, Y	交通车底部
E	X, Y	推力圆筒上环
G	X, Y	推力圆筒上环
H	X, Y	有效载荷圆环,
	相对于垂直方向50°	固体发动机
J	X, Y	有效载荷圆环,
	相对于垂直方向50°	固体发动机
K	X, Y, Z	交通车的顶部
L	X, Y, Z	交通车的顶部
M	X, Y, Z	交通车的顶部
N	X, Y, Z	交通车的顶部
O		RTG底部, 安装在平面
P		RTG上部, -Z 横向方向
Q		扫描平台, 盒子的上下处垂直方向
R		

二、多点正弦试验的介绍和结果^{〔5〕}

多点正弦试验——试件是用4个Ling激振器的最大值进行正弦激振的,在多数情况下,激振器按特定方位激振,并通过对激振力大小和相位的连续或不连续调节来获得所期望的模式。

用激振器动圈的电流和速度的李沙育图形的方法,以及用加速度响应的波形和数值电压表的显示,通过控制台和激振器功率放大器谐调到所要求的模式。所用的数据记录系统将在下一节介绍。

数据记录——通过一个改型的96个通道的扫描器,在预示量级之内获得每一个加速度计的输出、每一个扫描信号和每一个参考的加速度计信号(即对每一个模式所选择的信号)的输出,通过匹配的跟踪滤波器输送到增益——相位计,变换成比值(以dB计)和相位角形式。采用J.P.L的一些电路和数据耦合器再通过电传打字机单元打印出试验次数的编码、扫描通道数、增益——相位数据,并把数据穿孔打到纸带上(如图3所示)。若使用接线盘,那么,对超过96个通道数的附加的加速度计信号,以及大量应变数据也能输到数据采集系统中。

扫描速度是阶梯式的,并配有不同带宽的(可选择的)跟踪滤波器的时间常数进行调节。当适当减少数据采集时间时,可采用宽带滤波器。

此外,自动扫描模式或手动选择模式两者都可用。这种设备给出了在增益——相位计上选择的任意一个加速度计的增益——相位信号的恒定显示,以及在主控制波器和数字电压表上给出波形形态和幅值的显示。因此,在各加速度计位置上,当分析的模式变换成正规的幅值和相位时,则就有可能在试验和分析之间立即进行比较。

数据处理:将“海盗”模式试验所准备的计算机程序^{〔6〕}用来处理正交表的穿孔数据、局部的动能分布,以及完全的和残余的质量以百分比计试验。这些程序在一个常用的数字计算机上就可实现。读出穿孔带送到带有打字机单元的数字计算机上,以及由控制终端处理出来的数据来完成数据处理。

结果——13个试验模式的正交矩阵如表4所示。对第一组的头七个振型是用三个最低激振力量级所得到的数据,对第二组的后六种模式只用一个激振力量的量级,它们主要是属于各种装置的模式。对列在正交矩阵中所有的振型在各种激振力量级下的阻尼值如表5所示。表6是13个试验模式的“有效质量”^{〔5〕}值的一览表。

对参考的加速度计而言,总的激振力和加速度值之间的线性关系如图4所示。参考加速度与模式频率之间关系如图5所示。参考加速度与阻尼之间关系如图6所示。

对两个模式的局部的动能分布(以总能量的百分比计)如表7和表8所示。表7示出了基本结构的(编号610—918)大部分动能分布。表8示出了以各装置(编号310—465)为主的动能分布。

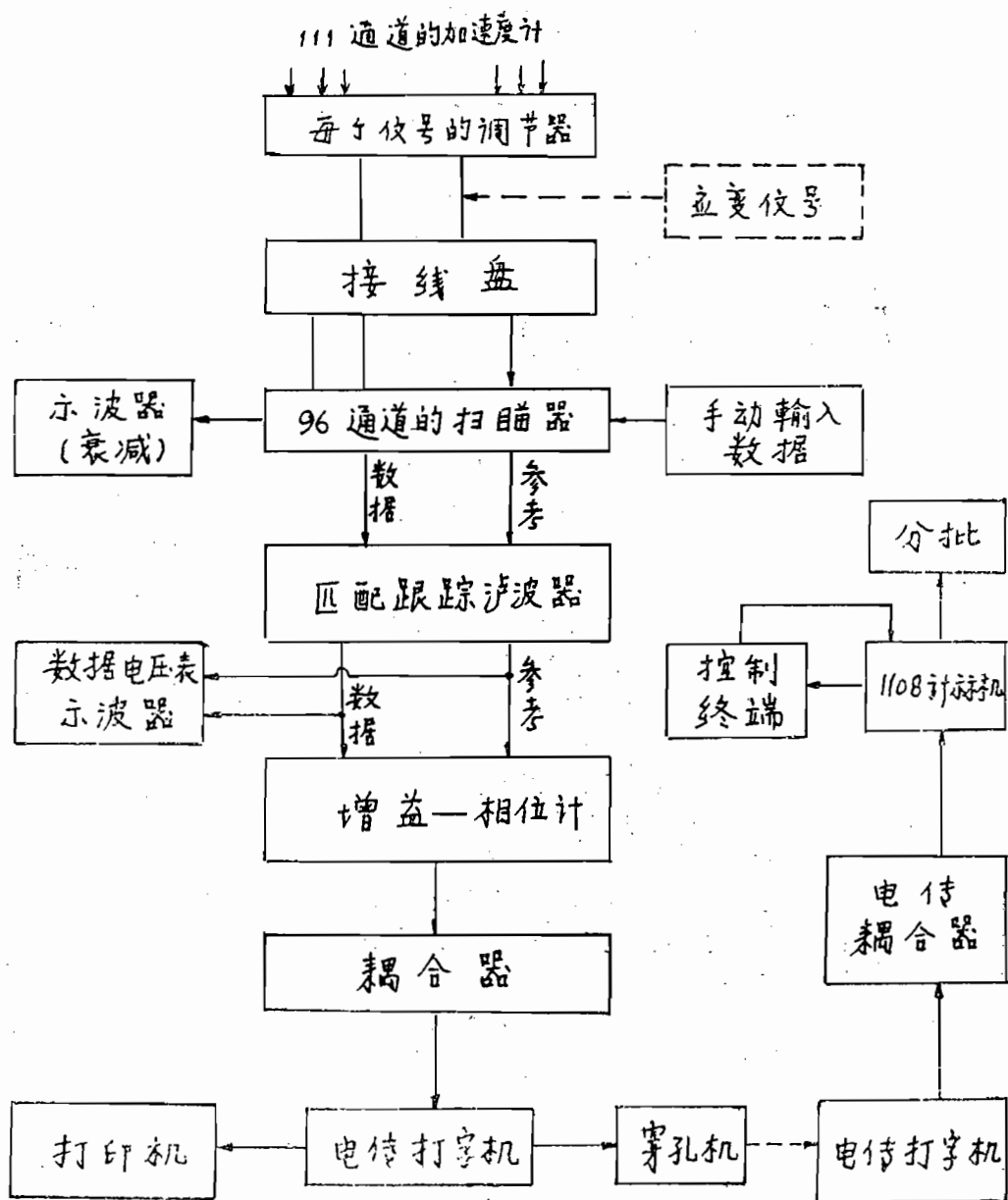


图3 数据采集

表 4 多点正弦激励的正交矩阵

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	振型	频率, Hz
100	-2.6	0.0	-0.1	0.1	3.6	-1.6	-0.6	1.9	-3.3	16.4	0.7	-3.1	1	10.7
	100	-0.6	-3.3	-0.8	2.5	-3.8	-0.2	-0.7	-1.5	-2.3	-0.4	-0.3	2	11.0
		100	-6.0	7.7	-0.5	-2.5	-2.3	4.1	-2.1	-2.6	5.4	4.4	3	17.1
			-100	-8.8	-3.4	3.2	-3.4	-0.2	-0.3	3.7	1.2	-6.7	4	23.5
				100	-11.1	-0.4	5.1	-4.8	10.9	1.1	7.0	5.6	5	26.1
					100	3.8	8.6	-11.5	-5.9	-3.9	-2.2	-0.1	6	26.5
						100	5.5	-1.5	2.8	-1.3	3.9	4.5	7	45.9
							100	-1.0	-3.8	-7.5	2.4	-14.8	8	52.9
								100	3.1	-8.0	-3.9	1.9	9	20.8
									100	-10.1	-3.6	-13.7	10	27.3
										100	5.1	-4.9	11	31.1
											100	-8.9	12	35.2
												100	13	39.6

表 5 多点正弦激振 (MPSD) 的临界阻尼 (三个激振力量级)

振 型	第一个激振力量级			第二个激振力量级			第三个激振力量级		
	频率Hz	通 道	C/C ₀	频率Hz	通 道	C/C ₀	频率Hz	通 道	C/C ₀
1	10.7			10.5	27 34	0.012 0.013	10.5	27	0.015
2	10.9	32 101	0.012 0.0145	11.3	32 38	0.015 0.015	11.1	34	0.012
3	17.1	87 94	0.027 0.035	17.1	87 94	0.026 0.030	17.2	32 38	0.015 0.015
4	23.5	90 111	0.023 0.018	22.8	90 111	0.015 0.022	22.5	87 94	0.029 0.031
5	25.1	35 90	0.018 0.018	26.2	35 90	0.018 0.017	25.4	90	0.015
6	26.5	31 83	0.012 0.011	27.1	31 83	0.013 a	27.2	111	0.048
7	45.9	31 76 ^b	0.036 0.004	46.3	31 76 ^b	0.034 0.006	46.1	35	0.015
8	52.9	93 86	—					90	0.015
9	20.8	79 85	0.012 0.027					31	0.013
10	27.3	86 102	0.032 0.014					83	0.028
11	31.1	坏的波形	0.013					31	0.026
12	35.2	80 84	0.022 0.0175					76 ^b	0.005
13	39.6	90 107	0.011 0.016						

a—噪声

b—助推器发动机

表 6

以百分比计的有效质量——多点正弦激振

振 型	频 率	X	Y	Z	θ_x	θ_y	θ_z
1	10.71	0.44	39.51	0.00	81.24	0.89	0.00
2	10.95	43.47	0.63	0.00	1.29	81.28	0.02
3	17.11	0.07	0.01	0.00	0.01	0.02	34.69
4	23.55	-0.91	0.00	0.00	0.01	0.52	39.14
5	26.08	42.02	0.04	0.00	0.01	13.06	0.07
6	26.47	0.63	42.47	1.10	14.88	0.32	0.03
7	45.94	0.04	0.00	40.89	0.01	0.04	0.14
8	52.89	0.01	0.87	0.58	0.23	0.00	0.02
6	20.85	0.05	1.00	5.41	0.04	0.04	0.04
10	27.29	2.06	9.62	4.76	1.90	0.75	0.02
11	31.14	0.47	2.95	0.16	0.00	0.14	0.00
12	35.23	0.13	0.00	0.22	0.00	0.00	0.37
13	39.58	0.42	0.06	0.17	0.00	0.02	1.31
总 和		90.71	97.17	53.58	99.62	97.08	75.85

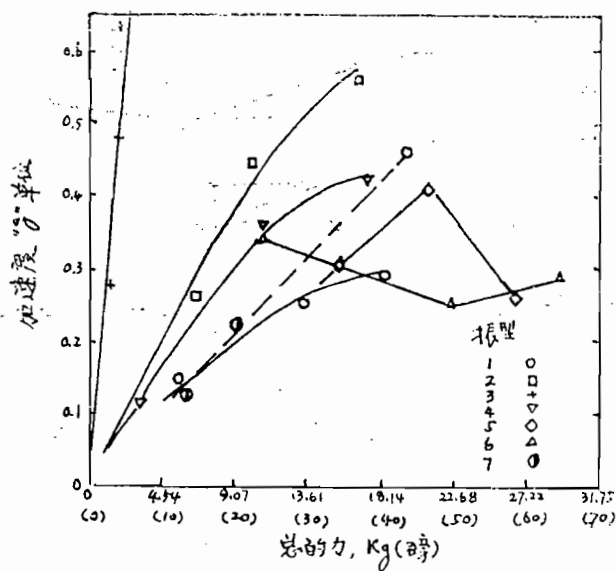


图 4 多点正弦激振时力与加速度的线性关系

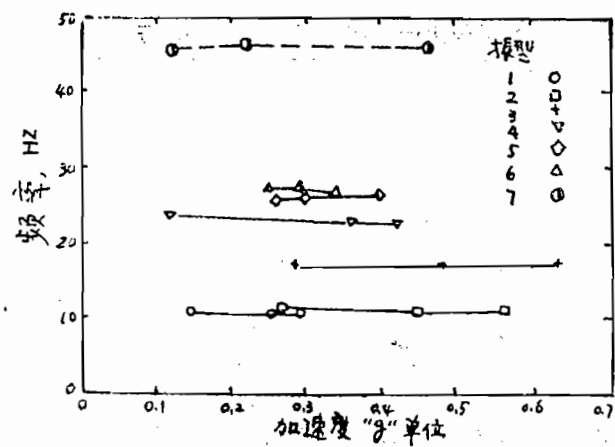


图 5 多点正弦激励时加速度与频率的线性关系

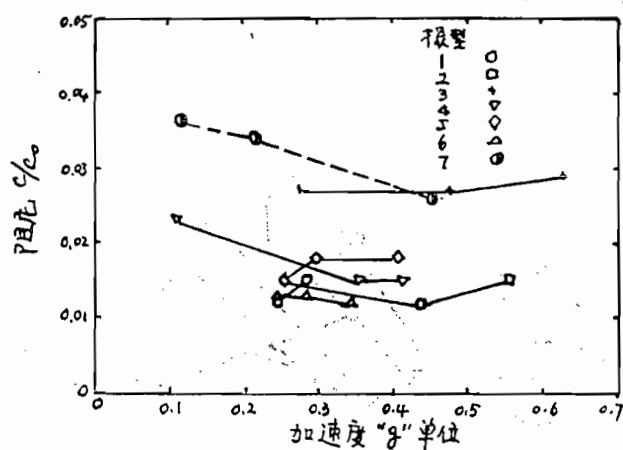


图 6 多点正弦激励时加速度与阻尼的线性关系

表 7 振型 1⁴ 多点正弦数据的局部动能分布, 频率 10.71Hz

编 号	X	Y	Z	TX	TY	TZ	总 和
610	0.08	3.87	0.00	0.00	-0.00	-0.00	3.96
620	0.85	2.22	0.13	-0.01	-0.00	-0.00	3.19
630	2.74	0.52	0.50	-0.01	-0.01	0.01	3.74
640	2.86	0.04	0.63	-0.01	-0.02	0.09	3.60
650	2.54	2.01	0.33	0.01	-0.01	-0.01	4.88
660	0.06	2.65	0.01	-0.00	-0.00	-0.00	2.71
670	1.10	2.98	0.11	0.00	-0.00	0.00	4.20
680	2.82	0.66	0.31	0.05	0.40	0.01	4.26
690	6.56	0.08	0.49	0.02	0.48	-0.05	7.59
700	1.66	1.90	0.20	0.10	0.10	0.01	3.97
600	0.20	18.01	0.00	1.05	0.01	0.00	19.27
500	0.04	18.76	0.01	-1.10	-0.01	0.00	17.70
800	0.05	3.93	0.00	0.75	0.00	0.00	4.74
896	0.00	0.04	0.00				0.04
899	0.00	0.04	0.01				0.04
897	0.00	0.04	0.01				0.05
898	0.00	0.05	0.00				0.06
912	0.00	0.00	0.00				0.00
919	0.00	0.00	0.01				0.01
997	0.00	0.00	0.00				0.00
918	0.00	0.00	0.01				0.01
310	0.00	1.87	0.87	0.12	0.00	0.00	2.86
320	0.00	0.23	0.83	0.10	0.00	0.00	1.16
330	0.00	0.09	0.82	0.11	0.00	0.00	1.02
340	0.05	3.89	0.65	0.06	0.00	0.01	4.62
430	0.00	0.92	1.05				1.98
431	0.44	0.26	0.72				1.41
440	0.00	0.39	1.59				1.98
468	0.00	0.13	0.44	0.03	0.00	-0.01	0.60
465	0.00	0.01	0.33	0.01	-0.01	-0.00	0.34
总 和	22.07	65.57	10.04	1.29	0.94	0.08	100.0

a 所有的值均以百分比计

表 8 振型12^a多点正弦数据的局部动能分布, 频率35.23 Hz

编 号	X	Y	Z	TX	TY	TZ	总 和
610	0.06	0.05	0.00	0.00	-0.00	0.00	0.11
620	0.01	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
630	0.00	0.01	0.01	0.00	-0.00	0.00	0.02
640	0.02	0.02	0.01	-0.00	-0.00	0.01	0.07
650	0.10	0.14	0.01	0.00	0.00	0.00	0.24
660	0.05	0.18	0.00	0.00	-0.00	0.00	0.23
670	0.01	0.33	0.01	0.00	-0.00	0.00	0.36
680	0.00	0.26	0.00	0.00	0.00	0.01	0.28
690	0.04	0.29	-0.00	0.01	-0.00	0.01	0.34
700	0.05	0.14	0.00	0.00	0.01	0.00	0.20
600	0.03	0.01	0.01	0.23	0.39	0.78	1.45
500	0.35	0.16	0.02	-0.00	-0.01	0.10	0.62
800	1.87	0.25	0.03	0.00	0.03	0.00	0.18
896	0.00	0.00	0.00				0.01
899	0.00	0.00	0.00				0.01
897	0.01	0.00	0.00				0.01
898	0001	0.00	0.00				0.01
912	0000	0.00	0.00				0.00
919	0.00	0.00	0.00				0.00
997	0.00	0.00	0.00				0.00
918	0.00	0.00	0.00				0.00
310	56.77	0.02	0.19	0.00	3.90	2.81	63.69
320	6.39	0.06	0.27	0.03	3.90	2.85	13.50
330	5.78	0.53	0.22	0.01	3.90	2.83	13.28
340	0.60	0.33	0.02	0.02	0.35	0.28	1.61
430	0.09	0.00	0.02				0.11
431	0.00	1.40	0.00				1.40
440	0.00	0.00	0.02				0.02
468	0.01	-0.01	0.07	0.01	-0.00	0.05	0.13
465	0.01	0.02	0.04	0.03	-0.01	0.01	0.09
总 和	72.26	4.23	0.96	0.33	12.47	9.75	99.90

a 所有的值均以百分比计

三、单点随机试验的介绍和结果 (SPR)

单点随机激振——用一个具有68kg (150磅) 激振力的Unholtz—Dickie 激振器作随机激振。激振器的安装位置如图2所示。激振器装在C处按X方向激振，激振器装在B处按Y方向激振。每个激振点分别按15分钟、20.4kg (45磅) 均方根力的激振力进行激振。激振频谱选用一个100Hz带宽的平直谱。

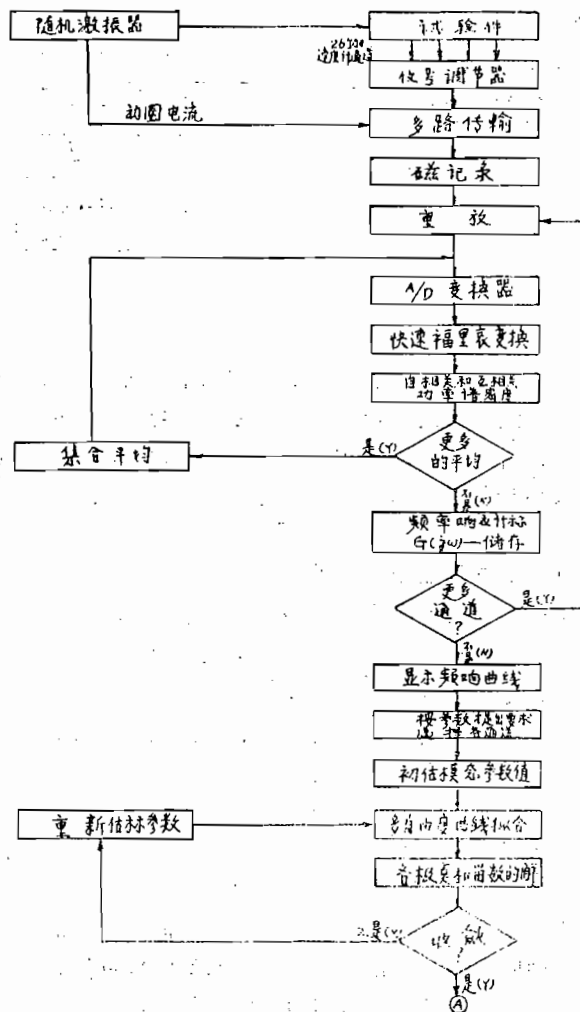


图7 运用传递函数技术的流程图

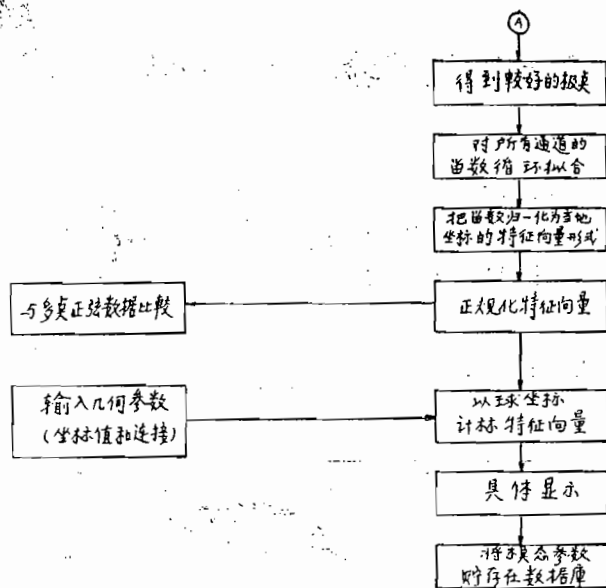


图7 续

数据记录——将列在表1的、安装在飞船上的26个加速度计的输出信号，以及随同激振器动圈电流一起，多路输出到磁带上。其信号条件与多点正弦试验相同。

数据处理——采用两种程序，即MODAMS^[1]和LapLace^[3]，对记录数据进行分析。以提取留数部分来估计所采用的LapLace程序的误差，采用MODAMS程序与多点正弦试验数据作比较。

单点随机数据的处理的流程如图7所示。

简单的说，将多路传输数据重放后经A/D变换器采用FFT算法来得到自相关和互相关功率谱密度，从而，获得每一通道的频率响应函数，并显示出来。单点随机的频率分辨率为0.15625Hz，分析带宽为80Hz，在50Hz处具有抗混淆滤波器组。采用24帧来得到传递函数的集合平均（在频率域上为48个统计自由度）。以初估的模态参数，采用多自由度曲线拟合，得到系统的各个极点。一旦极点定了，对每一个通道采用拟合技术来估计各个留数，再作进一步运算，最终给出一个运动的直观显示。

单点随机结果——随机激振处理的结果是从一组复特征值确定模态频率和阻尼值；从一组复特征向量描绘出相对于激振力的振型形态和相角。

表9列出由单点随机和多点正弦试验确定的各频率值和阻尼值比较。

表10列出了与表9中所示的频率相对应的一个典型的复特征向量。为了与多点正弦的振型作比较，在表10中还列出了三个激振力下的特征向量。

表 9 单点随机与多点正弦测量的频率和阻尼比较

多点正弦 振型号	频 率, Hz		阻 尼 C/C°		振 型 说 明
	多 点 正 弦	单点随机	单 点 随 机	多 点 正 弦	
1	10.7, 10.5, 10.5	10.92	0.0131	0.012—0.015	一阶弯曲, Y
2	10.9, 11.3, 11.1	11.29	0.0236	0.012—0.015	一阶弯曲, X
3	17.1, 17.1, 17.2	17.25	0.0267	0.026—0.031	一阶扭转 (X)
4	33.5, 22.8, 22.6	17.38	0.0267	0.0267	(Y)
5	26.1, 25.2, 25.4	23.37	0.0225	0.015—0.023	二阶扭转 (X)
6	26.5, 27.1, 27.2	23.47	0.0216	0.015—0.018	(Y)
7	45.9, 46.3, 46.1	—	—	0.015—0.018	二阶弯曲 X
8	52.9	26.21	0.016	0.011—0.028	二阶弯曲 Y
9	20.8	—	—	0.026—0.036	一阶纵向
10	27.3	—	—	0.012	纵向, 小运动
11	31.1	—	—	0.027—0.032	RTG, 纵向
12	35.2	30.81	0.029	0.013—0.014	扫描平台, 纵向
13	39.6, 39.75, 40.3	40.04	0.0162	0.013—0.022	三阶弯曲, (Y) + 天线
单点随机 A	—	42.13	0.0027	0.011—0.013	RTG 附件, X
单点随机 B	—	45.8	0.0084	—	科学仪附件, X
					天线旋转, (X)
					脚踏箱旋转, (X)

() 在单点随机时, 所规定的随机激振方向。

四、多点正弦与单点随机结果比较

由于单点随机技术所记录的加速度计的数量有限,所以,单点随机与多点正弦技术得到的数据不可能采用通常的一个系统的各模态之间的正交性检验或对每一个系统比较振型之间交叉正交性检验。

表10 随机和(正弦激振型2)正弦模态试验数据激振方向的比较

通道数	随机激振(SPR)		正 弦 激 振 (MPSD)					
	11.29Hz		10.94Hz		11.33Hz		11.09Hz	
	量 级	相 位	量 级	相 位	量 级	相 位	量 级	相 位
12	0.515	176	0.537	-180.5	0.513	180.8	0.537	180.4
27	0.102	-90	0.094	179.9	0.068	159.0	0.067	124.6
28	0.515	6	0.543	-0.6	0.519	-0.3	0.550	0.0
31	0.073	133	0.045	1.8	0.028	-39.7	0.041	-87.0
32	1.00	0	1.02	-0.6	0.989	0.4	1.04	-0.4
34	0.459	176	0.355	-180.8	0.389	175.0	0.457	-169.2
36	0.493	172.5	0.582	-180.0	0.513	175.9	0.501	170.1
37	0.102	-90	0.094	-178.4	0.035	159.0	0.064	123.6
38	0.633	4	0.661	-0.1	0.624	0.4	0.653	-0.3
39	0.118	168.5	0.020	-5.2	0.032	-11.2	0.079	124.4
79	0.084	119	0.045	1.2	0.025	-61.1	0.042	-95.0
80	0.341	-177	0.355	178.0	0.343	179.6	0.367	-181.4
83	0.032	-69	0.016	164.8	0.017	129.9	0.023	81.9
84	0.016	+64	0.010	-99.3	0.068	-58.6	0.011	109.7
85	0.033	-66	0.020	-183.8	0.017	144.0	0.019	95.0
89	0.170	-178	0.129	-183.8	0.126	179.5	0.052	-62.5
90	0.314	-179	0.305	176.8	0.302	183.6	0.324	-178.5
91	0.257	-179	0.292	180.9	0.269	177.3	0.248	170.2
93	0.058	58	0.049	4.0	0.033	-12.0	0.030	-54.9
94	0.487	-175	0.479	181.3	0.468	181.5	0.473	180.5
103	0.153	181	0.151	178.8	0.146	178.1	0.150	178.3
106	0.043	-54	0.017	-180.3	0.012	148.4	0.046	-136.0
107	0.057	-180	0.070	177.3	0.072	-18.8	0.101	-167.6
109	0.816	-174.5	0.851	-183.5	0.822	176.7	0.851	-183.4
110	0.068	-15	0.009	-172.5	0.018	59.7	0.044	52.2
112	0.047	-65	0.043	-178.8	0.023	152.0	0.026	106.1

系统之间的比较标准，企图采用公共的加速度计小动能分布项的累积偏差来表示，其正规化方程定义为：

$$\sum_i x_i^2 m_i = 1.0$$

其中 x_i = 部分特征向量，
 m_i = 相对应的质量项。

对单点随机的数据是 $x_i = A_i$ ，多点正弦的是 $x_i = B_i$ ，一个比较系数定义为：

$$C = 1/2 \sum_i |A_i^2 - B_i^2| m_i$$

比较系数的变化范围从 $C = 0$ 到 $C = 1$ （完全相关）。可比较的各模态的结果如表11所示。在单点随机的数据计算中均采用绝对值（忽略相位）。

表11 误差指数

频率 Hz	C_1	C_2	C_3
11.29	0.026	0.019	0.019
17.25	0.150	0.148	0.131
23.37	0.057	0.072	0.109
10.92	0.113	0.112	0.119
17.38	0.139	0.133	0.107
23.47	0.185	0.296	0.191
26.21	0.414	0.337	0.369
30.81	0.411	—	—
40.04	0.147	0.160	0.190

a—符号 C 表示多点正弦试验时，三种不同激振力的比较。

从表9可知：单点随机与多点正弦之间的频率比较是很一致的。单点随机频率与多点正弦频率的等效平均值之间最大偏差，对Y向11.25Hz的第一阶弯曲振型而言约为6.4%，按不同的激振力，激发出多点正弦的振型的平均值的最大偏差约为2.5%。

正如表9所指出的，在一个不同的方向激振，可重复激振得到第二阶扭转振型，用单点随机数据处理得不到第二阶弯曲振型（Y向），对42.13Hz和44.8Hz的两个模态，单点随机不能与多点正弦模态频率作比较，由于单点随机所选择的两个力函数没有激发起来，所以，单点随机没有得到纵向模态。由于单点随机激振在选择的激振位置达不到足够的能量，所以，单点随机试验没有激发出第12个模态。如前所述，当可利用的加速度计通道数量有限时，则彼此之间比较就有困难。表10示出了对应于11.29Hz模态向量的比较，这个模态具有最小的比较系数为：0.026，0.019，和0.019。表11为各模态的比较量。从定量的角度来评价比较模态形状好坏程度还是有困难的。不过，经单点随机与多点正弦模态向量的详细比较可定出比较系数的范围。

单点随机模态与等效的多点正弦模态的阻尼值，一般地是在同一量级范围内。

五、对多点正弦与单点随机的评价

技术——单点随机技术的基本要求是激振点数降到了最小程度（因此，激振器的位置数和所用的数据采集时间均减小了），当进行数据分析时，可安排别的用户的试验项目。传递函数的分析结果能期望得到实际的动力学系统的真实描述。激振系统视为线性的。

多点正弦技术是用多个激振器激发结构，在实质上与速度同相、以分布的激振力激发无阻尼的模态。随着试验进展可确定数据的有效性，并在试验期间可决定与期望结果间所存在的任何一个重大偏差。在过去的试验中，由于各种因素所引起的误差在某种程度上有可能导致放弃一些试验结果，而现在的这个办法可找到误差的原因及其改进的办法。结合计算机程序得到了“期望结果”，它们提供了无阻尼结构的实向量，若补充程序，则可引入小量级的耗散能，但从工程应用的需要来确定这些值，在现在还有缺陷，以及要考虑好补充计算的费用，即使（或当）补充了，那么要协调好测量的与复特征向量计算之间的差异，其困难也将是很大的。对发射载荷的分析，采用实向量近似是合适的。

对其它用法，例如控制系统稳定性分析，若用复向量也许就满意。

飞船，作为一类试验件，往往具有近于相等频率值和相当低的阻尼值的振型系列，一般地，当增加阻尼和加大激振力时，随着幅值的增加，系统就出现某种程度的非线性。作为一个结果，多点正弦技术比较快地提供对大多数模态而言的各种激振力，并对飞行器的载荷计算建立起较真实的放大因子。阻尼值可由不滤波衰减曲线确定。

此外，对接面将引起非线性，在某些情况下，假如在确定结构模态中并不重要，那么，用除掉不好的试件，或用物理上锁紧连接点，就能够避免非线性。当这些改变行不通时，松动试件将产生“卡嗒响”并随着激振力加大，模态特性就有可能变化，当对接面从“紧”到“松”范围内变化时，连接处松动将强烈的影响到从衰减曲线所确定的阻尼值，在这方面，多点正弦技术提供了较为方便的鉴别能力。

多点正弦试验的激振器位置与单点随机相比要求更苛刻，然而，选择好单点随机激振位置仍然是重要的，因为，激振力大小是由每一个模态的广义力确定的，而广义力又随激振器位置处的响应向量的幅值而变化的，如果单点激振器正好装在节点位置上，那么，它对激发模态就完全无效。为了对所有模态得到有效数据，除了特殊情况下有不同的条件外，要求激振器位置处于对每个模态具有大的振幅，对一个单点激振器按给定的方向，处于不同位置激振是很必要的。

在单点随机试验中用模态的最大响应级将比用于多点正弦的要低，由于单点随机技术采用宽带噪声的力函数，所以，模态参数趋于一个平均范围。因为所有的振幅和频率

都同时在某个带宽上起作用,所以在相同频率上与传统的多点正弦比较时,任一个特殊的频率的力函数幅值必然要降低。还有,只有数据处理之后,才能确切知道数据的有效性,而这种数据处理也许在结构被拆除后才能进行。单点随机技术一个明显的优点在于:当一个质量(或许多质量)的激振难以达到约束时,则单点随机法仍然能获得模态参数。

程序 单点随机一个明显的优点是:数据采集时,只要求用最少的试验时间。然而,这个优点引出一个潜在的“大”问题,即在其分析之后,不具备检查或校正数据的能力。从一些模态试验得到的经验表明:试验与分析数据之间,由于下列原因会产生异常。

- (1) 仪器的位置和鉴定。
- (2) 仪器的校准。
- (3) 仪器和电系统故障
- (4) 激振器的位置不适当
- (5) 数据处理变换中的误差。
- (6) 分析所作的假设。
- (7) 试验件具有非线性。

在试验件分解之前引起的异常,多点正弦法能检验并解决。除非单点随机处理数据的时间大大的缩短,并建立的程序可消除现代试验误差,那么,经快速试验后,把不好的数据提出来,并撇在一边,这样,检验松动试件,用单点随机法就比用其他方法优越。

费用——估计与单点随机、多点正弦试验相联系的费用是困难的,因为它们依赖于试验程序的规模、组织者的责任心,或者操作方式,以及直接用于试验的费用,现作如下假设:

- (1) 所用试验件不算费用。
- (2) 所用的电子设备从一个中心仪器库借用,
- (3) 对两种不同类型的组织的估计(正式的分析(试验)组织与非正式的组织,其中,试验人员要求分析人员参加试验)。
- (4) 对MJS类型的飞船结构要求包括的模态试验数据。
- (5) 数据处理的计算机程序是可利用的。
- (6) 考虑了与模态试验相关的所有变化,包括数学模型的准备,模态试验计划和模态试验报告等。
- (7) 要具备试验设备。

从比较费用可知:多点正弦与单点随机之间在总的试验程序变化范围内,费用分配是相近似的,就总的费用而言无差异,首先,用单点随机技术,尽管节省了实际试验时间,但为获得可比较的结果,增加了数据处理时间。其次,实际试验和数据处理时间的费用约为总的试验程序费用的1/3,而费用的2/3(如试验计划准备、报告、试验装置、

仪器的借用和校准等等), 对两种技术而言, 没有明显差异。事实上, 正式的与非正式的组织两者皆有, 而通常, 正式组织在总的费用中支出是比较高的。

六、结 论

对于一个大的复杂结构(如MTS飞船)的模态测量, 若具有近于相等的各种模态频率, 那么, 结论是可用的, 并且针对试验对象得到了完整的动力学数据, 从而可检验或修正各种分析。这些动力学数据包括: 模态的正交性、有效质量、阻尼、模态的图形、与预示值比较: 如动能、应变能、频率、模态力^[6]。

与单点随机或多点正弦相联系的总的费用, 两者不相上下, 单点随机技术的优点在于能获得一个完整的复数形式的模态, 尽管这些模态对所考虑的结构也许是不需要的。多点正弦技术能取得所要求的各模态, 并且从实数形式的模态中, 能正确地表示结构的真实模态。每一个模态的激振力大小是可以调节的, 并可调到模态值为最大。

在试验件利用方面, 如果从计划受限制的角度来考虑的话, 那么, 单点随机优越5到10倍。然而, 针对现有程序而言, 数据处理还没有赶在试件分解之前, 那么, 从数据质量上考虑将担当了一个大的风险, 即对试验所存在的误差有可能还来不及检验或校准。

今后, 把单点随机技术作为试验方法加以考虑, 对它的程序需要熟悉并改进。单点随机技术利用了微型计算机和有关的软件, 这些比其它试验优越, 并且, 单点随机技术只需一个激振器, 而其他试验需5到10个激振器。单点随机技术将用于飞行试件的模态试验, 或者与其他动力学试验组合的模态试验, 这样做对总的费用将有所下降。

参 考 文 献

1. A.L.klosterman, and R.Zimmerman, "Modal survey Activity via Frequency Response Functions," SAE Paper No. 751068, presented at the Aerospace Engineering and Manufacturing Meeting, Los Angeles, California, November 17-20, 1975.
2. M.Richardson, and R. Potter, "Identification of the Modal properties of Elastic Structure from Measured Transfer Function Data," ISA/ASI 74250(239-246), May, 1974.
3. E.Sloane, and B.Mokeever, "Modal Survey Techniques and Theory," presented at the SAE Natinoal Aerospace Engineering and Manufacturing Meeting, Culver City, Los Angeles, California, November 17-20,

1975.

4. C.D.Knauer, A.J.Peterson, and N.B.Rendahl, "Space vehicle Experimental Modal Definition Using Transfer Function Techniques," presented at the SAE National Aerospace Engineering and Manufacturing, Culver City, Los Angeles, California, November 17—20, 1975
5. E.L.Leppert, B.K.Wada, R.Miyakawa, "Modal Test of the Viking Orbiter," Shock and vibration Bulletin 44, August 1974.
6. B.K.Wada, "Modal Test: Measurement and Analysis Requirements," SAE Paper No 751066, presented at the National Aerospace Engineering Meeting, Los Angeles, California, November 17—20, 1975.

吴碧英译

黄怀德校

导弹流体系统固有频率的计算

盛迪南

【内容提要】本文提出了导弹流体系统各有关环节的传递矩阵，及流体系统固有频率的一般算法，推导了单管及四管发动机流体系统计算开头二阶固有频率的简化公式。

一、前言

首先定义所谓流体系统，指的是被结构（如贮箱，导管，泵壳，燃烧室，……）限制成一定外形的流体连通体，也就是连通着的结构容腔中的流体。

流体系统固有频率，指的是流体连通体的仅有的纵向振荡固有频率，也就是它的自由振荡频率。由于研究POGO问题的需要，对流体系统开头几阶固有频率特别感兴趣。资料〔8〕中比较系统地总结了这方面的材料，但没有见到论证，使用条件不清楚。本文想结合我们自己的情况，探讨一下如何确定流体系统固有频率的问题。

在具体展开之前先作三点一般假定。一是假定导弹处于全系统试验状态，这是为了避免研究由于导弹飞行带来的惯性载荷的影响，简化问题，这对本问题是没有影响的。二是忽略发动机副系统分流的影响，因副系统流量仅占发动机总量的1~2%。三是一般情况下不计重力的影响。

二、诸环节的方程

1 管路

假定一元流动，等断面管。取微元控制体 $A dx$ （如图1所示），写出连续方程

$$\frac{\partial \rho A}{\partial t} + \frac{\partial G}{\partial t} = 0 \quad (G \text{ 流量}) \quad (1)$$

动量方程

$$\frac{\partial G}{\partial t} + \frac{\partial GW}{\partial x} = -gA \frac{\partial p}{\partial x} - \tau \Pi g \quad (2)$$

和状态方程

$$K = \rho A \frac{\partial p}{\partial (\rho A)} \quad (3)$$

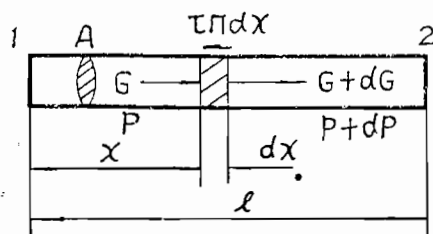


图1 推导方程(1)、(2)用图

其中 p 、 ρ 、 w 为流体的压力、密度、速度， g 为重力加速度， A 、 l 为管子的流通断面积和长度， Π 为湿周， K 为流体和管壁的综合体变形刚度， τ 为流体与管壁间的摩擦应力。重量流量为 $G = g \rho A \cdot w$ 。

剪应力可写为

$$\tau = \frac{1}{2} f P w^2 = \frac{1}{2} \frac{f}{g^2 A^2 \rho} G^2$$

整个管长 l 上的平均剪应力 $\bar{\tau}$ 可按稳态时的压力降 Δp 来估计

$$\bar{\tau} = \frac{\Delta p A}{\Pi l} = \frac{1}{2} \frac{\bar{f}}{g^2 A^2 \rho} \bar{G}^2$$

$$\therefore \bar{f} = \frac{2 g^2 \rho A^3 \Delta p}{\Pi l \bar{G}^2}$$

τ 可近似表达为

$$\tau \approx \frac{A \Delta p}{\Pi l \bar{G}^2} G^2 = \frac{\xi}{g \Pi \bar{G}} G^2 \quad (4)$$

$$\xi = \frac{g A \Delta p}{l \bar{G}}$$

带上冠“—”的表示平均（稳态）值， f 为摩擦系数， ξ 为阻尼系数。

流体音速为

$$a_0 = \sqrt{\frac{E_{\text{ж}}}{\rho}}$$

计及流体、管壁变形的所谓综合音速为

$$a = \sqrt{\frac{K}{\rho}} = \frac{a_0}{\sqrt{1 + \frac{D}{\delta} \cdot \frac{E_{\text{ж}}}{E}}} \quad (5)$$

其中 D 、 δ 为管子直径、壁厚， $E_{\text{ж}}$ 为流体体变形刚度， E 为管材杨氏系数。

把(3)、(5)代入(1)，(4)代入(2)，并略去小项 $\partial G W / \partial x (\ll \partial G / \partial t)$ ，再在稳态进行线性化，可得

$$\frac{\partial \delta p}{\partial t} + \frac{a^2}{gA} \cdot \frac{\partial \delta G}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial \delta G}{\partial t} + 2\xi \delta G + gA \frac{\partial \delta p}{\partial x} = 0 \quad (7)$$

在零初始条件下, 对 (6)(7) 进行L变换

设 $L[\delta p] = P(s, x)$

$L[\delta G] = G(s, x)$

则有

$$sP(s, x) + \frac{a^2}{gA} \frac{dG(s, x)}{dx} = 0 \quad (8)$$

$$sG(s, x) + 2\xi G(s, x) + gA \frac{dP(s, x)}{dx} = 0 \quad (9)$$

由 (8)(9) 可得

$$\frac{d^2 G(s, x)}{dx^2} - \lambda^2 G(s, x) = 0 \quad (10)$$

其中 $\lambda = \frac{s}{a} \sqrt{1 + \frac{2\xi}{s}}$

(10) 的通解为

$$G(s, x) = c_1 e^{\lambda x} + c_2 e^{-\lambda x} = c_1' \operatorname{ch} \lambda x + c_2' \operatorname{sh} \lambda x \quad (11)$$

同理可得

$$P(s, x) = -\Gamma(c_1' \operatorname{sh} \lambda x + c_2' \operatorname{ch} \lambda x) \quad (12)$$

其中 $\Gamma = \lambda a^2 / gAs$

如给定边界条件

$$P(s, x) \Big|_{x=0} = P_1(s), \quad G(s, x) \Big|_{x=0} = G_1(s)$$

就可以确定积分常数 c_1', c_2' , 最后有:

$$\begin{pmatrix} P(s, x) \\ G(s, x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch} \lambda x & -\Gamma \operatorname{sh} \lambda x \\ -\frac{1}{\Gamma} \operatorname{sh} \lambda x & \operatorname{ch} \lambda x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1(s) \\ G_1(s) \end{pmatrix} \quad (13)$$

$x=1$ 时有

$$\begin{pmatrix} P_2(s) \\ G_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch} \lambda 1 & -\Gamma \operatorname{sh} \lambda 1 \\ -\frac{1}{\Gamma} \operatorname{sh} \lambda 1 & \operatorname{ch} \lambda 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1(s) \\ G_1(s) \end{pmatrix} \quad (14)$$

由 (14), 可由一端参数确定另一端参数, 通常把它叫做传递矩阵。

2 泵

泵的动态方程可写为^[1]

$$p_2 - p_0 = D_1 n^2 - D_2 n G - D_3 G^2 - D_4 \frac{dG}{dt} - D_5 \frac{dn}{dt} \quad (15)$$

其中 p_0 , p_2 为泵进、出口压力, n 为转速, G 为通过泵的重量流量, $D_i (i=1, 2 \dots 5)$ 为常数, 将 (15) 在稳态进行线性化, 并令 n 不变, 且

$$R_p = D_2 n + 2D_3 \bar{G}$$

$$L_p = D_4$$

$$G = G_2$$

于是有

$$\delta p_2 - \delta p_0 = -R_p \delta G_2 - L_p \frac{d \delta G_2}{dt} \quad (16)$$

推导方程 (15) 时假定流体不可压缩, 但泵进口附近存在汽蚀气泡, 且泵壳有变形, 因而在泵腔内的流体从总的效果看压缩性不能忽略, 为方便可用一个集中参数 c_p 来反映。按连续方程 (见图 2) 有

$$\begin{aligned} G_0 - G_2 &= \frac{d}{dt} \iiint_{\Omega} g \rho d\Omega \\ &= c_p \frac{dp_0}{dt} \end{aligned} \quad (17)$$

$$c_p = \frac{d}{dp_0} \iiint_{\Omega} g \rho d\Omega$$

其中 Ω 是泵腔容积空间。对 (17) 进行变分, 认为 c_p 不变, 有

$$\delta G_0 - \delta G_2 = c_p \frac{d \delta p_0}{dt} \quad (18)$$

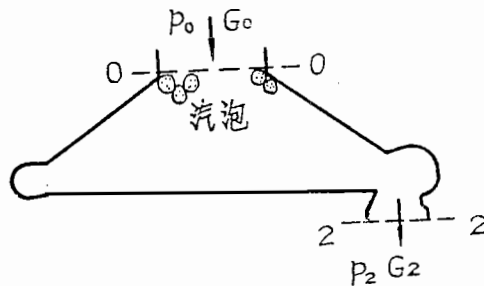


图 2 泵示意图

依据以上的分析, 可以提出一个关于泵的集中参数电模型: 泵是一个具有内阻抗的电源。

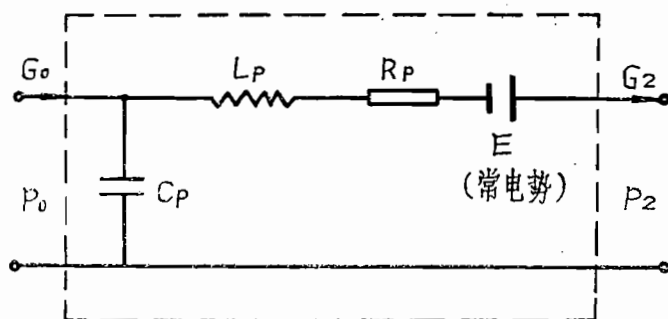


图3 泵的电模型

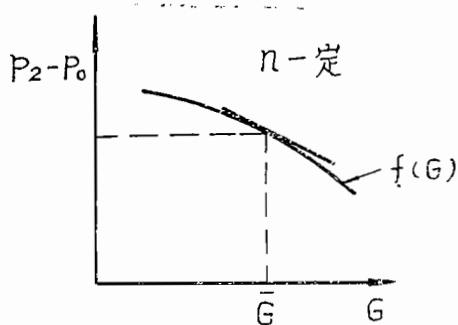


图4 泵静特性

R_P 称液阻，与电阻对应，象征流动阻力。 L_P 称液感，与电感对应，象征流动惯性。 C_P 称液容，与电容对应，象征流动的可压缩性。

如何确定这些集中参数？

R_P 可由泵的静特性在额定工作点 $\bar{G}$ 处的斜率确定：

$$R_P = - \left. \frac{\partial f}{\partial G} \right|_{G = \bar{G}} \quad (19)$$

L_P 可按经验公式 (2) 计算

(20)

$$L_P = \frac{R_2}{3S\phi^2g} = \frac{\Delta p}{3\phi\psi G \cdot \Omega}$$

其中 $\phi = \frac{Q}{2\pi k_2 R_2 b_2 u_2}$ (泵流量系数)

Q : 泵的容积流量

$$k_2 = 1 - \frac{m\delta}{2\pi R_2} \quad (\text{出口面积收缩系数})$$

δ : 泵叶片出口处厚度

m : 泵叶片数

b_2 : 泵叶片宽度

$$u_2 = \frac{n \cdot 2\pi R_2}{60} \quad (\text{泵出口周速})$$

$$\psi = \frac{\text{泵实际压头}}{\text{泵理论压头}} \quad (\text{压头系数} \approx 0.5)$$

$$\Omega = \pi/60$$

ΔP : 压头, S : 泵轮出口周向面积

c_p 主要靠实验或遥测数据来确定.

对 (18)(16) 进行L变换, 得

$$\begin{pmatrix} P_2(s) \\ G_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + sc_p(R_p + sL_p) & -(R_p + sL_p) \\ -sc_p & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0(s) \\ G_0(s) \end{pmatrix} \quad (21)$$

与发动机的相对应.

3 液容器方程

导弹上使用的液容器有多种结构形式,但就其作用原理而言可分为闭式与开式两类,图5就是闭式的一种典型形式,图7是开式的典型形式.下面对这两种典型形式进行分析.

假定密闭的气腔内的气体是理想的,状态变化等熵,即

$$p_g V_g^k = c(\text{常数})$$

$$\text{或} \quad \frac{dp_g}{p_g} + k \frac{dV_g}{V_g} = 0 \quad (22)$$

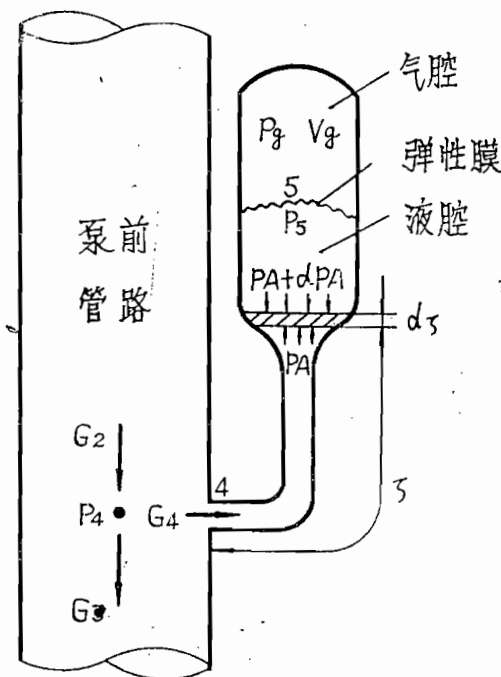


图5 液容器示意图

其中 k 为等熵指数。

弹性膜的质量认为可忽略不计，于是有平衡关系：

$$p_s = p_g \quad (23)$$

在液容器内，认为流体的压缩性与气腔内气体的压缩性相比可以忽略不计，于是有连续方程

$$\partial G / \partial \xi = 0$$

即

$$G_4 = G_5 = G \quad (24)$$

由几何关系，液腔容积 V_l 与气腔容积 V_g 之和是常数

$$V_l + V_g = \text{常数}$$

在 dt 内， V_l 增加

$$dV_l = \frac{G_5}{\gamma} dt = -dV_g \quad (25)$$

由 (22)、(23)、(25) 得

$$\frac{dp_s}{dt} = \frac{k p_g}{V_g} \frac{G_5}{\gamma} = \frac{G_5}{c_a} \quad (26)$$

取控制体 $A d\xi$ ，见图 (5)，运用动量方程

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} A d\xi + \frac{G}{g} \frac{\partial w}{\partial s} d\xi = -d(pA) + p dA - \tau \Pi d\xi$$

即

$$\frac{dG}{dt} \frac{d\xi}{gA} + d \frac{\gamma w^2}{2g} = -dp - \frac{\tau \Pi}{A} d\xi$$

对 ξ 从断面 4 到 5 积分：

$$\left(\int_4^5 \frac{d\xi}{gA} \right) \frac{dG}{dt} + \frac{\gamma}{2g} w_5^2 + p_5 + \int_4^5 \frac{\tau \Pi}{A} d\xi = p_4 + \frac{\gamma}{2g} w_4^2$$

适当整理后有

$$L_s \frac{dG}{dt} + K_{45} G^2 = p_4 - p_5 \quad (27a)$$

其中 $L_s = \int_4^5 \frac{d\xi}{gA}$ ，表示液容器内流体的惯性

$$K_{45} = \frac{1}{2g\gamma} \left\{ \frac{1}{A_5^2} - \frac{1}{A_4^2} + f \int_4^5 \frac{\Pi}{A^3} d\xi \right\} \quad (27b)$$

把 (26) (27a) 线性化，并消去 δp_s ，最后有

$$\frac{d^2 \delta G_4}{dt^2} + 2n \frac{d \delta G_4}{dt} + \Omega^2 \delta G_4 = L_a^{-1} \frac{d \delta P_4}{dt} \quad (28)$$

其中 $n = \overline{G} K_{45} L_a^{-1}$ (表示液容器的阻尼系数)

$$\Omega = \sqrt{1/L_a C_a} \quad (\text{液容器的无阻尼固有角频率})$$

$$C_a = \gamma V_g / K_{Pg} \quad (\text{液容器的液容})$$

(28) 就是液容器方程, 它是具有固有频 Ω 阻尼系数为 n 的阻尼振动方程。与方程 (28) 或与液容器等效的电路如图 6 所示。对 (28) 进行 L 变换

$$P_4(s) = G_4(s) \left[L_a s + R_a + \frac{1}{c_a s} \right] \quad (29a)$$

其中 $R_a = 2nL_a$, 为液阻。

当液容器谐振时, 其输入阻抗 $Z_4 = P_4(s)/G_4(s)$ 最小, 因而脉动流量通过液容器分流, 使下游流动比较平稳, 起去耦的作用。 Z_4 可写为:

$$Z_4 = \frac{P_4(s)}{G_4(s)} = R_a + L_a s + \frac{1}{c_a s} \quad (29b)$$

对于开式液容器, 其动态方程与闭式的有点不同。在分析之前还要补充假定, 气液不相混, 且气体不溶于液。

气腔的等熵关系应改为

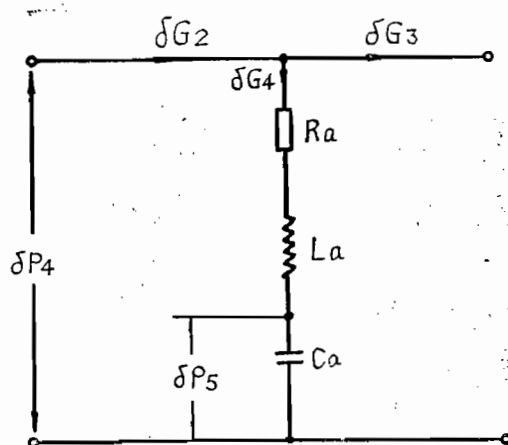


图 6 液容器的等效电路

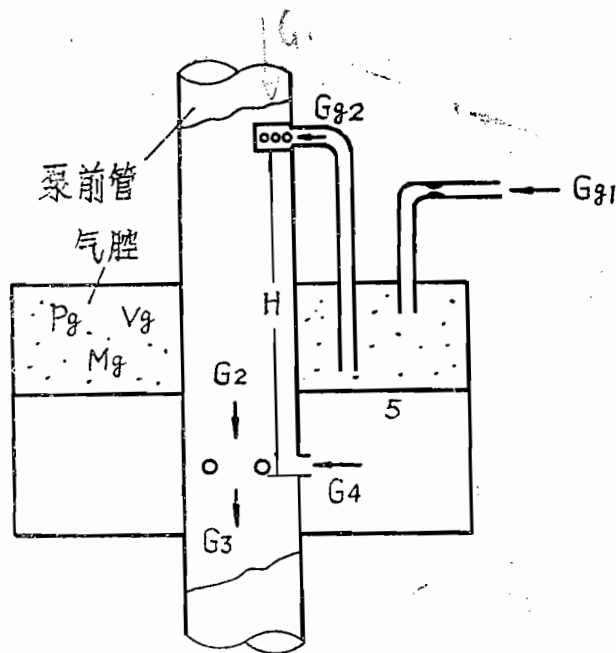


图7 开式液容器示意图

$$p_g \left(V_g / M_g \right)^k = c$$

其中 M_g 是气腔气体的总重量。微分上式

$$p_g^{-1} \frac{dp_g}{dt} + \frac{k}{V_g} \frac{dV_g}{dt} - \frac{k}{M_g} \frac{dM_g}{dt} = 0$$

注意 $dV_g/dt = +G_g/\gamma$, $dM_g/dt = \frac{G_{g1} - G_{g2}}{\gamma}$

代入上式整理后得

$$c_g \frac{dp_g}{dt} = -G_g + \bar{\gamma} (G_{g1} - G_{g2}) \quad (30)$$

其中 G_{g1} 、 G_{g2} 是进出气腔的气体的重量流量, $\bar{\gamma} = \gamma/\gamma_g$, γ_g 为气体的比重。

动量方程可引用 (27):

$$L_a \frac{dG_g}{dt} = -p_4 + p_5 - K_{45} G_g |G_g| \quad (30a)$$

气体注入量可简单按下式计算

$$p_g - p_{g2} = K_g G_{g2}^2 \quad (30b)$$

但注入口的压力 p_{g2} 与 p_4 有关系, 按能量方程, 对等断面管有

$$p_{g2} + \gamma H = p_4 + \xi G_g^2 \quad (30c)$$

其中 $\xi = \Delta p / \bar{G}_g^2$, Δp 是 H 上的压力损失。

$$p_g = p_5$$

(30d)

先看看稳态 ($dG_5/dt = dp_g/dt = 0$) 的情况。这时, (30)~(30d) 各式变为:

$$\begin{cases} \bar{G}_5 = \gamma (\bar{G}_{g1} - \bar{G}_{g2}) \\ -p_4 + p_5 = K_{45} |\bar{G}_5| \bar{G}_5 & \bar{p}_g = \bar{p}_5 \\ \bar{p}_g - \bar{p}_{g2} = K_g \bar{G}_{g2}^2 \\ \bar{p}_{g2} - p_4 = -\gamma H + \xi \bar{G}_2^2 = -\gamma H + \Delta p \end{cases}$$

由此可求得注气量: 当 $\bar{G}_{g1} > \bar{G}_{g2}$ 时,

$$\bar{G}_{g2} = b \bar{G}_{g1} - \sqrt{b(b-1) \bar{G}_{g1}^2 + \frac{b}{K_{45} \gamma^2} (\Delta p - \gamma H)} \quad (31)$$

$$\bar{G}_5 = \gamma \bar{G}_{g1} \left\{ 1 + \sqrt{b(b-1) \frac{b(\gamma H - \Delta p)}{(K_{45} \gamma^2 \bar{G}_{g1})}} - b \right\} \quad (31a)$$

当 $\bar{G}_{g1} < \bar{G}_{g2}$ 时

$$\bar{G}_{g2} = a \bar{G}_{g1} + \sqrt{\frac{a(\gamma H - \Delta p)}{K_{45} \gamma^2} - (1-a)a \bar{G}_{g1}^2} \quad (31b)$$

$$\bar{G}_5 = \gamma \bar{G}_{g1} \left\{ 1 - a - \sqrt{\frac{a(\gamma H - \Delta p)}{K_{45} \gamma^2 \bar{G}_{g1}} - (1-a)a} \right\} \quad (31c)$$

其中

$$a = \frac{K_{45} \gamma^2}{K_{45} \gamma^2 + K_g} \quad b = \frac{K_{45} \gamma^2}{K_{45} \gamma^2 - K_g}$$

由 (31) ~ (31c) 可见, 当进行量 $\bar{G}_{g1}$ 与注气量 $\bar{G}_{g2}$ 不相等时, 液面相对于壁就要波动, 或升或降, 以保持 $\bar{p}_g$ 不变。当 $\bar{G}_{g1} = \bar{G}_{g2}$ 时, 液面将保持相对静止, 这时,

$$\bar{G}_5 = 0, \text{ 而进气量为 } \bar{G}_{g1} = \sqrt{\frac{\gamma H - \Delta p}{K_g}} \approx \sqrt{\frac{\gamma H}{K_g}}$$

要注意, 液体比重 γ 与弹的过载有关; $\sqrt{\frac{\gamma H}{K_g}}$ 是液位差引起的注气量, 显然

随过载增加而变大; 而 $\bar{G}_{g1}$ 由任务确定, 所以一般 $\bar{G}_5 < 0$, 液面相对上升。为保持液面于一定的设计位置, 必须有限位的孔或插入管。

对 (30) ~ (30c) 在稳态附近线性化, 并进行 L 变换, 得

$$C_a S P_g(s) - G_g(s) + \gamma G_{g2}(s) = \gamma G_{g1}(s)$$

$$P_g(s) + (R_a + L_a S) G_5(s) = P_4(s)$$

$$P_g(s) - R_g G_{g2}(s) = P_4(s)$$

其中 $R_g = 2K_g \bar{G}_{g2}$ 。注意, 这里采用了(5—5)液面下降的流动形式来确定符号, 并认为 $\delta(\gamma H) = 0$, $\delta G_2 = 0$ 。如用矩阵记上式, 有

$$\begin{pmatrix} C_a S & -1 & \bar{\gamma} \\ 1 & R_a + SL_a & 0 \\ 1 & 0 & -R_g \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_g(s) \\ G_g(s) \\ G_{g2}(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \bar{\gamma} G_{g1}(s) \\ P_4(s) \\ P_4(s) \end{pmatrix} \quad (32)$$

二边求逆

$$\begin{pmatrix} P_g(s) \\ G_g(s) \\ G_{g2}(s) \end{pmatrix} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} R_g(R_a + SL_a) & -R_g & -\bar{\gamma}(R_a + SL_a) \\ R_g & -R_g C_a S - \bar{\gamma} & \bar{\gamma} \\ -(R_a + SL_a) & -1 & 1 + C_a S(R_a + SL_a) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\gamma} G_{g1}(s) \\ P_4(s) \\ P_4(s) \end{pmatrix} \quad (33)$$

其中

$$D = -\left\{ C_a L_a R_g S^2 + (\bar{\gamma} L_a + C_a R_a R_g) S + (R_g + \bar{\gamma} R_a) \right\}$$

由此可得

$$D G_g(s) = \bar{\gamma} R_g G_{g1}(s) - R_g C_a S P_4(s) \quad (33a)$$

$$D G_{g2}(s) = -(SL_a + R_a) \bar{\gamma} G_{g1}(s) + C_a S(R_a + SL_a) P_4(s) \quad (33b)$$

由此可见, 开式液容器的固有频率为

$$f_a = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1 + \bar{\gamma} \frac{R_a}{R_g}}{C_a L_a} - \left(\frac{\bar{\gamma}}{2C_a R_g} + \frac{R_a}{2L_a} \right)^2} \quad (34)$$

当

$$\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\gamma}}{C_a R_g} + \frac{R_a}{L_a} \right) \geq \sqrt{\frac{1 + \bar{\gamma} \frac{R_a}{R_g}}{C_a L_a}}$$

时, 开式液容器就不是振荡环节了, 任何扰动引起 δG_{g2} 、 δP_g 、 δG_4 的变化, 将是指数形式的, 而且不稳定了。

当 $R_g \rightarrow \infty$ 时, 开式液容器就成为闭式的了。

4 汽蚀管

汽蚀管在发动机系统中是作为流量控制元件使用的, 它有以下两个明显的特点:

1. 压力脉动的单向传递性

用一只透明的有机玻璃制成的汽蚀管做试验, 保持入口压力 p_1 一定, 改变出口压力 p_2 , 会发现当 p_2 降到某一值时喉部开始出现气泡, 气泡数量随着 p_2 的下降而增多, 并向下游扩展形成汽化区, 如图 8 所示。事实上, 汽化区的中心, 是一股直径与喉部直径近似的高速液体射流^[4]。开始汽蚀时的喉部压力近似等于当地的饱和蒸汽压 p_s , 随着汽蚀的加深, 它保持不变^[5]。

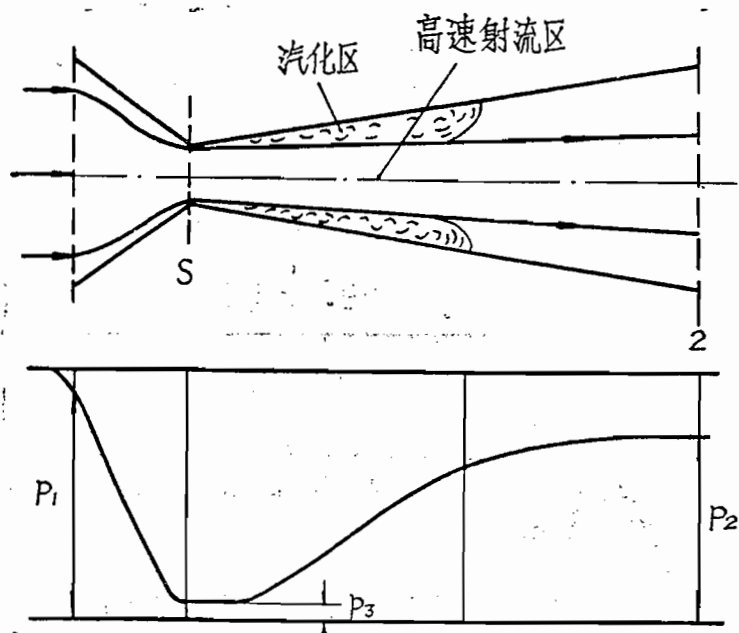


图8 汽蚀管内的流动模型及静压的轴向分布

运用动量方程于断面1和S之间的流段，按(27a)有关系

$$L_v \frac{dG_1}{dt} + K_1 G_1^2 = p_1 - p_3 \quad (35)$$

其中 $R_{11} = \frac{1}{2g\gamma} \left[\frac{1}{A_s^2} - \frac{1}{A_1^2} + \int_1^s \frac{\Pi \cdot f}{A^3} d\xi \right] \quad L_v = \int_1^s \frac{d\xi}{gA}$

K_1 称为汽蚀系数，对一定介质在汽蚀条件下（即流动雷诺数大于某一界限时）它是常数。饱和蒸汽压 p_s 仅决定于温度。由 (35) 可见，通过汽蚀管的流量 G_1 仅决定于入口压力 p_1 ，它与出口压力 p_2 无关。即出口压力的波动 δp_2 ，不能超越喉部向上游传递，这就是所谓单向传递特性。O.W.Dykemat 等作过一个试验，使出口压力 p_2 以某一频率（100—1000Hz）波动，而上游入口压力 p_1 不含有这种频率，很平稳；相反如以管子重复这种试验，就可看到 p_1 随 p_2 而波动^[6]。所以它能作为流量控制元件，就是利用了这个特性，只要保持入口压力 p_1 一定，通过汽蚀管的流量就一定。

将 (35) 线性化：

$$L_v \frac{d \delta G_1}{dt} + R_v \delta G_1 = \delta p_1 \quad (36)$$

经L变换

$$L_v S G_1(s) + R_v G_1(s) = P_1(s) \quad (37)$$

其中 $R_v = 2\bar{G}_1 K_1$ ，（汽蚀管的液阻）

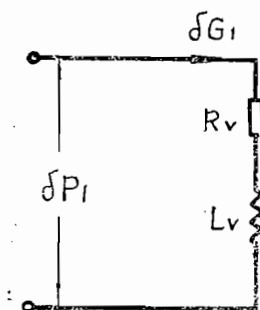


图9 (37) 的等效电路

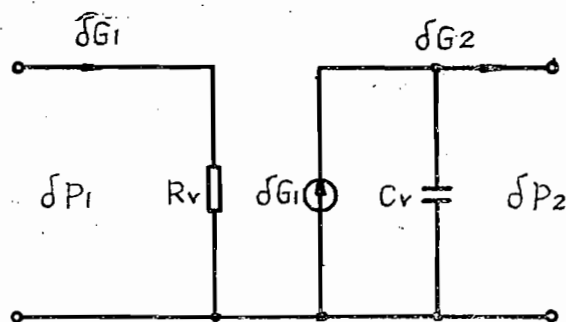


图10 汽蚀管的等效电路

为什么波动 δp_2 不能越过喉部上传? 原来汽蚀时喉部达到了音速, 以音速传播的扰动当然就不会越过喉部了^[7]。喉部的音速大小, 由汽蚀形成的两相流的特性决定。与方程 (37) 对应的等效电路如图9所示。

2. 存在汽化区

喉部至出口这一段存在汽化区, 属于二相流动, 这时, 流体压缩性对流动的影响大大增加。应用连续方程

$$G_1 - G_2 = \frac{d}{dt} \int_1^2 \gamma A d\xi = C_v \frac{dp_2}{dt} \quad (38)$$

其中 $C_v = \frac{d}{dp_2} \int_1^2 \gamma A d\xi$ (液容)

线性化 (38) 并进行L变换, 得

$$G_1(s) - G_2(s) = C_v S P_2(s) \quad (39)$$

(37)、(39) 就是描写汽蚀管两个特性的汽蚀管方程。

汽蚀管的等效电路如图10所示。

三、单管发动机系统

将流体系统划分成各个环节, 如图11所示, 记各环节的传递矩阵于下

$$B_1 = \begin{pmatrix} \text{ch } \lambda_1 l_1 & -\Gamma_1 \text{sh } \lambda_1 l_1 \\ -\frac{1}{\Gamma_1} \text{sh } \lambda_1 l_1 & \text{ch } \lambda_1 l_1 \end{pmatrix} \quad B_2 = \begin{pmatrix} \text{ch } \lambda_2 l_2 & -\Gamma_2 \text{sh } \lambda_2 l_2 \\ -\frac{1}{\Gamma_2} \text{sh } \lambda_2 l_2 & \text{ch } \lambda_2 l_2 \end{pmatrix}$$

$$B_3 = \begin{pmatrix} \text{ch } \lambda_3 l_3 & -\Gamma_3 \text{sh } \lambda_3 l_3 \\ -\frac{1}{\Gamma_3} \text{sh } \lambda_3 l_3 & \text{ch } \lambda_3 l_3 \end{pmatrix} \quad B_p = \begin{pmatrix} 1 + SC_p(R_p + SL_p) & -(R_p + SL_p) \\ -SC_p & 1 \end{pmatrix}$$

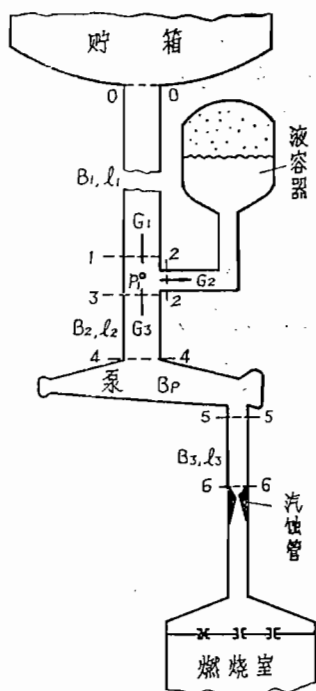


图11 单管发动机流体系统示意图

输入阻抗

$$Z_2 = P_2(s)/G_2(s)$$

$$Z_0 = P_0(s)/G_0(s)$$

如不计管路的流阻及流体压缩性，即

$$\xi = 0$$

$$a \rightarrow \infty$$

于是 $\lambda l = sl/a \rightarrow 0$

$$\text{ch}(sl/a) \rightarrow 1 \quad \text{sh}(sl/a) \rightarrow 0$$

$$\Gamma = a/gA \rightarrow \infty \quad \Gamma \text{sh} \lambda l \rightarrow SL$$

$$\therefore \left. \begin{aligned} B_1 &= \begin{pmatrix} 1 & -SL_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ B_2 &= \begin{pmatrix} 1 & -SL_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ B_3 &= \begin{pmatrix} 1 & -SL_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

液容器入口处的连续条件为

$$G_1(s) = G_2(s) + G_3(s)$$

$$P_1(s) = P_2(s) = P_3(s)$$

$$G_3(s) = G_1(s) - Z_2^{-1} P_1(s)$$

$$P_3(s) = P_1(s)$$

$$\text{即} \quad \begin{pmatrix} P_3(s) \\ G_3(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -Z_2^{-1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1(s) \\ G_1(s) \end{pmatrix} \quad (14)$$

把前面各传递矩阵连接起来，得：

$$\begin{pmatrix} P_0(s) \\ G_0(s) \end{pmatrix} = B_3 \cdot B_P \cdot B_2 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -Z_2^{-1} & 1 \end{pmatrix} \cdot B_1 \begin{pmatrix} P_0(s) \\ G_0(s) \end{pmatrix} \quad (42)$$

这个方程 (42)，把流体系统的两端点的参数联系起来了。按具体的边界条件，就可以获得系统的微分方程；由系统微分方程的特征方程，求出特征方程的根，根的虚部即为系统固有频率。角频率

对于 <50Hz 的低频，可运用简化传递矩阵 (40)，于是 (42) 可写为：

$$\begin{pmatrix} P_0(s) \\ G_0(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -SL_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + SC_P(R_P + SL_P) & -R_P - SL_P \\ -SC_P & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -SL_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -Z_2^{-1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -SL_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_0(s) \\ G_0(s) \end{pmatrix} \quad (43)$$

而 $Z_2 = (L_a C_a S^2 + R_a C_a S + 1) / C_a S$

把 (43) 展开整理后得

$$Z_6 = \frac{P_6(s)}{G_6(s)} = \frac{-(a_0 + a_1 s + a_2 s^2 + a_3 s^3 + a_4 s^4 + a_5 s^5)}{b_0 + b_1 s + b_2 s^2 + b_3 s^3 + b_4 s^4} \quad (44)$$

其中

$$a_0 = R_p$$

$$a_1 = R_p R_a C_a + L_p + L_3 + L_2 + L_1$$

$$a_2 = R_p C_a (L_1 + L_a) + R_a C_a (L_1 + L_2 + L_3 + L_p) + R_p C_p (L_1 + L_2)$$

$$a_3 = C_a (L_1 + L_a) (L_3 + L_p) + C_a (L_1 L_2 + L_1 L_a + L_2 L_a)$$

$$+ R_a R_p C_a C_p (L_1 + L_2) + C_p (L_p + L_3) (L_1 + L_2)$$

$$a_4 = C_a C_p R_p (L_1 L_2 + L_1 L_a + L_2 L_a) + R_a (L_1 + L_2) (L_3 + L_p)$$

$$a_5 = C_a C_p (L_3 + L_p) (L_1 L_2 + L_1 L_a + L_2 L_a)$$

$$b_0 = 1 \quad b_1 = 0$$

$$b_2 = C_a L_a + C_a L_1 + C_p L_1 + C_p L_2$$

$$b_3 = R_a C_a C_p (L_1 + L_2)$$

$$b_4 = (L_a L_1 + L_a L_2 + L_1 L_2) C_a C_p$$

这里已经运用了贮箱出口处的边界条件:

$$P_6(s) = 0$$

由 (44) 可得简化了的流体系统的微分方程:

$$(b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0) P_6(s) = -(a_5 s^5 + a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0) G_6(s) \quad (45)$$

或

$$\begin{aligned} b_4 \frac{d^4 \delta p_6}{dt^4} + b_3 \frac{d^3 \delta p_6}{dt^3} + b_2 \frac{d^2 \delta p_6}{dt^2} + b_1 \frac{d \delta p_6}{dt} + b_0 \delta p_6 \\ = - \left(a_5 \frac{d^5 \delta G_6}{dt^5} + a_4 \frac{d^4 \delta G_6}{dt^4} + a_3 \frac{d^3 \delta G_6}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 \delta G_6}{dt^2} + a_1 \frac{d \delta G_6}{dt} + a_0 \delta G_6 \right) \end{aligned} \quad (46)$$

下面分析燃烧室一端的边界条件。如果 6—6 断面是汽蚀管进口, 按 (36), 并忽略导数项 (因 L_v 很小), 于是有条件

$$\delta p_6 = R_v \delta G_6 \quad (47)$$

如无汽蚀管, 则把 6—6 断面前移至喷嘴进口断面处。由于喷嘴直径很小, 流体柱惯性很大, 故 $\delta G_6 \approx 0$ (48)

如运用条件 (48), 方程 (46) 便变为

$$b_4 \frac{d^4 \delta p_6}{dt^4} + b_3 \frac{d^3 \delta p_6}{dt^3} + b_2 \frac{d^2 \delta p_6}{dt^2} + b_1 \frac{d \delta p_6}{dt} + b_0 \delta p_6 = 0 \quad (49)$$

系统内由于某种原因引起的扰动（相应于某个初始条件）而产生的波动 δp_0 ，形式如下

$$\delta p_0 = \sum_{i=1}^4 C_i \exp(s_i t) \quad (50)$$

其中 C_i 是积分常数，决定于初始条件；而 S_i 是特征方程

$$b_4 \gamma^4 + b_3 \gamma^3 + b_2 \gamma^2 + b_1 \gamma + b_0 = 0 \quad (51)$$

的根，设 $S_i = \alpha_i + \beta_i j$ ($i=1, 2, 3, 4$)

把 β_i 称为系统的固有频率，或自由振荡频率。通常 R_s 很小，忽略其影响，于是 $b_3 = 0$ 。对于较低频率， $b_4 \gamma^4 = 0$ ，于是

$$\begin{aligned} f_1 &\approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{b_0}{b_2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_p(L_1 + L_2) + C_a(L_1 + L_3)}} \\ &\approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_1(C_p + C_a)}} \quad (\because L_1 \gg L_2, L_1 \gg L_3) \end{aligned} \quad (52)$$

对于较高频率，可忽略 b_0 ，于是

$$\begin{aligned} f_2 &\approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{b_2}{b_4}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_p(L_1 + L_2) + C_a(L_1 + L_3)}{[L_1(L_2 + L_3) + L_2 L_3] C_a C_p}} \\ &\approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_p + C_a}{(L_2 + L_3) C_p C_a}} \end{aligned} \quad (53)$$

f_1 、 f_2 准确一些的值，应解 (51) 的准二次方程。

简化系统的等效电网络图如图12所示。

保持泵入口压力的稳定是很重要的，为此研究阻抗 $Z_4 = P_4(s)/G_4(s)$ ，适当调整液容器参数，使 $Z_4 \rightarrow 0$ 。因为

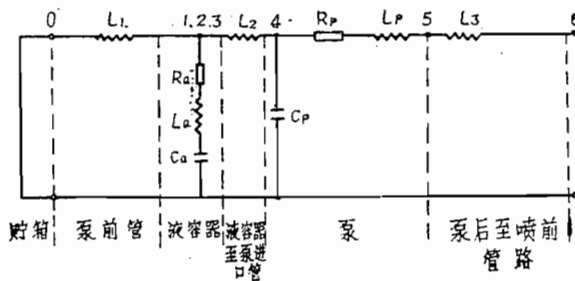


图12 无汽蚀管的流体系统等效电网络图

$$Z_4 = Z_6 |_{R_p = L_p = L_s = R_a = 0}$$

令 $P_4(s) = 0$

∴ 按 (45) 有方程

$$(a_3 S^3 + a_1 S) G_4(s) = 0$$

此时, 系统的固有频率应为

$$f_3 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_1}{a_3}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{L_1 + L_2}{C_a [L_1(L_2 + L_a) + L_2 L_a]}}$$

$$\approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{C_a (L_2 + L_a)}} \quad (54)$$

这个频率接近于液容器的谐振频率。可见 $f_1 < f_3 < f_2$ 。

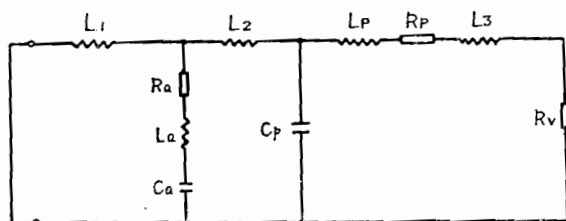


图13 有汽蚀管的流体系统等效电网路图

此时的简化等效电网路如图13所示, 比较图12和图13, 可见 (45)、(46) 仍适用, 只要令 $R_p' = R_p + R_v$, 并代替原来的 R_p , 同时加上边界条件: $P_6(s) = 0$ 。这时, 系统的微分方程变为

$$a_5 \frac{d^5 \delta G_6}{dt^5} + a_4 \frac{d^4 \delta G_6}{dt^4} + a_3 \frac{d^3 \delta G_6}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 \delta G_6}{dt^2} + a_1 \frac{d \delta G_6}{dt} + a_0 \delta G_6 = 0 \quad (55)$$

令 $L_p' = L_p + L_3$, 并取 $R_a \approx 0$, 再注意 $L_1, L_p \gg L_a$ 和 L_2 , 于是系数 $a_i (i = 0, 1, \dots, 5)$ 可简化于下

$$\begin{aligned} a_0 &= R_p' & (10^0) \\ a_1 &= L_p' + L_1 & (10^{-2}) \\ a_2 &= R_p' L_1 (C_a + C_p) & (10^{-4}) \\ a_3 &= L_1 L_p' (C_a + C_p) & (10^{-6}) \\ a_4 &= R_p' C_a C_p L_1 (L_2 + L_a) & (10^{-10}) \\ a_5 &= L_p' C_a C_p L_1 (L_2 + L_a) & (10^{-12}) \end{aligned}$$

为了提供数量的概念, 列出某个流体系统的数据:

$L_1 = 1.63 \times 10^{-3} \text{ s}^2/\text{cm}^2$, $L_2 = 3.79 \times 10^{-4} \text{ s}^2/\text{cm}^2$, $L_p = 6.59 \times 10^{-3} \text{ s}^2/\text{cm}^2$,
 $C_p = 2.79 \times 10^{-2} \text{ cm}^2$, $c_a = 0.243 \text{ cm}^2$, $R_v = 1.385 \text{ s}/\text{cm}^2$, $R_p = 0.215 \text{ s}/\text{cm}^2$ 。由此可见

a_i 的数量级 (列于 a_i 后的圆括号内)。

对于 $f \leq 30 \text{ Hz}$ 的情况, (55) 内可忽略 a_4, a_5 所在的项, 成为

$$a_3 \frac{d^3 \delta G_\theta}{dt^3} + a_2 \frac{d^2 \delta G_\theta}{dt^2} + a_1 \frac{d \delta G_\theta}{dt} + a_0 \delta G_\theta = 0 \quad (56)$$

因 a_0 项与其余项比仍较小, 为简化计忽略 a_0 项, 这样就有特征方程

$$a_3 r^2 + a_2 r + a_1 = 0$$

$$\text{其根为 } r = -\frac{a_2}{2a_3} \pm i \sqrt{\frac{a_1}{a_3} - \left(\frac{a_2}{2a_3}\right)^2}$$

故流体系统的一阶固有频率为

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_1}{a_3} - \left(\frac{a_2}{2a_3}\right)^2} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{L_1 + L_p'}{(C_a + C_p)L_1 L_p'} - \left(\frac{R_p'}{2L_p'}\right)^2} \quad (57)$$

当频率较高时, 在 (55) 中可忽略 a_0, a_1, a_2 所在项, 用上面同样的方法可得

$$\begin{aligned} f_2 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{a_3}{a_5} - \left(\frac{a_4}{2a_5}\right)^2} \\ &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_a + C_p}{(L_2 + L_a)C_a C_p} - \left(\frac{R_p'}{2L_p'}\right)^2} \end{aligned} \quad (58)$$

比较 (52) 与 (57), (53) 与 (58) 可见:

1. f_1 变化较大。由于汽蚀管阻尼较大使 f_1 降低; 同时由于汽蚀管单向传递波动的特点使得对 C_p 有两个并联回路 (见图13), L_1 与 $L_p' = L_p + L_3$ 并联, 因此又使 f_1 有所提高。但前一因素一般较大, 总效果使 f_1 有所下降。

2. 由于汽蚀管阻尼的原因, f_2 与没有汽蚀管的情况比有所下降。

四、四管发动机系统

将流体系统划分如图14所示的各个环节, 它的传递矩阵是:

$$B_i = \begin{pmatrix} \text{Ch } \lambda_i l_i & -\Gamma_i \text{sh } \lambda_i l_i \\ -\frac{1}{\Gamma_i} \text{sh } \lambda_i l_i & \text{ch } \lambda_i l_i \end{pmatrix} \quad i = 1, 2, 3, 4$$

$$B_p = \begin{pmatrix} 1 + \text{Sc}_p(R_p + \text{SL}_p) & -(R_p + \text{SL}_p) \\ -\text{SC}_p & 1 \end{pmatrix}$$

液容器输入阻抗为

$$Z_4 = P_4(s)/G_4(s) = (L_4 C_a S^2 + R_4 C_a S + 1)/C_a S$$

液容器入口处的连接条件同 (41)

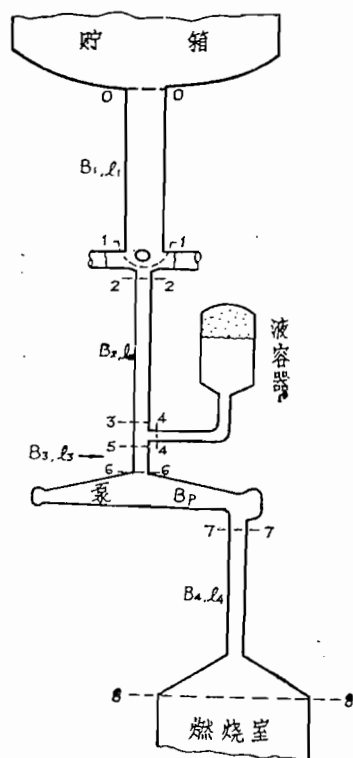


图14 四管发动机流体系统示意图

8—8端可认为

$$G_8(s) = 0$$

有了方程 (60) 及边界条件，完全可以确定流体系统的各阶固有频率了。如对开头二阶低频感兴趣，那末可以采用简化模型：

$$B_i = \begin{pmatrix} 1 & -sL_i \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (i = 1, 2, 3, 4)$$

这时 (60) 变为

$$\begin{pmatrix} P_8(s) \\ G_8(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -SL_4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 + SC_P(R_P + SL_P) & -R_P - SL_P \\ -SC_P & 1 \end{pmatrix} \times \\ \begin{pmatrix} 1 & -SL_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -Z_4^{-1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -SL_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -SL_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ \begin{pmatrix} P_0(s) \\ G_0(s) \end{pmatrix} \quad (63)$$

$$\begin{pmatrix} P_6(s) \\ G_6(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -Z_4^{-1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_3(s) \\ G_3(s) \end{pmatrix}$$

五通处的连接条件，这里假定4个发动机完全对称，故有

$$G_2(s) = (1/4)G_1(s)$$

$$P_2(s) = P_1(s)$$

即

$$\begin{pmatrix} P_2(s) \\ G_2(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_1(s) \\ G_1(s) \end{pmatrix} \quad (59)$$

考虑以上这些以后，可把8—8断面的参数与0—0断面的参数连接起来：

$$\begin{pmatrix} P_8(s) \\ G_8(s) \end{pmatrix} = B_4 \cdot B_P \cdot B_3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -Z_4^{-1} & 1 \end{pmatrix} \cdot B_2 \cdot \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/4 \end{pmatrix} \cdot B_1 \begin{pmatrix} P_0(s) \\ G_0(s) \end{pmatrix} \quad (60)$$

两端的边界条件，0—0端可认为

$$P_0(s) = 0 \quad (61)$$

$$(62)$$

为运算方便, 把 (62) 作些变换 (二边求逆):

$$\begin{pmatrix} P_o(s) \\ G_o(s) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & SL_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & SL_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & Z_4^{-1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & SL_3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \times \\ \begin{pmatrix} 1 & R_P + SL_P \\ SC_P & 1 + C_P S (R_P + SL_P) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & SL_4 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_s(s) \\ G_s(s) \end{pmatrix} \quad (63a)$$

经运算后得:

$$P_o(s) / G_o(s) = \{ 1 + S^2 [C_a(4L_1 + L_2 + L_a) + C_P(4L_1 + L_2 + L_3)] + \\ S^4 [L_3(L_2 + 4L_1) + L_a(4L_1 + L_2 + L_3)] \cdot C_a C_P \} / \{ 4S \times \\ [S^2 C_a C_P (L_a + L_3) + C_P + C_a] \} \quad (63b)$$

应用边界条件 (61), 最后可得系统微分方程

$$\{ 1 + S^2 [C_a(4L_1 + L_2 + L_a) + C_P(4L_1 + L_2 + L_3)] \\ + S^4 [L_3(L_2 + 4L_1) + L_a(4L_1 + L_2 + L_3)] C_a C_P \} G_o(s) = 0$$

由此可得:

$$f_1 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{(C_a + C_P)(4L_1 + L_2)}} \quad (64)$$

$$f_2 \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{C_a + C_P}{(L_a + L_3) C_a C_P}} \quad (65)$$

在此, 与单管系统作一比较, 对照 (64) 与 (52), (65) 与 (53), 可见 f_1 的计算公式是不同的, 但 f_2 是具有相近的公式。

五、例子

现举一个带有汽蚀管流体系统的例子。

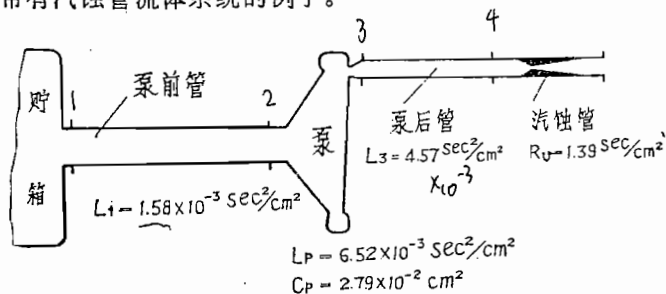


图15 例子中的参数

具体参数如图15所示, 现算它的 f_1 。这个系统无液容器, 因而 $R_s = L_s = C_s = 0$,

又

$$\begin{aligned} L_p' &= L_p + L_s = 6.52 \times 10^{-3} + 4.57 \times 10^{-3} \\ &= 6.98 \times 10^{-3} \quad (\text{sec}^2/\text{cm}^2) \end{aligned}$$

$$R_p' = R_p + R_v \approx R_v = 1.39 \quad (\text{sec}/\text{cm}^2)$$

由 (57)

$$\begin{aligned} \therefore f_1 &= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1.58 \times 10^{-3} + 6.98 \times 10^{-3}}{2.79 \times 10^{-2} \times 1.58 \times 10^{-3} \times 6.98 \times 10^{-3}} - \left(\frac{1.39}{2 \times 6.98 \times 10^{-3}} \right)^2} \\ &= 21.3 \quad (\text{Hz}) \end{aligned}$$

如果不装汽蚀管, 一阶固有频率由 (52) 计算

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{L_1 C_p}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{1.58 \times 10^{-3} \times 2.79 \times 10^{-2}}} = 24 \quad (\text{Hz})$$

可见系统装汽蚀管之后, 固有频率有所下降。但它不是由于汽蚀产生的汽泡所致。

参 考 文 献

- [1] В.А.МАХИН “ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ОТРАБОТКИ ЖРД” 1973
- [2] (美) D.T.Harrje F.H. Reardon “液体推进剂火箭发动机不稳定燃烧” 朱宁昌译 国防工业出版社。1980.6. P100
- [3] (日) 竹中利夫 浦田英山著 “液体流体力学” 科学出版社 1980
- [4] L.N.Randall “Rocket application of the Cavitation Venturi” J.ARS January—February 1952 P28—31 ARS 28—T—51
- [5] “Theory of hydraulic flow control product engineering application” 1955 P161—176
- [6] “Effect of a cavitation Venturi on wave propagation in a duct” AIAA Journal P753 Vol.2 № 1—4 1964
- [7] NACA CP—125 1967 “Design of liquid Propellant rocket engines” P299
- [8] AIAA Paper № 69—547 “DEVELOPMENT OF CLOSE-COUPLED ACCUMULATORS FOR SUPPRESSING MISSILE LONGITUDINAL OSCILLATIONS (POGO)”

在测脉动流量时超声波流量计的性能

J.E.Carrington and H.R.Martin

一、前言

早在1928年就发表了在流量测量中应用超声波的专利,但只是在近一、二十年才显出它的实际意义。1959年英国科学仪器协会的Sira研制成功一种用于测量稳态流的流量计后,此项研究更为活跃。

在流量测量中,主要解决两点:

- (a) 在流经的途中没有障碍,因此流经此装置时无压力损失。
- (b) 无运动部件;允许有快速的响应。

另一优点是可用于油质液压领域,而电磁流量计因在该种液体不能传导而不能。实际上油质液压系统的研究达到了新阶段。藉以监视非稳态流量是很有价值的。例如,通常假定在动态情况下流经小孔的流量率,从稳态理论上来说是可以预测的。但是正如McCloy^[1]指出:流量率的实测与理论计算值之间有三点差别。

- (a) 对于非稳态流量,总压力的一部分用于使液体加速和减速。
- (b) 在动态情况下,小孔的排泄和收缩系数发生变化。
- (c) 非稳态流量情况下,摩擦损失是不同的。

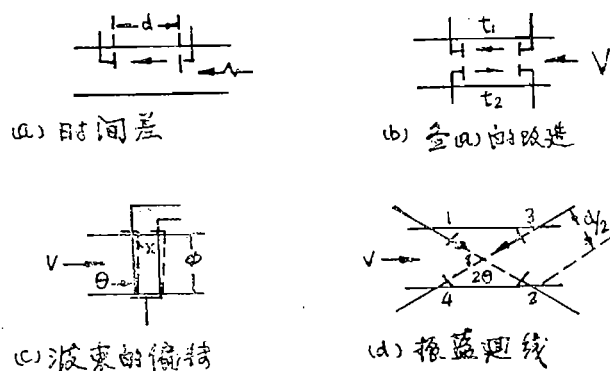


图 1

用于液压伺服机构和其他型式的液体动力装置的简单滑阀的流量率可按稳态关系计

算。通常此类设备主要适用于非稳态流量。

除了上面研究的内容，此类流量计还可应用于工业领域，如在 C.Knapp 的报告中叙述了在大型水轮机中的应用^[2]。特别值得指出的是，用每秒钟内容积的变化率可以评价涡轮机的效率。这不仅在设计和验收性试验需要，而且可用作设备的永久性的检测装置。此装置的优点还可安装在大流量截面的管路。

在另一方面，Mayo Clinic Rochester 工作指出，它可指示出血液流动的电位，也可检验血管的畅通或阻塞^[3]。

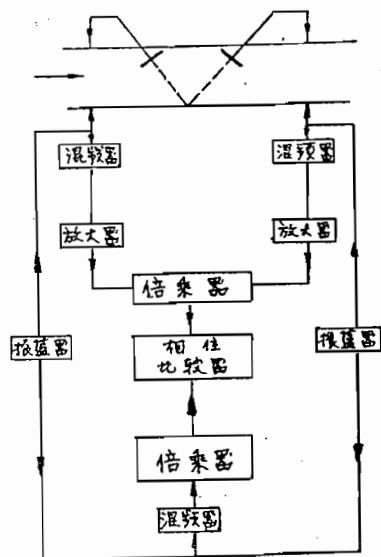


图2 分频共路法

二、系统的类型

迄今为止，各种装置的基本原理综合在参考文献〔4〕中。其原理是声波表观速度的变化与液体的流速成正比。如果两个传感器探头间的流速为 v ，相隔距离为 d ，如图 1a。传输时间为：

$$t = d / (c + v) = d / c (1 + v / c)$$

声音在一般液体中的速度约 1500m/s，大部分工业流量率不超过几个 m/s，因此

$$t \approx (d / c) (1 - v / c)$$

当不流动时 $t_0 = d / c$

二者间的时间差：

$$\delta t = t_0 - t = d \cdot v / c^2$$

所以测量流量率就是测量时间差。规定声速是常数。欲解决这个问题,必须同时测量 t_0 和 t_0' 。图1b是加以改进后的装置可达到此目的。两对传感器安装在相对于流量的不同方向,就可测得一个较大的传输时间:

$$\text{如 } t_1 = d/(c + v)$$

$$\text{和 } t_2 = d/(c - v)$$

$$\text{则 } \delta t = t_2 - t_1 = 2dv/(c^2 - v^2) \approx 2dv/c^2$$

精确的测量时间是一件麻烦的事,需要付出较高的代价。为了避免这种麻烦,科学工作者们转至另一途径进行探讨。其结果表示在图1c。此处,超声波射线经过管道,在零流量时,位于接收处的两个接收传感器的总能量与发射传感器的相等,在管道里的液体流量使射线偏转并且改变接收能量的平衡。射线末端的偏转为:

$$X = \varphi v/c.$$

这样的装置可适用于高流量率。

对于低流量率,测量相位差或频率差有许多优点。这样的系统如图1a所示。它是一个振荡迴线。从传感器1发射至传感器2,在平稳液体中,传输时间 $t_{1,2} = d/c$ 。

假设温度和粘度是恒定的,如果下述液体有一个矩形的轮廓面,则:

$$t_{1,2} = d/(c + v \cos \theta), t_{3,4} = d/(c - v \cos \theta)$$

相对应的频率是传输时间的倒数,两个振荡回线的周期为 $t_{1,2}$ 和 $t_{3,4}$ 。在发射晶体上的波束发生器产生一个高频振荡的短波,这短波经过液体传至接收晶体,该接收波束经过放大并且再触发波束发生器,因此产生振荡迴线。

$$\delta \omega = \omega_{1,2} - \omega_{3,4} = (2v \cos \theta)/d$$

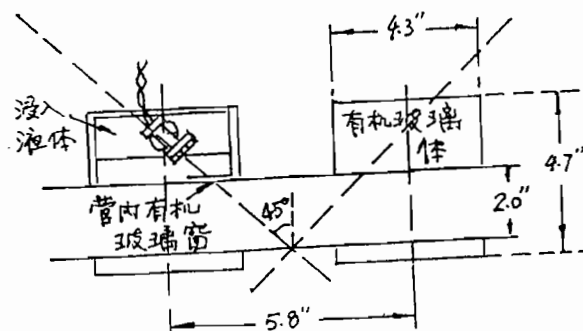


图 3

三、试 验 装 置

皇家大学曾使用过的系统如图2所示。它是用相位比较的概念由BSIRA发展起来的,该系统的特点是同时使用发射和接收传感器。应该指出,在声速中甚至微小的温度的

波动就会使声速产生明显的变化。但是该系统运用快速动作就可以减小这种影响。

传感器同时感受在520kHz范围内具有微小差频的振荡器频率。此信号经过管内的液体传至对面的传感器，所以每个传感器的端点有两个信号；本机产生的信号和低电平的信号通过流动的液体，这两个信号混合后将差频取出，这个频率明显低于载频，实际上只有100Hz左右。两个传感器的信号经放大后，输至倍增器完成相位补偿，此合成信号可以与由两个振荡器差频得到的参考信号进行比较，经相位比较后可得出流量率的信息^[5]。

$$\delta \phi = 2 \omega d v / c^2$$

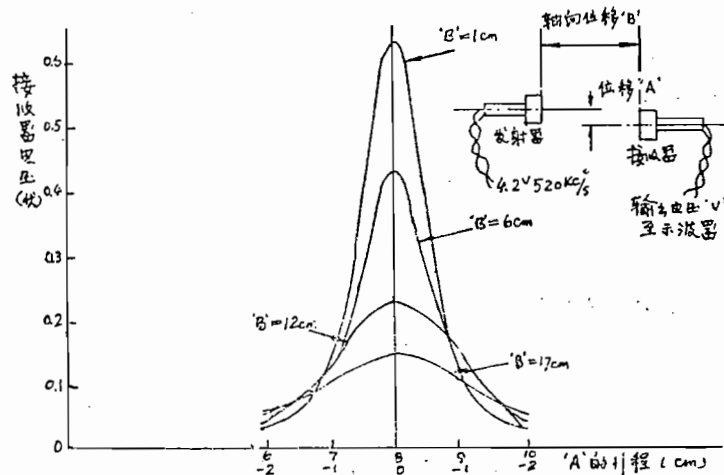


图4 有效波束的离散特性

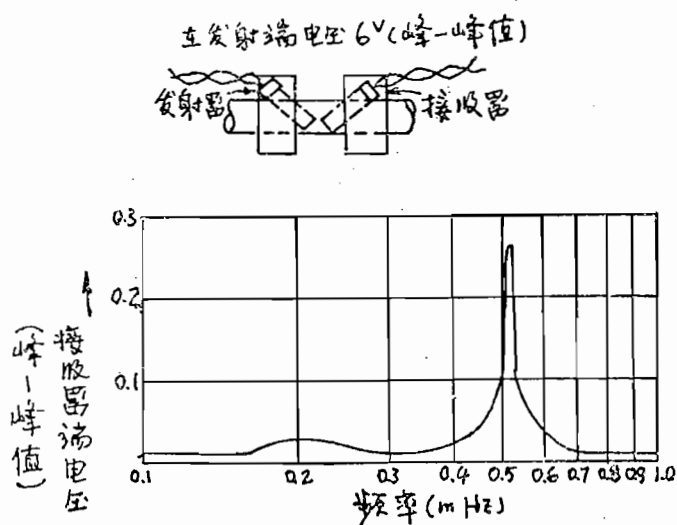


图5

四、传 感 器

传感器是利用了直接经过管道发射和接收的声射线，此声射线在流动方向占有较大部分。从图3可看出，这种装置设计相当简单，围绕着管壁安装不会阻碍流动。压电晶体是酞酸钡，做成盘形以利于约束声射线，谐振频率为520kHz。在水槽中试验的典型特性表示在图4，射线密度受激励频率的影响，通常要求载波频率尽可能的低。

以薄片的谐振频率对其进行激励，就会产生超声波射线，如取直径为15mm厚度为5mm的晶体。实际上晶体可以有几个谐振频率，在设计时应注意选择薄片的工作频率为谐振频率。用正弦波激励，两个传感器在一起使用时的频率响应如图5。如果用短脉冲激励，则应注意必须抑制其他谐振频率。

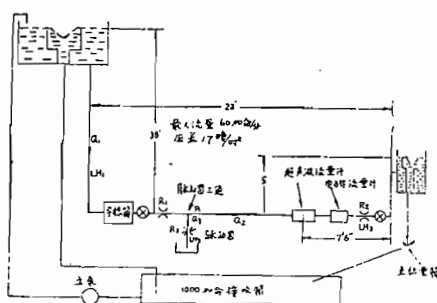


图 6

表面声阻抗的改变影响到驱动源电阻抗的改变。由于晶体的声阻抗引起电负载，所以最大的声效率只有在声的和电的阻抗相匹配时才能得到。

在液体介质情况时，晶体的工作方式类似一个活塞。而在气体介质情况时，耦合了一个弯曲振动。由于声传播速度较低，所以晶体在液体介质中激励，最好在1至5MHz左右，在气体情况为100至500kHz。在液体介质低频工作时所需的环境设备再作讨论。

晶体表面的声阻抗正比于液体密度与在该介质中声速的乘积。传感器

五、流 量 装 置

在图6中以图解方式表示出流量试验装置。它既可产生非稳态也可产生稳态流量，这是一个经改进后现存的教学用的装置，它有一个38英寸落差可容350加仑的上箱。该装置可以精确校准稳态流量至70加仑/分，脉动器系统允许12加仑/分（峰—峰值），频率上限至10Hz。还包括安装在主管路上的电磁流量计，用以检验脉动流量。

在低压力时，大流量系统串联一个脉动器是不适当的，这是因为低频时，长管路中液体的惯性是很明显的，以致产生“水击”作用。这可用一个泄放系统代替，允许脉动器在试验管路中可以连续变化的泄放。

为了使脉动器的效能更好，需加两个节流阀，分别装在脉动器的上流和下流的接头处；为了得到脉动器的最佳工作状态，这两个节流阀可减小输送源和接收箱间试验段的流动，也可提高校正的压力条件。为此要求且游节流阀略小于下游节流阀。静态特性如图7所示。图8表示的是所采用的节流阀在脉动流量情况下每个部分的特性。

为了动态分析，图6所示的系统可在稳态流基础上承受脉动流，并把这个系统简化

为如图 9 的等效电气网络, 脉动器将振荡的流量输送至两个支路, 两个贮箱可等效为电学里的公共接地。

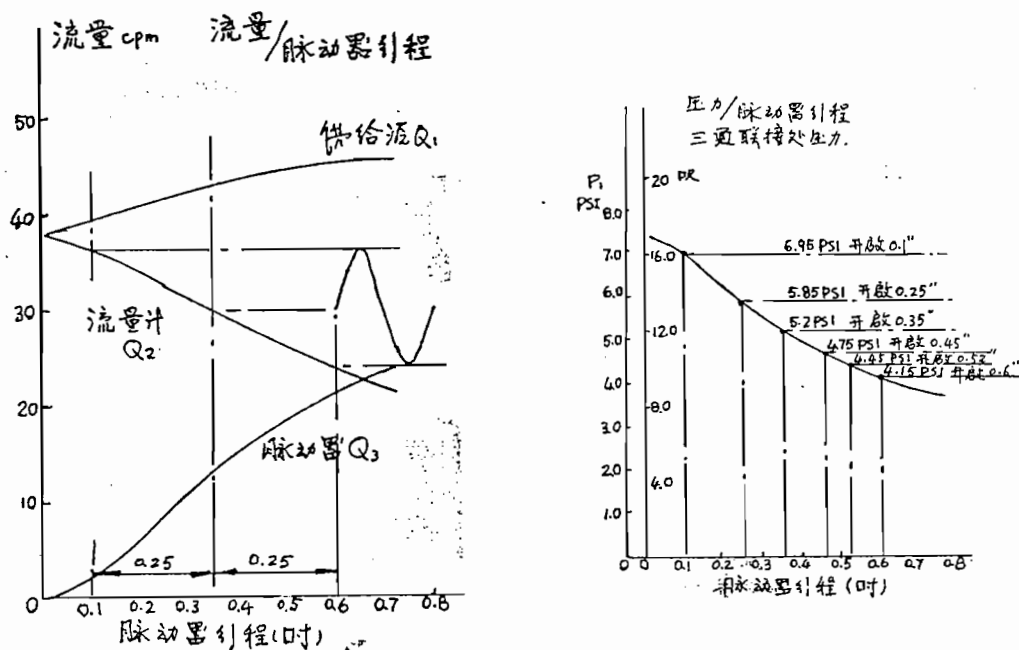


图 7 系统的静态特性

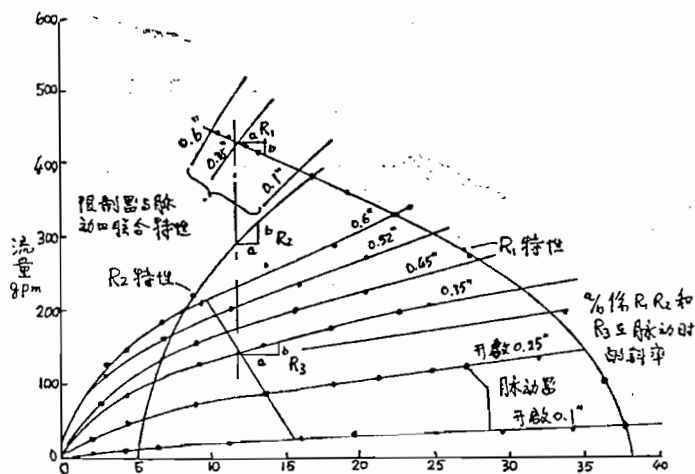


图 8 三通联接处 (P₁) 的压力头

脉动器产生一个交变的压力 $P_0 = \mu_b S$, 此处 μ_b 是脉动器系数, S 是它的行程, 三通联接处是脉动器的输出点, 该点的压力 P_1 是很容易测得的。由于脉动器的水力阻抗

产生一个压力损失，其值比 $\mu_h S$ 小得多。因此

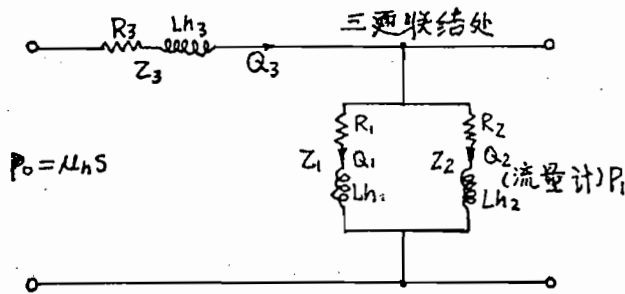


图 9

$$Z_1 = R_1 + j\omega L_1 = R_1 (1 + j\omega T_1)$$

$$Z_2 = R_2 + j\omega L_2 = R_2 (1 + j\omega T_2)$$

$$Z_3 = R_3 + j\omega L_3 = R_3 (1 + j\omega T_3)$$

$$Z_4 = Z_1 Z_2 / (Z_1 + Z_2)$$

所以 $(P_1/P_0) / (\omega j) = Z_4 / (Z_3 + Z_4)$

流量计的流量

$$Q_2(\omega j) = P_1/Z_2 = (P_0/Z_2) \cdot Z_4 / (Z_3 + Z_4)$$

此处

$$\begin{aligned} & \{ \mu_h S R_1 R_2' (1 + j\omega T_1)(1 + j\omega T_2) \} / \{ R_1(1 + j\omega T_1) + R_2(1 + j\omega T_2) \} / \\ & \{ R_2(1 + j\omega T_2) [R_3(1 + j\omega T_3) + R_1 R_2 (1 + j\omega T_1) \times \\ & \quad \times (1 + j\omega T_2)] / (R_1(1 + j\omega T_1) + R_2(1 + j\omega T_2)) \} \end{aligned}$$

同样，脉动器流量 $Q_3(\omega j) = P_0 / (Z_3 + Z_4)$ 。

理论的频率响应可由电磁流量计的特性算出，如果能够提供令人满意的时间常数的估算值，那么，超声波流量计的频响也可与之比较而取得。

六、试验结果

超声波流量计的探头和电磁流量计彼此靠近安装在试验管路中，上游节流阀与脉动器三通联结处之间应有一个相当大的距离，如图 6 所示，这两种流量计承受同样的紊流条件，在试验现场中可观察到压缩效应不影响频率，因此这两种流量计的性能可以进行比较。结合电子设备的输出与监测脉动器行程的电信号一起显示在笔描

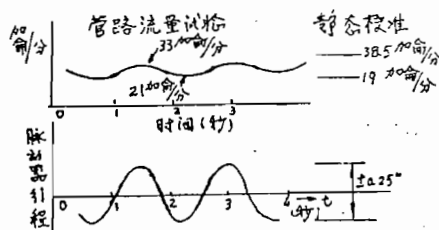


图10a 波形图

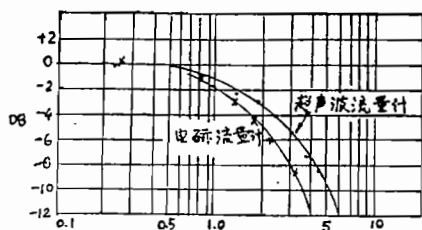


图10b 脉动流量的频率响应

如网络分析假定的那样，因为在试验管路中液体的惯性或液压感应将产生流量脉动的衰减，它与导线的感应系数相比大好几倍。频率响应的正确预示尚有困难，因为不容易得到可靠的液压感应系数的数值，然而初步结果表明：测量衰减量级是正确的。

七、结 论

结果表明电磁式和超声波系统均可用来测量非稳态流量。二者均不是专为此目的设计的，超声波流量计甚至在静态情况下也是不理想的，然而配上载波器和高一个量级的差频就可以实用。曲线表明：超声波流量计的响应性较好，这两种流量计均可适用于非稳态情况。

配以低压液压系统泄放型的脉动器可提供确切的脉动流量，静态特性可用一个高置信度摩擦型的标准管路和标准孔的附加节流阀（BSS1042）来预示。可靠的等效液压阻抗和感应尚需进一步研究，但电气网络模拟装置为动态分析提供了前提。仪器的动态性能的进展有可能建立这样一个系统，为了更精确些，还需要有个脉动流量的绝对标准。例如，确定的位移系统。

参 考 文 献

- 1 McCloy, D 'Effects of fluid inertia and Compressibility on the Performance of valves and flowmeters Operating Under Unsteady conditions', Proc Inst Mech Engrs. 8, 1, 1966.
- 2 Knapp, C. 'Ultrasonic flow measurements in open Channels', Institut fur Hydraulische Maschinen und Anlagen, Zurich, 1958.
- 3 HAughen, M.G et al. 'An Ultrasonic Flowmeter', IRE Trans on Medical Electronics. 4, 6, 1959.

记录仪上。

脉动器定位移为 $\pm 0.25''$ ，其行程是正弦的，通常的工作位移为 $0.35''$ ，行程频率是可变的，流量计的探测头感受流量的扰动，同时可监视脉动器行程（波形图如图10a），可绘制出对数响应曲线（图10b），它们表示了脉动流量的大小随频率变化的情况。

- 4 FISCHBACHER, R.E. 'The Ultrasonic Plowmeter' Traus SIT
June 1959.
- 5 FISCHBACHER, R.E BERTOYER, P.C., et al. 'An Ultrasonic flowmeter
for liquids', SIRA Report No.A12, 1959.

译自 The Symposium
THE MEASUREMENT of PULSATING FLOW.

田庆培 译
黄怀德 校

大力神 II POGO稳定性分析方法

引言

按四种不同结构（无稳定装置，在氧化剂管路中有稳定装置，在燃料管路中有稳定装置，在氧化剂和燃料管路中都有稳定装置）对系统进行分析，每一种结构又都按开环和闭环条件进行了计算。

为了描述这四种不同的条件，需要20到28个方程，在后面几节作了详细描述。

一、方程推导

1.1 导弹结构方程

相对于飞行器质量重心位移的广义坐标，利用正交振型和频率写出结构方程，可给出一般方程如下：

$$\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n = \frac{1}{M_n} \left[2T \phi_{n/SP} - m_p (\ddot{x}_{tp2} - \ddot{x}_p) \phi_{n/tp2} - 2P_{so} A_{so} \phi_{n/tp2} \right] \quad (1)$$

其中 ζ_n = 第n阶振型的阻尼比

M_n = 第n阶振型的广义质量

$\phi_{n/SP}$ = 第n阶振型在常平架处的模态值

$\phi_{n/tp2}$ = 第n阶振型在泵组件处的模态值

T = 发动机推力

ω_n , ϕ_n = 第n阶振型的频率与模态值

q_n = 表示导弹中心处位移的广义坐标。方程（1）右边的n项给出了作用在第n阶振型上的广义力。这些力是：（a）作用在常平架上的推力，（b）氧化剂泵摇动力，（c）在氧化剂抽吸管处由流体产生的力。

1.2 泵的摇动方程

飞行试验数据表明，泵有摇动。实际的泵固定在结构上，推进剂动量和压力的突然变化将引起这种摇动。泵组件和推进剂管路的草图显示在图1上，每个组件都包括氧化剂和燃料泵。

假定泵壳对于所显示的泵组件的中心线是对称的, 此外还假定氧化剂和燃料进口有着对称的运动。把关于点0的力矩加起来则有

$$I_p \ddot{\theta} + C \dot{\theta} + K_t \theta + m_p d_p \ddot{x}_{tpa} + F d_p = 0 \quad (2)$$

其中 m_p = 泵质量加上截留的燃料

I_p = 泵组件关于枢轴的惯性矩

F = 通过泵质心而作用在泵上的流体力

K_t = 扭角弹簧率

C = 扭轴阻尼率

对小的角位移, 作下面的替换

$$\theta = \frac{x_p - x_{tpa}}{d_p}$$

给出

$$\ddot{x}_p + 2\zeta_p \omega_p \dot{x}_p + \omega_p^2 x_p = (1 - \phi_p) \ddot{x}_{tpa} + 2\zeta_p \omega_p \dot{x}_{tpa} + \omega_p^2 x_{tpa} - \frac{F d_p^2}{I_p} \quad (3)$$

其中

$$\phi_p = \frac{m_p d_p^2}{I_p} \quad (4)$$

上面方程中的力是由压力和动量的变化引起的。 $F = P_{s.o} A_{s.o} + Q_p \rho_p v_p$

其中

$P_{s.o}$ = 抽吸管压力 (#/呎²)

$A_{s.o}$ = 抽吸管面积 (呎²)

Q_p = 流量 (呎³/秒)

ρ_p = 质量密度 (#秒²/呎²)

v_p = 通过泵的速度 (呎/秒)

因为 $v = \frac{\dot{W}}{\gamma A}$ 及 $Q \rho = \frac{\dot{W}}{g}$ 那末总的流体力 F 为

$$F = P_{s.o} A_{s.o} + \frac{\dot{W}_{s.o}^2}{\gamma_o A_{s.o} g} \quad (5)$$

根据下面的假定进行线性化

$$\dot{W}_{s.o} = \bar{\dot{W}}_{s.o} + \Delta \dot{W}_{s.o}$$

$$F = A_{s.o} (\bar{P}_{s.o} + \Delta P_{s.o}) + \frac{(\bar{\dot{W}}_{s.o} + \Delta \dot{W}_{s.o})^2}{g \gamma A_{s.o}}$$

$$F = \bar{P}_{s.o} A_{s.o} + \Delta P_{s.o} A_{s.o} + \frac{\bar{\dot{W}}_{s.o}^2}{g \gamma A_{s.o}} + \frac{2 \bar{\dot{W}}_{s.o} \Delta \dot{W}_{s.o} + \Delta \dot{W}_{s.o}^2}{g \gamma A_{s.o}}$$

去掉上面的稳态项, 给出

$$F = \Delta P_{s.o} A_{s.o} + \frac{2 \bar{\dot{W}}_{s.o} \Delta \dot{W}_{s.o}}{g \gamma A_{s.o}} \quad \text{或写成}$$

$$F = P_{s.o} A_{s.o} + \frac{2 \bar{\dot{W}}_{s.o} \dot{W}_{s.o}}{g \gamma A_{s.o}} \quad (6)$$

由于氧化剂抽吸管压力变化比燃料抽吸管压力变化至少大十倍, 所以在分析中只考虑氧化剂。

1.3 液压方程

图 3 是推进剂系统和液压输送管路的草图, 因为 I 级发动机是对称的, 所以只对一个组件推导了方程, 以推力进行加倍求得作用在导弹上总的推力, 所有的位移都参考导弹的质心, 像以前一样, 对方程进行线性化, 并去掉了稳态项。

1.4 箱底压力

假定推进剂箱体质量是刚硬的, 并支持在隔框弹簧上, 那末箱底压力是

$$(P_t - P_g) A_b = \frac{A_b h \gamma}{g} \ddot{x}_t \quad (7)$$

其中 γ = 推进剂的重量密度
 h = 箱中推进剂的高度
 A_b = 箱底面积
 P_g = 箱中液面上的气垫压力
 P_t = 箱底压力
 g = 重力加速度

由实际的飞行数据可以假定箱中液面上的气垫压力为常值, 消去稳态项, 给出

$$P_t = \frac{h \gamma}{g} \ddot{x}_t \quad (8)$$

其中 $\ddot{x}_t$ 由下式决定

$$\ddot{x}_t = \phi_{1/t} \ddot{q}_1 + \phi_{2/t} \ddot{q}_2 \quad (9)$$

1.5 抽吸管动力学

假定流体质量和管路阻力都是集中参数, 那末抽吸管方程为

$$(P_t - P_s)A_s = \frac{\gamma l_s A_s}{g} \frac{dv}{dt} + R_s' v^2 \quad (10)$$

其中 A_s = 抽吸管面积
 l_s = 抽吸管长度
 v = 流体的面平均速度
 R_s' = 抽吸管阻力系数

因为这些方程需要按重量, 流量写出来, 所以, 作下面的替换

$$\dot{W}_t = \gamma A_s v$$

$$(P_t - P_s)A_s = \frac{\gamma l_s A_s}{g} \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{W}_t}{\gamma A_s} \right) + \left(\frac{R_s'}{\gamma^2 A_s^2} \right) \dot{W}_t^2 \quad (11)$$

$$\text{或} \quad P_t - P_s = L_s \ddot{W}_t + R_s^* \dot{W}_t^2 \quad (12)$$

$$\text{其中} \quad L_s = \frac{l_s}{A_s g} = \text{抽吸管惯性}$$

$$R_s^* = \frac{R_s'}{\gamma^2 A_s^3} = \text{抽吸管阻力}$$

管路阻力可从发动机稳态试验中确定并定义为

$$R_s^* = \frac{\overline{P_t} - \overline{P_s}}{\frac{\overline{\dot{W}_t}^2}{2}} \quad (13)$$

用扰动法消去稳态值, 给出

$$P_t - P_s = L_s \ddot{W}_t + R_s \dot{W}_t \quad (14)$$

$$\text{其中} \quad R_s = 2R_s^* \overline{\dot{W}_t}$$

1.6 汽 蚀

大力神 II (Titan II) 地面试验流动显像电影表明, 由于汽蚀, 在接近泵或在泵入口上面存在一个气泡区域。实际的飞行数据表明氧化剂抽吸管压力具有非线性波形。这种气泡显示在图 7 上。

由分析证明, 一个气泡的容积变化也能产生这种压力波, 有了上面的数据再假定, 在泵入口处的气化遵从多方气体律。

$$P_0 V_0^n = \text{常数} \quad (15)$$

其中 V_0 = 气泡容积

考虑扰动值

$$(\overline{P}_{s,0} + P_{s,0})(\overline{V}_0 + V_0)^n = \overline{P}_{s,0} \overline{V}_0^n \quad (16)$$

$$\text{或 } \overline{P}_{s,0} + P_{s,0} = \frac{\overline{P}_{s,0} \overline{V}_0^n}{\overline{V}_0^n (1 - \frac{V}{\overline{V}_0})^n}$$

用二项式定理展开 $(1 - \frac{V}{\overline{V}_0})^{-n}$ 给出

$$\overline{P}_{s,0} + P_{s,0} = \overline{P}_{s,0} (1 + n \frac{V}{\overline{V}_0}) \quad \text{那末 } P_{s,0} \text{ 的线性表示式为}$$

$$P_{s,0} = - \frac{n \overline{P}_{s,0}}{\overline{V}_0} V_0 = - K_h V_0 \quad (17)$$

其中

$$K_h = - \frac{n \overline{P}_{s,0}}{\overline{V}_0} \quad (18)$$

1.7 可压缩性和弹性效应

在假定集中(分块)质量和刚性管壁条件下,写出了前面的液压方程,为了考虑流体的可压缩性及管子的弹性,必须考虑增加一个用独立坐标 q_0 表征的自由度。

通过研究管子振型可以更全面地了解压缩效应,图4显示了一根在 $t=0$ 时充满流体的管子,图5显示流体柱离开平衡位置的位移,符号 ξ , p , 和 ρ 是由于在时间 t 沿 x 轴的纵向振动而离开平衡位置的位移,压力和密度,其中 x 为未扰动位置,很明显, ξ , p 和 ρ 是 x 和 t 的函数, p 和 ρ 的稳态平衡值是 p_0 和 ρ_0 。

$$\text{膨胀} \quad \Delta = \frac{v - v_0}{v_0} \quad (19)$$

$$v = v_0 (1 + \Delta)$$

$$\text{凝缩} \quad s = \frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \quad (20)$$

$$\rho = \rho_0 (1 + s)$$

$$\text{因为} \quad v = \frac{1}{\rho}$$

$$v \rho = v_0 \rho_0 (1 + \Delta)(1 + s) = 1$$

$$(1 + \Delta)(1 + s) = 1 + \Delta + s + s \Delta = 1 \quad (21)$$

在时间 t , 在管子的端头流体厚度(Thickness)是

$$\Delta x + \Delta \xi = \Delta x \left(1 + \frac{\Delta \xi}{\Delta x}\right)$$

$$\frac{\Delta \xi A}{\Delta x A} = \frac{v - v_0}{v_0} = \frac{\Delta v}{v_0} = \Delta = \frac{d\xi}{dx}$$

对于小振荡由 (21) 得

$$s = -\Delta = -\frac{d\xi}{dx} \quad (22)$$

在下面的方程中, 假定压力随密度变化是按下面的规律

$$p = K \left(\frac{\rho - \rho_0}{\rho_0} \right) \quad (23)$$

$$p = K s$$

其中 K = 体积弹性系数

$$p = p_0 + K s \quad \text{或} \quad p - p_0 = -K \Delta$$

$$K = -\frac{p - p_0}{\Delta} = -\frac{\Delta p}{\frac{\Delta v}{v}}$$

$$K = -\frac{dp}{\frac{d\left(\frac{1}{\rho}\right)}{\frac{1}{\rho}}} = -\frac{dp}{-\rho \frac{d\rho}{\rho^2}} = \rho \frac{dp}{d\rho}$$

$$K = \rho_0 c^2 \quad (24)$$

假定取单位面积, 运动方程是 $F = pA = pl = ma$

$$-\left[(p_0 + \Delta p) - p_0\right] = (\rho_0 \Delta x) \frac{d^2}{dt^2}(x + \xi)$$

或其中 $x = \text{常数}$

$$-\frac{dp}{dx} = \rho_0 \ddot{\xi} \quad (25)$$

$$\frac{dp}{dx} = \frac{d}{dx}(K s) = \frac{d}{dx}(-K \Delta) = \frac{d}{dx} \left[-K \frac{d\xi}{dx} \right]$$

$$\frac{dp}{dx} = -K \frac{d^2 \xi}{dx^2} \quad (26)$$

$$\therefore -(-K \frac{d^2 \xi}{dx^2}) = \rho_0 \ddot{\xi}$$

$$c^2 \frac{d^2 \xi}{dx^2} = \ddot{\xi} \quad (27)$$

其中 $c^2 = \frac{K}{\rho_0}$

假定 $\xi(x, t)$ 以 $\cos(nt + \theta)$ 变化或

$$\xi(x, t) = \xi(x) \cos(nt + \theta)$$

代入 (27) 给出

$$c^2 \frac{d^2 \xi(x)}{dx^2} \cos(nt + \theta) = -n^2 \xi(x) \cos(nt + \theta)$$

$$\frac{d^2 \xi(x)}{dx^2} = -\frac{n^2}{c^2} \xi(x)$$

$\therefore \xi(x) = A \cos \frac{nx}{c} + B \sin \frac{nx}{c}$ 因此有

$$\xi(x, t) = (A \cos \frac{nx}{c} + B \sin \frac{nx}{c}) \cos(nt + \theta) \quad (28)$$

行波波长为

$$\lambda = C \left(\frac{ft}{\text{sec}} \right) T \left(\frac{\text{cyc}}{\text{sec}} \right) = \frac{2\pi c}{n} \left(\frac{ft}{\text{cyc}} \right)$$

其中 $T = \frac{1}{f \left(\frac{\text{cyc}}{\text{sec}} \right)} = \frac{1}{\omega \left(\frac{\text{rad}}{\text{sec}} \times \frac{\text{cyc}}{2\pi \text{ rad}} \right)} = \frac{2\pi}{n} \left(\frac{\text{sec}}{\text{cyc}} \right)$

一个例子显示在图 6 上。

对于在两端开口的管子，其边界条件是在 $x = 0$

$$S \Big|_{x=0} = - \frac{d\xi}{dx} \Big|_{x=0} = 0 \quad (29)$$

在 $x = 1$

$$S \Big|_{x=1} = - \frac{d\xi}{dx} \Big|_{x=1} = 0 \quad (30)$$

为了满足在 (29) 式中给出的条件

$$\frac{d\xi}{dx} = \frac{Bn}{c} \cos(nt + \theta) = 0$$

$\therefore B = 0$ ，为了满足 (30) 中给定的条件

$$\frac{d\xi}{dx} = -\frac{An}{c} \sin \frac{nl}{c} \cos(nt + \theta) = 0$$

$$\therefore \sin \frac{nl}{c} = 0 \quad \text{或} \quad \frac{nl}{c} = m\pi, \quad n = \frac{m\pi c}{l}$$

$$\xi(x, t) = A_m \cos \frac{m\pi x}{l} \cos\left(\frac{m\pi c}{l}t + \theta\right) \quad (31)$$

上面管子振型的研究结果能直接应用到绝对刚性管子的流体振动，然而实际上管壁的弹性有着明显的影响。

对应流体变形 $\frac{d\xi}{dx}$ ，势能减小，并波速降低，由于固体的弹性波速度远大于流体的，所以管壁本身的应力调整得很快以致可以合理的假定管壁的变形对应着流体的瞬时压力分布。

如果 c_0 是流体的理论声速， c 为实际声速那末在薄壁管子情况下 H·Lamb 发现

$$c^2 = \frac{c_0^2}{1 + \frac{2Ka}{Eh}} \quad (32)$$

其中

a = 管子内半径

h = 管子壁厚

K = 流体体积弹性常数

E = 杨氏模量

把氧化剂抽吸管认为是一个两头开口的“管子”，如 (31) 式的解为

$$\xi(x, t) = A_m \cos \frac{m\pi x}{l} \cos\left(\frac{m\pi c}{l}t + \theta\right)$$

管路的第一阶振型为

$$\begin{aligned} x=0 & \quad \phi_{0/s_0} = 1 \\ x=l & \quad \phi_{l/t_0} = -1 \end{aligned}$$

其中

$$\omega_0 = \frac{\pi c}{l}$$

那末广义质量等于

$$M_0 = \int_0^l \phi_i \phi_i dm = \int_0^l \left(\cos \frac{\pi}{l}x\right)^2 dx = \frac{ml}{2}$$

对应的独立坐标 q_0 由下式确定

$$\ddot{q}_0 + 2\xi_0 \omega_0 \dot{q}_0 + \omega_0^2 q_0 = \frac{A_{s_0}}{M_0} [P_{t_0} \phi_{0/t_0} - P_{s_0} \phi_{0/s_0}] \quad (33)$$

代入振型为

$$\ddot{q}_0 + 2\xi_0\omega_0\dot{q}_0 + \omega_0^2q_0 = -\frac{A_{s0}}{M_0}[P_{t0} + P_{s0}] \quad (34)$$

其中 $\omega_0 = \frac{\pi c}{l}$

$$c = \frac{c_0}{\sqrt{1 + \frac{2Ka}{Eh}}}$$

1.8 泵的连续性方程

通过写出流经泵的流体连续性方程,就可对结构运动与推进剂运动耦合,流体的气蚀和可压缩性概念一起进行了分析。

图7显示了关于导弹重心的流量 $\dot{W}_t$,按垂直于纵轴输出,因此在纵轴方向上没有分量,泵入口的连续性方程为

$$\dot{W}_d = \dot{W}_t + \gamma A_s \dot{x}_p + \gamma \dot{V} \quad (35)$$

其中 A_s = 泵入口面积。

把氧化剂的流体柔性项加到上面方程的右面,给出

$$\dot{W}_{d0} = \dot{W}_{t0} + \gamma_0 A_{s0} \dot{x}_p + \gamma_0 \dot{V}_0 + \gamma_0 A_{s0} \phi_0 / s_0 \dot{q}_0 \quad (36)$$

由于认为燃料的流体柔性和气泡是不重要的,所以连续性方程为

$$\dot{W}_{df} = \dot{W}_{tf} + \gamma_f A_{sf} \dot{x}_p \quad (37)$$

1.9 泵特性

假定泵特性可归并为三个重要方面—抽吸管压力,泵流量和泵速度,那末通过泵的压头方程为

$$P_d - P_s = \frac{\partial H}{\partial P_s} \Delta P_s + \frac{\partial H}{\partial \dot{W}_d} \Delta \dot{W}_d + \frac{\partial H}{\partial N} \Delta N \quad (38)$$

其中 $P_d - P_s$ = 压头增量 = ΔH

N = 泵转速

P_s = 泵入口压力

$\dot{W}_d$ = 泵流量

由于泵速变化是小的,所以有

$$P_d = (m+1)P_s + Q\dot{W}_d \quad (39)$$

其中 $m = \frac{\partial H}{\partial P_s} = \text{泵增益}$

$$Q = \frac{\partial H}{\partial \dot{W}_d} = \text{泵阻力 (系数)}$$

下标 Δ 已经去掉

由于泵的动特性是不能取消的, m , R_e 和 n 值必需通过取泵稳态性能曲线的斜率来得到, 这些斜率必须局部处理为线性的, 典型曲线显示在图 8 图 9 上。

1.10 输出管路

输出管路方程可类似于抽吸管方程写出来, 消去稳态项为

$$P_d - P_c = L_d \ddot{W}_d + (2R_d * \dot{W}_d) \dot{W}_d + \dot{W}_d^2 \quad (40)$$

其中 $R_d = \frac{\overline{P_d - P_c}}{\dot{W}_d^2}$ 忽略二阶项有

$$P_d - P_c = L_d \ddot{W}_d + R_d \dot{W}_d \quad (41)$$

其中 $R_d = 2R_d * \dot{W}_d$

由于燃料输出管路是由一些不同横截面积的管段组成, 所以惯性 L_{df} 计算如下

$$L_{df} = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^N \frac{l_{dfi}}{A_{dfi}}$$

其中 l_{dfi} = 管长增量
 A_{dfi} = 对应管长的面积
 N = 等面积段数

1.11 推力方程

把在推力室上所有力加起来, 可以得到推力方程

$$F = \int_s P d\bar{s} = \int_{s_i} P_i d\bar{s}_i + \int_{s_0} P_0 d\bar{s}_0 \quad (43)$$

把作用在推力室气体上的力加起来有

$$\begin{aligned} \int_{s_i} (-P_i) ds_i + A_c P_c &= \dot{m} v_{xc} \\ \int_{s_i} P_i ds_i &= A_c P_c - \dot{m} v_{xc} \end{aligned} \quad (44)$$

其中 P_i = 作用在推力室壁上的压力
 $-P_i$ = 在推力室内气体上作用的压力
 A_e = 出口面积
 P_e = 在 A_e 处气体的静压或自由流压力 $P_e \approx P_0$, P_e 连同 P_0 给出推力的压力分量
 v_{xc} = 相对于火箭的排出速度的平均轴向分量。

把作用在推力室外部的力加起来给出

$$P_0 A_e + \int_{s_0} P_0 d\bar{s}_0 = 0$$

或 $\int P_0 d\bar{s}_0 = -P_0 A_e$ (45)

将 (44) (45) 代入 (43) 给出

$$F = -\dot{m} v_{xc} + A_e (P_e - P_0) \quad (46)$$

其中 v_{xc} = 负数; 因为与假定正方向相反。作用在推力室上的力是由于压力 $A_e (P_e - P_0)$ 和动量 $\dot{m} v_{xc}$ 引起的

其中 $P_e = P_0$ 时 喷管为“正确”膨胀
 $P_e < P_0$ 时 气体为“过膨胀”
 $P_e > P_0$ 时 气体为“欠膨胀”

由于压力和动量力处于互相补偿, 所以纯推力 F 对压力比 P_0/P_e 的变化是相当不敏感的。

由于 $\dot{m}$ 和 v_{xc} 不能直接测量, 它们通常是按已知的压力和气体特性计算出来的, 假定管中的流体是一维的, 层流的, 绝热的并遵从完全气体律, 那末出口速度方程为

$$v_{xc} = \sqrt{\frac{2gk}{k-1} RT \left[1 - \left(\frac{P_e}{P_i} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right]} \quad (47)$$

每单位面积的最大气流发生在喉部, 并存在对应这个最大流动的唯一的压力 P_t 。在等熵喷管内的最大流量时的喉部压力 P_t 为

$$P_t = P_i \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (48)$$

在临界压力处, 从等熵关系可以得到体积比和温度比

$$V_t = \bar{V}_i \left(\frac{k+1}{2} \right)^{\frac{1}{k-1}} \quad (49)$$

$$T_t = T_i \left(\frac{2}{k+1} \right) \quad (50)$$

把 (49) (50) 代入 (47) 可以得到临界速度或喉部速度

$$v_t = \sqrt{\frac{2gk}{k+1}RT_t}$$

$$v_t = \sqrt{gkRT_t} \quad (51)$$

重写 (46) 式

$$F = \frac{A_t v_t v_{x_c}}{g \bar{V}_t} + (P_c - P_0) A_c \quad (52)$$

替换 (47)、(49) 和 (51) 给出

$$F = A_t P_i \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[1 - \left(\frac{P_c}{P_i}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} + (P_c - P_0) A_c \quad (53)$$

这个方程表明推力正比于喉部面积 A_t 和喉部进口压力 P_i ，并是通过喷管的压力比 P_c/P_i 的函数，也是比热比 k 及压力推力方程的函数，如果推力系数 C_F 定义为

$$C_F = \sqrt{\frac{2k^2}{k-1} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{k-1}} \left[1 - \left(\frac{P_c}{P_i}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} + \left(\frac{P_c - P_0}{P_i}\right) \frac{A_c}{A_t} \quad (54)$$

理想推力方程简化为

$$F = C_F A_t P_i = C_F A_t P_c \quad (55)$$

其中 $P_i = P_c =$ 燃烧室压力

为了根据流量 $\dot{W}$ 确定 P_c ，排出速度写为

$$C = C^* C_F \quad (56)$$

其中 $C^* =$ 特征排出速度

$C_F =$ 推力系数 (无量纲)

$C =$ 有效排出速度

由在火箭喷管内气体膨胀引起的推力幅值与作用在推力室面积上燃烧室压力而产生的推力比较时，就可确定推力系数，它取决于面积比、压力比、气体常数及喷口周围环境压力。

特征排出速度 C^* 取决于燃烧室内燃烧的推进剂和混合比等等。对于给定的燃料和混合比，它是一个常值。特征排出速度量纲为呎/秒，典型曲线显示在图12上。有效排出速度就是实际的排出速度，它由下式确定。

$$C = v_{x_c} + \frac{(P_c - P_0) A_c g}{\dot{W}} \quad (57)$$

由于 $T = \dot{m} C = \frac{\dot{W}}{g} C, \quad (58)$

结合 (55)、(56)、(57) 和 (58) 有

$$C_F A_t P_c = \frac{\dot{W}}{g} C_F C^*$$

或简化为

$$P_c = \frac{C^*}{A_t g} \dot{W} \quad (59)$$

其中

$\dot{W} = \dot{W}_{tc} = \dot{W}_{do} + \dot{W}_{df}$ = 进入推力室的流量

$\dot{W}_{do}$ = 氧化剂排出流量

$\dot{W}_{df}$ = 燃料排出流量

C^* = 推力室的特征速度

A_t = 推力室喷管喉部面积。

由于进入推力室的压力与推力输出之间总有一个时滞, 所以 (59) 可重写为

$$\tau_c \dot{P}_c + P_c = \frac{C^*}{A_t g} \dot{W}_{tc} \quad (60)$$

其中 τ_c = 燃烧室时间常数

1.12 液压蓄压器方程

图13和图14显示了用在大力神 II 导弹上的两种不同形式的稳定装置。图13显示的是竖管, 图14显示的是蓄压器, 加入这两种稳定装置, 不论那一种都需要对以前所描述的抽吸管方程作一些附加项和适当修改。

1.13 氧化剂抽吸管

考虑图13上的竖管稳定装置, 在此忽略竖管内部及其下部的柔性, 那末在管入口上部的流体的运动方程就类似于方程 (14) 与 (34)。取相对于导弹质心的运动, 并且流体的刚性运动的阻尼除了通过竖管入口处也忽略掉。

$$P_{to} - P_1 = L_1 \ddot{W}_1 + 2R_{so} \dot{W}_1 \quad (61)$$

$$\ddot{q}_0 + 2\zeta_0 \omega_0 \dot{q}_0 + \omega_0^2 q_0 = \frac{1}{M_0} [P_{to} \phi_{0/ro} - P_1 \phi_{0/so}] A_{so} \quad (62)$$

在管入口的下部, 流体认为是刚性的。

$$P_1 - P_{so} = L_3 \ddot{W}_3 \quad (63)$$

在泵入口处的连续性方程不再包含流体柔性, 方程 (36) 有

$$\dot{W}_{do} = \dot{W}_3 + \gamma_0 A_{so} \dot{x}_p + \gamma_0 \dot{V}_0 \quad (64)$$

在竖管入口处的连续方程包含液柱的柔性

$$\dot{W}_3 = \dot{W}_1 + \gamma_0 A_{s0} \dot{q}_0 + \dot{W}_2 \quad (65)$$

在竖管内为了包含加速度对流量影响, 分别按竖管的水平与垂直来考虑它们的方程。

考虑水平部分入口作为一个圆孔, 由于出现非稳态流动, 压降正比于 $(\dot{W}_2)^2 \text{sgn} \dot{W}_2$, 包含管子水平部分的管路惯性的影响的运动方程是

$$P_2 - P_1 = L_2 \ddot{W}_2 + C_1 |\dot{W}_2| \dot{W}_2 \quad (66)$$

其中 $C_1 |\dot{W}_2|$ 是损失系数, 对线性分析, 还可做进一步近似

$$P_2 - P_1 = L_2 \ddot{W}_2 + C_1' \dot{W}_2 \quad (67)$$

在垂直部分, 忽略掉惯性 L_4 随流体位移变化的影响

$$P_3 - P_2 = L_4 \ddot{W}_4 \quad (68)$$

由于考虑所有相对于导弹质量重心的运动, 推进剂管路和竖管运动由 $\dot{x}_{tPa}$ 确定。在竖管弯头处的连续方程是

$$\dot{W}_2 = \dot{W}_4 + \gamma_0 A_{s0} \dot{x}_{tPa} \quad (69)$$

其中 A_{s0} = 竖管面积

竖管内气体容积的变化必须等于通过入口的流量。

$$\gamma \dot{V}_a = \dot{W}_2 \quad (70)$$

竖管内的气体的振荡压力由多方气体关系 $P_a V_a^n = \text{常数}$ 来确定。

对扰动量写出这种关系, 给出类似于 (17) 的结果, 此时

$$P_a = -K_a \dot{V}_a \quad (71)$$

其中

$$K_a = \frac{n P_a}{\dot{V}_a}$$

1.14 燃料管路

考虑图14上的结构, 在此忽略了所有推进剂的柔性和阻力, 在蓄压器上面的流体的运动方程是

$$P_{tf} - P_{sf} = L_{sf} \ddot{W}_{tf} \quad (72)$$

由于蓄压器接近泵的入口, 现在通过泵的连续方程是

$$\dot{W}_{df} = \dot{W}_{sf} + \dot{W}_5 + \gamma_f A_{pf} \dot{x}_p \quad (73)$$

在活塞面上的压力, 正比于活塞位移和蓄压器弹簧常数 K 的乘积。

$$A_{af} P_5 = K \frac{W_5}{\gamma_f A_{af}} \quad (74)$$

或

$$P_5 = B W_5 \quad \text{其中} \quad B = \frac{K}{\gamma_f A_{af}^2}$$

考虑水平部分入口作为圆孔并使用线性化系数 C_{af} ，那末水平部分的运动方程是

$$P_s - P_{sf} = L_s \ddot{W}_s + C_{af} \dot{W}_s$$

$$\text{或} \quad -P_{sf} = L_s \ddot{W}_s + C_{af} \dot{W}_s + BW_s \quad (75)$$

显示内部关系的功能方块图给在图 1 上，表 I 综合了所用的线性方程，所有术语及其参数值列在表 II 和表 III 上。

二、稳定性分析方法

在前面一节推导了描述系统所用的方程，在附录 A，通常的伺服系统分为前向环路和反馈回路，闭环系统的稳定性取决于特征方程

$$1 + KGH = 0 \quad (76)$$

纵向不稳定问题是正反馈，与通常有点不同，这就改变了所写的特征方程

$$1 - KGH = 0 \quad (77)$$

这也改变了根轨迹图，因为稳定判据是

$$|KGH| = 1 \quad (78)$$

和

$$\arg KGH = 0 \quad (79)$$

当然这种差别会影响到根轨迹图，但是真正的问题在于确定开环传递函数。

可用“虚拟盒” (dummy box) 方法实现确定开环传递函数，显示推进剂系统和液压供给管路草图的图 1，也包含了虚拟盒 K_1 ，现将新变量 T' 引进到系统中，用来描述对虚拟盒输入的方程是

$$K_T P_c = T \quad P_c \rightarrow \boxed{K_T} \rightarrow T$$

$$K_1 T = T' \quad T \rightarrow \boxed{K_1} \rightarrow T'$$

现在反馈到结构上去的是 T' 而不是 T ，现在方程 (1)，(2) 有 T' 作为强迫函数的部分，而不是 T ，这在图 15 上可注意到。

当虚拟盒的增益是 1 时，系统是正常的，特征方程有闭环根值。

为了得到开回路极点，整个回路增益必须是零，由图 15，让矩阵中的 K_1 等于零即可得到。这就允许增益 K_T 仍是正常值。

为了得到开路零点，系统增益必定是无穷大，由于 $K_1 = T'/T$ 。让 T' 等于 1， T 等于零，增益 K_1 就等于无穷大，因为在使 K_1 等于无穷大时涉及明显的困难，这在数字计算机上实现有点麻烦。此处再说一下，让 K_T 等于它的正常值，并且让 K_1 等于 1。

前面二节明显的结果是

$$KGH = \frac{a_1 s^n + a_2 s^{n-1} + a_3 s^{n-2} + \dots + a_n}{b_1 s^{n+m} + b_2 s^{n+m-1} + \dots + b_{n+m}} \quad (80)$$

或者抽出因子后为

$$KGH = \frac{a_1(s^n + \frac{a_2}{a_1}s^{n-1} + \dots + \frac{a_n}{a_1})}{b_1(s^{n+m} + \frac{b_2}{b_1}s^{n+m-1} + \dots + \frac{b_{n+m}}{b_1})} \quad (81)$$

现在分子和分母都是可以分解因子的形式，分子的根就是零点，分母的根就是极点，开路增益为 $K = \frac{a_1}{b_1}$ ，这样开路传递函数就完全得到了描述，规则摘要如下：

零点/ K_T = 名义值/ $T = 0$ / $K_1 = 1$

极点/ K_T = 名义值/ $T = 1$ / $K_1 = 0$

增益 = $\frac{a_1}{b_1}$

这种型式的工作按照图15显示的矩阵那样是很容易实现的，图15就是对应无补偿的135秒的飞行时间的方程。

有了零点和极点的位置及稳定判据（78）、（79），那末很容易计算出根轨迹图。

让 s 等于 $j\omega$ ，可作出下面的图：（1）增益与频率；（2）相位与频率；（3）增益相位图；（4）奈魁斯特图。

现在用矩阵展开子程序，有两个用来处理频率响应数据的好程序。L/SSAP或线性系统稳定性分析程序可展开有着二次元素的 15×15 矩阵，用三种不同的方法取根，计算上述的频率响应数据。CRAM程序可展开有着三次元素的 30×30 矩阵，用两种不同的方法取根，也可以计算上述的频率响应数据。

为了对问题有一个清楚的了解，利用Recomp台式计算器作了一些根轨迹图，这个程序记在磁带上，可以确定任何开路增益的根值。

在下面的结果讨论中，只把根轨迹，奈魁斯特和相位增益图用来确定稳定性。

三、结 果

3.1 基本系统

在分析大力神 II 时，对四种不同结构作了研究，在所有分析中燃料泵的增益（ $m_i + 1$ ）为 2，在105、115、125和135秒的飞行时间上作了所有分析。

为了比较的目的，为了弄清稳定性分析，在一些时间上，还引入一些根轨迹图，在105秒飞行时间的图16上表明在第一阶模态频率上右平面上有一个根并且在第二模态频率时有一个极点。

在图17的奈魁斯特图上给出相同的指示，对 $(-1 + j0)$ 点的顺时针环绕表明第一阶振型的不稳定性，反时针环绕表示在第二个模态频率的极点。

相位增益图表明有相同的信息，对零dB， 180° 点的反时针环绕表明第一阶振型不稳定性。

顺时针环绕相同的点指出了右半平面的第二振型极点。

以后在115和125秒的两个飞行时间，基本上给出同样形式的信息，在第一阶模态频率处的根及在第二阶模态频率上的极点都在右半平面上。

所分析的最后飞行时间（135秒）给出一个稍有不同的图形，图23上的根轨迹图表明第二阶振型极点在左半平面，第一阶振型的根在右半平面。

图24上的奈魁斯特图，清楚地指出极点位置及第一阶振型增加了不稳定性。

图25也显示出第一阶振型增加的不稳定性并且在右半平面没有极点。

为了比较在不同的飞行时间和不同的稳定结构的稳定性，把相位增益图用作比较的基础，表Ⅳ就可用来比较导弹上竖管和蓄压器的影响。

表Ⅳ 基本模态第一阶振型的增益裕度

时 间 (秒)	增 益 裕 量
105	-3.2
115	-4.3
125	-5.6
135	-7.0

(负增益裕量表明一个不稳定系统)

增益裕度比较表明，在105秒时导弹系统有着3.2的增益裕度是不稳定的。这种不稳定性是随着飞行时间而增加的，实际的导弹是在100秒到105秒开始振荡，然后增大，衰减，大约在135秒消失，这种模型有能力预示振动的开始，但不能预示振动的衰减。

这种差异主要是由结构和推进剂系统的开环增益引起的。结构的第一阶振型增益，在发动机处每单位推力变化的加速度是随飞行时间增加的，然而推进剂系统增益，每单位加速度的推力，比结构增益更快的随飞行时间而减少，纯粹结果是开环增益随时间而增加，每单位燃烧室压力下第一阶振型响应的飞行数据在整个振荡期间仍接近不变，然而理论上还是预示结构响应随时间而增加，对这种情况还没有提供合理的解释。

3.2 燃料蓄压器评定

前节清楚指出，第一阶结构振型是不稳定的，在努力使系统稳定时感到在抽吸管处放一个衰减器会减少与第一阶振型的耦合。

有两种形式的装置可用来衰减这些振荡，即竖管和蓄压器，图13和图14显示了这些装置的草图，由于是短燃料抽吸管，只三英尺，又由于空间限制，所以在燃料一边用了

蓄压器。

在第一阶振型频率处，调节燃料蓄压器使之提供最大衰减，这样在这个频率处减少了系统的增益。

这里，首先讨论燃料蓄压器的评定，因为其结果很类似于基本系统，有一种倾向意见指出，在稳定系统中蓄压器没有什么价值。然而，像下面解释的那样，这并不真实。

氧化剂抽吸管是30英尺长，结果，模型和飞行数据都表明，氧化剂抽吸管压力的变化比燃料抽吸管压力变化大十倍，因此，把竖管加到系统的氧化剂一边，然而这并不足以稳定系统，像导弹N—11那样，在这种条件下，是不可能完成它的飞行任务的。然后为了表明数学模型的绝对稳定性，又在系统上加了蓄压器。

像以前所说，由于与基本系统的相类似，这种蓄压器的结果也在这里给出。

图26上奈魁斯特图及图27上的相位增益图（105秒飞行时间）再一次表明有一个根在第一阶模态频率处，有一个极点在第二阶模态频率处，115、125秒的飞行时间也再一次指出相同的结果。

135秒飞行时间的分析结果指出第二阶模态极点移动到左平面，第一阶模态根值仍在右平面。

为了在不同时间的系统与基本系统比较稳定性，准备了表V，这是再一次使用了相位增益稳定判别形式。

表V 基本模型与燃料蓄压器第一阶振型增益裕度

时 间 (秒)	基 本 模 型	蓄 压 器 ($m_f + 1 = 2$)
105	-3.2	-3.0
115	-4.3	-4.1
125	-5.6	-5.3
135	-7.0	-6.7

3.3 氧化剂竖管的评定

如前所述，氧化剂抽吸管振荡约比燃料大十倍，很明显，在氧化剂一边使用竖管要比在燃料一边使用蓄压器更有效一些。

联系到系统的根轨迹图非常类似于图42，此图表明第二阶振型极点和根都在右半平面。

105秒飞行时间的奈魁斯特图表明绕零点顺时针绕了一周，并使用了附录A中的规则。

根数等于极点数也表明第二阶振型的不稳定性。

相位增益图表明没有对零dB，180°点的环绕。因为在右半平面有两个极点，所以也有两个根。

这两种分析方法都一致认为飞行器在第二振型是不稳的。与此有关的唯一问题是飞行数据表明在第二振型是稳定的。

对此唯一的解释是数学模型有误差。

115和125秒飞行时间的奈魁斯特图和相位增益图实质上表明了相同的结果。

135秒飞行时间的奈魁斯特图和相位增益图表明在一阶和二阶振型系统都是稳定的。

下面的表对氧化剂管路入口处的竖管衰减器的结果与基本系统作了比较

表Ⅵ 基本模型与氧化剂管路竖管第一阶振型增益裕度

时 间 (秒)	基 本 模 型	氧化剂竖管管路($m_f + 1 = 2$)
105	- 3.2	+ 13.1
115	- 4.3	+ 11.1
125	- 5.6	+ 8.7
135	- 7.0	+ 4.4

上述数据已倾向表明,单独的竖管能使系统稳定,然而,由于燃料泵的 参 数 ($m_f + 1$),这种假定是不正确的。在研究完成以后知道, ($m_f + 1$) 值能达到10, 使用此10的值,能表明在125和135秒飞行时间的系统是不稳定的。

由于本研究具有学理性质,所有飞行结构都使用 ($m_f + 1$) 等于2的值,核 对 一 下 N - 11 飞行数据,这在S&ID研究完成之后可以得到的,很明显,在125和135秒,该飞行器的确是不稳定的,那末对于线性研究而言,取10的值给出了合理的结果。

3.4 氧化剂竖管和燃料蓄压器评价

因为已经知道实际的导弹是用竖管和蓄压器飞行的,这种情况也可进行评价,按奈魁斯特图和相位增益图形式的结果非常类似于只有竖管系统的结果,从图43到图50与图34到图41比较一下可知差不多是一样的。

图42和51的根轨迹图象奈魁斯特和相位增益图那样反映了相同的结果。

在燃料和氧化剂抽吸管系统中有着补偿器的系统的结果给在下表中。

表Ⅶ 基本系统与燃料和氧化剂补偿器第一阶振型增益裕度

时 间 (秒)	基 本 模 型	燃 料 和 氧 化 剂 补 偿 器
105	- 3.2	+ 15.6
115	- 4.3	+ 13.8
125	- 5.6	+ 11.3
135	- 7.0	+ 7.6

上面所有各值都是在 $z(m_f + 1)$ 等于2时得到的,使用一个10的值,线性模型仍

会显出稳定性。

四、结 论

最后必须说到,本研究的目的已经成功地完成了。此目的是要S & ID的人员都熟悉一些分析纵向不稳定性各种方法,由于本分析深入地研究了发生POGO问题的精确原因,所以此分析比Douglas的资料^[7]和Rocketdyne的资料^[8]要优越一些。资料〔7〕把导弹分为简单二质块模型,即助推器质量和有效载荷质量,这种形式的分析用在S—II飞行器上是简化的太大了。由资料〔8〕按6个传递函数形式给出全部的发动机传递函数,所以它给出了更有代表性的飞行器模型。使用这种模型唯一的困难就是个别发动机的特性都被“锁在”这个传递函数之中,这就使其分离出来变得非常费时间,并且是不实际的。然而这种形式的分析对S—II飞行器作粗略分析(first-cut)还是满意的。

由于STL模型把可能引起不稳定的个别发动机特性分离出来,所以它是目前所研究的最好的线性方法,这些个别参数在模拟和数字电子计算机上很容易进行变化。这种模型也对使用各种非线性参数提供了灵活性。

取出各种发动机参数的重要性已由S & ID的研究清楚地作了说明。S & ID使本研究只用了一点根本没有使用有效的飞行数据,结果使 $(m_t + 1)$ 取为2的值。使用这个值,只在氧化剂入口抽吸管处使用一个竖管,导弹系统就表明在第一阶振型就是很稳定的,然而当N—11导弹飞行时,仍在这个条件,甚至证明它更不稳定的,在仔细地研究之后,STL发现, $(m_t + 1)$ 的值是10,这种情况S & ID直到完成研究之后才发现,这种量值上的变化表明导弹是不稳定的,并导致在竖管基础上又加了一个蓄压器。

S & ID遇到的另一个问题是数学形式的第二阶振型不稳定性,然而,由于飞行数据的有效性,发现某些项被STL删去,这样在实际数据和数学模型之间就有一个较大差异,这样就导致在数学模型上没有第二阶振型的不稳定性。

本研究已为将来一道使用改进的模拟技术与改进的数学计算机程序提供了结果。

表 I、线性方程概述

导弹结构:

$$\ddot{q}_1 + 2\zeta_1\omega_1\dot{q}_1 + \omega_1^2 q_1 = \frac{\phi_1/\varepsilon_p}{M_1} T - 2A_{s_0} \frac{\phi_1/\varepsilon_{pa}}{M_1} P_{s_0} + \frac{m_p}{M_1} (\ddot{x}_p - \ddot{x}_{tpa}) \phi_1/\varepsilon_{pa} \quad (1)$$

$$\ddot{q}_2 + 2\zeta_2\omega_2\dot{q}_2 + \omega_2^2 q_2 = \frac{\phi_2/\varepsilon_p}{M_2} T - 2A_{s_0} \frac{\phi_2/\varepsilon_{pa}}{M_2} P_{s_0} + \frac{m_p}{M_2} (\ddot{x}_p - \ddot{x}_{tpa}) \phi_2/\varepsilon_{pa} \quad (2)$$

$$\ddot{x}_p + 2\zeta_p\omega_p\dot{x}_p + \omega_p^2 x_p = (1 - \phi_p)\ddot{x}_{tpa} + 2\zeta_p\omega_p\dot{x}_{tpa} + \omega_p^2 x_{tpa} - \frac{d_p^2 A_{s_0}}{I_p} P_{s_0} \quad (3)$$

$$x_{tpa} = q_1 \phi_1/\varepsilon_{pa} + q_2 \phi_2/\varepsilon_{pa} \quad (4)$$

$$\dot{x}_{10} = q_1 \dot{\phi}_1 / t_0 + q_2 \dot{\phi}_2 / t_0 \quad (5)$$

$$\dot{x}_{1f} = q_1 \dot{\phi}_1 / t_f + q_2 \dot{\phi}_2 / t_f \quad (6)$$

氧化剂抽吸管系统:

$$P_{10} = \frac{h_0 \gamma_0}{g} \ddot{x}_{10} \quad (7)$$

$$P_{10} - P_{s0} = L_{s0} \ddot{W}_{s0} + R_{s0} \dot{W}_{s0} \quad (8)$$

$$P_{s0} = -K_0 V_0 \quad (9)$$

$$\ddot{q}_0 + 2 \zeta_0 \omega_0 \dot{q}_0 + \omega_0^2 q_0 = -\frac{A_{s0}}{M_0} (P_{10} + P_{s0}) \quad (10)$$

$$\dot{W}_{d0} = \dot{W}_{s0} + \gamma_0 A_{s0} \dot{x}_p + \gamma_0 \dot{V}_0 + \gamma_0 A_{s0} \dot{q}_0 \quad (11)$$

氧化剂泵:

$$P_{d0} = (m_0 + 1) P_{s0} + Q_0 \dot{W}_{d0} \quad (12)$$

氧化剂输出方程:

$$P_{d0} - P_c = L_{d0} \ddot{W}_{d0} + R_{d0} \dot{W}_{d0} \quad (13)$$

燃料抽吸管系统:

$$P_{1f} = \frac{h_f \gamma_f}{g} \ddot{x}_{1f} \quad (14)$$

$$P_{1f} - P_{sf} = L_{sf} \ddot{W}_{sf} \quad (15)$$

$$\dot{W}_{df} = \dot{W}_{sf} + \gamma_f A_{sf} \dot{x}_p \quad (16)$$

燃料泵:

$$P_{df} = (m_f + 1) P_{sf} + Q_f \dot{W}_{df} \quad (17)$$

燃料输出系统:

$$P_{df} - P_c = L_{df} \ddot{W}_{df} + R_{df} \dot{W}_{df} \quad (18)$$

推力室:

$$\tau_c \dot{P}_c + P_c = \frac{C^*}{A_{tg}} (\dot{W}_{d0} + \dot{W}_{df}) \quad (19)$$

推力系数:

$$T = 2 A_t C_f P_c \quad (20)$$

带竖管的氧化剂抽吸管系统:

(用 8a、10a、11a 代替 8、10、11)

$$P_{10} - P_1 = L_1 \ddot{W}_1 + R_{s0} \dot{W}_1 \quad (8a)$$

$$\ddot{q}_0 + 2 \zeta_0 \omega_0 \dot{q}_0 + \omega_0^2 q_0 = -\frac{A_{s0}}{M_0} (P_{10} + P_1) \quad (10a)$$

$$\dot{W}_{d0} = \dot{W}_1 + \gamma_0 A_{s0} \dot{x}_p + \gamma_0 \dot{V}_0 \quad (11a)$$

$$P_2 - P_1 = L_2 \ddot{W}_2 + C_{s0} \dot{W}_2 \quad (21)$$

$$P_a - P_2 = L_4 \ddot{W}_4 \quad (22)$$

$$P_1 - P_{s0} = L_3 \ddot{W}_3 \quad (23)$$

带蓄压器的燃料系统: (用16a 代替16)

$$\dot{W}_{df} = \dot{W}_{sf} + \gamma_f A_{sf} \dot{x}_p + \dot{W}_s \quad (16a)$$

$$-P_{sf} = L_s \ddot{W}_s + C_{sf} \dot{W}_s + BW_s \quad (28)$$

表 I 变量符号

P	压力 (磅/呎 ²)
W	推进剂流量 (磅/秒)
V	汽化体积 (呎 ³)
T	两个推力室的推力 (磅)
q	广义坐标 (呎)
x	位移 (呎)

液压方程中的下标符号

a	蓄压器
c	推力室
d	泵的输出一侧
f	燃料
o	氧化剂
p	泵
s	泵的抽吸管一侧
t	箱底

1、2、3、4、5 抽吸管和蓄压器的部位

结构方程中的下标

1	第一阶振型	
2	第二阶振型	
gp	常平坐点	
tpa	泵组件	
to	氧化剂箱	
tf	燃料箱	
p	泵	
L _{df}	燃料输出管路惯性 (秒 ² /呎 ²)	5.72
L _{do}	氧化剂输出管路惯性 (秒 ² /呎 ²)	0.81
L _{sf}	燃料抽吸管惯性 (秒 ² /呎 ²)	0.553
L _{so}	氧化剂抽吸管惯性 (秒 ² /呎 ²)	3.14
L ₁	竖管上部的氧化剂抽吸管惯性 (秒 ² /呎 ²)	2.914
L ₂	氧化剂竖管水平部分惯性 (秒 ² /呎 ²)	0.244
L ₃	竖管下部氧化剂抽吸管惯性 (秒 ² /呎 ²)	0.194
L ₄	氧化剂竖管垂直部分惯性 (秒 ² /呎 ²)	*
L ₅	包括活塞和弹簧重量的燃料蓄压器管路惯性 (秒 ² /呎 ²)	0.2774
m _f + 1	燃料泵压头斜率	变量

$m_o + 1$ 氧化剂泵压头斜率	1.375
m_p 泵组件的质量	
M_i 第i阶结构纵向振型的广义质量 (Slugs)	12
M_o 氧化剂液柱广义质量 (Slugs)	10.25
n 多方气体常数	1.4
Q_f 燃料泵“阻力” (秒/呎 ²)	-240.0
Q_o 氧化剂泵的“阻力” (秒/呎 ²)	-172.1
R_{df} 线性化的燃料输出管路的阻力 (秒/呎 ²)	530.0
A_{sf} 燃料蓄压器的面积 (呎 ²)	0.136
A_{so} 氧化剂竖管的面积 (呎 ²)	0.0767
A_{sf} 燃料泵的入口面积 (呎 ²)	0.213
A_{so} 氧化剂泵入口的面积 (呎 ²)	0.25
A_t 推力室喉部面积 (呎 ²)	
B 燃料蓄压器弹簧常数	
$\frac{K}{\gamma_f A_{sf}^2}$ (1/呎 ²)	1025.0
C_{sf} 燃料蓄压器阻尼系数 (秒/呎 ²)	8.36
C_{so} 氧化剂竖管阻尼系数 (秒/呎 ²)	10.0
C_f 推力室系数	$2 A_t C_f = 4.29 \text{ 呎}^2$
C^* 推力室特徵速度 (呎/秒)	$\frac{C^*}{A_t g} = 133.9$
d_p 泵中心到附着点的距离 (呎)	0.50
g 重力加速度 (呎/秒 ²)	32.2
h 箱内出口以上推进剂的高度 (呎)	*
I_p 围绕附着点泵的惯性距 (呎-磅-秒 ²)	36.6
K 燃料蓄压器的弹簧常数 (磅/吋)	90.0
K_s 氧化剂竖管的弹簧常数	
$n_{p_s}/\sqrt{V_s}$ (磅/呎 ⁵)	*
K_o 氧化剂气泡的弹簧常数 $n_{p_{so}}/\sqrt{V_o}$ (磅/呎 ⁵)	*
R_{do} 线性化氧化剂输出管路阻力 (秒/呎 ²)	207.0
R_{so} 线性化氧化剂抽吸管阻力 (秒/呎 ²)	1.00
γ_f 燃料重量密度 (磅/呎 ³)	56.62
γ_o 氧化剂重量密度 (磅/呎 ³)	90.84
ξ_i i阶结构振型的阻尼比	1.0%
ξ_o 氧化剂的液柱阻尼比	1.0%
ξ_p 泵的摇动振型阻尼比	2.0%
τ_c 推力室时间常数 (秒)	0.002
i 第i阶结构振型	*

ϕ_p 定义为 $\frac{m_p d_p^2}{I_p}$ 弧度/秒)

0.196

ω_i 第 i 阶结构振型的频率 (弧度/秒)

*

ω_o 氧化剂液柱频率 (弧度/秒)

204.0

ω_p 泵的摇动振型频率 (弧度/秒)

125.0

* 随时间变化的参数

表 II 时 变 参 数

参 数	飞 行 时 间 (秒)	105	115	125	135
$\phi_1(t_{pa})$		0.0569	0.0667	0.0828	0.1120
$\phi_2(t_{pa})$		0.0898	0.1000	0.1207	0.1190
$\phi_1(t_p)/M_1$		0.00455	0.0053	0.00653	0.00867
$\phi_2(t_p)/M_2$		0.00638	0.00683	0.00756	0.00634
$\phi_1(t_o)$		0.0422	0.0496	0.0618	0.0811
$\phi_2(t_o)$		-0.0612	-0.0714	-0.087	-0.0698
$\phi_1(t_f)$		0.0557	0.0646	0.0787	0.1030
$\phi_2(t_f)$		0.0822	0.0866	0.0928	0.0729
$\frac{h_o \gamma_o}{g}$		24.60	20.40	16.20	11.70
$\frac{h_f \gamma_f}{g}$		12.80	10.60	8.54	6.21
ω_1	弧度/秒	63.0	65.0	68.0	76.0
ω_2	弧度/秒	126.0	129.0	135.0	152.0
$\bar{P}_a$	磅/呎 ²	9225	9608	10691	11752
$\bar{V}_a$	呎 ³	0.0468	0.0423	0.0380	0.0346
$\bar{P}_{s.o}$	磅/呎 ²	10360	10800	11950	13100
$\bar{V}_o$	呎 ³	0.0068	0.0064	0.0060	0.0056
L_4	秒 ² /呎 ²	0.5579	0.5865	0.6091	0.6272

附 录

A1. 根轨迹法稳定性分析

通常的伺服系统基本上如图 A-1 所示, 此系统有负反馈, 分析如下:

由于 $R - KG(s)H(s)E = E$

$$\frac{E}{R} = \frac{1}{1 + KG(s)H(s)}$$

但是由于 $KG(s)E = C$

$$\frac{C}{R} = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)H(s)} = G'(s) \quad (a-1)$$

传递函数 $G'(s)$ 只是元件特性的函数，对线性系统而言，它与驱动函数和初始条件无关， $G'(s)$ 是 s 的有理函数，它取决于一些元件或系统特性。

$$C(s) = G'(s)R(s) \quad (a-2)$$

作为传递函数和方块图的一个例子，考虑图 A-2 上机械系统的传递函数，变换输出位置 x 与变换输入力之比是

$$(s^2 + \frac{B}{M}s + \frac{K}{M})x = \frac{F}{M} \quad (a-3)$$

传递函数 $G'(s)$ 为

$$G'(s) = \frac{x}{F} = \frac{1/M}{s^2 + (\frac{B}{M})s + \frac{K}{M}} \quad (a-4)$$

..... (原文缺一页)

其中 $\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$

(由于 e 有一个负的指数，所以引起系统瞬态振荡消失，此系统是稳定的。) 对任何系统写出一般的微分方程有

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n c}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} c}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dc}{dt} + a_0 c \\ = b_m \frac{d^m r}{dt^m} + \dots + b_1 \frac{dr}{dt} + b_0 r \end{aligned} \quad (a-12)$$

其中 a_i, b_i 是常数， $c(t)$ 是输出量或响应， $r(t)$ 是输入或驱动函数，使用零初始条件，对方程 (a-12) 进行变换有

$$\begin{aligned} (a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0) c \\ = (b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0) R \end{aligned} \quad (a-13)$$

拉氏变换 C 与拉氏变换 R 之比即为传递函数。

$$G'(s) = \frac{C}{R} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0} \quad (a-14)$$

$$a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_1 s + a_0 = 1 + KG(s)H(s) \quad (a-15)$$

上述方程普通称为“特征方程”。

当这个特征方程的根在左半面时，指数是负值，像由例子显示的那样，系统就是稳定的。

$$e^{-\alpha t} (A \cos \omega_r t + B \sin \omega_r t)$$

在右半面一对变根有

$$e^{+\alpha t} (A \cos \omega_r t + B \sin \omega_r t)$$

特征方程左半平面一个点上有重根导致有瞬态分量 $(A + Bt) e^{-\alpha t}$

在原点的单根有解 $y_t = \text{常数} = A$

在原点的重根有 $y_t = A + Bt$

延虚轴 (j) 有重复根, 有解

$$y_t = (A + Bt) \cos \omega t + (C + Dt) \sin \omega t$$

所以很明显, 稳定性可以根据传递函数分母或特征方程根的位置来说明。

右半平面上的根导致瞬态响应随时间而增加, 通常说此系统是不稳定的, 在虚轴上但不在原点的单根导致无阻尼的正弦振荡响应, 那末此系统就是一个振荡器, 此即稳定与不稳定之间的极限情况。

像前面讨论指出那样, 闭环系统的稳定性需要分析特征方程。一个特殊变化对系统的影响又需要一次新的全面的分析, 所以对连续变化能够很快地进行分析还是很重要的。

根轨迹法就是能很快地把系统的整个特征 (瞬态行为) 设想为环路增益, 元件时间常数及稳定性结构变化后的结果。

根轨迹法是以知道反馈开环或具有零增益系统的结果。根轨迹法是以知道反馈开环或具有零增益系统的根的位置为基础的, 在大多数情况下, 它们很容易从开环传递函数确定。K 是环路增益的不变部分, $G(s)$ 是前向环路传递函数, $H(s)$ 是反馈环路传递函数。

下面的表示式均理解为 “S 的函数” 即对 $G(s)$ 写为 G, $H(s)$ 写为 H。考虑输出与输入联系的表示式, 它由图 A-1 的方块图上推导出来。

$$\frac{C}{R} = \frac{KG}{1 + KGH}$$

其中 $1 + KGH$ 是特征方程, 系统的稳定性只取决于脉冲响应 (瞬态分量)。1 + KGH 的根的位置就决定着系统的稳定程度。

开环传递函数 KGH 是一个可作因式分解的多项式之比, 例如

$$KGH = \frac{K_1 (sT_1 + 1) (sT_3 + 1)}{s^n (sT_2 + 1) (sT_4 + 1)} \quad (\text{a-16})$$

也能按下列形式写出 (这种形式总是用于根轨迹分析)

$$KGH = \frac{\overbrace{K_1 T_1 T_3}^K}{T_2 T_4} \frac{\overbrace{\left(s + \frac{1}{T_1}\right) \left(s + \frac{1}{T_3}\right)}^{GH}}{s^n \left(s + \frac{1}{T_2}\right) \left(s + \frac{1}{T_4}\right)} \quad (\text{a-17})$$

如果方程 KGH 中每一个因子都认为是一个复数, 那末可按极坐标形式写为 $s + \frac{1}{T_1}$

$= A_1 e^{i\phi_1}$, 那末整个函数 KGH 也能按极坐标式写为

$$KGH = \frac{K(A_1 e^{i\phi_1})(A_3 e^{i\phi_3})}{(A_0^n e^{i n \phi_0})(A_2 e^{i\phi_2})(A_4 e^{i\phi_4})}$$

$$= \frac{KA_1 A_3}{A_0^n A_2 A_4} e^{i(\phi_1 + \phi_3 + \dots - (n\phi_0 + \phi_2 + \dots))} = Ae^{i\phi} \quad (a-18)$$

决定根值的代数方程是

$$1 + KGH = 1 + Ae^{i\phi} = 0 \quad (a-19)$$

此外还能按两种表示式写出

$$KGH \text{ 的角度} = \arg KGH = \phi = (2k + 1) 180^\circ \quad (a-20)$$

其中 $k = 0, 1, 2, 3, \dots$

$$KGH \text{ 的幅值} = |KGH| = A = 1 \quad (a-21)$$

方程 (a-20) 和 (a-21) 就是让 $1 + KGH = 0$ 的结果, 即 KGH 的幅角或相位等于 180° 的奇数倍, 其幅值等于 1, 这些方程就是根轨迹法的基础。

为避免混淆, 各种奇点定义如下:

$$0 \text{ — 零点, 即某一 } s \text{ 值使 } KGH \text{ 的分子为零或增益 } K \text{ 为无穷。} \quad (a-22)$$

$$X \text{ — 极点, 即某一 } s \text{ 值使 } KGH \text{ 的分母为零或增益 } K \text{ 为零。} \quad (a-23)$$

$$\boxed{\bullet} \text{ — 根值, 即某一 } s \text{ 值使 } 1 + KGH = 0 \quad (a-24)$$

上述建立的稳定性判据, 像大力神 II 那样, 当系统有正反馈时也是成立的。对正反馈情况, 特征方程写出如下

$$1 - KGH = 1 - Ae^{i\phi} = 0 \quad (a-25)$$

按两种表示式写出如下:

$$KGH \text{ 的幅角} = \arg KGH = \phi = 0 \quad (a-26)$$

$$KGH \text{ 的幅值} = |KGH| = A = 1 \quad (a-27)$$

A2. 奈魁斯特稳定判据

如前节解释的那样, 有必要看一下 $1 + KGH = 0$ 的根是否都在右半平面, 要这样做, 像图 A—4 那样, 选择一个围线以包含整个 s 的右半平面, 此围线的半径要选择得足够大, 要把在右半平面中的所有根都包含在内。

$KGH(s)$ 的图称作 s 平面围线到 KGH 围线的变换 (映射), 当图 A—5 上 s 平面上的闭曲线 C_1 变换到 KGH 平面上, 像在图 A—6 那样在 KGH 平面上得到另一个闭曲线 C_2 , 对于单值函数, 在 s 平面上曲线 C_1 与 KGH 平面变换曲线 C_2 各点之间存在对应关系, 假定 p_2 是 $1 + KGH = 0$ 的一个根, 在 s 平面上, 像在图 A—5 上那样, 假定围线通过 p_2 点, 如 p_2 是一个根, 那末当 KGH 按下式估计时即:

$$p = p_2 \quad KGH(p_2) = -1$$

此即像在图 A—6 那样, 在 KGH 平面上, 围线 C_2 通过 -1 点。

考虑闭环系统的特征方程

$$1 + KGH = \frac{(p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)}{(p - p_a)(p - p_b)(p - p_c)} \quad (a-28)$$

其中: p_1, p_2 是根, $p_a, p_b, \dots$ 是 $1 + KGH$ 的极点, 注意 KGH 的极点也是 $1 + KGH$ 的极点, 在表示式 $1 + KGH$ 中的每一个因子像在图 A—7 显示那样可以认为是一个向量, 从定点 p_1, p_2, p_3 和 p_a, p_b, p_c 延伸到一个变点 p 就是一个向量, 假定变点按顺时针方向运动, 像图 A—7 那样, 围绕 p_2 旋转一周, 由于围线包围这个根, 向量 $p - p_2$ 按顺时针方向也绕了一周, 由于其他的根和极点都在围线的外面, 其余的向量就作不出纯完整的一周。由于方程 (a—28) 中的项, 有相位变化为 360° (完整一周), 所以在 $1 + KGH$ 平面上, 量 $1 + KGH$ 围绕原点顺时针方向转了一周, 此显示在图 A—8 上。其余的根和极点对 $1 + KGH$ 的相位变化没有什么影响。

由于根出现在方程 (a—28) 的分子上, 围绕 p_2 顺时针旋转一圈就导致 $1 + KGH$ 函数围绕原点 (顺时针) 转了一圈, 像在图 A—9 那样, 移动原点, 就可以把 $1 + KGH$ 平面移到 KGH 平面上, 围绕 s 平面上一个根顺时针旋转一周, 那末在 KGH 平面上就要围绕 $-1 + j0$ 点顺时针围绕一周, $1 + KGH$ 围绕原点 $(0, 0)$ 的次数就等于 KGH 围绕 $(-1 + j0)$ 点的次数。

假定, 像在图 25 那样按顺时针方向, 在 s 平面上的一个封闭围线包含了一个根和一个极点。此时由 p_2 和 p_a 形成的两个向量旋转一周或 360° , 此时 p_2 使 $1 + KGH$ 旋转 $+360^\circ$ 是因为 p_2 在方程 (a—28) 的分子上。 p_a 旋转 -360° 这因为 p_a 在方程的分母上。因此 $1 + KGH$ 的纯相位变化为零, 像在图 A—11 上那样, 在 KGH 平面上的围线就不包含 -1 点。

上述结果概述如下: 在 s 平面上顺时针方向围绕某区域一周, 就引起 KGH 平面上围绕 -1 点顺时针方向围绕 $(R^* - P^*)$ 周, 其中 R^* 是 $1 + KGH$ 的根数, P^* 是 $1 + KGH$ 的极点数, 它们都位于围线的区域内。

奈魁斯特稳定性判据述说如下: 当频率从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 变化时, $KGH(j\omega)$ 的幅相图围绕 $-1 + j0$ 点共有 N 次, 其中 N 由下列方程给出:

$$N = R^* - P^* \quad (a-29)$$

其中 R^* 根 = 根数。

P^* = 极点数。

N = 顺时针围绕 $-1 + j0$ 点的次数。

重写确定稳定性的条件是

$$R^* = N + P^* \quad (a-30)$$

对于极点都在左半平面的情况, 顺时针围绕数等于根数。

对于有些极点在右半平面的情况, 顺时针的围绕数加上极点数等于根数。

当纯围绕数是零时, 根数等于极点数, 系统是不稳定的。

对于这种形式的分析, K 是一个常数, 或 K 是开环传递函数的频率不变部分, $H(j\omega)$

是反馈传递函数, 把 s 换为 $j\omega$, 即可得到这些函数。

A3. 增益相位稳定分析:

当用 $j\omega$ 代替 $\frac{d}{dt}$ 时, 就可得到微分方程的稳态分量, 如果按拉氏算子给出传递函数, 用 $j\omega$ 代替 s 即导致阻抗解。对于一系列频率值, 逐点划出单个的阻抗和传递函数所需要的劳动量是相当可观的。用伯德图方法可容易地划出阻抗和传递函数, 此法关键使用了函数, 分贝增益和相移图都是按对数频率划出来的。分贝增益定义为

$$dB = 20 \log_{10} \frac{A_2}{A_1} \quad (a-31)$$

其中 $A_2 =$ 输出 $A_1 =$ 输入

假定下面的传递函数中已用 $j\omega$ 代替 s

$$KGH(j\omega) = \frac{K(j\omega T_1 + 1)(j\omega T_3 + 1)}{(j\omega)^n(j\omega T_2 + 1)(j\omega T_4 + 1)} \quad (a-32)$$

按极坐标形式写出:

$$KGH(j\omega) = \frac{K \sqrt{(\omega T_1)^2 + 1} \tan^{-1} \omega T_1 \sqrt{(\omega T_3)^2 + 1} \tan^{-1} \omega T_3}{\omega^n \angle n90^\circ \sqrt{(\omega T_2)^2 + 1} \tan^{-1} \omega T_2 \sqrt{(\omega T_4)^2 + 1} \tan^{-1} \omega T_4} \quad (a-33)$$

$$KGH(j\omega) = A(\omega) e^{j\phi(\omega)}$$

其中 $A(\omega)$ 是 KGH 的幅值, $\phi(\omega)$ 是对应的幅角。

取以 e 为基的对数

$$\log_e KGH(j\omega) = \log_e A e^{j\phi(\omega)} = \log_e A(\omega) + \log_e e^{j\phi(\omega)} = \log_e A(\omega) + j\phi(\omega) \quad (a-34)$$

传递函数的对数有一个实部即幅值, 对数有一虚部即幅角。

如果将 (a-31) 代入 (a-32) 幅值和相位可分开写为两个表示式。

$$\log_e A(\omega) = \log_e K + \log_e \sqrt{(\omega T_1)^2 + 1} + \log_e \sqrt{(\omega T_3)^2 + 1} - \log_e \omega^n - \log_e \sqrt{(\omega T_2)^2 + 1} - \log_e \sqrt{(\omega T_4)^2 + 1} \quad (a-35)$$

$$\phi(\omega) = \tan^{-1} \omega T_1 + \tan^{-1} \omega T_3 - n90^\circ - \tan^{-1} \omega T_2 - \tan^{-1} \omega T_4 \quad (a-36)$$

由于两个量的乘积的对数等于量的对数的和, (a-35) 的每一个因子部分都可以分开处理。这些分开的因子可按分贝单位划图, 用因子 20/2.3 乘 (a-35) 两边即可把单位转为分贝, 总的分贝数简单地就是个别值的代数和, 方程 (a-36) 指出, 也可按类似的方法把 (a-33) 每一个别项的函数加起来即可得到相角函数。

由于分贝增益和相位曲线图相当长, 所以就不在此处提出了, 然而这些图的稳定性将在这儿提出来。

一个简单函数的分贝和相位曲线显示在图 A-12, 此函数是

$$KGH(j\omega) = \frac{K}{j\omega(j\omega/5 + 1)(j\omega/10 + 1)}$$

从这些图上是可以解释稳定性的。

相位裕度 ϕ_m 就是 180° 减去在单位增益处的相滞，此相滞可在增益是单位 1 的点处读出来，或分贝读数为零处的相滞。

增益裕度即是当相位是 180° 以产生临界稳定性时伺服系统增益所需要乘的因子。

这两种定义就对应于 $1 + KGH = 0$ 特征方程。

在划相位增益图时，只需在直角坐标系统上划出增益和相位即可。在这样作时，很明显，当增益大于零时，相角为 180° 时，系统是不稳定的，此增益相位图提供了一种较快和较容易地确定稳定性的方法，仍然可使用增益和相位裕度的相同的定义。

B、位移计算

广义坐标是用来计算导弹上任一点纵向稳定振荡值的，表 I 上的方程 4，5，6，描述了导弹上 t_{p2} ， t_0 及 t_1 的运动，按广义坐标形式这些方程写出如下

$$x_n = \phi_{1/n} q_1 + \phi_{2/n} q_2 \quad \text{= 阶振型计算} \quad (b-1)$$

因为在导弹上任何位置的振型是知道的，只需计算 q_1 和 q_2 即可，以 135 秒飞行时间时没有补偿器的系统的位移计算作为一个例子，此结构按矩阵形式显示在图 15 上，描述虚拟盒的最后一个方程不是系统的一部分，所以去掉了，现在有 14 个齐次方程，还有 14 个未知数，现在唯一可解的办法是在别的条件下，先解出一个变量消去推力方程，解出每一个变量关于推力的比值，这就有了一个有着推力系数或形式函数的 13×13 阶矩阵，此矩阵可用来解出 q_1/T 和 q_2/T 。

现在有必要确定推力的稳态振荡值，推力正比于燃烧室压力，而燃烧室压力振荡作为飞行时间的函数是可以得到的，然而此时，只有在 125 秒的那些振荡才是可以得到的，这些振荡基本上是正弦式的。通过检测，可简单确定燃烧室压力的第一个简谐振荡稳态值，这种振荡的频率值 ω_T 也可通过检测确定。

由于 q_1/T 和 q_2/T 值对任何频率都是有效的，现在即可确定 q_1 和 q_2 的值

$$q_1(\omega_T) = \left[\frac{q_1(j\omega_T)}{T(j\omega_T)} \right] T \quad (b-2)$$

$$q_2(\omega_T) = \left[\frac{q_2(j\omega_T)}{T(j\omega_T)} \right] T \quad (b-3)$$

现在方程 (b-1) 可以按下式写出

$$X_n = T \left\{ \phi_{1/n} \left[\frac{q_1(j\omega_T)}{T(j\omega_T)} \right] + \phi_{2/n} \left[\frac{q_2(j\omega_T)}{T(j\omega_T)} \right] \right\} \quad (b-4)$$

按这种形式对大力神 II 计算的结果显示在图 B-1 上。根据推力按类似的计算方法也可计算其他的变量。

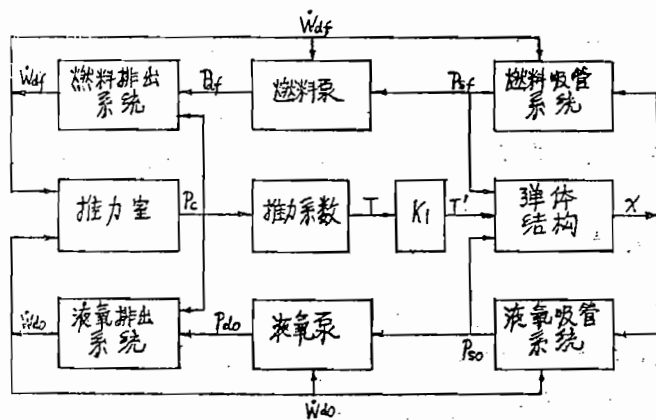


图1 系统方块图

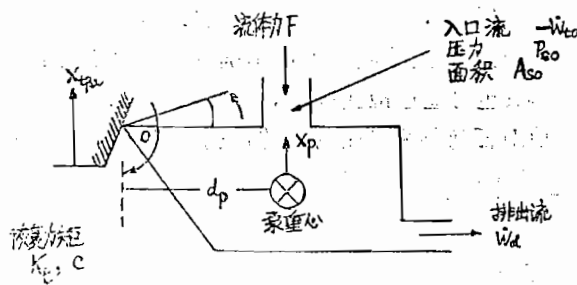


图2 泵的动力图

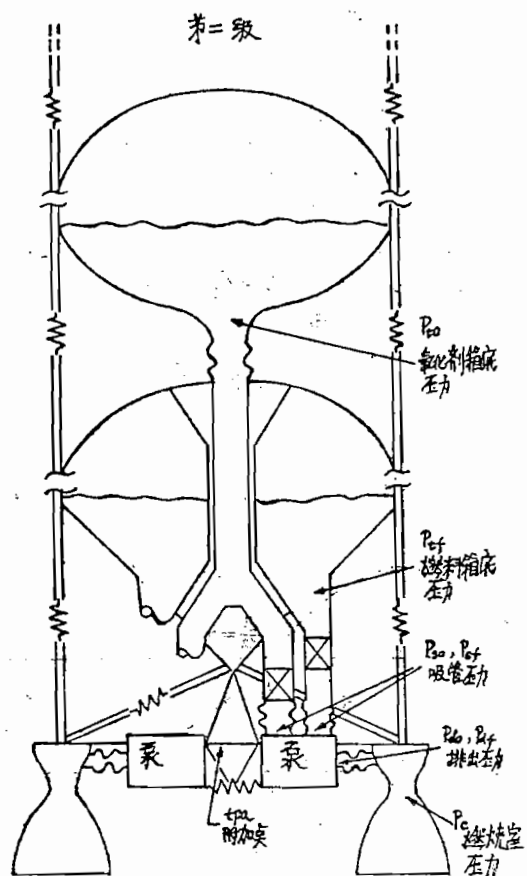


图 3 导弹草图

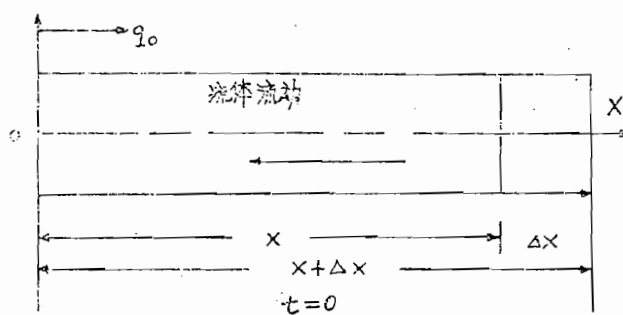


图 4 静止时的液柱

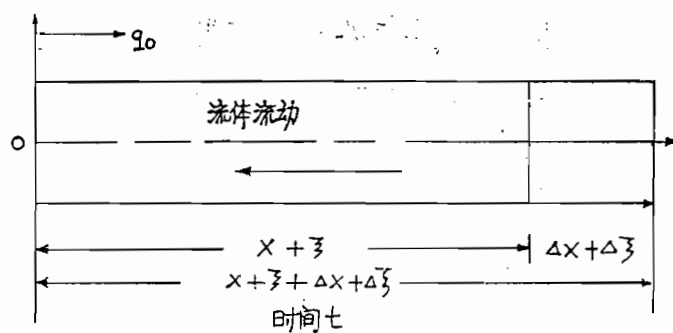


图 5 运动时的液柱

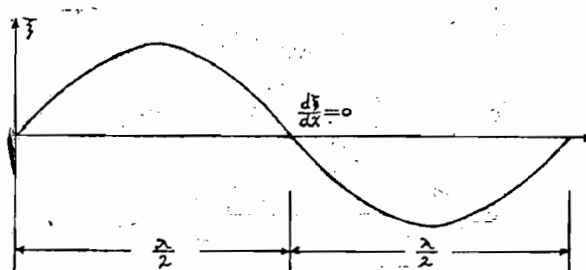


图 6 波长图

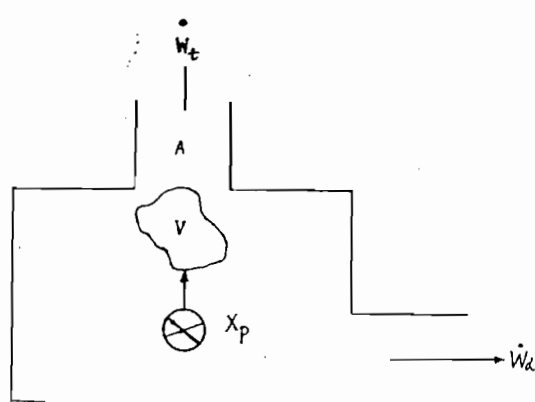


图 7 泵系统草图

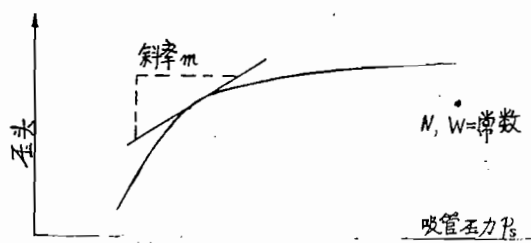


图8 泵性能曲线 (压头吸管压力)

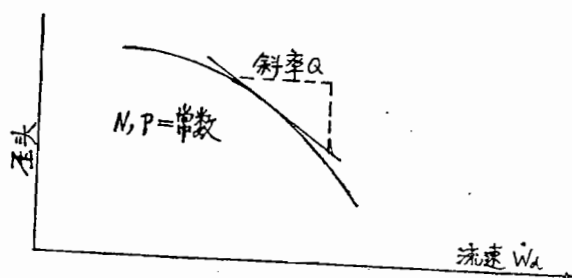


图9 泵性能曲线 (压头与流速)

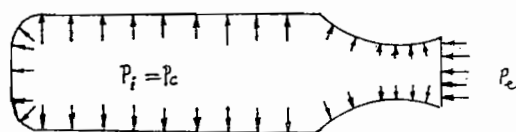


图10 推力室内压

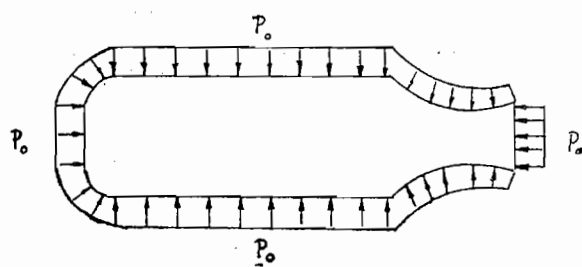


图11 推力室外压

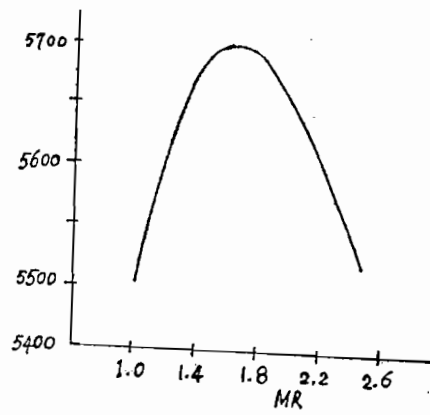


图12 发动机性能曲线

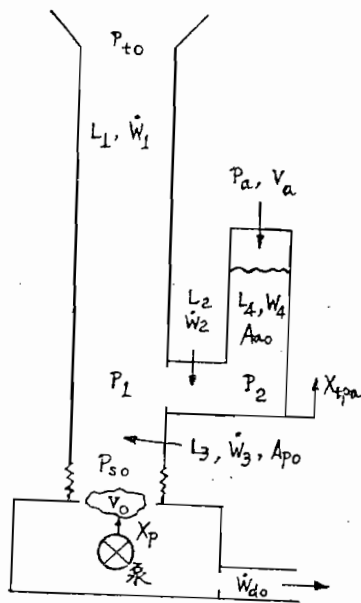


图13 氧化剂蓄压器

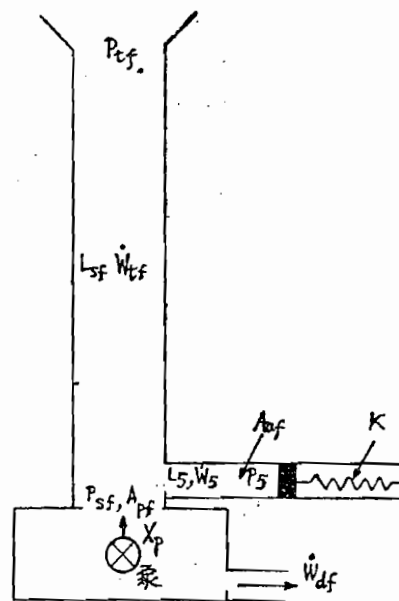


图14 燃烧剂蓄压器

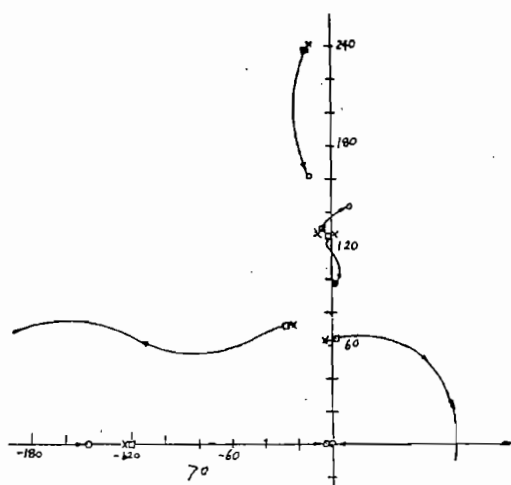


图16 无补偿器 $T = 105$ 秒根轨迹图

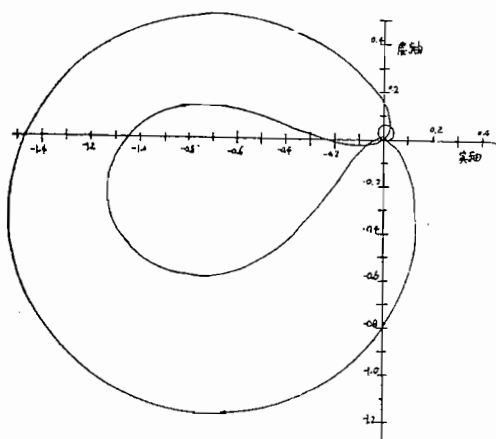


图17 无补偿器 $T = 105$ 秒奈魁斯特图

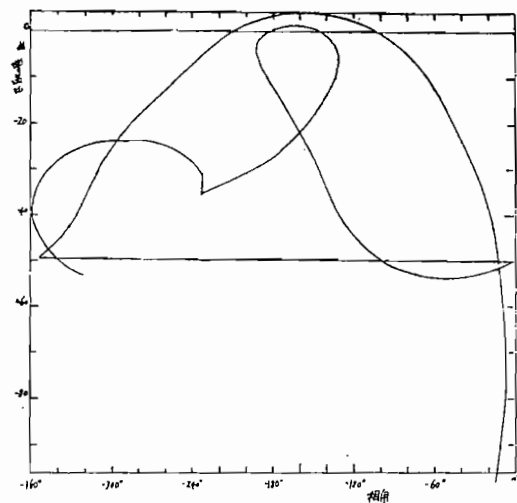


图18 无补偿器 $T = 105$ 秒幅相图

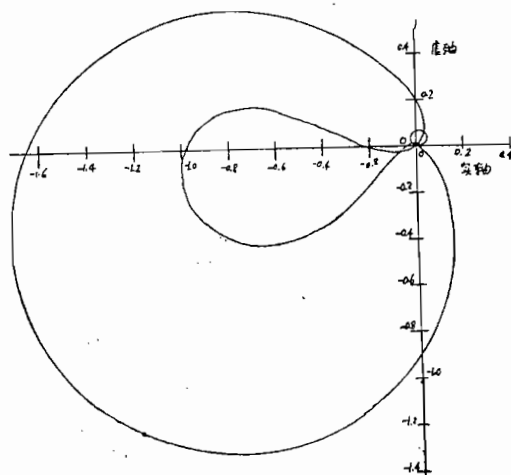


图19 无补偿器 $T = 115$ 秒奈魁斯特图

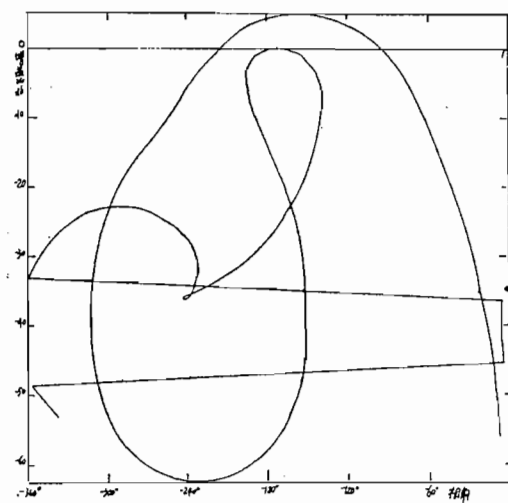


图20 无补偿器 $T = 115$ 秒幅相图

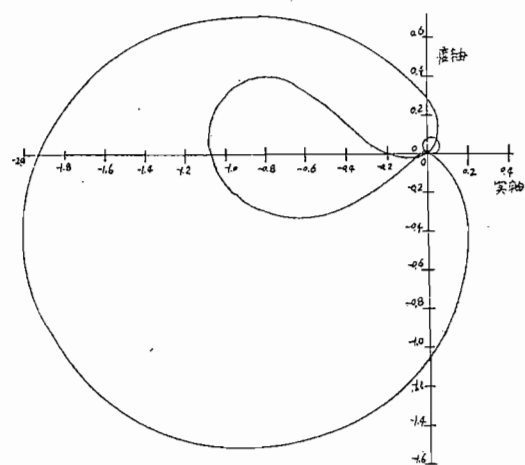


图21 无补偿器 $T = 125$ 秒奈魁斯特图

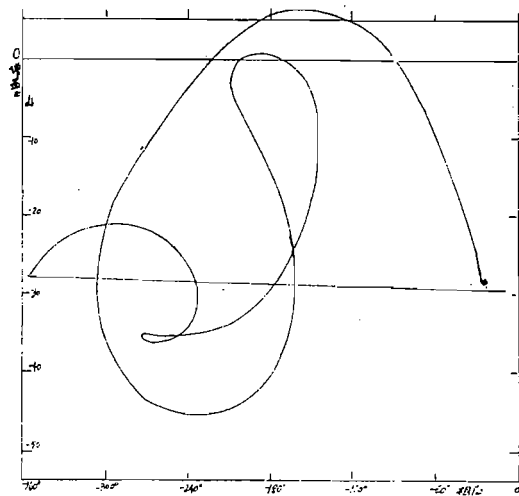


图22 无补偿器 $T = 125$ 秒幅相图

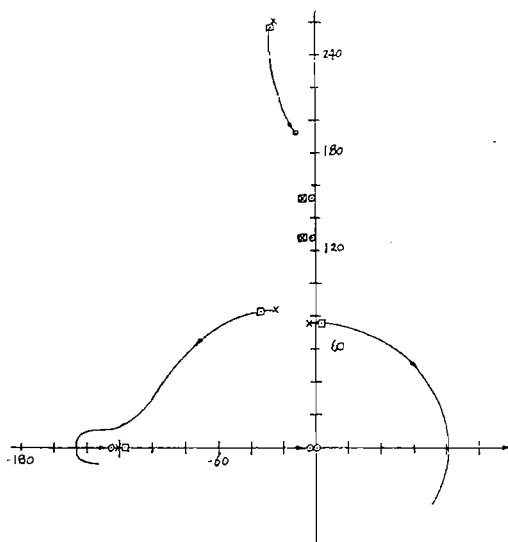


图23 无补偿器 $T = 125$ 秒根轨迹图

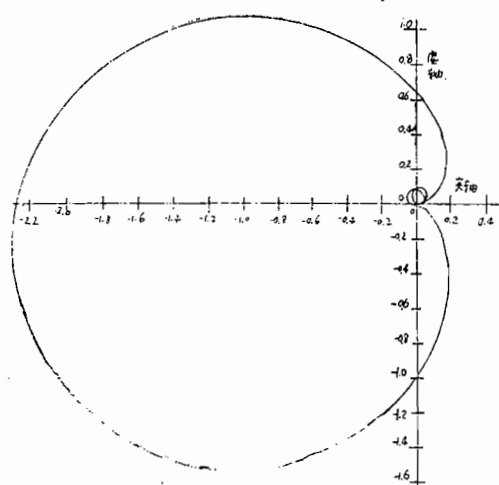


图24 无补偿器 $T = 135$ 秒奈魁斯特图

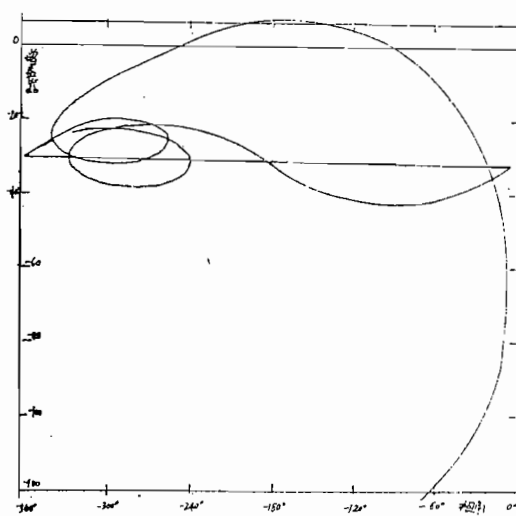


图25 无补偿器 $T = 135$ 秒幅相图

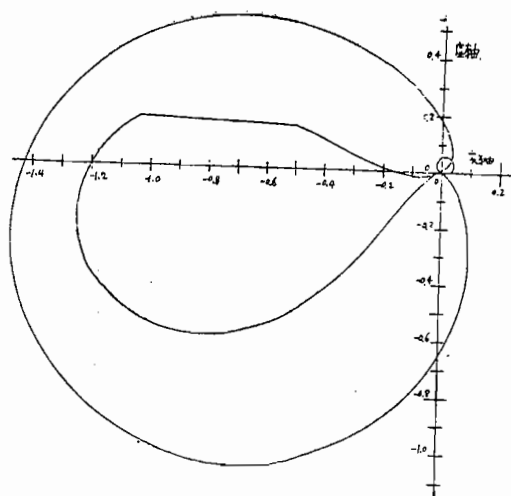


图26 只有燃烧剂蓄压器 $T = 105$ 秒奈魁斯特图

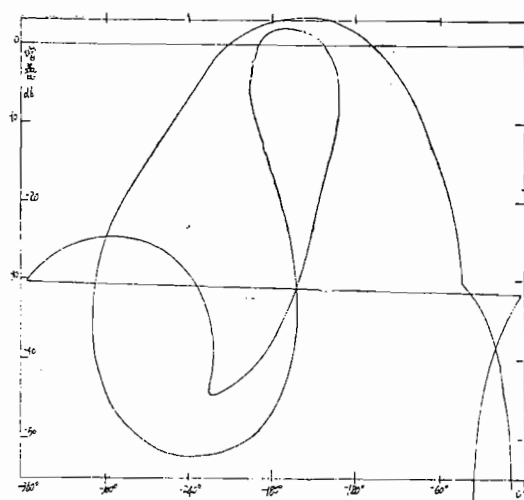


图27 只有燃烧剂蓄压器 $T = 105$ 秒幅相图

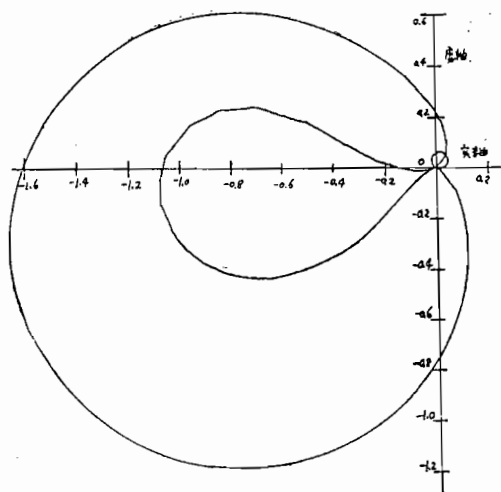


图28 只有燃烧剂蓄压器 $T = 115$ 秒奈魁斯特图

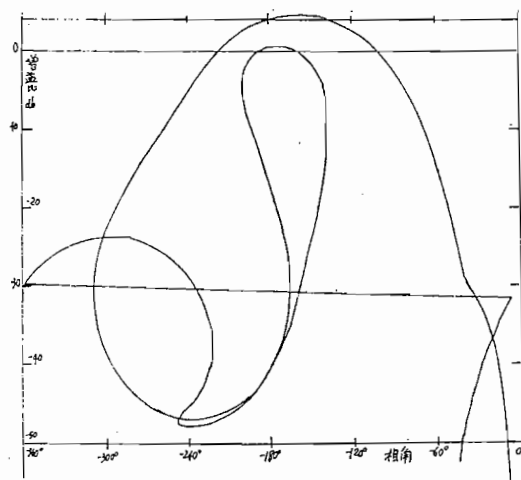


图29 只有燃烧剂蓄压器 $T = 115$ 秒幅相图

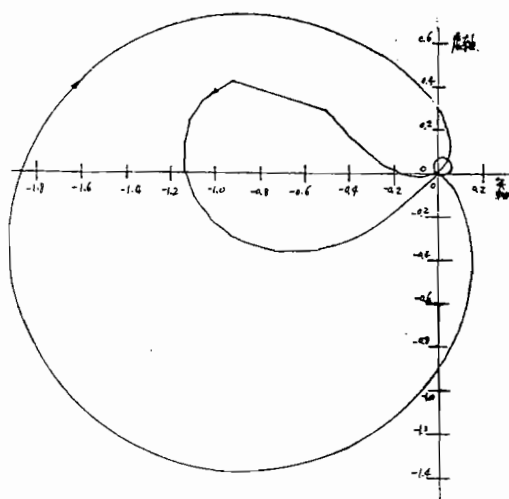


图30 只有燃烧剂蓄压器 $T = 125$ 秒奈魁斯特图

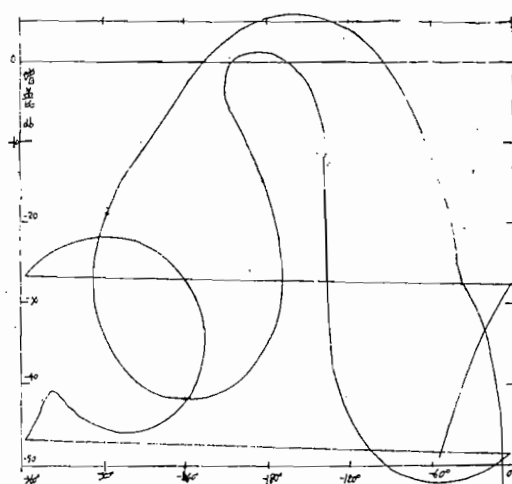


图31 只有燃烧剂蓄压器 $T = 125$ 秒幅相图

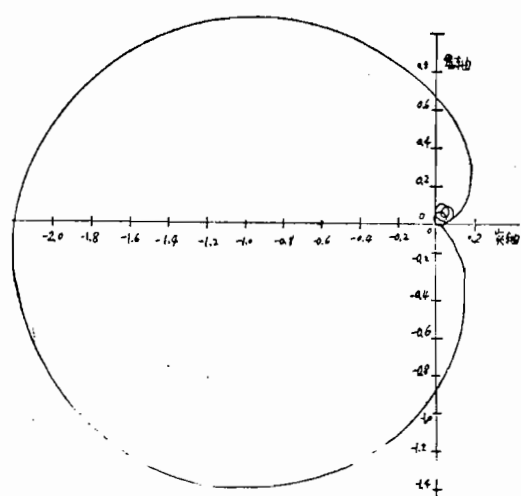


图32 只有燃烧剂蓄压器 $T = 135$ 秒奈魁斯特图

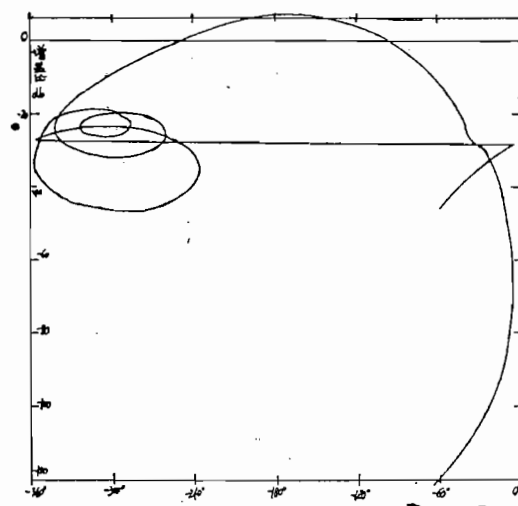


图33 只有燃烧剂蓄压器 $T = 135$ 秒幅相图

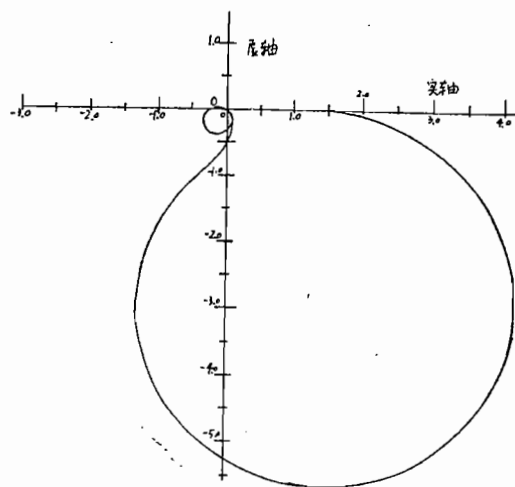


图34 只有氧化剂蓄压器 $T = 105$ 秒奈魁斯特图

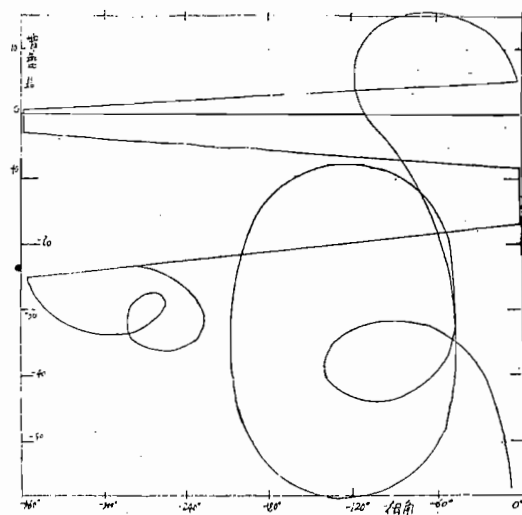


图35 只有氧化剂蓄压器 $T = 105$ 秒幅相图

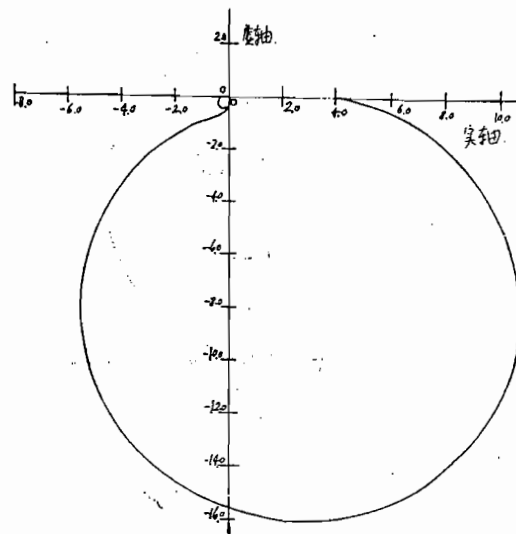


图36 只有氧化剂蓄压器 $T = 115$ 秒奈魁斯特图

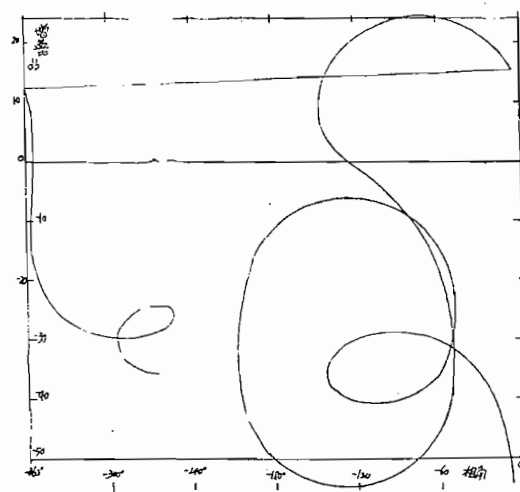


图37 只有氧化剂蓄压器 $T = 115$ 秒幅相图

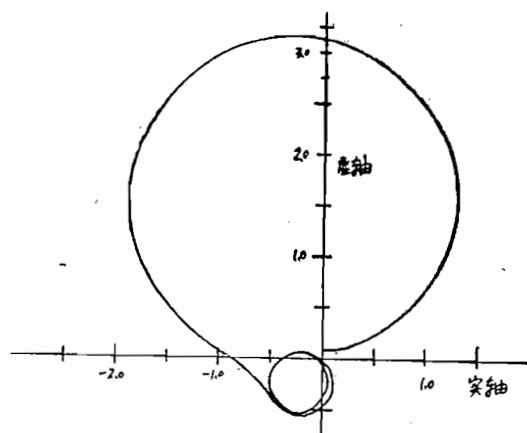


图38 只有氧化剂蓄压器 $T = 125$ 秒奈魁斯特图

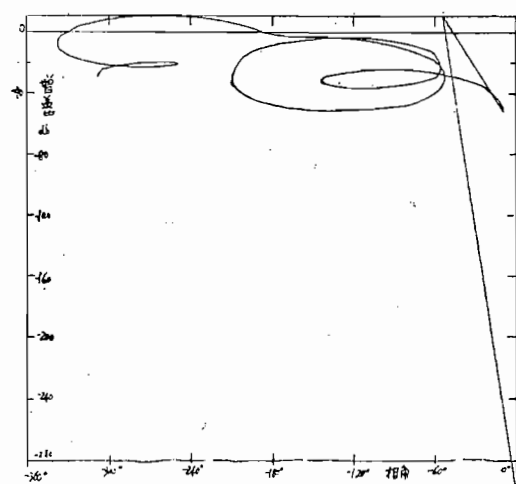


图39 只有氧化剂蓄压器 $T = 125$ 秒幅相图

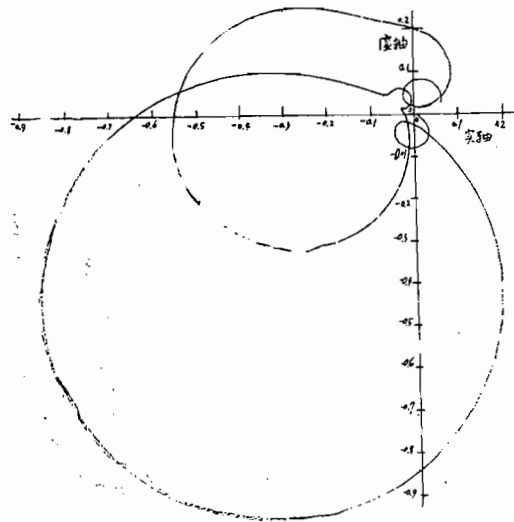


图40 只有氧化剂蓄压器 $T = 135$ 秒奈魁斯特图

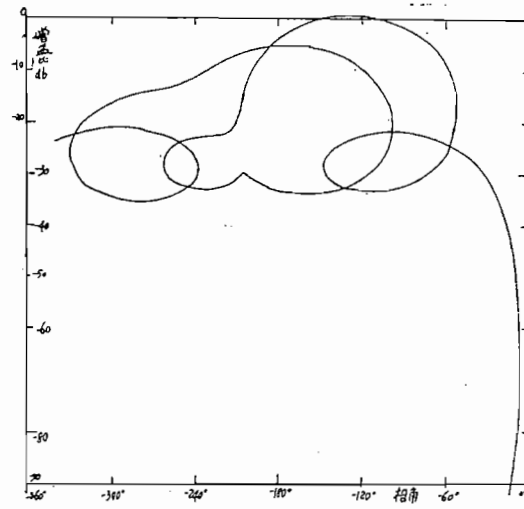


图41 只有氧化剂蓄压器 $T = 135$ 秒幅相图

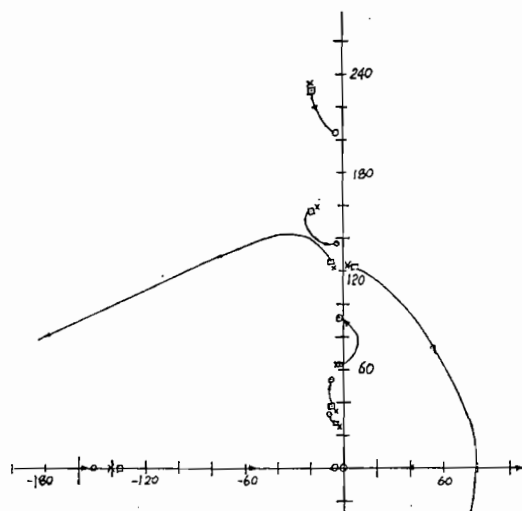


图42 只有氧化剂蓄压器和燃烧剂蓄压器 $T = 105$ 秒
根轨迹图

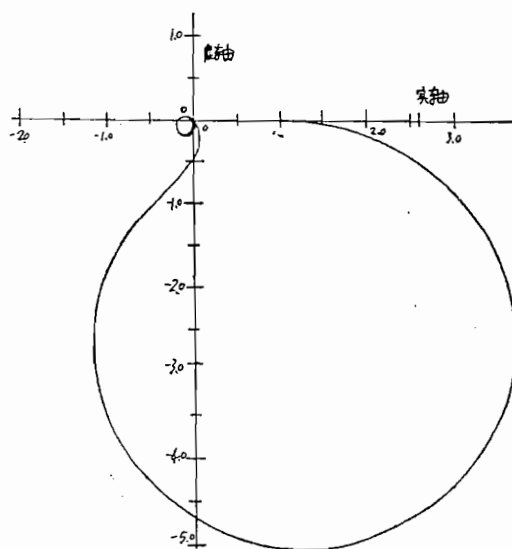


图43 有氧化剂蓄压器和燃烧剂蓄压器 $T = 105$ 秒
奈魁斯特图

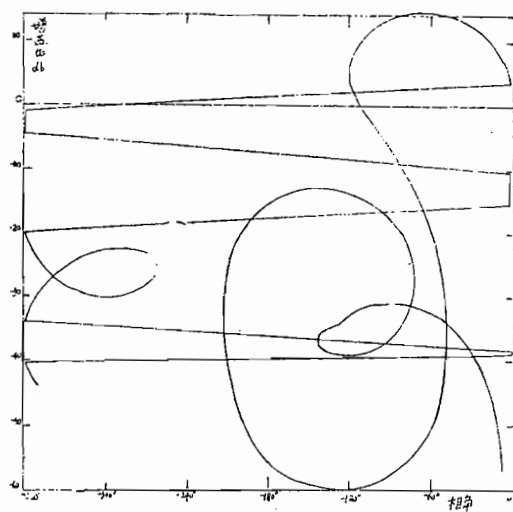


图44 有氧化剂蓄压器和燃烧剂蓄压器 $T = 105$ 秒
幅相图

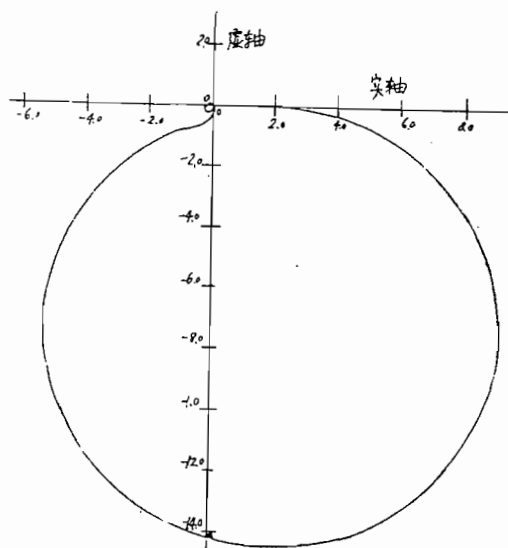


图45 有氧化剂蓄压器和燃烧剂蓄压器 $T = 115$ 秒
奈魁斯特图

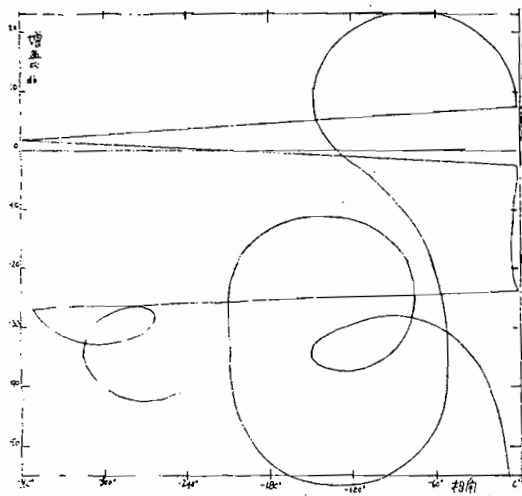


图46 有氧化剂蓄压器和燃烧剂蓄压器 $T = 115$ 秒
幅相图

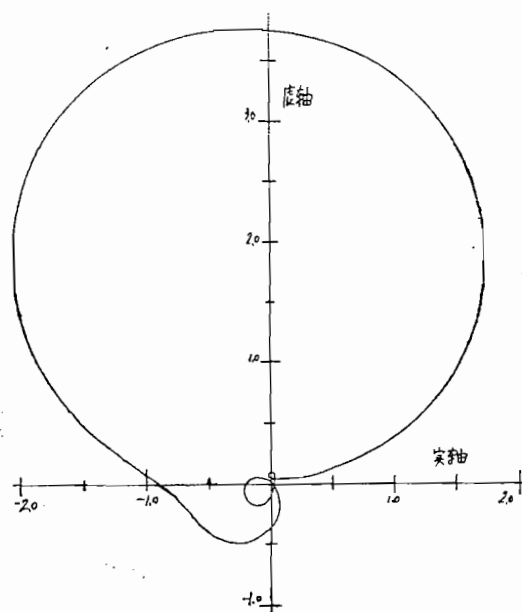


图47 有氧化剂蓄压器和燃烧剂蓄压器 $T = 125$ 秒
奈魁斯特图

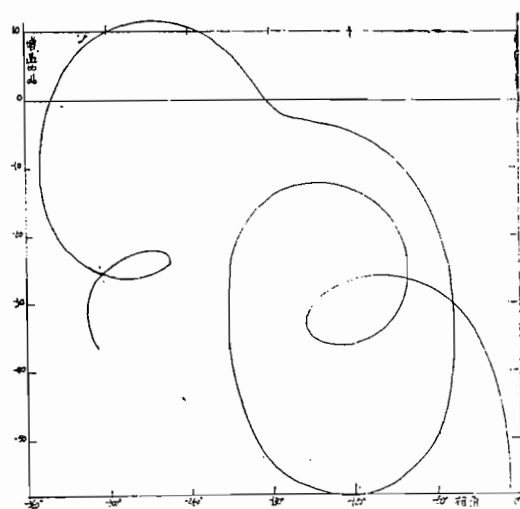


图48 有氧化剂蓄压器和燃烧剂蓄压器 $T = 125$ 秒
幅相图

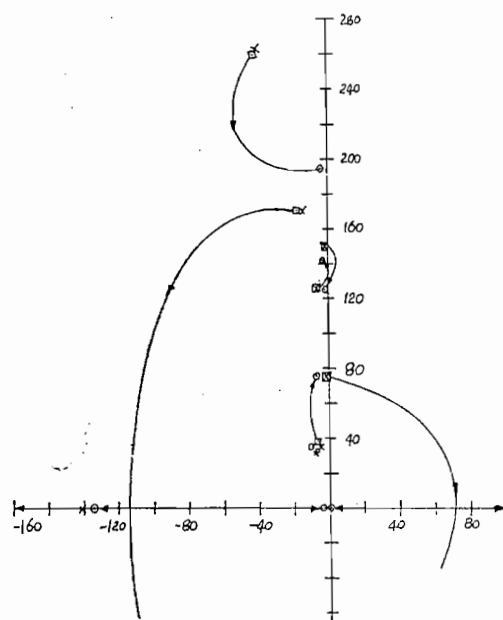


图49 有氧化剂蓄压器和燃烧剂蓄压器 $T = 135$ 秒
根轨迹图

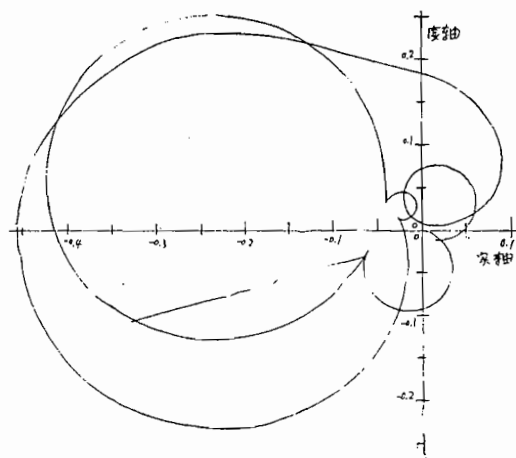


图50 有氧化剂蓄压器和燃烧剂蓄压器 $T = 135$ 秒
奈魁斯特图

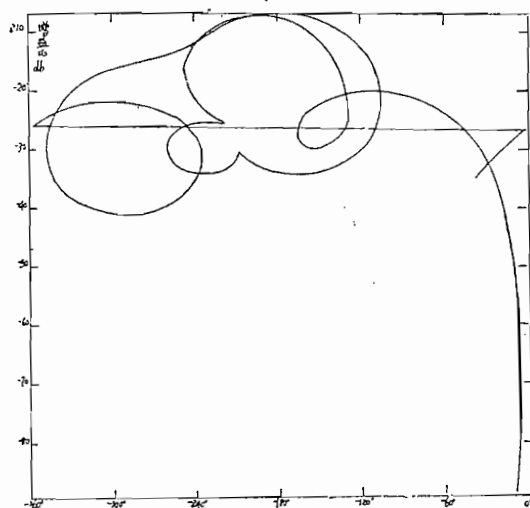
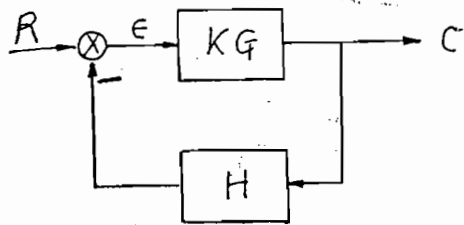
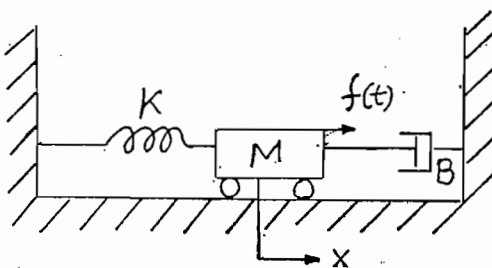


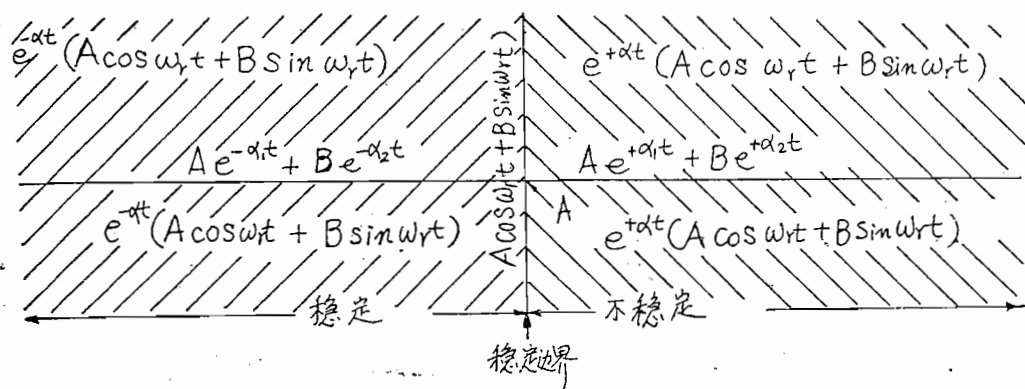
图51 有氧化剂蓄压器和燃烧剂蓄压器 $T = 135$ 秒
幅相图



图A-1 常规伺服系统方块图



图A-2 机械系统图



系统是稳定的...

系统是不稳定的...

系统是临界稳定的...

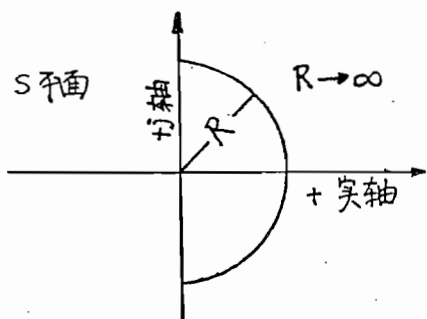
系统是条件稳定的...

如果所有根都在左半平面

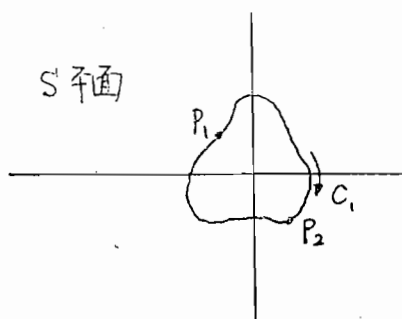
如果任一根在右半面或任一重复根对在虚j轴上或任一重根在原点上

如果任单一对共轭根在虚轴上其他根在左半平面。系统总是只在所依赖的环路增益的范围内才是稳定的。

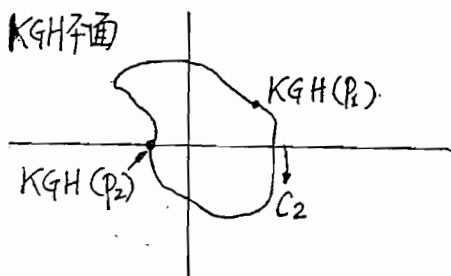
图A-3 根平面与根的位置图



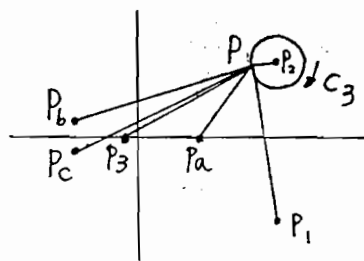
图A-4 S平面的右平面图



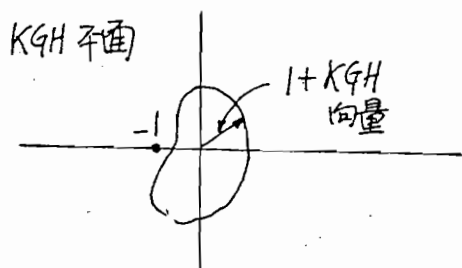
图A-5 S平面图



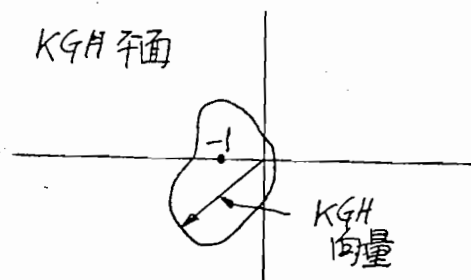
图A-6 S平面映射到KGH(S)平面图



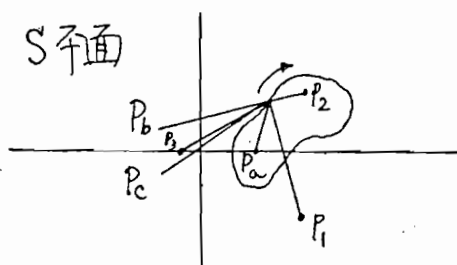
图A-7 S平面上一个根的围绕图



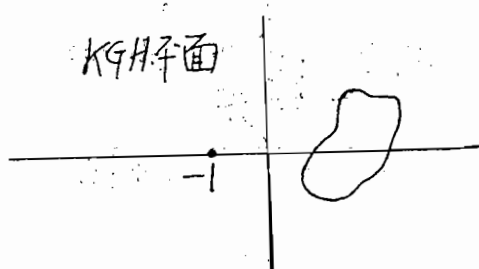
图A-8 $1 + KGH$ 平面



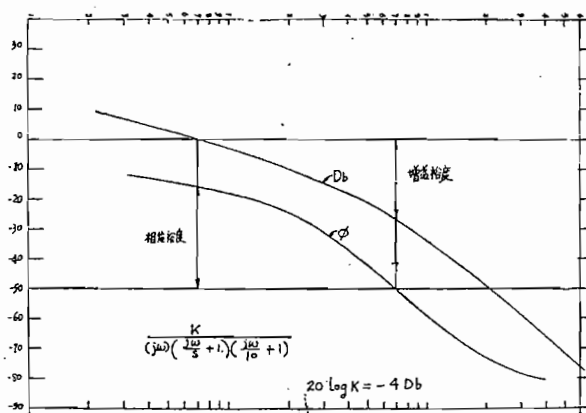
图A-9 KGH平面图



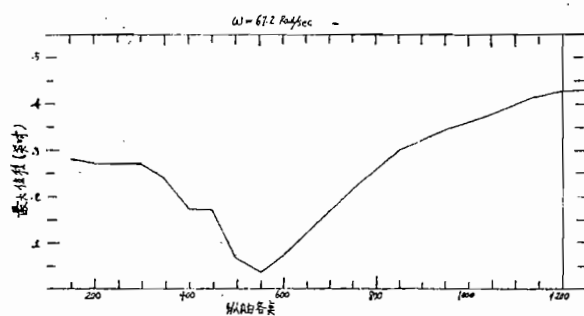
图A-10 S平面上围绕一个根和一个极点



图A-11 图A-10的KGH平面图



图A—12 幅值和相位响应图



图B—1 大力神Ⅰ在125秒时沿纵轴的最大位移

王其政译
黄怀德校



由推进系统反馈引起液体火箭 的纵向不稳定性 (POGO) *

摘 要

POGO振动是由结构纵向振动与液体推进系统之间的闭回路相互作用的结果。使用线性数学模型可建立稳定性分析的传递函数。在由泵的气蚀和抽吸管路的波动传播特性确定的某些频率上显示出推进系统共振特性,可以从闭回路和开回路的观点来检查这种系统,其稳定度可明显的根据一组无量纲参数表示。抽吸管路一阶共振频率接近结构振型的固有频率的程度,已表明是一个重要的稳定因素,所提出的结果,可以用来估计稳定,研究临界或极限条件,并指导更精确的计算分析。

符 号

a	= 抽吸管中液体声速	M	= 广义质量
A_s	= 抽吸管面积	Z	= 液压阻抗(压力/重量流)
A_t	= 燃烧室喉部面积	ZPG	= 零相位增益
B	= 推进剂系统参数 [见(21)式]	β	= 波数 ω/a
C_t	= 推力系数	$\gamma, \bar{\gamma}$	无量纲参数 [见(22)式] $\bar{\gamma} = \gamma(\omega_n)$
C^*	= 特征速度	ξ	= 结构阻尼比
D, E	= 无量纲参数 [见(22)式]	ξ^*	= 抽吸管共振的阻尼参数 [见(21)式]
g	= 重力加速度	$\eta, \bar{\eta}, \eta^*$	= 无量纲参数 $\eta = L_d \omega^*/R$
$G(s)$	= 前向回路传递函数	$\bar{\eta}$	= $L_d \omega_n/R$, $\eta^* = L_d \omega^*/R$
G_p	= 结构增益 [(2)式]	θ	= 相角
h	= 流体管路长度	$\bar{v}, \underline{v}$	= 无量纲燃烧时滞
$H(s)$	= 反馈传递函数	$\bar{v} = \tau_c \omega$	$\underline{v} = \tau_c \omega_n$
i	= 虚数单位 $(-1)^{1/2}$	ξ	= 抽吸管的位置
K	= 气泡的体积弹簧常数	$\bar{\xi}$	= 无量纲参数 [见(22)式]
L_s, L_d	= 抽吸管与排出管的惯性(声扭)	$\bar{\xi}$	= $\xi(\omega_n)$
$m+1$	= 泵动力学增益 [见(9)式]		

* 译自J.S.R.Vol. 3 No. 8 1966.

ρ = 推进剂重量密度
 τ_c = 燃烧室时滞〔见(11)式〕
 $\varphi_p, \varphi_t, \varphi_r$ = 振型: 泵, 贮箱, 推力点
 OLG = 开环增益
 $p, \bar{p}, P$ = 振荡、平均、总压
 q = 广义位移
 R = 总阻力〔见(17)〕
 R_p, R_d = 泵、排气管路阻尼
 s = $i\omega$ (拉普拉斯变数)
 T, T' = 推力, 有效推力
 $\dot{\omega}, \bar{\omega}, \dot{W}, \bar{W}$ = 相对于飞行器重心的推进剂的振荡, 平均与总重量

流
 $\dot{x}$ = 相对于飞行器重心的结构的纵向振荡速度
 ω = 角频率
 $\omega^*, \omega_b, \omega_0$ = 第一阶特征、气泡及风琴管频率
 ω_n = 模态固有频率
 推进系统参数下标符号
 c = 燃烧室
 d = 排出
 p = 泵
 s = 抽吸管
 t = 贮箱

一、引言

在多级液体运载器的助推段飞行中已观察到结构的纵向自激振动是自发出现、增长, 然后消失。POGO这个词起源于在飞行器末端观察到的反相运动, 它类似于踩高跷动作, 这种振动是火箭结构与火箭推进系统之间的相互作用的结果, 当结构的纵向振动按某一种方式扰动推进系统以致产生压力振荡, 因此又加强了原来的结构振动, 这样就形成了系统不稳定性, 这种由推进系统反馈而导致不稳定性的情况已在目前使用的大力神Ⅱ和雷神/阿金纳飞行器上按第一阶纵向形发生了, 大力神Ⅱ的频率范围是10到13Hz, 雷神/阿金纳的频率范围是17到21Hz。

POGO现象在〔1〕—〔9〕中进行了广泛的研究, 文献〔10〕已为计算机研究未来的飞行器建立了通用分析方法并提供了大量参考资料。本文发展了一种曾成功地用于大力神Ⅱ的分析模型以及能够用来分析液体火箭中潜在不稳定性。

二、模型公式

1.1 结构模型

我们要为POGO考虑一种线性, 时间不变的数学模型, 虽然很多参数是时间的函数, 但它的变化率足够慢, 以致可以假定这些参数在某一个时刻附近是不变化的, 这样就能确定此时刻是否存在不稳定性, 当不稳定性开始后, 此过程就要发展到非线性极限

环。由于不考虑这些非线性及参数的时间变化，所以此模型就不能预示不稳定性振动的量级。

这种POGO现象可以认为是含有正反馈（见图1）的闭回路系统的不稳定性现象，反馈传递函数 $H(s)$ 体现了有效推力 T' 与按飞行器纵向振型振动的正弦力加速度 $\ddot{x}$ 有关的发动机动力学。前向回路传递函数 $G(s)$ 体现了子结构响应与正弦有效推力有关的结构影响。可以通过考虑闭回路阻尼，这如同在以奈奎斯特稳定判据为基础上以零相位处系统的开回路增益来推导出稳定性判据。

从结构上来说，可以用弹簧质量模型来表示飞行器，按任一振型振动时有方程：

$$\ddot{q} + 2\zeta\omega_n\dot{q} + \omega_n^2q = \varphi_T T' / M \quad (1)$$

其中 q 为广义位移， ω_n 为固有频率， ζ 为阻尼比， M 为广义质量， φ_T 为在推力作用点处的模态位移，其模态位移为 φ_a 的 a 点的位移是 $x_a = \varphi_a q$ 。我们将使用泵的运动作为在飞行器上的参考运动，在正弦条件下其加速度为：

$$\ddot{x}_p = G(s) T' = G_p s^2 T' / (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2) \quad (2)$$

其中 $s = i\omega$ 是微分算子的拉普拉斯变量 $G_p = \varphi_p \varphi_T / M$ ，称为结构增益。

2.2 发动机系统模型

2.2.1 发动机系统部件

图2是一个表示箱子、抽吸管泵、排出管及单推进剂推力室系统的草图，推进剂的可压缩性只在处理抽吸管时加以考虑。除非另有说明，所有压力与流量都是振荡扰动量。

2.2.2 贮箱中推进剂

由于推进剂容积的尺度比起所研究频率的声波长的尺度要小得多，所以假定箱底（抽吸管上部）处的振荡压力 p_t 简单来说就像 柔性箱中不可压缩的流体那样是由推进剂加速度引起的，基于抽吸管上部的阻抗（即压力与重量流量之比），远大于从抽吸管到箱子的阻抗，所以忽略了振荡流量进入抽吸管对 p_t 的影响。这主要由于箱子相对于抽吸管有较大的直径时才是真实的。因此在抽吸管上部的压力是：

$$p_t = (\rho h_t / g) \ddot{x}_t \quad (3)$$

其中 ρ 是推进剂重量密度， h_t 是箱中推进剂的高度。因为气体的声振型仅是在窄频带上的结果，因此只有瞬时的效应，所以我们忽略了推进剂上部气体的压力扰动，在大力神 II 上测得的箱底压力表明，方程（3）是所测飞行器的实际条件的很好表示式。

2.2.3 抽吸管路

像图2显示那样，让 x 是相对于飞行器重心的抽吸管内液体的位移并且 ξ 是沿抽吸管的距离， a 是抽吸管内的声速，像标准水击理论给出的那样，它是液体可压缩性，密度及管子径向弹性的函数 [12]，因为下游有较大阻力起主要作用，可以忽略抽吸管的阻力。通过在离泵 ξ 处的正弦压力 $P(\xi)$ 和重量流量 $\dot{w}(\xi) = \rho A_s \dot{x}$ 与在泵处的那些压力与流量（ $p_s, \dot{w}_s$ ）连系起来，就能把抽吸管处理为分布的传递管路：

$$p_s = (\cos \beta \xi) p(\xi) - \left[sL(\sin \beta \xi) / (\beta \xi) \right] \dot{w}(\xi)$$

$$\dot{w}_s = \left[\beta \xi (\sin \beta \xi) / (sL) \right] p(\xi) + (\cos \beta \xi) \dot{w}(\xi) \quad (4)$$

其中 $\beta = \frac{\omega}{a}$ 是波数, ξ 和 A_s 是管路的长度和面积, $L = \xi / (A_s g)$ 是管中流体的惯性, 即是不可压均匀液体柱的压降与液体重量流量时间导数之比值。

在 $\xi = h_s$ 时, 以 P_t 表示箱底压力, 由 (4) 有

$$p_s = (\sec \beta h_s) p_t - \left[sL(\tan \beta h_s) / (\beta h_s) \right] \dot{w}_s \quad (5)$$

其中 $L_s = h_s / A_s g$ 是整个抽吸管的惯性。注意到抽吸管的阻抗就是前述方程 (4) 的系数, 注意当 $a \rightarrow \infty$ 时, $\beta \rightarrow 0$, 且 $p_s \rightarrow p_t - sL_s \dot{w}_s$, 这就是对不可压缩流体所预料的结果。

在 $p_t = 0$ 时, 沿管路的压力扰动 $p(\xi)$, 由 (4) 式可确定为

$$p(\xi) = (\cos \beta \xi - \sin \beta \xi \cot \beta h_s) p_s \quad (6)$$

当 $\beta \rightarrow 0$ 时, 那末 $p(\xi) \rightarrow (1 - \xi/h_s) p_s$, 这就是在不可压缩管路中所预料的线性扰动。

当 $\beta h_s \rightarrow \frac{n\pi}{2}$ 时, 那末 $p(\xi)/p_s \rightarrow (\cos \frac{n\pi}{2}) \xi/h_s$ 并且在管路中有几个 $1/4$ 驻波。当

$n = 1$ 时, 此时有一个第一阶开-闭管振型的 $1/4$ 驻波, 在开口端, 压力为零, 在封闭端, 流量为零并且压力为最大值。

2.2.4 泵

由于气蚀, 在泵的进口处和其上游某一距离的推进剂发生气泡, 这些气泡可作为体积弹簧放在泵的进口处。通过抽吸管压力分布的试验观察及声速的测量, 已经证实了这种表示方法, 抽吸管压力 p_s 是通过气泡群的弹簧常数 K 与其单位体积变化 V 线性连系起来的即 $p_s = -Kv$, 此量 $1/K$ 称之气蚀柔度, 实际上 K 值是间接地从抽吸管共振频率的试验观测确定的, 为表示通过气泡的连续性, 由泵排出的重量流量 $\dot{W}_d$ 是

$$\dot{W}_d = \dot{w}_s - (\rho s/K) p_s - \rho A_s \dot{x}_p \quad (7)$$

其中 $\dot{x}_p$ 是泵本身的纵向速度。

为了得到泵本身动力学性能的型式, 可以使用泵的两种基本的静力学特性, (图3) 一个是在固定流量时泵的压头升高与抽吸管压力的特性曲线, 另一个是在固定抽吸管压力时通过泵的压头升高与其流量的关系, 实际上每个特性都是用一组曲线族来表示的, 压头升高也是泵转速的函数, 但飞行测量表明, 对大力神 II 的 POGO 分析而言, 可以忽略泵转速的振荡效应。对其每一项作新的运用时, 可重新评价它们的意义, 在两条曲线上给定一个工作点 A, 像局部线性那样处理此曲线, 设想有一小位移, 在此点两个特征曲线的斜率是:

$$m = \partial(P_d - P_s) / \partial P_s, \quad -R_p = \partial(P_d - P_s) / \partial \dot{W}_d \quad (8)$$

把压力和流量写成为其平均值与其振荡分量之和, 那末泵的振荡性能即为:

$$p_d = (m + 1) p_s - R_p \dot{w}_d \quad (9)$$

其中 $(m+1)$ 称为泵增益, R_p 称为泵阻力。

大力神 II 泵的性能是由如下试验确定的, 用机械脉冲发生器造成正弦扰动推进剂流量。按飞行名义值保持平均流量和泵速为常数并从静力学特性曲线上得到对应的 R_p , 平均抽吸管压力 $\bar{P}$, 按分离的阶梯变化以覆盖飞行条件的范围, 从试验观测波动压力可以得到增益 $(m+1)$ 作为 $\bar{P}$ 函数的数值。由于测量不到振荡流量, 所以导出的增益取决于所使用的 R_p 值。所观测到的动力学增益是十分不同于由静力学特性曲线上斜率给出的值*, 然而, 当进口压力高时, 增益接近于 1 ($m \rightarrow 0$), 因此结果似乎是合理的(图3)。在考虑抽吸管波传播的影响之后, 从每单位流量扰动时压力的共振特性的观测上可以确定气蚀柔度**。

2.2.5 泵排出管路

因为相对于声波来说排出管路长度是小的, 所以考虑管路中的流体是不可压缩的, 管路中流动主要是在横向平面内, 这样管路的纵向运动就不会明显地影响到流量。因此排出管路的性能是:

$$p_d - p_c = (L_d s + R_d) \dot{w}_d \quad (10)$$

其中 p_c 是燃烧室压力, L_d 和 R_d 是排出管路的惯性和阻力, R_d 还包括喷嘴阻力。

2.2.6 推力室

推力室的性能表示如下:

$$(\tau_c s + 1) P_c = \left[C^* / (A_t g) \right] (\dot{W}_{d0} + \dot{W}_{df}) \quad (11)$$

其中 P_c 为总的燃烧室压力(平均值加其振荡值), $\dot{W}_{d0}$ 和 $\dot{W}_{df}$ 流进推力室总的氧化剂流量和总燃烧剂流量。 τ_c 是推力室时滞时间(近似考虑: 从喷嘴到燃烧区域推进剂的输送, 燃烧滞后及燃烧室内压力波的传播[△]。)

C^* 为特征速度, 是混合比的函数 ($MR = \dot{W}_{d0} / \dot{W}_{df}$), A_t 为喷管喉部面积, 在工作点 A 的邻近区域, 假定 C^* 有如下性能:

$$C^* = C_A^* + C_A^{*'} (MR - MR_A) \quad (12)$$

其中 MR_A 是在点 A 处的混合比, C_A^* 是在 MR_A 处的特征速度, $C_A^{*'}$ 是在 MR_A 处的斜率(假定 τ_c 与 MR 无关, 因为 $\tau_c s \ll 1$ 这种假定是合理的)把 (12) 代入 (11), 为了得到各个参变量的小扰动分量之间的关系, 仅保留一阶项, 则有:

$$(\tau_c s + 1) p_c = \left[C_0^* / (A_t g) \right] \dot{w}_{d0} + \left[C_1^* / (A_t g) \right] \dot{w}_{df} \quad (13)$$

* 与 [8] 作的叙述相反。

** 在无外部扰动的静试车点火的抽吸管压力振荡的研究中作者曾设想在研究的频率范围内体现出燃料共振, 后来完成的脉动试验证实了这种假设, 所得到的共振频率在定量上与非脉动试验结果是一致的。

△: 这种表示方法在非常低的频率时是满意的。

陈文斌

$T = A_t C_f P_c$ 启动
 A_t 是喷管喉部截面积

其中 $C_o^* = C_A^* + C_A^{*'}(1 + MR_A)$
 $C_f^* = C_A^* - C_A^{*'}MR_A(1 + MR_A)$

且认为： C_o^* 和 C_f^* 分别与氧化剂和燃烧剂小扰动量有关的特征速度。由推力室产生的振荡推力与推力室振荡压力有关，其关系式为：

$T = A_t C_f P_c$ 如用 A_t 而不是 A_c ，没有直接作用在推力室上
 其中 C_f 是推力系数。 $T = A_t P_c$ 推力系数 C_f 由压力和流量的脉动输入产生的推力脉动
 在结构动力学中 $T = N C_f A_t P_c$ 推力脉动作用在推进剂上，向上加速

2.3 单推进剂发动机系统传递函数

首先考虑需要那一种传递函数。在飞行器上作用有二种型式的力，它们在结构模式分析时还没有被考虑。这些就是作用在常平架点的向上的推力 T 及作用在泵上的向下的抽吸管力 $p_s A_s$ 。只考虑单推进剂，那末 (1) 中的有效推力就是：

$$T' = T - (\varphi_p / \varphi_T) p_s A_s$$

液压反馈函数 $H(s)$ 是：

$$H(s) = \frac{T'}{\ddot{x}_p} = \frac{T}{\ddot{x}_p} \left(1 - \frac{A_s}{A_t C_f} \cdot \frac{\varphi_p}{\varphi_T} \cdot \frac{P_c}{P_c} \right)$$

$\varphi_p \rightarrow$ 泵的位移
 $\varphi_T \rightarrow$ 推力作用点位移
 $P_s \rightarrow$ 管路中压力
 C^* 特征速度
 C_c 燃烧室系数

通过组合 (3)、(5)、(7)、(9)、(10)、(13)、(14) 等方程有：

$$\frac{T}{\ddot{x}_p} = \frac{A_t C_f}{1 + \tau_c s} \frac{C^*}{A_t g} \left[\rho A_s L_s + \frac{\beta h_s}{\sin \beta h_s} \cdot \frac{\rho h_s}{g} \cdot \frac{\varphi_r}{\varphi_p} \right] \frac{1}{\left(\frac{\beta h_s}{\tan \beta h_s} + \frac{s^2}{\omega_b^2} \right) (R + L_d s) + (m+1) L_s s} \quad (17)$$

其中 $R = R_p + R_d + (C^*/A_t g)$ 是总的阻力， ω_b 称之气泡频率且号为

$$\omega_b^2 = K / (\rho L_s) \quad (18)$$

其中 K 为先前定义的气泡的弹簧常数，组合方程 (9) — (10) 有：

$$\frac{P_s}{P_c} = \frac{(R + L_d s)(1 + \tau_c s) - \tau_c s [C^*/A_t g]}{(m+1) [C^*/A_t g]} \quad (19)$$

方程 (17) 中， $T/\ddot{x}_p$ 显示出接近于定义为相移 90° 的特征频率 ω_1 时的共振特性，特征频率方程为： $\omega^2 / \omega_b^2 = \beta h_s / (\tan \beta h_s)$ (20)

我们也可写成 $\beta h_s = \pi \omega / (2 \omega_b)$ ，其中 $\omega_b = \pi a / (2 h_s)$ 是抽吸管的第一阶开—闭管振型频率，无分布柔度时（即不可压缩流体管效应）有 $\omega_b \rightarrow \infty$ ， $\beta \rightarrow 0$ ，这样只有特征频率等于气泡频率即 $\omega_1 = \omega_b$ ，当无集中柔度时（即无气泡）特征频率等于开闭管振型的频率即 $\omega_1 = \omega_b, 3\omega_b, 5\omega_b, \dots$ 通过方程 (20) 的图解方法 [4] 可以方便地处理此两种柔度的组合，图 4 包含有 ω_1 / ω_b 和 ω_b / ω_0 的两种图，这样可以由两个已知频率决定第三个频率。

当 $\omega \lesssim \omega_1$ 时，抽吸管中气泡和可压缩流体管柔度的相对大小对 $T/\ddot{x}_p$ 没有明显的影

响,对于代表性的一组发动机系统参数,在图5上使用3仅有可压缩流体管($\omega_1 = \omega_0$),仅有气泡($\omega_1 = \omega_b$)及混合($\omega_b = \omega_0$,有 $\omega_1 = 0.7\omega_0$)的三种柔度组合,曲线对 $\omega < 1.5\omega_1$ 时的柔度组合明显的 不敏感。图5上也显示了没有抽吸管柔度(不可压缩流体没有气泡)的一条曲线 $T/\ddot{x}_p$ 。因为在低频时组合柔度在 $T/\ddot{x}_p$ 中是一个较弱的因素,所以在低频时我们可作进一步简化分析:假定柔度集总在泵的进口处。对于这种等效气泡的情况,方程(17)能改成无量纲的形式:

$$\frac{T}{\ddot{x}_p} = \frac{1}{1+i\nu} \cdot \frac{2\xi^*B/\omega^*}{(1-\Omega^{*2})+i\Omega^* [2\xi^* + \eta^*(1-\Omega^{*2})]} \quad (21)$$

其中 $\Omega^* = \omega/\omega^*$, ω^* 为第一特征频率,且

$$B = A_t C_f \left[C^*/A_t g \right] \rho A_s \left[1 + h_t \varphi_t / h_s \varphi_p \right]$$

$$\xi^* = (m+1)L_s \omega^*/2R$$

$$\eta^* = L_d \omega^*/R; \nu = \tau_c \omega$$

其中 ξ^* , η^* 和 ν 都是无量纲参数,在特征频率处($\Omega^* = 1$),此绝对值是 B/ω^* ,相位是 $-\pi/2$,在零频率时的值是 $2\xi^*B/\omega^*$ 。如果 η^* 和 $\nu = 0$,方程(21)就代表熟悉的有阻尼比 ξ^* 的二阶共振特性曲线,在图6上用实线显示了 η^* 和 $\nu = 0$ 时 ξ^* 有两个值的($T/\ddot{x}_p$) $\omega^*/2\xi^*B$ 一组幅值和相位曲线;对 $\eta^* = 1$ 和 $\nu = 0$ 是用点划线显示的,对大力神II的情况,其长的氧化剂抽吸管(L_s 较大)导致相对大的 ξ^* 及较大的阻尼特性;而短的燃料管路(L_s 较小)导致相对小的 ξ^* 及较小的阻尼特性*,小的 ν 值在幅值曲线上没有什么重要的影响,但提供一个 ν 弧度的附加相滞。

为将来分析方便起见,现在引进下面的无量纲参数:

$$\gamma = (1 + \Omega^{*2})/(2\xi^*\Omega^*) \quad \eta = L_d \omega/R \quad \xi = 1 + \eta \gamma$$

$$E = [C^*/(A_t g)]/R, D = [A_s/(A_t C_f)](\varphi_p/\varphi_t)/(m+1)E \quad (22)$$

方程(19)和(21)变为:

$$p_s/p_c = [(1+i\eta)(1+i\nu) - i\nu E] / [(m+1)E] \quad (23)$$

$$T/\ddot{X}_p = (B/\omega)/(1+i\nu)(\gamma + i\xi) \quad (24)$$

把上述两个关系代入(16),得到反馈传递函数为

$$H(i\omega) = \frac{B}{\omega} \frac{1+i\nu DE - D(1+i\eta)(1+i\nu)}{(1+i\nu)(\gamma + i\xi)} \quad (25)$$

*大力神II有代表性的数值 $\nu = 0.16$:

	ξ^*	η^*	E	D
氧化剂	0.26	0.18	0.22	0.43
燃烧剂	0.07	0.94	0.18	0.24

2.4 双推进剂发动机系统传递函数

如果一种推进剂的流量受到飞行器运动的扰动,那末通过燃烧室压力波动要引起第二种推进剂的流量扰动,这最后又要影响到燃烧室压力,这样的流动效应称之反流(backflow),如果 Z_2 是第二种推进剂到推力室的阻抗,那末 $\dot{w}_{d2} = -p_c/Z_2$ 代进方程(11)并重新组合,我们求得由推进剂1的结构激振引起的燃室压力 $p_{c \cdot 1}$,与推进剂1的排出流量关系是:

$$(\tau_c s + 1) p_{c \cdot 1} = \left[C_{1c}^* / A_{tg} \right] \dot{w}_{d1} \quad (26)$$

其中

$$C_{1c}^* = \frac{C_1^* Z_2 (1 + i\nu)}{Z_2 (1 + i\nu) + [C_2^* / A_{tg}]}$$

此 C_{1c}^* 就是把反流效应加到推进剂2的排出管路时的推进剂1的有效特征速度。由(9)(11)求得:

$$Z_2 = R_{p2} + R_{d2} + L_{d2}s + \frac{(m_2 + 1)L_{s2}s}{1 + (s/\omega_2^*)^2} = R_2 [(1 - E_2)\gamma_2 + i\xi_2] / \gamma_2 \quad (27)$$

在 $\omega = \omega_2^*$ (即当 $\gamma_2 = 0$) 时,观察到 $Z_2 \rightarrow \infty$,与1相比可忽略 ν^2 、 νE_2 和 $E_1 E_2$,我们得到下面的近似关系为:

$$C_{1c}^* / C_1^* \simeq 1 - E_2 \gamma_2 / [(\gamma_2 + i\xi_2)(1 + i\nu)]$$

$$R_{1c} / R_1 \simeq 1 \quad (28)$$

其中 R_{1c} 为当 C_1^* 被 C_{1c}^* 代替时所得到的 R_1 的等效值。作为反流的进一步结果,此时发生的推进剂2的抽吸管压力,将会引起另一个抽吸管力。所以推进1的液压反馈函数变为:

$$H_1(s) = \frac{T_1}{x_{p1}} \left(1 - \frac{A_{s1}}{A_t C_f} \frac{\varphi_{p1}}{\varphi_T} \frac{p_{s1 \cdot 1}}{p_{c \cdot 1}} - \frac{A_{s2}}{A_t C_f} \frac{\varphi_{p2}}{\varphi_T} \frac{p_{s2 \cdot 1}}{p_{c \cdot 1}} \right) \quad (29)$$

这就代替了由(16)给的方程,其中“1”下标指该量的来历是推进剂1的结构激振。 T_1/x_{p1} 和 $p_{s1 \cdot 1}/p_{c \cdot 1}$ 是用(28)修改(23)(24)中的B和E得到的。 $p_{s2 \cdot 1}/p_{c \cdot 1}$ 是用 $\dot{w}_{d2} = -p_{c \cdot 1}/Z_2$ 和(9)(10)得到的。由此得到包括反流到推进剂2的影响,推进剂1的反馈函数为:

$$H_1(i\omega) = \frac{B_1}{\omega} \cdot \frac{1 + i\nu D_1 E_1 - D_1(1 + i\eta_1)(1 + i\nu) - E_2 N_2}{(1 + i\nu)(\gamma_1 + i\xi_1)} \quad (30)$$

其中 $N_2 = [\gamma_2(1 + i\nu D_1 E_1) - iD_2]/(\gamma_2 + i\xi_2)$

当不与推进剂 2 相互作用时, 即简化成 (25) 的结果。由 (28) 让 $E_2 \rightarrow 0$ 也容易证明这个结果。通过下标 1 和 2 的交换, 由前可求得 $H_2(i\omega)$ 。

三、稳定性分析

3.1 一般公式

在得到了图 2 中的 $G(s)$ 和 $H(s)$ 之后, 就能评估系统的稳定性了, 考虑图 1 显示的闭回路系统 (正反馈), 对外部有效推力振荡的加速度影响是:

$$\ddot{x}/T' = G(s)/[1 - G(s)H(s)] \quad (31)$$

其中 $G(s)$ 由 (2) 式给出, 实际上不稳定性发生在接近于结构共振的频率 ω_n 的一个频率上, 所以为稳定性分析, 可以用一个等于在 ω_n 处的 $H(s)$ 的与频率无关的复数 $\bar{H}$ 近似 $H(s)$ 即:

$$H(s) \approx H(i\omega_n) = \bar{H} \quad (32)$$

代 (2) (32) 到 (31) 在 $s = \lambda$ 时, 可得闭回路的根值。

$$\lambda = -[\xi\omega_n \pm i\omega_n(1 - \bar{H}\bar{G}_p - \xi^2)^{1/2}]/(1 - \bar{H}\bar{G}_p) \quad (33)$$

现在考虑 $\bar{H}\bar{G}_p$ 的实部与虚部的大小, 在 $s = i\omega_n$ 时开环增益是:

$$G(i\omega_n)H(i\omega_n) = \bar{H}\bar{G}_p/i2\xi$$

假定开环增益的量级比起 1 来不是过大, 那末 $\bar{H}\bar{G}_p$ 的实部与虚部就不会超出 ξ 的量级且 $\xi \ll 1$ 因此 λ 的实部可近似为

$$\lambda_r \approx -(\xi \pm \bar{H}_1\bar{G}_p/2)\omega_n \quad (34)$$

其中 $\bar{H}_1$ 是 $\bar{H}$ 的虚部, 在无反馈时, 由 (2) 可以看到 $\lambda_r = -\xi\omega_n$ 与 (34) 比较这种结果, 可求得最小的闭环阻尼比 ξ_c 是:

$$\xi_c \approx \xi + \bar{H}_1\bar{G}_p/2 = \xi + \xi_N \quad (35)$$

其中因为按实际情况 $\bar{H}$ 为负值, 故选择正号, 并且 $\xi_N = -\bar{H}_1\bar{G}_p/2$ 就是用来产生一个中性稳定系统 ($\xi_c = 0$) 所需要的结构阻尼比, 给定一组时变参数的稳定性能通过 ξ_N 对时间的曲线图表示出来, 即图 7 中的 A 线当 ξ_N 超出 ξ (可以随时间 t 变化) 时, 开始振荡, 然后出现时变极限环, 直到 ξ_N 小于 ξ , 接着振荡消失。如果系统刚好稳定, 那末像在图 7 接近曲线 B 的峰值时那样, 窄带的随机振荡就是小阻尼闭环系统噪声激振的结果。

奈奎斯特稳定性判据是以系统的开环增益 (OLG) 为基础的, 由图 1 得到

$$OLG = G(s)H(s) \quad (36)$$

以频率作为参数OLG的极坐标图称之奈奎斯特图(图8)。对正反馈系统,我们关心零相位增益值(ZPG)即OLG在 $\varphi = 0$ 时的值,该图的最大半径用 $|OLG|_m$ 表示,如果 $|OLG|_m < 1$,那末系统是增益稳定的(纯相移怎么也不会引起 $ZPG > 1$)。如果 $|OLG|_m > 1$,但 $ZPG < 1$,那末该系统就是相位稳定的(纯相移能引起不稳定),相位稳定系统的相位裕度 φ_m 就是能产生单位ZPG值的相移量。

为了求得ZPG,可把 $G(s)$ 写为在 ω 接近 ω_n 时相角 θ_G 的近似函数:

$$G(i\omega) \cong (G_p/2\xi) \sin \theta_G e^{i\theta_G} \quad (\xi/\tan \theta_G < 1) \quad (37)$$

$\tan \theta_G = -2\xi\Omega_n/(1-\Omega_n^2)$, 记 $H = |H|e^{i\theta_H}$ 并使用(37)式在 ω_n 邻近可求得OLG:

$$OLG \cong \frac{G_p}{2\xi} |H| \sin \theta_G e^{i(\theta_G + \theta_H)} \quad (38)$$

在回路零相位的频率处, $\theta_G + \theta_H = 0$, OLG正比于H的虚部。结合(32)中的假设, ZPG为:

$$ZPG \cong -\bar{H}_I G_p / 2\xi \quad (39)$$

比较(39)与(35)有

$$\xi_c \cong \xi(1 - ZPG) \quad \xi_N \cong \xi ZPG \quad (40)$$

像要求的那样,对中性稳定情况 $ZPG = 1$, $\xi_c \rightarrow 0$ 且 $\xi_N \rightarrow \xi$ 。如果此回路不在 T' 或 x 处开环,那末就不会得到这些简单关系。

若在 ω_n 邻近, $H(s)$ 相对于 $G(s)$ 是缓慢变化的,可发现奈奎斯特图的最大半径基本上发生在 $\omega = \omega_n$ 处,因此 $\theta_G \cong \pi/2$,且由(38)此最大半径为:

$$|OLG|_m \cong G_p |\bar{H}| / 2\xi \quad (41)$$

可由下式给出相位裕度 θ_m 为:

$$\theta_m \cong \theta_H(\omega_n) - \sin^{-1} \frac{1}{|OLG|_m} \begin{cases} ZPG < 1 \\ |OLG|_m > 1 \end{cases} \quad (42)$$

其中 $\sin^{-1}$ 在第一象限或第二象限内产生一个角度,无论那一个都减少 θ_m 的绝对值。为简短起见,对增益或相位稳定性问题不作进一步考虑。

3.2 单推进剂系统的稳定性

像已经看到的那样,由于反流,两种推进剂的相互作用,使传递函数大为复杂化了,所以首先考虑一个假想的单推进剂系统是有益的。由(25)取 $H(i\omega)$ 的虚部,并代入(35)求得:

$$\xi_N \cong -\frac{G_p B}{2\omega_n} \frac{\bar{\xi} - D + \bar{\nu} \bar{\gamma} (1 - DE)}{\bar{\xi}^2 + \bar{\gamma}^2} \quad (\bar{\nu}^2 < 1) \quad (43)$$

其中与频率有关的 ξ 、 γ 、 ν 上的一横杠表示在 ω_n 处取值, 令燃烧滞后 $\bar{\nu} = 0$, 可得

$$\frac{2\omega_n \xi_N}{G_p B} \sim \frac{1 + \bar{\eta} \bar{\gamma} - D}{(1 + \bar{\eta} \bar{\gamma})^2 + \bar{\gamma}^2} \quad (\bar{\nu} = 0) \quad (44)$$

其中 $\bar{\xi}$ 由 (22) 用 $(1 + \bar{\eta} \bar{\gamma})$ 代替, 在图 9 上, 取 $D = 0, 0.5, 1.0$ 和 $\bar{\eta} = 0, 1.0$ 。由 (44) 将 $2\omega_n \xi_N / G_p B$ 画成 $\bar{\gamma}$ 的函数曲线。由 (25) 求得:

$$\tan \theta_H(\omega_n) = \frac{-(1 + \bar{\eta} \bar{\gamma}) + D}{(1-D) \bar{\gamma} + D \bar{\eta} (1 + \bar{\eta} \bar{\gamma})} \quad (\bar{\nu} = 0) \quad (45)$$

当 $|\tan \theta_H(\omega_n)|$ 减小时, 不稳定性的频率就要移开结构频率 ω_n , 这两个频率的分离增大就使推导 ξ_N 时所用的近似方法的精度变坏, 在图 9 中交叉阴影曲线就是作为对应于 $|\tan \theta_H(\omega_n)| < \frac{1}{2}$ 的 ξ_N 的有效范围。每一个曲线都显示出了由下式给出 $\bar{\gamma}$ 值时的最大值。

$$\bar{\gamma}_m = -\frac{1-D}{\bar{\eta}} \left[1 \mp \left(1 - \frac{\bar{\eta}^2}{1 + \bar{\eta}^2} \frac{1-2D}{(1-D)^2} \right)^{1/2} \right] \quad (\bar{\nu} = 0) \quad (46)$$

其中所选择的符号使 $\bar{\gamma}_m > -(1-D)/\bar{\eta}$ 。在图 10 上, 对应一些 D 值画出了 $\bar{\gamma}_m$ 作为 $\bar{\eta}$ 的函数曲线, 对应于 $|\tan \theta_H(\omega_n)| < \frac{1}{2}$ 的一些 $\bar{\gamma}_m$ 值就是交叉曲线值。可以观察到, 只要不使用 $D > 0.5$ 和 $\bar{\eta} > 0.8$ 的组合值, 那末, 像在图 10 上画的不稳定曲线的峰值处就可精确地评估稳定性, 对应 $\bar{\gamma}_m$ 的就是导致最大不稳定性的频率比 ω_m^* / ω_n :

$$\omega_m^* / \omega_n = [1 - (m+1)L_s \omega_n \bar{\gamma}_m / R]^{-1/2} \quad (47)$$

由 (22) 式可得到这个结果。对小的 $\bar{\nu}$ 值, $2\omega_n \xi_N / G_p B$ 的最大值发生在

$$\bar{\gamma}_m \sim -c \left[1 \mp \left(1 - \frac{2\bar{\eta}c-1}{c^2(1+\bar{\eta}^2)} \right)^{1/2} \right] \quad (48)$$

其中 $c = (1-D)/[\bar{\eta} + \bar{\nu}(1-DE)]$ 所选择的符号使得 $\bar{\gamma}_m > -c$, 再把 (48) 确定的 $\bar{\gamma}_m$ 代入 (43) 就能求得 ξ_N 的近似最大值。

当频率一致时, $\omega = \omega_n$ (即 $\bar{\gamma} = 0$)

$$\xi_N \sim \frac{G_p B}{2\omega_n} (1-D) \quad (\bar{\nu}^2 \ll 1) \quad (49)$$

此表明 $\bar{\nu}$ 并不是最重要的。仅对 $\bar{\nu}^2 < 1$ ，一致频率时的 ζ_N 才是 ζ_N 对 $\bar{\gamma}$ 曲线峰值的相当的近似。

3.3 双推进系统的稳定性:

双推进剂情况下，中性稳定时所需要的结构阻尼，可用迭加方法求得:

$$\zeta_N = \zeta_{N1} + \zeta_{N2} = -\frac{1}{2}H_{11}G_{p1} - \frac{1}{2}H_{12}G_{p2} \quad (50)$$

其中 $G_{p1} = \varphi_{p1} \varphi_g / M$ 和 $G_{p2} = \varphi_{p2} \varphi_g / M$, 从 (30) 可推导出 H_{11} 的表示式, 然后作相当的代数运算后, 可得到:

$$\zeta_{N1} \sim \frac{G_{p1}B_1}{2\omega_n} \cdot \frac{\bar{\zeta}_1(1 - \varepsilon_{a2}) - D_1 + \bar{\gamma}_1[\bar{\nu}(1 - D_1E_1) - \varepsilon_{b2}]}{\bar{\xi}_1^2 + \bar{\gamma}_1^2}, \quad (\bar{\nu} < 1) \quad (51)$$

$$\text{其中 } \varepsilon_{a2} = \frac{E^2}{\bar{\xi}_2^2 + \bar{\gamma}_2^2} \left[\bar{\gamma}_2(\bar{\gamma}_2 - \bar{\nu}\bar{\xi}_2) + (D_2 - \bar{\nu}\bar{\gamma}_2)(\bar{\nu}\bar{\gamma}_2 + \bar{\xi}_2) \right]$$

$$\varepsilon_{b2} = \frac{E_2}{\bar{\xi}_2^2 + \bar{\gamma}_2^2} \left[-(D_2 - \bar{\nu}\bar{\gamma}_2)(\bar{\gamma}_2 - \bar{\nu}\bar{\xi}_2) + \bar{\gamma}_2(\bar{\nu}\bar{\gamma}_2 + \bar{\xi}_2) \right]$$

对 ε_{a2} 和 ε_{b2} 为保持对称形式已保留了一些 $\bar{\nu}^2$ 的项, 一横杠表示在 ω_n 时取值, 注意当 ε_{a1} 和 ε_{b1} 趋于零时, 式 (51) 化简到 (43) 式, 通过交换下标 1 和 2, 由 (51) 可得到 ζ_{N2} 的表达式, 将 (51) 应用到一些情况时表明: 在大多数情况, 相对于零相位增益的精确值, 其精度超过 10%。当不稳定度最大时此精度趋于最好。

当 $\omega_1^* = \omega_n$ (即 $\bar{\gamma}_1 = 0$ 且 $\bar{\xi}_1 = 1$), 将 (51) 简化为:

$$\zeta_{N1} \sim G_{p1}B_1 (1 - \varepsilon_{a2} - D_1) / 2\omega_n \quad (\omega_1^* = \omega_n) \quad (52)$$

此式可与 (49) 式相比较。考虑当 ω_1^* , ω_2^* 和 ω_n 一致时, 就可得到最大可能不稳定性估计为:

$$\zeta_N \sim \frac{G_{p1}B_1}{2\omega_n} (1 - D_1 - D_2E_2) + \frac{G_{p2}B_2}{2\omega_n} (1 - D_2 - D_1E_1)$$

其中 $\omega_1^* = \omega_2^* = \omega_n$, $\bar{\gamma}_1 = \bar{\gamma}_2 = 0$, 且 $\bar{\xi}_1 = \bar{\xi}_2 = 1$

四、小 结

为 POGO 振动分析所提出的数学模型包含下面一些条件和影响: a) 纵向结构振型 b) 单台发动机。c) 抽吸管中的波传播。d) 泵进口处的气蚀柔度。e) 泵的动力增益。

f) 排出管中的不可压缩流。g) 燃烧室时滞及混合比扰动对燃烧室压力的影响。已经表明, 飞行器结构每单位加速度所产生的推力有着由c) 和d) 所引起的共振特性。对单和双推进剂情况, 可推导出反馈传递函数。

模型是以〔2〕的一个公式为基础的, 但作者作了下面一些扩充内容:

- 1) 在抽吸管中使用了波传播的传递管路的表示方法以及表示等效气泡的公式。
- 2) 在所关心的频率范围内重视了燃料抽吸管共振的存在。
- 3) 引进了混合比对燃烧响应的影响。

在过去, POGO问题的复杂性已要求使用计算机得到一些数值解, 本文导出了闭环阻尼(51)式的近似表示式, 它用一组无量纲参数清楚地反映在公式之中, 此公式是通过下面一些可能条件作出的:

- 1) 避免了由二次影响所引起的模型复杂性。
- 2) 对抽吸管共振作用了等效气泡表示法。
- 3) 在结构共振频率附近假定, 反馈传递函数是缓慢变化的。

4) 在两种燃料相互作用时, 忽略了二阶项。用有效推力或飞行器加速度表示的零相位增益表明与闭环阻尼〔见(40)式〕有着简单的关系。

试验计算已表明, 对工程使用, 稳定性结果是足够精确的。除了直接评估稳定性之外, 所提出的结果能用来指导更为精确的计算机分析, 以及评估模型参数中数值不确定性的重要意义。这里所提出的反馈传递函数若用到别的飞行器时可能需要修改, 然而, 可按本文表明的相同方法进行稳定性关系的推导, 即 $H(s)$ 可以有着不同的形式, 但由(35)给出的稳定性关系仍是有效的。对液压系统不相互作用的多台发动机, 只需把个别发动机的影响作用迭加起来即可; 研究多台发动机之间的相互作用已超出了本文的范围。

一般说来, 在所关心的频率范围内, 对导弹的每一个纵向振型都应进行稳定性分析研究, 为了建立一个类似于图7的稳定性——时间特性曲线, 那末应在发动机工作期间内足够多的时间上进行稳定性计算。

读者可以参考大力神Ⅱ(武器系统和双子星座系统改型), 研究或使用校正装置的介绍的文献〔2〕—〔5〕, 一般来说, 评估一种校正装置将涉及一种模型的修改, 并把实际装置加入系统应引起适当的影响。不管怎样, 一个有希望的校正装置, 不应改变稳定性的表示法。降低抽吸管的第一阶特征频率并低于结构的共振频率, 这样, 为避免不稳定性, γ 应是负值(见图9)。若通过降低抽吸管中的声速或在接近泵入口处增加液压柔度就可以达到稳定性。

参 考 文 献

- 〔1〕 "Summary report, development of a Longitudinal oscillatoin

model for the Thor MB-3 Propulsion System." Rocketdyne Div. of North American Aviation Inc., Rept. R-6337 (October 30, 1965); Confidential.

[2] Walker, J. H., Winje, R. A., and McKenna, K. J., "An investigation of Low frequency Longitudinal Vibration of The Titan II missile during Stage I flight," TRW Space Technology Labs. Rept. 6438-6001-RU-000 (March 26, 1964); also Addendum (June 30, 1964).

[3] Bikle, F. E. and Rohrs, J. B., "Dynamic analysis of Longitudinal Oscillations of SM-68B Stage I (POGO)," Martin Co., Denver, Colo., Tech. Operating Rept. CR-64-71 (March 1964).

[4] Rubin, S., "Instability model of missile Longitudinal Oscillation due to Propulsion feedback," Aerospace Corp., Rept. TOR-369 (4126)-28 (September 21, 1964).

[5] Prause, R. H. and Goldman, R., "Longitudinal Oscillation instability Study-POGO," Martin Co., Baltimore Div., Engineering Rept. 13374 (December 1964).

[6] Wolf, K. E., Austin, E. A., and Nelson, R. L., "Study of Longitudinal Oscillations during flights of Atlas Space Launch Vehicles," Rocketdyne Div. of North American Aviation Inc., Rept. AER 64-2 (March 30, 1964).

[7] Davir, W. F., Keeton, D. L., Lynch, T. F., Novak, W. W., and Saxton, H. A., "Feasibility of Compliant devices to eliminate longitudinal instability," Douglas Missile and Space Systems Div., Rept. SM-49005 (August 15, 1965).

[8] McKenna, J. J., Walker, J. H., and Winje, R. A., "Engine-airframe Coupling in Liquid rocket Systems," J. Spacecraft Rockets 2, 254-256 (1965).

[9] Radovcich, N. A., "Analytical model for missile axial Oscillation induced by engine-structural Coupling," AIAA Unmanned Spacecraft Meeting (American Institute of Aeronautics and Astronautics, New York, March 1965); also Lockheed Missile and Space Co. Rept. A-65822 (March 1964).

[10] Rose, R. G., Staley, J. A., and Simson, A. K., "A study of System-Coupled, Longitudinal instabilities in Liquid rockets," Parts I and II, U. S. Air Force Rocket Propulsion Lab., Rept. AFRL-65-163 (September 1965).

[11] Runyan, H. L., Pratt, K. G., and Pierce, H. B., "Some hydroelastic—pneumatic Problems arising in the Structural dynamics of launch Vehicles," American Society of Mechanical Engineers Aviation and Space Conference, Publication 65—Av—27 (March 1965).

[12] Paynter, H. M., "Fluid Transients in engineering Systems," Handbook of Fluid Dynamics edited by V.L. Strsster (McGraw—Hill Book Company Inc. New York, 1961), Sec 20.

王其政 译

黄怀德 校

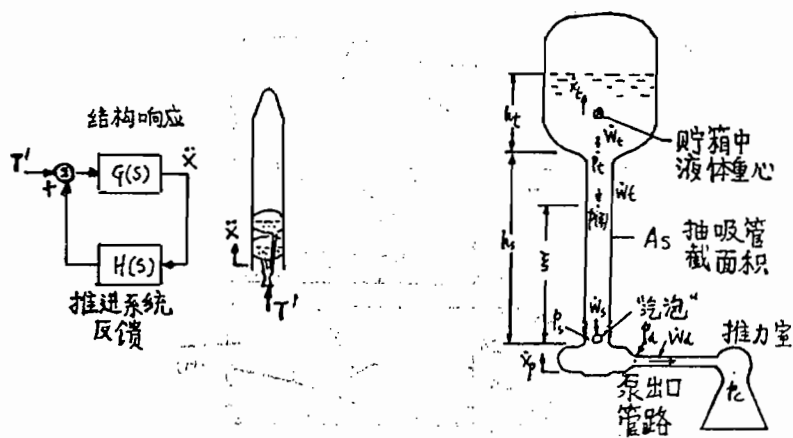


图1 POGO现象的闭环表示

图2 推进系统示意图

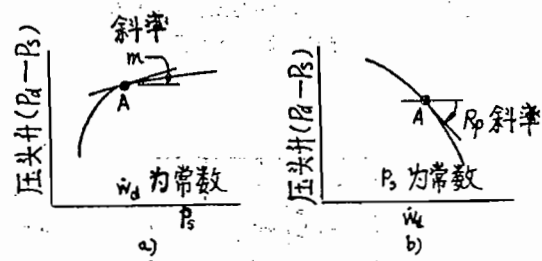


图3 典型的泵静态特性曲线

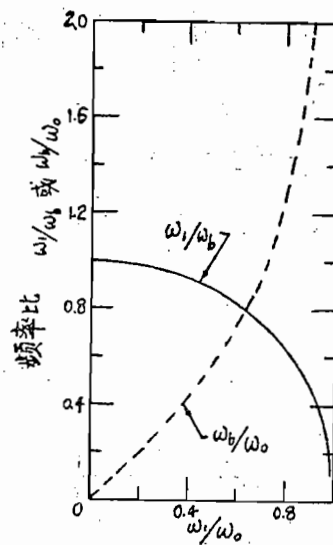


图4 一阶风琴管频率与汽泡频率的关系

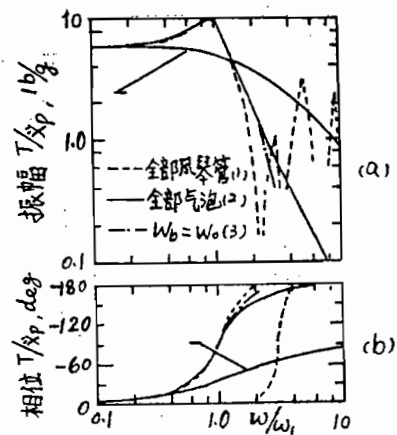


图5 传递函数 T/x_p 的振幅 (a) 和相位 (b) 的例子

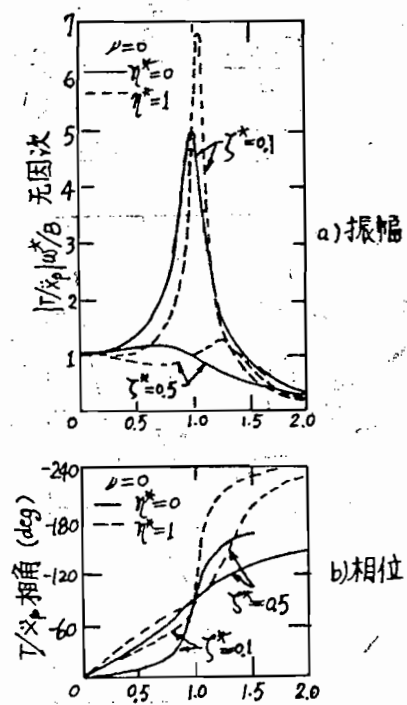


图6 无因次形式的传递函数

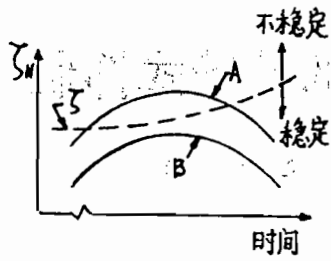


图7 稳定性随时间变化曲线

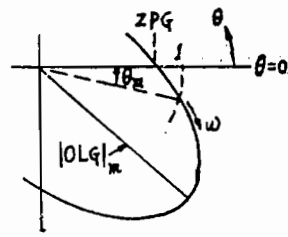


图8 奈奎斯特稳定性图

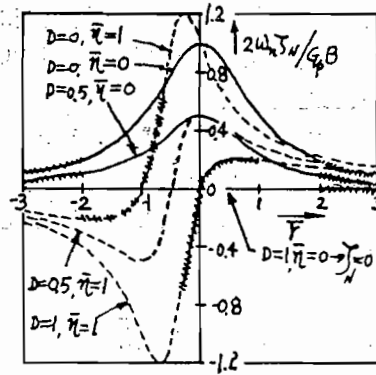


图9 零燃烧时滞($\bar{\gamma}=0$)稳定性参数 $2\omega_n \zeta_n / G_p B$ 与频率参数 $\bar{\gamma}$ 的关系 [见 (44) 式]

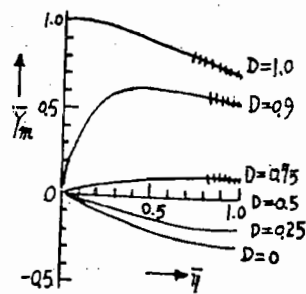


图10 $\bar{\gamma}=0$ 时, 图9上最大不稳定性的位置与 $\bar{\eta}$ 的关系 [见 (46) 式]

航天飞机 POGO 的被动式抑制*

作者: M.H.Lack 和 S.Rubin

内 容 提 要

本研究报告对(1)没有抑制装置的航天飞机 POGO 不稳定性的趋向以及(2)抵制任何不稳定性趋向的两种被动式抑制器(柔性蓄压器和阻力蓄压器)的效能提供了定性的估计。此外,还对三个抑制器的位置〔低压泵(LPOP)入口和排出口以及高压泵(HPOP)入口〕的相对效能进行了评价。

本报告的主要结论是,在HPOP的入口位置上,而不是在LPOP的位置上,可以利用被动式装置进行有效的 POGO 抑制。还根据两种蓄压器的相对效能以及关于暂定的蓄压器设计要求得出了其他的结论。最后对未来的研究提出了若干建议。

摘 要

本研究报告对(1)没有抑制装置的航天飞机 POGO 不稳定性的趋向以及(2)抵制任何不稳定性趋向的两种被动式抑制器(柔性蓄压器和阻力蓄压器)的效能提供了定性的估计。此外,还对三个抑制器的位置〔低压泵(LPOP)入口和排出口以及高压泵(HPOP)入口〕的相对效能做了评价。

在利用航天飞机的理想化模型所做的稳定性分析基础上完成了上述的评价。虽然模型是理想化的,但它包含了对柔性的输送管路的较高阶振型、氧化剂系统的泵间管路振型以及飞行器结构的纵向和横向耦合运动的描述。此模型对采用连续关系式的输送管路振型是特别精确的。此外,还考虑了由流体阻力引起的广义力影响、流体动量效应、流体流量的转换和贮箱的外流效应以及发动机的推力影响。

稳定性分析结果揭示了包含泵间振型和推进系统输送管路振型的基本系统(即没有抑制器)的不稳定性。业已发现:在HPOP入口安置柔性蓄压器或阻力蓄压器可以排除这两方面的不稳定性。同时发现,在LPOP的入口或排出口安置这些蓄压器就会加剧含有泵间振型的不稳定性。但在LPOP入口安置蓄压器可排除含有推进系统输送管路振型

* 译自 NASA CR-132452

本文的姊妹篇(NAS3-17758)为主动式抑制器的应用。

的不稳定性。

本报告的主要结论是，在HPOP的入口位置上，而不是在LPOP的位置上，可以利用被动式装置进行有效的POGO抑制。还根据两种蓄压器的相对效能，以及关于暂定的蓄压器设计要求得出了其他的结论。最后，对未来的研究提出了若干建议。

引言

航天飞机POGO不稳定性的抑制，由于飞行器结构和液体推进系统的性质而复杂化了。就结构而言，多体布局使飞行器的横向和纵向运动产生相当大的耦合。由于所有这些运动都能与推进剂流相耦合，所以要分析航天飞机上的POGO现象，就必需对横向运动和纵向运动进行精确的描述。就推进系统来说，氧化剂输送管路的长度会造成柔性管若干较高的流体管路振型，在产生这些振型的频段内，结构/推进系统可能发生强烈的相互作用，从而会在一个较宽的振型和频率范围内增加POGO不稳定性的可能性。此外，发动机本身也能引起推进系统振型，此振型主要是靠近发动机的，它是由两个泵之间含有相当长度的导管所引起的。S. Rubin的一篇尚未公布的报告提出，氧化剂系统的这种“泵间”振型可能导致不稳定性。由此提出了一个POGO抑制装置的位置问题。因为处于发动机入口的抑制器，在抑制含有泵间振型的不稳定性时可能是无效的。相反的，靠近发动机安置的抑制器，在抑制含有输送管路振型的不稳定性时也许是无效的。

本报告旨在对航天飞机系统复杂性引起的问题作出评价。这些评价对系统虽然作了简化，但能说明结构横向和纵向运动、柔性的氧化剂输送管路较高阶振型以及泵间振型，取得了这种系统的分析结果。本报告特别检验和评价了以下三个问题：（1）没有抑制装置的航天飞机POGO不稳定性的趋向，（2）有柔性和阻力的这两种被动式蓄压器*以及（3）蓄压器的三个位置。

柔性蓄压器（无惯性或阻力）是过去飞行器所通用的那种装置的简化型式。通常，这些装置被看成是纯柔性的，但事实上他们具有很小的固有惯性和阻力。最近德尔它第一级运载器利用阻力蓄压器（基本上为阻力，同时存在着惯性和柔性）来修正由于蓄压器和发动机入口间距较大而引起的问题⁽¹⁾。此间距引起了输送系统的二阶流体管路振型，从而导致了不稳定性。

对蓄压器引入较大的阻力，从而改进了德尔它第一级的不稳定性。虽然曾采用阻力蓄压器来解决由蓄压器/泵间隔引起的问题，但蓄压器的特性表明，它可不管蓄压器/泵间距，能在一个较宽频段内提供系统阻尼。阻力蓄压器的这个特性吸引人们把它选用在航天飞机上，并促使我们把它选为本报告检验之用。为了简单起见，本报告只论及蓄压器/泵的零间距情况。而对有限间距（既适用于阻力装置，也适用于柔性装置）结果的检验则更合理，这有待于以后作更进一步的研究。

关于对蓄压器位置的评价, 决定利用以下三个位置上的两种蓄压器来完成稳定性分析:

1. 低压泵入口;
2. 低压泵排出口;
3. 高压泵入口。

把在这些情况下取得的结果与基本系统(即无抑制器的飞行器)的相应结果作了比较。分析只对氧化剂系统, 因为洛克威尔国际公司空间部未公布的初步研究报告表明, 从POGO不稳定性的观点看, 氧化剂推进系统可能是严重的。

本报告的以后几节介绍了阻力蓄压器设计准则的研制, 供稳定性分析用的分析模型的关系式以及基本系统和装有柔性和阻力蓄压器系统的稳定性分析。最后, 对研究结果作了概括, 引出了结论, 并对未来的研究提出了建议。

符 号

单位: M (质量), F (力), L (长度), T (时间)

a 声速 $[LT^{-1}]$

A 面积 $[L^2]$

A_T 推力室的有效面积 $[L^2]$

~~B 见方程 (1.3)~~

C 柔性 $[F^{-1}L^5]$

~~C_f 推力柔数 $[-]$~~

~~D 见方程 (1.3)~~

$\bar{f}$ 推进剂的平均质量流量 $[MT^{-1}]$

g 标准重力加速度 $[LT^{-2}]$

G_e 发动机运动的结构增益, $\phi^2(e)/M$, $[M^{-1}]$

h_c 贮箱内推进剂的高度 $[L]$

~~h_s 贮箱-发动机输送管路的高度 $[L]$~~

i 虚数单位 $\sqrt{-1}$

l 管路长度 $[L]$

L 惯性 $[FL^{-5}T^2 \text{ 或 } ML^{-4}]$

$m+1$ 泵动态增益 $[-]$

M 质量 $[M]$

M_n 第 n 阶结构振型的广义质量 $[M]$

P_n 单位广义坐标加速度的箱底模态压力 $[FL^{-3}T^2]$

P 脉动压力 $[FL^{-2}]$

q_n	第 n 阶结构振型的广义位移
Q	容积流量 $[L^3T^{-1}]$
R	阻力 $[FL^{-6}T]$
s	用来表示复频率的拉普拉斯变量, $\sigma + i\omega$, $[T^{-1}]$
t	时间 $[T]$
T	推力 $[F]$
x	沿纵轴的结构位移 $[L]$
z	沿横轴的结构位移 $[L]$
$\bar{V}$	推进剂定常流速度 $[LT^{-1}]$
Y	流量导纳 $[F^{-1}L^6T^{-1}]$
Z	流量阻抗 $[FL^{-6}T]$
α_{ij}	输送管路传递函数中的系数, 见附录A $[-]$
ζ	结构振型的临界阻尼比 $[-]$
ζ_a	蓄压器的临界阻尼比 $[-]$
ζ_N	系统中性稳定所需的结构阻尼 $[-]$
θ	复传播角
ρ	推进剂质量密度 $[ML^{-3}]$
τ	流体管路中的传播时间, $\sqrt{LC}$ 或 l/a , $[T]$
ϕ_n	模态位移 $[-]$
ω	角频率 $[T^{-1}]$
ω_a	蓄压器的固有频率, $[T^{-1}]$
ω_n	结构振型的固有频率 $[T^{-1}]$
Ω	频率比, 见方程 (1.5) $[-]$

下标:

a	蓄压器
b	气泡
c	燃烧室
d	排出口
e	发动机
ip	泵间
l	下限
n	结构系统的第 n 阶振型
p	泵
R	实部, 相对的
t	贮箱
u	上限

一、阻力蓄压器的设计准则

使用阻力蓄压器的目的是为了在一特定频段内产生相当大的流体阻尼级。本节提出了所要求的阻尼级的测量，并研究了为达到所要求特性而用的蓄压器设计准则。

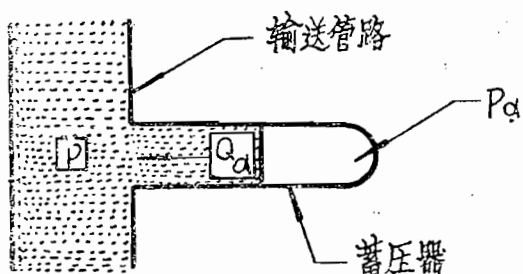
1.1 蓄压器模型

假设蓄压器是一种具有惯性 L_a 、柔性 C_a 和阻力 R_a 特性的线性装置。假设随时间变化的扰动形式为 e^{st} ，这里的 s 为拉普拉斯变量，支配蓄压器的方程可写成

$$sL_a Q_a + R_a Q_a = P_a - P \quad (1a)$$

$$Q_a = -sC_a P_a \quad (1b)$$

式中， Q_a 为从蓄压器流出的容积流量， P_a 为蓄压器的内部压力，以及 P 为蓄压器入口的压力（见草图）。



蓄压器的流量导纳 Y_a 可写成

$$Y_a = -\frac{Q_a}{P} = \frac{s}{L_a} \left\{ s^2 + 2\zeta_a \omega_a s + \omega_a^2 \right\}^{-1} \quad (2)$$

这里，蓄压器的固有频率 ω_a 和阻尼比 ζ_a 可定义为

$$\omega_a^2 = \frac{1}{L_a C_a} \quad \zeta_a = \frac{R_a C_a \omega_a}{2}$$

1.2 近似稳定性分析

阻力蓄压器的设计准则是根据图1所示单个泵系统的近似稳定性分析结果。分析是在假设结构系统以单个振型响应的情况下进行的。采用参考文献[2]的近似方法，中性稳定所需的结构阻尼可给定如下

$$\xi_n \approx \frac{(m+1)BG_e}{\{R_e \text{实} Y_a + (m+1)\}} \frac{(1-D)}{2\omega_n} \quad (3)$$

式中

$$B = A_1 A_T R_c \left(1 + \frac{h_t}{h_s} \frac{\phi_t}{\phi_e} \right)$$

$$D = \frac{A_1 R_e}{(m+1)A_T R_c} \frac{\phi_e}{\phi_t}$$

以及式中

A_1 = 输送管路的横截面积

h_s = 输送管路的长度

h_t = 贮箱内流体的高度

R_e = 发动机阻力

R_c = 推力室阻力

A_T = 推力室的有效面积
(即面积 × 推力系数)

$(m+1)$ = 泵的增益

ϕ_e = 发动机的模态位移

ϕ_t = 贮箱内推进剂重心的模态位移

ω_n = 有关的结构振型频率

发动机纵向运动的结构增益 G_e 定义如下

$$G_e = \frac{\phi_e^2}{M}$$

式中 M 为结构振型的广义质量。

1.3 设计准则

方程式 (3) 表明, 中性稳定所需的结构阻尼随蓄压器导纳的实部的增加而减少。此方程还表明, 该项的大小应为

$$\text{实} Y_a \gg (m+1)/R_e \quad (4)$$

它对阻力蓄压器是有效的。因此, 蓄压器的设计目的是在所关心的频段内保持不等 [方

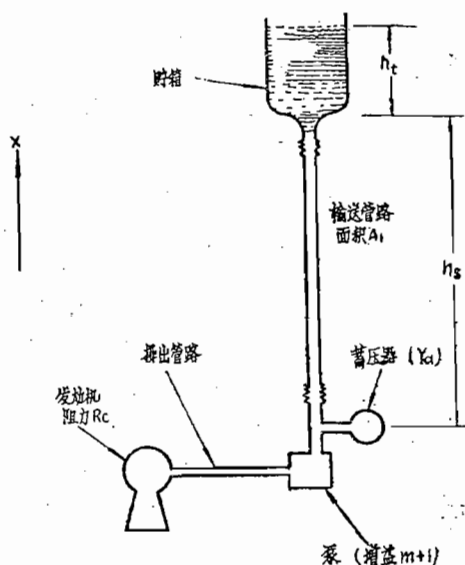


图1 供蓄压器设计准则分析用的模型

程(4)]。就以频率 ω 的谐振来说, 导纳的实部 Y_a 可写成:

$$\text{实}Y_a = \frac{2\xi_a}{\omega_a L_a} \left\{ \left(\frac{1}{\Omega} - \Omega \right)^2 + (2\xi_a)^2 \right\}^{-1} \quad (5)$$

式中 频率比 $\Omega = \omega/\omega_a$ 。实 Y_a 对 Ω 的导数为

$$\frac{d}{d\Omega} \text{实}Y_a = -\frac{4\xi_a(1-\Omega^4)}{\omega_a L_a \Omega^3 \{ (1/\Omega - \Omega)^2 + (2\xi_a)^2 \}^2} \quad (6)$$

结果方程(5)和(6)表明, 在 Ω 等于1时, 实 Y_a 单调上升到最大值, 当 Ω 超过1时, 实 Y_a 就单调下降。如果

$$\text{实}Y_a(\omega_1) \geq \alpha \quad (7a)$$

$$\text{实}Y_a(\omega_u) \geq \alpha \quad (7b)$$

保证实 Y_a 在 $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_u$, 频段内保持在某个选定值, 比方说 α 之上。

由此情况[方程(7)]导致对蓄压器参数提出了如下要求

$$\omega_1 C_a \sqrt{R_a \alpha (1 - R_a \alpha)} \geq \alpha |1 - \omega_1^2 L_a C_a| \quad (8a)$$

$$\omega_u C_a \sqrt{R_a \alpha (1 - R_a \alpha)} \geq \alpha |1 - \omega_u^2 L_a C_a| \quad (8b)$$

要求方程(8)组成阻力蓄压器的设计准则。就所确定的设计目的来说, 这些不等式规定了蓄压器的参数范围, 在此范围内, 设计目的得到了满足。为了以后在研究中应用设计的目的, 下面举例说明准则的应用。设计目的为

$$\text{当 } 2 \leq f \leq 30 \text{ 赫芝时, 实}Y_a \geq 0.06 \text{ 米}^5/\text{微牛顿秒 (1 英寸}^2/\text{秒)}^* \quad (9)$$

蓄压器参数的允许范围是很容易取得的, 其方法是先确定蓄压器的柔性 C_a , 然后利用方程(8a)和(8b)求取惯性 L_a 和阻力 R_a 的允许范围。蓄压器柔性的典型范围取为从0.006米⁵/微牛顿(0.1英寸²)至0.12米⁵/微牛顿(2.0英寸²)。所测定的这个范围包括利用洛克威尔提供的推进系统压力数据容积为0.057米³(2英尺³)的典型蓄压器估算的柔性值在内。图2示出了惯性和阻力允许值的最终范围以及在实 $Y_a \geq 0.3$ 米⁵/微牛顿秒(5英寸²/秒)和 $2 \leq f \leq 30$ 赫芝时计算得的较小范围。从图上看到, 这些区域对蓄压器柔性较不敏感(至少在所关心的范围内), 但对所选的导纳级却十分敏感。就蓄压器的设计来说, 选择曲线A(图2)限定区内任何一种惯性和阻力的组合, 都将满足设计的目的。专为稳定性分析选用的组合为

$$R_a = 1.7 \text{ 微牛顿秒/米}^5 \text{ (0.1秒/英寸}^2\text{)}$$

$$L_a = 0.023 \text{ 微牛顿秒}^2/\text{米}^5 \text{ (0.00133秒}^2/\text{英寸}^2\text{)}$$

可以断定, 这些值实际上可以根据德尔它第一级运载器的经验取得^[1]。除此特殊设计外, 还扼要地检验了若干别的阻力蓄压器设计, 以确定稳定性结果对蓄压器参数的敏感度。

* 公制单位中的导纳建立在用容积流量除压力的基础上, 在英制单位中, 采用重量流量。这个差异也适用于阻力和惯性单位。

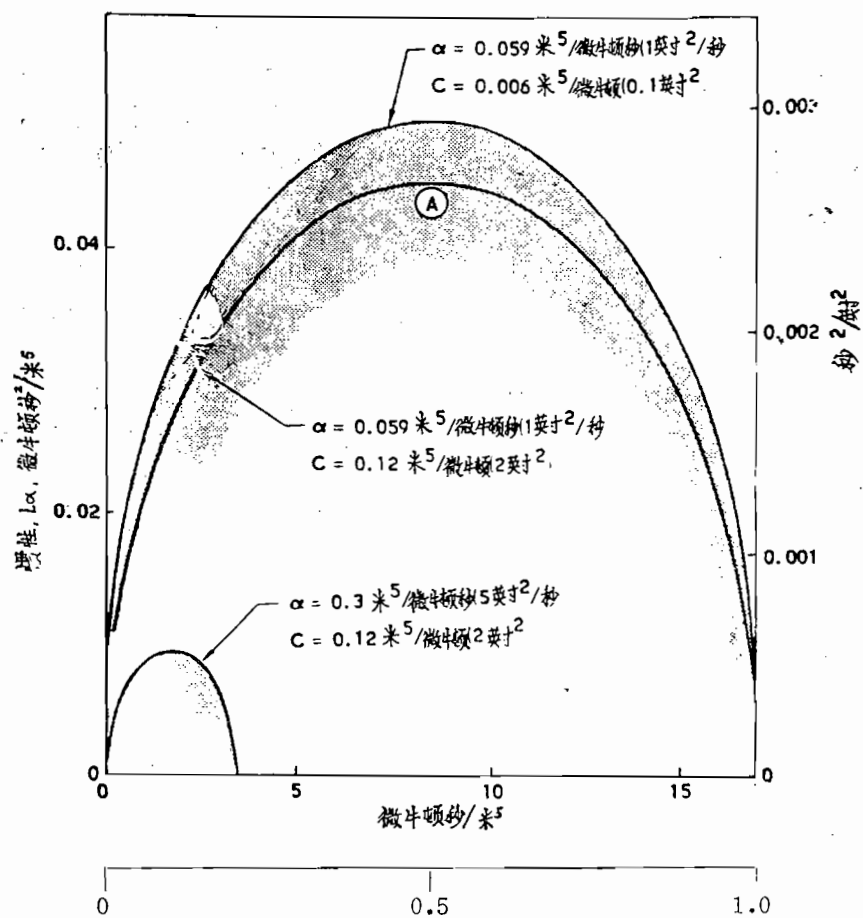


图2 阻力蓄压器的设计参数阻力, R_s , 秒/英寸²

二、供稳定性分析用的分析模型

2.1 航天飞机推进系统/结构模型

为了稳定性分析的目的,飞行器推进系统的最重要特性用一个等效发动机来表示。图3示出了所采用的构件,这些构件的组成如下:液氧箱、两段输送管路(一段纵向,一段横向)、低压泵(LPOP)、泵间管路、高压泵(HPOP)、排出管路、喷嘴和燃烧室。为了本报告的目的,航天飞机的运动用一个结构振型来表示。除了带有可比较增益的相近的结构振型的例外情况外(即频率十分接近的振型),可以认为这种表示方式是合适的。这么做的结果,为稳定性分析选用的结构振型,一次可检验一个。

支配系统运动的详细方程在附录3中给出。为了使这些方程提供柔性输送管路较高阶振型的典型描述,采用连续流体力学表示式(包括阻力)的正确解来研究输送管路的传递函数。为此在系统方程中出现了复变量的双曲函数。由于泵间和排出管路的波的传播时间比所关心的结构响应时间要短,所以,把这些管路中的流体看作是不可压缩的。在系统方程中也包括了由流体阻力以及在流体动量方程中出现的传递导数($v \partial v / \partial x$, 这里 v 为流速)引起的广义力影响。

还假设研究了贮箱底部结构振型、贮箱的流出效应⁽³⁾。同时还研究了转换流动的拐角力和包括经过阻力构件的阻力。

2.2 计算程序

为了稳定性计算,把运动方程变成如下形式的14阶系统,即

$$\{ [V(s)] + [E] [F(s)] \} \hat{H} = 0 \quad (10)$$

式中 矩阵 $[V(s)]$ 描述了结构/推进耦合的基本系统(即无蓄压器的系统); 矩阵 $[E]$ 提出了蓄压器安置规格,而矩阵 $[F(s)]$ 包含了蓄压器特性的描述。解向量 $\hat{H}$ 含有

$$\hat{H} = \{ P_2, P_4, P_5, P_7, P_8, P_c, Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_7, Q_8, q_n \} \quad (11)$$

式中 P_i 和 Q_i 表示氧化剂系统内各个点上的压力和流量(图3)。 q_n 项是与第 n 个结构振型有关的广义坐标; 飞行器在某个点 r 上的运动 x 与 q_n 的关系如下

$$x = q_n e^{i\omega t} \phi_n(r)$$

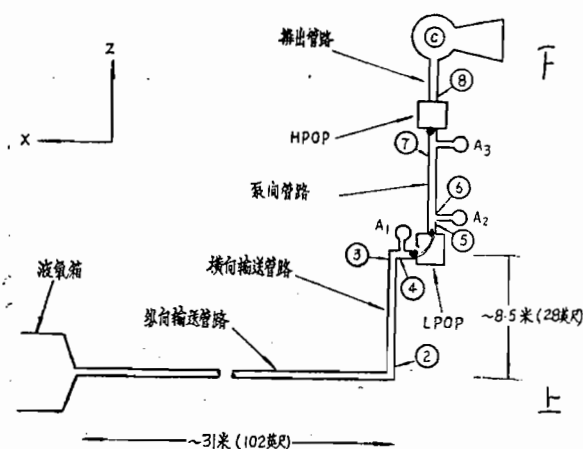


图3 系统稳定性模型的液氧系统构件

$$\{ [V(s_i)] + [E] \} [F(s_i)] \} \hat{H}_i = 0 \quad (12b)$$

因为采用了输送管路的正确解，行列式方程即是以拉普拉斯变量表示的超越方程。采用输入结构频率 ω_n 和过去作为初步推测计算的推进系统本征值，利用迭代求根子程序^[4]可求得方程的本征值。

2.3 系统参数的数值

2.3.1 推进系统参数 <根据>

各种管路的横截面积和长度依据于可利用的航天飞机的设计数据。管路、泵、发动机和推力室的阻力和惯性是根据以航天飞机主发动机的动态模型给定的基本数据^[5]以及取自过去POGO研究报告^[3]中的资料。这些参数的估算值在附录B中给出。根据可利用的工作数据(估算)了泵入口气蚀气泡柔性和泵增益随飞行时间的变化情况；利用参考文献[3]提供的结果(取自参考文献[6]的“停留时间”法)以及取自未公布的大力神和德尔它飞行器研究报告的泵增益进行了柔性估算。最后得到的时间变化如图4和图5所示。在特定飞行时间的稳定性分析所用的柔性和增益值就取自这两个图示。

2.3.2 结构振型数据

稳定性分析所采用的结构振型数据取自洛克威尔进行的一组模态计算。这些计算是针对飞行器对称振动(即无偏航运动)的情况完成的，并且依据1973年初所用的飞行器布局(M89B)。我们认为，这些数据是最佳的，可以用于本项研究。不过，顺便要指出的是，后来航天飞机的尺寸和重量都作了缩减，新型布局的模态数据不适用于本项研究。洛克威尔的数据由五个特定飞行时间的前100个对称运动振型的频率和振形组成的；除结构数据外，还提供了液氧箱底的位移和压力。下表给出了洛克威尔所论述的一

式中 $\phi_n(r)$ 为结构振型的形状， s 为拉普拉斯变量。

当推进系统参数和结构振型数据被确定时矩阵方程才得以完全确定。只有在矩阵方程完全确定后，才能通过满足下述条件来求得系统的本征值 s_i 和相应的本征矢量

$$\det \{ [V(s_i)] + [E] \} [F(s_i)] \} = 0 \quad (12a)$$

些情况以及有关的飞行时间和计算频率的相应最大和最小值。

飞 行 条 件	飞 行 时 间 (秒)	频 率 (赫 芝)	
		f_1	f_{100}
起飞	0	2.18	44.5
最大动压	54	2.24	48.9
在SRB分离前	116 ⁻	2.28	53.3
在SRB分离后	116 ⁺	2.29	62.4
轨道器末期燃烧	480	2.81	103.8

从结构增益观点检验模态数据表明,较高的增益级涉及20赫芝以上的模态频率。根据计算结果的这个特性以及在较高阶振型数据不定部分增长的情况,选择30赫芝频率作为以后稳定性分析中所要考虑的频段之合理上限。数据还表明,在所关心的频段内,较高的增益级趋向于比较不受飞行时间的影响。此特性为图6所示,图上示出了两个最大结构增益随时间的变化情形;为了进行比较,图上还示有基本振型的增益。在此图中,较高的增益是通过结构振型的近似频率识别的,除了一个情况外,增益都是针对一个振型的。这个例外的情况发生在轨道器末期燃烧时,这时两个相近振型,一个在26.8赫芝,另一个在27.2赫芝,都呈现出大小相当的较大结构振型。

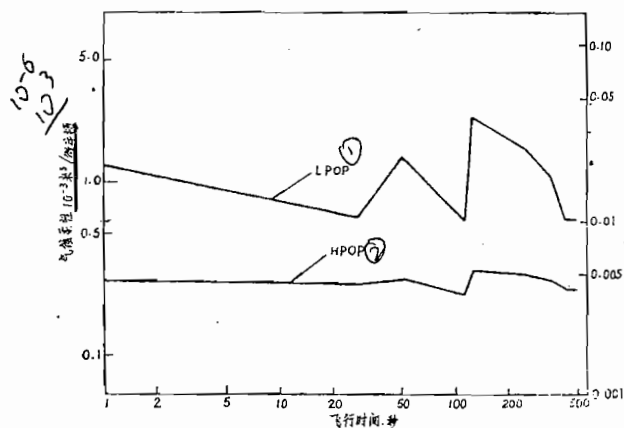


图4 泵入口气蚀柔性的变化

为了应用于稳定性分析,允许计算结构振型频率变化 $\pm 15\%$ 。采用这个变化数,至少可为飞行器布局的变化以及结构/推进系统模型中的不定部分提供某些方便。预计这个变化数包括了结构和推进系统接近共振时的最坏情况在内。为了考虑飞行器上的阻尼,给每个结构振型规定0.01的临界阻尼比。

由于稳定性分析建立在具有三个相同发动机的单个等效系统的基础上,所以稳定性计算所采用的发动机模态幅度 ϕ_e 与模态数据的关系如下

$$\phi_e^2 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \phi_{e_i}^2$$

式中 ϕ_{e_i} 是各个发动机的模态幅度。以同样的方法,可使分析采用的箱底压力的激励 P_e 与对应的模态数据 P 发生如下关系

$$P_n = \frac{P}{3 \phi_c} \sum_{i=1}^3 \phi_{ci}$$

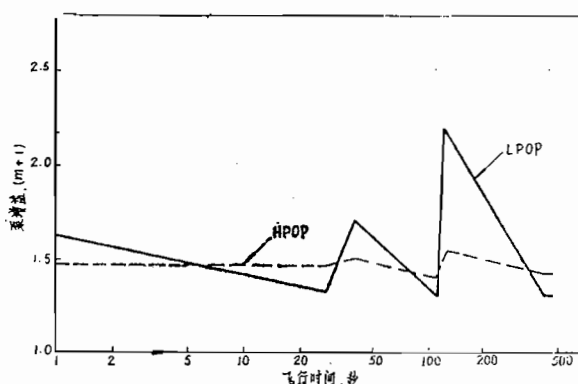


图5 泵增益的变化

三、系统稳定性分析

为了进行研究，分析了如下三种抑制器布局：

1. 基本系统（即无POGO抑制器）；
2. 带有 0.057米^3 （2英尺³）容积柔性蓄压器的系统；

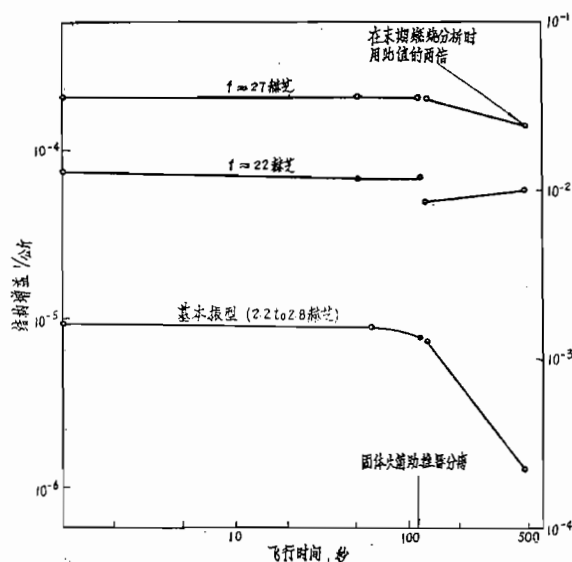


图6 结构增益的变化

3. 带有设计符合以下要求的 0.057米^3 （2英尺³）容积的阻力蓄压器系统：在 $2 \leq f \leq 50$ 赫芝时

$$\text{实 } Y_a \geq 0.06 \text{ 米}^5/\text{微牛顿} \cdot \text{秒} \quad (1 \text{ 英寸}^2/\text{秒})$$

把阻力和柔性蓄压器采用的 0.057米^3 （2英尺³）容积选为典型的实际值。阻力蓄压器的实 Y_a 条件是依据可比较的推进-系统项 $(m+1)/R_c$ 的估算值 $0.008 \text{米}^5/\text{微牛顿} \cdot \text{秒}$ （0.14英寸²/秒）确定的。因此，设计保证在所关心的频段内实 $Y_a \gg (m+1)/R_c$ 。

3.1 基本系统

3.1.1 推进系统振型

为了对以后稳定性分析所用的求根程序提供初步推测, 以及为了识别推进系统泵间管路振型, 计算了孤立的推进系统 (即固定结构) 的本征值和本征矢量。计算时采用了附录 B 所给的数值数据以及图 4 和 5 上的气蚀柔性和泵增益值; 下表给出了针对轨道器末期燃烧、起飞和固体火箭助推器分离后的数值。

项 目 \ 情 况	起 飞	SRB分离后	末 期 燃 烧
LPOP增益($m_1 + 1$)	1.625	2.2	1.306
HPOP增益($m_2 + 1$)	1.48	1.54	1.42
LPOP入口 C_{b1} (10^{-3} 米 ⁵ /微牛顿)(英寸 ²)	1.2 (0.0204)	2.3 (0.039)	0.59 (0.01)
HPOP入口 C_{b2} (10^{-3} 米 ⁵ /微牛顿)(英寸 ²)	0.27 (0.0045)	0.3 (0.0051)	0.24 (0.004)

为轨道器末期燃烧计算的模态频率与有关的临界阻尼图示于图 7 中。其他飞行情况下的结果均相类似。注意图上的泵间振型。可以看到, 具有相当大的阻尼的振型频率为 24.4 赫芝 (在起飞和固体火箭助推器分离之后的该振型频率分别为 23.1 和 21.6 赫芝)。当泵间和 LPOP 的流体运动使上游端处 LPOP 入口形成气蚀气泡柔性和在下游端处 HPOP 入口形成气蚀气泡柔性时, 则很容易形成共振。此共振频率可通过下式估算, 即

$$f_{ip} \text{ (赫芝)} \approx \frac{1}{2\pi} \left(\frac{1/C_{b1} + 1/C_{b2}}{L_i + L_{pi}} \right)^{1/2}$$

式中 L_i 和 L_{pi} 分别表示泵间管路和 LPOP 的惯性, C_{p1} 和 C_{p2} 分别为 LPOP 和 HPOP 入口的气蚀气泡柔性值。上式提供了测量此模态频率对所述参数的变化敏感度的一种方法。可以把氧化剂系统的其余振型认作为“输送管路式”振型, 因为它们的频率处在由输送管路开-开和开-闭振型所确定的频带内。振型的各种特征如图 8 所示, 图中为泵间振型和输送管路的最初的两个振型, 它们示出了典型的流体压力变化的幅度分布, 示出了同相或反相, 自然接近于真实的相位。从图上可清楚地看到, 对于泵间管路来说, 重大的变化幅度只出现在靠近发动机处 (即从 LPOP 开始)。

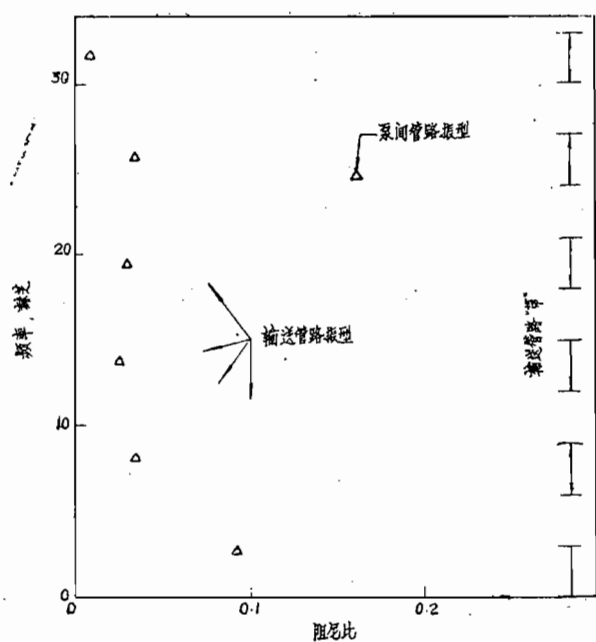


图7 轨道器末期燃烧时液氧系统的频率和阻尼比

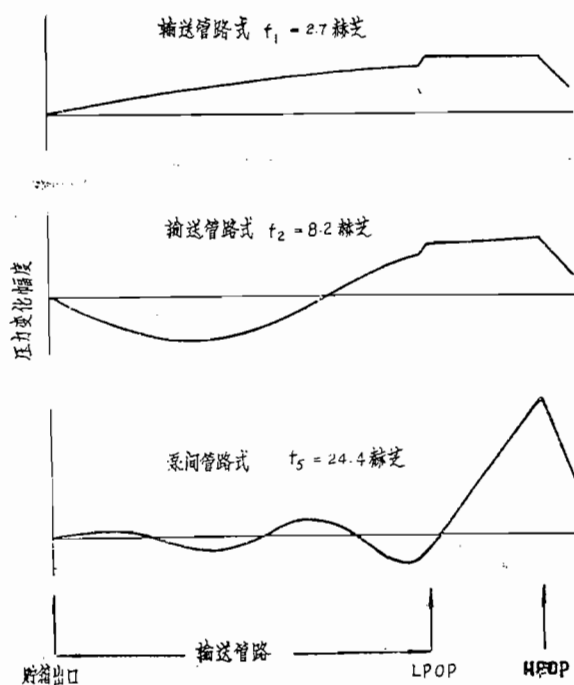


图8 轨道器末期燃烧时液氧系统的振型

3.1.2 情况的选择

对基本系统的一个特殊稳定性情况由特定的飞行条件和特定的结构振型所组成。对于一个给定的情况，在假设结构振型频率变化±15%的范围内来完成稳定性计算。稳定性情况的选择，尤其是结构振型的选择，主要取决于模态数据的性质，在分析中选用的是具有较高结构增益的振型。在初始分析时选用末期燃烧条件，供末期燃烧稳定性分析用的一组振型以及与其有关的模态频率和结构增益给出在下表中。表中的E表示末期燃烧，数字为第n阶振型。

项 \ 振 型	E 1	E 2	E 7	E 30	E 34	E 35
f_n (赫芝)	2.8	4.7	8.5	22.5	26.8	27.2
G_e (10^{-6} /公斤)	1.25	1.14	6.3	57	177	274
(10^{-4} 英寸/磅-秒 ²)	(2.2)	(2.0)	(11)	(100)	(310)	(480)

应该指出，分配给第34阶和第35阶振型的结构增益为模态数据给定值的二倍。这么做的原因是考虑到振型之间可能出现不稳定的耦合。现有的分析不能描述这样的耦合，因为它只包含一个结构振型。采用因子2似乎是合理的，因为两个结构增益体有可比较的数值级。

假设轨道器末期燃烧时的箱压激励可以忽略不计。由于末期燃烧时不存在这种激励而降低了输送管路式振型的作用，显然就必需论述（至少）一个较早的飞行时间却存在着这种激励。最初选定的条件是起飞，此时，在稳定性分析中研究了六个结构振型。这些振型和与其有关的频率和结构增益以及每单位发动机加速度的箱底模态压力的相应值 P_n/ϕ_e 一起给出在下表中。

项 \ 振 型	L 1	L 18	L 26	L 49	L 41	L 62
f_n (赫芝)	2.2	8.9	12.1	21.9	22.5	27.1
G_e (10^{-6} /公斤)	9.1	4.6	11.4	74	8.6	206
(10^{-4} 英寸/磅-秒 ²)	(16)	(8)	(20)	(130)	(15)	(360)
P_n/ϕ_e (牛顿秒 ² 米 ³)	115	5.7	3.0	820	7640	-1.0
(10^{-5} 磅-秒 ² /英寸 ³)	(42)	(2.1)	(1.1)	(300)	(2800)	(-0.4)

在完成起飞时的分析之后，也选择固体火箭助推器分离之后的两个振型来用于这一飞行时间的稳定性分析。这些振型和它们的特性给出如下

项	振 型	A 1	A 64
f_n (赫芝)		2.3	27.0
G_n (10^{-6} /公斤)		7.4	194
(10^{-4} 英寸/磅-秒 ²)		(13)	(340)
P_n/ϕ_n (牛顿秒 ² /m ³)		464	-0.014
(10^{-5} 磅-秒 ² /英寸 ³)		(-170)	(-0.005)

3.1.3 稳定性结果

3.1.3.1 轨道器末期燃烧

图9示出了在轨道器末期燃烧条件下基本系统的稳定性分析结果。计算得到的系统临界阻尼比作为容差 $\pm 15\%$ 的假设结构固有频率的函数表示。想起结构振型的阻尼是1%临界阻尼的输入，可以看到，在第1阶和第2阶结构振型（分别为 $f \sim 3$ 赫芝和5赫芝）时的阻尼不会受到推进系统工作的影响。第7阶和第30阶（分别为 $f \sim 8$ 赫芝和22赫芝）却受较大的影响；然而，计算得的阻尼比的最小值保持在0.007以上。第34阶振型（ $f \sim 27$ 赫芝）受到很大的影响，最小阻尼比小于0.002，而第35阶振型（ $f \sim 27$ 赫芝），情况最坏，如果结构振型频率处在23—25赫芝频段内，预计会出现不稳定性。在此频段内的阻尼比达到 -0.001^* 。在这最后一种情况下，推进-系统的不稳定振型的变量(图10)受到了来自泵间管路振型（振型形式的实部）和第6阶输送管路振型（振型形式的虚

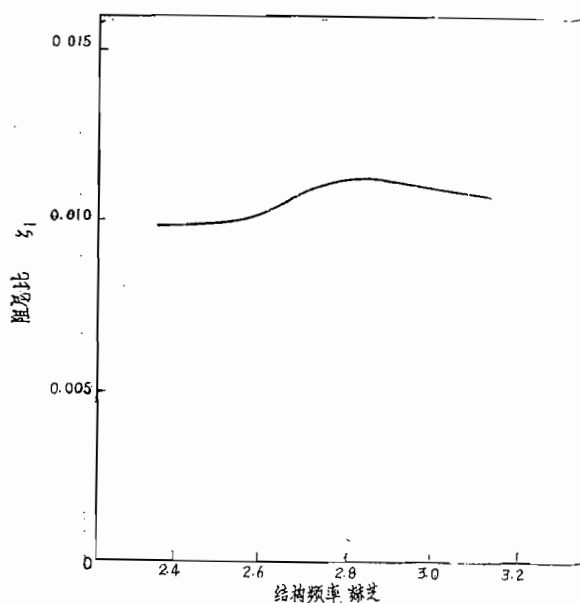


图9a 轨道器末期燃烧时基本系统的稳定性分析结果

部)间影响；检查从推进系统至飞行器结构的能量传递的结果表明，不稳定性主要是由于与泵间管路振型耦合引起的。因此，这种稳定性可以识别为泵间的不稳定性。同时发现，对第34阶振型的不稳定性影响也是由于与泵间振型耦合而引起的。

* 若采用由模态数据给定的结构增益，此振型将保持稳定，最小阻尼比为0.003。

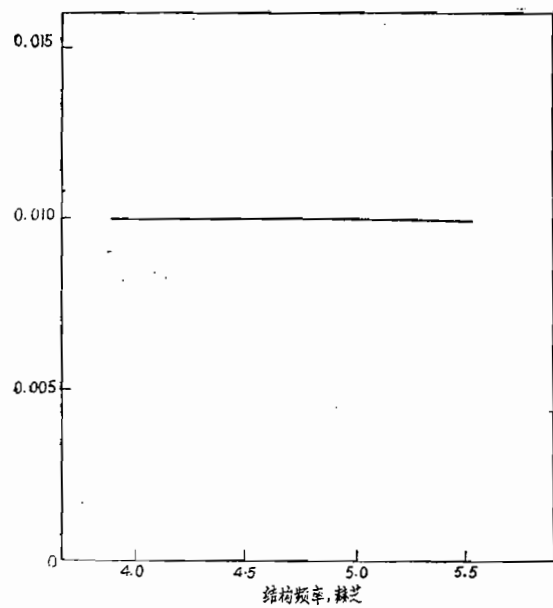


图 9 b 轨道器末期燃烧时基本系统的稳定性分析结果

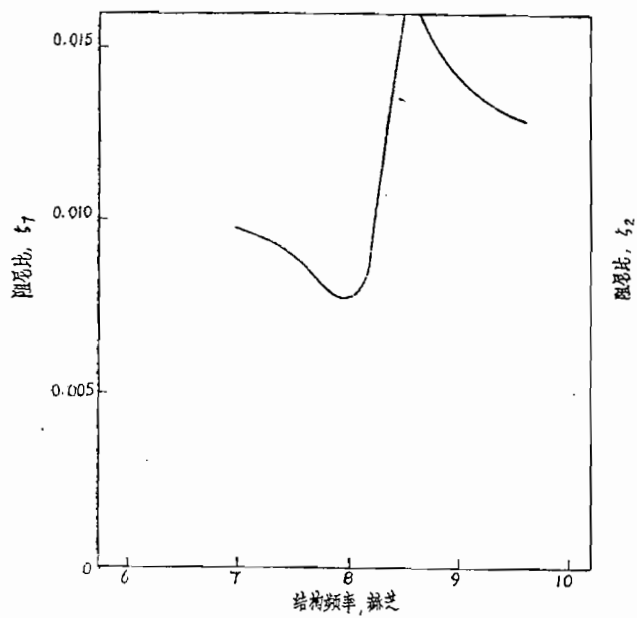


图 9 c 轨道器末期燃烧时基本系统的稳定性分析结果

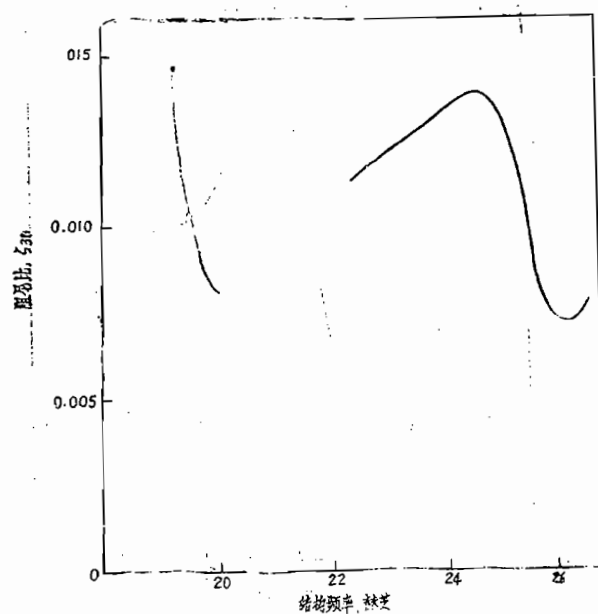


图 9 d 轨道器末期燃烧时基本系统的稳定性分析结果

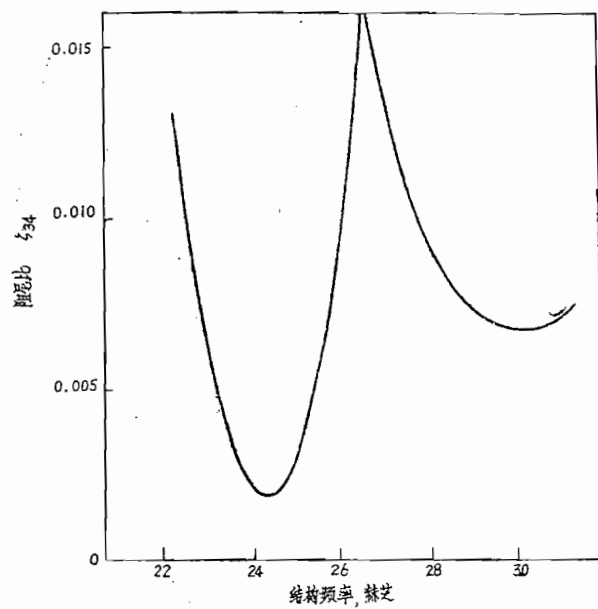


图 9 e 轨道器末期燃烧时基本系统的稳定性分析结果

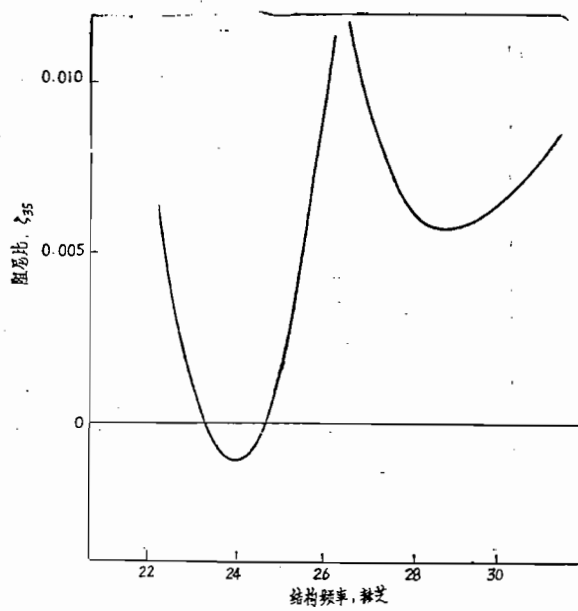


图 9 f 轨道器末期燃烧时基本系统的稳定性分析结果

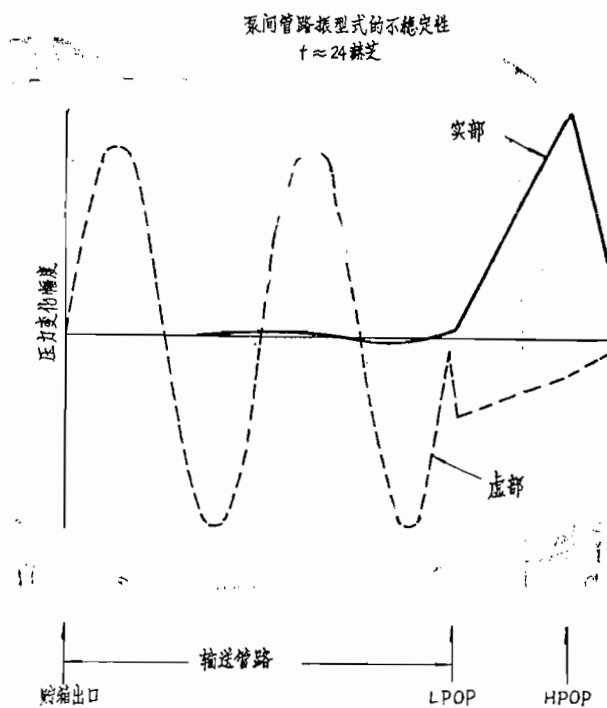


图10 轨道器末期燃烧时基本系统的不稳定振型

3.1.3.2 起飞

在起飞条件时算出的结果如图11所示。在此情况下发现，如果第1阶结构振型频率处在2.2—2.6赫芝内，基本振型（ $f \sim 2$ 赫芝）就不稳定；在此频段内的阻尼比达到-0.002。可以看到，其他振型是稳定的。基本振型的不稳定性是由于第1阶结构振型和推进系统的第1阶输送管路振型耦合引起的（图12）。泵间管路振型主要与高增益的和62阶结构振型（ $f \sim 27$ 赫芝）耦合。虽然耦合是相当地不稳定，但它不会产生不稳定性；在此情况下算得的最小阻尼比大约为0.002。

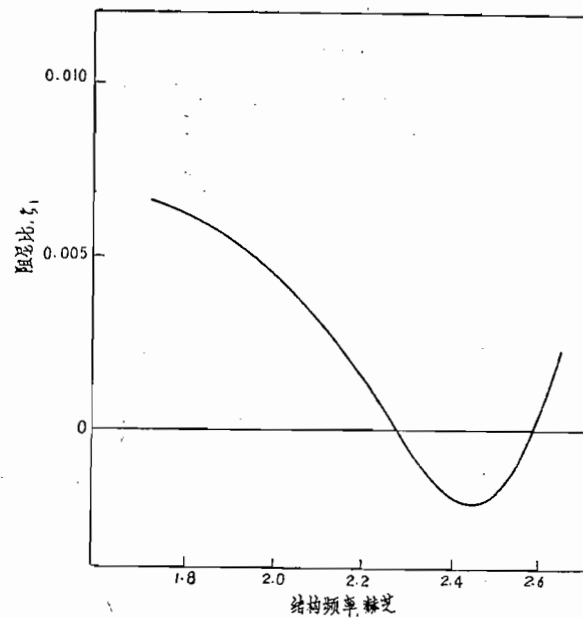


图11a 起飞时基本系统的稳定性分析结果

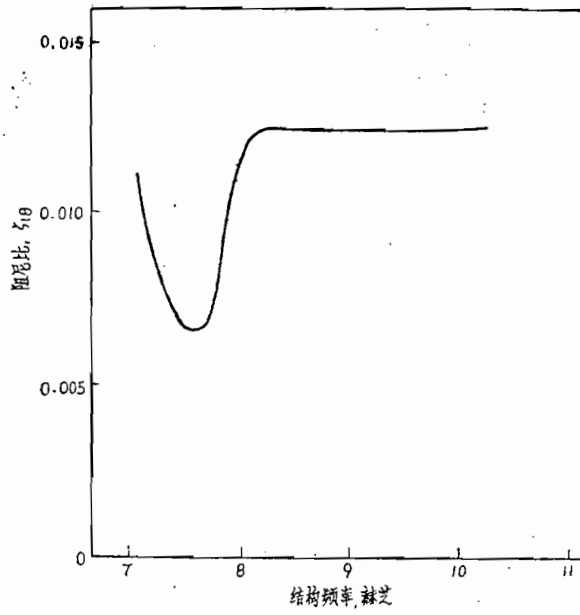


图11b 起飞时基本系统的稳定性分析结果

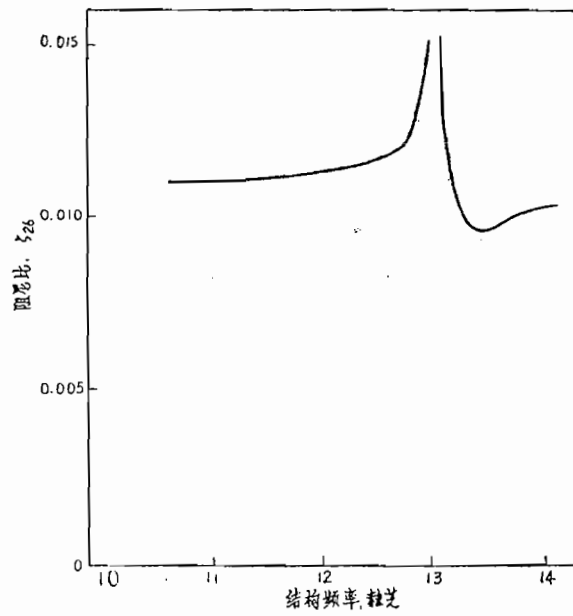


图11c 起飞时基本系统的稳定性分析结果

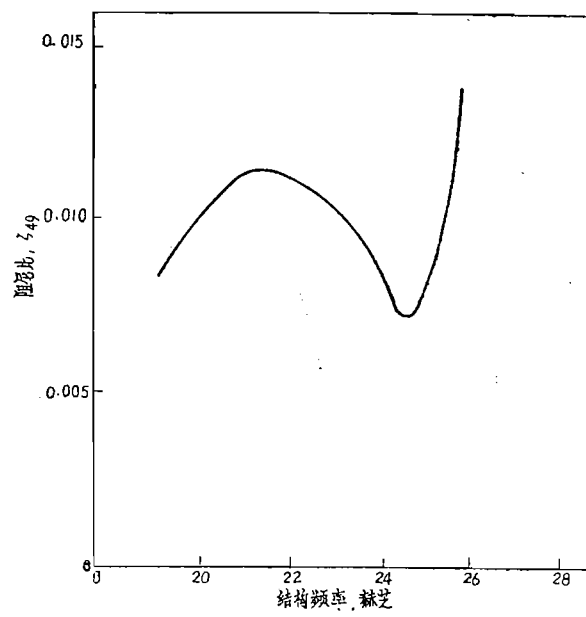


图11d 起飞时基本系统的稳定性分析结果

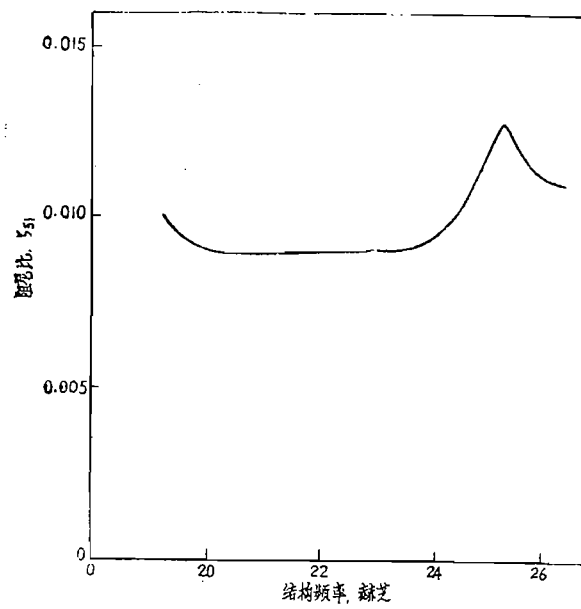


图11e 起飞时基本系统的稳定性分析结果

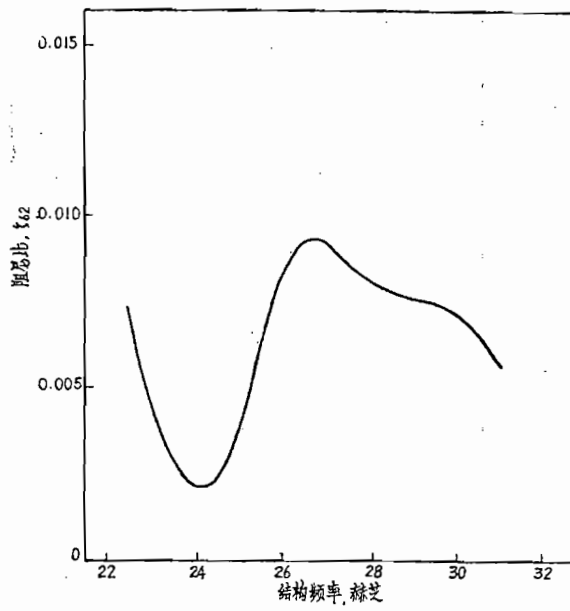


图11f 起飞时基本系统的稳定性分析结果

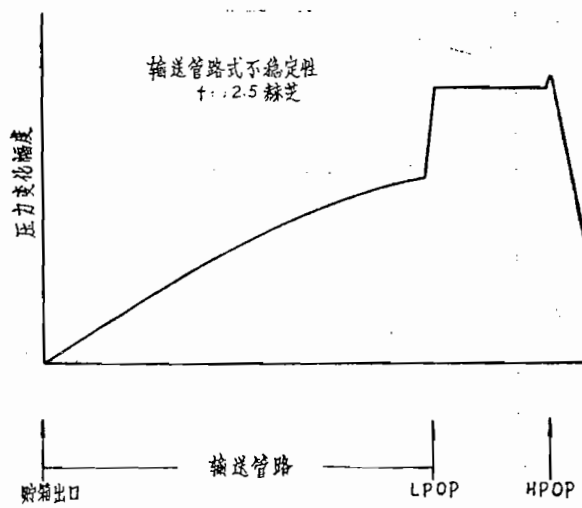


图12 起飞时基本系统的不稳定振型

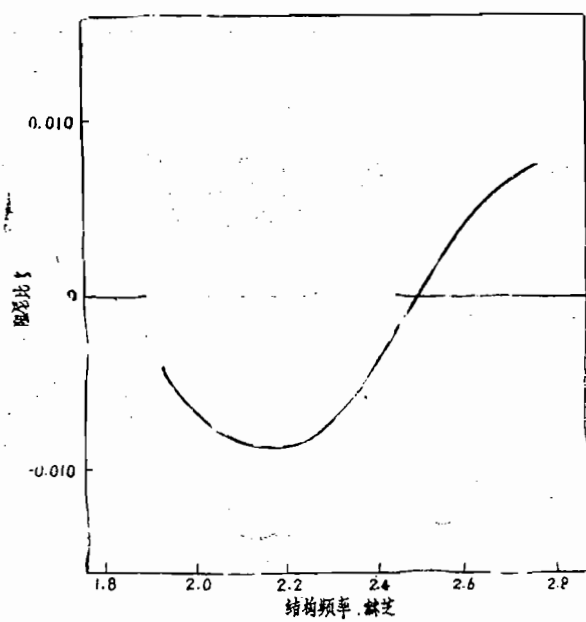


图13a 在固体火箭助推器分离之后基本系统的稳定性分析结果

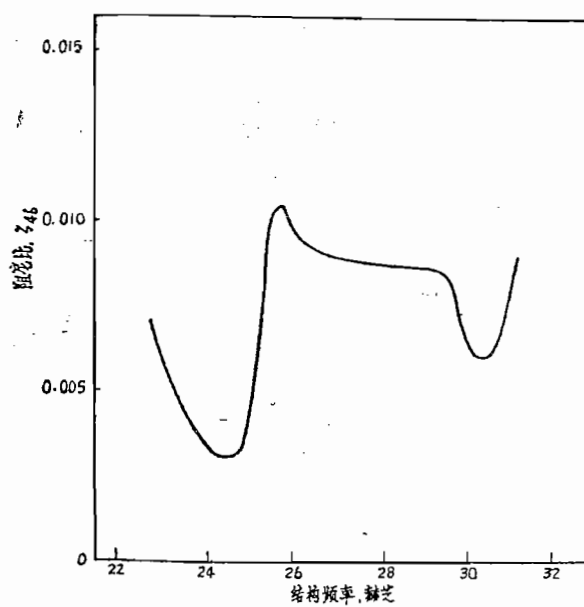


图13b 在固体火箭助推器分离之后基本系统的稳定性分析结果

3.1.3.3 在固体火箭助推器分离之后

在此飞行条件时算得的结果如图13所示。可以看到,此时,在1阶结构振型的较宽频段(~ 1.9 赫芝至 ~ 2.6 赫芝)内,基本振型($f \sim 2$ 赫芝)是不稳定的。这个不稳定性还是由于推进系统的第1阶输送管路振型和第1阶结构振型耦合引起的。不稳定性是严重的,阻尼比达到 -0.009 左右。高增益的第46阶结构振型($f \sim 27$ 赫芝)保持稳定,但在22—26赫芝的频段内,由于与泵间的不稳定耦合而损失了大量阻尼;此时计算得的最小阻尼比值为 0.003 左右。

3.2 有柔性蓄压器的系统

现在检验当采用柔性蓄压器时对系统稳定性特性的影响。所用的蓄压器,其容积为 0.057米^3 (2英尺^3),被安置在LPOP入口、LPOP排出口或HPOP入口。

3.2.1 推进—系统振型

推进系统采用柔性蓄压器,通常会使输送管路振型频率发生变化,变化发生在有关的开-开和开-闭输送管路的频带内。在LPOP入口或LPOP排出口安置有蓄压器时,泵间管路振型频率变化不大。然而,若HPOP入口有蓄压器,则此频率就显著减少。例如,在末期燃烧和起飞条件时,此频率分别从 24.4 减到 14.9 赫芝以及从 23.1 减到 9.45 赫芝。

3.2.2 情况的选择

除了末期燃烧情况外,所采用的结构振型与上述基本系统分析时用的相同。末期燃烧时的例外情况是,采用了第21阶结构振型来分析HPOP入口位置的蓄压器情况。此振型的频率为 15.9 赫芝,采用此振型的原因是它可能会与 14.9 赫芝的泵间振型相耦合。

3.2.3 稳定性分析结果

3.2.3.1 轨道器末期燃烧

为此情况计算得的结果表明,分析所用的较低结构振型的稳定性(振型E至E30)由于在三个位置中的任何一个位置上有柔性蓄压器而有所增加;由于这些模型算得的最小阻尼比值超过 0.0085 。然而,对两个相近的高增益振型,即第34阶和第35阶振型,其情况却显然不同。图14a所示的第34阶振型的分析结果表明,在LPOP排出口采用柔性蓄压器,在结构振型频率处在 22.5 至 24.6 赫芝内时,系统就变得不稳定。LPOP入口采用蓄压器,造成结构振型频率下降时阻尼也随之下降。然而,在规定的结构频段内,系统没有变得不稳定。与这些结果形成对照的是,把蓄压器放在HPOP入口,情况就比较有利。在第35阶振型情况下观察到相类似的趋向(图14b)。可以看到,

在LPOP排出口或在LPOP入口采用蓄压器就会增强过去预示过的基本系统的不稳定性*。就LPOP排出口的情况来说,这种增强是特别严重的,此时计算得的最小阻尼比降至 -0.010 ,这好比基本系统的最坏情况约 -0.001 值。鉴于在末期燃烧条件时LPOP排出口的蓄压器情况较差,决定在以后的分析中取消这个位置。与LPOP的两个位置不同,在HPOP入口采用蓄压器看来是有利的。在结构频率规定的范围内,消除了不稳定性,且最小的阻尼比保持在 0.006 之上。在这两个振型情况下,HPOP入口蓄压器的效果显著,无疑地是由于降低了泵间共振频率的缘故。稳定性分析表明,在泵间振型(系统与HPOP入口蓄压器)和第21阶结构振型之间可能产生的耦合不显著了,这大概是由于降低了此振型的结构增益(大约 2.5×10^{-5} 1/公斤)的缘故。

从实际考虑蓄压器的尺寸出发,必须了解,HPOP入口蓄压器的效能,会不会由于其容积的缩减〔原来为 0.057米^3 (2英尺 3)〕而下降。可以通过以下方法来检验这种情况,即在第35阶振型时利用 0.029米^3 (1英尺 3)和 0.014米^3 (0.5英尺 3)这两种容积的蓄压器通过计算来检验。这些设计的计算结果如图15所示,从图上看,就泵间振型不稳定性的抑制而论,规定容积的缩减不会降低蓄压器的性能。

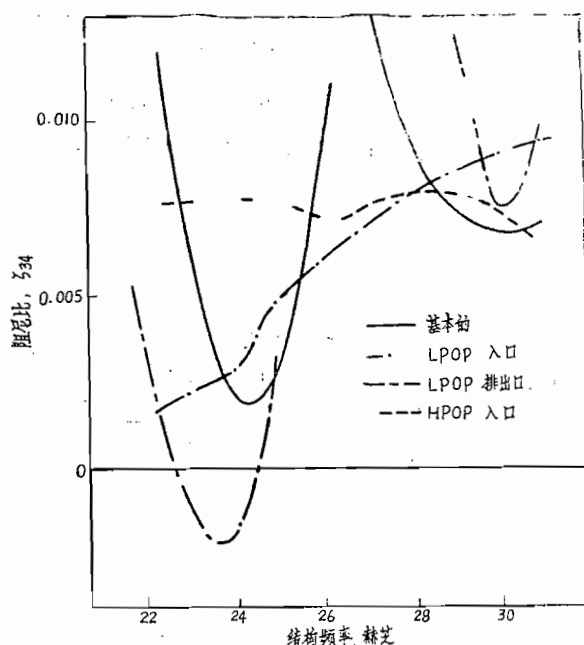


图14a. 轨道器末期燃烧时利用柔性蓄压器获得的稳定性分析结果

- * 如果把由模态数据给定的结构增益用于第35阶振型,使用LPOP入口蓄压器,系统会保持稳定,使用LPOP排出口蓄压器,系统就会变得不稳定。在后一种情况下,蓄压器的采用是不稳定的,此时,系统的最小阻尼比下降了。

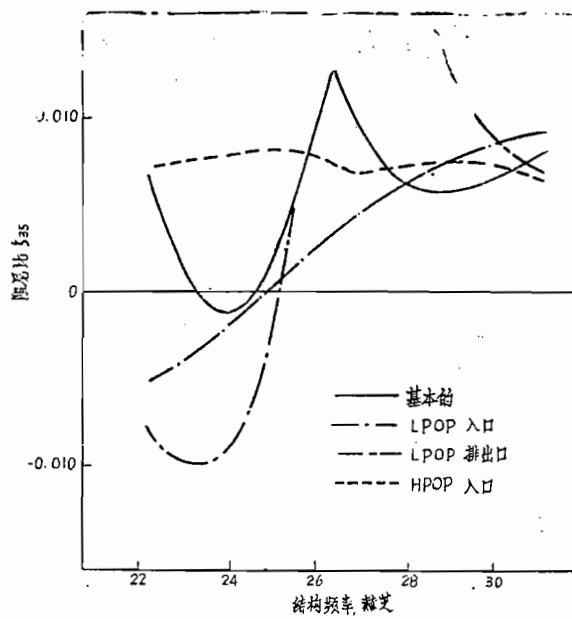


图14b 轨道器末期燃烧时利用柔性蓄压器获得的稳定性分析结果

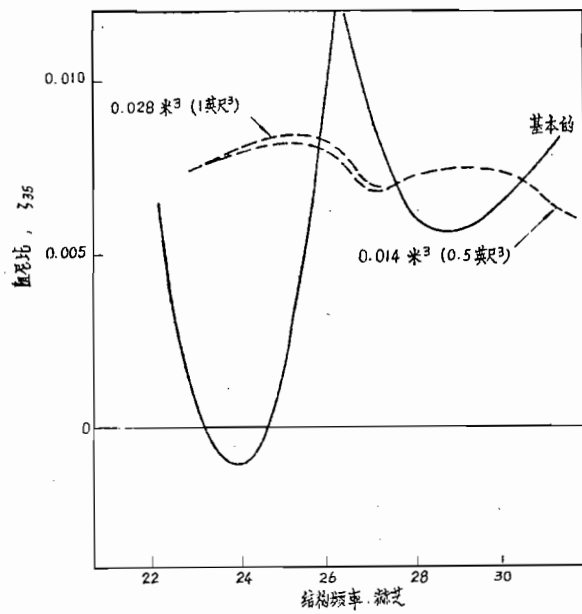


图15 轨道器末期燃烧时 稳定性随HPOP入口位置柔性蓄压器容积的变化情况

最后,也许会议论这样的问题: LPOP入口蓄压器没能消除高增益的第35阶结构振型的不稳定性是因为柔性度不当。为了检验这种论点的确切性,对此振型作了附加的稳定性分析,假设LPOP入口的蓄压器容积为 0.57米^3 (20英尺 3)。蓄压器容积的变化使蓄压器柔性增加10倍。最后得到的稳定性结果基本上与 0.057米^3 (2英尺 3)蓄压器获得的相同,由此表明, LPOP入口抑制器情况不好是因为它的位置不当,而不是由于它们的尺寸引起的。

3.2.3.2 起飞

在起飞条件时算得的结果表明,不论在LPOP入口,或在HPOP入口,采用蓄压器都会消除前面预示的基本振型的不稳定性(图16)。在此情况下, LPOP入口蓄压器的效能可归因于以下这个事实,即起飞时基本振型的不稳定性涉及到结构振型和推进系统基本输送管路式振型之间的耦合(不像末期燃烧的不稳定性还涉及推进系统的泵间振型)。同时要注意的是, HPOP入口蓄压器在消除末期燃烧时泵间管路振型的不稳定性时是有效的,在消除起飞时的输送管路振型的不稳定性时也是有效的。如在末期燃烧条件时所做的那样,检验了HPOP入口蓄压器效能随蓄压器容积降至 0.029米^3 (1英尺 3)和 0.014米^3 (0.5英尺 3)而变化的情况。在此情况下(图17),结果是完全不同的,这说明在所讨论的变化范围内对蓄压器的容积是很敏感的。就 0.029米^3 (1英尺 3)蓄压器来说,最小阻尼比值减少到0.009(对于 0.057米^3 蓄压器为0.013)。就 0.014米^3 (0.5英尺 3)蓄压器来说,在结构频段的较低一端,最小阻尼比值变成负的了。因此,这么大的蓄压器消除不了输送管路振型的不稳定性。这是由于推进系统基本振型频率不够低的缘故。

关于 0.057米^3 (2英尺 3)蓄压器对较高阶结构振型的影响,可以发现,无论采用LPOP入口蓄压器,或采用HPOP入口蓄压器,对第51阶振型($f \sim 22$ 赫芝)都有一些不稳定影响(图18a)。然而在两种情况下,此振型都保持稳定,阻尼比超过0.005。LPOP入口蓄压器的不稳定影响是随第62阶振型($f \sim 27$ 赫芝)出现的;在所关心频段的较低一端,系统几乎没有保持稳定(图18b)。对比之下, HPOP入口蓄压器对此振型起了有利影响,最小阻尼比就基本系统的0.002左右增加到0.006左右。

3.2.3.3 固体火箭助推器分离之后

如在起飞情况时已发现,无论是LPOP入口的或是HPOP入口的蓄压器都将消除基本系统所预示的基本振型的不稳定性(图19)。这是特别令人鼓舞的,因为在此条件时基本振型的不稳定性程度要比起飞时严重得多。为了检验HPOP入口蓄压器对蓄压器容积缩减的敏感度。图20示出了 0.029米^3 (1英尺 3)蓄压器和 0.014米^3 (0.5英尺 3)蓄压器的检验结果。可以看到,此时的敏感度比起飞条件时要小。阻尼有所减少,但阻尼比超过0.007时系统保持稳定。关于高增益的第46阶振型($f \sim 27$ 赫芝),其结果(图21)表明, HPOP入口采用 0.057米^3 (2英尺 3)蓄压器是有益的,采用LPOP入口蓄压器会使阻尼随结构振型频率的降低而减少。这些趋向与在其它两个飞行条件时观察到的高增益结构振型的情况相类似。

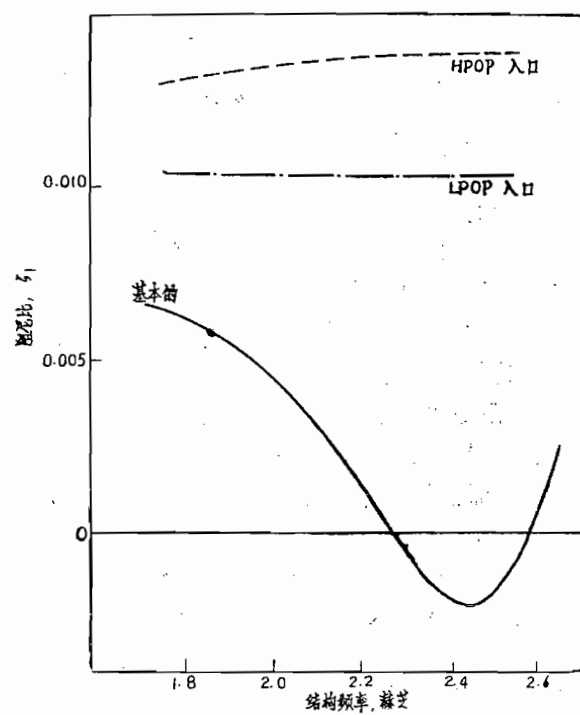


图16 起飞时利用柔性蓄压器获得的基本振型的稳定性

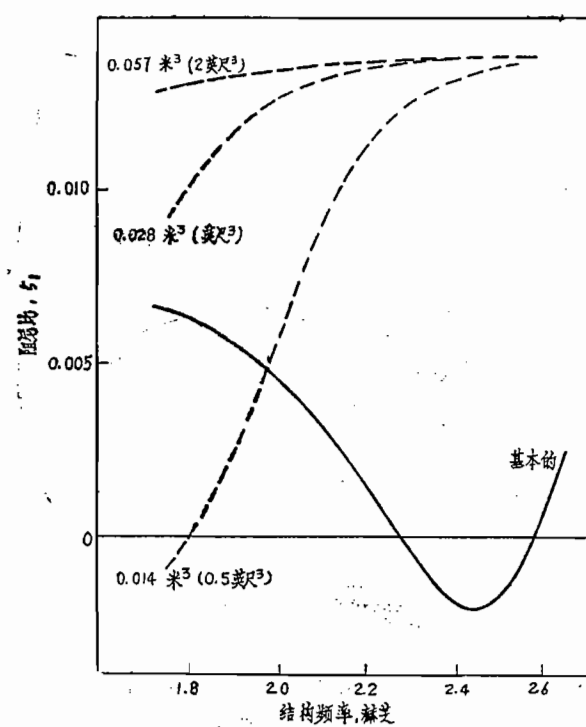


图17 起飞时稳定性随HPOP入口位置的柔性蓄压器容积变化的情形

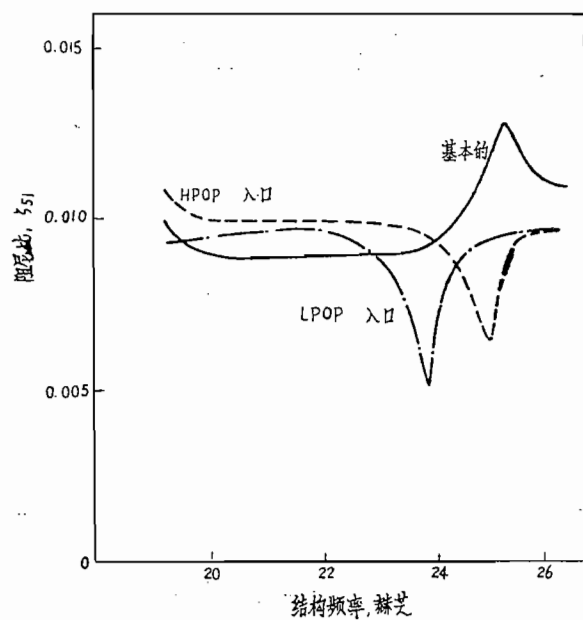


图18a 起飞时利用柔性蓄压器获得的稳定性分析结果

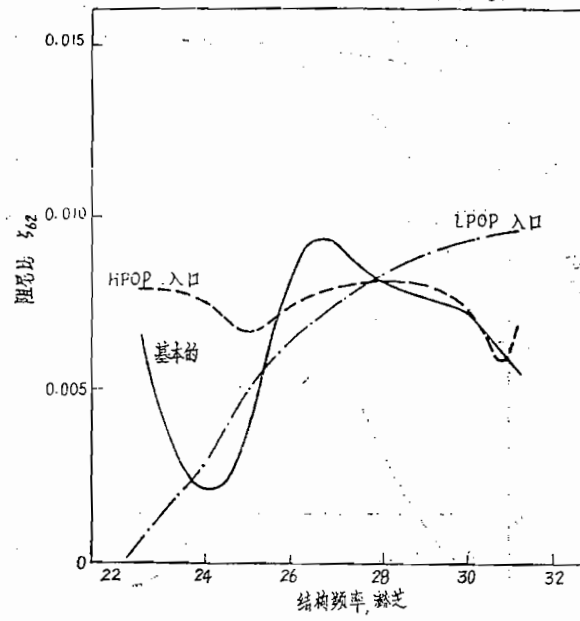


图18b 起飞时利用柔性蓄压器获得的稳定性分析结果

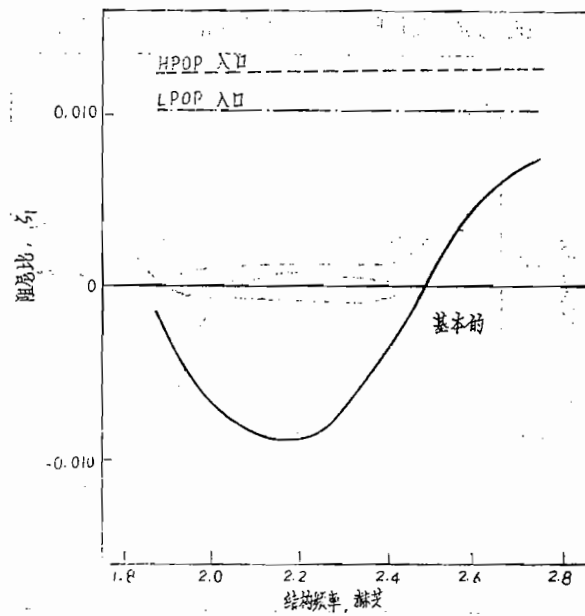


图19 在固体火箭助推器分离之后利用柔性蓄压器获得的基本振型的稳定性

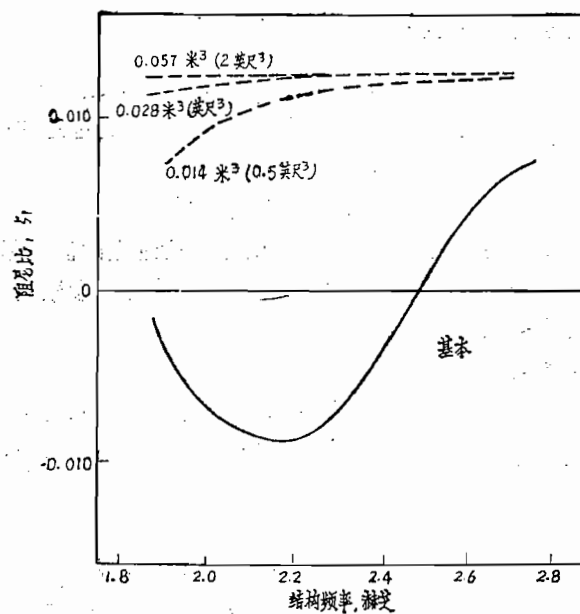


图20 在固体火箭助推器分离之后稳定性随HPOP入口位置的柔性蓄压器容积变化的情形

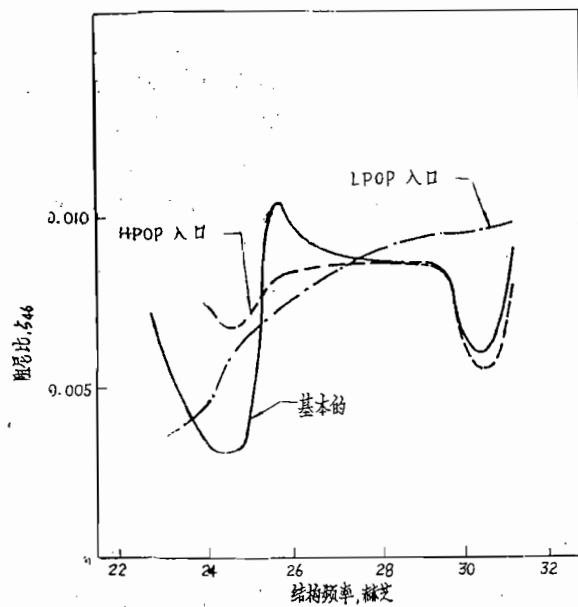


图21 在固体火箭助推器分离之后利用柔性蓄压器获得的稳定性分析结果

3.3 有阻力蓄压器的系统

对 0.057米^3 (2英尺³) 容积的阻力蓄压器的设计 requirements 是: 当 $2 \leq f \leq 30$ 赫芝时 实 $Y_a \geq 0.06\text{米}^5/\text{微牛顿秒}$ (1英尺²/秒)。为了满足这个要求而选定的蓄压器参数比值是

$$R_a = 1.7\text{微牛顿秒}/\text{米}^5 \text{ (0.1秒}/\text{英寸}^2\text{)}$$

$$L_a = 0.023\text{微牛顿秒}^2/\text{米}^5 \text{ (0.00133秒}^2/\text{英寸}^2\text{)}$$

如前面指出的, 根据德尔它第一级的经验断定, 所选定的值实际上是可以获得的⁽¹⁾。除这个特殊的设计外, 为了测定稳定性结果对蓄压器参数变化的敏感度, 扼要地检验了其他三种阻力蓄压器设计。

3.3.1 推进-系统振型

对各种阻力蓄压器的布局来说, 推进-系统振型与前面相应的柔性蓄压器所计算的振型相类似, 计算结果的主要差异是, 就LPOP入口位置情况来说, 输送管路振型的阻尼有了增加。

3.3.2 情况的选择

除了起飞时的几个较少关心的模态情况外, 采用与柔性蓄压器时所用的相同的稳定性情况。删去起飞条件时的几个振型 (第18阶、第26阶和第49阶振型), 以减少几种稳定性情况。

3.3.3 稳定性分析结果

3.3.3.1 轨道器末期燃烧

就1阶至21阶结构振型来说, 可以发现, 利用所选的阻力蓄压器设计取得的结果与利用柔性蓄压器取得的相应结果相类似。就第30阶 ($f \sim 22$ 赫芝) 结构振型来说, 阻力蓄压器和柔性蓄压器的结果稍有差异, 对于LPOP入口的位置, 差异就更为明显。

图22a和22b示出了利用LPOP入口阻力蓄压器取得的第34阶和第35阶振型 ($f \sim 27$ 赫芝) 的分析结果。把这些结果与LPOP入口柔性蓄压器的相应曲线 (图14a和14b) 作比较, 结果表明差异很大, 即阻尼比随结构频率的变化不再是单调变化了。由于这些振型的稳定性图基本上受结构振型和推进系统泵间振型作用的影响, 可以相信, 阻力和柔性蓄压器的分析结果有差异是因为在LPOP处泵间管路振型的有效边界条件发生了变化。与LPOP入口位置相比之下, 对HPOP入口阻力蓄压器取得的结果 (图22c和22d) 十分类似于利用柔性蓄压器取得的那些结果 (图14a和14b)。

这些阻力蓄压器的最终结果表明, 根据柔性蓄压器情况, 稳定性图基本上是不变化的。较低的结构振型保持稳定; 利用HPOP入口蓄压器消除了第35阶振型的不稳定性, 但利用LPOP入口阻力蓄压器就消除不了。

就后一种情况来说, 可以推测, LPOP入口阻力蓄压器的无效性是在分析中采用特殊设计所特有的。为了研究这种可能性, 利用以下的附加阻力蓄压器设计来进行稳定性分析。

$$\text{实 } Y_a \geq 0.06\text{米}^5/\text{微牛顿秒}$$

$L_a = 0.023$ 微牛顿秒²/米⁶
 $R_a = 15$ 微牛顿秒/米⁶ (a)

$L_a = 0.034$ 微牛顿秒²/米⁶
 $R_a = 8.5$ 微牛顿秒/米⁶ (b)

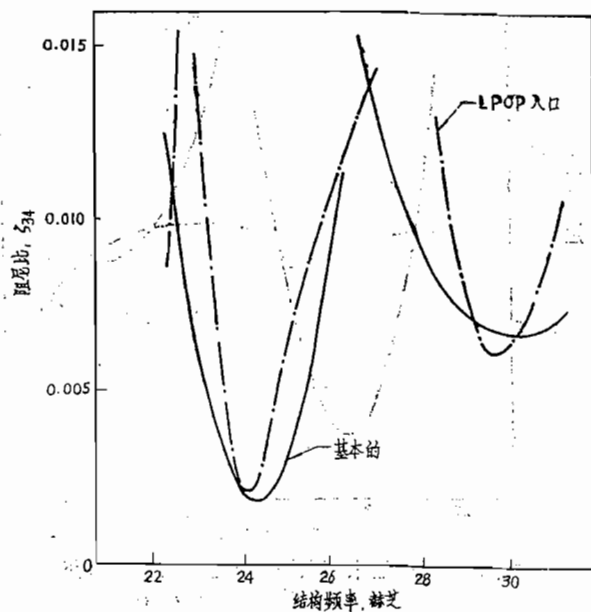


图22a 轨道器末期燃烧时利用阻力蓄压器获得的稳定性分析结果

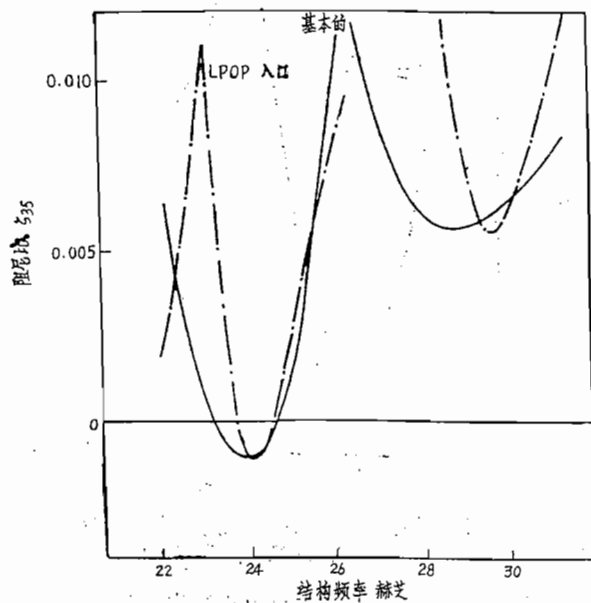


图22b 轨道器末期燃烧时利用阻力蓄压器获得的稳定性分析结果

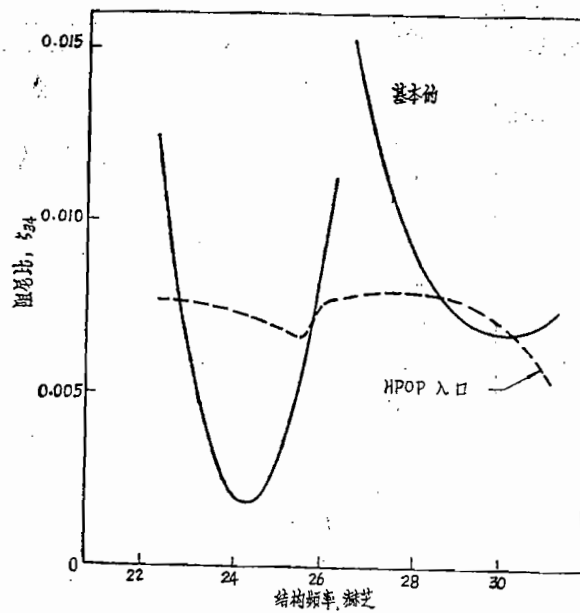


图22c 轨道器末期燃烧时利用阻力蓄压器获得的稳定性分析结果

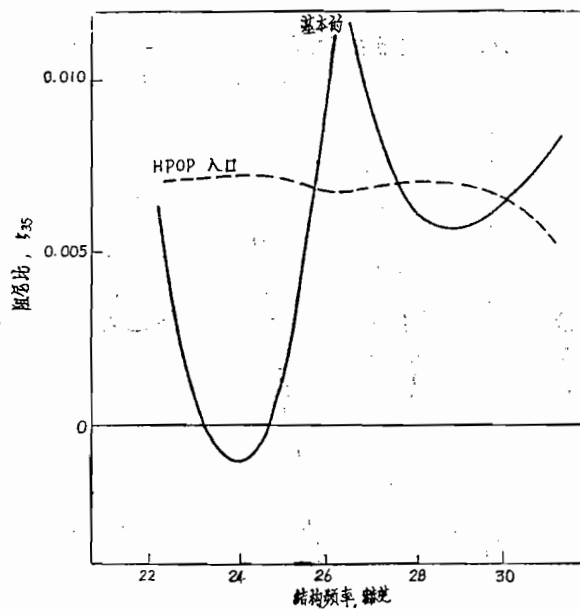


图22d 轨道器末期燃烧时利用阻力蓄压器获得的稳定性分析结果

实 $Y_a \geq 0.3 \text{ 米}^5/\text{微牛顿秒}$

$L_a = 0.007 \text{ 微牛顿秒}^2/\text{米}^5$
 $R_a = 1.7 \text{ 微牛顿秒}/\text{米}^5$ (c)

由LPOP入口的这些蓄压器获得的分析结果与第35阶振型的结果相类似,不稳定性没有消除。因此,分析结果表明,LPOP入口蓄压器的无效应归因于位置,而不应归因于特殊的蓄压器设计。

最后,进行了有限的研究,以便看一看如果置于HPOP入口的阻力蓄压器,其容积的减小会不会降低消除第35阶振型的不稳定性的效能。对 0.028米^3 (1英尺 3)容积的蓄压器和 0.014米^3 (0.5英尺 3)蓄压器作了计算。所得到的阻尼比十分接近 0.057米^3 (2英尺 3)容积的蓄压器的结果,从而表明就消除泵间振型的不稳定性来说,蓄压器容积的减少不会降低蓄压器的效能。

3.3.3.2 起飞

起飞条件时的分析结果表明,其趋向与轨道器末期燃烧时的相同。计算得的基本振型的阻尼比接近于相应的柔性蓄压器结果。就LPOP入口的蓄压器来说,在较高阶振型时,即第51阶($f \sim 22$ 赫芝)和第62阶($f \sim 27$ 赫芝)振型时,在阻力蓄压器和柔性蓄压器之间发现了明显的差异。对于HPOP入口位置,较高阶振型结果类似于相应的柔性蓄压器的结果。对于这个位置,也检验了把蓄压器容积减至 0.028米^3 (1英尺 3)和 0.014米^3 (0.5英尺 3)后的影响。检验结果几乎与HPOP入口柔性蓄压器所取得的相应曲线(图17)一样,这表明,该装置对消除输送管路基本振型的不稳定性的效能,由于容积减少到 0.014米^3 (0.5英尺 3)而大大下降。效能下降的原因,还是由于推进系统1阶振型频率下降得不够充分。

3.3.3.3 固体火箭助推器分离之后

在此情况下出现的一般趋向是相同的。对基本振型的分析结果十分接近于柔性蓄压器的曲线(图19),对于LPOP入口蓄压器来说,第46阶振型($f \sim 27$ 赫芝)结果有差异。

四、概 要 和 结 论

本报告对(1)没有抑制装置的航天飞机POGO不稳定性的趋向以及(2)抵制任何不稳定性趋向的蓄压器效能提供了定性的估计。在氧化剂系统的三个位置上,即LPOP入口和排出口以及HPOP入口,研究了柔性和阻力蓄压器。通过对描述结构耦合/推进系统的方程作数字计算的本征解完成了稳定性分析。

通过工程判断来建立供研究用的数学模型,同时必需考虑可用数据的初步性质以及为稳定性的评价而解决主要问题时的复杂程度。从洛克威尔国际公司空间部获得了在飞行器俯仰平面上耦合运动时的结构振型,简化的推进系统模型如图3所示。推进系统的参数数值是根据图所给定的真实系统的主要几何参数和动态特性以及洛克达因的主发动机的动态模型来确定。利用最佳的可用依据来预示泵的气蚀柔性,这是根据土星飞行器上使用的各种泵测量气蚀的经验研究所导出的一种方法。关于输送管路的水力学,其分

析模型是特别严格的，这里采用包括阻力效应在内的连续关系式来表示阻尼柔性管振型的多重性。对一个结构振型的广义力的影响涉及到由流体阻力引起的摩擦力、流体动量引起的力、转换流体流量和在面积变化时的力、贮箱外流效应以及发动机推力。

在研究过程中，为了研究比较数据，处理了飞行条件/结构振型/蓄压器的66个基本组合。为便于参考，把这些基本情况全部列在下表中，并标出了系统是否稳定或不稳定的说明。除这些基本情况外，同时还检验了在柔性和阻力蓄压器设计中特殊变化的影响。

情 况	振 型	基 本 的	柔 性 的			阻 力 的	
			1	2	3	1	3
轨道器末期燃烧	E 1						
	E 2						
	E 7						
	E21	NA	NA	NA		NA	
	E30						
	E34			X			
	E35	X	X	X		X	
起 飞	L 1	X					
	L18					NA	NA
	L26					NA	NA
	L49					NA	NA
	L51						
	L62						
在固体火箭助推器分离之后	A 1	X					
	A46						

抑制位置 1.LPOP入口
2.LPOP排出口
3.HPOP入口

X—所计算的不稳定性

NA—不分析

本项研究的主要研究结果如下:

- 1.基本系统可以经受与推进系统振型有关的不稳定性,该振型基本上可以包括泵间管路振型或输送管路振型在内。
- 2.只有置于HPOP入口的蓄压器才能有效地抑制与泵间管路振型有关的不稳定性。置于LPOP入口或排出口的蓄压器只会加剧这种不稳定性。
- 3.LPOP入口或HPOP入口的蓄压器可以有效地抵销与输送管路振型有关的不稳定性。
- 4.置于HPOP入口位置上的柔性和阻力蓄压器,它们的效能无重大差异。在HPOP入口,无论哪种蓄压器的容积减小到 0.03米^3 (1英尺^3)以下,都会大大降低抑制输送管路振型的不稳定性的效能,但就抑制泵间管路振型的不稳定性来说,无论哪种蓄压器的效能都无多大的下降。

对分析的初步性质有了一定的认识,就会相信本项研究的主要结论是正确的:把蓄压器置于HPOP入口就可以有效地抑制POGO,但把蓄压器置于LPOP入口就不能。至于柔性式或阻力式这两种蓄压器,哪一种最好,还有待于进行更为详细的研究。尤其重要的是,未来的研究要解决如受到发动机功能和几何问题影响的蓄压器与HPOP入口的实际分离问题。

关于暂定设计要求,看来,容积在 0.03米^3 (1英尺^3)至 0.06米^3 (2英尺^3)之间的适用于设计柔性蓄压器。同样的容积范围以及实 $Y_1 \geq 0.06\text{米}^5/\text{微牛顿}$ ($1\text{英寸}^2/\text{秒}$)似乎适用于设计阻力蓄压器。

五、未 来 的 研 究

我们建议,继续进行发动机系统内部用的被动式抑制装置的研究,要研究柔性式的和阻力式的两种蓄压器。建议通过以下方法来改进分析模型:

- 1.利用三个发动机的推进系统关系式,并包括各发动机之间的管路系统。
- 2.采用经修正的结构振型数据和包含发动机常平架自由度的关系式。
- 3.考虑蓄压器和泵入口之间的实际分离。

在POGO稳定性分析的后一阶段必需考虑的两个附加因素是泵间导管系统的三维特性和此导管系统的机械共振对稳定性图的影响。近来,通过试验总结出,德尔它第一级运载器类似泵排出导管系统上的机械共振,明显影响了所观察到的不稳定性。

在进行阻力蓄压器的物理设计时,为了保证线性阻力特性,必需进行分析研究和实验研究;在德尔它第一级运载器上采用的蓄压器,其小孔的液体流就遇到了非线性阻力特性。选择非线性阻力装置,它要求蓄压器的试验在发动机的工作环境内进行,以便测量进入蓄压器内的随机液流的脉动以及这种脉动对蓄压器阻力的影响。当迭加的小小正弦液流脉动时,这种随机液流对小孔的阻力有影响。

附录

A 系统方程

A.1 推进系统的流体动力学方程

推进系统模型的各个构件的流体动力学方程如下:

第一段输送管路

$$P_1 = \alpha_{11} \underline{P_t} + \alpha_{12} \underline{Q_t} + \alpha_{13} \dot{x}_{11}$$

$$Q_1 = \alpha_{21} \underline{P_t} + \alpha_{22} \underline{Q_t} + \alpha_{23} \dot{x}_{11}$$

输送管路的第一个拐角

$$P_1 = P_2$$

$$Q_2 - A_2 \dot{z}_1 = Q_1 + A_1 \dot{x}_1$$

第二段输送管路

$$P_3 = \widetilde{\alpha}_{11} \underline{P_2} + \widetilde{\alpha}_{12} \underline{Q_2} - \widetilde{\alpha}_{13} \dot{z}_{12}$$

$$Q_3 = \widetilde{\alpha}_{21} \underline{P_2} + \widetilde{\alpha}_{22} \underline{Q_2} - \widetilde{\alpha}_{23} \dot{z}_{12}$$

输送管路的第二个拐角

$$P_3 = P_4$$

$$Q_4 + A_2 \dot{x}_3 = Q_3 - A_2 \dot{z}_3$$

低压泵

$$Q_5 - A_3 \dot{z}_4 = (Q_4 + A_2 \dot{x}_4) + Q_{A1} - sC_{b1} P_4$$

$$P_5 = (m_1 + 1) P_4 - Z_{F1} Q_5 + R_{F1} A_3 \dot{z}_4$$

LPOP排出口抑制器

$$Q_6 - A_3 \dot{z}_4 = Q_5 - A_3 \dot{z}_4 + Q_{A2}$$

$$P_5 = P_6$$

泵间管路

$$P_6 - P_7 = Z_i Q_6 - A_3 R_i \dot{z}_7$$

$$Q_6 = Q_7$$

高压泵

$$Q_8 - A_4 \dot{z}_7 = Q_7 - A_3 \dot{z}_7 + Q_{A3} - sC_{b2} P_7$$

$$P_8 = (m_2 + 1) P_7 - Z_{F2} Q_8 + R_{F2} A_4 \dot{z}_7$$

排出管路

$$P_8 - P_9 = Z_d Q_8 - R_d A_4 \dot{z}_7$$

$$Q_9 = Q_8$$

喷嘴和推力室

$$P_9 - P_c = Z_j Q_9 - R_j A_4 \dot{z}_7$$

$$P_c = R_c (Q_9 - A_4 \dot{z}_7)$$

在上述方程中, A_i 、 Q_i 和 P_i 表示在系统内各个不同位置上的流动面积、绝对容积流量和压力扰动。 Q_{A1} 表示从POGO抑制装置流出的容积流量; (m_1+1) 和 (m_2+1) 为LPOP和HPOP的增益; C_{b1} 和 C_{b2} 分别表示LPOP和HPOP入口处的气蚀柔性,而 s 为拉普拉斯变量; x_i 、 z_i 为系统各个不同点上的结构的纵向速度和横向速度,而 x_{i1} 和 z_{i1} 表示两段输送管路的平均平移速度。可以注意到,HPOP、推力室和喷射室的横向速度均取一样值。在上述方程中出现的各个阻抗 Z_i 如下:

第一段输送管路

$$Z_1 = L_1 s + R_1$$

第二段输送管路

$$Z_2 = L_2 s + R_2$$

低压泵

$$Z_{p1} = L_{p1} s + R_{p1}$$

高压泵

$$Z_{p2} = L_{p2} s + R_{p2}$$

泵间管路

$$Z_i = L_i s + R_i$$

排出管路

$$Z_d = L_d s + R_d$$

喷嘴

$$Z_j = L_j s + R_j$$

在组合结构/推进系统的运动方程中出现的发动机阻抗定义为:

$$Z_e = L_e s + R_e$$

式中

$$L_e = L_j + L_d + L_{p2}$$

$$R_e = R_j + R_c + R_d + R_{p2}$$

第一段输送管路的传递系数定义如下:

$$\alpha_{11} = \alpha_{22} = \cosh \theta_1$$

$$\alpha_{12} = -Z_1 \frac{\sinh \theta_1}{\theta_1} \quad \alpha_{13} = -A_1 R_1 \frac{\sinh \theta_1}{\theta_1}$$

$$\alpha_{21} = -\frac{1}{Z_1} \theta_1 \sinh \theta_1 \quad \alpha_{23} = -\frac{A_1 R_1}{Z_1} (1 - \cosh \theta_1)$$

式中 θ_1 定义如下:

$$\theta_1^2 = s^2 \tau_1^2 \left(1 + \frac{R_1}{s L_1} \right)$$

这里, $\tau_1 = l_1/a$, 式中, l_1 为一段输送管路的长度, a 为液氧中的音速。同样地, 第二段输送管路的系数 α_{ii} 分别用 A_2 、 R_2 、 Z_2 、 θ_2 来代替 A_1 、 R_1 、 Z_1 、 θ_1 。

POGO抑制装置的容积流量 Q_{A1} 与推进系统和特定蓄压器参数有关。这些关系式的

正确形式在第A.3节中给出。

A.2 结构振型的运动方程

飞行器结构的响应以第 n 阶正态振型来表示。在某个点 $\vec{r}$ 上的结构运动 $\vec{x}$ 可写成

$$\vec{x} = q_n e^{i\omega_n t} \vec{\phi}_n(\vec{r})$$

式中 q_n 为广义坐标, $\vec{\phi}_n(\vec{r})$ 为有关的振型形状。当结构系统带有贮箱底部时, 支配 q_n 的运动方程为:

$$M_n |\ddot{q}_n + 2\zeta_n \omega_n \dot{q}_n + \omega_n^2 q_n| = P_n(tb) \dot{Q}_R + P_t A_1 \phi_n^{(x)}(tb) + \sum_i \vec{F}_i \cdot \vec{\phi}_{ni}$$

式中 $P_n(tb)$ 为箱底模态压力, Q_R 为推进剂箱相对容积的外流。可以在参考文献 [3] 中看到对外流影响的详细研究。根据参考文献 3 的研究结果, 箱底压力 P_t 与飞行器运动的关系为:

$$P_t = P_n s^2 q_n$$

$\vec{F}_i$ 由各段输送管路、泵间管路和排出管路上的阻力、输送管路两个拐角上的力、LPOP 和 HPOP 上的力以及喷嘴和推力室上的力所组成。这些不同力的正确形式如下:

各段输送管路上的阻力

$$F_1^{(x)} = \frac{-A_1 R_1}{Z_1} (P_t - P_2 + A_1 L_1 s \dot{x}_{11})$$

$$F_1^{(z)} = \frac{A_2 R_2}{Z_2} (P_2 - P_4 - A_2 L_2 s \dot{z}_{12})$$

泵间管路上的阻力

$$F_1^{(*)} = A_3 R (Q_7 - A_3 \dot{z}_7)$$

排出管路上的阻力

$$F_d^{(*)} = A_4 R (Q_8 - A_4 \dot{z}_7)$$

输送管路第一拐角上的力

$$F_{c1}^{(x)} = -P_2 A_1 - \bar{f} \left(2 \frac{Q_1}{A_1} + \dot{x}_1 \right)$$

$$F_{c1}^{(z)} = -P_2 A_2 - \bar{f} \left(2 \frac{Q_2}{A_2} - \dot{z}_1 \right)$$

输送管路第二拐角上的力

$$F_{c2}^{(x)} = P_4 A_2 + \bar{f} \left(2 \frac{Q_4}{A_2} + \dot{x}_3 \right)$$

$$F_{c2}^{(z)} = P_4 A_2 + \bar{f} \left(2 \frac{Q_3}{A_2} - \dot{z}_3 \right)$$

LPOP上的力

$$F_{p1}^{(x)} = -P_4 A_2 - \bar{f} \left(2 \frac{Q_4}{A_2} + \dot{x}_4 \right)$$

$$F_{p1}^{(z)} = -P_5 A_3 - \bar{f} \left(2 \frac{Q_5}{A_3} - \dot{z}_4 \right)$$

HPOP上的力

$$F_{p2}^{(z)} = P_7 A_3 - P_8 A_4 + 2 \bar{f} \left(\frac{Q_7}{A_3} - \frac{Q_8}{A_4} \right)$$

喷嘴上的力

$$F_i^{(*)} = A_i P_i$$

推力室上的力

$$F_t^{(*)} = A_T P_c$$

在以上表示式中, $\bar{f}$ 表示推进剂的平均质量流量:

$$\bar{f} = \rho \bar{V} A$$

式中 ρ 为推进剂的平均密度, $\bar{V}$ 为定常流速。 $\bar{f}$ 项根据流体动量方程中的传递导数进行推导。

A.3 蓄压器的描述

在系统中蓄压器的容积流量 Q_A 可写成:

$$Q_A = -Y_a P$$

式中 P 为蓄压器的压力扰动; Y_a 为蓄压器的导纳。对于阻力蓄压器, 可以把导纳 Y_a 表示成下式:

$$Y_a = \frac{s/L_a}{[s^2 + 2\zeta_a \omega_a s + \omega_a^2]}$$

式中, L_a 、 ζ_a 和 ω_a 分别表示蓄压器的惯性、阻尼比和固有频率。在专门使用完全柔性蓄压器时, 导纳 Y_a 可写成:

$$Y_a = C_a S$$

这里 C_a 为蓄压器的柔性。

B. 航天飞机液氧系统参数

阻力⁽¹⁾, 微牛顿秒/米⁵(秒/英寸²)

$$R_1 = 0.4 \quad (0.0236)$$

$$R_2 = 0.11 \quad (0.0064)$$

(1) 公制单位中的阻力建立在用压力除容积流量的基础上, 在英制单位中, 采用重量流量。

$$R_{p1} = 8.8 \quad (0.52)$$

$$R_{p2} = 44.7 \quad (2.64)$$

$$R_i = 1.9 \quad (0.11)$$

$$R_e = 156 \quad (9.19)$$

$$R_c = 42.3 \quad (2.50)$$

$$R_d = 8.3 \quad (0.49)$$

$$R_j = 60.2 \quad (3.56)$$

惯性⁽²⁾ 微牛顿秒²/米⁵ (秒²/英寸²)

$$L_1 = 0.71 \quad (0.0417)$$

$$L_2 = 0.19 \quad (0.0113)$$

$$L_{p1} = 0.017 \quad (0.001)$$

$$L_{p2} = 0.042 \quad (0.0025)$$

$$L_i = 0.22 \quad (0.013)$$

$$L_e = 0.38 \quad (0.0225)$$

$$L_d = 0.25 \quad (0.015)$$

$$L_j = 0.085 \quad (0.005)$$

$$L = l / Aq = \frac{\text{英尺}}{\text{英尺}^2 \cdot \text{英尺}/\text{秒}^2} = \frac{\text{秒}^2}{\text{英尺}^2}$$

气蚀柔性

$$\left. \begin{array}{l} Cb_1 = \\ Cb_2 = \end{array} \right\} \text{见图 4}$$

泵增益 (见图 5)

时间 (秒)

$$\left. \begin{array}{l} \tau_1 = 0.0656 \\ \tau_2 = 0.0178 \end{array} \right\} \text{输送管路传播时间}$$

面积 (英寸²)

$$A_1 = 75.7 \quad R = 12.468310 \text{ cm}$$

$$A_3 = 31.2 \quad 8.004550 \text{ cm}$$

$$A_4 = 12.6 \quad 5.086803$$

$$A_T = 158$$

(2) 在注译 (1) 中的流量差异也适用于惯性。

1966年
1973年

参 考 文 献

1. Payne, J.C.: POGO Suppression on the Delta Vehicle. Report No. TR-0074(4704)-1, The Aerospace corporation, El Segundo, California.
2. Rubin, S.: Longitudinal Instability of Liquid Rockets Due to propulsion Feedback (POGO). J. Spacecraft Rockets, 3(8). August 1966, pp. 1188-1195.
3. Rubin, S.; Wagner, R.G.; Payne, J.G.: POGO Suppression on Space Shuttle-Early Studies. NASA CR-2210, March 1973.
4. Holt, J.F.: ACS Mule, General Root Finding Subroutine. Report No. TOR-0073(9320)-8, The Aerospace Corporation, El Segundo, California, March 1973.
5. SSME Model, Engine Dynamic Characteristics Related to POGO. Report No. RSS-8549-2, Rocketdyne Division, Rockwell International, Canoga Park, California, September 1973.
6. Ghahremani, F.G.; Rubin, S.: Empirical Evaluation of pump Inlet Compliance. Report No. ATR-73(7257)-1, The Aerospace Corporation, El Segundo, California, August 1972.

朱仲方 译
黄怀德 校

航天飞机 POGO 的主动式抑制*

作者 M、H、Lock 和 S、Rubin

摘 要

对航天飞机使用主动式 POGO 抑制器进行了定性研究。研究主要涉及抑制器的设计概念, 以及这些概念在维护航天飞机稳定性方面的有效性。对于如抑制器系统的重量影响、操作这些系统的液压要求、系统可靠性以及如电子控制器和电动液压伺服阀这些产品的研制要求等这样一些问题, 在本报告中不进行讨论。

通过一系列的参数稳定性分析, 研究了宇航公司的两种抑制器的设计概念。在研究这些概念时排除了许多其他的概念, 因为那些概念不能提供可允许的稳定性。所选定的这两种设计安置在高压氧化剂泵 (HPOP) 的入口。第一个概念称之为“最佳设计”, 它建立在消除脉动推力的基础上。该设计既包括了进入 HPOP 的相对流量的反馈又包括了 HPOP 入口压力的反馈。第二个设计只包括 HPOP 入口压力的反馈。国家航宇局 (刘易斯研究中心) 提供了两个抑制器设计。一个设计既包括了 HPOP 入口压力的反馈又包括了发动机运动的反馈。另一个设计是一个双套抑制器系统, 它由 LPOP (低压氧化剂泵) 入口的柔性蓄压器和 HPOP 入口的压力反馈装置所组成。采用双套系统的目的是为了减少对 HPOP 入口装置的尺寸要求。

对这四个抑制器设计进行了详细的评价。我们认为, 全部设计都消除了对基本系统所预期的不稳定性并提供了与参考的被动式装置 [一个 0.57 米^3 (2 英尺³) 柔性蓄压器] 相比较的性能。我们发现, 宇航公司的压力反馈设计和国家航宇局的两个设计对幅值 $\pm 15\%$ 相位 45° 的反馈信号误差不敏感。宇航公司的“最佳”设计对相对液流的反馈误差是极为敏感的。由于这种敏感性以及与获得令人满意的相对流量 (或等效) 测量有关的不准确性, 该设计被认为是不能满足要求的。根据耦合结构/推进系统的模态特性与所假设的系统噪声级研究了抑制器的容积流量的直观要求。可以发现, 这些容积流量要求是受到基本振型响应的影响。通过在 LPOP 入口加一个蓄压器来满足在基本振型下的稳定性要求, 可以把主动式抑制器的容积流量要求至少减少三分之二。同时, 反馈中采用一个形状函数来减少主动式抑制器在基本振型下的响应, 可以进一步减少容积流量要求的数量级。

* 译自 N75-24805

总之,研究表明,只包括HPOP入口压力反馈的HPOP入口装置提供了一个有效而简单的设计。这种设计对反馈信号误差不敏感。研究还表明,主动式抑制器的尺寸取决于对系统动力特性的了解。因为容积流量要求(如有关的液压要求)均视这些特性而定。

引 言

由于航天飞机系统特性所带来的复杂性,抑制航天飞机上的POGO不稳定性就是一项非常艰巨的任务。长长的氧化剂输送管路把推进系统的多种振型引入到所关心的频段内。双套泵的发动机设计具有相当长的中间管道系统而引入了推进系统的泵间振型,此振型正是可能导致不稳定性的一根源;以及飞行器结构型式的多体性质,使在系统振型下的横向和纵向运动发生相当大的耦合。

鉴于这些复杂情况,自然认为采用主动式抑制器是消除航天飞机POGO不稳定性的一种可靠的方法。这些装置由感应飞行器振荡的仪器(压力、流量和加速度的任何形式的组合)以及用来触发电动液压活塞式脉冲发生器的这些信号所组成。此脉冲发生器的作用就像是增加了飞行器的POGO稳定性以适当的振幅和相位的推进剂注入到推进剂输送管路中的一个分支装置。在原则上,这种装置的性能可以造得对系统的动力学不产生反应。对采用主动式装置的兴趣导致了在洛克威尔国际公司洛克达因分公司和国家宇航局(马歇尔空间飞行中心)进行主动式抑制器设计的试验。洛克达因的研究报告^[1]断定,他们的抑制器设计试验证明了设计所潜在的有效性。在从10到30赫芝频段内,原来的压力扰动得到衰减就可以证明这一点。这些试验台试验结果初步表明了主动式抑制器概念的可行性。然后必需把主动式抑制器的评价扩大到在飞行的飞行器结构上。为此,本报告利用一个简化的全航天飞机飞行器系统模型对各种主动式抑制器设计的有效性进行了分析研究,就是朝此方向所迈出的第一步。

由于动力模型简化以及所采用的结构和推进系统数据的预先准备,本报告必定具有定性的性质。在研究稳定性的基础上,本文还研究了有用的抑制器的设计概念、这些设计的有效性、这些设计与被动式抑制器有关的性能以及这些设计对反馈误差的敏感性。检验了抑制器容积流量要求,同时也探讨了为提供所需反馈信号而进行的研究。应该指出,本文没有探讨如系统可靠性和系统重量影响这样的课题。虽然这些课题关系到主动式抑制器的评价;然而,他们涉及到的问题已超出本文研究的范围。宇航公司的计划是通过稳定性研究来研制两种专用的主动式抑制器设计,而国家航宇局(刘易斯研究中心)的计划是提供另外两种设计。而后在上面提到的几个方面对这四种专用设计进行了详细的评价。

应该指出,本报告是国家宇航局(兰利研究中心)所研究的被动式抑制器^[2]的姊妹篇,一般的分析和数字程序图都适用这两项研究,且所用的数据是一致的。这就为评

价主动式与被动式抑制器的相对优缺点提供了共同的基础。

一、供稳定性分析用的分析模型

这次研究所用的分析模型基本上与被动式抑制器研究用的模型相同。唯一不同的是，现在，来自抑制装置的流量不是仅仅关系到抑制器入口的局部压力而是关系到一组反馈变量。

1.1 航天飞机推进系统/结构模型

航天飞机的起飞结构是由轨道飞行器、一个外贮箱和两个固体火箭发动机组成。此结构示于图 1a。在此图中也示有液体推进系统中所关心的重要构件。为了分析起见，用一个简化的单个等效发动机模型来表示飞行器上实有的三个发动机系统。模型的一般特征与模型变量一起示于图 1b，模型的全部变量均为可允许的反馈量。模型的构件由液氧箱、两段输送管路（一段纵向的和一段横向的）、低压氧化剂泵（LPOP）、高压氧化剂泵（HPOP）、泵间管路、HPOP排出管路、喷嘴和燃烧室所组成。可以相信，燃料系统对所潜在的 POGO 不稳定性影响极小，因此，为了简便和节省分析费用，系统模型中就没有列入燃料系统。同样，为了简便起见，航天飞机的运动用单个结构振型来表示。因此，对所研究的不同飞行时间下选定的每个结构振型进行单独的稳定性分析。经验证明，单个结构振型模型一般适合于系统稳定性的研究。对于带有可比较增益的密频率的结构振型的这种例外情况来说，单个等效振型可通过以下方法来推导，即提供一个适当考虑到多个振型的情况在内的结构增益。

在系统的分析模型中还包括了三个可能安置抑制器的位置，即：LPOP 入口、LPOP 排出口和 HPOP 入口。然而，被动式抑制器的研究结果^[2]和主动式抑制器的一些初步分析结果表明，从 LPOP 排出口位置获得的结果很差，所以本报告只论述 LPOP 的入口位置和 HPOP 的入口位置。所允许的反馈变量是输送管路角、LPOP 入口和排出口以及 HPOP 入口和排出口的压力、容积流量和结构运动变量。燃烧室内的压力是另一个可允许的反馈变量。

附录 A 提供了决定耦合结构/推进系统性能的详细方程。在这些方程中，采用输送管路流量的连续表示式（包括阻力在内）的正确解来研究输送管路的传递函数。这样保证可以较好地介绍输送管路的较高的柔性管路振型。我们认为，泵间管路和排出管路中的流量是不可压缩的，因为有关波的传递时间与所关心的结构响应时间相比是相当短的。在结构振型的方程中包括了由流体动量方程中的液体阻力和传递导数（ $v \partial v / \partial x$ ，式中 v 是流速）造成的广义力影响。在利用近底部贮箱研究结构振型^[8]的基础上列入了贮箱的动力流出效应。

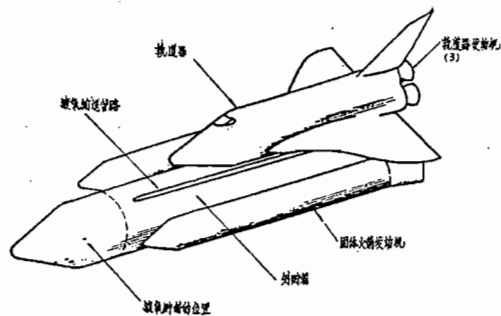
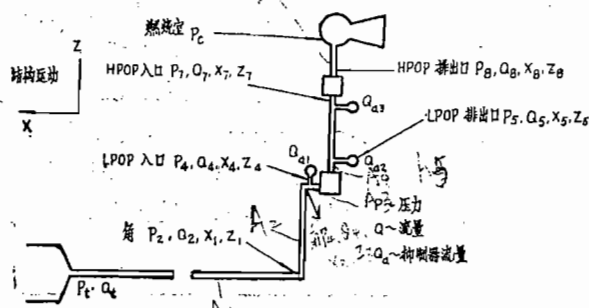


图 1 a 航天飞机的整个几何外形



$$\{[V(s_i)] + [B][E][F(s_i)]\} \hat{H}_i = 0$$

由于采用了精确的输送管路解，行列式方程即是以拉普拉斯变量表示的超越方程，采用迭代求根子程序^[4]获得了方程的本征值，该子程序利用了输入结构频率 ω_n ，并预先将推进系统本征值作为初始估算值来计算。

1.3 结构振型数据

本研究报告所用的结构振型取自洛克威尔国际公司/空间分公司所提供的 数据。这些数据由在五个确定的飞行条件下的飞行器头100个对称振型频率和振型形式所组成。在分析中不用不对称振型数据。所采用的振型中包含由飞行器构型造成的主要的俯仰—纵向耦合。就现有的定性研究来说，认为略去偏航运动是无关紧要的。在模态数据中还有液氧箱底的位移和压力数据。曾对1973年初使用的飞行器构型（叫做M89B）进行过模态计算。后来，根据该设计缩小了航天飞机结构的尺寸和重量；然而，在本研究中不用新构型的模态数据。洛克威尔研究的一组飞行条件以及有关的飞行时间和计算频率相应的最大值和最小值一并列于下表中；表中出现的SRB即为固体火箭助推器。

飞 行 条 件	飞 行 时 间 (秒)	频 率 (赫芝)	
		f_1	f_{100}
起飞	0	2.18	44.5
最大动压	54	2.24	48.9
在固体火箭助推器分离之前	116~	2.28	53.3
在固体火箭助推器分离之后	116~	2.29	62.4
轨道器末期燃烧	480	2.81	103.8

对于发动机的纵向运动，从结构增益 G_c 的观点检验模态数据。

$$G_c = \phi^2_c / M$$

式中， ϕ_c 是发动机纵向的模态幅度， M 为结构振型的广义质量。检验表明，较高的增益与20赫芝以上的模态频率有关系。基于计算结果的这个特点以及在较高振型下数据所增加的不确定性，选定30赫芝频率为稳定性分析中所关心的频段的合理上限。就定性研究的目的而言，我们认为这个频段是具有代表性的。

为适合稳定性分析用，允许计算结构—振型频率可变化 $\pm 15\%$ 。有了这个变化，至少对飞行器构型的变化和结构/推进系统模拟中的不确定部分提供了某种考虑。希望所作的变化包括结构和推进系统接近共振时的最坏情况的条件。为了计算飞行器上的阻尼，给每个结构振型规定了0.01的临界粘性阻尼比。

由于稳定性分析建立在带有三个相同发动机的单个等效系统的基础上,就必需研究在稳定性计算时采用的等效的发动机模态振幅 ϕ_e 与所提供模态数据中包含的发动机模态振幅之间的相互关系。在根据发动机推力维持相同广义力影响的基础上来选择这种关系,此关系表示为

$$\phi_e^2 = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^3 \phi_{ei}^2$$

式中 ϕ_{ei} 为单个发动机的模态振幅。对分析中的箱底压力脉动 P_n 采用一个相似的程序。 P_n 与相应模态数据 P 之间的关系是

$$P_n = \frac{P}{3\phi_e} \sum_{i=1}^3 \phi_{ei}$$

1.4 推进系统参数

各种管路的横截面积和长度根据所用的航天飞机的设计数据而定。管路、泵、发动机和推力室的阻力和惯性根据 SSME 发动机动力模型给定的基本数据^[6]以及过去的 POGO 研究资料^[3]来定。在附录 B 中提供了这些参数的估算值。泵入口气蚀的气泡柔性随飞行时间的变化以及泵增益随飞行时间的变化是根据可用的工作数据进行估算的;柔性估算值是根据参考文献^[3]提供的结果(取自参考文献^[6]的“固定时间法”)以及未曾发表的大力神和德尔它研究报告中的泵增益确定的。由此产生的时间变化曲线如图 2 和图 3 所示。在末期燃烧、起飞和 SRB 分离后这三种条件下的稳定性分析所用的柔性和增益参数比值在下表中给出。

项 目 \ 情 况	起 飞 ($t=0$)	固体火箭助推器分离之后 ($t=116^+$)	末期燃烧 ($t=480$)
LPOP增益 (m_1+1)	1.625	2.2	1.306
HPOP增益 ($m_2+②$)	1.48	1.54	1.42
LPOP入口 C_{b1} (10^{-3} 米 ⁵ /微牛顿) (英寸 ²)	1.2 (0.0204)	2.3 (0.039)	0.59 (0.01)
HPOP入口 C_{b2} (10^{-3} 米 ⁵ /微牛顿) (英寸 ²)	0.27 (0.0045)	0.3 (0.0051)	0.24 (0.004)

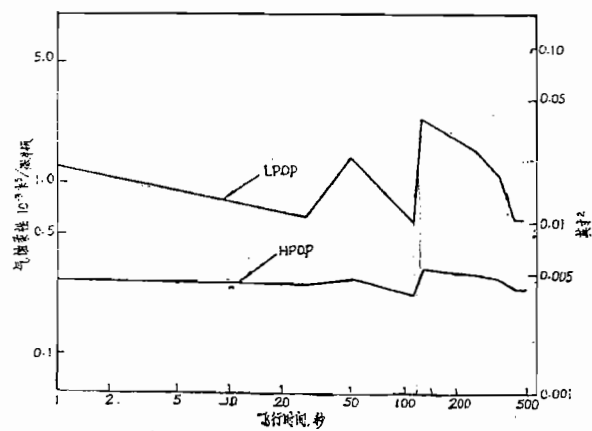


图2 泵气蚀柔性的变化情况

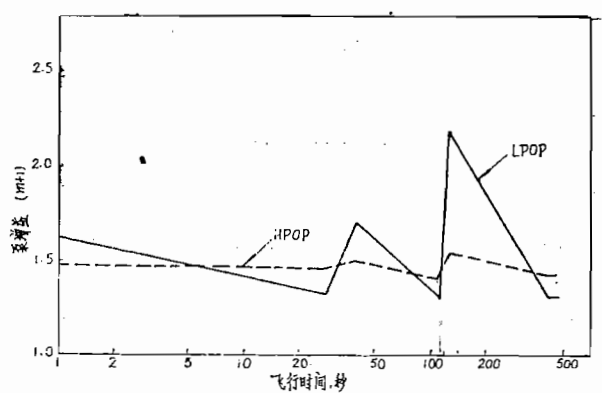


图3 泵增益的变化情况

二、基本系统的稳定性

基本结构/推进系统（即不带抑制器的系统）的稳定性分析结果为比较各种抑制器的设计结果以及评价各种设计的有效性提供了可以对照的参考数据。参考文献〔2〕对基本系统的稳定性进行了广泛的论述，所以本节只介绍其重要的特点和结果。

2.1 稳定性情况

参考文献〔2〕研究了以下三种飞行条件下的基本系统的稳定性：

1. 轨道器末期燃烧 2. 起飞

3. 固体火箭助推器（SRB）分离之后。

在这些条件下分别研究的结构振型是根据结构增益选定的。末期燃烧时采用的一组模型与有关的模态频率和结构增益一起给出在下表中，字母E表示末期燃烧，数字为振型的阶。

项 目 \ 振 型	E 1	E 2	E 7	E 30	E 34	E 35
f_n (赫芝)	2.8	4.7	8.5	22.5	26.8	27.2
G_n (10^{-6} /公斤)	1.25	1.14	6.3	57	177	274
(10^{-4} 英寸/磅一秒 ²)	(2.2)	(2.0)	(11)	(100)	(310)	(480)

应该注意，分配给34阶和35阶振型的结构增益为模态数据给定值的两倍。采用双倍增益是为了考虑振型之间的耦合的不稳定的可能性。由于密的模态频率（分别为26.8和27.2赫芝）能造成这种耦合，因此通过稳定性研究采用的单振型分析是说不清这种耦合的。我们认为，采用双倍增益是比较保守的，因为两个结构增益就具有可比较的量级。为了完整起见，附录3提供了计算所用的模态振幅的详表。

下表列有起飞条件(L)分析用的一组对应振型。同时列有模态频率和结构增益与每单位发动机加速度的模态箱底压力 P_n/ϕ 的对应值，有关的模型振幅在附录C中给出。

项 目 \ 振 型	L 1	L 18	L 26	L 49	L 51	L 62
f_n (赫芝)	2.2	8.9	12.1	21.9	22.5	27.1
G_n (10^{-6} /公斤)	9.1	4.6	11.4	74	8.6	2.06
(10^{-4} 英寸/磅一秒 ²)	(16)	(8)	(20)	(130)	(15)	(360)
P_n/ϕ (牛顿秒 ² /米 ³)	115	5.7	3.0	820	7640	-1.0
(10^{-5} 磅·秒 ² /英寸 ³)	(42)	(2.1)	(1.1)	(300)	(2800)	(-0.4)

SRB分离后(A)的情况采用的对应模态数据列于下表和附录C中。

项 目 \ 振 型	A 1	A 46
f_n (赫芝)	2.3	27.0
G_n (10^{-6} /公斤)	7.4	194
(10^{-4} 英吋/磅·秒 ²)	(13)	(340)
P_n/ϕ (牛顿秒 ² /米 ³)	464	- 0.014
(10^{-5} 磅·秒 ² /英寸 ³)	(- 170)	(- 0.005)

2.2 推进系统振型

计算了孤立的推进系统（即平稳结构）的本征值和本征矢量，以便对稳定性分析所用的求根程序提供初步的推测，且识别出推进系统的泵间振型。图4示有为轨道器末期燃烧条件计算的模态频率和有关的临界阻尼比。与其他飞行条件的结果大致相似。图中标有泵间的振型。看来在频率24.4赫芝时阻尼较大（起飞时和SRB分离后条件下的泵间振型频率分别为23.1和21.6赫芝）。事实上，此振型受到泵间运动以及上流端LPOP入口气蚀的气泡柔性与下流端HPOP入口气蚀的气泡柔性之间LPOP流量的影响。氧化剂系统的其余振型可叫做“输送管路式”振型，因为这些振型的频率处在输送管路开-开端和开-闭端振型所规定的频带之内，而且这些振型受输送管路中驻波性能的支配。图5示有振型的各种不同的特征，图中所示的液压幅度分布是针对泵间振型和头两个输送管路式振型说的；所示的同相或反相，自然接近于真实的相位。从此图可清楚看出泵间振型仅在发动机内（即从LPOP开始）才显示其重要振幅。

2.3 稳定性结果

从图6到图8示有在轨道末期燃烧、起飞和SRB分离后的三个飞行条件下基本系统的稳定性分析结果。稳定性曲线是按系统阻尼比 ζ 与结构振型频率假定值的关系给出的（可以记起，结构振型频率的容差大约为模态数据给定的标定频率的 $\pm 15\%$ ）。阻尼随假定的结构频率变化的原因是由于结构与推进系统之间的相互作用发生了变化。例如，图6所示阻尼曲线出现的两个局部最小值就是在规定的频段内存在着两个推进系统振型的缘故。每一最小值表示着结构振型和有关推进系统振型之间的相互作用发生了最大的不稳定。另一方面，单个最小值的出现（见图7或图8）反映了在结构振型和在规定频段内出现了单个推进系统振型之间的相互作用。结果表明，在每个飞行条件下都存在着不稳定性。在末期燃烧的情况下，在有限的结构振型频段内E35振型是不稳定的（图6）。已经验明，此不稳定性是由于结构振型和推进系统中间泵振型之间的耦合不稳定引起的。在起飞和SRB分离后的条件下，发现基本振型（分别为L1和A1）都是不稳定的（图7和图8）。SRB分离后的不稳定性比较严重，所计算到的阻尼比达到几乎为

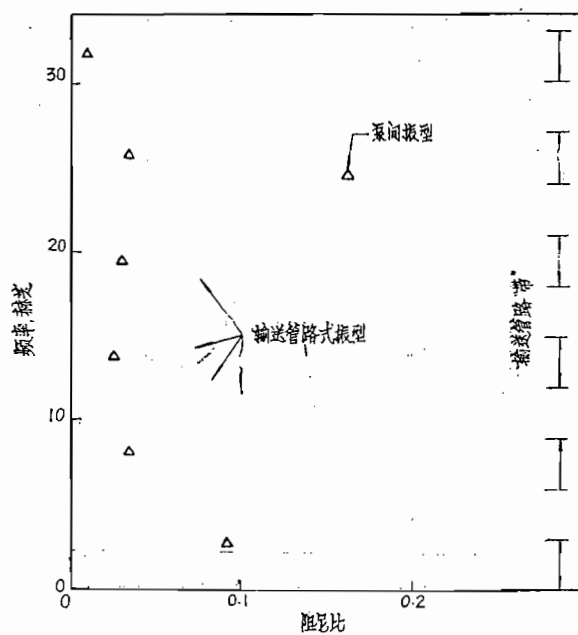


图4 轨道器末期燃烧时氧化剂系统的频率和阻尼比

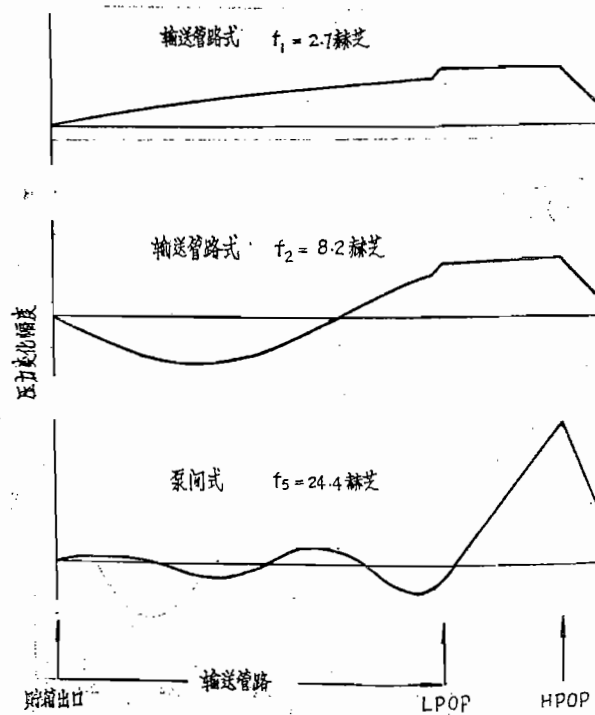


图5 轨道器末期燃烧时氧化剂系统振型

-0.009的负值，而且不稳定性持续在一个较宽的结构频段内；起飞时的阻尼比下降到-0.002左右。已经验明，这两种情况下的不稳定性是由于结构振型和推进系统一阶输送管路式振型之间耦合不稳定所引起的。

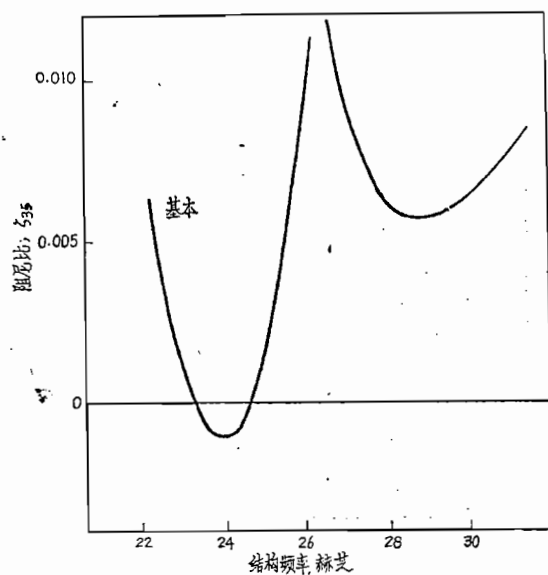


图6 轨道器末期燃烧时基本系统的稳定性结果

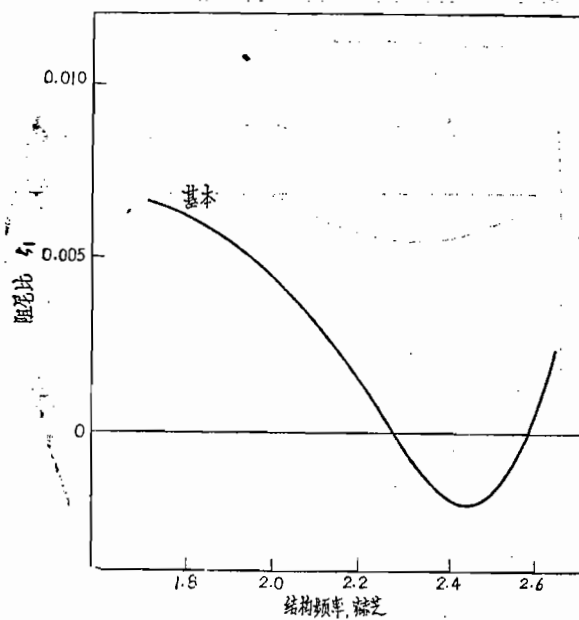


图7 起飞时基本系统的稳定性结果

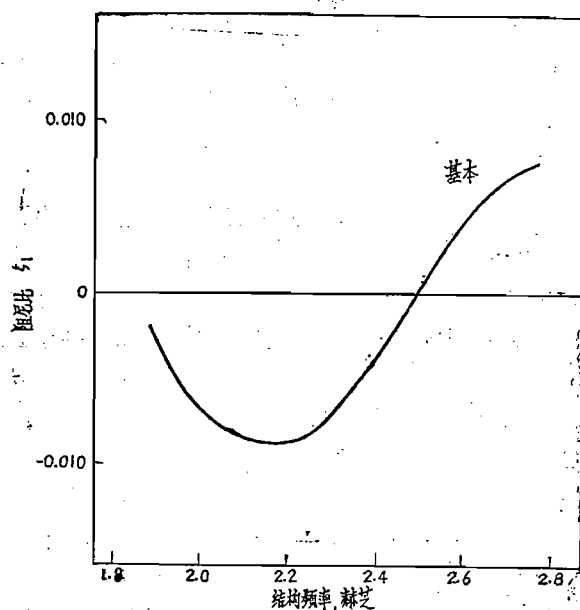


图 8 SRB分离后基本系统的稳定性结果

三、专用主动式抑制器设计的研制

研究计划要求宇航公司研制两个专用抑制器的设计以及要求国家宇航局（刘易斯研究中心）提供两个补充设计。然后，对这四个设计进行详细的评价。本节主要介绍宇航公司为研制他们的两个设计而进行的工作。然后介绍国家宇航局（刘易斯研究中心）提供的的设计并简略说明设计的选择依据。

3.1 宇航公司的抑制器的设计研究

宇航公司采用的方法是在分析或物理论证的基础上研究各种抑制器的设计概念，然后通过对临界飞行条件做次数有限的稳定性分析来评价这些概念的性能。后来选择了两个较好的设计概念来作为专用抑制器的设计，这两个设计要经过比较详细的检验。把在此设计选择过程中利用的结构振型和飞行情况结合起来就是SRB分离后的基本振型和末期燃烧时高增益的第35阶结构振型。这些情况被认为是适当的，因为他们代表了与输送管路振型有关的严重不稳定性例子以及与泵间振型有关的不稳定性例子。

3.1.1 设计概念

在介绍各种设计概念的细节之前，先简述一下一般的过程。首先，研制一个称为

“最佳”抑制器的设计。此设计建立在消除脉动推力（即作用在系统结构振型上的主要不稳定性影响）这个思想基础上。然后，通过对极限情况的近似稳定性分析来研究两个极限情况的抑制器设计。最后，研究简单运动或压力反馈设计。这些最后设计建立在把耗散力或稳定力引入系统去的思想基础上。

3.1.1.1 最佳设计

对基本系统所进行的稳定性分析表明，推力扰动是作用在结构振型上的广义力的主要的不稳定推力。当这些推力被除去时，推进系统的任何不稳定影响就变得很小（即计算得获的阻尼比或者较大，或者比所假设的结构阻尼比0.01稍微小些）。检验系统的运动方程（附录A）表明，在HPOP入口装置一个抑制器就可以起到除去这些推力的作用，所遵循的规律如下：

$$Q_{a3} = (-Q_7 + A_3 \dot{z}_7) + C_{b2} s P_7 \quad (1)$$

式中， Q_7 表示HPOP入口的绝对容积流量， P_7 为HPOP入口的压力， $\dot{z}_7$ 为发动机的横向速度， A_3 为泵间管路的面积，以及 C_{b2} 为HPOP入口气蚀的气泡柔性。 $(Q_7 - A_3 \dot{z}_7)$ 项表示进入HPOP的相对流量，利用HPOP泵入口的流量计可以测到这个流量。

实际上我们预料到，试图遵循气蚀柔性 C_{b2} 随飞行时间变化的规律是行不通的。因此，决定为此参数采用一个 2.4×10^{-4} 米/微牛顿典型值的设计（所估计的 C_{b2} 变化十分小，见图2所示）。最后形成的设计叫做“最佳”

$$Q_{a3} = (-Q_7 + A_3 \dot{z}_7) + \bar{C}_{b2} s P_7 \quad (2)$$

$$\bar{C}_{b2} = 2.4 \times 10^{-4} \text{米}^5/\text{微牛顿} (0.1 \text{英吋}^5/\text{磅})$$

设计，因为它建立在消除最大广义力影响的思想基础上。

3.1.1.2 极限情况设计

支配耦合结构/推进系统的方程复杂，所以不可能普遍采用参考文献[7]所述稳定性分析的近似方法。然而，如果在HPOP入口装置合适的抑制器能使HPOP达到某个极限条件，则就可以进行这样的分析。这些极限条件是：（1）HPOP的排出流量为零，（2）HPOP的入口压力为零，以及（3）HPOP入口流量为零。第一个条件（即排出流量为零）导致消除推力脉动，并使有关的抑制器设计与上节所述的相同。与其余两个极限条件有关的抑制器设计是

$$\text{HPOP入口压力为零, } Q_{a3} = Q_8 - Q_7 + (A_3 - A_4) \dot{z}_7 \quad (3)$$

$$\text{HPOP入口流量为零, } Q_{a3} = (-Q_7 + A_3 \dot{z}_7) \quad (4)$$

式中 Q_8 为HPOP的排出流量， A_4 为排出管路的面积。在第一种情况下的反馈涉及进入HPOP的相对流量 $(Q_7 - A_3 \dot{z}_7)$ 和排出HPOP的相对流量 $(Q_8 - A_4 \dot{z}_7)$ 。第二种情况，反馈涉及进入HPOP的相对流量。可以注意到，后一种设计实质上是HPOP入口气蚀柔性为零条件下的最佳设计即方程（2）的极限情况。

给予HPOP的这些条件，使发动机推力的表示式变得相当简单。如采用零入口压力条件，方程（3）就形成如下的推力方程

$$T = A_4 A_T L_c R_c z_7^{-1} \ddot{z}_7$$

式中, L_c 和 Z_c 表示发动机的惯性和阻抗; R_c 和 A_T 分别表示推力室的阻力和有效面积。采用推力的简单表示式, 参考文献[7]给定的系统阻尼的近似结果

$$\zeta \approx -\zeta_n - \frac{G_c}{2} \overline{H_i}$$

就比较容易估算。在此表示式中, ζ_n 表示结构阻尼比, H_i 为 $T/\ddot{x}_c$ 比的虚部, 这里 $\ddot{x}_c$ 为发动机的加速度, 以此方法所做的近似分析表明, 根据方程(3)和(4)所确定的抑制器是可以作进一步检验用的符合要求的抑制器。

3.1.1.3 简单的反馈设计

检验由简单运动或压力反馈设计提供的可能性是相当令人感兴趣的, 因为这些系统比前几节论及的最佳和极限情况设计更实际些。首先, 这些较简单的设计建立在给系统附加耗散力的思想基础上。利用流率与发动机纵向速度 $\dot{x}_7$ 成正比的抑制器就可达到附加耗散力的目的

$$Q_4 = -K_x \dot{x}_7 \quad (5)$$

式中 K_x 为正的实常数。

其次, 抑制器的设计概念是在详细检验了在各种不稳定条件下分析基本系统得到的本征值之后研制的。把此本征值数据与脉动推力的分析式组合起来就可找出使推力不稳定的主要根源来, 并能获得可计算这些根源的反馈设计基础。

把脉动推力写成

$$T = A_T R_c \left\{ Q_8 - A_4 \dot{z}_7 \right\} \quad (6)$$

可以发现, $A_4 \dot{z}_7$ 项是泵间不稳定振型形式所涉及的重要不稳定性因素, 在基本振型不稳定的情况下, 发现 HPOP 排出流量 Q_8 的虚部是不稳定性的主要根源。而且, 此流量项的不稳定特性已经追究到 LPOP 的纵向运动: 此运动在 LPOP 入口的连续方程中 (见附录 A 的详细方程) 作为 $A_1 \dot{x}_4$ 项出现的。研究的结果, 选择了这样的抑制器设计, 即消除 $\dot{z}_7$ 和 $\dot{x}_4$ 运动所产生的流量扰动。此设计是

$$Q_4 = A_4 \dot{z}_7 = A_1 \dot{x}_4 \quad (7)$$

此设计又代表了另一个比较简单运动的反馈装置。除了运动反馈系统外, 还认为需要产生一个简单的压力反馈设计。为了研究这个设计, 重新检验从基本系统分析获得的本征矢量数据。检验结果表明, 流率与泵入口压力成比例的抑制器

$$Q_4 = -K_p P \quad (8)$$

(式中 K_p 为正的实常数) 会提供一个有用的设计。这个设计概念相当于一个纯阻力蓄压器, 这里 $1/K_p$ 为阻力。

3.1.2 主动式抑制器概念的性能

现在, 通过在所选定的两种飞行情况 (即 A1 和 E35) 下进行稳定性分析来确定上一

节所研究的各种设计概念的有效性。就最佳设计和极限情况设计来说,只在HPOP的位置上考虑抑制器的性能,因为这些设计是专为该位置设计的。至于简单的反馈设计,既在HPOP的入口位置,也在LPOP的入口位置上来检验压抑制的性能。

把系统阻尼比维持在等于或大于0.005的水平上是我们努力的目标。也就是说,由推进系统反馈产生的0.01结构阻尼比减小1/2。此目标相当于由国家宇航局宇宙飞行器设计准则^[8]所规定的6分贝或大于6分贝的稳定性增益限度。

3.1.2.1 最佳设计

此设计的稳定性曲线即方程(2)与基本系统(即无抑制器的结构)的相应结果一并示于图9中。如所预料的那样,抑制器是高度有效的。就A1振型来说,已消除了不稳定性。事实上,推进系统的任何不稳定影响均已消除,因为计算得的阻尼比保持在0.01的输入结构阻尼比之上。同时也消除了E35振型时泵间振型的不稳定形式,在结构频率的规定范围内计算取得的最小阻尼比保持在0.0075值以上。

3.1.2.2 极限情况设计

为与HPOP的零入口压力和零入口流量这两个条件〔见方程(3)和(4)〕有关的设计计算得的稳定性曲线如图10所示。曲线的一般特性与最佳设计的十分相似。就A1振型来说,稳定性曲线基本上相同。至于E35振型,设计的有效性就不如最佳设计,但阻尼比依然超过0.006(图10b)。

3.1.2.3 简单的反馈设计

在抑制器设计中系数 K_x 的初始估算值

$$Q_a = -K_x \dot{x}_7$$

是根据基本系统的稳定性分析结果取得的。此估算值为 0.0013米^2 (20英吋²)值。图11a和图11b示出了利用此设计在HPOP入口取得的A1和E35振型时的阻尼比。从这两个图上看,基本振型的不稳定性依然存在,但泵间振型的不稳定性已经消除。然后,把系数增加到 0.0039米^2 (60英吋²)时在这两个振型时又出现了稳定性曲线,在此情况下,基本振型的不稳定性被消除了(图11c),但由于泵间振型的不稳定性,设计性能变得可疑了(图11d),再次增加系数 K_x ,这次增加到 0.0077米^2 (120英吋²)值,并且为两个稳定性情况计算阻尼比。结果发现,输送管路振型的不稳定性被消除了,但泵间振型的不稳定性依然存在。最后,为安置在LPOP入口的设计计算了阻尼比,所采用的系数 K_x 等于 0.0039米^2 (60英吋²)。这时,输送管路振型的不稳定性被消除了,但泵间振型的不稳定性依然存在。

在把抑制器安置在HPOP入口的情况下进行第二个简单反馈设计的第二组稳定性计算

$$Q_a = A_4 \dot{z}_7 + A_1 \dot{x}_4$$

由此得出的稳定性曲线为图12所示。从此图看出,消除了两种不稳定性;然而,泵间振型不稳定性装置的性能(图12b)几乎没有合适的。当运动反馈系数值被任意加倍时,也检验了装置的性能。此时,输送管路振型的不稳定性消除了,但泵间振型的不稳定性

依然存在。在LPOP入口位置上再次检验基本装置的性能。此时，输送管路振型的不稳定性已消除，而泵间振型的不稳定性继续存在。

对于第三个简单设计，压力反馈装置

$$Q_1 = -K_P P_1$$

首先考虑HPOP的入口位置。

在系数 K_P 值处在 $0.019 \text{米}^5/\text{微牛顿秒}$ (8 英寸⁵/磅-秒) 和 $0.6 \text{米}^5/\text{微牛顿秒}$ (250 英寸⁵/磅-秒) 之间时进行稳定性计算。在所有情况下，以增加系数值来改进装置性能的方法消除了两种不稳定性，为了用图说明这个性能，图13示有三个不同 K_P 值的结果。与利用置于HPOP入口的这个装置获得的良好性能相比，在LPOP位置获得的结果是令人失望的，当 K_P 等于 $0.019 \text{米}^5/\text{微牛顿秒}$ (8 英寸⁵/磅-秒) 时泵间不稳定性依然存在，在系数值增加到 $0.3 \text{米}^5/\text{微牛顿秒}$ (125 英寸⁵/磅-秒) 时，两种不稳定性都存在。

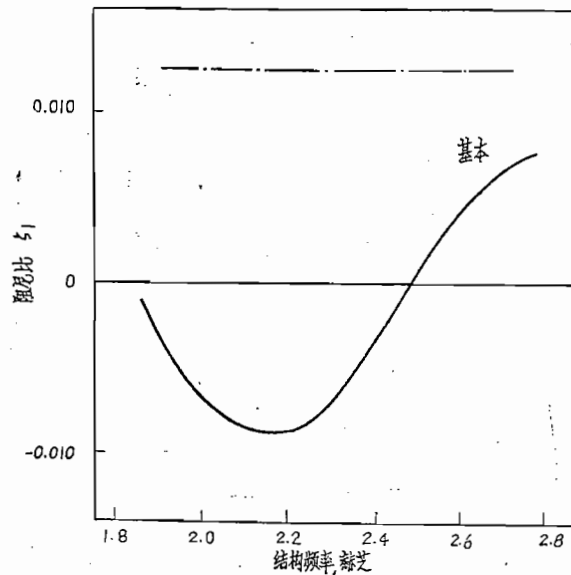


图 9 a 在SRB分离后利用宇航公司的最佳抑制器设计获得的稳定性结果

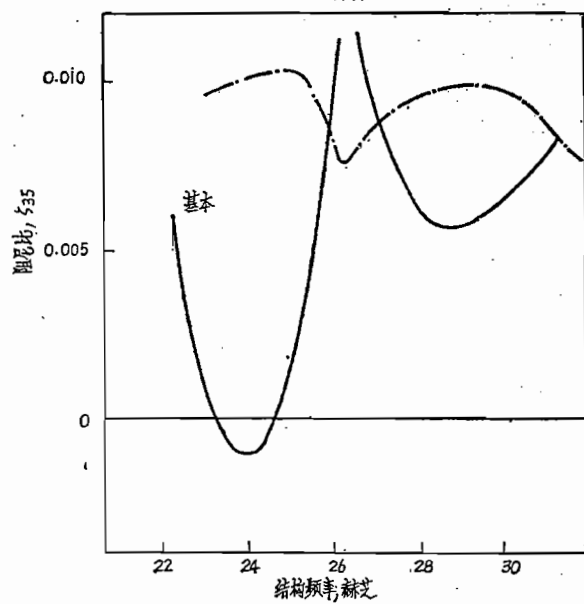


图 9 b 轨道器末期燃烧时利用宇航公司最佳抑制器设计获得的稳定性结果

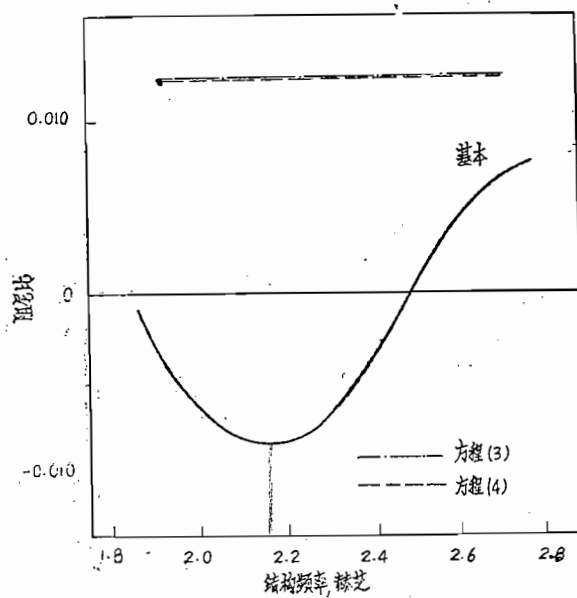


图10a 在SRB分离后利用宇航公司极限情况抑制器设计获得的稳定性结果

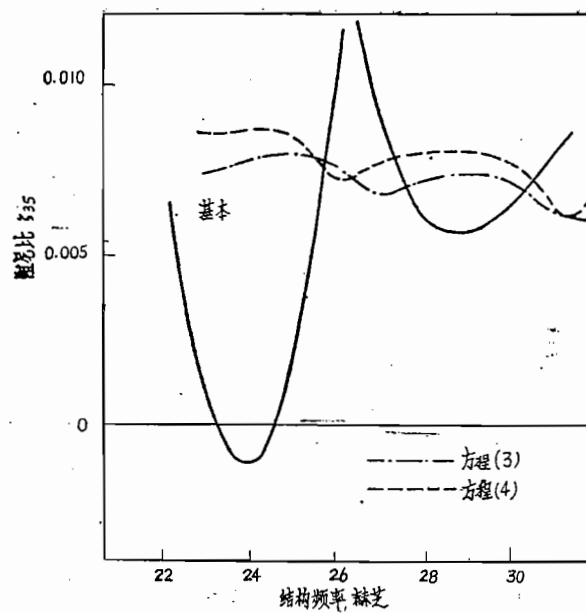


图10b 轨道末期燃烧时利用宇航公司极限情况
抑制器设计获得的稳定性结果

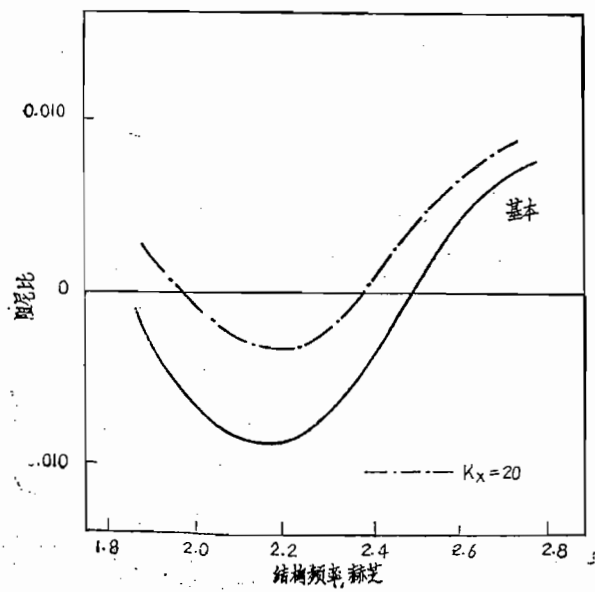


图11a SRB分离后利用宇航公司纵向运动反
馈抑制器获得的稳定性结果

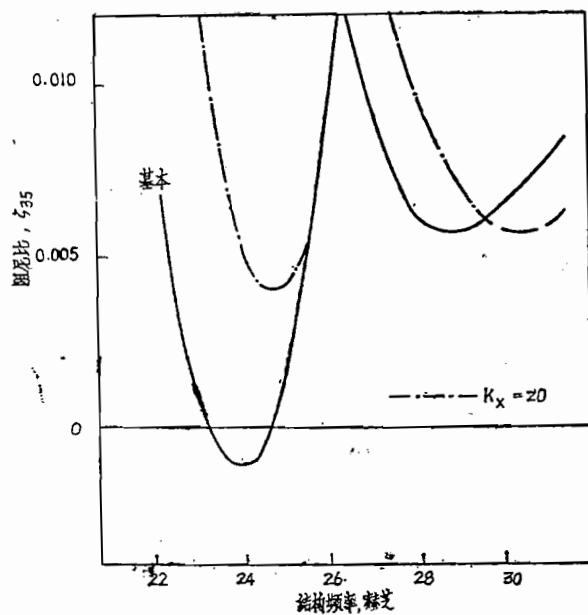


图11b 轨道器末期燃烧时利用宇航公司纵向运动反馈抑制器获得的稳定性结果

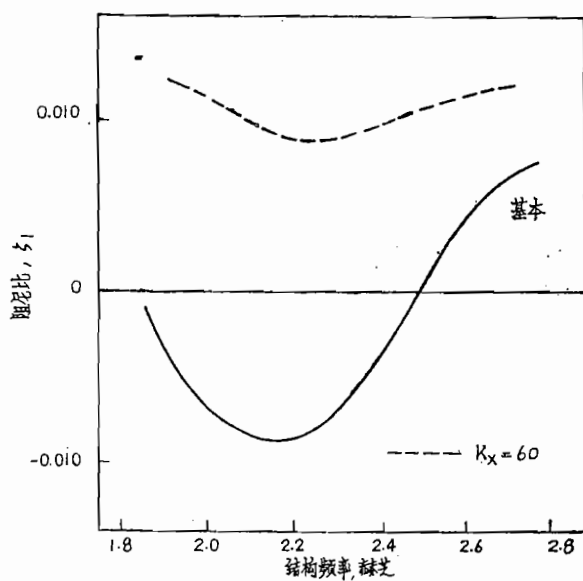


图11c 在SRB分离后利用宇航公司纵向运动反馈抑制器获得的稳定性结果

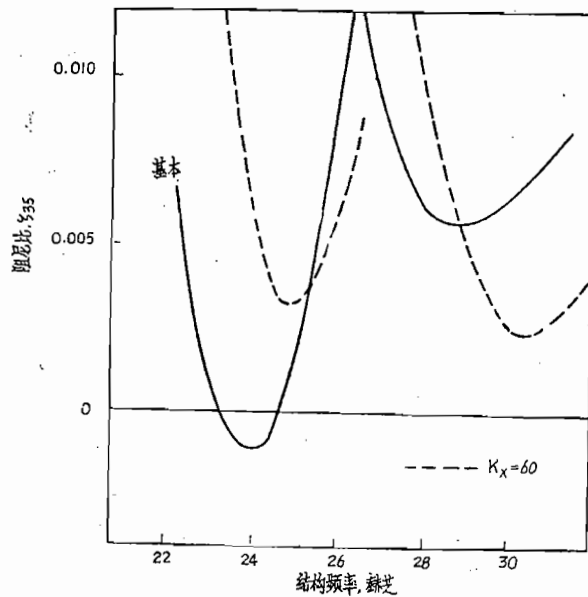


图11d 轨道器末期燃烧时利用宇航公司纵向运动反馈抑制器获得的稳定性结果

3.1.3 宇航公司专用抑制器的设计选择

最佳设计显然是在进行较为广泛评价时所选的两个设计之一的指导性设计。对于其他的抑制器设计，决定除去极限情况的设计，因为后者含有流量测量要求，并选择最佳的简单反馈系统。根据前面提到的结果，显然，置于HPOP入口的压力反馈抑制器，即

$$Q_{a3} = -K_P P_7$$

是所检验的最佳概念。因此，此概念被选用于第二个专用抑制器系统。现唯一存在的问题是系数 K_P 的选择。可以看出，利用增加 K_P 值（至少增加到 $0.6 \text{米}^5/\text{微牛顿秒}$ （ $250 \text{英寸}^5/\text{磅一秒}$ ）的方法改进了装置的性能。然而，可以预料， K_P 系数的不确定地增加会使抑制器的实际尺寸过大。为了提供一个供 K_P 值用的准则，决定要求所选定的设计除去推进系统在A1振型时的任何不稳定影响，并在E35振型时把阻尼比的最小值保持在0.005以上；这些要求适合在结构频率规定变化 $\pm 15\%$ 的范围内使用。虽然看起来有些任意，但可以认为要求是合理的。按使用要求，对系数 K_P 给出了 $0.14 \text{米}^5/\text{微牛顿}$ （ $60 \text{英寸}^5/\text{磅一秒}$ ）值。因此，所选的宇航公司的设计是

$$Q_{a3} = (-Q_7 + A_3 z_7) + \bar{C}_{b2} s P_7 \quad (9a)$$

$$\bar{C}_{b2} = 2.4 \times 10^{-4} \text{米}^5/\text{微牛顿} \quad (0.1 \text{英寸}^5/\text{磅-秒})$$

和

$$Q_{a3} = -K_P P_7 \quad (9b)$$

$$K_P = 0.14 \text{米}^5/\text{微牛顿秒} \quad (60 \text{英寸}^5/\text{磅-秒})$$

这些设计分别被认为是最佳设计和压力反馈设计。

3.2 国家宇航局（刘易斯研究中心）的抑制器设计

国家宇航局（刘易斯研究中心）提供了供详细评价用的两个抑制器设计。第一个设计关系到洛克威尔国际公司/洛克达因分公司正在研究的系统，它是由流率与HPOP入口压力和在上流方向的飞行器局部加速度成正比的HPOP入口装置所组成

$$Q_{z3} = -\frac{s^2}{(s^2 + \gamma s - \gamma^2)} \left\{ \frac{E s P_7}{(s + \gamma)} - \frac{\alpha A_3 s}{(s^2 + s\gamma + \gamma^2)} \ddot{z}_7 \right\} \quad (10)$$

这种设计概念称之为国家宇航局/洛克达因式抑制器。在反馈式中出现的高通滤波器项中包含的参数 α 赋予一个 π 值。这些滤波器提供了处于稳态状态下的不耦合的抑制器（如果实际设计提出这样要求的话）。当频率超过 1 赫芝时，压力项系统的作用就像是一个积分器。

按标定范围 $0 \leq \alpha \leq 1$ 和 $0.3 \text{ 米}^5/\text{微牛顿秒}$ （125 吋⁵/磅-秒） $\leq E \leq 0.6 \text{ 米}^5/\text{微牛顿秒}$ （250 吋⁵/磅-秒）分配给反馈参数。然后，根据此设计概念进行有限几次的稳定性分析来选择供本研究用的比值。所选的值为

$$\alpha = 1 \quad (11)$$

$$E = 0.3 \text{ 米}^5/\text{微牛顿秒} \text{ (125 吋}^5/\text{磅-秒)}$$

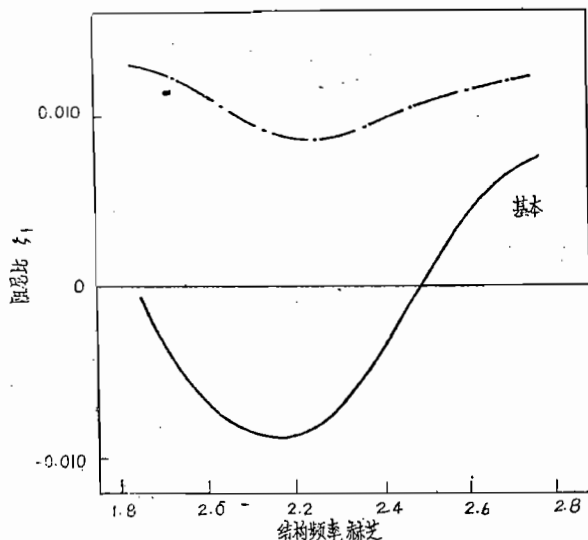


图12a 在SRB分离后利用宇航公司的纵向和横向运动反馈抑制器获得的稳定性结果

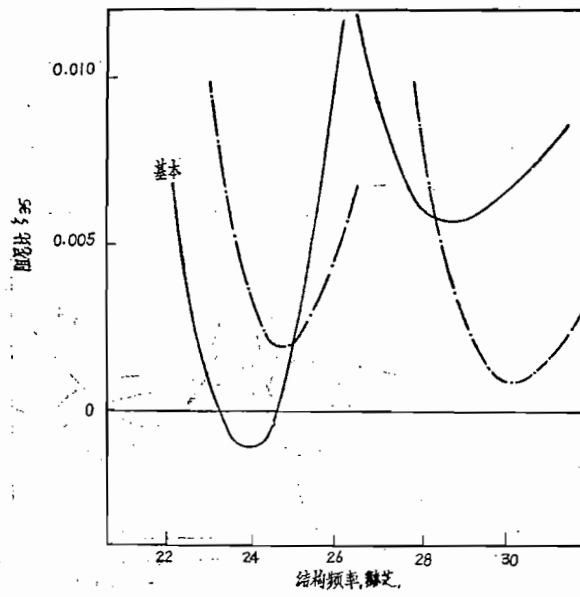


图12b 轨道器末期燃烧时利用宇航公司的纵向和横向运动反馈抑制器获得的稳定性结果

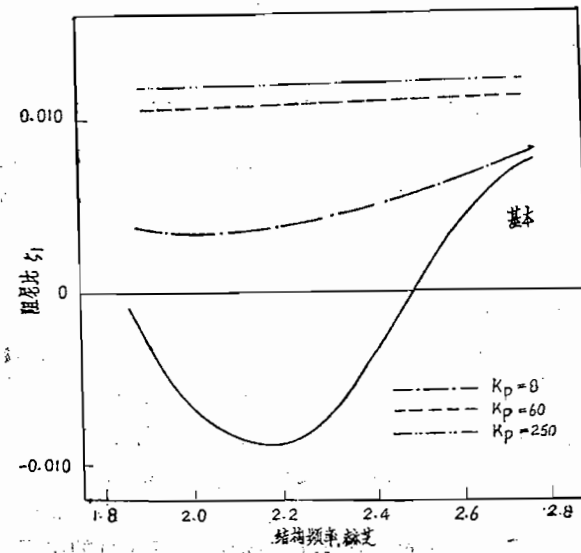


图13a 在SRB分离后利用宇航公司的压力反馈抑制器获得的稳定性结果

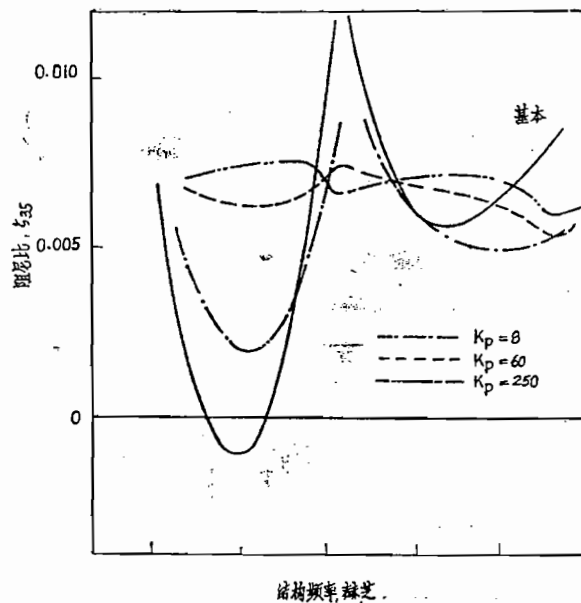


图13b 轨道器末期燃烧时利用宇航公司的
压力反馈抑制器获得的稳定性结果

在A 1和E35振型时，此设计的性能如图14所示。必须指出，稳定性分析表明，压力是受运动影响的最有效的反馈参数，从而可稍稍改进在较高振型频率时的性能。图15示出了这种设计的特征，在图中示有E35条件下当运动反馈为零（ $\alpha = 0$ ）和最大（ $\alpha = 1$ ）时〔E都等于 $0.3 \text{米}^5/\text{微牛顿秒}$ （ $125 \text{吋}^5/\text{磅一秒}$ ）〕的结果。

国家航宇局（刘易斯研究中心）的第二个设计为双套抑制器系统，该系统由LPOP入口的 0.057米^3 （2英尺 3 ）容积的柔性蓄压器和HPOP入口的国家宇航局/洛克达因式主动式抑制器组成。研究这种系统是因为它减小了安置在发动机内（即HPOP入口处）的抑制器的尺寸。实际上尺寸的减小是重要的问题。在LPOP入口采用辅助蓄压器的好处

已在一些分析中得到证实。分析表明，为了消除基本振型的不稳定性，必需控制HPOP入口装置的尺寸。由于这些不稳定性也可用LPOP入口装置来消除，所以，双套抑制器方案提供了减小尺寸的手段。此外，根据此设计概念进行的有限几次的稳定性分析来选择本研究用的反馈参数比值。为双套系统选定的值为

$$\alpha = 0 \quad (12)$$

$$E = 0.3 \text{ 米}^5/\text{微牛顿秒} \quad (125 \text{ 吋}^5/\text{磅一秒})$$

由此看出，在此情况下的主动式装置只包括入口压力反馈。图16示有在A 1 和E35情况下的此双套抑制器系统的性能。

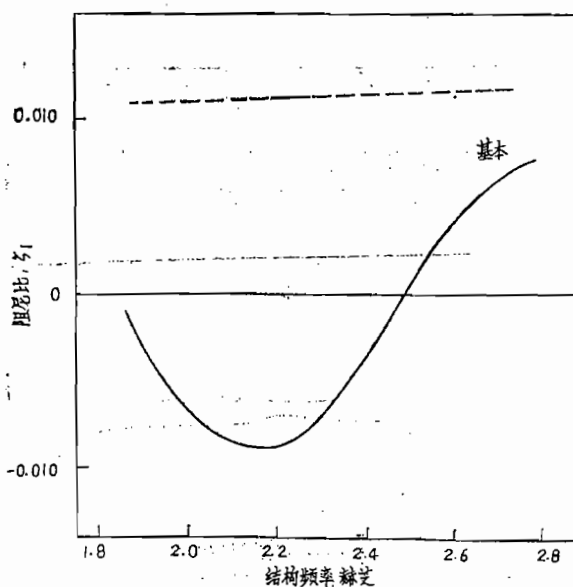


图14a 在SRB分离后利用国家宇航局/洛克
达因抑制器获得的稳定性结果

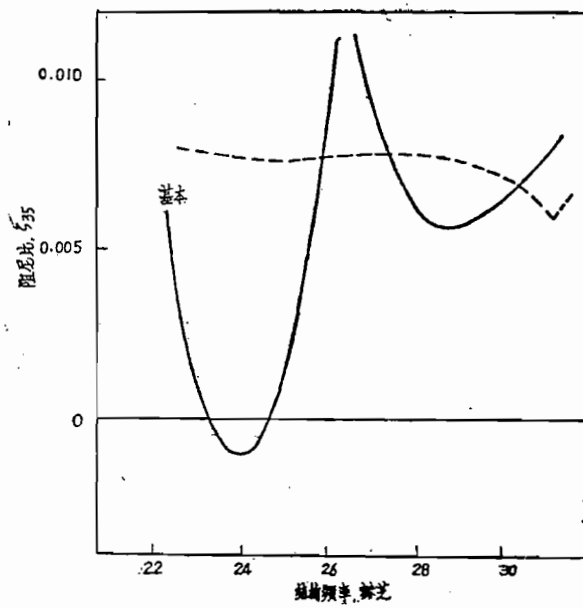


图14b 轨道器末期燃烧时利用国家宇航局/洛克达因抑制器获得的稳定性结果

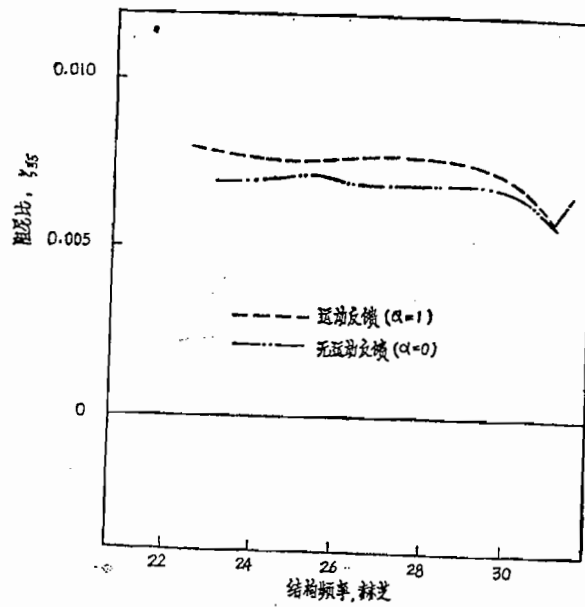


图15 轨道器末期燃烧时运动反馈时国家宇航局/洛克达因抑制器的影响

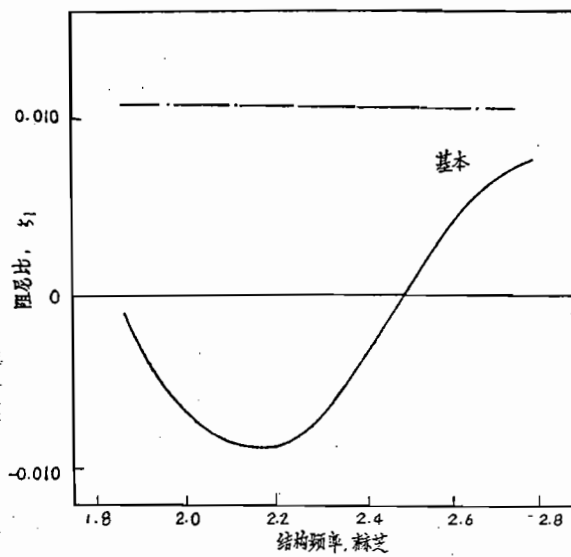


图16a 在SRB分离后利用国家宇航局的双套抑制器系统获得的稳定性结果

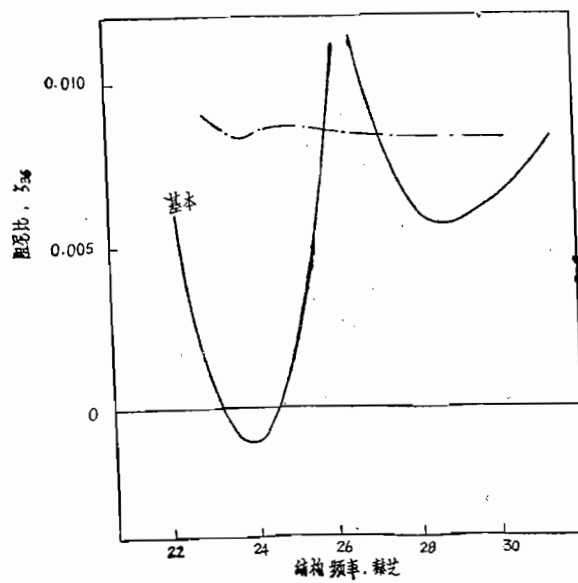


图16b 轨道器末期燃烧时利用国家宇航局的双套抑制器系统获得的稳定性结果

四、对专用主动式抑制器设计的评价

对上面一节讨论的专用抑制器设计的评价限制在以下几个方面：

- 1) 控制有效性；
- 2) 与被动式抑制器设计有关的性能；
- 3) 性能对反馈误差的敏感性；
- 4) 抑制器容积流量要求；
- 5) 抑制器研制要求。

这里没有讨论诸如抑制器系统可靠性和系统重量影响这样的课题，因为这些课题所涉及的问题超出了本文研究的范围。上面所列的第一个问题，即控制有效性，关系到抑制器把系统阻尼比保持在令人满意的水平上的能力，但不涉及到系统的频率响应特性。第一个问题，参考被动式抑制器，被认为是安置在HPOP入口的 0.057米^3 （2英尺³）容积的柔性蓄压器，柔性蓄压器（无惯性和阻力）是以往飞行器通用的被动装置的一种理想化的形式。在误差分析中，考虑了反馈信号的幅值和相位误差。尺寸要求根据抑制器对系统随机振荡的响应而定。把对研制要求的考虑限制在必需进行反馈测量的问题上，抑制器系统所用的液压阀和电子电路的研制不是本研究范围之内的课题。

4.1 控制有效性

比较详细地检验了所选定的抑制器设计的有效性，所采用的方法是在研究基本系统时所考虑的较广泛的一组振型下进行稳定性分析^[2]。如前所述这些振型是在按其结构增益分析时选定的。对于末期燃烧状态，附加情况为E1、E7、E30和E34振型。在起飞时，附加情况为L18、L26、L49、L51和L62振型。在SRB分离后的情况下，附加情况为A46振型。与这些不同情况有关的一般模态数据在2.1节中的各个表中给出；详细的模态数据在附录C中给出。如前所述那样地进行分析，阻尼比在结构振型频率规定 $\pm 15\%$ 的变化范围内计算。

4.1.1 宇航公司的设计

图17—19分别示有在末期燃烧时、起飞时和SRB分离后的附加情况下基本系统和选定的两个宇航公司抑制器设计的计算阻尼比（对于A1和E35振型的相应结果示于图7和图8）。

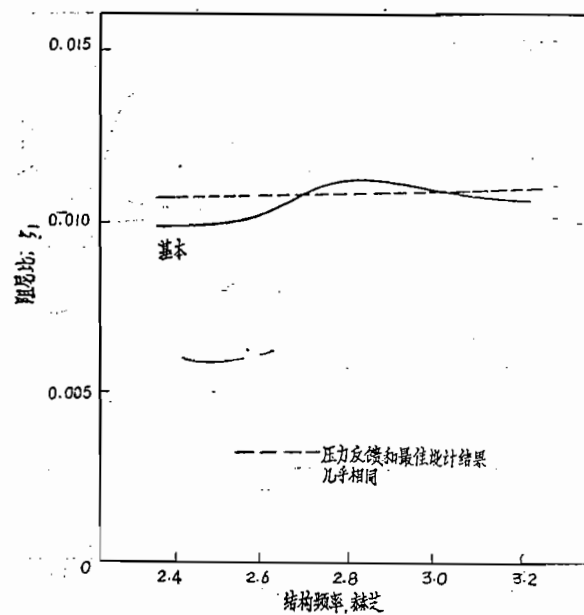


图17a 轨道器末期燃烧时利用宇航公司的抑制器设计获得的稳定性结果

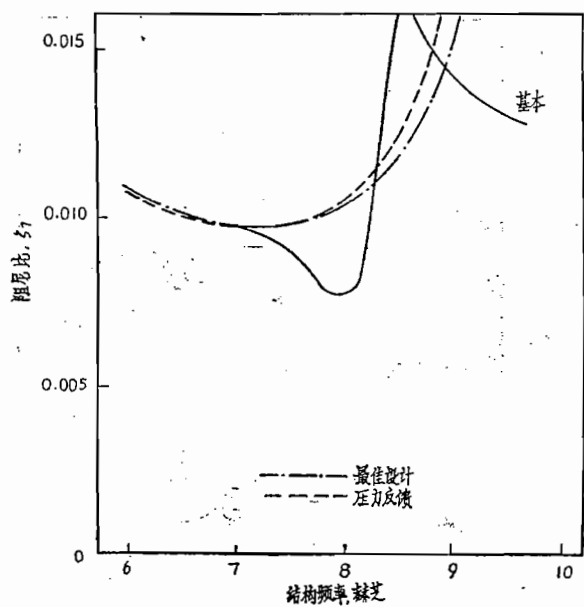


图17b 轨道器末期燃烧时利用宇航公司的抑制器设计获得的稳定性结果

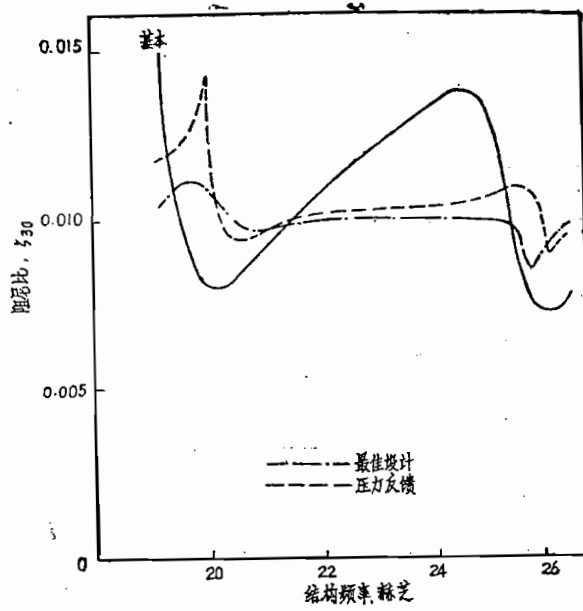


图17c 轨道器末期燃烧时利用宇航公司的抑制器设计获得的稳定性结果

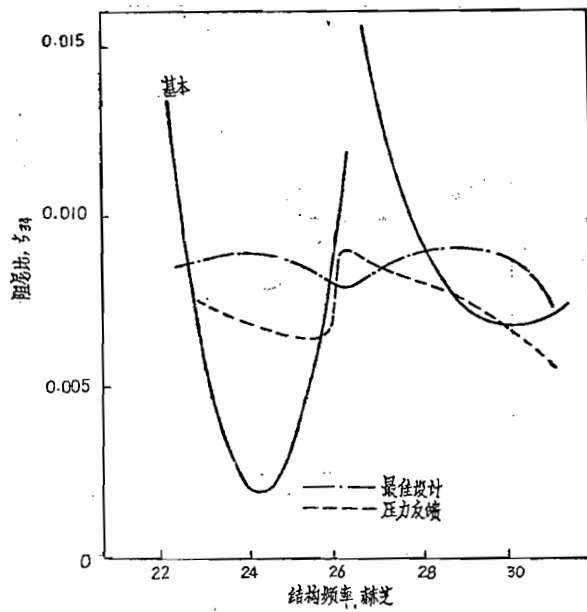


图17d 轨道器末期燃烧时用宇航公司的抑制器设计获得的稳定性结果

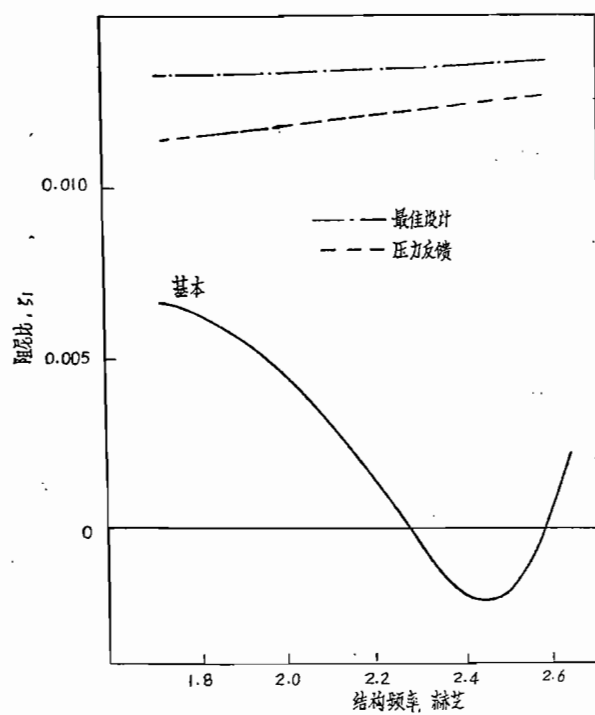


图18a 起飞时利用宇航公司的抑制器设计获得的稳定性结果

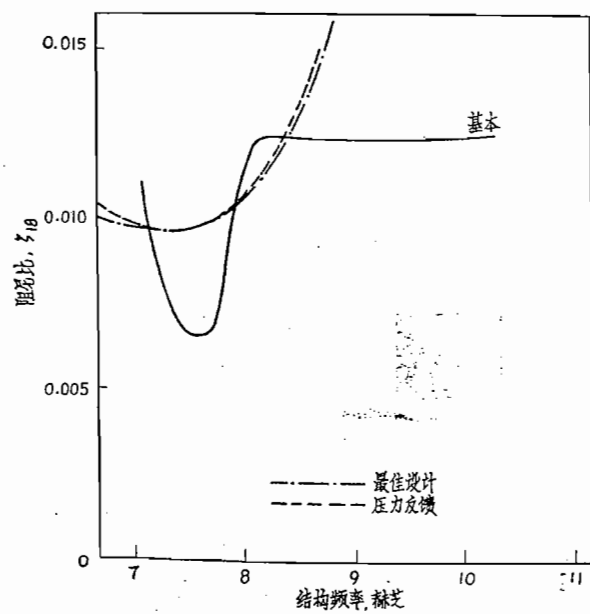


图18b 起飞时利用宇航公司的抑制器设计获得的稳定性结果

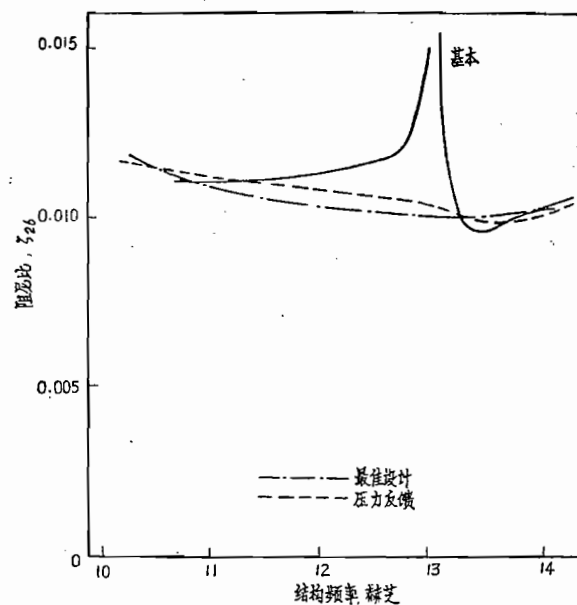


图18c 起飞时利用宇航公司的抑制器设计获得的稳定性结果

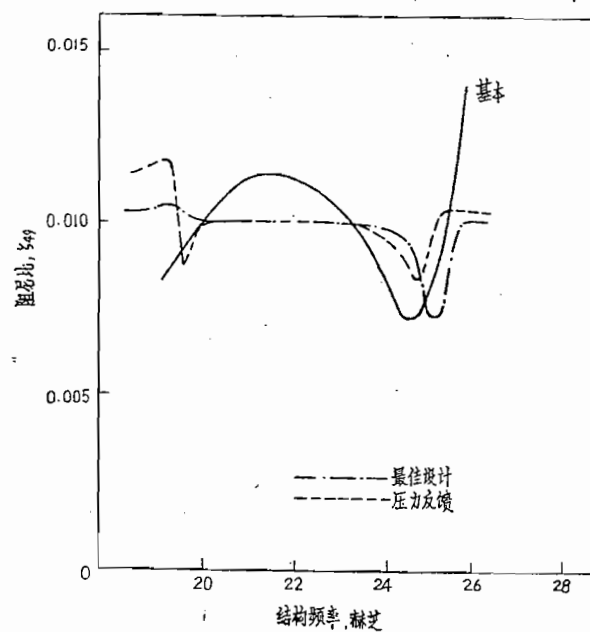


图18d 起飞时利用宇航公司的抑制器设计获得的稳定性结果

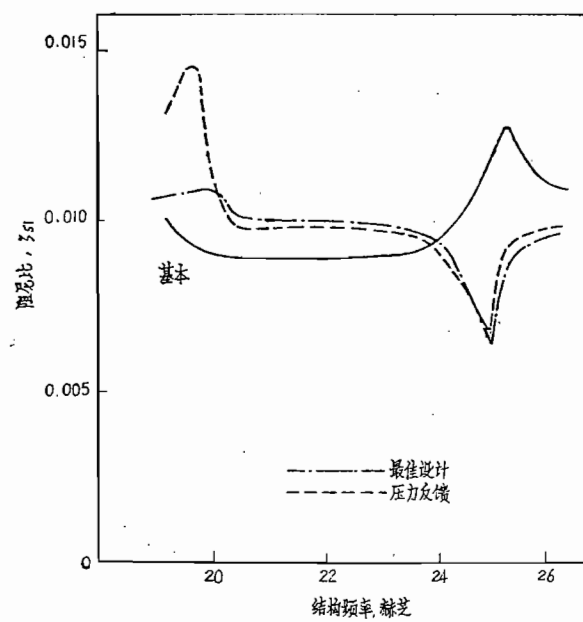


图18e 起飞时利用宇航公司的抑制器设计
获得的稳定性结果

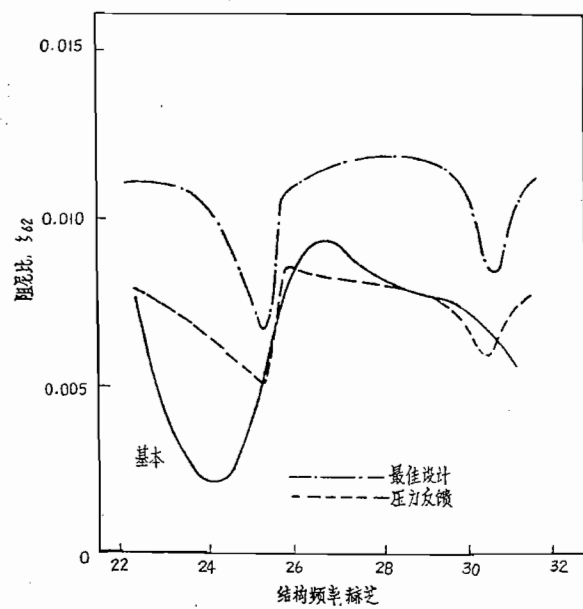


图18f 起飞时利用宇航公司的抑制器设计
获得的稳定性结果

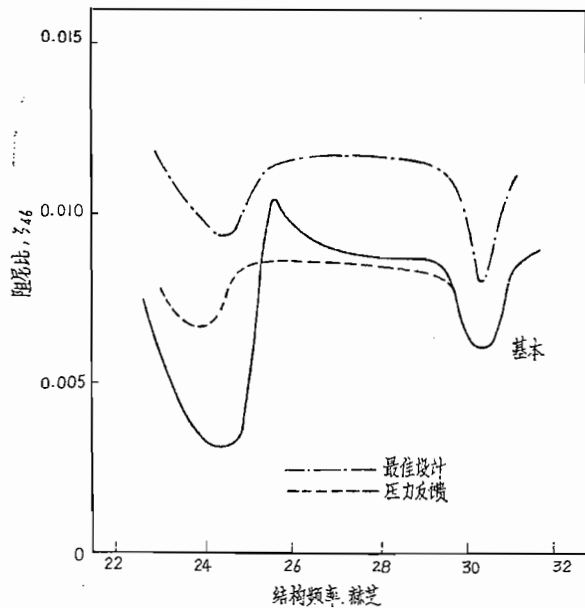


图19 在SRB分离后利用宇航公司的抑制器设计获得的稳定性结果

检验图17上的结果表明,在附加的末期燃烧的情况下两个抑制器的设计性能十分相似。可以看到,最严重的情况是E34振型($f = 27$ 赫芝),这时,对最佳设计和压力反馈设计来说,在规定频段内计算取得的最小阻尼分别为0.007和0.0055左右(图17d),在起飞情况下,可以看到,不论哪一种设计在消除基本系统所预计的基本振型的不稳定性方面是极为有效的(图18a)。在L18和L26振型时设计性能相似(分别见图18b和18c),在L49振型($f = 22$ 赫芝)时,压力反馈抑制器工作较好,阻尼比保持在0.008以上,与其他设计有关的最小阻尼比稍超过0.007水平上(图18d)。在L51振型($f = 22$ 赫芝)时,两个装置的性能相似,最小阻尼比值大约为0.0065(图18e)。对于L62振型($f = 27$ 赫芝),最佳设计工作性能较好,最小阻尼比大约为0.0065,而压力反馈抑制器的阻尼比曲线降到约0.005的最小值(图18f)。对于在SRB分离条件后的附加的A46振型($f = 27$ 赫芝),最佳设计工作性能较好,计算取得的阻尼比保持在0.008以上;因而,就压力反馈设计来说,阻尼比低至0.006。

从检验稳定性计算结果可以看到,宇航公司的两个设计是消除基本系统所预计的不稳定性的有效设计。在基本振型时以及在较高频振型($f = 27$ 赫芝)下(此时,与泵间振型的耦合产生基本系统问题)阻尼比保持在0.005水平上时,完全消除了推进系统的不稳定影响,就所关心的系统稳定化而言,这两个设计的性能是可以比较的。

4.1.2 国家宇航局（刘易斯研究中心）的设计

图20—22分别示有在末期燃烧时、起飞时和SRB分离后的附加情况下基本系统和国家宇航局（刘易斯研究中心）的两个设计的计算阻尼比。A1和E35振型的相应结果示於图14和图16。从图20可以看到，两个设计的性能在E1振型（ $f = 2.8$ 赫芝）时是可以相比的，即双套抑制器系统在E7（ $f = 8.5$ 赫芝）和E34振型（ $f = 27$ 赫芝）时较优，国家宇航局/洛克达因的抑制器在E30振型（ $f = 22.5$ 赫芝）时较优。利用双套抑制器系统显示的最低阻尼比在E30振型时为0.0063值。利用国家宇航局/洛克达因抑制器显示的最低阻尼比在E34振型时大约为0.006值。起飞状态时的结果表明（图21），L51振型（ $f = 22$ 赫芝）和L62振型（ $f = 27$ 赫芝）是最严重的情况。在L51振型时，国家宇航局/洛克达因的和双套抑制器系统显示的最小阻尼比分别为0.0066和0.0053。在L62振型时，单个和双套抑制器系统显示的最小阻尼比为0.0059和0.0064。在起飞时其他模态情况下的阻尼比保持在0.008的水平以上。对于在SRB分离后情况下论及的附加的A46振型（ $f = 27$ 赫芝）来说，计算结果（图22）所给出的国家宇航局/洛克达因和双套抑制器系统的阻尼比都是0.0062左右。

检验国家宇航局（刘易斯研究中心）的两个设计的稳定性计算结果表明，这两个设计在消除基本系统所预计的不稳定性方面是比较有效的。就基本振型情况来说，几乎已完全消除了推进系统的不稳定影响。在较高振型时，系统阻尼比已再次保持在0.005水平以上。

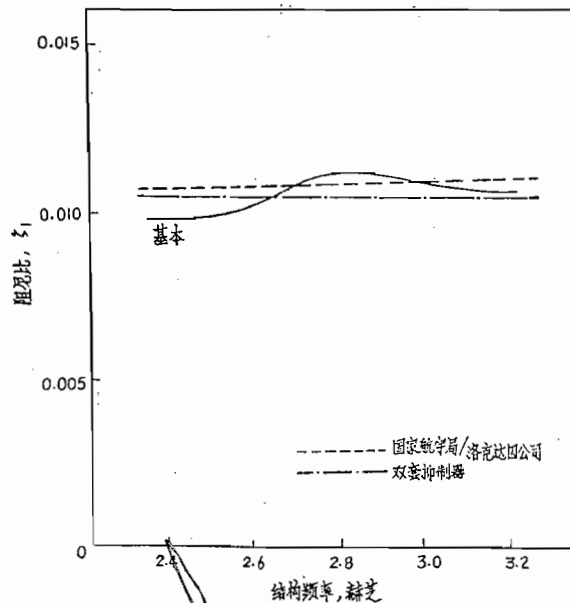


图20a 轨道器末期燃烧时利用国家航宇局的抑制器设计获得的稳定性结果

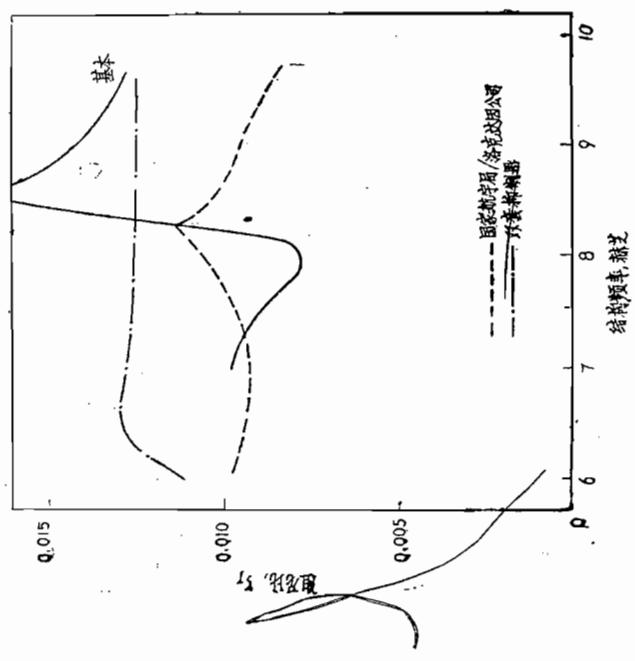


图20b 轨道器末期燃烧时利用国家宇航局的抑制器设计获得的稳定性结果

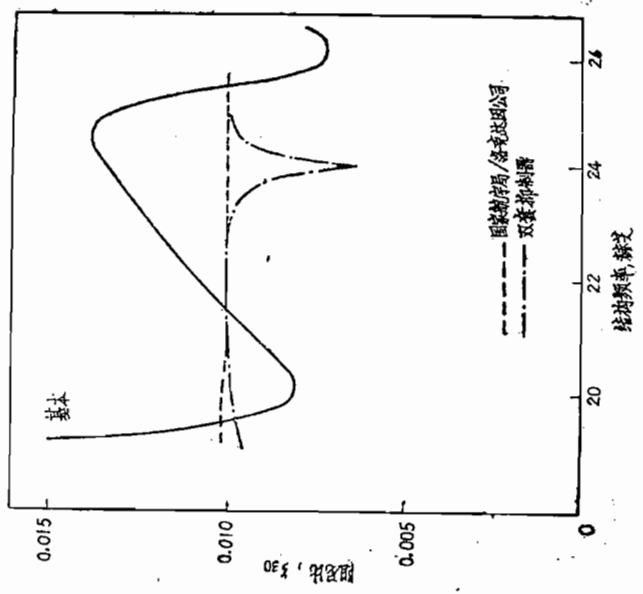


图20c 轨道器末期燃烧时利用国家宇航局的抑制器设计获得的稳定性结果

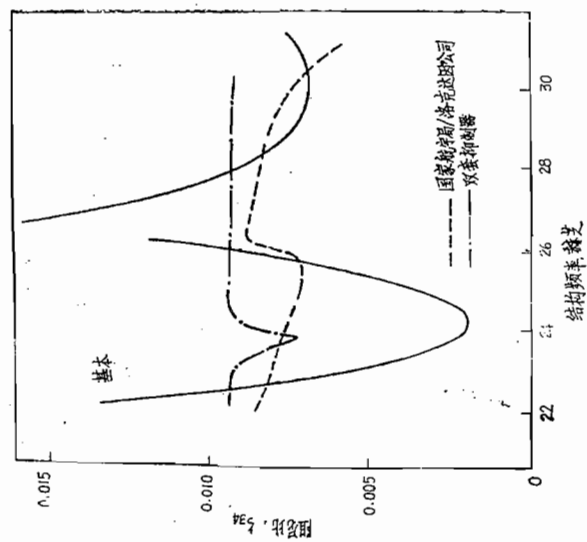


图20d 轨道器末期燃烧时利用国家宇航局的抑制器设计获得的稳定性结果

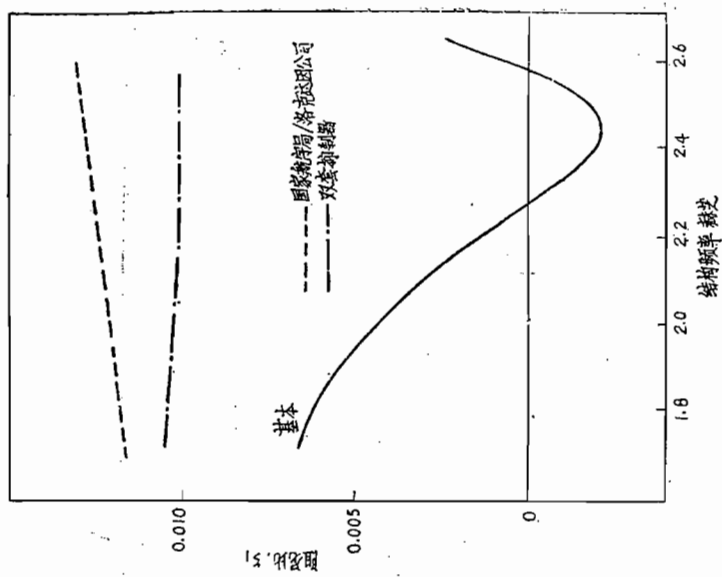


图21a 起飞时利用国家宇航局的抑制器设计获得的稳定性结果

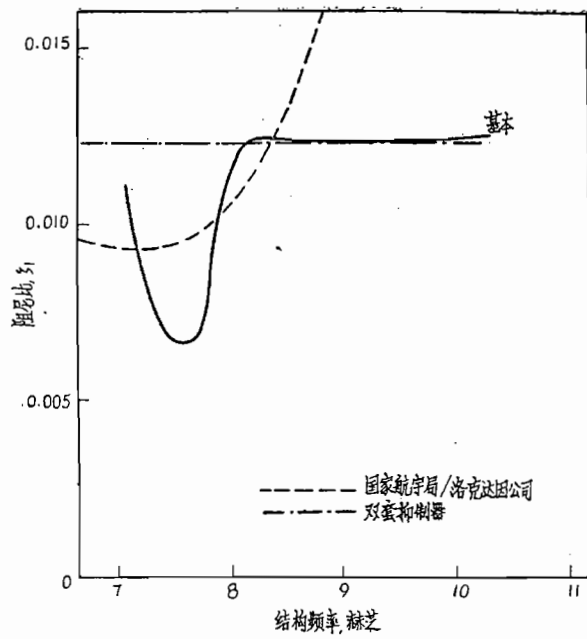


图21b 起飞时利用国家宇航局的抑制器设计获得的稳定性结果

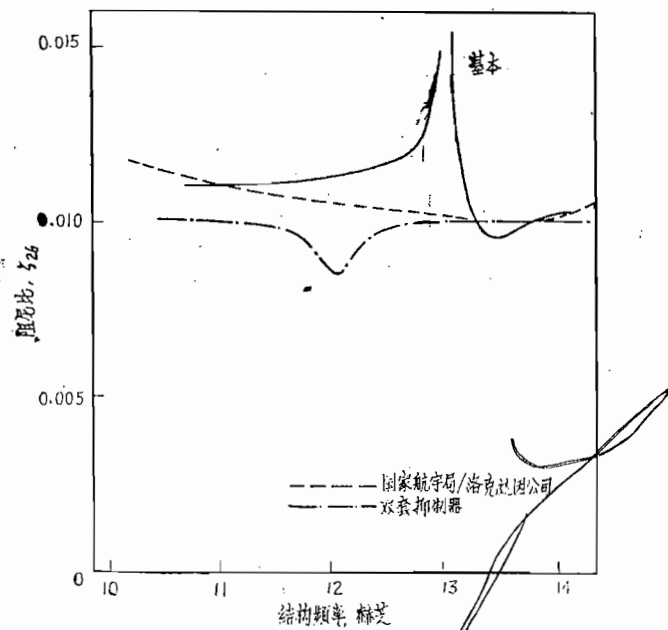


图21c 起飞时利用国家宇航局的抑制器设计获得的稳定性结果

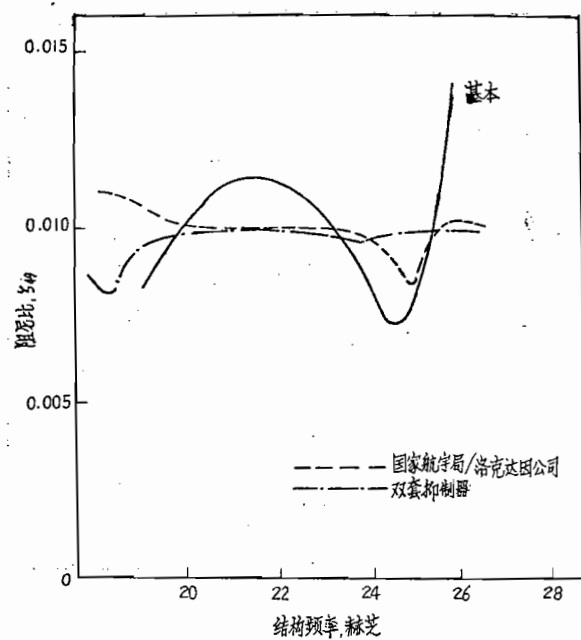


图21d 起飞时用国家宇航局的抑制器设计获得的稳定性结果

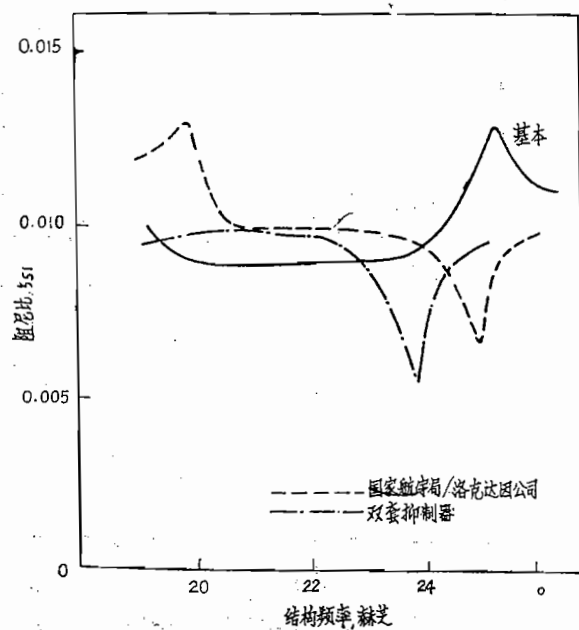


图21e 起飞时用国家宇航局的抑制器设计获得的稳定性结果

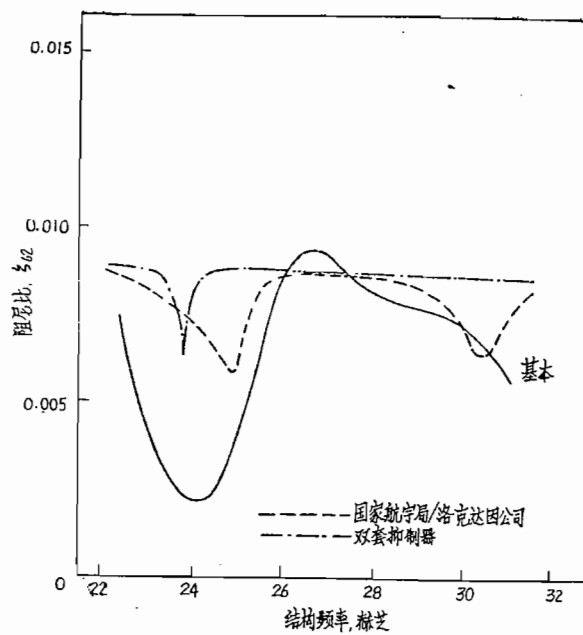


图21f 起飞时利用国家宇航局的抑制器设计获得的稳定性结果

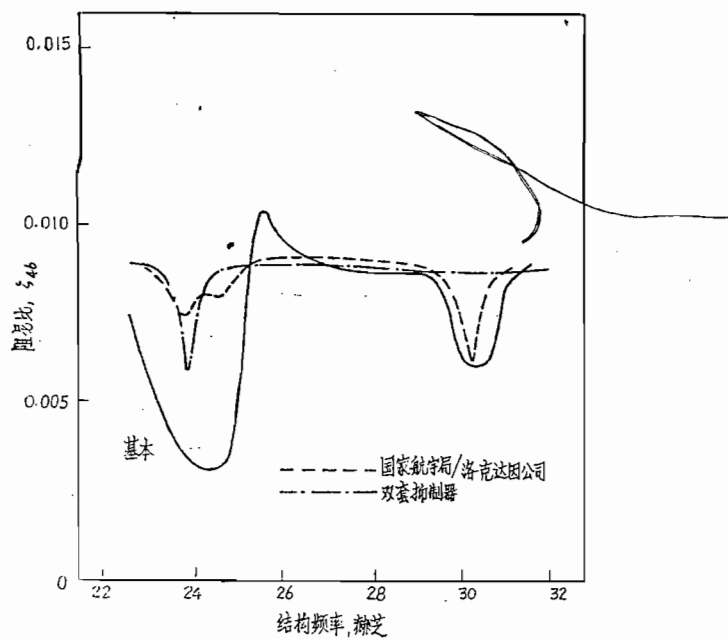


图22 在SRB分离后利用国家宇航局的抑制器设计获得的稳定性结果

4.2 与被动式抑制器性能的比较

其次把四个主动式抑制器的设计性能与参考被动式抑制器的性能做了比较。参考被动式设计是根据参考文献[2]选定的,并作为 0.057米^3 (2英尺³)的柔性蓄压器安置在HPOP的入口。已经发现,这个装置具有令人满意的性能,并被认为是具有代表性的被动式设计。根据在稳定性计算时采用的规定频段内抑制器显示的最小阻尼比做了大量的比较。人们认为,在这些频段内性能上的详细差异是无关紧要的(即在给定情况下阻尼比随结构振型频率变化时的变异)。

4.2.1 宇航公司的设计

把宇航公司的两个抑制器设计计算的稳定性曲线与柔性蓄压器的相应结果作比较表明,在末期燃烧时的E1、E7和E30振型,在起飞时的L1、L18、L26、L49和L51振型以及在SRB分离后的A1振型,各种装置的性能差异很小。图23示有在较高频率E34、E35、L62和A46振型($f=27\text{赫芝}$)时的性能差异。就这些情况来说,最佳抑制器的设计趋向给出某些优良的性能。然而,各种设计所显示的最小阻尼比是大大不同的,即最佳设计为0.0067,压力反馈设计为0.0051,柔性蓄压器为0.0055,因此,可以认为,这两种主动式抑制器的设计性能是比得上被动式装置的。

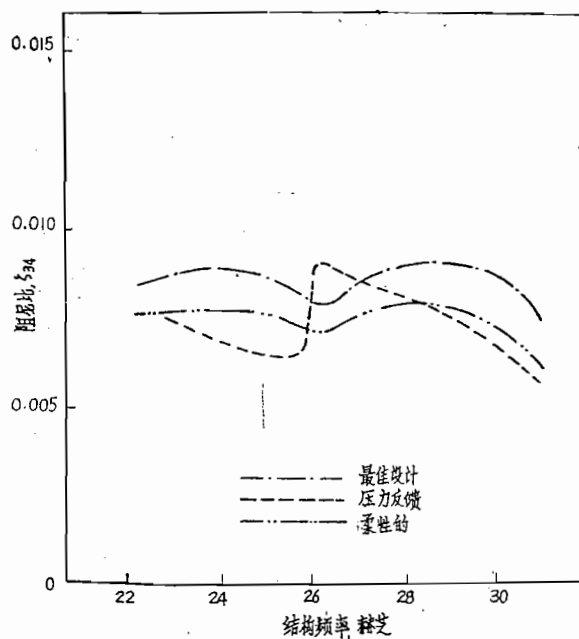


图23a 轨道器末期燃烧时宇航公司的主动式抑制器和柔性蓄压器的结果的比较

4.2.2 国家宇航局（刘易斯研究中心）的设计

比较这些设计的结果表明，在所研究的全部情况下，国家宇航局/洛克达因抑制器的性能与柔性蓄压器相似（见图24上的实例）。为此设计计算的最小阻尼比 0.0059 比得上柔性蓄压器计算的 0.0055 值。与柔性装置有关的双套抑制器系统的性能会随着情况而变化（见图24上的实例）；然而，为此设计计算的最小阻尼比 0.0053 十分接近于相应的柔性蓄压器值 0.0055 。因此，可以认为，国家宇航局（刘易斯研究中心）的这两个抑制器的设计性能可以比得上柔性蓄压器的性能。

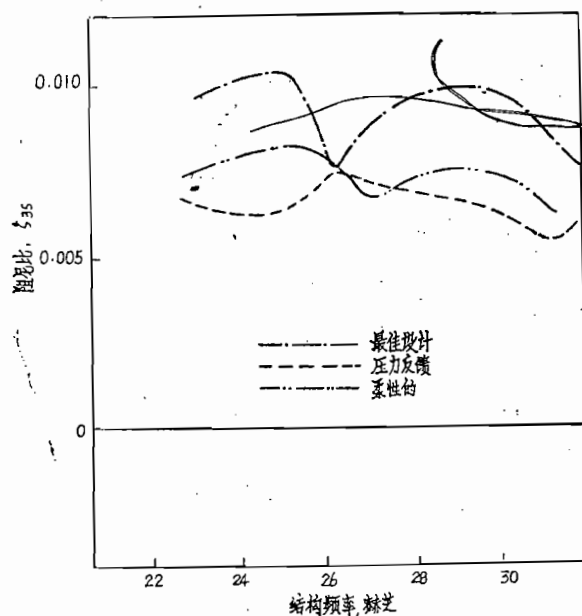


图23b 轨道器末期燃烧时宇航公司的主动式抑制器和柔性蓄压器的结果的比较

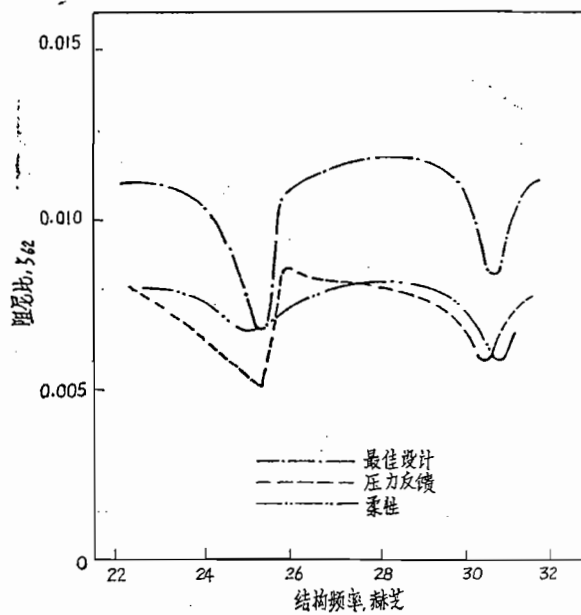


图23c 起飞时宇航公司的主动式抑制器和柔性蓄压器的结果的比较

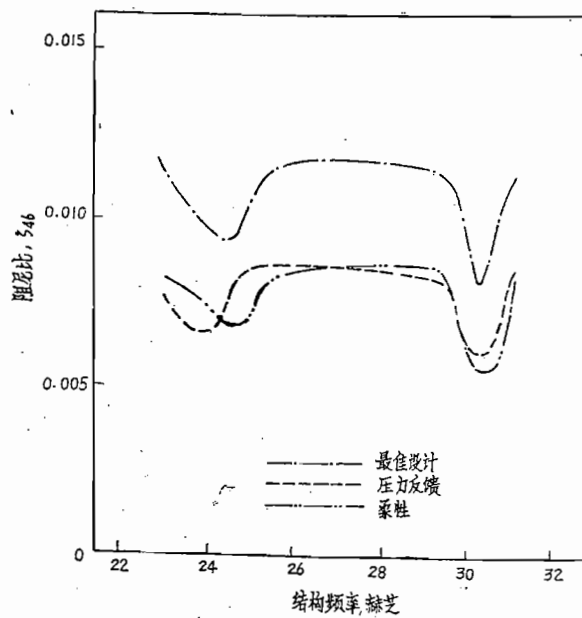


图23d 在SRB分离后宇航公司的主动式抑制器和柔性蓄压器的结果的比较

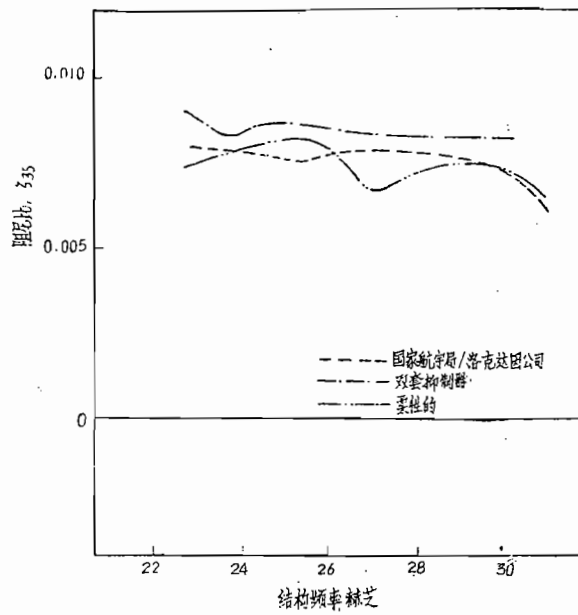


图24a 轨道器末期燃烧时国家宇航局的抑制器和柔性蓄压器的结果的比较

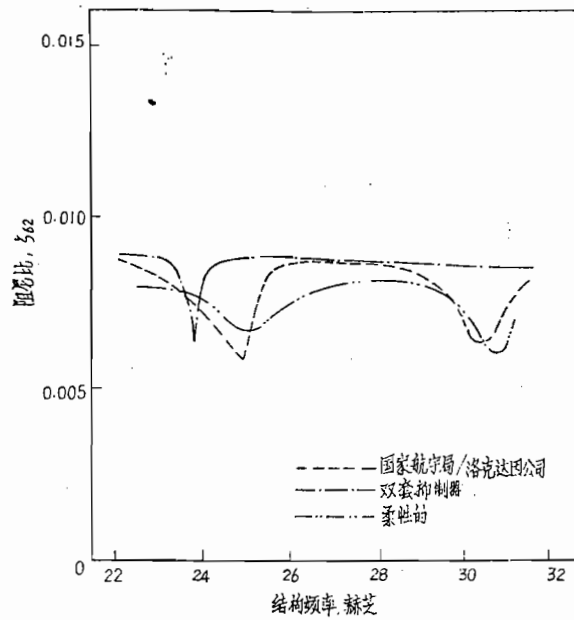


图24b 起飞时国家宇航局的抑制器和柔性蓄压器的结果的比较

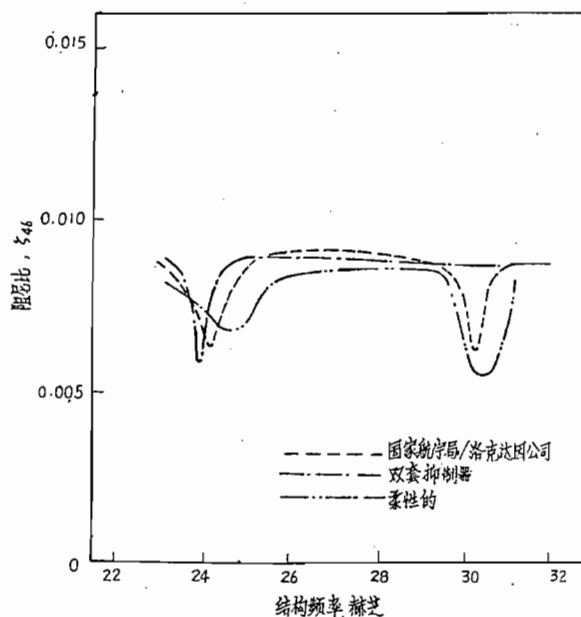


图24c 在SRB分离后国家宇航局的抑制器和柔性蓄压器的结果的比较

4.3 性能对反馈误差的敏感性

利用A1、A6、E34和E35稳定性情况有限地检验主动式抑制器的性能对反馈信号误差的敏感性。标定误差取为信号幅值的 $\pm 15\%$ 以及信号相位的 $\pm 45^\circ$ 误差。

4.3.1 宇航公司的设计

就最佳设计来说,敏感入口压力值为 $\pm 15\%$ 的误差不会使处于A1和A46情况下的该装置的性能发生多大的变化。

就E34和E35振型来说,装置的性能有所下降,但阻尼比依然保持在0.005的水平以上。与由压力反馈误差引起抑制器性能有较小降低的显著差别,使相对流量反馈具有同样的百分率误差($Q_7 - A_3 z_7$)装置的性能就会发生令人注目的变化。就A1振型来说,士15的百分率误差会造成不稳定情况,阻尼比降低到-0.08。在E34和E35振型时,士15的百分率误差造成阻尼比降低到-0.004的不稳定性。鉴于此令人注目的变化,在较宽的误差范围内研究了最小阻尼比随反馈误差的变化。结果表明,最佳设计性能对相对流量的反馈误差是极其敏感的。图25示出了这个敏感性,在图中提供了E35振型时的结果。从此图看出,不管是流量反馈的正百分率误差,还是负百分率误差,都使此抑制器的性能显著地下降。可以指出,在接近零误差时曲线突然转折,是由于计算取得的阻尼曲线的临界支线发生变化的缘故。

就压力反馈设计而论，发现设计性能对具有规定幅值和相位的误差无反应。图26示出了没有这种敏感性的情况，在图中，计算取得的最小阻尼是作为A1和E35振型时的反馈误差的函数给出的。

4.3.2 国家宇航局（刘易斯研究中心）的设计

检验了国家宇航局/洛克达因的设计性能对压力和运动反馈信号在幅值和相位方面的误差之敏感性。设计性能表明，它在这两方面的规定误差毫无反应（图27）。在检验压力反馈误差对HPOP装置的影响时，也发现双套抑制器的设计没有这种敏感性。

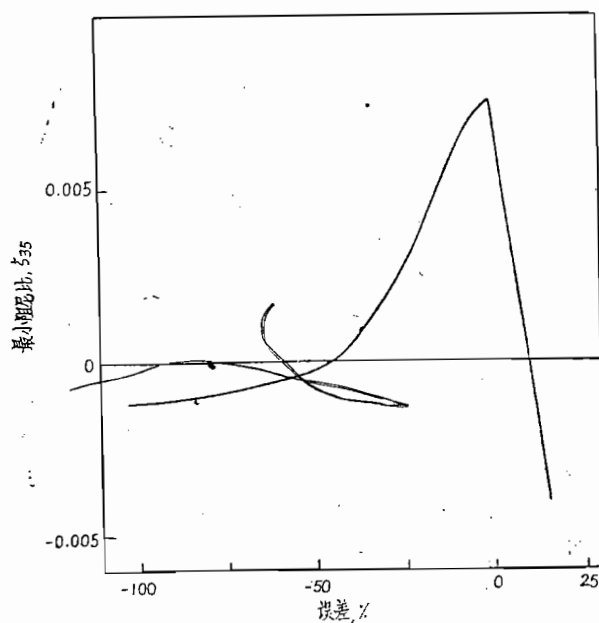


图25 相对流量反馈误差对宇航公司的最佳设计的影响

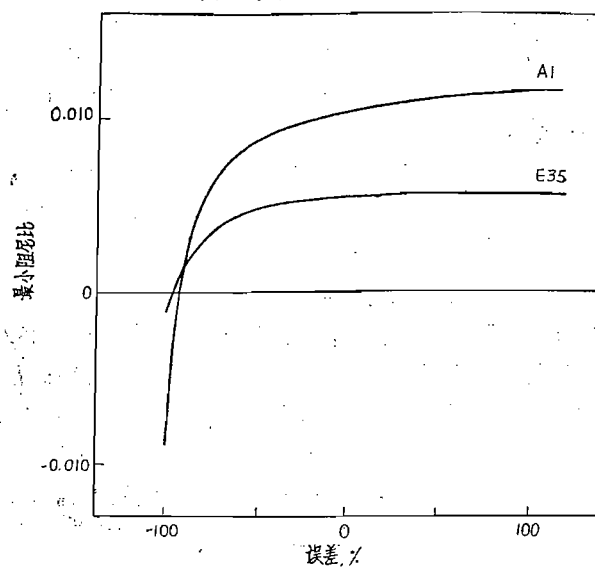


图26a 反馈误差对宇航公司的压力反馈设计的影响

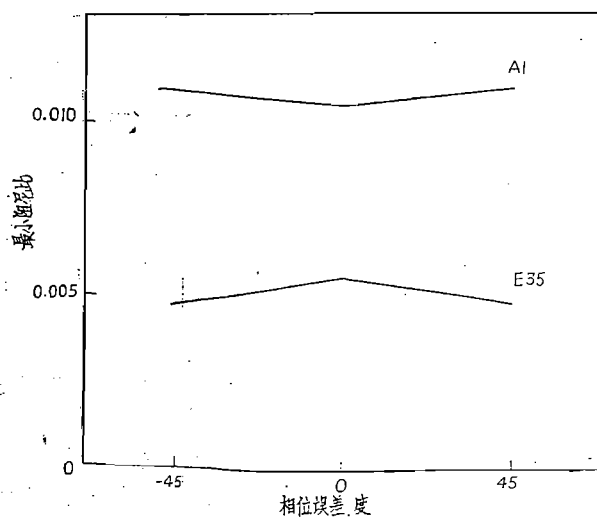


图26b 反馈误差对宇航公司的压力反馈设计的影响

4.4 抑制器容积流量要求

在实践中，主动式抑制器在结构/推进系统中响应振荡的能力将受到抑制器设计时所加的约束条件的限制，即液压流量限制和机械停止点的限制。抑制器将经受本体“噪音”环境，因此，它的设计必须是对此噪音的响应不能超过装置的容量，因此，该响应

提供了装置的容积流量要求的容量的下限^{*}，为了提供本研究用的这些界限的直观估算值，假设由航天飞机发动机界面要求规定的0.25g（沿纵轴）的发动机最大加速度级提供为系统噪音响应的典型量级，把此量级视为适合在系统较低频下使用的极端值。

4.4.1 宇航公司的设计

稳定性的分析结果表明，在系统基本振型时的响应对主动式抑制器提出了最严格的尺寸要求。就最佳设计和压力反馈设计来说，发现在此振型时发动机每单位纵向加速度的抑制器流率为

$$Q_a/x_c \approx 0.0032 \text{米}^2 \text{秒} \text{ (5吋}^2 \text{秒)}$$

代入假设的响应级0.25g估算得到抑制器流率为0.0079米³/秒（482吋³/秒）。此值代表了最小的流率，如果抑制器是有效的，它们就一定适应此流率。在基本振型频率被规定的情况下，可以把与基本振型响应有关的流率换成抑制器的容积要求（即抑制器的行程和面积）。在下面讨论国家宇航局（刘易斯研究中心）的设计时将指出这种变换情况。除了估算抑制器的尺寸外，流率还可用来估算工作装置所需液流要求。进行这样的估算，必需详细了解抑制器的设计，而这已超出了本报告的研究范围。

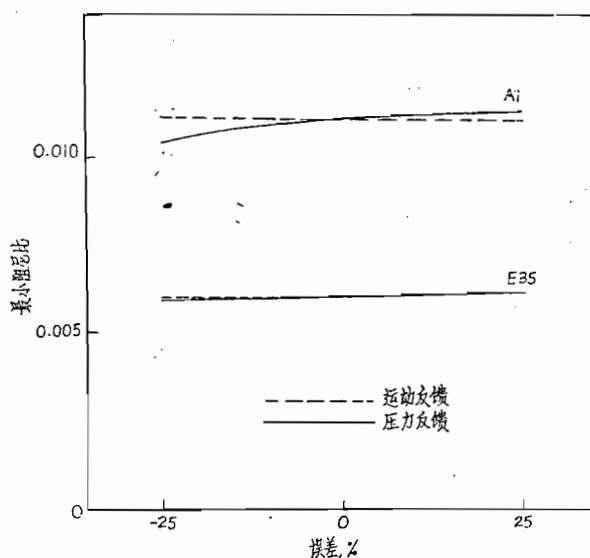


图27a 反馈误差对国家宇航局/洛克达因的设计的影响

* 对被动式抑制器也有类似的要求；然而，对于正在研究的供航天飞机用的装置来说，由于在瞬时的工作状态时必需保持抑制器内的流量，因此这个要求就显得不重要了。

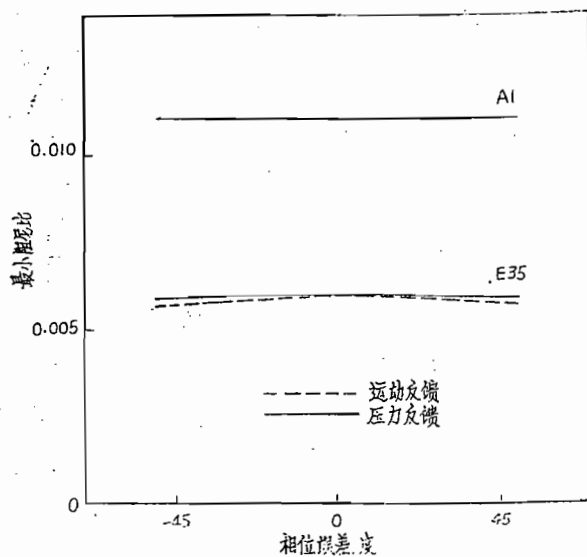


图27b 反馈误差对国家宇航局/洛克达因的设计的影响

4.4.2 国家宇航局（刘易斯研究中心）的设计

国家宇航局（刘易斯研究中心）的设计所进行的稳定性分析结果表明，就抑制器的尺寸要求来说，基本振型时的响应成为关键性条件。对于国家宇航局/洛克达因的设计，在基本振型时发动机每单位纵向加速度的估算流率基本上与宇航公司的设计相同。

$$Q_a/\ddot{x}_c \approx 0.0032 \text{米}^2 \text{秒} (5 \text{吋}^2 \text{秒})$$

对于双套抑制器设计，流率减少到三分之一以上

$$Q_a/\ddot{x}_c \approx 0.00097 \text{米}^2 \text{秒} (1.5 \text{吋}^2 \text{秒})$$

这种减少表明，在LPOP入口只要加上柔性蓄压器就可得到好处。采用形状函数可以得到更大的好处，形状函数会制止抑制器在此振型时的响应。在这种情况下，根据基本振型的各振型要求来确定抑制器的尺寸。按照现有的分析结果，在较高振型下抑制器只需消除在E35振型时出现的不稳定性。因此，由与此振型的响应有关的流率来提供简化尺寸的上限。此流率为

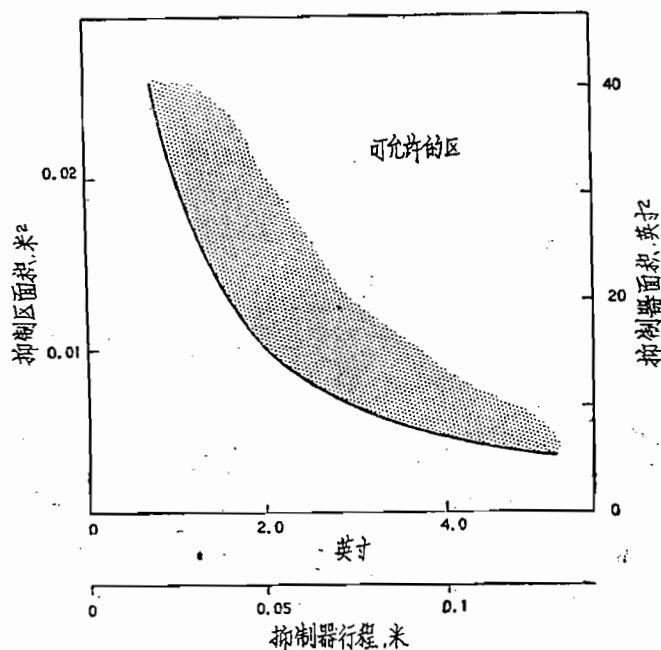
$$Q_a/\ddot{x}_c \approx 0.000065 \text{米}^2 \text{秒} (0.1 \text{吋}^2 \text{秒})$$

因此，要是在较低频率振型下HPOP入口装置响应受到抑制，则流率要求的数量级还可降低。

至于国家宇航局/洛克达因的设计，可假设的0.25g响应级有关的抑制器流率为 $0.0079 \text{米}^3/\text{秒}$ (482吋³/秒)，此量级与宇航公司的设计估算值相同。为把此流率转换成容积要求，假设典型的基本振型频率为2.5赫芝。由此得出的容积要求为 0.0005米^3 (30.8吋³)。可以把此容积要求转化成抑制器的行程和面积要求。图28示有抑制器的行程和面积要求，图中的阴影区说明了可允许的行程和面积值区。在此阴影区以外的

设计是无效的，因为系统中存在的随机振荡会抵消抑制器的响应能力。

最后，必须指出，利用耦合结构/推进系统的假定噪音响应级和模态特性研究了抑制器的流率和容积要求。由此看出，主动式抑制器的尺寸确实需要在了解系统动力特性的基础上来确定。此外，为了研究抑制器的液压供给要求，也需要有这方面的知识。



4.5 抑制器的研制要求

本节要讨论的问题限于各种装置要求的反馈量的测量。这些反馈量即是发动机系统的局部加速度、HPOP入口压力和进入HPOP去的相对流量。就加速度和压力变量来说，由于按宇宙飞行器的程序基础做过类似的测量，因此，显然不存在基本的问题。然而，应该指出，必须特别注意信号/噪音之比，以便对小的非稳态压力也能有适当的反应。关于最佳设计要求的相对流量的测量，希望在飞行中测量的想法是靠不住的，主要问题是，甚至在地面试验时目前还没有令人满意的动力流量计*。鉴于不可能进行飞行中的流量测量，必须寻求比较经得起测量检验的一些等效参数来代替相对流量反馈。检验耦合结构/推进系统的方程表明，绝对流量 Q_7 可写成

$$Q_7 = \frac{1}{z_1} (P_5 - P_7) + \frac{A_3 R_3 z_7}{z_1}$$

* 根据国家宇航局兰利研究中心的合同，目前Panametrics公司正在研制适合航天飞机上使用的动力流量计（参考文献〔9〕）。

00202 4x0.0001

式中, $\dot{z}_1$ 和 R_3 分别为泵间管路的阻抗和阻力, P_5 为 LPOP 排出口的压力。利用此计算结果, 最佳设计反馈可写成另外一种形式

$$Q_{a3} = \frac{1}{Z_1} (P_7 - P_5) + \frac{A_3 L_1}{Z_1} \ddot{z}_7 + \overline{C}_{b2} s P_7$$

式中 L_1 为泵间管路的惯性。由此公式看出, 最佳设计可以用较易得到的压力和运动反馈的等效系统来表示。然而, 还潜伏着困难。反馈要求经过泵间管路有压差 ($P_7 - P_5$), 检验输送管路不稳定性振型形式 (图 5) 时的这些压力表明, 压差仅占单个压力分量值的 5%。这么小的压差很难用单独的传感器来精确测定, 并且给已证明对误差有反应的装置引入重大反馈误差的可能性 (见第 4.5 节)。可以使用差动压力传感器; 然而, 涉及较长的敏感管路 (2—4 米), 引起夹气和管路振动这样的效应问题, 所以, 这些问题依然是些难题。因此, 用等效压力 (和运动) 测量来代替相对流量测量的方法不是一个可行的方法。把满足相对流量测量中的不确定性和前面介绍过的最佳设计对相对流量反馈误差的敏感性结合起来看, 可以认为最佳设计是不能令人满意的。

五、概 要 和 结 论

本报告的研究内容和结果可概括如下:

1. 利用各种抑制器设计概念进行了稳定性分析, 分析结果选定宇航公司的以下两个设计作较详细的评价

$$Q_{a3} = (-Q_7 + A_3 \dot{z}_7) + \overline{C}_{b2} s P_7$$

$$\overline{C}_{b2} = 2.4 \times 10^{-4} \text{ 米}^5/\text{微牛顿 (0.1 吋}^5/\text{磅)}$$

$$Q_{a3} = -K_P P_7$$

$$K_P = 0.14 \text{ 米}^5/\text{微牛顿秒 (60 吋}^5/\text{磅-秒)}$$

式中 $(Q_7 - A_3 \dot{z}_7)$ 表示进入 HPOP 的相对流量, P_7 为 HPOP 的入口压力。在这些设计中的第一个设计代表建立在消除不稳定推力扰动思想基础上的最佳设计。第二个设计代表简单的反馈设计。

2. 宇航公司的设计选择研究结果表明, 要求抑制器安置在 HPOP 入口上的位置是有效的。
3. 在宇航公司的设计选择研究中述及的纯运动反馈装置已被证明是不能令人满意的。
4. 国家宇航局 (刘易斯研究中心) 为进行详细的评价提供了两个设计概念。其中的第一个概念是 HPOP 入口的简单抑制器, 它遵循以下规律

$$Q_{a3} = \frac{-s^2}{(s^2 + \gamma s + \gamma^2)} \left\{ \frac{E_s P_7}{(s + \gamma)} - \frac{A_3 s}{(s^2 + s\gamma + \gamma^2)} \ddot{z}_7 \right\}$$

$$E = 0.3 \text{ 米}^5/\text{微牛顿秒 (125 吋}^5/\text{磅-秒)}$$

此设计建立在洛克威尔国际公司/洛克达因分公司研究的基础上，可以发现，压力反馈是设计有效性的最重要因数，以及耦合项不影响性能。国家宇航局的第二个设计概念由双套抑制器系统构成，而双套抑制器系统是由LPOP入口的0.057米³（2呎³）的柔性蓄压器和HPOP入口的下述主动式装置组成

$$Q_{23} = \frac{-s^2}{(s^2 + \gamma s + \gamma^2)} \left\{ \frac{EsP_7}{(s + \gamma)} \right\}$$

(00 7500)

$$E = 0.3 \text{ 米}^5 / \text{微牛顿秒} \quad (125 \text{ 英寸}^5 / \text{磅-秒})$$

采用此双套系统的理论基础是想通过采用一个辅助的LPOP入口装置来减小HPOP入口装置的尺寸要求。

5. 所有四个专用抑制器设计在消除基本系统所预计的不稳定性时均是有效的。就本报告所述的稳定性情况来说，抑制器保持的系统阻尼比在0.005以上（假设的结构阻尼比为0.01）。
6. 四个专用主动式抑制器的设计性能比得上典型的被动式抑制器-HPOP入口0.057米³（2呎³）柔性蓄压器。
7. 宇航公司“最佳”设计的性能证明对相对流量反馈的误差（ $Q_7 - A_3 \dot{z}_7$ ）极为敏感。

鉴于这种敏感性以及与满足相对流量（或等效）测量有关的不确定性，“最佳”设计被认为是不能令人满意的。宇航公司的其他设计以及国家宇航局的两个设计对具有幅度±15%和相位45度的反馈信号误差不发生反应。

8. 对主动式抑制器设计进行了尺寸估算值的研究。这些要求均取决于系统的基本振型的响应。
9. 在LPOP入口附加一个蓄压器，对行程和液压要求至少可减少到1/3（见第4节）。

同时，在反馈中引入一个形状函数来消除抑制器在基本振型时的响应，数量级可以进一步减少。然后，利用较高的振型响应来确定尺寸。

总之，已经看到，在此定性研究中对主动式抑制器所做的初步检验表明，HPOP入口抑制器设计将给出的性能可以比得上被动式装置的性能。设计研究表明，包括HPOP入口压力反馈（即 $Q_2 = -K_P P_7$ ）在内的装置提供了一个有效而简单的设计，该设计对反馈信号的幅值和相位误差比较不敏感。关于主动式抑制器设计对系统动力特性的敏感性，可以看到，抑制器的尺寸和液压供给要求均取决于这些动力特性。最后，关于航天飞机未来的POGO抑制研究，建议继续考虑主动式抑制器的设计。可以根据本研究的结果来指导采用这些研究的基本概念。此外，为了确定主动式装置的有效性能否提高到超过本研究的水平，应该研究如时间和频率最佳控制这样先进的控制方法的应用。

附 录

A、系统方程

A.1 推进系统的流体动力学方程

推进系统模型单个元素的流体动力学方程给定如下

第一段输送管路

$$\begin{aligned} P_1 &= \alpha_{11} P_t + \alpha_{12} Q_t + \alpha_{13} \dot{x}_{11} \\ Q_1 &= \alpha_{21} P_t + \alpha_{22} Q_t + \alpha_{23} \dot{x}_{11} \end{aligned}$$

输送管路的第一个角

$$\begin{aligned} P_1 &= P_2 \\ Q_2 - A_2 \dot{z}_1 &= Q_1 + A_1 \dot{x}_1 \end{aligned}$$

第二段输送管路

$$\begin{aligned} P_3 &= \tilde{\alpha}_{11} P_2 + \tilde{\alpha}_{12} Q_2 - \tilde{\alpha}_{13} \dot{z}_{12} \\ Q_3 &= \tilde{\alpha}_{21} P_2 + \tilde{\alpha}_{22} Q_2 - \tilde{\alpha}_{23} \dot{z}_{12} \end{aligned}$$

输送管路的第二个角

$$\begin{aligned} P_3 &= P_4 \\ Q_4 + A_2 \dot{x}_3 &= Q_3 - A_2 \dot{z}_3 \end{aligned}$$

低压泵

$$\begin{aligned} Q_5 - A_3 \dot{z}_4 &= (Q_4 + A_2 \dot{x}_4) + Q_{A1} - sC_{b1} P_4 \\ P_5 &= (m_1 + 1) P_4 - Z_{P1} Q_5 + R_{P1} A_3 \dot{z}_4 \end{aligned}$$

LPOP排出口抑制器

$$\begin{aligned} Q_6 - A_3 \dot{z}_4 &= Q_5 - A_3 \dot{z}_4 + Q_{A2} \\ P_5 &= P_6 \end{aligned}$$

泵间管路

$$\begin{aligned} P_6 - P_7 &= Z_1 Q_6 - A_3 R_1 \dot{z}_7 \\ Q_6 &= Q_7 \end{aligned}$$

高压泵

$$\begin{aligned} Q_8 - A_4 \dot{z}_7 &= Q_7 - A_3 \dot{z}_7 + Q_{A3} - sC_{b2} P_7 \\ P_8 &= (m_2 + 1) P_7 - Z_{P2} Q_8 + R_{P2} A_4 \dot{z}_7 \end{aligned}$$

排出管路

$$\begin{aligned} P_8 - P_9 &= Z_d Q_8 - R_d A_4 \dot{z}_7 \\ Q_9 &= Q_8 \end{aligned}$$

喷嘴和燃烧室

$$P_0 - P_c = z_1 Q_0 - R_1 A_1 \dot{z}_1$$

$$P_c = R_c (Q_0 - A_1 \dot{z}_1)$$

在上述方程中, A_1 、 Q_1 和 P_1 表示系统内部不同位置上的流动面积、绝对容积流量和压力扰动。 Q_{A1} 表示来自POGO抑制装置的容积流量: (m_1+1) 和 (m_2+1) 为LPOP和HPOP的增益; C_{b1} 和 C_{b2} 分别表示LPOP和HPOP入口的气蚀柔性,而 s 为拉普拉斯变量; $\dot{x}_1$ 、 $\dot{z}_1$ 为系统各个点上结构的纵向速度和横向速度,而 $\dot{x}_{11}$ 和 $\dot{z}_{12}$ 表示两段输送管路的平均平移速度。必须指出,所取到HPOP的横向速度、推力和燃烧室是一样的。在上述方程中出现的各个阻抗 Z_i 如下

$$\text{第一段输送管路} \quad Z_1 = L_1 s + R_1$$

$$\text{第二段输送管路} \quad Z_2 = L_2 s + R_2$$

$$\text{低压泵} \quad Z_{P1} = L_{P1} s + R_{P1}$$

$$\text{高压泵} \quad Z_{P2} = L_{P2} s + R_{P2}$$

$$\text{泵间管路} \quad Z_i = L_i s + R_i$$

$$\text{排出管路} \quad Z_d = L_d s + R_d$$

$$\text{喷嘴} \quad Z_j = L_j s + R_j$$

在组合结构/推进系统的运动方程中出现的发动机阻抗规定为

$$Z_c = L_c s + R_c$$

$$\text{式中} \quad L_c = L_j + L_d + L_{P2}$$

$$R_c = R_j + R_c + R_d + R_{P2}$$

第一段输送管路的传递系数规定如下

$$\alpha_{11} = \alpha_{22} = \cosh \theta_1$$

$$\alpha_{12} = -Z_1 \frac{\sinh \theta_1}{\theta_1} \quad \alpha_{13} = -A_1 R_1 \frac{\sinh \theta_1}{\theta_1}$$

$$\alpha_{21} = -\frac{1}{Z_1} \theta_1 \sinh \theta_1 \quad \alpha_{23} = -\frac{A_1 R_1}{Z_1} (1 - \cosh \theta_1)$$

式中 θ_1 由

$$\theta_1^2 = s^2 \gamma_1^2 \left(1 + \frac{R_1}{s L_1} \right)$$

来确定,同时 $T_1 = l_1/a$,这里, l_1 为输送管路段的长度, a 为液氧中的声速。第二段输送管路的系数 α_i 均与分别用 A_2 、 R_2 、 Z_2 、 θ_2 来代替的 A_1 、 R_1 、 Z_1 、 θ_1 相类似。

来自POGO抑制装置的容积流量 Q_{A1} 与推进系统和专用抑制器的参数有关系。这些关系的精确形式在A.3节中给出。

A.2 结构振型的运动方程

飞行器结构的响应用第 n 个正态振型来表示。在等点 $\vec{r}$ 上的结构运动 $\vec{x}$ 可写成

$$\vec{x} = q_n e^{i\omega_n t} \phi_n(\vec{r})$$

式中 q_n 为广义坐标, $\phi_n(\vec{r})$ 为有关的振型形状。就结构系统规定采用箱底贮箱的情况来说, 决定 q_n 的运动方程为

$$M_n \{ s^2 + 2\zeta_n \omega_n s + \omega_n^2 \} q_n = P_n(t_b) \dot{Q}_R + P_n A_1 \phi_n^{(x)}(t_b) + \sum_i \vec{F}_i \cdot \vec{\phi}_{ni}$$

式中, $P_n(t_b)$ 为箱底模态压力, $\dot{Q}_R$ 为来自推进剂箱的相对流量的流出。参考文献[3]详细研究了流出作用的影响。根据参考文献3的研究结果表明, 箱底压力 P_n 通过下式与飞行器运动发生关系

$$P_n = P_n s^2 q_n$$

相对流出可写成

$$\dot{Q}_R = \dot{Q}_c + A_1 s q_n \phi_n^{(x)}(t_b)$$

$\vec{F}_i$ 由输送管路段泵间管路和排出管路上的阻力、输送管路两个角的力、LPOP 和 HPOP 的力以及喷嘴和推力室的力所组成。这些不同力的精确式如下:

输送管路段上的阻力

$$F_1^{(x)} = \frac{-A_1 R_1}{Z_1} (P_c - P_2 + A_1 L_1 s \dot{x}_{11}) \times \frac{ZMQ-SP1}{spGe}$$

$$F_1^{(z)} = \frac{A_2 R_2}{Z_2} (P_2 - P_c - A_2 L_2 s \dot{z}_{12}) \times \frac{ZMQ-SP2}{spGe}$$

泵间管路上的阻力

$$F_1^{(z)} = A_3 R_3 (Q_7 - A_3 \dot{z}_7) \times \frac{ZMQA-bp}{spGe}$$

排出管路上的阻力

$$F_4^{(z)} = A_4 R_4 (Q_8 - A_4 \dot{z}_8) \times \frac{ZMQ-SP3}{spGe}$$

输送管路第一个角的力

$$F_{c1}^{(x)} = -\left(P_2 A_1 + f \left(2 \frac{Q_1}{A_1} + \dot{x}_1 \right) \right) \times \frac{ZMQ-ZW1}{spGe}$$

$$F_{c1}^{(z)} = -\left(P_2 A_2 + f \left(2 \frac{Q_2}{A_2} - \dot{z}_1 \right) \right) \times \frac{ZMQ-ZW1}{spGe}$$

输送管路第二个角的力

$$F_{c2}^{(x)} = \left(P_4 A_2 + f \left(2 \frac{Q_4}{A_2} + \dot{x}_3 \right) \right) \times \frac{ZMQ-ZW2}{spGe}$$

$$F_{c2}^{(z)} = P_4 A_2 + f \left(2 \frac{Q_3}{A_2} - \dot{z}_3 \right) \times \frac{ZMQ-ZW2}{spGe}$$

LPOP 的力

程序1

增加

使 $F \rightarrow$

$$F_{P1}^{(z)} = \left(P_4 A_2 + \bar{f} \left(2 \frac{Q_4}{A_2} + \dot{z}_4 \right) \right) * \frac{XMQ-P1}{spGe}$$

$$F_{P1}^{(z)} = \left(P_5 A_3 + \bar{f} \left(2 \frac{Q_5}{A_3} - \dot{z}_4 \right) \right) * \frac{ZMQ-P1}{spGe}$$

HPOP的力

$$F_{P2}^{(z)} = \left(P_7 A_3 - P_8 A_4 + 2 \bar{f} \left(\frac{Q_7}{A_3} - \frac{Q_8}{A_4} \right) \right) * \frac{ZMQ-P2}{spGe}$$

喷嘴上的力

$$F_i^{(z)} = A_i P_0 * \frac{MQJCA}{spGe}$$

推力室上的力

$$F_t^{(z)} = A_T P_c * \frac{Ge}{spGe}$$

在上述表达式中， $\bar{f}$ 表示推进剂的平均质量流量

$$\bar{f} = \rho \bar{V} A$$

式中 ρ 为推进剂的质量密度， $\bar{V}$ 为稳态流速度。包括 $\bar{f}$ 的项按液体动量方程中的传递导数来推导。

A.3 蓄压器简介

系统蓄压器的容积流量 Q_A 可写成

$$Q_A = - \sum_i K_i (s) h_i$$

式中 h_i 为允许的反馈参数（即系统各个点的压力、流率和运动），以及 $K_i (s)$ 表示有关的反馈常数。

B、航天飞机液氧系统参数

阻力*	微牛顿秒/米 ⁵	(秒/时 ²)
$R_1 =$	0.4 (40000)	(0.0236)
$R_2 =$	0.11 (11000)	(0.0064)
$R_{P1} =$	8.8 (880000)	(0.52)
$R_{P2} =$	44.7 (4470000)	(2.64)
$R_i =$	1.9 (190000)	(0.11)
$R_c =$	156	(9.19)
$R_c =$	42.3 (4230000)	(2.50)
$R_d =$	8.3 (830000)	(0.49)
$R_j =$	60.2 (6020000)	(3.56)

惯性*	微牛顿秒 ² /米 ⁶	(秒 ² /时 ²)
$L_1 =$	0.71 (710000)	(0.0417)
$L_2 =$	0.19 (190000)	(0.0113)
$L_{P1} =$	0.017 (17000)	(0.001)
$L_{P2} =$	0.042 (42000)	(0.0025)
$L_i =$	0.22 (220000)	(0.013)
$L_e =$	0.38 (380000)	(0.0225)
$L_d =$	0.25 (250000)	(0.015)
$L_j =$	0.085 (85000)	(0.005)

气蚀柔性

$$\left. \begin{array}{l} C_{b1} = \\ C_{b2} = \end{array} \right\} \text{见图 2}$$

泵增益 (见图 3)

时间 (秒)

$$\left. \begin{array}{l} T_1 = 0.0656 \\ T_2 = 0.0178 \end{array} \right\} \text{输送管路运行时间}$$

面积 (时²)

$$A_1 = 75.7$$

$$A_2 = 31.2$$

$$A_3 = 12.6$$

$$A_4 = 158$$

C、结构振型数据

本附录给出了在稳定性分析中采用的详细的模态数据。轨道器末期燃烧时用的结构振型数据在下表中列出。

在表中, 下标_x和_z分别表示纵向和横向的运动; 数量 $\phi(1)$ 和 $\phi(3)$ 为输送管路第一个角和第二个角的模态幅度; $\phi_x(1_1)$ 和 $\phi_z(1_2)$ 为输送管路纵向截面和横向截面的模态幅度; $\phi(4)$ 和 $\phi(tb)$ 为LPOP和液氧箱处的模态幅度; $\phi(7)$ 表示HPOP和推力室两者的幅度; P_n 为模态箱底压力 (用单位磅-秒²/英寸³来表示) 以及 ξ_n 为结构阻尼比。广义质量用 M_n 表示, 所给单位为磅-秒²/时。必须注意。分配给 E34 和 E35 振

* 以SI (国际) 单位中阻力是以除以容积流量的压力为依据的; 在工程单位中, 采用重量流量。流量差也适用于惯性。

项 \ 振 型	E 1	E 7	E 30	E 34	E 35
$\phi_x(1_1)$	-0.156	0.054	-0.022	0.222	0.022
$\phi_x(1)$	-0.33	-0.079	-0.752	0.37	0.0194
$\phi_x(3)$	-0.33	-0.079	-0.752	0.37	0.0134
$\phi_x(4)$	0.255	-0.556	-1.71	-2.13	2.63
$\phi_x(7)$	0.255	-0.556	-1.71	-2.13	2.63
$\phi_x(tb)$	0.209	-0.259	-7.74	4.443	5.336
$\phi_z(1_2)$	0.037	0.431	-0.372	0.017	-0.09
$\phi_z(1)$	0.037	0.431	-0.372	0.017	-0.09
$\phi_z(3)$	0.037	0.431	-0.372	0.017	-0.09
$\phi_z(4)$	0.846	-1.95	-0.12	1.0	-1.56
$\phi_z(7)$	0.846	-1.95	-0.12	1.0	-1.56
P_n	0	0	0	0	0
M_n	292	292	292	146	146
ζ_n	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01

型的广义质量值已减少到 $1/2$ 。采用这种减少的方法是使这两个振型下的结构增益加倍的单位方法。如本文讨论过的（见第2.1节），增加结构增益是为了重视这两个振型之间可能有的不稳定耦合。

下表给出了起飞时稳定性分析用的振型的相应数据。

项 \ 振 型	L 1	L 18	L 26	L 49	L 51	L 62
$\phi_x(1_1)$	-1.27	0.61	-2.57	-0.01	-0.205	-0.38
$\phi_x(1)$	-0.80	0.368	-2.14	-2.86	-1.0	-0.93
$\phi_x(3)$	-0.80	0.368	-2.14	-2.86	-1.0	-0.93
$\phi_x(4)$	2.38	-1.71	-2.63	-6.66	-2.29	11.34
$\phi_x(7)$	-2.38	-1.71	-2.63	-6.66	-2.29	11.34
$\phi_x(tb)$	-0.137	-0.127	-0.035	-3.28	-6.42	-0.77
$\phi_z(1_2)$	-0.316	-0.271	0.754	0.59	-0.49	-1.40
$\phi_z(1)$	-0.316	-0.271	0.754	0.59	-0.49	-1.40
$\phi_z(3)$	-0.316	-0.271	0.754	0.59	-0.49	-1.40
$\phi_z(4)$	-2.68	-6.89	-0.40	0.29	0.155	-6.5
$\phi_z(7)$	-2.68	-6.89	-0.40	0.29	0.155	-6.5
P_n	-1.0×10^{-8}	-3.65×10^{-6}	-2.92×10^{-5}	-1.93×10^{-2}	-6.3×10^{-2}	-3.9×10^{-5}
M_n	3592	3592	3592	3592	3592	3592
ζ_n	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01

在SRB分离后情况下采用的两个振型的数据在最后这个表中给出。

项 \ 振 型	A 1	A 46
$\phi_x(l_1)$	0.53	0.33
$\phi_x(1)$	0.208	0.74
$\phi_x(3)$	0.208	0.74
$\phi_x(4)$	1.28	-6.61
$\phi_x(7)$	1.28	-6.61
$\phi_x(t_b)$	0.257	-0.065
$\phi_x(l_2)$	0.094	0.908
$\phi_x(1)$	0.094	0.908
$\phi_x(3)$	0.094	0.908
$\phi_x(4)$	1.68	3.7
$\phi_x(7)$	1.68	3.7
P_n	-2.16×10^{-3}	3.3×10^{-7}
M_n	1282	1282
ξ_n	0.01	0.01

D、符 号

单 位: M (质量), F (力), L (长度), T (时间)

a 声速 $[LT^{-1}]$

A 面积 $[L^2]$

A_T 推力室的有效面积 $[L^2]$

C 柔性 $[F^{-1}L^5]$

C_{b2} 宇航公司抑制器设计中的系数 [方程(2)] $[L^5F^{-1}]$

E 国家宇航局抑制器设计中的系数 [方程(10)] $[L^5F^{-1}T^{-1}]$

f 推进剂的平均质量流量 $[MT^{-1}]$

G。 发动机运动的结构增益, $\phi^2(e)/M_n [M^{-1}]$

i 虚数单位, $\sqrt{-1}$

K。 运动反馈设计中的系数 [方程(5)] $[L^2]$

K。 压力反馈设计中的系数 [方程(8)] $[L^5F^{-1}T^{-1}]$

l 管路长度 $[L]$

L 惯性 $[FL^{-5}T^2 \text{ 或 } ML^{-4}]$

m+1 泵动力增益 $[-]$

M 质量 $[M]$

M_n 第n个结构振型的广义质量 $[M]$

$$P_n = -2.16 \times 10^{-3} = \rho \cdot h_t \cdot \gamma_{+b}$$

$$= \rho \times h_t \times 0.25$$

$$\frac{kg}{m^4} \rightarrow \frac{l^4}{A} = \frac{kg}{m^3}$$

P_n 每单位广义坐标加速度的模态箱底压力 $[FL^{-3}T^2]$
 P 脉动压力 $[FL^{-2}]$
 q_n 第 n 个结构振型的广义位移
 Q 容积流量 $[L^3T^{-1}]$
 R 阻力 $[FL^{-5}T]$
 s 表示复合频率时所用的拉普拉斯变量 $\sigma + i\omega$, $[T^{-1}]$
 t 时间 $[T]$
 T 推力 $[F]$
 x 沿纵轴的结构位移 $[L]$
 z 沿横轴的结构位移 $[L]$
 $\bar{V}$ 推进剂的稳态流速度 $[LT^{-1}]$
 Y 流量导纳 $[F^{-1}L^5T^{-1}]$
 Z 流量阻抗 $[FL^{-6}T]$
 α 国家宇航局抑制器设计中的系数 [方程(10)] $[-]$
 α_{ij} 输送管路传递函数中的系数(附录A) $[-]$
 ξ 耦合系统振型的临界阻尼比 $[-]$
 ξ_a 蓄压器的临界阻尼比 $[-]$
 ξ_n 结构振型的临界阻尼比 $[-]$
 θ 复合传播角
 γ 国家宇航局抑制器设计中的参数 [方程(10)] $[T^{-1}]$
 ρ 推进剂质量密度 $[ML^{-3}]$
 τ 液流管路中的运动时间, $\sqrt{LC}$ 或 $1/a$, $[T]$
 ϕ_n 模态位移 $[-]$
 ω 角频率 $[T^{-1}]$
 ω_a 蓄压器的固有频率 $[T^{-1}]$
 ω_n 结构振型的固有频率 $[T^{-1}]$
 下标:
 a 蓄压器
 b 气泡
 c 室
 d 排出口
 e 发动机
 n 结构系统第 n 阶振型
 p 泵
 R 实部: 相对的
 t 贮箱

参考文献

- 1966
1973
1974
1976(7)
- 4篇
1. Farrel, E.C. and Fenwick, J.R.: POGO Instabilities Suppression Evaluation. NASA CR-134500, November 1973.
 2. Lock, M.H. and Rubin, S.: Passive Suppression of POGO on the Space Shuttle. NASA CR-132452, April 1974.
 3. Rubin, S.; Wagner, R.G.; Payne, J.G.: POGO Suppression on the Space Shuttle-Early Studies. NASA CR-2210, March 1973.
 4. Holt, J.F.: ACS Mule, General Root Finding Subroutine. Report No. TOR-0073(9320)-8, The Aerospace Corporation, El Segundo, California, March 1973.
 5. SSME Model, Engine Dynamic Characteristics Related to POGO. Report No. RSS-8549-2, Rocketdyne Division, Rockwell International, Canoga Park, California, September 1973.
 6. Chahremani, F.G.; Rubin, S.: Empirical Evaluation of pumpjet Compliance. Report No. ATR-73(7257)-1, The Aerospace Corporation, El Segundo, California, August 1972.
 7. Rubin, S.: Longitudinal Instability of Liquid Rockets due to Propulsion Feedback (POGO). J. Spacecraft Rockets, 3(8), August 1966, pp. 1188-1195.
 8. Anon: Prevention of Coupled Structure-Propulsion Instability (POGO), NASA Space Vehicle Design Criteria (Structure), SP-8055, 1970.
 9. Pedersen, N.E.; Lynnworth, L.C.; and Carnevale, E.H.: Nonintrusive Dynamic Flowmeter. NASA CR-112313 June 1973.

朱仲方译
黄怀德校

