

目 录

第一章 目标跟踪装置的精度	1
§ 1.1 引言	1
§ 1.2 采用反馈的目的	1
§ 1.3 精度方面的某些一般性概念	4
§ 1.4 跟踪装置的伺服系统	6
§ 1.5 无噪声时的跟踪精度	10
§ 1.6 热噪声的影响	15
§ 1.7 其它输入与干扰的影响	23
§ 1.8 自寻最佳伺服系统	29
第二章 导弹的伺服机构	33
§ 2.1 对伺服机构的要求	33
§ 2.2 冷气伺服机构	34
§ 2.3 燃气伺服机构	36
§ 2.4 冲压空气式伺服机构	37
§ 2.5 液压伺服机构	39
§ 2.6 用直流电机的电动伺服机构	40
§ 2.7 其它的电动伺服机构	41
§ 2.8 一些初步的结论	43
第三章 导弹的控制方法	45
§ 3.1 引言	45
§ 3.2 为什么不用倾斜的方法进行机动	47
§ 3.3 滚动控制	49
§ 3.4 气动力侧向控制	51

VIII

§ 3.5	气动力极坐标控制与直角坐标控制的比较	57
§ 3.6	推力矢量控制	59
§ 3.7	实现推力矢量控制的方法	61
第四章	气动力导数和气动力传递函数	69
§ 4.1	符号和规定	69
§ 4.2	弹体作为刚体运动的欧拉方程	71
§ 4.3	弹道研究	73
§ 4.4	控制面的规定	75
§ 4.5	气动力导数	76
§ 4.6	气动力传递函数	83
§ 4.7	高度和速度换算因子	91
§ 4.8	推力矢量控制的气动力导数	93
第五章	弹上的仪表	95
§ 5.1	引言	95
§ 5.2	陀螺仪的基本理论	95
§ 5.3	自由或定位陀螺	99
§ 5.4	速度陀螺或阻尼陀螺	104
§ 5.5	加速度计	107
§ 5.6	分解器	109
§ 5.7	高度表	112
第六章	自动驾驶仪设计	114
§ 6.1	引言	114
§ 6.2	侧向自动驾驶仪的设计任务	117
§ 6.3	使用一个加速度计和一个速度陀螺的侧向自动驾驶仪	120
§ 6.4	“重要”气动力导数的讨论	137
§ 6.5	采用两个加速度计的侧向自动驾驶仪	140
§ 6.6	只有一个速度陀螺的侧向自动驾驶仪	142
§ 6.7	鸭式控制对侧向自动驾驶仪设计的影响	143
§ 6.8	速度控制自动驾驶仪	146

§ 6.9	侧向自动驾驶仪和发射时的散布	151
§ 6.10	滚动控制自动驾驶仪	157
§ 6.11	滚动角速度对侧向自动驾驶仪性能的影响	162
§ 6.12	自动驾驶仪和环境变化的关系	167
§ 6.13	由陀螺和加速度计进行方位控制	169
§ 6.14	高度控制和贴海飞行控制系统	172
§ 6.15	垂直发射自动驾驶仪	178
§ 6.16	舵伺服机构饱和的影响	184
§ 6.17	数字自动驾驶仪	186
第七章	视线制导回路	189
§ 7.1	目标和导弹的运动对导弹“G”要求值的影响	189
§ 7.2	视线系统的类型	198
§ 7.3	运动学环节和制导回路的稳定性	202
§ 7.4	前馈项的概念	206
§ 7.5	相位误差和定向的困难	211
§ 7.6	制导回路中数字计算机的影响	214
§ 7.7	估计制导精度的一些数字例子	218
§ 7.8	关于精度的某些一般性结论	228
第八章	导引头及其稳定性问题	232
§ 8.1	引言	232
§ 8.2	对导引头的要求	233
§ 8.3	某些机电装置	235
§ 8.4	天线罩象差的影响	239
§ 8.5	视线的隔离和导弹的补偿	244
第九章	比例导引和自动导引制导回路	248
§ 9.1	引言	248
§ 9.2	一种特殊情况	249
§ 9.3	数学模型	253
§ 9.4	以前工作的总结	257

§ 9.5	导弹航向误差的影响	257
§ 9.6	由于目标侧向加速度引起的脱靶量	276
§ 9.7	由于角噪声引起的脱靶量	284
§ 9.8	由于闪烁引起的脱靶量	287
§ 9.9	三维自动导引	290
§ 9.10	比例导引的一种积分形式	291
§ 9.11	其它自动导引制导规律	294
第十章	维纳滤波理论在制导回路设计中的应用	300
§ 10.1	引言	300
§ 10.2	维纳滤波器	302
§ 10.3	维纳滤波器的推导	305
§ 10.4	有约束的维纳滤波器	310
第十一章	现代控制理论在制导回路设计中的应用	315
§ 11.1	现代控制理论引言	315
§ 11.2	确定型最佳控制	318
§ 11.3	随机最佳控制	323
§ 11.4	最佳控制在自动导引系统中的应用	329
第十二章	卡尔曼滤波器	336
§ 12.1	问题回顾	336
§ 12.2	卡尔曼滤波器介绍	337
§ 12.3	离散的卡尔曼滤波器	340
§ 12.4	连续型卡尔曼滤波器	346
§ 12.5	多维卡尔曼滤波器	351
§ 12.6	滤波器和控制器的组合	358
§ 12.7	现代设计法与经典设计法的比较	362
附录 A	具有二次型性能指标线性系统的最佳控制	365
附录 B	最佳估值——连续型卡尔曼滤波	369

第一章 目标跟踪装置的精度

§ 1.1 引言

通常导弹是大致对着目标方向发射的，然后由制导系统接受操纵指令以改善导弹命中的精度。中远程导弹(比如说超过40公里)要想命中某一个给定的固定目标，经常采用惯性制导。这种方法和大部分近中程制导系统里所用的方法是完全不同的；而且在文献〔1〕、〔2〕、〔3〕中已有充分的阐述。本书所讨论的制导-控制系统是指指令系统和自动导引系统而言的。这两种系统有许多共同之处，例如，在这两种系统中都必须跟踪目标。在指令系统中，跟踪装置通常是固定的，或是作慢速运动的(例如，目标跟踪装置可能在船上)。在自动导引系统中，目标跟踪装置在导弹上，此时，它的精度就与目标和导弹之间的相对运动有关。关于自动导引系统跟踪中的特殊问题，将在第八章和第九章里研究；在这一章里，我们假定跟踪装置的速度很小，以致不会严重影响到拦截运动学。

§ 1.2 采用反馈的目的

本书是研究有关闭环系统精度的。当用导弹攻击目标时，因为是三维空间，所以就会有消除导弹和目标间在上下、左右和射向上的偏差问题。当然，为了使导弹到达目标，推进系统的设计应该保证导弹有足够的射程。这个问题在本书中就不讨论了。应当指出，若导弹速度不是常值，那么推进系

统就会影响跟踪装置的精度。如果沿导弹纵轴有一个加速度分量 $\dot{v}$ ，且弹体有一个攻角 α ，则必有一个垂直于速度矢量的加速度分量 $\dot{v} \sin \alpha$ ，它将改变导弹速度的方向。我们以后将会讨论这个问题。一般地说，要修正导弹的轨道就必须设计制导和控制系统。通常，给导弹的信号是上下指令和左右指令。而使制导和控制系统不理想有以下几个主要原因。

(a) 由于目标跟踪装置的惯性，在判断目标方向时一定会有误差；同时，由于导弹本身有质量，因此在改变导弹位置时总有惯性延迟。

(b) 推力偏差、风、可变摩擦以及接收机和其它仪器中的偏移等引起的偏离和干扰等因素必然是导致系统不精确的原因。

(c) 系统中的噪声，如热噪声和闪烁噪声等，都会降低系统的精度。

将上述 (b) 和 (c) 分为两部分输入是方便而有实际意义的，其中一部分输入是来源于目标的干扰或偏离（对系统来说，它们都可被看成是“输入”），而另一部分“输入”是由系统中别的任何地方产生的。这种情况可由图 1.2-1 说明。

我们涉及到的闭合回路大部分是正向传递函数为 $G(s)$ 的单位反馈回路。如果“输入” θ_0 进入正向支路某处，则可

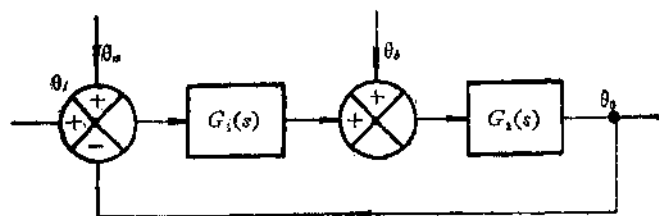


图1.2-1 多于一个输入的闭环系统

以认为正向支路由两个传递函数 $G_1(s)G_2(s)=G(s)$ 组成。 θ_n 是出现在输入端的噪声输入。在任何一个闭环系统中:

$$\frac{\text{输出}}{\text{输入}} = \frac{1}{\frac{1}{\text{正向传递函数}} + \text{反馈传递函数}}$$

暂时考虑输入只有 θ_i , 这时有:

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{\frac{1}{G_1(s)G_2(s)} + 1} \quad (1.2-1)$$

当 $G_1(s)G_2(s) \rightarrow \infty$ 时, $\frac{\theta_o}{\theta_i} \rightarrow 1$ 。

如果我们定义 $\theta_e = \theta_i - \theta_o$ 为误差也许更有意义。我们希望使 $\theta_e \rightarrow 0$, 因而:

$$\frac{\theta_e}{\theta_i} = \frac{\theta_i - \theta_o}{\theta_i} = 1 - \frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{G_1(s)G_2(s) + 1} \quad (1.2-2)$$

由此可清楚地看出, 当 $G_1(s)G_2(s) \rightarrow \infty$ (这意味着要求开环增益尽可能高) 时, 上式就趋于零。现在考虑干扰 θ_n 的影响。在理想情况下, 由于 θ_n 的影响而引起的输出值 θ_o 应该为零。在这种情况下, $G_2(s)$ 是正向传递函数, $G_1(s)$ 是反馈传递函数, 亦即:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_o}{\theta_n} &= \frac{1}{\frac{1}{G_2(s)} + G_1(s)} \\ &= \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)} \end{aligned} \quad (1.2-3)$$

没有反馈时, $\theta_o/\theta_n = G_2(s)$ 。因而在有反馈时它一定小于

此值。如果 $G_1(s) \rightarrow \infty$ ，则在输出端 θ_o 的影响趋于零。因此我们看到，要求跟踪输入 θ_i 和抑制干扰 θ_n ，一般说来要求 $G_1(s)$ 应尽可能地大，但实际上这要受到稳定性和工程上的限制。

然而，如果输入 θ_n 和真实输入 θ_i 作用在同一点上，那就不是这样了。于是传递函数 θ_o/θ_n 就和方程 1.2-1 给出的传递函数 θ_o/θ_i 完全一样了。对任何给定的 θ_n ，要使 $\theta_o \rightarrow 0$ ，则 $G_1(s)G_2(s)$ 也必须 $\rightarrow 0$ 。很明显，这与精确地跟踪目标的主要任务是完全不相容的。总的要求是设计出系统传递函数（或滤波器）并使得由于企图跟踪目标和因噪声而引起的脱靶量为最小。

§ 1.3 精度方面的某些一般性概念

考虑一个角位置伺服系统（比如说，为了跟踪输入 θ_i 而设计的雷达跟踪器）最简单的模型。其组成为：角误差检测器，其增益为 k_1 伏/弧度；放大器，其增益为 k_2 伏/伏；使天线产生角速度的电动或电动-液压马达，其增益为 k_3 弧度/秒/伏，还带有一个由时间常数 T （有时叫做一阶延迟或指数延迟）所确定的时间延迟。由于我们规定的输出是位置不是速度，这意思是指回路要再经积分器而闭合，见图 1.3-1。很清楚，如果存在库仑摩擦或外部干扰，就必然有误差，而如

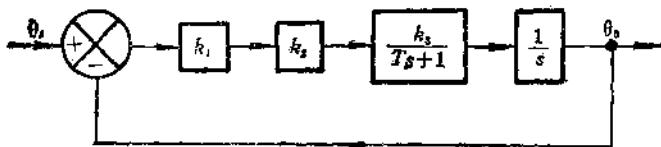


图1.3-1 一个简单的位置伺服系统

果系统增益足够大则可使这个误差值达到很小。现在考虑一个斜坡输入（也就是常速输入）：

$$\theta_i = \Omega t$$

其中 Ω 的量纲为弧度/秒。在稳态情况下，伺服系统产生稳态误差 θ_s ，其大小正好足以驱动以角速度 Ω 转动的天线。位置误差现在既不增大也不减小，并且由下式给出：

$$\theta_s k_1 k_2 k_3 = \theta_s k = \Omega \quad (1.3-1)$$

其中 $k = k_1 k_2 k_3$ 通常称为速度常数，它是在没有其它负载、偏差或干扰时单位角位置误差的稳态输出速度。这种系统叫做 I 型系统，因为正向回路中有一个积分器。这个闭合回路的传递函数为：

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{\frac{Ts^2}{k} + \frac{s}{k} + 1} = \frac{1}{a_2 s^2 + a_1 s + 1} \quad (1.3-2)$$

方程式 1.3-1 和 1.3-2 告诉我们，对于斜坡输入有 $\theta_s = a_1 \Omega$ 。在这种情况下，闭环传递函数中的 a_2 项不影响精度，除非速度有变化，否则惯性是不重要的。现在假设输入速度不是常数，而是正在加速，那末正如任何一本有关闭环控制的课本所作的详细解释一样，只要应用终值定理，就可知道稳态误差为无穷大，这是因为用数学来描述加速度输入，稳态时有无限大的速度。很清楚，在任何时刻，输入和输出速度必定是有限的。加速度输入将导致不断增长的误差，而对于更大的速度，电动机总是企图跟上指令，然而，由于系统有惯性，其输出速度总是迟后于指令。因此，跟踪误差总是稍微大于瞬时速度除以速度常数。相反，如果输入速度正在减小，则电动机和负载的惯性将以快于指令的倾向运转。因此，误差将稍小于预期值。在下一节中，我们将考虑一个更现实的跟

跟踪伺服系统的模型。

§ 1.4 跟踪装置的伺服系统

在俯仰和方位上,目标跟踪装置力图使它的电零轴(通常称为瞄准轴)与跟踪装置和目标之间的连线重合,该连线一般称为视线(LOS)。这是由两个相同的伺服系统来完成的,所以只要讨论其中一个就够了。装置的首要任务是能够产生两个信号(一个是上-下,另一个是左-右),这两个信号与视线(LOS)和瞄准轴之间的偏差成正比。跟踪装置中的角误差探测机构可用雷达接收机或用光学(包括红外线)信号处理系统,见文献〔4〕。

大部分探测器在大偏差时其非线性是严重的,但是对角偏差大约 1° 或更小时,就基本上可看成是线性的了,而跟踪误差很少会达到这样大的数值。接收机还可以提供距离和距离变化率的信息。但是因为我们关心的只是角度的测量,所以称这种特殊的接收机为“角通道接收机”。一个典型的目标跟踪伺服回路如图 1.4-1 所示。角通道接收机产生的信号正比于目标线与瞄准轴之间的偏差 $(\theta_t - \theta_s)$ 。因为它是一个线性

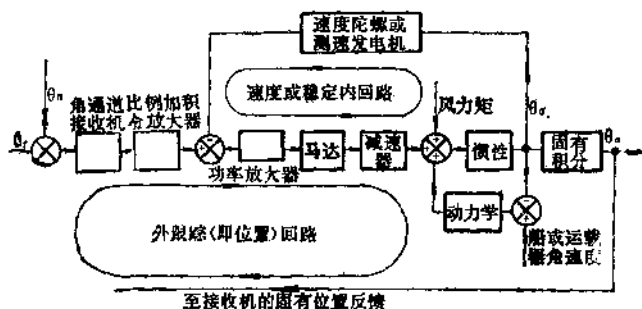


图1.4-1 目标跟踪装置

装置, 而且认为它没有延迟, 这样它的传递函数便是一个简单的增益 k_1 伏/弧度(角度误差)。这个误差信号加到传递函数为 $k_2 \left(1 + \frac{1}{T_1 s} \right) = k_2 (T_1 s + 1) / T_1 s$ 的比例加积分的放大器中。现在这种伺服系统是Ⅱ型系统。后面常用的伺服元件有功率放大器、马达(电动的或液压的)和齿轮减速器。如果有惯性和粘性摩擦, 可合在一起考虑。通常用测速发电机或速度陀螺来提供角速度反馈(详见第五章), 其输出与比例加积分的放大器输出相减。应当注意, 如果从接收器的输出减去速度反馈信号, 则伺服系统就成为Ⅰ型而不是Ⅱ型的了, 这是因为比例加积分放大器的积分作用由于反馈作用而改变的缘故。

速度反馈的目的有二, 首先是改善稳定裕度(在奈魁斯特意义上), 其次是有助于抑制外部干扰。而考虑稳定性是主要的。在整个假设中, 认为没有任何机电惯性而且没有速度反馈时的开环传递函数是 $k_1 k_2 k_3 (T_1 s + 1) / T_1 s^2$, 改进后的系统, 其闭环传递函数为:

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{T_1 s + 1}{\frac{T_1 s^2}{k_1 k_2 k_3} + T_1 s + 1} \quad (1.4-1)$$

因为 T_1 和 $k_1 k_2 k_3$ 是设计者选定的, 所以精度和稳定裕度(也就是阻尼)也是在设计中确定的。然而, 在系统中确实会有某些机电惯性, 包括驱动电路中的电感、马达与天线组合在一起的惯性以及从马达到天线的运动传递中的机械弹性和结构弹性。这些时间常数都会使稳定裕度降低, 而且容易导致整个系统不稳定。高增益和围绕这些动态延迟的反馈能减小这些时间常数的有效值。其次, 这些部件中总有一些噪声和外部干扰, 诸如可变的库仑摩擦、风负载、加工不理想的传

动装置和结构振动。高增益速度回路力图使这些干扰和主位置回路隔开，而通常位置回路开环增益较低，因此不能很好地抑制这些干扰。在可移动基座（例如船）的情况下，由于基座和天线之间的相对运动，会有一些附加干扰。当相对运动改变方向时，库仑摩擦也改变方向。如果马达和天线之间有相对速度，那末在伺服马达或执行机构中就会产生力矩。如果有相对加速度，那末，由于驱动马达的惯性，就会有一些惯性效应。如果基座加速，而又要求天线不动，则驱动马达必须加速。对于基座运动的系统，速度陀螺给出了角速度反馈的正确形式，因为它的作用和基座固定情况下测速发电机的作用完全相同。然而，基座正在运动时，速度陀螺和测速发电机一样，不是恰好纪录天线和基座的相对运动，而是测量天线在空间的总的角运动，这是我们希望得到的控制量。减小由上述动态延迟所引起的不稳定影响的另一种方法是在正向支路中设置一个相位超前网络，将它直接放在比例加积分放大器的后面，其传递函数形式如下：

$$\frac{Ts+1}{\alpha Ts+1}$$

其中 $\alpha < 1$ 。另外，也可应用诸如 § 7.3 中所述的更复杂的网络。我们要尽力做到的是，使校正网络分子中的一项或几项去消除机电延迟，使在分母中留下相当小的一项或几项。当然这做不到很精确，因为机电延迟经常是变化的，对于液压驱动更是这样。但是，这种方法的更为主要的缺点是，现在没有抑制外部干扰的快速作用的内回路。尽管如此，无论用哪种补偿方法，由于输入指令的变化，都要求功率放大器和马达有较大的功率。不管所用的是哪种方法，对于所要增加的功率是没有差别的。如果要求天线作一定运动，那末功率

要求也就确定了。

仅有一个输入信号的跟踪装置,其简化结构图如图1.4-2所示, θ_i 是目标方向,机电延迟用时间常数 T_2 表示。

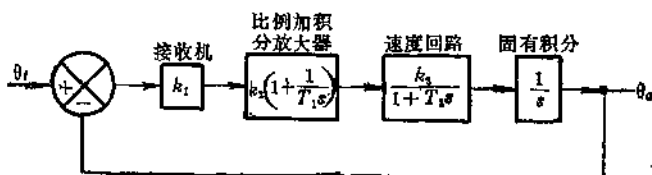


图1.4-2 目标跟踪装置的简化模型

系统的传递函数为:

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{T_1 s + 1}{\frac{T_2 s^3}{\omega_{n0}^2} + \frac{s^2}{\omega_{n0}^2} + T_1 s + 1} \quad (1.4-2)$$

其中 $\omega_{n0}^2 = k_1 k_2 k_3 / T_1$, 如果忽略速度回路延迟, 它既表示开环增益, 又代表系统的无阻尼自然频率。更接近实际的模型可将内回路表示为有两个时间常数, 这个回路具有较高的增益和反馈就会成为振荡型, 也就是说, 这个环节具有小于1的阻尼系数 μ_1 。这个模型如图1.4-3所示:

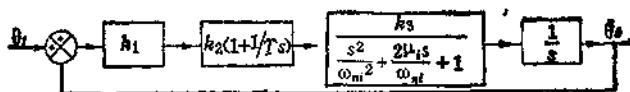


图1.4-3 较实际的目标跟踪装置模型

系统的传递函数为:

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{T_1 s + 1}{\frac{s^4}{c^2 \omega_{n0}^4} + \frac{2\mu_1 s^3}{c \omega_{n0}^3} + \frac{s^2}{\omega_{n0}^2} + T_1 s + 1} \quad (1.4-3)$$

这两个系统开环时都是具有两个积分环节的Ⅰ型伺服系统，这样的系统在其传递函数的分子分母中，“ s ”项的系数总是相等的。对于位置 θ_s 中有常值误差的情况，天线速度的稳态斜率就等于 $\theta_s \times \text{开环增益} = \theta_s \times k_1 k_2 k_3 / T_1 = \theta_s \times \omega_{no}^2$ 。但是输出速度的斜率是输出加速度。对于常值误差，它就等于输入加速度 α 。因此 $\theta_s = \alpha / \omega_{no}^2$ 。但这是对于输入加速度为常值而言的。现在我们必须研究输入 θ_s 的性质。

§ 1.5 无噪声时的跟踪精度

在实际中，人们一定要规定目标速度的最大值和最小跟踪距离。通常最大的俯仰角也是规定的。在分析由天线跟踪活动目标引起的角运动之前，“渡越距离”也应当规定。这个距离定义为：假定目标连续作直线运动，它就是离跟踪装置最短的距离。当目标到达“捷径点”时，它就是在这一点上“通过”跟踪装置。重要的是应注意到“渡越距离”是斜距。如果捷径点在地面上的距离是4公里，目标的高度是3公里，那末，渡越距离就是5公里。在攻击前，目标可能在短时间内作机动飞行，但是在大部分或整个时间内，它是作等速直线飞行的。因此，我们用这样飞行的目标作为标准。非常意外的是，目标适当的机动，并不会过份的增加跟踪任务。在图1.5-1中，渡越距离是 d ，其相应的地面距离是 d' ，瞬时斜距是 r ，其相应的地面距离是 r' 。

在下面分析中，假如目标的速度 U_s 是常值，则

$$\begin{aligned}\dot{A} &= U_s \sin A / r' \\ &= U_s \sin^3 A / d'\end{aligned}\quad (1.5-1)$$

为计算 $\dot{A}$ 值，我们可以写出：

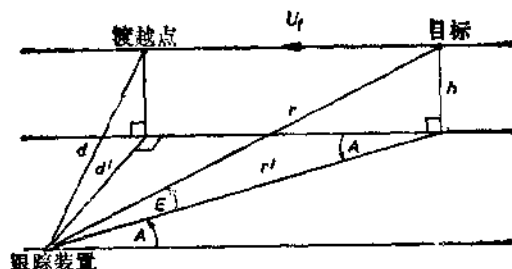


图1.5-1 与跟踪作等高飞行的目标有关的高度和距离

$$\begin{aligned}
 \ddot{A} &= \frac{d}{dA} \cdot \frac{dA}{dt} \cdot \frac{dA}{dt} = \frac{2U_t}{d'} \cos A \sin A - \frac{U_t \sin^2 A}{d'} \\
 &= \frac{U_t^2}{(d')^2} \cdot \sin 2A \cdot \sin^2 A = -\frac{U_t^2 \sin 2A}{(r')^2} \\
 &= -\frac{U_t^2 \sin 2A}{r^2 \cos^2 E} \quad (1.5-2)
 \end{aligned}$$

显而易见，对于给定的最大俯仰角 $E_{\max}$ 和最小距离 $r_{\min}$ ，在 $A = 45^\circ$ 时，出现最大角加速度

$$\ddot{A}_{\max} = U_t^2 / r_{\min}^2 \cos^2 E \quad (1.5-3)$$

这不应与给定渡越距离、出现在 $A = 60^\circ$ 时的最大角加速度相混淆。方程 1.5-2 说明，如果给定很大的俯仰角，那么，角加速度就不会很大。在实际中， $E_{\max}$ 常被限制在 60° 左右。

同样可以得到 $\dot{E}$ 和 $\ddot{E}$ 的表达式：

$$\dot{E} = \frac{U_t}{r} \sin E \cdot \cos A \quad (1.5-4)$$

$$\text{且} \quad \ddot{E} = -\frac{U_t^2}{r^2} \operatorname{tg} E (1 - \cos^2 A (1 + 2 \cos^2 E)) \quad (1.5-5)$$

很清楚，当 $\cos A = 0$ 时，最大的绝对值为：

$$\ddot{E} = -\frac{U_t^2 \operatorname{tg} E}{r_{\min}^2} \quad (1.5-6)$$

而如果 $A = 0$ ，也就是说，目标要直接通过头顶，则

$$\ddot{E} = \frac{U^2}{r_{\min}^2} \cdot \sin 2E \quad (1.5-7)$$

当 $E < 45^\circ$ 时可用方程 1.5-7 得到最大值，而当 $E > 45^\circ$ 时可用方程 1.5-6 得到最大值。

若 $E = 60^\circ$ 时的最大值已给定，则表 1.5-1 归纳了这种情况。

表 1.5-1 最大俯仰角加速度

E	5°	10°	20°	30°	45°	60°
$\frac{\ddot{E}_{\max}}{U^2/r_{\min}^2}$	0.174	0.342	0.643	0.866	1/-1	-1.73
A	0°	0°	0°	0°	$0^\circ/90^\circ$	90°

由此可以看出，即使在目标作等高等速飞行这样一种极其简单的情况下，角速度和角加速度也不是常数。如果角加速度是常数，我们可用已经讨论过的方法来计算常值跟踪误差；但实际上跟踪误差是随时间而变的。在图 1.5-2 和图 1.5-3 中表明了实际跟踪误差 θ_e 同瞬时输入角加速度除以开环增益所得近似值的比值。这些结果是把一个系统的速度回路看作为二阶系统计算得到的（见图 1.4-3）。它们适用于具有小俯仰角时的方位运动，也适用于 A 较小时的俯仰运动。因为所得结果对两个通道都适用，所以可用广义角 θ 表示。 $\theta = 60^\circ$ 以前，角加速度增加，到 $\theta > 60^\circ$ 时就减小。我们看到，当加速度增加时，跟踪误差稍小于由瞬时加速度除以开环增益所得之值，反过来当加速度减小时，跟踪误差将大于瞬时加速度除以开环增益所得之值。这点可简单解释为：现实的

控制器不单是带有增益的积分器，它是一个比例加积分器元件，现在不把它写成 $k_2 \left(1 + \frac{1}{T_1 s} \right)$ ，而写成 $k_2 \frac{T_1 s + 1}{T_1 s}$ 较好，也就是说，它是相位超前加积分器。当输入增加时，相位超前部分总是使得输出信号增大，而当输入减少时，输出就减小；一般说来，这种作用一定要足以抵消速度回路中的滞后。如果不是这样，整个系统就会不稳定，因为单是两个积分器（一个是电子积分器，一个是隐含的积分器）就要在频率范围内的所有频率上产生 180° 的相位滞后。当取稍微再

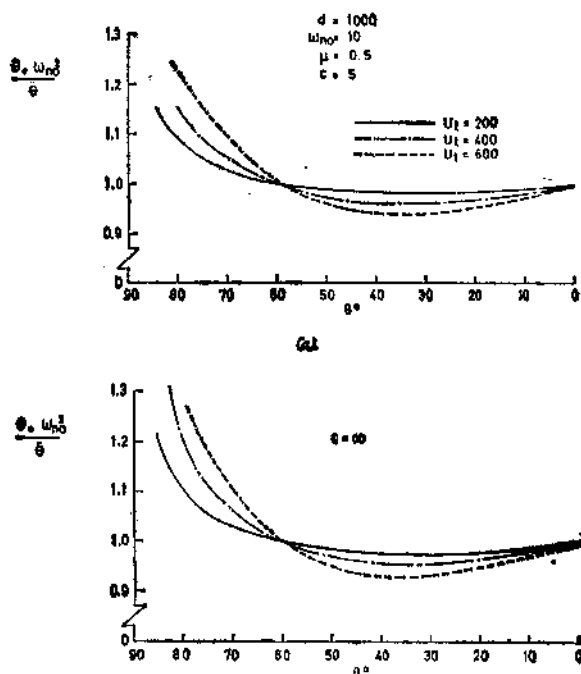


图1.5-2 II型伺服系统跟踪误差

复杂一些的输入时（例如，当 E 不太小时的方位运动），可得到类似的结论：对一个Ⅱ型伺服系统来说，实际跟踪误差的一个令人满意的一次近似值，是瞬时输入加速度除以开环增益。当 θ 大于 60° 时，跟踪误差明显地大于这个值的情况是没有实际意义的，因为在 θ 到达这样一些大的值时， $\ddot{\theta}$ 的实际值很快就减小到零。

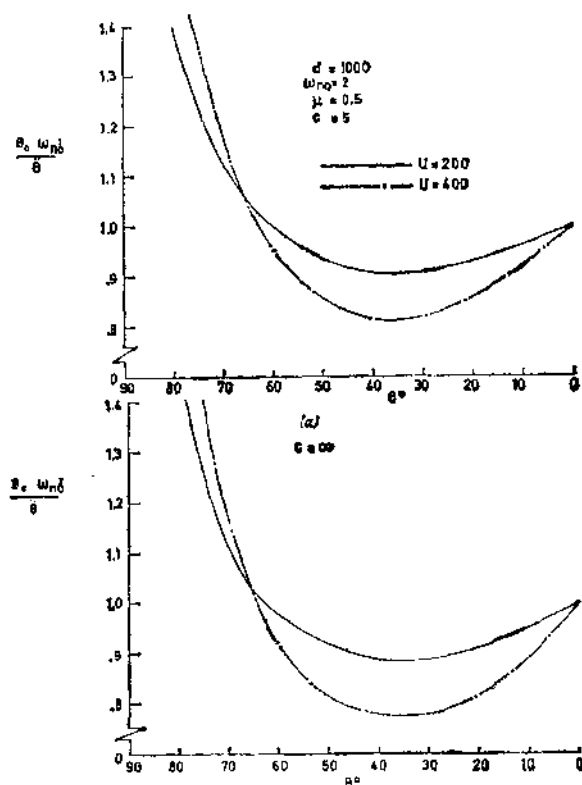


图1.5-3 Ⅱ型伺服系统跟踪误差

假设问题是：要在4公里到32公里距离之间尽可能精确地跟踪飞行速度达到600米/秒的目标。在这样一种最坏的条件下，设计的目的是要使跟踪的均方根误差不超过0.3毫弧度。如果我们只讨论俯仰通道，并假定跟踪的俯仰角不超过 45° ，可以用1.5-6式或1.5-7式来计算 $\dot{E}_{\max}$ ，当 $E=45^\circ$ 时，可给出

$$\dot{E}_{\max} = 600^2 / 16 \times 10^6 = 2.25 \times 10^{-2} \text{ 弧度/秒}^2$$

θ_e 为 3×10^{-4} 弧度时，最小开环增益是 $2.25 \times 10^2 / 3 = 75$ 弧度/秒²/弧度。因此，最小外回路自然频率是 $\omega_{n0} = \sqrt{75} = 8.7$ 弧度/秒。

内外回路阻尼比以及它们的带宽比对跟踪精度的影响很小，但它们当然会对系统的稳定裕度有影响，这些参数的最佳值可以在研究存在噪声时跟踪精度的过程中得到。

§ 1.6 热噪声的影响

噪声在所有接收机中都存在，读者可参阅文献〔4〕，其中讨论了雷达接收机中噪声的主要来源。在闭环系统中，为了提高系统精度，需要将误差信号高倍数放大。然而，放大信号时同时也放大了噪声，结果需要采取某种折衷。在雷达接收机中，噪声的主要来源是“热噪声”，因为在不为绝对零度的其它温度下，导体中的电子总是作随机运动的。这种运动产生了噪声电压，它实质上是“白噪声”，也就是说，它的频谱与频率无关，意思是指它的带宽远远超过任何伺服跟踪装置的带宽。在接收机里还有许多其它噪声源，如环境背景噪声，可是实际上可以发现，如果接收机中噪声值得注意的话，那么其中大部分是由于热噪声造成的，这对一个给定的接收机来说，显然是一个常数。实际的噪声输出，是用均方

电压表示的，并不是常数。如果进来的是强信号（例如近距离上的大目标），用自动增益控制来降低中频放大器的增益，使输出与信号功率无关，从而有效地减小了噪声输出。结果是改变了信噪比。如果一部雷达正在照射并跟踪目标，在其它情况都相同的情况下，所接收的功率与距离的四次方成反比。因此，常常作这样假定：在给定的目标、距离、大气等条件下，一个接收机输出噪声的均方值与信噪比成反比，与距离的四次方成正比。因为所有角通道接收机都设计成能产生一个与角偏差成正比的电压，因此输出噪声的均方值，可以认为是一个均方角。假定接收机向给定阻抗输出的均方根值为 V 伏，如果接收机增益为 k_1 伏/弧度，那末，被认为是角速度输入的角偏差噪声的均方根就是 V/k_1 弧度。把这个噪声看成是由目标引起的噪声输入是很方便的，而且这样做也不失一般性。因此热噪声常被称“角”噪声。这种噪声的频谱定义为：

$$\phi_n(\omega) = K_a^2 \quad \text{弧度}^2/\text{弧度}/\text{秒}$$

其中 K_a 是常数。

现在的问题是确定由于这种噪声而引起天线“颤动”的均方值（或是均方根值）。最重要的是要注意到，在这一阶段，我们实际上要求伺服系统的带宽为零，这样所有噪声都能被滤掉。现在考虑一个频率特性为 $1/(1+j\omega T)$ 的滤波器，它输出的均方值为 σ^2 。输入是白噪声，它的频谱直到频率 ω 都是常数。因此输出的均方值为：

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= K_a^2 \int_0^{\omega_b} \frac{d\omega}{(\sqrt{1+\omega^2 T^2})^2} = K_a^2 \int_0^{\omega_b} \frac{d\omega}{1+\omega^2 T^2} \\ &= \frac{K_a^2}{T} \operatorname{tg}^{-1} \omega_b T \end{aligned}$$

如果 $\omega_n T > 10$, 这个值就近似为 $\frac{\pi K_a^2}{2T}$ 。因此, 这意味着均方输出和另外一个滤波器的输出是相同的, 该滤波器的通频带直到频率为 $\pi/2T$ 都是平的, 并且在此频率上完全截止。换句话说, 一个简单的一阶惯性环节, 对白噪声而言, 其有效带宽为本身带宽 $1/T$ 的 $\pi/2$ 倍。容易证明, 任何一个线性滤波器的等效噪声带宽, 是其传递函数系数的函数。一般线性系统传递函数的形式为:

$$\frac{b_m s^m + \dots + b_1 s + b_0}{a_n s^n + \dots + a_1 s + a_0} = \frac{b(s)}{a(s)}$$

其中分子比分母至少低一阶。可算出下式的积分值:

$$I = \int_0^\infty \frac{|b(j\omega)|^2}{|a(j\omega)|^2} d\omega$$

表 1.6-1 给出了由一阶到四阶的积分值。我们关心的是两个主要回路的等效噪声带宽, 一个是目标跟踪回路, 另一个导弹制导回路, 在这两个回路中都有 $a_0 = b_0 = 1$ 。因为噪声带宽远远大于系统带宽, 所以将积分上限取到 $\omega = \infty$ 。

表 1.6-1 等效噪声带宽

系统阶数	I 的 值
一阶	$\frac{\pi}{2a_1}$
二阶	$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\frac{b_1^2}{a_2} + 1}{a_1}$
三阶	$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\frac{b_2^2 a_1}{a_3} + b_1^2 - 2b_2 + a_2}{a_2 a_1 - a_3}$
四阶	$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{b_3^2 \left(\frac{a_1 a_2}{a_3 a_4} - \frac{1}{a_4} \right) + (b_3^2 - 2b_1 b_3) \frac{a_1}{a_3} + b_1^2 - 2b_2 + a_2 - \frac{a_1 a_4}{a_3}}{a_1 a_2 - \frac{a_1^2 a_4}{a_3} - a_3}$

计算一个简单的放大系数为 1 的二阶系统的等效噪声带宽是有益的, 其中 $a_1 = 2\mu/\omega_n$ 。因此等效噪声带宽是:

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\omega_n}{2\mu} = \frac{\pi}{4} \cdot \frac{\omega_n}{\mu}$$

如果 $\mu = 1$, 它即为 $\pi\omega_n/4$ 。现在, 一个临界阻尼的二阶系统有两个等根, 它等效于两个时间常数为 $T = \frac{1}{\omega_n}$ 的一阶系统的串联。因此这“两”个滤波器的等效噪声带宽等于单独一个滤波器的一半。现在考虑正向支路增益增加到四倍的同样系统, 无阻尼的自然频率 ω_n 现在加了一倍, 阻尼系数减小了一半, 等效噪声带宽增加到四倍。很清楚, 一个系统的等效噪声带宽与信号带宽是完全不同的, 信号带宽是由频

率为零时的输出幅值衰减到 $\frac{1}{\sqrt{2}}$ 倍处的频率决定的, 它对应于电信工程所用的“半功率带宽”。表 1.6-2 说明了这点。

表 1.6-2 I 型二阶系统的带宽

阻 尼 系 数	1	$1/\sqrt{2}$	0.5	0.25	0.1
信号带宽 ω_n	0.64	1	1.27	1.48	1.51
等效噪声带宽 ω_n	0.785	1.11	1.57	3.14	1.85

然而, 我们现在考虑的主闭环系统是 II 型系统, 其近似传递函数为:

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{b_1 s + 1}{a_2 s^2 + a_1 s + 1}$$

其中 $b_1 = a_1$ 。这个系统表示最简单的目标跟踪器, 其速度回

路的滞后已被忽略。因此 $b_1 = a_1 = 2\mu_0/\omega_{n0} = T_1$ (参看方程 1.4-1), $a_2 = \frac{1}{\omega_{n0}^2} = \frac{T_1}{k_1 k_2 k_3}$ 且 $\mu_0 = \sqrt{k_1 k_2 k_3}/2$ 。从表 1.6-1 可知等效噪声带宽可简化为:

$$\frac{\pi}{2} \omega_{n0} \left(2\mu_0 + \frac{1}{2\mu_0} \right)$$

如果把它对 μ_0 求导数, 并使其等于零, 可以求得当 $\mu_0 = 0.5$ 时有最小值! 这个最小噪声带宽是 $\pi\omega_{n0}$, 正好等于具有相同阻尼比的 I 型二阶系统的两倍。这是因为, 补偿元件是传递函数为 $1 + \frac{1}{T_1 s}$ 的比例加积分元件, 因此, 它等效于增益为 $\frac{1}{T_1}$ 的纯积分元件同比例加微分元件相串联, 这一点我们在前面已经说明过了。过度的误差微分的前馈会使带宽增加, 而输出量微分作为反馈, 一般会使带宽减小, 表 1.6-3 表示了 I 型伺服系统在不同阻尼系数情况下的带宽。

表 1.6-3 I 型二阶系统的带宽

阻 尼 系 数	1	$1/\sqrt{2}$	0.5	0.25	0.1
$\frac{\text{信号带宽}}{\omega_n}$	2.48	2.05	1.81	1.61	1.57
$\frac{\text{等效噪声带宽}}{\omega_n}$	3.92	3.34	3.14	3.92	8.17

表 1.6-2 和表 1.6-3 都表明在等效噪声带宽上, 不良的稳定裕度会引起灾难性的后果; 很清楚要求噪声带宽应尽可能小。

现在考虑一个更实际的跟踪装置模型, 如图 1.4-2 所示。其中机电惯性用时间常数 T_1 来等效表示。如果 $T_2/T_1 = x$, 我

们注意到，对稳定系统， $\alpha < 1$ ，用表 1.6-1 决定等效噪声带宽，我们发现它应该是：

$$\frac{\pi}{2} \omega_{n0} \frac{2\mu_0 + \frac{1}{2\mu_0}}{1 - \alpha}$$

其中 ω_{n0} 和 μ_0 决定着没有速度回路的外回路时间常数。这是一个意外的结果。人们完全清楚，系统中的附加惯性将会减小稳定裕度，也可能想到在保持 ω_{n0} 为常数时用增加 T_i 值的方法来恢复相位裕度，稳定裕度用增加 T_i （由此 μ_0 的值也被增加）来增加。然而，等效噪声带宽也被增加了。因此，在 $\mu_0 = 0.5$ 以及在速度回路内惯性可忽略时，I 型伺服系统的等效噪声带宽有最小绝对值，其数值是 $\pi\omega_{n0}$ 。

最后，我们讨论如图 1.4-3 所示速度回路中两个有效惯性的影响，其传递函数是由方程 1.4-4 确定的。现在等效噪声带宽为：

$$\pi\omega_{n0} \frac{\left(\mu_0 - \frac{1}{4c\mu_i} + \frac{1}{4\mu_0}\right)}{1 - \frac{\mu_0}{\mu_i c} - \frac{\mu_i}{c\mu_0}}$$

另外，如果 $c = \infty$ ，等效噪声带宽总是最小， μ_i 通常最好是选在 0.4 和 0.5 之间，如果选择 c 为 4 或更大些，那末对 μ_i 的变化是相当不灵敏的。如果 μ_0 约在 0.4 和 0.6 之间，不管 c 的实际值如何，都可得到最小噪声带宽。这些结果用图线表示在图 1.6-1 上。

现在让我们来确定伺服系统的主要设计参数。取 $\omega_{n0} = 10$ 能给出需要的跟踪精度，而且还有点余量。为了把等效噪声带宽减到最小，比如说，可使 $\mu_0 = \mu_i = 0.5$ 和 $c = 5$ 。在速度

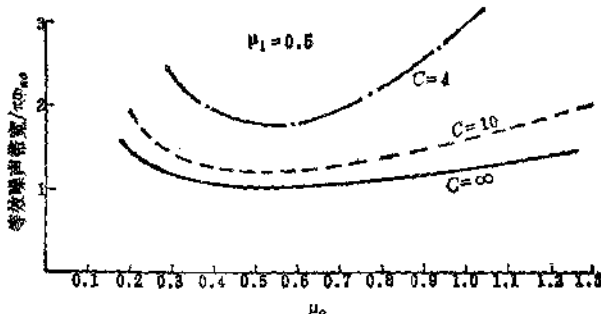


图1.6-1 一个Ⅱ型四阶系统的等效噪声带宽

回路中，加入任何一种补偿器，诸如滞后-超前和超前-滞后网络，可能得到一个快速反应的内回路，这种反应是越快越好。由此等效噪声带宽为：

$$\pi\omega_{n0} \frac{0.5 - 0.1 + 0.5}{1 - 0.2 - 0.2} = 47 \text{ 弧度/秒}$$

现在我们来考虑一种特定的天线和接收机的设计，并假定一个等效目标反射面积。热噪声的频谱密度(取自真实数据)由下式给出：

$$\phi_n = K_n^2 = 8.0 \times 10^{-16} R_t^4 / R_0^4 \quad \text{弧度}^2/\text{弧度/秒}$$

其中 R_0 是 1 公里的参考距离， R_t 是目标的实际距离 (公里)。

因此由于热噪声而引起天线颤动的均方值是：

$$\sigma_n^2 = 8.0 \times 10^{-16} \times 47 \times R_t^4 \quad \text{弧度}^2$$

均方根值 σ_n 是：

$$\sigma_n = 6.13 R_t^2 / 10^7 \quad \text{弧度}$$

其值为 0.01×10^{-2} 弧度 (当 $R_t = 4$ 公里时)

0.04×10^{-2} 弧度 (当 $R_t = 8$ 公里时)

0.16×10^{-2} 弧度 (当 $R_t = 16$ 公里时)

0.35×10^{-2} 弧度 (当 $R_t = 24$ 公里时)

0.63×10^{-3} 弧度 (当 $R_r = 32$ 公里时)

很明显, 在距离较大时, 由于伺服系统频带太宽, 不能满足 0.3×10^{-3} 弧度的精度要求; 但是在这样一些距离上, 伺服系统这样大的带宽是不需要的。因此, 改善系统性能的一种方法是在超过某一距离 (比如说 16 公里) 后开始减小回路的增益。为了保持外回路阻尼系数为常值, 由图 1.4-3 看出, K_2 和 T_1 的值必须一起改变。实际上, 这是容易实现的, 因为从接收机来的距离信息, 无疑是可以利用的。这不仅减小了外回路的带宽, 而且也增加了 c 值。这样, 还进一步减小了有效噪声带宽。表 1.6-4 表示了固定增益回路同可变增益回路估算的跟踪精度, 并把它们作了比较。由于视线角加速度与接收机中的热噪声之间不相关, 并且接收机的噪声输出具有正态分布, 我们有理由假设:

$$\sigma_t = \sqrt{\sigma_a^2 + \sigma_n^2}$$

式中 σ_t 是总的跟踪误差的均方根值, σ_n 是由于视线运动引起的跟踪误差。

表 1.6-4 跟踪误差 (毫·弧度)

距离 (公里)	固 定 增 益			可 变 增 益			
	σ_a	σ_n	σ_t	ω_{n0}	σ_a	σ_n	σ_t
4	0.225	0.01	0.225	10	0.225	0.01	0.225
8	0.056	0.04	0.069	10	0.056	0.04	0.069
16	0.014	0.16	0.16	5	0.056	0.09	0.11
24	0.006	0.35	0.35	2.5	0.10	0.14	0.17
32	0.003	0.63	0.63	1.4	0.175	0.19	0.26

§ 1.7 其它输入与干扰的影响

当使用雷达时,影响跟踪精度的一个重要因素是“闪烁”现象。众所周知,由于目标的运动,从目标不同部位返回的散射波将在接收机中引起不同的相位变化,于是目标(非理想球体)的视在雷达中心在飞行中发生移动。这类运动是由振动、目标机动、距离接近使目标形状发生变化、大气湍流(对飞机而言)和海浪(对舰船而言)等引起,有时,目标的这些角运动引起雷达所判断的真实面积中心在目标轮廓线之外很远,这种波动率既与目标的角速度成正比,也与微波的频率成正比。在照射攻击飞机时,闪烁主要是一种偏航现象,并且它的均方根值,常常约为翼展的五分之一。这就意味着,它的均方根值可能在2~4米的范围内。这些数字是很近似的,因为目标的形状不同以及不同目标反射面的光洁度不同,都能使总的闪烁值有相当大的变化(文献5)。对飞机目标的闪烁所作的时间记录,经过频率分析,常常能认为它的频谱近似于白噪声通过时间常数为 T_g 的一阶惯性环节得到的频谱,即

$$\phi_g(\omega) = \frac{K_g^2}{\omega^2 T_g^2 + 1} \text{ 米}^2/\text{弧度}/\text{秒} \quad (1.7-1)$$

如果令 L_g^2 为闪烁的均方值,那末,从表1.6-1可知, $L_g^2 = \pi K_g^2 / 2T_g$, T_g 的典型值在0.1~0.25秒之间,因此,若 T_g 和 L_g 的近似值已知,那末 K_g^2 就能计算出来。虽然现今在任何一个严格的目标模拟试验中,很少用这种方法来表示闪烁⁽⁶⁾,然而,作了这些假设以后,它对跟踪精度影响的初步估计是可以得到的。

无疑,闪烁是由目标产生的,频率很低的噪声源,而且

它的能量大部分在雷达伺服系统的通频带内。或许在距离较远时是例外，因为那时伺服系统带宽很低。对不同的伺服系统带宽，计算由于闪烁引起的天线运动的均方根值是有益的。为了简单起见，假定伺服系统近似为二阶系统，也就是说，它有一个响应很快的速度回路，这种情况如图 1.7-1 所示。

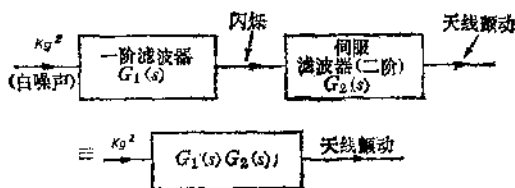


图1.7-1 以通过一阶滤波器的白噪声来表示的闪烁

$$G_1(s)G_2(s) = \frac{1}{1+T_g s} \cdot \frac{\frac{2\mu_0 s}{\omega_{n0}} + 1}{\frac{s^2}{\omega_{n0}^2} + \frac{2\mu_0 s}{\omega_{n0}} + 1}$$

如前所述，如果 $\mu_0 = 0.5$ ，并利用表 1.6-1，我们发现，等效噪声带宽是：

$$\frac{\pi}{2} \cdot \frac{b_1^2 + a_2}{a_2 a_1 - a_3} = \frac{\pi}{2T_g} \cdot \frac{2 + T_g \omega_{n0}}{T_g \omega_{n0} + 1 + \frac{1}{\omega_{n0} T_g}}$$

因此，由于闪烁引起输出的均方值或颤动为：

$$\begin{aligned} \sigma_g^2 &= K_g^2 \frac{\pi}{2T_g} \cdot \frac{2 + T_g \omega_{n0}}{T_g \omega_{n0} + 1 + \frac{1}{\omega_{n0} T_g}} \\ &= L_g^2 \cdot \frac{2 + T_g \omega_{n0}}{T_g \omega_{n0} + 1 + \frac{1}{\omega_{n0} T_g}} \quad (1.7-2) \end{aligned}$$

表 1.7-1 表示在各种标准化的伺服系统带宽下，天线颤动的

表1.7-1 由于闪烁引起的天线颤动

$\omega_{n0} T_g$	0.25	0.5	1	2	10	∞
σ_g/L_g	0.65	0.85	1.00	1.07	1.04	1

均方根值与闪烁的均方根值之比。这意味着,在一般情况下,由于闪烁引起的颤动均方根值,与闪烁本身的均方根值差不多,只有在伺服系统的无阻尼的自然频率低于闪烁频带宽度的一半时的情况除外。需要指出,颤动是用米、而不是用角度表示,这是因为闪烁实质上是以米为目标的一种视在运动,而雷达看它好像是作角运动,在目标处将引起跟踪波束以米为单位的运动。在4公里的距离上,仅仅由均方根值为2米的颤动,就将引起 0.5×10^{-3} 弧度的跟踪角误差,这就意味着,在较近的距离内不能满足技术要求。

然而,有一种有名的频率捷变技术。它可用在单脉冲雷达中,把闪烁的频谱在一较宽的频带内展宽(见文献〔6〕、〔7〕)。它对闪烁均方根值也会有影响,倾向于减小这个值而不是增加这个值。改变发射频率的作用是要改变目标散射波在天线处的相干干涉图,这是利用改变各散射体散射波之间的相位差来达到的。举例来说,若有效带宽能增加到8倍,而原来的时间常数为0.16秒,那末,视在闪烁带宽就扩展到50弧度/秒。这个能量大部分将被伺服系统滤掉。

而目标机动又怎样影响跟踪精度呢?设想一个目标突然做一个4g的逃避机动,如果目标飞行路线是在视线内,以致目标加速度开始时垂直于视线,这时对视线角加速度的影响最大。在4公里的距离上,由于该机动引起的视线角加速度是 $4 \times 9.81/4000$ 弧度/秒²,其近似值为 1×10^{-2} 弧度/秒²。由于这是一个直线飞行的目标,所以这仅是最大角加速度的40%。

对稳态精度的影响与机动平面有关，但是在任何情况下，在瞬变期间将有很大的误差。

比例加积分放大器中的漂移能严重影响精度。现今，直流放大器容易采用补偿措施，而且易于调整，因而它随温度变化而引起的漂移速度是很小的。为了达到更高精度，比例加积分可采用数字形式^[11]。在伺服系统中其它地方的稳态偏差和缓慢漂移对系统精度是没有什么影响的。我们已经提到过，从电动机通过齿轮到天线结构的弹性会构成动态滞后。其振荡型式一定是弱阻尼的，选用低弹性模量轻合金做大型支撑结构特别是这样。理想情况是，其最低频率至少应四倍于系统开环增益的截止频率，否则闭环稳定性将会受到影响。在高精度跟踪装置设计中，采用高转矩、低转速驱动电动机直接驱动或通过反间隙简单齿轮减速装置传动的趋势有所增加。消除齿轮间隙引起不稳定影响的另一个方法是采用两个相反的电动机^[10]。利用陷波滤波器能部分地抵消弱阻尼机械振动或结构弹性^[13]。陷波滤波器的零点要仔细配置，因为根轨迹的出发角易引起闭环极点进入右半平面^[14]。减小负载谐振影响的另一种方法是欣内尔斯(Shineers)提出来的^[16]。一种用于液压驱动的有用方法是利用压力反馈，本质上是加速度反馈，它有助于降低驱动中的一次谐振^[10]。因为这些稳定方法中没有一个是理想的，根据这种情况，除非可将驱动的一次谐振频率设计到一个适当高的频率。为了保证系统的稳定性，必须要减低开环增益，因此稳态精度将变坏。

更精确地观察由于负载转矩而引起天线的运动减小时高增益速度回路的动作是有好处的。研究图 1.7-2，用 L 表示作用在天线上的转矩干扰，若所有惯性和粘性摩擦集中在一起作为电动机等效惯性和摩擦，那末输出转速为（电动机转

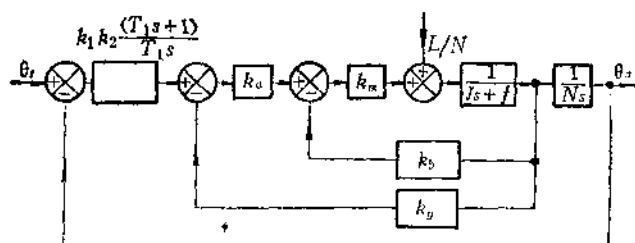


图1.7-2 有转矩干扰的跟踪装置伺服系统

k_a 是功率放大器增益(伏/伏)

k_m 是电动机停止时的转矩常数(牛顿·米/伏)

J 是系统归结到电动机的惯量

f 是粘性摩擦系数(牛顿·米/弧度/秒)

k_b 是电动机反电势常数(伏/弧度/秒)(如果用电枢控制的直流电动机)

k_g 是测速发电机常数(伏/弧度/秒)

N 是齿轮传动比

速)/ N 。

电动机上的负载扰动可用 $-\frac{L}{N}$ 表示。现在,速度回路可简化为稳态增益 k_s (弧度/秒/伏)和时间常数 T_s 的环节。因为有测速发电机反馈,所以 k_s 和 T_s 都被减小了。容易证明,如果增益减小到 $1/x$,则时间常数也将减小同样倍数。因此,图1.7-2可简化为图1.7-3。

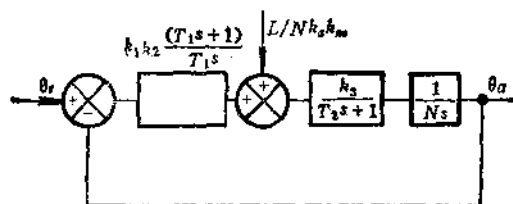


图1.7-3 图1.7-2的简化形式

从图 1.7-3 我们能写出 θ_a/L 的传递函数:

$$\frac{\theta_a}{L/Nk_a k_m} = \frac{1}{\frac{(T_2 s + 1)Ns}{k_3} + \frac{k_1 k_2 (T_1 s + 1)}{T_1 s}}$$

简化后可写为

$$\frac{\theta_a}{L} = \frac{T_1 s / N k_a k_m k_1 k_2}{\frac{T_2 T_1 N s^3}{k_1 k_2 k_3} + \frac{T_1 N s^2}{k_1 k_2 k_3} + T_1 s + 1} \quad (1.7-3)$$

从这个传递函数可得出四个重要结论:

(a) 由于反馈路径中有一个积分器,使常值“输入”得到零稳态输出(使 $s = j\omega$ 且令 $\omega \rightarrow 0$)。而且,若“输入”变化很慢,则积分器总是调整其输出,并力图使输出达到零。在高频端由于系统的自然滤波作用,输出也一定是零。

(b) 通过引入速度反馈,速度回路的增益 k_3 已被减小到原来的 $1/\alpha$, 为了使开环回路增益 $k_1 k_2 k_3 / T_1$ 恢复到它原来的设计值(这是由于要跟踪视线角加速度而要求的),增益 k_1 必须增加,要乘 α , 这对于给定的 L , 就使输出减小到原来的 $1/\alpha$ 。

(c) 现在考虑传递函数的分母。因 T_1 和乘积 $k_1 k_2$ 两者都是固定的, s^3 这一项对等效噪声带宽有什么影响呢? T_2 由于速度反馈而被减小了,这就意味着 s^3 的系数被减小了。时间常数值减小必然会改善系统的稳定性,因此一定会减小等效噪声带宽。查阅表 1.6-1 中的三阶系统表明,积分值的分母是 $a_3 a_1 - a_3$, 若 a_3 减小,则积分值也就减小了。

(d) 最后,我们一定要考虑成本。我们用反馈减小了装置增益 k_3 , 而为了补偿它而增加了控制器的增益 k_1 。这就必然意味着对功率放大器和电动机有较大的要求;这两个伺服

项目为了避免饱和,或许必须采用能提供较大功率的部件来代替。如果采用高增益和反馈能解决大部分问题而又不增加成本,则实际闭环系统可能很少会碰到问题。

使天线与风干扰转矩的作用隔离开来,在本质上是同样的问题。作用在大型天线上的风转矩已作了计算,并通过测量而作了估算⁽¹²⁾。尽管由于阵风而引起的这些转矩的交流分量取决于地理位置和暴露程度,但在很宽范围内,平均风速的转矩频谱已经找到,且具有下列形式:

$$\Phi_w(\omega) = \frac{cV^4}{(1+\omega^2T_1^2)(1+\omega^2T_2^2)} \text{ (牛顿}^2 \cdot \text{米}^2 \cdot \text{弧度}^{-1} \cdot \text{秒)}$$

其中 c 是由天线大小、形状和相对于风的方位而决定的常数; V 是平均风速; T_1 的平均值约为 8.5 秒; T_2 约为 0.5 秒。

因此阵风可看成是很低频的现象。如果给定风谱和伺服系统中从转矩到天线位置的传递函数,则由于风而引起天线扰动的均方值就可估算出来。

最后,在实际系统中,对伺服噪声总的影响究竟要求取什么样的指标呢?美国的一些直接驱动系统认为优于 1 弧秒的粗糙驱动就可以了。然而,应用齿轮传动的电动机以及用一个或几个已讲过的反馈方法构成的大多数现代化跟踪装置伺服系统,能保持伺服噪声的均方根值低于 0.1 毫弧度。

§ 1.8 自寻最佳伺服系统

我们并没有认为 § 1.6 中的可变增益系统是“最佳”伺服系统。例如人们可以说在最小距离时,应当增加增益来提高总精度。有人可能说这种伺服回路的结构不是“最好”的,可用一个滞后-超前校正装置来提高增益。还有人甚至设想用Ⅱ型伺服系统。但是有些意见远比上述这些更为主要。我们设

计时已考虑了可能出现的最坏的 θ 值,且在大多数拦截过程中不会遇到 θ 值为 45° 的情况。我们已假定给出了目标的等效反射面积,没有人为的干扰噪声,目标的已知速度。目标可能比假定的速度更慢或更快些。大气条件(例如下雨)以及目标较小或较大,都会引起实际存在的噪声电平大于或小于所假定的数值。所有这些论证都提示我们,为了真正做到自适应,我们应当做具有智能的调查,以便在拦截过程中,了解系统的工作情况。一个简单的方法是利用已有的信息,也就是跟踪误差信号。如果没有噪声存在,这个信号主要是“直流”信号,因为它随时间变化是很慢的,当然不会有高频分量存在。当接收机存在白噪声时,我们来研究“误差”信号的性质。如果将这个信号加到一个(比如说)通频带为 0.5 赫到 1 千赫的滤波器上,滤波后的输出实际上没有反映出真正的跟踪误差。一个大的输出量仅仅表示系统中存在大量的噪声。为了获得与视线加速引起的误差有关的更精确的信息,我们需要把这个误差信号通过一个通频带,比如说为 $0 \sim 1$ 弧度/秒的低通滤波器。如果白噪声带宽为 5 千赫左右,这个滤波器的输出实际上对系统中的噪声一点也没有反映。图 1.8-1 表示这些滤波器的输出都加以平方(使它们永为正值)并使各自的输出加到一个差动放大器。然后把这一差值送到一个滤波器(比如说一个积分器),这个滤波器的输出通常用来改变比例加积分器元件的增益和积分时间常数。如果低通滤波器的输出小于高通滤波器的输出,那么,安排成减小系统的增益,反之亦然。如果正确地选择这些滤波器的增益,则跟踪误差能减到最小⁽⁸⁾。因为由角加速度引起的跟踪误差与带宽的平方成反比,而颤动与带宽的平方根成正比。容易证明,当由白噪声引起的颤动均方值为真实跟踪误差均方值

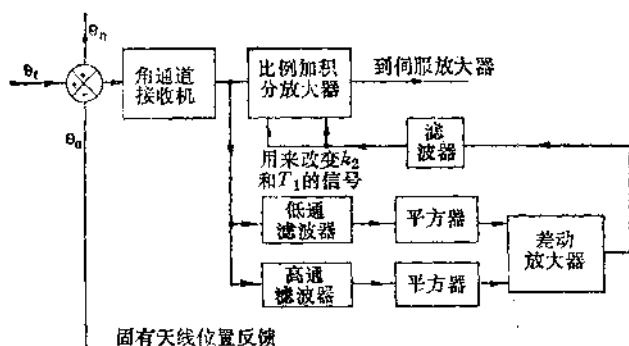


图1.8-1 在自寻最佳伺服系统中滤波器的应用

的四倍时，系统为最佳。适合于在更宽范围内改变信噪比的另一种方法是由阿塞曼和欣内尔斯给出的^{〔6〕}。这种方法目的是使跟踪误差低于事先给定的值。它不寻找最佳带宽。

参 考 文 献

- 〔1〕 MCCLURE C. L. Theory of inertial guidance. Prentice Hall International Inc 1960.
- 〔2〕 SAVANT et al. Principles of inertial navigation. McGraw Hill Book Coy Inc 1961.
- 〔3〕 PITMAN G. R. Inertial guidance. John Wiley and Sons 1962.
- 〔4〕 SKOLNIK M. J. Introduction to radar systems. McGraw Hill Book Coy Inc 1962.
- 〔5〕 DELANO R. A theory of target glint or angular scintillation in radar tracking. Proc IRE, pp 1778-1784, December 1953.
- 〔6〕 LIND Göran. Reduction of radar tracking errors with frequency agility. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems Vol AES-4 № 3 May 1968.
- 〔7〕 BIRKEMEIER W. P. and WALLACE N. D. Radar tracking accuracy improvement by means of pulse-to-pulse frequency modulation. IEEE Trans Communications and Electronics January 1963.

- [8] FISHER M. H. Adaptive control of radar tracker servos. M. Sc. thesis, Guided Weapon Systems Course, Royal Military College of Science, 1976.
- [9] WARNE R. L. An appraisal of the glint problem to radar tracking. M. Sc. thesis, Guided Weapon Systems Course, Royal Military College of Science, 1978.
- [10] LOZIER J. C., NORTON J. A., and IWAMA M. The servo system for Telstar antenna positioning. *Automatica* Vol 2 pp 129-149.
- [11] WINSTON G. C. Design of a precise servo control system. *Control Engineering* March 1970 pp 84-89.
- [12] TIFUS J. W. Wind torques induced on a large antenna. US Naval Research Laboratory Report No S549.
- [13] WILSON D. R. Modern practice in servo design. Pergamon Press 1970.
- [14] WILLIAMSON S. E. The root locus method. IERE Vacation School March 1977 at the University of Reading.
- [15] SHINNERS S. M. Minimising Servo Load Resonance Error. *Control Engineering* January 1962.
- [16] ADELMAN S. and SHINNERS S. M. Automatic tracking considerations for ballistic targets. Proceedings of the Fifth National Convention on Military Electronics 1961.

第二章 导弹的伺服机构

§ 2.1 对伺服机构的要求

导弹除了战斗部和引信之外，其它都属于空载重量。对任何一种导弹的伺服系统来说，使它的重量为最轻和体积为最小，几乎是最主要的要求了。很明显，也要求它贮存寿命长，成本低和可靠性高，虽然可以证明可靠性特别高就可以完全免于测试（这样可节约测试时间、人员培训、测试设备），但便于测试仍不失为是一个优点。用于大型雷达和发射装置的伺服系统，不是电动-液压式的，就是全电动式的。新型电动设备，倾向于采用有恒定激磁和固体组件控制电枢的直流电动机。目前，战术导弹的飞行时间，约为5~100秒，或更长一些，而重量约为10~1000公斤。有一些系统，常常在制导信号有很强干扰的情况下工作，而另一些系统的制导信号可能比较平稳。正是由于导弹的尺寸、续航时间和工作类型的不同，已经成功地设计了一系列用来操纵控制面或推力矢量控制的伺服机构。十分清楚，伺服机构的性能指标将要求动态性能为最佳值，它可以方便地表示为：“在频率 $a \sim b$ 弧度/秒范围内的相位滞后，不劣于无阻尼自然频率为 c 弧度/秒、阻尼系数为 d 的二阶系统的相位滞后”。对闭环系统幅频特性的最大值（有时也称为谐振放大系数）提出要求，便可以得到控制系统的稳定性。现在所有的导弹伺服系统，都加上一个限制角行程到安全极限值的机械限位器，角行程的安全极限典型值是 $\pm 15^\circ \sim 25^\circ$ 。假定 $\hat{\theta}_0 = 0.3$ 弧度，而要

求性能不低于用 $\omega_n = 150$ 和 $\mu = 0.5$ 所规定的性能。因为最大的舵面角速度是 $\pm \omega_n \hat{\theta}_0 = 45$ 弧度/秒或约 450 转/分，所以不得不考虑对于高频是否也会出现比较大的幅值。在 § 6.16 中。将要讨论舵面角速度的饱和可能会引起严重后果，即使自动驾驶仪趋于不稳定。因为如果发生饱和现象，将主要是由于低频闪烁噪声和宽带白热噪声所造成的，所以在提出伺服机构的技术条件以前，希望能准确估计噪声电平。这样，舵面角速度的最大值也就被确定了。因此，除了由于控制面的压力中心总是和转轴不重合而出现的最大气动铰链力矩外，当然还要考虑负载的惯性。而在一些推力矢量控制法中，还要涉及到由于密封装置所引起的相当大的库仑摩擦。

§ 2.2 冷气伺服机构

和电动马达相比，使用流体来操纵马达的优点是，能利用高压气体或高压液体来产生高得多的压力。在储气系统里，典型的工作压力约为 5×10^6 牛顿/米² (10^6 牛顿/米² $\equiv 145$ 磅力/英寸²)，它比任何电动马达所能获得的有效压力要高得多，这样使得最后的控制元件或“执行机构”的尺寸能做得小一些。图 2.2-1 表示了气动舵伺服机构的主要特征。输入的指令电压和来自电位器的负反馈电压相加，得到误差信号。误差信号的补偿和放大，也是采用电的形式来实现的。这些都是般的方法，并可应用在这里介绍的所有伺服机构中。在发射前，由接通螺线管来操纵起动阀，便释放出所贮藏的气体，得到工作能源。用减压阀来将压力调节到一个较低的值，以便使伺服机构所用的压力大致保持一个常值，一直到气瓶的压力小于这个常值压力为止。图示系统表示气动伺服机构的最简形式。这个双向执行机构是“面-中位-面”(area-half-

area) 型, 并工作在开关状态。

如果将经补偿的误差信号转换成脉冲调宽信号, 该伺服机构工作起来, 好像是叠加有与调制频率相等的高频载波的线性系统。如果经补偿的误差信号, 比如只有当信号是正值的时候, 用来操纵螺线管; 而当信号是负的时候, 螺线管不工作, 则将得到一个极限环。在库仑摩擦较大的伺服机构中, 一个小的高频极限环并不是一件

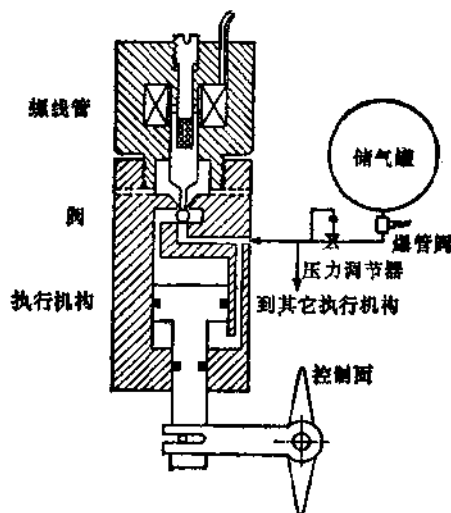


图2.2-1 冷气系统的机械和机-电组成部分

坏事, 因为它有助于改善系统的精度。美国的钱德勒·埃文斯有限公司已经制造出一系列性能良好的制导武器和航空用的气动飞行控制系统^[1]。氦气或氮气的贮藏压力是 $(50 \sim 55) \times 10^6 \text{ 牛/米}^2$, 并采用一种使密封膜片破裂的电爆破式切割器。应当对气体容器进行重量检验和质谱仪泄漏试验。这样的系统从长期贮存的观点来看是很有吸引力的, 因为气体是清洁的, 所以可靠性极好。电子设备和阀的设计是简单的, 且造价也较低廉。

但是如果负载惯性相当大, 那么采用气动伺服机构所得到的频带宽度是有限的, 因为由于气体的可压缩性, 从阀的

位移到负载速度间的动态特性是一个二阶滞后环节，而且它的自然频率随着负载惯性的增大而减小。提高气源压力或增大执行机构的直径，均能够提高系统的开环截止频率^[2]。在任何一个高质量的气动伺服机构中，一个重要的设计因素是特别设计一个放大器，以减小与螺线管电感线圈有关的电磁时间常数^[8]。气动伺服机构通常用于小型的、飞行时间很短的导弹上。因为如果总的能量要求很大，那么燃料加上瓶子的重量就会太重。

§ 2.3 燃气伺服机构

可燃烧柯达火药或另外一些像异丙基硝酸盐之类的单基燃料，以其所产生的燃气驱动执行机构。这种方法的优点是减小了燃料容器的尺寸和重量。柯达火药能在供气压力下燃烧，且不需要在，比如说，十倍的供气压力下贮存。但是，因为柯达火药在较高的压力下以较高的速度燃烧，所以必须使用一个溢流阀，以便当用气少时能让所产生的部分气体排到大气中去。图2.3-1表示使用等面积双向作用活塞的一种典型装置。对于燃气伺服机构，经常采用“面—中位—面”型的设计。在这种情况下每个执行机构只需要一个阀。然而由于所供给的气体容量较大，这种伺服机构必须做得大一些，这样就增加了可靠性，也降低了制造成本。虽然从主发动机引出燃气通过吸热器而直接放出气体的办法已经使用在一个飞行时间约为12秒的系统中，但燃烧单独装填的低温柯达火药仍旧是一种通用的方法。因为柯达火药燃烧时将产生很脏的气体，因而在飞行时间较长时会引起一些很困难的设计问题。至今大多数的燃气系统只限于使用在飞行时间短的导弹中。

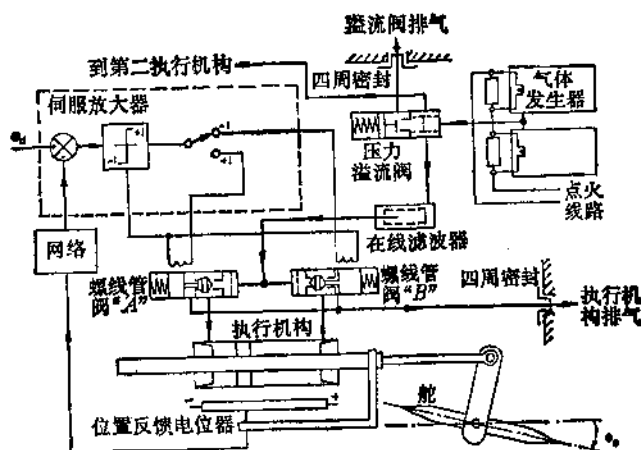


图2.3-1 燃气伺服系统

§ 2.4 冲压空气式伺服机构

直接从大气中获得导弹气源的想法对人们很有吸引力。虽然已经设计出了样机，并成功地在风洞中做了实验，但据作者所知，在现有所生产的导弹中还没有用这种系统的。图2.4-1所示系统是通过一些位于弹体周围而与公共的集合管相连的皮托管进气口来供给空气。正如和所有的气动系统一样，阀把所供应的气流从执行机构的一边切换到另一边，以此来减小误差。在这个系统中唯一的其它能源就是直流电源，因此可以说这个系统是非常简单的。但是表2.4-1说明，对典型的导弹速度，从皮托管可取的压力是很低的。

对于导弹速度大约低于 $M=1.5$ 的情况，使用冲压空气式伺服机构是不可想像的。这比较低的供气压力意味着，为了得到所要求的伺服机构的输出力矩，需要加大执行机构的尺寸。执行机构面积的增大，对提高气动伺服机构的自然频

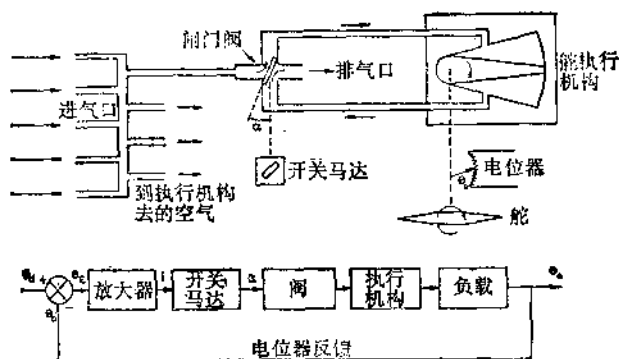


图2.4-1 冲压空气式伺服系统

表2.4-1 滞止压力(10^6 牛顿/米²)和M数、高度的关系

M数 高度 (公里)	0.8	0.9	1.0	1.5	2.0	3.0
0	0.053	0.070	0.091	0.243	0.472	1.12
10	0.018	0.024	0.0306 ^①	0.082	0.159	0.376

① 原文误为0.306——译者。

率方面却带来了有利的影响。

像导弹空气动力特性一样，冲压空气式系统的动态特性随M数和高度的变化而变化。在自动驾驶仪设计中，这方面不会带来任何新的困难。这是因为整个伺服机构的尺寸不会随着飞行时间的增长而增大（直流电源除外），不像通常的燃气或冷气系统那样，随着飞行时间的增长而需要增大燃气发生器或气瓶。可见冲压空气式系统用于长时间飞行时，有重量轻、尺寸小的优点。然而，在助推阶段中，为了进行控制，需要准备一个替换的能源（例如用一个小的冷气瓶）。

§ 2.5 液压伺服机构

普通的阀控制的液压执行机构,已经在很多系统中使用。如果能源压力是 15×10^6 牛顿/米²或更高一些,这时执行机构的尺寸很小,并且力矩和惯性之比非常高。因为与压力为 5×10^6 牛顿/米²的氮气比起来,液体的容积弹性模数要大得多,所以液压伺服机构的自然频率比较高。使用液压能源能够设计出性能非常好的伺服系统,这时能得到50赫兹或更宽一些的频带宽度。当负载惯性很大时,例如旋转弹翼,显然应选择这种形式的伺服系统。而且,如果使用文献〔4〕中所描述的循环系统,对于飞行时间长的系统来说,液压系统的重量是最轻的。在非循环系统中,药柱燃烧时所产生的高压气体把油从容器中排出来,这种系统已经用在“海猫”导弹上,此弹飞行时间短,采用旋转弹翼。用过的废油被排入大气。

在一个循环系统中,可用低温的柯达火药气体发生器驱动一个与齿轮系相连的涡轮,以获得高压油(例如“雷鸟”导弹)。也可通过燃烧像硝酸异丙基一类的单基燃料提供气体来操纵一个双缸活塞式油泵(例如“海参”和“海标枪”导弹)。在上述各项当中,当加上过滤器,执行机构、减压阀和控制阀(最贵的一项)的成本(其中哪一项都不便宜)时便发现,对战术导弹来说,普通的小型液压伺服系统实在是非常昂贵的。所以一般不大量生产小于8千瓦的液压伺服机构,而战术导弹的伺服机构,又很少需要这样大的功率。然而英国斯佩雷陀螺仪公司(Sperry Gyroscope)最近已经研制出一些相当便宜的液压伺服机构。昂贵的比例阀门已由简单的开关阀门所代替。用于驱动的电子设备对于直流输入产生一个脉宽调制的输出,因而伺服机构仍保留比例特性,

而且由于载频高, 极限环可忽略不计。如果伺服机构仅用在助推期间, 则可作进一步的简化(关于这点, 见下章推力矢量控制的讨论)。液压油简单地由高压推进的气体增压, 且油是不再循环的。如果在续航阶段或惯性滑行阶段需要伺服机构, 则可用装有氦或氮的高压瓶来增压。如果所估计的噪声电平不很高, 且运行时间不超过1分钟左右, 那么用高压瓶增压的非循环系统比昂贵的循环系统更合适一些。

§ 2.2 用直流电机的电动伺服机构

与气动或液压马达比较, 普通的永磁式直流伺服电动机的功率/重量比值显然是很差的。但是电机制造者所引用的输出功率是指额定功率, 也就是基于假定在给定温升下连续工作的功率。对飞行时间是一分钟或小于一分钟的情况, 电动机能大大地超过额定功率的情况下工作。大多数普通的永磁式电动机能承受3~4倍额定值的电枢电流, 但电流再大就会引起局部退磁。某些采用直流电机的导弹使用线绕磁场电动机, 而控制信号施加在电枢上(例如, “飞鱼”导弹)。这样虽然使得电动机的重量稍有加大, 其效率有些损失, 但在短时期内能承受非常大的电流, 而且不存在使磁场减弱的问题。另一种电动机采用钕钴永久磁铁, 见参考文献〔7〕, 它在短时间内能产生接近0.4千瓦/公斤的输出, 在速度为零时, 最大的加速度接近于 1.5×10^5 弧度/秒²。这些数据, 比从鼠笼绕组或印刷电路低惯性电枢电动机所能得到的要大的多。由于永久磁铁的价格较高, 因而这些电机是比较昂贵的。然而, 低惯性的无铁转子电动机只有非常弱的过载能力, 因为在无铁的情况下, 过载时会导致绕组温度急剧上升。对于飞行时间大约小于20秒的导弹来说, 这样的电动机可能是可

取的。当电动机的力矩已给定时，如设 G 是传动比，那么在 $G = \sqrt{J_l/J_m}$ 时，可以获得最大的负载加速度。那时在电动机轴上的等效转动惯量是 $J_m + J_l/G^2$ ，而且电动机电力矩为 T_m 的电动机的加速度是 $T_m/(J_m + J_l/G^2) = T_m/2J_m$ 。此时负载角加速度 $\ddot{\theta}_l$ 为：

$$\ddot{\theta}_l = T_m/2J_m G = T_m/2\sqrt{J_m J_l}$$

因为 J_l 是一个固定的值，由此得出

$$\ddot{\theta}_l \propto T_m/\sqrt{J_m}$$

可见只要电动机具有最佳的（力矩²/惯量）比值，它就可能具有最大的负载角加速度。

§ 2.7 其它的电动伺服机构

在控制导弹的控制面时，由伺服电动机所产生的功率，主要消耗于为电机和负载合在一起的惯性的加速和减速，由电源提供制动负载所需的功率，然后变成热而消散在电机中。对于这样一个一次使用的简单装置来说，采用再生驱动装置是太不合算了。减少对功率的需要和消除电动机惯性影响的方法之一，是把电动机转起来（惯性大一些更好！），并使用离合器或离合器/铰盘驱动装置去控制负载。当负载加速时，从电机吸收功率；当负载减速时，功率向相反方向转换，但力矩反向后，电动机仍在原来的方向上继续转动。在整个工作时间内，电动机需要弥补摩擦损失和在离合器滑动时所造成的损失。图2.7-1扼要地表示一个非常紧凑的伺服机构（参看参考文献〔5〕）。电动机直接驱动两个反向转动的滚筒作恒速转动。弹簧缠绕在每个滚筒外面，其一端与螺母连接，另一端与离合器构件相连。一个离合器的作用是给最后一级传动机构，即作为主功率放大器的绞盘，提供正向力矩；另

一个离合器的作用是提供反方向力矩。采用机械上的联锁，以防止两个离合器同时动作。每一个离合弹簧的输出端与螺旋千斤顶的旋转螺母相连接。作直线运动的螺旋千斤顶通过齿条和扇形齿轮驱动导弹的舵面轴。当误差为零时，弹簧的作用像刹车一样，刹住输出轴。在此结构中，电机的最大输出功率已减小到最大要求功率的60%以下。另外，为了有效利用伺服元件的空间，可以建议取消绞盘，而主功率放大仅由磁粉离合器提供，此时离合器中的热损耗或许是一个限制因素。然而实际上在两个或四个伺服机构中，可以共用一个廉价的电动机，这是一个很大的优点。与其它电操纵的形式相比较，螺线管直接操纵控制面有什么优点呢？由于它特别简单、价廉和可靠，可以说，在机-电能量转换方面，确实是无可比拟的。但是按照功率/重量比的观点，与直流电机相比，它们就不太有利了。虽然这两种装置都利用由于电流和电磁场在两个接触面之间产生的力。在直流电机中，要反复不断地使用这些力才能实现大的能量转换；而在螺线管装置中，这个力是一个大的吸力，它在一个工作行程中只使用一次，而且这个力随着气隙的变化而有相当大的变化。然而，对于小型的和飞行时间很短的导弹来说，直接采用螺线管操纵，既简单又紧凑，其优点仍然是很吸引人的。螺线管在自动导引头作动中的使用，将在第八章中讨论。最后我们注意到所有的导弹都需要有某种形式的电源，对那些使用电操纵的导弹来说，就更是如此了。对最长飞行时间为20秒，甚至是10秒的导弹来说，提供一个理想的能源是困难的。所谓理想情况，意思是指希望采用一个简单而便宜的电池。它能提供一个近似恒定的电压，并且能在很短的时间内，放出它所储备的全部能量。热蓄电池的电介质在常温下是惰性固体。当需

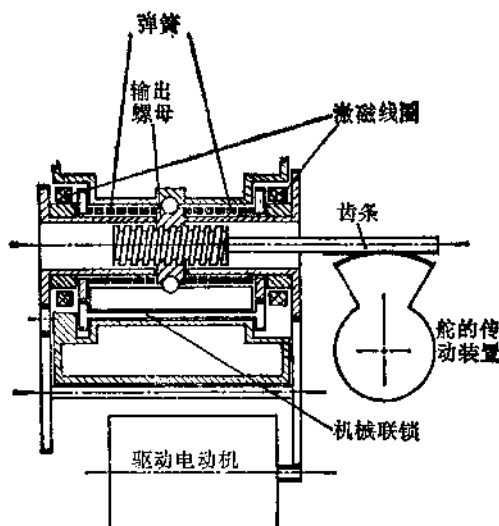


图2.7-1 离合器/绞盘式舵面执行机构

要能量时，蓄电池里的化学热源被点燃，并把电介质熔化。激发时间通常小于1秒。它们具有很长的贮存寿命和很高的可靠性，但在连续放电时，电压下降相当大。如果飞行时间小于40秒左右，则蓄电池的一些容量就只好浪费掉了。虽然它们已广泛地使用在最长飞行时间为12秒的系统里，但目前要提供在极短的放电时间里效率高的热蓄电池，似乎不大有希望。这样一种系统通常不使用电操纵。可用银锌蓄电池代替热蓄电池。在开始使用前把氢氧化钾电介质压入蓄电池。当放电时间是几分钟时，最好使用这种蓄电池。

§ 2.8 一些初步的结论

导弹的伺服机构很少是便宜的。尤其是对于高质量的面对空和空对空导弹。它们需要很宽的频带和很高的最大舵面

角速度。作者认为,在这类伺服机构中,用任何电动机构都不可能满足所提出的技术要求。使用燃气或冷气,能设计出高质量的伺服机构,对较大型的中程导弹,液压伺服机构通常提供最轻和最紧凑的结果,但价格也最贵。为了命中固定的或缓慢运动的目标而设计的系统,相对而言需要频带较窄的自动驾驶仪,如果噪声电平不是预料的那么高,对于一个性能要求一般的伺服机构来说,可采用电动式伺服机构。为减少对伺服机构功率的需求,可采用极坐标法、鸭翼控制和把伺服机构装在头部的方法。这样在滚动时就可以消除弹体与控制面的耦合。副翼具有很小的控制惯性,升降舵只需要在一个方向上操纵。螺线管直接操纵的形式已用于这种系统中。

参 考 文 献

- [1] POOLE Harmon A. Jr A stored gas actuator unit for the TOW missile. Proceedings of fluid power systems and component conference. S. A. E. 1965.
- [2] BURROWS C. R. Fluid power servomechanisms. Van Nostrand Reinhold Coy 1972.
- [3] SHOESMITH T. Development of a high speed solenoid and drive amplifier. Royal Aircraft Establishment Technical Report No 69206.
- [4] WALTERS R. Hydraulic and electro-hydraulic servo systems, Liffé Books Ltd 1967.
- [5] HALL J. L. and SCHREIBER C. R. Flight control actuators for missile applications. American Society of Engineers (N. Y.) 1968 Conference in aviation and space-progress and prospects.
- [6] ABATE S. J. The future of electrical actuation of missile control surfaces. M. Sc. thesis, Guided Weapon Systems Course, Royal Military College of Science, Shrivenham. 1973.
- [7] ROSS J. N. Rare earth-cobalt magnets. Electrical Review Vol 198 № 20 21 May 1976.

第三章 导弹的控制方法

§ 3.1 引 言

在用数学方法详细描述导弹在制导指令作用下所产生的空间运动之前，需要作一些规定和讨论。例如，要让导弹自由地滚动呢，还是要控制它的滚动方位？操纵导弹采用转动控制面的方法呢，还是采用改变推力方向的办法？本章主要讨论有关这方面的一些途径和手段。

为了方便起见，先从规定导弹控制系统的任务开始。导弹制导系统的任务之一是测出导弹是否飞得太高或太低，太偏左或太偏右。在测出这些偏差或误差后，将信号送到控制系统中，通过控制系统的作用把这些误差减小到零。总之，控制系统的作用就是，在接受信号以后能迅速而有效地操纵导弹。假定制导设备“看见”导弹位于它自己的瞄准线外的 m 点，这就意味着导弹太偏右及太低。在直角坐标系统中，制导设备中的角误差探测器就产生两个信号，即一个左右信号和一个上下信号。这些信号通过导线或无线电指令传送到导弹上两个独立的伺服机构（比如说方向舵伺服机构和升降舵伺服机构）中。图3.1-1表明，同样的信息也可用极坐标，即用 R 和 ϕ 来表示。如果同样的信息用另一种方法来表示，那么控制系统就必须采用不同的机构来实现了。通常的方法是把 ϕ 信号作为滚动的指令，使导弹从垂直面算起滚动一个 ϕ 角，用导弹的升降舵操纵导弹向外机动。这种与极坐标指令一致的控制方法称为按极坐标法控制。最后，作为引言，也许我们

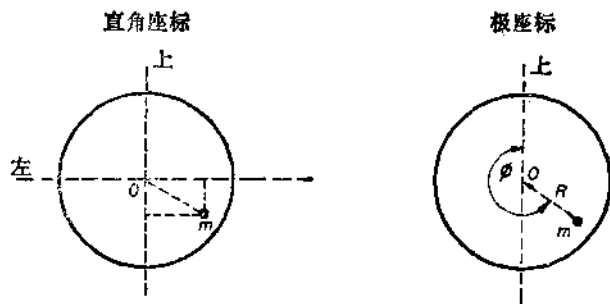
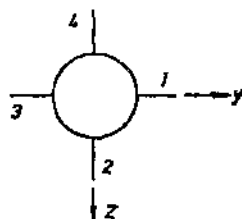


图 3.1-1

应该较多地专门谈谈“升降舵”和“方向舵”等词；另外“副翼”一词也应给以定义。导弹通常有一个或两个对称轴，这个理由将在第四章中讨论。如果导弹有如图3.1-2所示的四个控制面，那么即使导弹就要滚动，人们还可以把控制面1和3看作是升降舵，而把2和4看作是方向舵。如果1和3互相是机械连接的，那么舵机必定给这两个舵以同样的转动，因而这些面单纯是升降舵。对于方向舵也是这样的道理。当控制面1和3各自有它自己的舵机时，它们就能起到副翼的作用。假如朝 y 方向看去，一个控制面顺时针旋转了 ξ° ，而另一个控制面反时针旋转了 ξ° ，这就使导弹产生一个绕纵轴的纯力偶，这个力偶使导弹作横向滚动，而这样一种控制面就叫做副翼；若用同样的方法于控制面2和4，那么就能取得双倍的副翼能力。如果现在气动力特性是线性的，也即法向力与攻角成正比，那么就可以应用叠加原理。使升降舵，方向舵和副翼转动的指令可

图3.1-2 从导弹尾部
观看的控制面

以用电的方法叠加到相应的控制面上，产生不同的运动。采用这样的方式可控制滚动运动、上下（即俯仰）运动以及左右（即偏航）运动。另外一些可供选择的方法，表示在图3.1-3中。

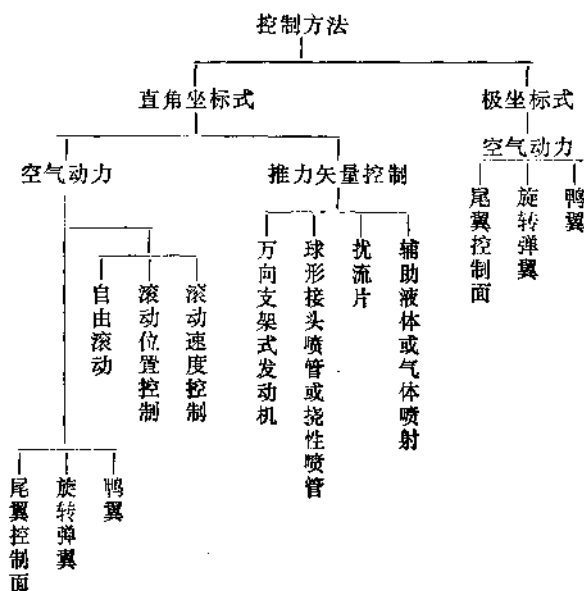


图3.1-3 导弹的控制方法

§ 3.2 为什么不用倾斜的方法进行机动

使滑翔机或飞机向左或向右改变航向的一般方法是使副翼偏转，也就是产生一个滚动角 ϕ ，见图3.2-1。如果借助于升降舵使升力稍微增大一些，使得升力的垂直分量等于重量，则升力的水平分量等于总升力乘以 $\sin \theta$ 。正是升力的这个水平分量引起飞行路线的改变。由于飞行器转弯速度，外翼上

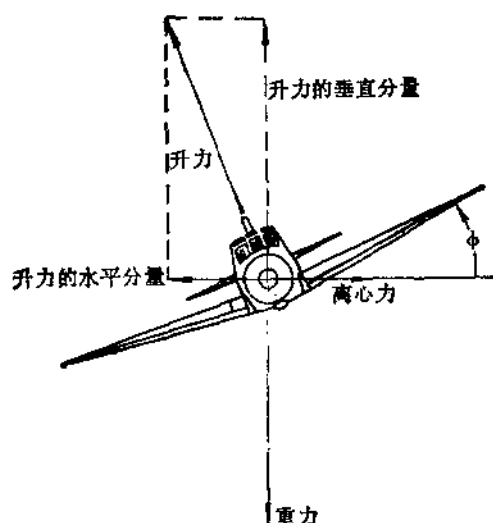


图3.2-1 作用在作倾斜运动的飞机上的力

的气流就比内翼上的气流流得快，因而，对机动飞行的精确分析就不那么简单了。实际上，方向舵的少量偏转就是力图使总的气流直接沿着飞机的纵轴在翼面上流动，在这种条件下，没有“侧滑”，因此也就没有纯侧力(nett sideforce)。这是一种较好的机动方法，因为升力与机翼垂直，此时的升阻比最大。此外，这种机动方法对于乘客的舒适感也是最好的，因为乘客所承受的合力总是对称地通过他的坐席。但即使如此，在机动时仍有附加的诱导阻力。用增大攻角的办法可以获得附加的机动力。这是因为攻角的增大使得法向力相对于速度向量向后倾斜。这样一来就有一个在数值上等于法向力乘以攻角余弦的有用分量，此外还有一个大小与攻角的正弦成正比而方向与速度向量相反的分量。当升力产生时，“诱导阻力”总会出现，而与机动方法无关。尽管如此，大多数导

弹仍然具有对称的“十”字形配置,也就是说,具有两组弹翼和两组控制面。这是因为用副翼和升降舵来进行机动有两个主要缺点。首先,由于在要求的倾斜角没有达到以前不可能实现完全的机动,因此,过程是很缓慢的。对于攻击快速运动目标的某些系统来说,这可能是不允许的。此外,这也不是一个很精确的机动方法,如果升降舵也像副翼一样同时偏转,那末在与要求的转弯平面垂直的平面内,导弹就会运动。如果我们一直等到倾斜完成,然后开始转弯,就会出现附加的延迟。

§ 3.3 滚动控制

采用直角坐标式控制时,人们希望导弹在整个飞行过程中都保持在发射时的滚动位置上。如果将上下方面的制导信号加到升降舵的伺服机构,则导致导弹在垂直方向的机动;如果将左右信号加到方向舵的伺服机构,则导致导弹在水平方向的机动。但是导弹不是设计成像飞机那样,它没有保持同一的滚动位置的倾向。事实上,由于下述任何一个原因,它都能引起滚动:

(a) 偶然的安装误差,它是不能完全被消除的。

(b) 在超音速飞行中,由于俯仰平面和偏航平面上的攻角同时出现而又不相等时,在升力面和控制面上出现不对称载荷。这种效应可能是相当大的,但是通过很好的设计是可以把它减到最小值的。这种效应对细长形导弹是比较小的。如果把尾部安定面装在一个可绕导弹纵轴自由旋转的轴环上,那末可消除一部分在尾部安定面上由于不对称的激波冲击而引起的滚动力矩。但是在实际上,轴承上可能支承很大的升力,因而完全的转动自由是不可能存在的。

(c) 大气的扰动,尤其是当导弹贴近地面飞行时这种扰动尤为严重。

若制导误差探测器是在地面上,如果导弹装有滚动陀螺仪和分解器来保证指令按正确的比例混合后送到升降舵和方向舵那里,那么上下和左右的信号是能够被正确执行的。但是在后面一章将要证明,高速滚动会产生两个通道的耦合,并且容易使系统趋于不稳定。相反,如果制导误差探测器是在导弹上(例如所有的自动导引系统),则制导系统和控制系统共用同一的参考轴;制导误差探测器旋转时控制系统也旋转,那么在导弹旋转时,就不需要再分解制导信号。但是,还有很多理由使系统的设计者总是希望对导弹的滚动位置进行控制(也就是稳定),比如:

(a) 如果导弹可能由地面上或海上的低角度雷达制导,则在导弹中一起使用垂直极化制导指令和垂直极化天线,将有利于导弹接收机鉴别以地面或海面为背景的反射波;“多径”效应在海上比在陆地上要明显得多。

(b) 对于用无线电高度表来控制高度而贴近海面飞行的导弹,高度表必须向下指向 $\pm 15^\circ$ 左右,如果有足够的窗口可用,就可以安装一个圆周扫描式天线系统。尽管如此,导弹向所有方向辐射能量,不仅浪费功率,而且容易暴露自己——这不是一个很通用的方法;此外,圆周扫描式天线系统,可能会削弱导弹的结构。

(c) 对于自动导引的导弹,而且导弹到导引头之间采用机械传动,那么当导弹高速滚动且导引头指向侧方时,就可能丢失目标;驱动马达的惯性和传动中的摩擦往往会使得导引头跟随导弹运动。这可以选择高性能的导引头伺服机构来克服。而滚动位置控制则容许采用性能较低的伺服机构。

(d) 如果导弹是在目标上空飞行, 那么, 似乎宜采用级化的战斗部, 即效果是单方向的战斗部。滚动位置控制保证战斗部总是指向下方。

(e) 已经说过, 考虑到导弹的气动外形和对系统精度的影响, 可以认为使导弹高速滚动是不合适的。一般可以用滚动速度稳定来代替滚动位置稳定。

应当注意, 按极坐标法控制的形式包含了滚动位置稳定, 更确切地说, 它包含了滚动位置的指令。具体怎样来实现滚动控制, 将在自动驾驶仪设计中进行讨论。

§ 3.4 气动力侧向控制

在采用直角坐标式控制系统时, 它的俯仰控制系统和偏航控制系统是完全相同的, 所以只要讨论一个通道就行了。在这方面的术语与飞机上所用的不同。在导弹中, 侧向运动通常意味着上一下或左一右的运动。在采用极坐标式控制时, 导弹作滚动和升降运动。下面的叙述也适合于按极坐标式控制时导弹的升降通道。

尾控制面

大多数的战术导弹都安装了压力中心接近导弹重心的主升力面 (通常叫弹翼), 和尾部控制面。对于亚音速导弹, 采用直接装在弹翼后面的襟翼 (flap) 控制更为有效。因为它控制整个翼面上的环流。对于超音速气流, 控制面不能影响它前面的气流, 所以为了使导弹具有最大力矩, 它装得尽可能靠后。尾部控制面对其它部件的安排往往带来了方便。通常希望将推进系统放在导弹的中心, 这样可以由于推进剂的消耗所引起的重心移动减到最小。有时必须把战斗部、引信与包括制导接收机在内的所有电子设备一起放在弹的前

面，而将控制系统放在尾部，让发动机的喷管穿过它的中心，这样安排也是很方便的。如果有四个伺服机构，那么可围绕着喷管设计一个精巧的伺服机构组件。

在研究作用在导弹上的侧向力和力矩时，首先认为由于攻角而在弹体、弹翼和控制面上所产生的合成法向力是通过弹体上压力中心（简称压心）这一点的，并且把控制面看作永远是锁定在中心位置。压心在重心前面的导弹称为静不稳定的导弹；压心和重心重合的导弹称为临界稳定的导弹；而压心在重心之后的导弹则称为静稳定的导弹。在古代箭的尾部装有羽毛，就是为了使得其压心往后移。这三种可能的情况表示在图3.4-1到3.4-3中。图中导弹有一个小的攻角，表



图3.4-1 不稳定 图3.4-2 临界稳定 图3.4-3 稳定

明导弹的弹轴与速度矢量 U_m 不是指向同一方向。在不稳定的情况下，任何使弹体离开速度矢量方向的扰动，都会引起绕重心的力矩，而这力矩将使扰动的影响增大。相反，在稳定的情况下，任何弹体方向的扰动所引起的力矩都是趋向于阻止或减小这个扰动。压心与重心之间的距离称为静稳定度。因为侧向力和用气动力方法形成的侧向机动，是靠作用于弹体上的一个力矩使得导弹产生某个攻角而获得的。如果静稳定度过大，导弹过分稳定，则控制力矩产生相应机动的能力就比较弱。为了兼顾导弹的稳定性和机动性，只得采取折衷的办法。现在考虑一个导弹，它的前向速度是常数，弹体和弹翼有一个不变的攻角 β ，控制面从中心位置

转动了 ξ 角。我们仅考虑导弹在水平面上的运动，并假设导弹不滚动；在这个平面上重力效应为零。图3.4-4表示在弹体、弹翼以及尾部控制面假设处于中心位置时所产生的法向力 N ，这个力 N 作用在压心上。由于控制面偏转了角度 ξ ，因而有一个附加力 N_c 。令该力与重心的距离为 l_c 。由于导弹是进行平稳的转动，这时阻尼力矩很小，所以可将它忽略，如果舵的力矩 $N_c l_c$ 在数值上等于 $N x^*$ ，这里 x^* 是静稳定度，那么这个图就表示了动态平衡的情况。如果说 $l_c/x^* = 10$ ，则 $N = 10 N_c$ ，而总的侧向力等于 $9 N_c$ 。要注意到这个力是与 N_c 的方向相反的。在典型情况下， x^* 为弹体长度的5%或更

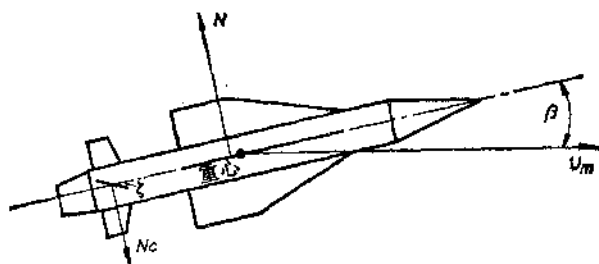


图3.4-4 超音速的尾部控制面

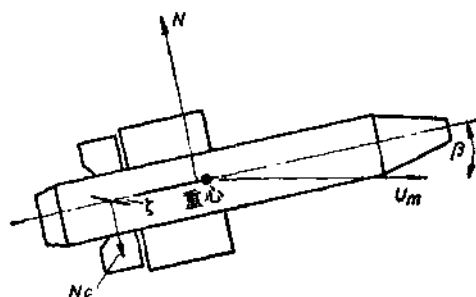


图3.4-5 亚音速的尾部控制面

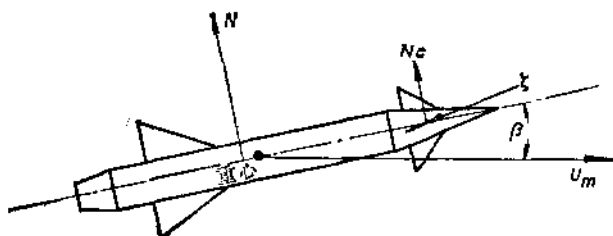


图3.4-6 鸭式控制

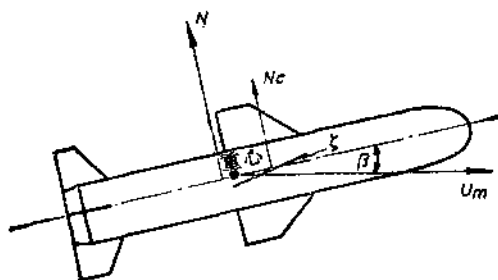


图3.4-7 旋转弹翼

小一些，因此不难看出，在静稳定度上作一小的变化就能有效地影响导弹的机动性。所以为使导弹得到较大的侧向力，一般是把控制面放在尽可能远离重心的地方，这样可以得到一个较大的力臂；再就是把导弹设计成具有较小的静稳定度。读者可以证明，当弹翼和弹身的压心在重心上时，那么控制面偏转 δ° ，将使导弹产生同样大小的攻角。如果压心在重心的前面，那么舵转角 δ° 将使弹体攻角大于 δ° ；如果压心在重心后面，则弹体攻角小于 δ° 。如果导弹没有自动驾驶仪（即没有仪表反馈），那么为保证在飞行时的稳定性，需要相当大的静稳定度，比如说为全长的5%或更大一些。如果有

仪表反馈, 则静稳定度可以是零甚至是负值, 因为这样有利于操纵性。在结束尾部控制讨论之前, 必须指出, 决不能认为压心在全部飞行过程中都是处在固定的位置上, 实际上弹体压心的位置是随着攻角和马赫数的变化而改变的。

前控制面

由于控制面配置的主要目的是把它放在离重心尽可能远的地方, 因此把它放在远离重心的前面, 也是实际中可能出现的一种合乎逻辑的选择。前控制面通常称为“鸭式”, 因为鸭子是通过转动头部来控制自己的。图3.4-6所表示的是另一种可能的动态平衡情况。在这种情况下, 导弹作为整体来看, 它所产生的侧向力与控制面偏转时所产生的力是相加的, 因此和前面一样, 如果 $l_c/x^* = 10$, 那么总的法向力现在是 $11N_0$, 而在用尾部控制面时为 $9N_0$ 。而且总法向力的最终方向与控制力的方向相同, 因此在使用侧向控制力时, 鸭式控制的效率略有提高。也许读者认为鸭式控制会使导弹变成不稳定, 但他应注意到鸭式控制的导弹已将主升力面更靠后移, 以使全弹的压心位于重心的后面。对于控制面处于中间位置的情况, 这个全弹压心相对于重心的位置正是衡量导弹稳定性的准则。既然鸭式控制比尾部控制好, 那么为什么如此多的导弹都还采用尾部控制呢? 首先我们将看到, 在系统里采用仪表反馈后, 在静稳定度可以为零甚至是负值的时候, 还能保持全弹的稳定性, 所以总法向力的差别通常是微不足道的; 其次是早已提到的包装方便的问题, 这点通常对尾部控制是有利的。最后, 这也许是主要原因, 在很多布局中, 由于鸭翼下洗对主升力面的影响, 使控制导弹滚动的办法失效。在这方面, 细长的弹体比短粗的弹体要好一些。解决这个问题有两种方法。如果导弹是按极坐标控制的, 它前面的一小段

可以用轴承装到弹体上, 这样便允许后部弹体自由旋转, 从而解除了头部与弹翼所引起的滚转力矩之间的交叉耦合。另一个方法是把弹翼装在轴环上, 像已提到过的那样, 这样做可使它们围绕弹体比较自由地旋转。

旋转弹翼

采用伺服机构去转动主升力面和小的固定的尾部安定面, 这样的布局是不常用的。有时要让伺服机构能放得靠近导弹的重心。例如, 如果一枚中程导弹具有两台单独的发动机: 一台助推发动机和一台续航发动机, 那么前者要占据导弹整个尾部, 而后者为了通过两个倾斜喷管向大气排气而可能要占据后半弹身的大部分。在这种情况下, 尾部就再也没有空间来安装伺服机构了。如果导弹带有自动导引头, 那么伺服机构也不能安装在前面。然而采用这种布局的主要原因是: 要在最小弹体攻角的情况下获得给定的侧向加速度。如果推进系统是冲压式发动机, 而弹体攻角很大 (例如 15° 或更大些), 那么进气口就好像阻塞一样。另一方面, 对于靠无线电高度表来进行高度控制而贴近海面飞行的导弹, 也必须规定最大弹体攻角。在图3.4-7中表示在给定攻角下弹翼上产生的法向力是弹翼、弹身和安定面联合产生的法向力的一半。这种情况, 在有相当大的固定的安定面的情况下是有可能的。如果弹翼的压心在重心的前面, 距离是静稳定度的两倍, 那么稳态的弹体攻角等于弹翼的偏转角, 而所给出的全弹总法向力将三倍于弹翼原来的法向力。换句话说, 10° 的弹翼偏转角产生 10° 的弹体攻角, 结果使得最终的弹翼攻角为 20° 。但是在用旋转弹翼时, 显然也要付出一些代价。随着负载惯性和气动力铰链力矩的增大, 伺服机构显然也要变大。旋转弹翼是一种低效率的方法, 因它是用小的力臂去产生一个大的

法向力。由于翼根的全部弯矩必须由轴来承受，所以在翼弦的中部附近要设计得很厚才行，这就不仅增加了结构重量，而且在超音速飞行时将会增大阻力，因为压差阻力是随相对厚度的平方而变化的。弹身中心部分的横截面最好做成方形，使得在弹翼偏转时能除去翼体之间所产生的大的缝隙，因为这条缝隙将显著减少所产生的法向力。最后，由于力臂很小，重心的位置是很关键的，重心位置的很小变化都会使控制力臂发生明显的变化。尽管如此，如果所需的最大 g 值很低，且飞行速度是亚音速的（如像反舰导弹那样），那么使用小的旋转弹翼所花的全部代价还是可以承受的。

§ 3.5 气动力极坐标控制与直角坐标控制的比较

对大多数的战术导弹，在垂直方向和水平方向上都需要有同样的机动性。这就是为什么通常采用“十”字形布局的原因。它具有两对相等的升力面和两对控制面。在不需要滚动控制时，可将对应的控制面互相连接在一起，这时仅需两个伺服机构就行了。在需要滚动控制时，至少需要三个伺服机构，实际上，通常用四个相同的伺服机构。如果仅仅用三个伺服机构，而且它们都是同样的大小，那么仅控制一个舵面的那两个伺服机构就会大得超过需要。采用极坐标法控制的优点是可以只使用一对升力面和一对控制面。这种布局，既减小了重量和阻力，而且对于在舰艇的甲板间水平储藏和在飞机的机翼下面发射的情况都是有利的。作为减小阻力的例子，一般的超音速导弹的总的阻力大约有一半来自四个弹翼和四个控制面。所以采用这种方法是有好处的。具体操纵导弹的方法是这样的：将 ϕ 指令变成一个正指令传到一个控制面和一个负指令传到另一个控制面，这时将引起导弹滚动，

而 R 指令传到两个控制面,且一直都是正指令。其目的是为了滚动响应快,从而指令可以同时加上,这样系统构成比较简单。尽管如此,操纵不可能像采用直角坐标控制那样有效和迅速。在某些情况下,还有这种可能,即按极坐标法控制的性能,显著地低于直角坐标控制的性能。假设在一个面对空的系统中,目标几乎迎面而来,导弹只要获得非常小的 g 即可,但如果系统里有很多噪声,那么在噪声的干扰下,目标好像时而出现在导弹的上方,时而又出现在下方,于是导弹就很容易在 180° 附近作正向或反向滚动。在这样一种情况下,对系统准确性的影响是很难预测的。“警犬”(Bloodhound)导弹是有名的极坐标控制的例子。在这种导弹中选择冲压式发动机作为推进发动机。如果在导弹的主体外面用两个冲压式喷气发动机,那么就只有安排一对翼的余地。此时由于有弹体的干扰,进气口仅在小的弹体攻角时才能正常工作,所以采用了旋转弹翼的形式^[1]。于是这两片翼同时用作副翼和升降舵,分别由伺服机构控制。有时称这种控制面为“升降副翼”。

在文献〔2〕中已经说明了在自动导引系统中采用极坐标控制后,在保证系统稳定和估价系统的性能上都有些困难。采用直角坐标控制,就有可能把目标和导弹的运动分解为两个平面里的运动,而认为俯仰和偏航通道是独立的两维问题。这种简化,在极坐标控制情况下是不可能的。的确,采用极坐标控制得出的运动方程一般是不易分析的,因而只得使用详细的三维仿真。应该记住,直角坐标控制对任何方向的侧向运动都是一个较快的运动方法,而且直角坐标系统的性能分析是比较简单的,这就不难理解为什么在大多数导弹系统中大都采用这种控制方式。一种较新的导弹“海标枪”,使用

了一台整体式头部进气的冲压式喷气发动机,采用这样的布局,由于没有来自导弹的主体的干扰,所以允许有较大的攻角。自然也就不需要用旋转弹翼来减小弹体攻角。因此就使用直角坐标控制和尾部控制面而构成普通的“十”字形弹。但是,在“警犬”导弹上采用一台整体的冲压发动机是不可能的。因此,如果要求滚动位置稳定,则极坐标控制是行不通的。对于自动导引导弹,如果因滚动角速度很高而干扰了导引头的工作,则极坐标控制也是行不通的。大多数设计者显然不会只考虑如何节省重量和空间而忽视精度和响应速度的要求。因此,目前只有少数导弹采用极坐标控制。

§ 3.6 推力矢量控制

改变从推进发动机排出的气流方向,是操纵导弹的一个完全不同的方法,这种方法称为推力矢量控制(*TVC*)。很明显,这种控制方法的主要特点是不依赖于大气的气动压力,但是另一方面,当发动机燃烧停止以后,它就不能操纵了。以后将会讨论到,在许多情况下,具有助推-滑行速度分布是有好处的。所以推力矢量控制(*TVC*)的应用多半是有一定限制的。在下列几种情况下最好是采用推力矢量控制(*TVC*)。

(a) 在所有的洲际弹道式导弹的垂直发射阶段中,应用推力矢量控制(*TVC*)是必要的,因为这类导弹的燃料重量大大超过它的总重的90%,必须缓慢地发射,以避免动态载荷。气动控制在某一段时间是完全无效的。如果不用姿态敏感元件和推力矢量控制(*TVC*),那么由于一个微小的、不可避免的推力偏心,将会使导弹翻倒。

(b) 如果导弹和控制站隔开一段距离,如像在“旋火”(Swingfire)反坦克系统中那样,则需要导弹快速进入制导

以便能得到较短的最小射程，这样就必须使导弹在发射后立即实施机动。

(c) 在近程的空对空导弹中，为了命中快速通过的目标，这时没有瞄准提前量，飞行时间又只有几秒，在这种情况下导弹采用推力矢量控制 (TVC) 所能获得的特殊的机动性将使系统有一个较好的作用范围。

(d) 可以证明，如果导弹垂直发射后就迅速转弯，这样可免除昂贵和笨重的发射台，使发射系统价廉而简单。

(e) 垂直发射后就迅速转弯，对于导弹的携带和从运载工具上发射来说是一个可取的想法，因为这样可以获得 360° 的发射，且对于贮藏导弹和重新装弹无疑都是方便的，对于从舰上发射的导弹来说，尤其是这样。在使用通常可瞄准的发射架时，由于舰上其它设备总要占据甲板上的部分空间，因而在发射时有相当大的盲区。

(f) 对于水下发射的导弹，在不同的海洋状态下通过海面时，同样需要提前修正航向。

为了估计导弹可以达到的机动程度，让我们研究导弹在刚刚发射后，亦即当导弹速度仍然较低时，尽可能早地把弹体转过一定角度（比如说 90° ）时的要求。在此期间，气动力将是很小的，在以后的计算里可以忽略。图3.6-1表示，当推力 T 偏转了一个角度 γ 后作用在导弹上的力。

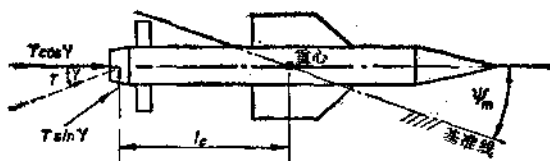


图3.6-1 由于推力矢量而形成的力

作为例子, 设导弹的质量是30千克, 绕重心的转动惯量是1千克·米²(两者假定均是常数), 推力是1500牛顿, 力臂 l_c 是0.35米, 那么对于 $\gamma = 4^\circ$ 时有:

$$\begin{aligned}\ddot{\psi}_m &= -Tl_c \sin \gamma / J = -1500 \times 0.35 \times 0.07 \\ &= -36.8 \text{ 弧度/秒}^2\end{aligned}$$

假设在旋转終了, 必须使导弹静止, 理想的控制系统要使导弹以最大的加速度转过 45° , 然后在同样时间内提供全部的制动力矩。在这样一种接近最佳化的假定下, 导弹从一种静止状态到另一种静止状态所完成转弯的时间大约是0.4秒; 而这对应一个比较小的推力偏转。应该注意到, 虽然弹体已转过 90° , 而速度矢量只转过一个较小的角度。要使速度矢量转过一个给定的角度, 首先要求弹体旋转角度比这个角度大, 这样才能改变在原来方向上已经得到的动量。水平面上和垂直面上转弯的区别在于, 后者有重力帮助改变动量的垂直分量, 因此小的转弯在垂直平面上就变得稍为容易一些。

像用气动力控制那样, 如果需要滚动控制, 那么就增加了复杂性。如果用两个球形接头喷管在一个平面上差动动作, 就能产生滚动力矩。在所要求的平面上, 各自用两个伺服机构控制, 使喷管一起动作便可得到偏航和俯仰控制。

§ 3.7 实现推力矢量控制的方法

在图3.1-3中示出了一些控制火箭发动机推力的方法。每一种方法都有各自的优缺点, 在实际中究竟采用那一种取决于对具体问题的要求。

万向支架式发动机(图3.7-1)

当使用液体推进剂时。在压力作用下, 燃料和氧化剂输送到一个或几个燃烧室中, 并通过收敛-扩散喷管, 排到大气

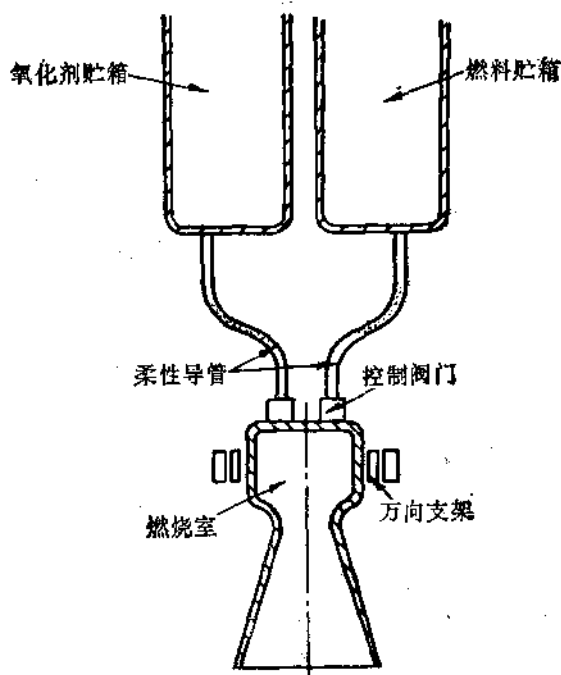


图3.7-1 万向支架式发动机

中。如果将燃烧室装在万向支架上，并用伺服机构来控制它的位置，那么推力的方向就能够控制。如果控制一对燃烧室作差动，便可得到滚动控制。这个方法基本上无损失，轴向推力“损失”仅是不可避免的余弦效应。尽管液体推进剂的比冲高，但到目前为止，大部分是由于它们的毒性及整个推进系统比较复杂，所以仍很少用在战术弹上。然而，如果推力的大小必须按照一定程序进行控制，那么液体推进剂要算是最好的方案了〔例如“矛”式(Lance)导弹〕。

摆动喷管 (图3.7-2和3.7-3)

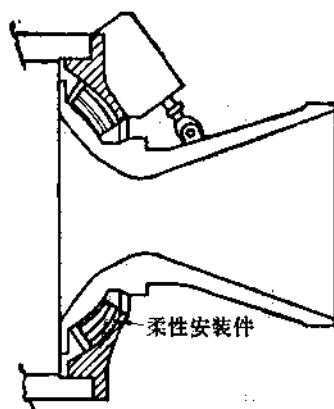


图3.7-2 挠性喷管

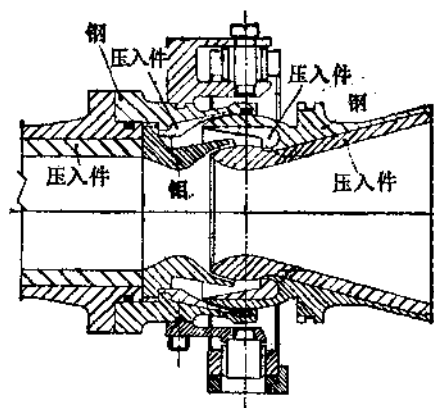


图3.7-3 球形接头喷管

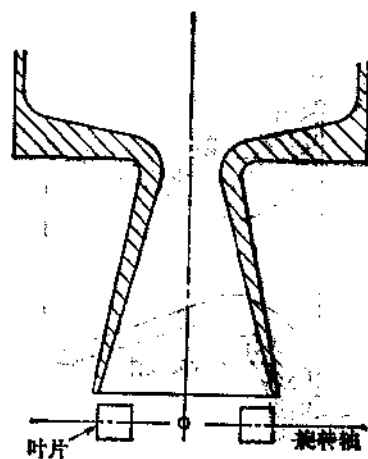


图3.7-4 可动燃气舵

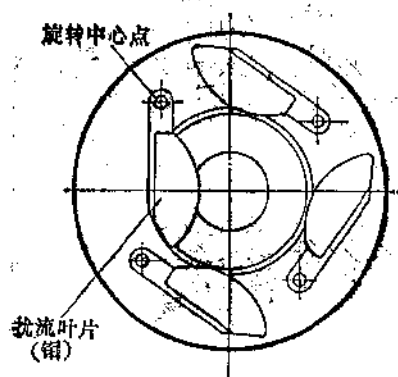


图3.7-5 阻流板扰流片

如果使用固体推进剂，那末采用挠性喷管或球形接头喷管的方法来保持收敛-扩散喷管的内部平滑流线，性能仅次于用万向支架式发动机。挠性喷管的特点是用柔韧的橡胶把喷管连到发动机壳体上，它在轴向有很大的刚性，但在俯仰和偏航平面上比较柔顺。喷管摆动 1° 使得推力也偏转 1° 。对于推力偏转在 $4^\circ \sim 5^\circ$ 内，这是一个好的方法，但是要使喷管摆动一个更大的角度则需要很大的力矩。显然，摆动的阻力随着角度的增大而增大。

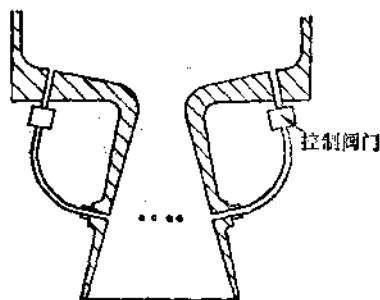


图3.7-6 气体喷射

一个明显的方法是采用具有某种低摩擦密封形式的球形接头。在这种情况下只有些库仑摩擦，而驱动力矩不会随角度的增大而增大。一种由萨摩菲尔金属工业公司（IMI Summerfield）和斯佩雷陀螺仪公司联合研制的推力矢量控制组件示于图3.7-7中，它是为具有20000牛顿推力的发动机而研制的，采用了可独立地在两个平面内移动的成对喷管，以控制滚动、俯仰和偏航运动。通常，当喷管偏转角为 $\pm 15^\circ$ ，而间隔距离近似为弹径的 $1/3$ 时，已能充分满足所有滚动力矩的要求了。在这个设计中，非循环油被高压氮瓶所增压，而伺服机构的功率足够大，使得气动力控制面能直接与同一执行机构连接，从而在任何惯性飞行即滑行阶段，都能进行控制。由同一公司所研制的另一种设计方案，其俯仰和偏航控制采用球形接头喷管，而滚动控制则采用切向推进器

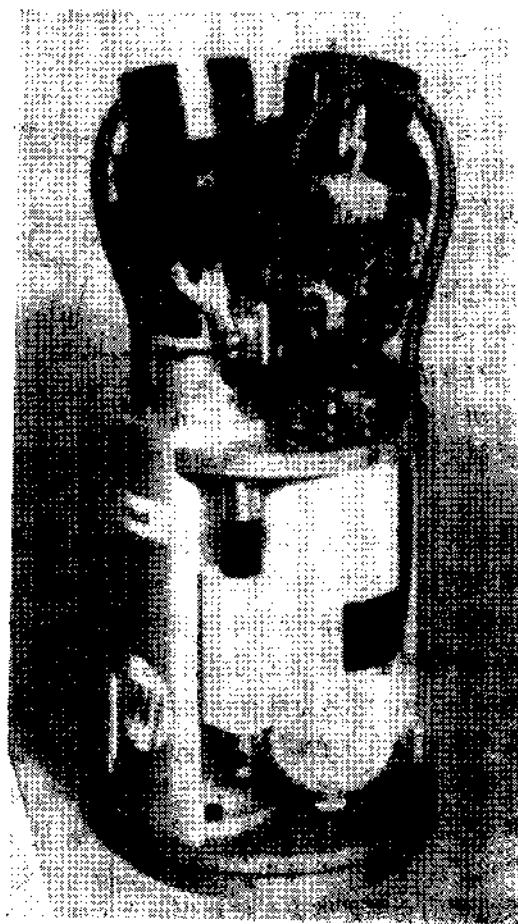


图3.7-7 180毫米推力矢量控制(TVC)组件

(tangential thrusters)。

扰流法 (图3.7-4和3.7-5)

在喷射流里放一个障碍物来改变喷气流的动量矢量的方法很多。因为流动总是超音速的,因而会产生激波,从而引起压力增大和速度损失。扰动法是比较粗糙的,有损失,但也有优点,它只需要很小的运动部件,因此伺服机构也小。也许最早的喷气流偏转装置是第二次世界大战中德国V2导弹上所用的转动燃气舵。很多面对面导弹包括美国的“潘兴”(Pershing)式导弹也都采用了燃气舵装置。当然,由于气体温度高,速度也高,所以存在严重的腐蚀问题。过去是用石墨做燃气舵,最近更多的是用钨和钼做燃气舵。要推力偏转 10° ,如果用两片燃气舵,则所需燃气舵角接近 24° 。因为燃气舵一直处在喷气流里,用四片燃气舵并处在零位时,其推力损失大约是8%;如用两片燃气舵,并具有 20° 的偏角时,其推力损失增大到20%。对于含铝量相当可观的推进剂来说,腐蚀问题就特别严重。

另一种通用的方法是阻流板扰流片,此法在法国已经用在大部分反坦克弹上,它只需要很小的伺服机构。在英国采用此法已可获得 $\pm 22^\circ$ 的推力偏转,但轴向推力损失为每偏转 1° 时不小于1%。阻流板扰流片有个小缺点,就是组件必须围绕着排气口放置,这就使得导弹底部面积比正常的要大些。在法国的反坦克系统中,Hot和Milan只用了一个扰流片,制导指令采取极坐标形式,R指令确定伺服机构的脉冲宽度,而 ϕ 指令用来确定指令相对于导弹垂直位置的相位。导弹是有意使之滚动的,并且带有一个滚动位置陀螺仪,使得其滚动方位总是已知的。

喷射法(图3.7-6)

向发动机的喷管中喷入液体或气体的目的是为了得到比把液体或气体直接排向大气时更大的合成推力的侧向分量。即使侧向推力得到增大,但如果产生明显的轴向推力损失,那末此法也是不成功的。战术武器的许多喷射方法(firings)是用适用于它的不同流体而实施的。这些流体的范围从惰性流体(如氟里昂)到活泼流体(如高氯酸铯的水溶液)。对于惰性流体系统,其最大的喷射偏转角为 4° ,而对于活泼流体则超过 4° 后其效率便会迅速下降。辅助流体偏转控制的优点是它只需要简单的小质量控制系统^[3],喷射直接从发动机燃烧室流出来的燃气流,可以获得高达 12° 的喷射偏转角。这可能是所有系统中最简单的一种,但是要控制这种少量的、温度高的、脏而又有腐蚀性的气体,其前景并不太妙。然而,已提出使用射流控制器,而对于短时间燃烧的高脉动式发动机,燃气流喷射的兴趣重新得到恢复^[3]。

综上所述,因为扰流法(特别是阻流板扰流片)所用的伺服机构小,所以是有吸引力的,对于近程导弹,它们是有力的竞争者,因为它们携带的推进剂重量不大,为了弥补推力损失,增加推进剂(譬如说5~10%)可能也不会使重量增加太多。摆动喷管是非常有效的,但需要大功率的伺服机构,两个旋转喷管也可以提供滚动控制。如果非常小的偏转角已够用,而其它方面都合适,则可采用喷射法。

参 考 文 献

- [1] FARRAR D. J. The Bloodhound J. R. Ac. Soc Jan 1959.
- [2] BEST D. Some problems of polar missile control. J. R. Ac. Soc. Aug 1960.
- [3] LLOYD R. A review of thrust vector control systems for tactical missiles AIAA/SAE 14th Joint Propulsion Conference July 1978.

第四章 气动力导数和

气动力传递函数

§ 4.1 符号和规定

在制导武器工业中, 标准化的参考坐标系的原点定于弹体重心。它在弹体上的配置如下:

x 轴, 称为滚动轴。若存在对称轴, 它沿对称轴指向前, 但无论何时, 它都在对称面内。

y 轴, 称为俯仰轴。若从导弹后面看, 它的方向指向右侧。

z 轴, 称为偏航轴。在弹体对称面内, 方向向下, 与其它两轴构成右手正交坐标系。

表4.1-1定义了作用于导弹上的力和力矩、线速度和角速度以及转动惯量; 这些量表示在图4.1-1中。绕各轴的转动惯量定义为:

表4.1-1 符号

	滚动轴 x	俯仰轴 y	偏航轴 z
角速度	p	q	r
导弹速度沿各轴的分量	U	v	w
作用于导弹的力沿各轴的分量	X	Y	Z
作用于导弹的力矩绕各轴的分量	L	M	N
绕各轴的转动惯量	A	B	C
惯性积	D	E	F

$$A = \sum \delta m (y^2 + z^2) \quad (4.1-1)$$

$$B = \sum \delta m (z^2 + x^2) \quad (4.1-2)$$

$$C = \sum \delta m (x^2 + y^2) \quad (4.1-3)$$

绕各轴的惯性积定义为:

$$D = \sum \delta m y z \quad (4.1-4)$$

$$E = \sum \delta m x z \quad (4.1-5)$$

$$F = \sum \delta m x y \quad (4.1-6)$$

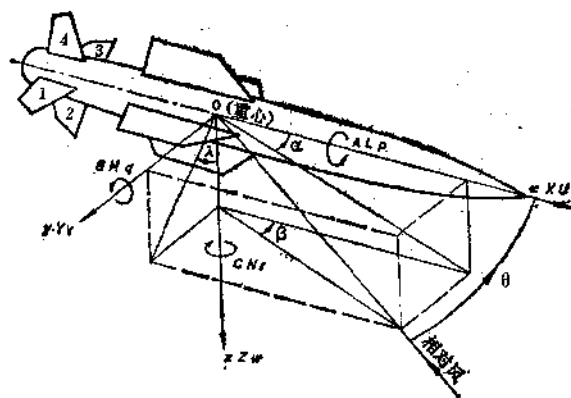


图4.1-1 力、力矩等的规定

偏航平面是 oxy 平面, 俯仰平面是 oxz 平面。定义以下几个角度:

α : 俯仰平面内的攻角;

β : 偏航平面内的攻角;

λ : 攻角平面角;

θ : 总攻角。

因此有:

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \theta \cos \lambda$$

$$\operatorname{tg} \beta = \operatorname{tg} \theta \sin \lambda$$

用大写字母 U 表示导弹沿 x 轴的速度。其目的是为了强调它是一个大的正的物理量。它的变化不超过每秒百分之几。然而, 角速度以及沿俯仰轴和偏航轴的速度分量往往是

小得多的量，它们可正可负，并且可能具有大得多的变化率。

§ 4.2 弹体作为刚体运动的欧拉方程

为了确定具有六个自由度的刚体的运动，需要六个运动方程，即三个力方程和三个力矩方程。如果质量是常数，并且回转半径变化缓慢^[1]，那么这些方程就稍微简单些，这时可以采用“标准的”欧拉方程。在助推阶段，质量变化速度可能相对地比较快，但回转半径的变化通常是缓慢的。因而在大多数设计计算中采用了标准欧拉方程。它们是：

$$m(\dot{U} + qw - rv) = X \quad (4.2-1)$$

$$m(\dot{v} + rU - pw) = Y \quad (4.2-2)$$

$$m(\dot{w} - qU + pv) = Z \quad (4.2-3)$$

$$Ap - (B - C)qr + D(r^2 - q^2) - E(pq + \dot{r}) + F(rp - \dot{q}) = L \quad (4.2-4)$$

$$Bq - (C - A)rp + E(p^2 - r^2) - F(qr + \dot{p}) + D(pq - \dot{r}) = M \quad (4.2-5)$$

$$Cr - (A - B)pq + F(q^2 - p^2) - D(rp + \dot{q}) + E(qr - p) = N \quad (4.2-6)$$

第一个方程实际上与我们无关。我们感兴趣的是垂直于速度矢量的加速度，因为它将引起速度方向的改变。为了确定向前运动速度的变化，就需要知道推力和阻力的大小。现在研究方程(4.2-2)。 $-mpw$ 这一项说明，在 y 方向上存在一个由俯仰平面内的攻角($\alpha \approx w/U$)和滚动运动所引起的力。换句话说，由于滚动角速度的存在，导弹的俯仰运动被耦合到偏航运动中去了。方程(4.2-3)中的 mpv 项也说明，假如出现滚动运动，偏航运动也在俯仰平面内引起力的作用。

由于我们要求这两个“通道”完全去耦，所以这种耦合现象是最不希望发生的。理想的情况是：方向舵的运动只在偏航平面内产生力和力矩，从而引起偏航运动；升降舵则仅引起俯仰平面内的运动。运动平面之间的交叉耦合必然降低系统的精度。为了减小这种不应有的影响，设计者力求保持尽可能低的滚动角速度。假如滚动速度如所预期的那样小，且攻角（ v 和 w 与攻角成比例）也不大，那么在简化分析中，就常常可以忽略 $p\dot{v}$ 和 $p\dot{w}$ 项。虽然如此，可以证明，低的滚动角速度（譬如 1~4 转/秒）仍然可能对系统精度产生重大的影响。例如若 $p=20$ （近似等于 3 转/秒）、 $U=300$ 及 $\alpha=0.1$ ，那么 $w=30$ ，并且方程 (4.2-2) 中的乘积 $p\dot{w}$ 为 600 米/秒²。若没有任何自动驾驶仪或制导回路反馈，那么滚动角速度就会在俯仰运动上叠加一个半径为 $600/p^2=1.5$ 米的螺旋运动。较高的滚动角速度产生较大的交叉耦合角速度。但是由于它的频率较高，而使运动的幅度得到衰减。如果采用带有加速度反馈的自动驾驶仪，那么将会减弱这种影响。总之，制导回路具有一定的刚度就能减弱这种影响；所以，导弹不应作开环飞行。

现在研究力矩方程。在理想情况下，这些方程应当是：

$$A\dot{p}=L \quad B\dot{q}=M \quad C\dot{r}=N$$

即绕给定轴的力矩产生绕该轴的角加速度。这些方程中的所有其它项都是交叉耦合项，而从系统精度的观点考虑，则是不希望的。可以看出，假如三个惯性积都是零，则每个方程中的四个交叉耦合项中有三项将消失。如果导弹有两个对称面[●]，那么三个惯性积全为零，如果导弹只有一个对称面，

● 此处及本节后面有几处，原文均为“对称轴”，译文一律改为“对称面”。
——译者

且关于另一个面是近乎对称的，那么其中两个惯性积为零，而第三个则很小。因此，对于具有两个对称平面且其滚动角速度很小的导弹，这些方程便可简化为：

$$m(\dot{U} + qw - rv) = X \quad (4.2-7)$$

$$m(\dot{v} + rU) = Y \quad (4.2-8)$$

$$m(\dot{w} - qU) = Z \quad (4.2-9)$$

$$A\dot{p} = L \quad (4.2-10)$$

$$B\dot{q} = M \quad (4.2-11)$$

$$C\dot{r} = N \quad (4.2-12)$$

忽略 pq 、 pr 、 pv 和 pw 的理由是， q 、 r 、 v 和 w 都是不大的量，如果 p 也是小量，那么它们的乘积就可以忽略。方程 (4.2-10) 表明，只要导弹有两个对称面 ($B = C$)，那么俯仰和滚动以及偏航和滚动运动之间便没有耦合，并且，除非导弹十分不对称，一般来说交叉耦合应当是比较弱的。

尽管如此，即使是对于有两个对称面的导弹，绕俯仰轴和偏航轴的主转动惯量（分别为 B 和 C ）也比绕滚动轴的转动惯量 (A) 大得多。中等的滚动角速度肯定要影响系统的精度。这一点将在 § 6.11 中更详细地讨论。

§ 4.3 弹道研究

为了改变导弹飞行路线的方向，需要有控制力和力矩作用在导弹上。在讨论如何得到这种力和力矩以前，对于欧拉方程作进一步的推敲也许是必要的。考虑一个质点，它的速度为 U ，在垂直于速度矢量方向有一个力作用在质点上。那么在垂直于速度矢量方向将出现加速度 f ，它由下式给出：

$$f = \psi^2 R$$

其中 R 是旋转半径，

$\dot{\psi}$ 是速度矢量的旋转角速度。

因为 $\dot{\psi}R = U$

因此 $f = \dot{\psi}U$ (4.3-1)

那么由作用于导弹的力 Y 所引起的垂直于飞行路线方向的导弹加速度是多大呢？合乎逻辑的做法是：将作用于导弹的合力分解为垂直于飞行路线的分量和沿着飞行路线的分量，这后一分量将增大或减小导弹的速度，但并不改变它的飞行路线方向。由于导弹存在攻角 β ，因此垂直于飞行路线的力的分量是 $Y \cos \beta$ ，于是

$$\dot{\psi}U = Y \cos \beta / m = f \quad (4.3-2)$$

力 Y 的另一分量是 $Y \sin \beta$ ，通常称之为诱导阻力，它力图降低导弹的速度。因为力 Y 近似地与攻角成正比，因此诱导阻力近似地与攻角的平方成比例。这就是为什么设计者通常努力保持小攻角的主要原因；一般地说，其上限为 $10^\circ \sim 15^\circ$ 。

另外，在计算导弹弹道时，必须考虑另外两个重要的力。首先是“零攻角阻力” X_1 ，它沿弹轴作用，有两个分量，其中一个分量为 $X_1 \cos \beta$ ，力图降低导弹速度，而另一分量为 $-X_1 \sin \beta$ ，垂直于速度矢量。其次是推力 X_2 ，任何推力都具有与上述相反的作用。因此，只要推力减去总阻力以后的净效果是使导弹加速，那么推进发动机便有助于操纵导弹。然而，假如导弹正在滑行，且有譬如 50米/秒^2 的纵向减速度和 0.2 弧度的攻角，那么由于有前向减速度就使得法向加速度减小了将近 10米/秒^2 。当要求极高的机动性时，譬如在短距离空对空导弹中，通常采用这样的推进发动机，它能在 $4 \sim 5$ 秒时间内提供大的助推加速度（譬如 $20g$ ）。它与控制系统提供的攻角所引起的法向力共同作用而产生最大的机动性。

最后，在方程(4.2-8)和(4.2-9)中的 $\dot{\psi} + rU$ 和 $\dot{w} -$

qU 的物理意义是什么呢? 很明显, 飞行路线方向是弹体方向与攻角之和。 $\dot{\psi}$ 和 $\dot{\omega}$ 是攻角角速度乘以 U , 而 r 和 q 是弹体角速度。因此, 上述两项是弹道角速度乘以 U , 即为法向加速度, 参见方程(4.3-1)。两个方程中的符号不同, 其原因是: 在右手坐标系中不存在绝对的对称性! 这种奇妙的现象也反映在某些俯仰气动力导数中, 它们与偏航平面中相对应的项具有相反的符号。读者可能注意到, 在方程(4.3-2)中有 $\cos \beta$, 而在方程(4.3-1)中却没有这一项。这是因为我们所假想的质点的速度是 U 。对导弹来说, U 是被定义为沿 x 轴的速度。那末在速度矢量方向上的速度则为 $U \cos \beta$ 。

§ 4.4 控制面的规定

控制面的编号如图4.4-1所示。沿各个铰链轴往外看时, 控制面顺时针转动产生的偏转角 ξ_1 、 ξ_2 、 ξ_3 、 ξ_4 定义为正。定义以下各量:

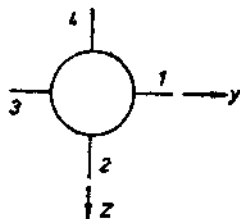


图4.4-1 从导弹的尾部看控制面

$$\text{副翼偏转角 } \xi = \frac{1}{4}(\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4)$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{或} \quad \xi = \frac{1}{2}(\xi_1 + \xi_3) \\ \text{或} \quad \xi = -\frac{1}{2}(\xi_2 + \xi_4) \end{array} \right\} \text{(当只有两个控制面差动时)}$$

$$\text{升降舵偏转角 } \eta = \frac{1}{2}(\xi_1 - \xi_3)$$

$$\text{方向舵偏转角 } \rho = \frac{1}{2}(\xi_2 - \xi_4)$$

读者可以验证:

正的副翼偏转角产生绕 x 轴的负方向力矩。

正的升降舵偏转角产生负 z 轴方向的力和绕 y 轴的负方向力矩。

正的方向舵偏转角产生正 y 轴方向的力和绕 z 轴的负方向力矩。

§ 4.5 气动力导数

气动力导数是一种手段, 控制工程师能够用它得到导弹的传递函数, 这些传递函数确定导弹对于副翼、升降舵或方向舵输入的响应。这种方法并不新。对滑阀控制的液压马达的力矩-速度特性的分析表明, 该系统的输出-输入关系和输入的幅度有关, 所以是非线性的。遗憾的是, 对任何非线性微分方程尚没有任何一般的解法。当然, 从稳定性方面来说, 借助于在给定工作点附近取小扰动来得到曲线斜率的方法, 对微分方程进行线性化, 可以作出很准确的性能估计。

现在来看表示在图4.5-1中的曲线。它给出了某个尾翼控制的“十”字形导弹在海平面上 $M=1.9$ 时其滚动力矩 $L_{(1)}$ 与副翼角 ξ 的关系。 $L_{(1)}$ 不是 ξ 的线性函数, 这是因为:

(a) 副翼效率随总攻角 θ 的增大而减小;

(b) 对于给定的 θ ，虽然曲线都通过原点，但 $L_{(3)}$ 也不是 ξ 的线性函数。

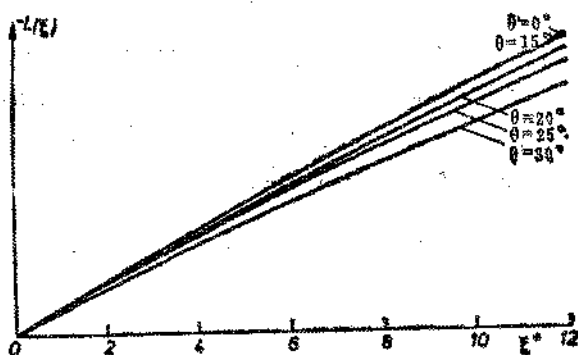


图4.5-1 副翼效率与副翼角的关系

L_{ξ} 被定义为：

$$L_{\xi} = \frac{\partial L_{(3)}}{\partial \xi}$$

其中， ξ 的单位为弧度。因此，由于小的增量 ξ 所引起的力矩增量 L 为：

$$L = L_{\xi} \xi$$

其中， L_{ξ} 的值与工作点有关。应当记住，在大多数应用中， ξ 不太可能超过几度，因此，可以合理地认为， L_{ξ} 是一个常数。

L_p 是滚动阻尼导数，其量纲为：力矩/单位滚动速度。因为这个力矩总是阻止滚动运动，所以它的符号总为负。对于给定的 M 数（亚音速时亦可为速度）和飞行高度，这个导数常常被认为是常数。此外，再也没有其它重要的滚动导数了。

现在我们考虑与俯仰和偏航有关的气动力导数。由俯仰攻角引起的作用于弹体的法向力通常表示为:

$$\frac{1}{2}\rho U^2 S C_z$$

其中 ρ 是大气密度; S 是参考面积, 通常为弹体最大的横截面积; C_z 被称为法向力系数, 对于给定的 M 数和给定的高度, 它是攻角的函数。对于对称的导弹, 与偏航攻角有关的法向力系数 C_y 和 C_z 有相同的数值。定义下面的导数:

$$Y_\beta = \frac{\partial C_y}{\partial \beta} \cdot \frac{1}{2}\rho U^2 S$$

和
$$Z_\alpha = \frac{\partial C_z}{\partial \alpha} \cdot \frac{1}{2}\rho U^2 S$$

值得注意的是: 这些侧向力导数是由总的气动力计算得来的, 而总气动力是由翼面、弹体及假定处于中立位置的控制面所产生的。设计大多数翼面和控制面时, 要使其所产生的法向力与攻角成正比 (只要攻角不太大); 而由细长的弹体产生的法向力包括两项, 一项与攻角成正比, 另一项与攻角的平方成正比。这种影响对于典型的尾翼控制的超音速导弹, 是可以分辨出来的, 见图4.5-2。

法向力也能随 λ (图4.1-1) 而变化, 但对于给定的 M 数和高度, Y_β 和 Z_α 一般与攻角只存在着微弱的依赖关系。为了方便, 常常用导弹速度 U 来除这两个导数。它们分别成为 Y_v 和 Z_w 。又因为在小角度时有 $v/U \approx \beta$ 和 $w/U \approx \alpha$, 因此下列关系成立:

$$Y_v v = Y_\beta \beta \text{ 即 } Y_v = Y_\beta / U \quad (4.5-1)$$

及
$$Z_w w = Z_\alpha \alpha \text{ 即 } Z_w = Z_\alpha / U \quad (4.5-2)$$

Y_v 是由方向舵偏转角引起的气动力导数。对于鸭式控制

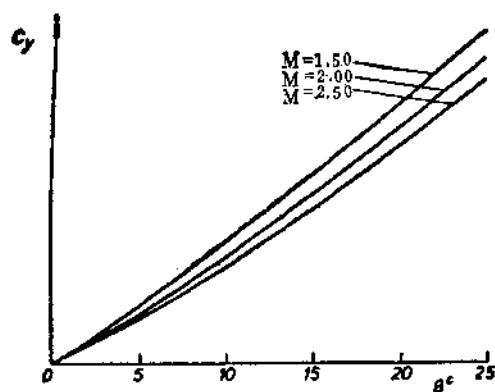


图4.5-2 作为攻角函数的法向力系数

导弹而言，这个导数随攻角改变很小；而对尾翼控制导弹来说，因为有弹翼的下洗。通常这个控制力随攻角的增大而稍有损失，但是，对于 10° 左右的弹体攻角，这种损失一般小于15%。值得注意的是，如果弹体攻角是 β ，方向舵偏转角是 ζ ，那末，方向舵的实际攻角是 $\beta + \zeta$ 。尽管如此，总的气动力增量不是 $Y_\beta\beta + Y_\zeta(\beta + \zeta)$ ，而是 $Y_\beta\beta + Y_\zeta\zeta$ ，这是由于方向舵未偏转时所产生的法向力已经包含在 Y_β 的估算中了。在某些导弹中，控制面被安装成与主升力面共面；而在另一些导弹中，它们被安装成与翼面成 45° 角。后一种配置通常叫作“叉型”控制面。如果弹体攻角比较小，那末在小攻角时由于下洗会引起升力的某些损失。如果控制面是叉型配置的，那末攻角大得多时才出现这种损失。对于与主升力面共面的控制面，下洗的影响在大攻角（譬如 15° 或更大）时趋向减小。因此，那些被设计成小攻角的导弹，控制面通常都是叉型配置的，如装有冲压喷气发动机和进气口的导弹，它

们在大攻角时工作性能是不好的，象装有无线电高度表的贴海式导弹 (seaskimming missile) 就是如此。

Y 是由单位偏航角速度引起的侧向气动力导数。计算它是困难的，在风洞中测量它也是困难的。幸而可以证明，它十分小，因而也就显得不重要了。

N_z 是气动力导数 Y_z 与压心至重心的距离的乘积，而这个距离称为静稳定度。本质上它是气动力抗干扰项，是衡量导弹稳定性的尺度。如果压心是在重心的后面，那么导弹的偏航攻角所受到的任何扰动将产生一个气动恢复力矩。反之，如果压心在重心的前面，那么导弹攻角所受到的任何扰动将引起更大的攻角，而这样的导弹就称为静不稳定的。图4.5-3表示一个采用尾翼控制的典型超音速导弹的压心移动的情况。如果重心的位置是在从弹头算起导弹长度的50%附近，那么在典型情况下，我们总是期望压心处在从弹头算起的导弹长度的50~55%的位置。可以看到，在亚音速和低超音速时，与较高 M 数相比，压心更向前移动了。另外，在低速时，压心随攻角的改变可能是相当大的。这主要是由于弹体

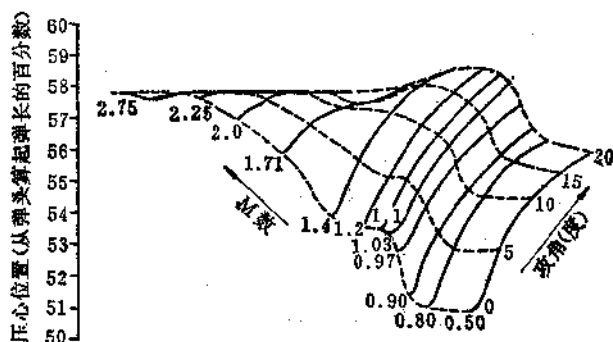


图4.5-3 压心位置与 M 数和攻角的关系 ($\eta = \zeta = 0^\circ$, $\lambda = 0^\circ$ 或 90°)

的压心随着攻角的增大一般是往后移动,而控制面和弹翼的压心变化是十分微小的。遗憾的是,压心的位置也是攻角平面角 λ 的函数。对于对称导弹的压心位置移动的情况,当 $\lambda = 0^\circ$ 和 $\lambda = 90^\circ$ 时和图4.5-3相同,但对于其它的 λ ,例如在 $\lambda = 45^\circ$ 时,则稍有不同。

N_c 是由于方向舵偏转而引起的力矩导数,其值等于 Y_c 乘以方向舵压心至导弹重心的距离。很明显,如果 Y_c 为常数,那么 N_c 仅当重心移动时才变化。

N_r 是偏航阻尼导数,等于每单位偏航角速度所产生的气动力矩。它是一个小项,且对攻角不敏感。

至此,我们已经讨论了主要的滚动和偏航导数。对于俯仰平面,另外有一组气动力导数,并且对于对称导弹说来,它们的大小和偏航导数是相同的。当我们将偏航平面内的气动力导数应用到俯仰平面时,其代数符号有某些变化,这主要是由于正交右手坐标系的非对称性所引起的,这在讨论方程(4.2-8)和(4.2-9)时已经提到过。

图4.5-4给出了一个很有用的一般性曲线,它指出了弹体+弹翼+控制面的力导数在很宽的速度范围内是如何变化的。导弹通常具有小展弦比弹翼的形状。 C_x 的实际值将依赖于导弹的形状和所选取的实际参考面积。可以看到,法向力正比于攻角这一假设是一个很好的近似,在较高速度时尤其如此。

为了在控制中使用方便,将力导数除以质量,力矩导数除以各自的转动惯量。由表4.5-1可看到,除了 z_n 、 y_c 、 m_w 和 n_r 以外,其它导数都是半无量纲形式(z_n 和 y_c 无实际意义)。对于不稳定的导弹, M_w 和 N_r 改变符号;对于鸭式控制导弹, $M_{\dot{\alpha}}$ 和 N_c 具有相反的符号。

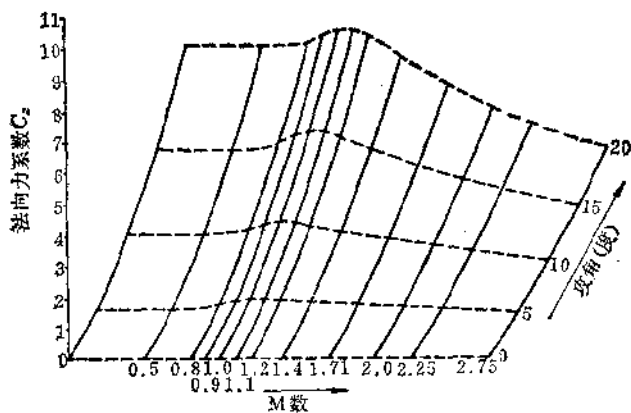


图4.5-4 法向力系数为M数和攻角的函数 ($\eta = \xi = 0^\circ$, $\lambda = 0^\circ$ 或 90°)

表4.5-1 主要气动力导数的代数符号和量纲

符 号 滚动 俯仰 偏航	代数符号	量 纲	半无量纲形式	
			符 号	量 纲
L_{ξ}	-	牛顿·米	$L_{\xi} = L_{\xi}/A$	秒 ⁻²
L_p	-	牛顿·米·秒	$l_p = L_p/A$	秒 ⁻¹
Z_w	-	牛顿·米 ⁻¹ ·秒	$z_w = Z_w/m$	秒 ⁻¹
Y_{β}	-	牛顿·米 ⁻¹ ·秒	$y_{\beta} = Y_{\beta}/m$	秒 ⁻¹
Z_{η}	-	牛顿	$z_{\eta} = Z_{\eta}/m$	米·秒 ⁻²
Y_{ξ}	+	牛顿	$y_{\xi} = Y_{\xi}/m$	米·秒 ⁻²
Z_q	通常为-	牛顿·秒	$z_q = Z_q/m$	米·秒 ⁻¹
Y_r	通常为+	牛顿·秒	$y_r = Y_r/m$	米·秒 ⁻¹
M_w	-	牛顿·秒	$m_w = M_w/B$	米 ⁻¹ ·秒 ⁻¹
N_v	+	牛顿·秒	$n_v = N_v/C$	米 ⁻¹ ·秒 ⁻¹
M_{η}	-	牛顿·米	$m_{\eta} = M_{\eta}/B$	秒 ⁻²
N_{ξ}	-	牛顿·米	$n_{\xi} = N_{\xi}/C$	秒 ⁻²
$M_{\dot{q}}$	-	牛顿·米·秒	$m_{\dot{q}} = M_{\dot{q}}/B$	秒 ⁻¹
N_r	-	牛顿·米·秒	$n_r = N_r/C$	秒 ⁻¹

§ 4.6 气动力传递函数

在开始对导弹控制系统作书面设计的时候, 必须作一定的假设。一个常用的假设是, 电子线路、舵伺服机构、仪表(如果有的话)等部件的特性以及运动方程都是线性的。的确, 正如我们已经知道的, 线性特性是用算子法分析系统响应的必要条件。然而, 运动方程的线性化意味着气动力特性是线性的, 这在小扰动的情况下是可以成立的, 但当导弹在飞行中攻角变化达 20° , 甚至更大, 且伴随有很大的弹体角速度时, 这假设就缺乏足够的根据了。

设计导弹控制系统的一般方法是这样的: 首先, 考虑一典型的导弹速度(对超音速导弹来说为 M 数)和导弹的使用高度, 并对应于这个速度和高度取一组零攻角气动力导数来设计控制系统。设计时假设导弹在零攻角附近的全部小扰动状态下运用。即是说, 把这个小范围内的气动力导数看作常数。在这些假设的基础上, 我们就可研究系统的频率特性并设计控制系统, 使其达到稳态增益、带宽、相位滞后和阻尼系数等方面的技术指标。接着, 我们再看(比方说) 5° 攻角的气动力导数, 并进行同样的计算, 看看这些新的导数值能否满足规定的技术指标。对于那些经过判断认为是合理的攻角和滚动角的很多组合, 重复进行以上的计算。最后, 因为导弹需要在某个速度和高度范围内运用, 所以对这些工作条件中的典型数值, 也要进行验证。如果再考虑到由于推进剂的消耗而使得导弹的惯性、质量和重心位置可能发生改变, 那么在设计中与验算和可能的修改有关的工作量可能是相当大的。在完成以上这些步骤的基础上得出的结论是: 如果在所有这些点上所进行的设计是满意的, 那么它在全部的中间

点上也是令人满意的。

现在我们可以继续这一线性化步骤。可以把制导和控制系统一起放到比较简单的计算机上进行运算，从而能对系统在一个平面内的品质作出初步的估计。然后，在数字或混合计算机上进行最后模拟，在这种模拟过程中无疑地将一、二个重要导数作为攻角的函数进行编排，而在模拟过程中要注意可能发生的任何交叉耦合。

现在写出导弹的控制方程，其中略去了沿 x 轴的力方程，因为它对于滚动、俯仰和偏航运动都是没有影响的。我们也将略去重力项，而仅仅考虑由气动力引起的力和力矩。重力的影响将作为一个单独的问题在自动驾驶仪设计中进行考虑。这时方程 (4.2-8) 至 (4.2-12) 可以写成：

$$mf_y = m(\dot{v} + rU) = Y = Y_v v + Y_r r + Y_\xi \xi$$

$$\text{即} \quad f_y = v + rU = y_v v + y_r r + y_\xi \xi \quad (4.6-1)$$

$$mf_z = m(\dot{w} - qU) = Z = Z_w w + Z_q q + Z_\eta \eta$$

$$\text{即} \quad f_z = \dot{w} - qU = z_w w + z_q q + z_\eta \eta \quad (4.6-2)$$

$$A\dot{p} = L = L_p p + L_\xi \xi \quad (\text{设 } B \approx C)$$

$$\text{即} \quad p = l_p p + l_\xi \xi \quad (4.6-3)$$

$$B\dot{q} = M = M_w w + M_q q + M_\eta \eta$$

$$\text{即} \quad \dot{q} = m_w w + m_q q + m_\eta \eta \quad (4.6-4)$$

$$C\dot{r} = N = N_v v + N_r r + N_\xi \xi$$

$$\text{即} \quad \dot{r} = n_v v + n_r r + n_\xi \xi \quad (4.6-5)$$

滚动角速度/副翼偏转角 p/ξ

这是最简单的气动力传递函数。方程 (4.6-3) 可以重新写成：

$$p - l_p p = l_\xi \xi$$

或写成传导函数形式：

$$\frac{p}{\xi} = \frac{l_i}{s - l_p} = \frac{-l_i/l_p}{T_a s + 1} \quad (4.6-6)$$

其中 $-l_i/l_p$ 可以看作稳态增益, 而 $T_a = 1/(-l_p)$ 可看作气动力时间常数。

侧向加速度/方向舵偏转角 f_y/l

应用方程 (4.6-1) 和 (4.6-5), 消去 r 和 v 可得到:

$$\frac{f_y}{\xi} = \frac{y_t s^2 - y_t n_r s - U(n_r y_v - n_v y_t)}{s^2 - (y_v + n_r)s + y_v n_r + U n_v} \quad (4.6-7)$$

读者应注意到, 这个传递函数中没有出现 y_r 项, 因为它是一个十分小的量, 因此通常可略去。对式 (4.6-7) 中各项进行一些讨论是必要的。很明显, $(y_v n_r + U n_v)$ 是无阻尼自然频率的平方, 这频率通常称之为短周期振荡频率, 对于稳定的导弹, 它反映了导弹返回无扰动零攻角位置的倾向。如果某个瞬时, 我们把导弹看成一个支在其重心的风标, 那么它的无阻尼自然频率为:

$$\omega_n^2 = \frac{\text{恢复力矩/单位偏转角}}{\text{绕重心的转动惯量}} = \frac{N_\beta}{C} = \frac{U N_v}{C} = U n_v$$

这与 (4.6-7) 式给出的表达式不一致, 那里有一附加项 $y_v n_r$ 。这是不奇怪的, 因为导弹不象风标那样被支于它的重心, 因而, 我们预料能有另外的力矩, 它能阻止具有六自由度弹体的运动。尽管如此, 在大多数情况下, 当静稳定度是导弹长度的 2~5% 时, 我们看到, $U n_v$ 的大小至少是 $y_v n_r$ 的二十倍。

现在考虑一典型的尾翼控制的面对空导弹, 对于 $M=1.4$ ($U=467$ 米/秒), 而高度为 1500 米, 它的主要的偏航导数是:

y_v	n_v	y_t	n_t	n_r
-2.74	0.309	197	-534	-2.89

这个导弹长 2 米, $C=13.8$ 公斤·米², $m=53$ 公斤。因此, 静稳定度 $=N_v/Y_v=n_v C/y_v m=0.029$ 米, 约等于弹长的 1.5%。将这些导数值代到式 (4.6-7) 得到:

$$\frac{f_y}{\xi} = \frac{197s^2 + 570s - 467(1460 - 60.8)}{s^2 + (2.74 + 2.89)s + (7.9 + 144)}$$

于是 $\omega_n^2 = 7.9 + 144$, 或 $\omega_n = 12.4$ 弧度/秒; 我们注意到 $\omega_n^2 \approx Un_v$ 。阻尼系数 μ 由 $2\mu\omega_n = 2.74 + 2.89$ 给出, 因此 $\mu = 0.23$ 。顺便说一下, 阻尼系数与空气密度的平方根成正比, 因此在高空时它的值可能十分小。正因为阻尼项随空气密度变化, 因而力和力矩项亦随之变化, 但惯性项则保持不变。稳态增益是 $-467 \times 1399/152 = -4300$ 。这意味着, 如果气动力特性是线性的, 那么 0.1 弧度的方向舵偏转角将在 $-y$ 方向产生 430 米/秒² 或大约 $43g$ 的侧向加速度。看来气动力增益很高。但是正象在下面自动驾驶仪设计中将要讨论的, 这样高的气动力增益是必需的。于是, 上述的稳态增益、无阻尼自然频率和阻尼系数就完全确定了一个二阶系统的响应(的确, 弹体又是一个阻尼-弹簧-质量系统的例子)。那么分子上另外两项的意义是什么呢? 在时间域内, 它们能起的作用是确定 $t = 0 +$ (与 $t = 0 -$ 时的初始条件不同) 时的初始值。如果我们研究一个单位阶跃输入, 那么只要将方向舵产生的力除以导弹的质量就可给出 $t = 0 +$ 时的侧向加速度, 即 $f_y = y_v$ 。因此, $t = 0 +$ 时侧向加速度的值是, 在分母的 s^2 项系数为 1 时, 由分子的 s^2 项系数给出。这个结果以及斜率的初始值都可以应用初值定理得到。分子可以写成:

$$-655000(-0.000301s^2 - 0.00087s + 1)$$

$$\text{即} \quad -655000(s/59.1 + 1)(-s/56.2 + 1)$$

就是说, 在频率域有两个数值大致相同的零点, 其中一个

非最小相位零点，它们的相位影响在整个频率范围内近似抵消，而幅度影响在 $60^\circ/\text{秒}$ 以上的频率范围内则是要考虑的。这些项在自动驾驶仪设计中可能很难对付，因为它们使得系统的特性不象简单的二阶系统那样随频率的增高而不断衰减。其理由是显而易见的，因为在任何时候，只要方向舵有运动，不论其频率如何，总会存在侧向加速度。

如果我们把控制面往导弹前面放，而将弹翼向后移动，使压心的位置保持不变，这时将发生什么情况呢？假设所有气动力导数的值不变，而 n_c 的符号改变，即现在它为正，那么结果将使分子中的一项从 $-467(1460-60.8)$ 变为 $-467(-1460-60.8)=710000$ 。这时稳态增益是 $710000/152=4670$ ，大约增大了9%。稳态增益改变符号的原因是由于鸭式控制时正的方向舵偏转角产生正的攻角。增益增大的原因是由于鸭式控制面、弹翼和弹体所产生的法向力都是在同一方向上。为了进行比较，在图 4.6-1(a) 和 (b) 中示出了尾翼控制导弹和鸭式导弹当方向舵输入为阶跃变化时 f_y 的

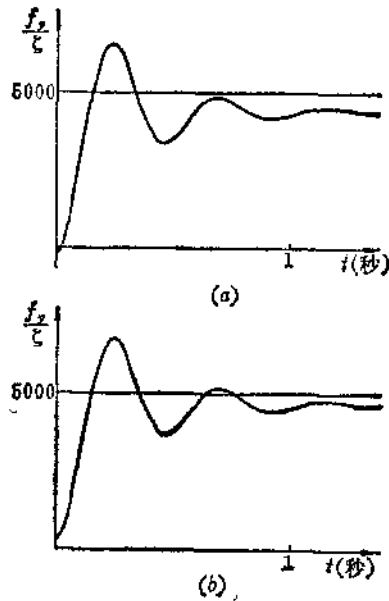


图4.6-1 阶跃方向舵输入时的侧向加速度
(a) 尾翼控制；(b) 鸭式控制。

时间响应，为了便于比较，两个响应都被看成是正确的。

最后，重新考虑原来的尾翼控制导弹，它的重心被稍稍前移，这样就使得其静稳定度提高了三倍，而它的稳态增益近似地减为原来的四分之一，短周期振荡频率提高一倍，而阻尼系数则减半。现在看，静稳定度的意义是很明显的，大的静稳定度将导致：

- (a) 小的稳态增益；
- (b) 高的短周期振荡频率；
- (c) 很低的阻尼系数。

小的静稳定度将导致：

- (a) 大的稳态增益；
- (b) 低的短周期振荡频率；
- (c) 低的或适中的阻尼系数。

因此，压心和重心的位置是导弹控制系统设计者极为关心的。

对于对称导弹，传递函数 f_z/η 本质上必然和 f_y/ζ 相同，然而代数符号有些改变，例如，尾部升降舵正的偏转角最终产生沿 z 轴正向的加速度。

飞行路线角速度/方向舵偏转角 $\dot{\psi}_y/\zeta$

飞行路线角速度和侧向加速度是本质上相同的东西，只是其所用比例尺不同，我们可用 U 除 f_y 得到飞行路线角速度，严格地说， U 还要乘以导弹攻角的余弦。

弹体角速度/方向舵偏转角 r/ζ

为了得到这个传递函数，必须从方程(4.6-1)和(4.6-5)中消去 v ，得到：

$$\frac{r}{\zeta} = -\frac{n_z s - n_z y_v + n_r y_z}{s^2 - (y_v + n_r) s + y_v n_r + U n_r} \quad (4.6-8)$$

将此式与 (4.6-7) 式比较可看出, 无阻尼自然频率和阻尼系数是相同的。确实, 飞行路线角速度、侧向加速度、弹体角速度和攻角都取导弹的振荡模式, 并且这些模式的频率和阻尼系数都是相同的, 只是初始值、斜率和稳态增益不同。因此, 采用上述同样的一组气动力导数, r/ζ 的稳态增益是 $-1339/152 = -92$, 这和 $\dot{\psi}_y/\zeta$ 的增益相同。弹体角速度和飞行路线角速度有相同的稳态值。那么弹体角速度和飞行路线角速度有什么本质区别呢? 方程 (4.6-8) 的分子可以写成:

$$-(n_t y_v - n_v y_t)(T_{is} + 1)$$

其中 T_i 通常称之为攻角滞后 (最令人难以解释的!), 其值为:

$$\begin{aligned} T_i &= \frac{n_t}{-n_t y_v + n_v y_t} = \frac{1}{-y_v(1 - n_v y_t / y_v n_t)} \quad (4.6-9) \\ &= \frac{1}{-y_v(1 - x^*/l_c)} \approx \frac{1}{-y_v} = 0.365 \text{ 秒} \end{aligned}$$

其中 l_c 是重心至方向舵压心的距离, x^* 是静稳定度。

对于给定的导弹, 这个时间常数随高度的增高和速度的降低而增大。它的值往往很大, 其典型变化范围是 0.25 至 2 秒。略去传递函数 f_y/ζ 分子中的小项, 那么侧向加速度、飞行路线角速度和弹体角速度之间的近似关系如图 4.6-2 所示。

可将弹体角速度看成为相位超前的飞行路线角速度, 或者说, 弹体角速度乘以一个比例系数就是相位超前的侧向加速度。这就是为什么在飞机、直升飞机和导弹上的自动驾驶仪中, 都从速度陀螺取反馈来抑制短周期振荡的原因, 因为它包含一个很强的导数项。图 4.6-3 表示了前述的尾翼控制

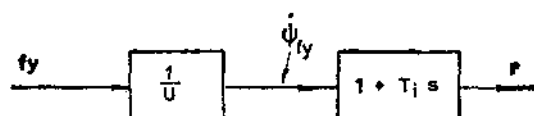


图4.6-2 侧向加速度、飞行路线角速度和弹体角速度之间的近似关系

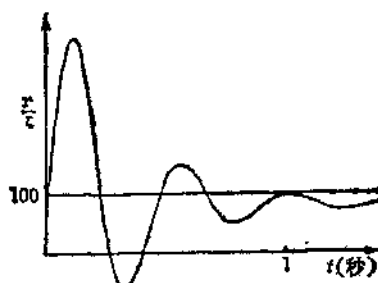


图4.6-3 方向舵阶跃输入时的弹体角速度

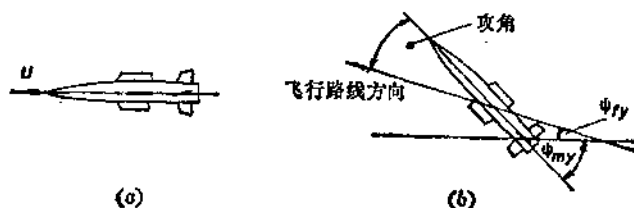


图4.6-4 飞行路线方向落后于弹体方向

导弹在方向舵阶跃输入时的弹体角速度与时间的关系。

弹体角速度和飞行路线角速度的概念可能会混淆。现在研究图4.6-4(a)。如图所示，导弹作直线飞行，然后方向舵突然偏转。而在图4.6-4(b)中，导弹已转过稳态攻角 $\psi_{my} - \psi_{fy}$ 。如果攻角是常数，那么弹体角速度必然等于飞行

路线角速度；然而在相同的时间内，弹体转过的角度已经大于飞行路线角的变化。这就说明，在弹体攻角从零开始增大的过渡时间内弹体角速度必然大于飞行路线角速度，不然就不能获得角度超前。换句话说，在过渡时间内，弹体角速度等于飞行路线角速度加上它的微分乘以一常数。

弹体攻角/方向舵偏转角 β/l

为了得到这个传递函数，作代换 $\beta = v/U$ ，并且从前面的二个方程中消去 r ，得到：

$$\frac{\beta}{\xi} = \frac{(y_c s - n_c U - y_c n_r)/U}{s^2 - (y_r + n_r) s + y_r n_r + U n_v} \quad (4.6-10)$$

分母当然没有变化，分子中的 s 项是不重要的，而其稳态增益是 $3.52^\circ/\text{弧度}$ ，即 1° 方向舵偏转角将产生 3.52° 稳态弹体攻角。这由一个具有长力臂和小静稳定度的强力方向舵获得。图 4.6-5 表示了方向舵单位阶跃输入时导弹的攻角响应，这与简单二阶系统响应没有什么差别。

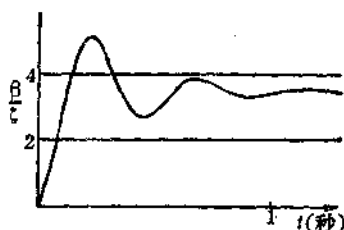


图4.6-5 方向舵阶跃输入时的弹体攻角

§ 4.7 高度和速度换算因子

亚音速情况

假设对于海平面的标准大气条件和给定的速度（譬如说 100米/秒 ）已经给出了一组气动力导数，那么我们怎样从给定的这一组气动力导数换算出已知高度和其它速度（譬如 150米/秒 ）的气动力导数呢？忽略通常比较小或十分小的雷诺数的任何影响，就可以认为所有法向力都正比于 $\rho U^2/2$ 。

因此, 气动力导数 Y_i 和气动力矩导数 N_i 及 N_r 可以十分简单地用比值 $\rho U^2 / \rho_0 U_0^2$ 进行换算。然而, 处理 N_v 和 Y_v 的时候要谨慎, 必须记住 Y_v 是每单位侧滑速度产生的侧向力, 而且 $\beta = v / U$ 。

$$\text{实际力} = Y_\beta \cdot \beta = Y_v \cdot v$$

即

$$Y_v = Y_\beta / U$$

因此, 如果我们知道了某一条件下的 Y_v , 只要用 $\rho U / \rho_0 U_0$ (不是速度的平方) 乘它即可实现换算。对于 N_v 也可同样处理。

超音速情况

在超音速情况下, M 数是独立变量, 即法向力这时是 M 的函数且与 $\rho U^2 / 2$ 成正比。对于给定的 M 数:

$$\text{法向力} \propto \rho U^2 / 2 \propto \rho M^2 a^2 / 2$$

$$\propto \frac{\rho}{\rho_0} \left(\frac{a}{a_0} \right)^2 \times \frac{1}{2} \rho_0 a_0^2 M^2$$

其中 a 是当地的音速。表 4.7-1 中给出了主要气动力导数的换算因子, 假设我们已经知道了在海平面上对给定的 M 数的导数值。

表 4.7-1 给定 M 数时气动力导数的高度换算因子

导 数	高度换算因子	各高度 (米) 上的因子值				
		0	5000	10000	15000	20000
● Y_v, N_v	$\rho a / \rho_0 a_0$	1.0	0.567	0.296	0.1355	0.0615
● $Y_t, N_t, Y_r, N_r, L_p, L_s$	$\frac{\rho}{\rho_0} \left(\frac{a}{a_0} \right)^2$	1.0	0.536	0.262	0.1168	0.0531

●● 同样运用于对应的俯仰导数。

§ 4.8 推力矢量控制的气动力导数

用推力矢量控制的导弹的气动力导数和用气动力控制面控制的导弹的气动力导数有什么不同呢？首先，它的主升力面可能稍向后移动，并且将省去尾部安定面。下列的导数仍旧可以按照与气动力控制面控制的导弹相同的方法进行计算： $L_p, Y_v, N_v, N_r, Z_w, M_w, M_q$ 。而对于 Y_ξ 和 Z_η ，我们可用“法向力/单位推力偏转”代替原来的定义。因为我们一直采用小角度假设，所以这里的推力可以简单地认为就是它本身的值。接着就可得到 N_ξ 和 M_η 的值。如果用两个旋转喷管进行滚动控制，那么 L_ξ 的值是由一个喷管所产生的推力乘以两喷管间的中心距。

可是，对于图 3.4-4 所示的通常形状的面对空导弹，用推力矢量或气动力控制面进行控制，将推力矢量控制时的侧向力导数与气动力控制面控制时的方向舵和升降舵侧向力导数 Y_ξ 或 Z_η 作一番比较是有益的。对于弹体直径为 18.5 厘米的导弹，其弹体截面积 (S) 为 0.0269 米²，其阻力系数 C_d 在远低于 $M=1$ 的亚音速时是 0.32，在 $M=1.1$ 时增至 0.70，在 $M=1.3$ 时为 0.62，在 $M=1.9$ 时为 0.52。 Y_ξ 的平均值在 $M=1.9$ 时是 15000，并且它作为一次近似值而与速度的平方成正比。当然在飞行过程中质量是变化的，但为了易于比较，我们假定它保持不变，且为 65 公斤。给出的续航推力 T_r 为：

$$T_r = \frac{1}{2} \rho U^2 S C_d$$

一些比较数字列于表 4.8-1。

虽然这种对比因导弹不同而异，但是一般结论是清楚的，

表4.8-1 侧力值-推力矢量控制与舵面控制的比较

海平面速度 (M数)	推 力 矢 量 控 制		气动力控制 (Y_c)
	以40g助推	续 航	
0.7	20400	299	2540
1.1	20400	1620	6280
1.9	20400	2870	15000

对于推力矢量控制的导弹，当发动机以大的 g 值助推时，“侧向力/单位推力偏转值很高，但在亚音速续航时该值却很低。即使如此，对于那些用于打击低速运动目标的系统（如反坦克系统）来说，这样的数值可能是足够了。对于那些在助推阶段采用推力矢量控制的更灵活的系统，可能另外还需要与推力矢量控制伺服机构相连接的气动力控制面。

参 考 文 献

- [1] ELLIS J. W. and McARTHUR C. W. Applicability of Euler's dynamical equations to rocket motion. ARS Journal. November 1959.

第五章 弹上的仪表

§ 5.1 引言

绝大多数闭环系统都装有测量系统状态的仪表（通常叫做传感器）。传感器的输出通常是电压。如果系统的输入量或参考量也是电压，那么就易于对它们进行比较。反映转轴位置和速度的电位器与测速发电机是我们最熟悉的传感器的例子。现在我们来研究导弹在空间的运动。力和力矩使导弹相对于地面或象通常所说的相对于惯性空间产生加速度，并因此产生速度和位移。如果我们想用闭环系统来控制导弹的运动，那么就需要有测量导弹在空间运动的加速度、速度和位移的仪表。很明显，通常的电位器和测速发电机是不行的，而应该采用加速度计、速度陀螺和定位陀螺。习惯上，把导弹的舵或推力矢量伺服机构以及弹体、弹上仪表和为了使回路闭合所必需的一切电子设备和网络所组成的系统统称为自动驾驶仪，但这不是个通用的术语。在这一章中只讨论用于近程和中程导弹上的价格比较便宜的仪表，而不讨论那些用于惯性导航和惯性制导导弹上的十分复杂的仪表，因为它们形成了完全不同的另一类专题，已经超出了本书的范围。

§ 5.2 陀螺仪的基本理论

众所周知，如果用一组无摩擦轴承把一个重的转子悬浮起来，并使它起转以后，那么它在惯性空间将保持自己的自

转轴方向不变。我们知道，如果把陀螺从地面上的一点移动到另一点，那么由于地球表面曲率的影响，看起来它好象指向了另一个方向。另外，由于地球的自转，陀螺的自转轴好象也在改变方向。而我们这里所关心的飞行时间很短，一般为 10~20 秒左右，很少能达到 100 秒，在这样的距离和时间内这些影响是可以忽略的。

遗憾的是，陀螺的自旋方向将由于有干扰力矩作用于被支承质量上而产生漂移。现在我们来研究一转动惯量为 J ，在图 5.2-1 所示的方向上以角速度 ω 自旋的物体。角速度和角动量用垂直于自旋平面的线段表示，其方向用右螺旋法则确定。现在如果在自旋平面内（即绕自旋轴）作用一个力矩，那么角动量的大小改变，而其方向不变。现在假设有一个力矩 T ，在垂直于自旋矢量的方向上作用一短时间 δt （如图 5.2-2 所示），如果物体转过 $\delta\theta$ 角，那么 $T\delta t$ 必须等于角动量的变化。如果我们用 $J\omega = H$ 表示角动量，则

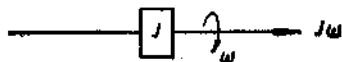


图5.2-1 表示为矢量的角动量

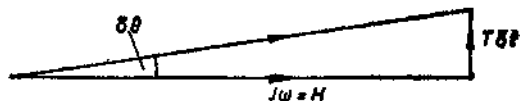


图5.2-2 旋转体的进动

$$H\delta\theta \approx T\delta t$$

取极限即得
$$\Omega = \frac{d\theta}{dt} = \frac{T}{H} \quad (5.2-1)$$

自旋矢量这种方向上的变化通常叫做进动，很显然，要使进动量小，力矩必须很小，而且角动量大是有利的。

现在考虑互相垂直的三个轴 ox 、 oy 和 oz 。假设 H 沿 ox 方向（即在 oyz 平面内）而力矩绕 oy 轴作用（即在 oxz 平面内），那么物体将绕 oz 轴（即在 oxy 平面内）产生进动。如果物体绕 ox 轴自旋，并且被迫绕 oz 轴产生进动，那么，将绕 oy 轴出现反作用力矩。显然，当绕 oy 和 oz 轴没有任何力矩时，物体将不进动，也就是它的自旋方向将保持不变。在详细考察陀螺结构以前，另外两个力学现象是值得注意的。

现在将一个质量为 m 的物体支承于两点之间，使得通过质心且垂直于一个主轴 yy 的支撑刚度是 s_y ，对于另一主轴 zz 的支撑刚度是 s_z 。当力 P 通过质心垂直于 yy 轴作用于物体上，便产生挠度 P/s_y ，且其方向和 P 相同。类似地，如果力 Q 垂直于 zz 轴作用在物体上，则所产生的挠度和 Q 同方向，其大小等于 Q/s_z ，见图 5.2-3。现在假定同时加上这两个力，那末合力 R 和 zz 轴构成的角度 θ 为：

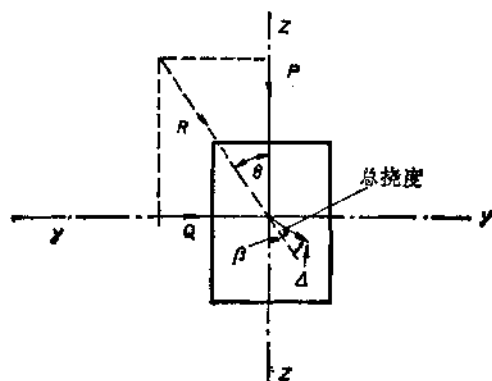


图5.2-3 非等弹性挠曲

$$\operatorname{tg} \theta = Q/P \quad (5.2-2)$$

然而，挠度和 zz 轴形成的角 β 是：

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{Q}{s_x} / \frac{P}{s_y} \quad (5.2-3)$$

并且只有当 $s_x = s_y$ 时，这两个角才相等。因此在一般情况下挠度和作用力的方向是不一致的。挠度有两个分量，其中一个和作用力同方向，而另一个垂直于作用力。令后一分量为 Δ 。因此，绕质心的力矩是 $R\Delta$ ；并且，因为 $\Delta \propto R$ ，所以，力矩 $\propto R^2$ 。如果使 R 的方向倒转，那么 Δ 的方向也跟着反向，因而力矩的方向不变。由振动所产生的惯性力就是这种方向交变的力的一个例子。换句话说，如果陀螺的支承绕两个主轴不是等刚度的，那么方向交变的力使陀螺产生进动。按陀螺设计者的说法，叫做“非等弹性振动整流效应”。部分地解决这个问题的办法之一是将支承做得尽可能硬，而完善的设计则具有两个等刚度的主轴，这样就使得它在所有方向上都是等刚度的。实际上，对于战术导弹中的大多数陀螺来说，由非等弹性引起的漂移速度正比于 g^2 。最后，必须讲一下章动现象，章动是陀螺转子在框架中的自由振荡，令外力矩为零，可以求出它的振荡频率。内环相对于正交位置的角度为 θ 。假设转子的角动量 H 是常数。令转子和内环一起绕 oy 轴的转动惯量是 J_y ，转子和内外环一起绕 oz 轴的转动惯量是 J_z ，见图 5.2-4。

由于没有任何力矩作用于陀螺框架，因此我们可以写出：

$$T_{oy} = 0 = J_y D\Omega_y - H \cos \theta \Omega_x \quad (5.2-4)$$

及 $T_{oz} = 0 = J_z D\Omega_z + H \cos \theta \Omega_y \quad (5.2-5)$

应当注意，这里已经忽略了任何小的阻尼力矩。对方程 (5.2-5) 微分，得

$$-D\Omega_y = J_z D^2 \Omega_x / H \cos \theta$$

将 $D\Omega_y$ 的这个值代到方程 (5.2-4), 得

$$\left(D^2 \frac{J_y J_z}{H^2 \cos^2 \theta} + 1 \right) \Omega_x = 0 \quad (5.2-6)$$

因此, 章动频率

$$\omega_n = \frac{H \cos \theta}{\sqrt{J_y J_z}} = \omega \frac{J \cos \theta}{\sqrt{J_y J_z}} \quad (5.2-7)$$

其中 J 是如前所述的转子转动惯量。如果转子是一个球体, 那么 J_y 必然大于 J , J_z 也必然大于 J 。实际上我们发现, 在 $\theta = 0$ 时的章动频率大约是自旋频率的 70% 左右。这样, 如果转子速度是 24000 转/分, 则章动频率大约是 $0.7 \times 400 = 280$ 赫左右。6 米长导弹的基本弯曲振型大约是 25 赫左右, 而 1 米左右长小型导弹的基本弯曲振型约为 100 赫左右。为了克服章动的影响, 重要的是不要激发这种振荡模

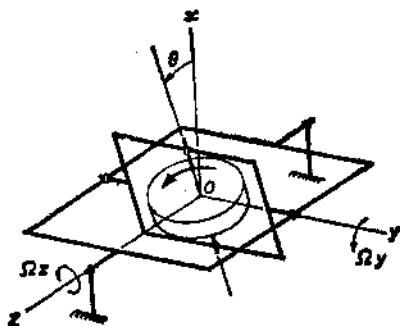


图 5.2-4 在框架中转动的转子

型。为此就希望保持尽可能高的转子速度, 并避免大的 θ 值。

§ 5.3 自由或定位陀螺

最简单的定位陀螺有三个自由度, 通常称之为“自由”陀螺, 它由转子和框架组成, 转子很重并且在框架中以高速旋转, 框架很轻并被称之为万向支架。这个框架用轴承支撑于另一框架中, 在理想情况下, 后者和自旋轴成直角。图

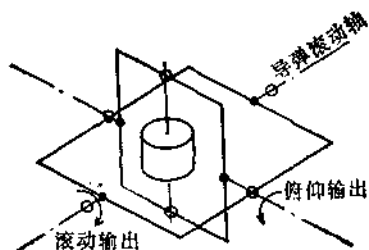


图5.3-1 滚动和俯仰
陀螺（垂直陀螺）

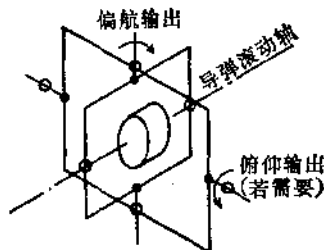


图5.3-2 偏航和俯仰
陀螺（方位陀螺）

5.3-1 至 5.3-3 表示了定位陀螺可能取的三种指向。如果用
一个角位置传感器检测导弹弹体和外框架之间的相对运动，
而用另一个传感器检测两个框架之间的相对运动，那么一个
自由陀螺就能测出导弹
的两个转角。如果需要
测量三个转角，那么就
要有两个这样的陀螺。
值得注意的是，导弹可
以绕外环轴和转子轴任
意转动而不会破坏陀螺
仪三轴原来的正交性。
现在考虑滚动和俯仰陀
螺，其配置表示在图
5.3-1。很明显，导弹
可以任意地偏航，其结果仅仅是陀螺框架绕陀螺自旋轴转
动；导弹也可绕滚动轴任意地转动。在这两种情况下，两组

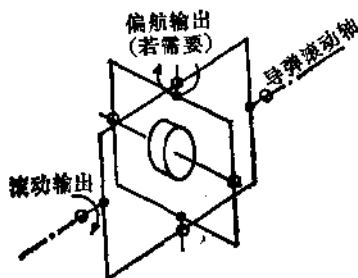


图5.3-3 另一种滚动
（和偏航）陀螺

框架都保持正交，因而能够正确地测出俯仰和滚动运动。然而导弹的俯仰运动会使两组框架趋向共平面，在俯仰 90° 时两框架平面完全重合，陀螺丧失了一个自由度。在这种状态下，如果导弹偏航，它将带着陀螺转子轴一起转动。这种现象称之为“自锁”。绕一个轴自旋，并且受迫绕另一个轴进动，则将绕第三个轴产生角加速度。如果导弹带两个自由陀螺，那么它就不可能在一个以上的方向上具有不受限制的角自由度。因为角动量 H 是个很大的量，即使低速的受迫进动也将引起很大的陀螺反作用，即产生大的角加速度。这些都将使得陀螺的参考方向遭到破坏。

现在要问，如果使导弹的 x 、 y 和 z 轴与框架轴重合，那么弹体转动后敏感元件所指出的角度是否能表示导弹的正确转动呢？参看图 5.3-2。很明显，导弹可以绕 x 轴滚动，而其几何关系没有任何本质上的变化，它只是绕陀螺自旋轴转动。另外，只要导弹绕 y 轴和 z 轴的转动不同时发生，那么这种转动是不会影响测量精度的。现在假设转子无漂移，且令导弹先产生偏航角 ψ 然后绕本身的俯仰轴转过 θ 角，那么，表示偏航角的外环相对于弹体的转角 ψ' 是多大？而表示俯仰角的内外框架的相对转角 θ' 又是多大？分解以上角运动给出：

$$\sin \theta' = \sin \theta \cos \psi \quad (5.3-1)$$

$$\text{及} \quad \text{tg } \psi' = \sec \theta \text{tg } \psi \quad (5.3-2)$$

尽管坐标轴具有明显的对称性，但这两个方程却是不一样的。假定 $\theta = \psi = 30^\circ$ ，则由这两个方程可知，所指示的俯仰角是 25.5° ，而指示的偏航角是 33.5° 。同样的讨论也可应用于导弹滚动角的测量。从图 5.3-1 和图 5.3-3 可以看到，如果人们只关心导弹的滚动，那么陀螺自旋轴有两种可能的方

位，而从减小测量的失真来考虑，取决于预计的导弹运动的先后次序。这两种布局中的一个可能优于另一个。象后面将要看到的，在指令系统中，框架的这种失真是引起指令系统相位误差的一个原因。克服这种失真的方法之一是，当陀螺内外环的正交性一旦遭到破坏时，就立即测出误差角并加以修正。如果采用如图 5.3-1 所示的方案，则导弹的俯仰运动将使得内环和外环不再相互垂直。如果力矩马达在正确的方向绕滚动轴产生一力矩而作用在外环上，那么陀螺将绕俯仰轴进动直至误差角为零。这样，陀螺自旋轴将始终与导弹纵轴垂直。

通常用小型精密滚珠轴承支承陀螺的三个轴。为长时间运转而设计的自由陀螺常用空气轴承支承其转子，但飞行时间比较短的导弹上所用的陀螺则无此特点。转子可以瞬发式启动，然后让其惯性运转。显然，这种方法适用于总的工作时间比较短的导弹，如反坦克导弹、空对空导弹以及近程面对空导弹。如果用压缩空气作为导弹伺服机构的能源，那么可以把转子加工成周围呈庠斗状的皮尔顿轮，然后形成两股对称配置的喷射流冲击这个皮尔顿轮。用这种方法，在半秒钟时间内，就可使转子加速到 60000 转/分。如果象通常那样要求参考轴的方向和发射方向一致，那么在起转以后必须立即使陀螺开锁，为此就需要一种延迟机构。如果导弹伺服机构的能源不用压缩空气，那么通常用一个小的单独装填的柯达火药来瞬发式启动转子，而为此就需要另一个时间延迟机构，以便在主火箭发动机点火以前使陀螺迅速起转。飞行时间大于 40 秒的导弹采用电动陀螺。这里适于采用磁滞马达，因为这种马达从静止状态直至同步转速的过程中都能够提供满载力矩。如果利用 400 赫电源，那么马达最大转速可达

24000转/分。典型的起转时间是 20 秒左右，但如果开始启动时采用过驱动技术，那么起转时间可以减至 6 秒左右。这种马达被设计成内定子-外转子的结构形式。图 5.3-4 中表示出了一个典型的瞬发式启动定位陀螺，它装有一个电位器，其重量为 255 克。

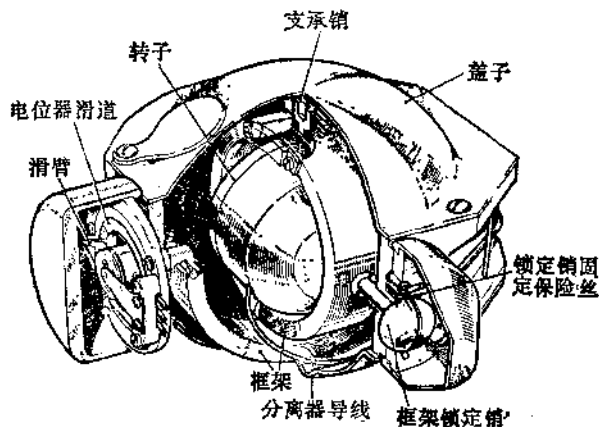


图5.3-4 瞬发式启动定位陀螺

现在讨论引起陀螺漂移速度的某些原因。下列数据对于瞬发式启动定位陀螺是适用的：

初始转速	20000转/分
33秒后的转速	大于初始转速的 75%
重量	0.35公斤

除非环境条件能或多或少地被正确确定，否则要具体地谈漂移速度是困难的。可以很容易地使漂移速度减至 0.05°/秒以下，但是当导弹以 3转/秒的平均速度旋转时，因为由一组轴承所产生的摩擦力矩是单方向的，这样有可能使漂移速度

增大到 $0.25^\circ/\text{秒}$ 左右。另外，当导弹以很大的 g 值飞行时，例如在加速期间，漂移速度也可能远远超过 $0.05^\circ/\text{秒}$ 。由滑环、电位器电刷以及电驱动转子的马达引线所产生的力矩是产生漂移的其它原因。具有上述性能的双轴瞬发式起动陀螺在 1979 年时价格约 200 英镑。具有低漂移速度的一般陀螺通常体积较大，其价格当然更贵。用在飞行时间大约 100 秒的中程导弹上的高质量陀螺，其典型的漂移速度是 $1^\circ/\text{分}$ 。

§ 5.4 速度陀螺或阻尼陀螺

大多数速度陀螺用来测量绕一个轴的角速度，其转子安装在一框架中，框架绕垂直于自旋轴的另一个轴的运动被一个扭杆或无摩擦弹簧系统所限制，除此之外再没有其它的框架，所以转子只有一个运动自由度。图 5.4-1 和图 5.4-2 表示了一个优质的单轴速度陀螺的工作方式和较详细的结构，图中圆柱形框架被装入一密封的外壳内，在它们之间的间隙中充以粘性液体，框架中性悬浮于液体中。液体提供粘性剪切阻尼使轴承摩擦很小，且保护陀螺免受冲击。现定义：

- k —— 扭杆的刚度；
- β —— 扭杆的扭转角；
- H —— 转子角动量；
- J_x —— 绕扭杆轴的总转动惯量；
- f —— 粘性阻尼系数；
- Ω —— 导弹绕输入轴的转动速度。

如果导弹绕自旋轴转动，则不会引起任何反应。如果导弹绕扭杆轴作稳定转动，就将迫使转子以同样角速度进动。进动所需力矩必定要由一端小轴的直接剪切和另一端扭杆的直接剪切提供。然而，如果导弹如图所示绕输入轴转动，那

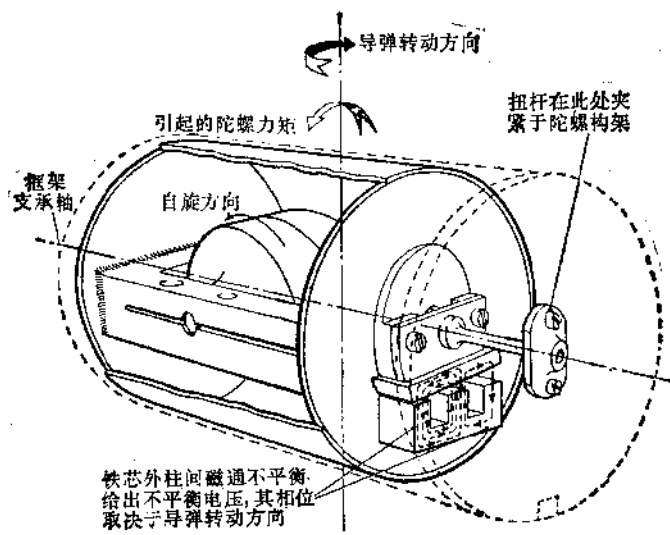


图5.4-1 速度陀螺工作方式

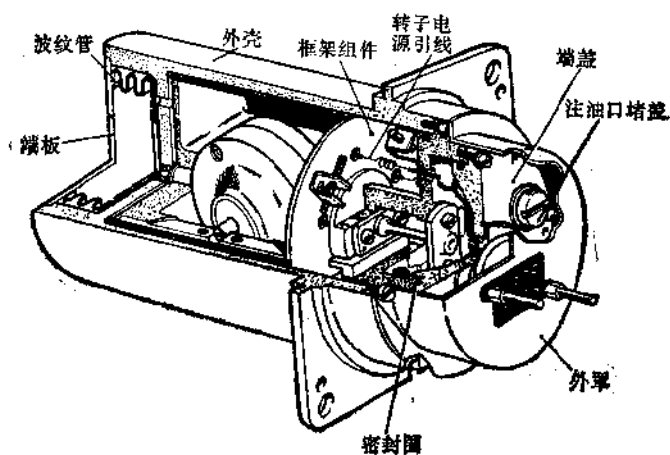


图5.4-2 速度陀螺较详细的结构图

么转子将产生进动，并扭转扭杆。在稳定状态下，扭转角正比于输入角速度。令绕扭杆轴的力矩相等，我们得到：

$$J_s D^2 \beta + f D \beta + k \beta = \text{陀螺力矩} = H \Omega$$

因此

$$\frac{\beta}{\Omega} = \frac{H/k}{(s^2/\omega_n^2) + (2\mu s/\omega_n) + 1} \quad (5.4-1)$$

其中

$$\begin{aligned} k/J_s &= \omega_n^2 \\ 2\mu/\omega_n &= f/k \end{aligned}$$

这是一个增益-带宽乘积受到限制的例子。对于给定的 H ，应用柔性扭杆可以获得很高的增益，但却减小了仪表的带宽。也就是说，仪表可以有较高的增益或较宽的频带，但二者是不可兼得的。对于大多数导弹来说，希望速度陀螺有较高的自然频率，通常约为80赫或者更高些，因此，必须认可刚性的扭杆和很低的直流增益。例如 $\omega_n = 500$ 弧度/秒，那么 $k/J_s = 500^2$ 。假如转子速度是24000转/分，即 800π 弧度/秒，那么如果转子转动惯量近似等于框架转动惯量，则从方程(5.4-1)可得静态增益为：

$$\frac{\beta}{\Omega} = \frac{H}{k} = \frac{J\omega}{k} = \frac{\omega}{500^2} = \frac{800\pi}{500^2} = 0.01 \text{ 弧度/弧度/秒} \quad (5.4-2)$$

如果最大输入是4弧度/秒，那么最大输出是0.04弧度，即稍大于2°。这就是大多数速度陀螺用交流传感器测量这些小的角位移的原因。图中所示的传感器是线性差动变压器，通常称为“E型”传感器。如果要求速度陀螺非常准确，那么就必须使它的输出角位移很小。因为自旋轴的任何位移将使敏感轴产生相同的位移，从而与标称平面成直角的平面内的角速度将引起交叉耦合。

用速度陀螺测量角速度，可以获得很高的分辨力和线性度，但是为了在很宽的工作温度范围内使偏差减至远小于满刻度的 $\pm 2\%$ ，这就要求仪表设计者有很熟练的技巧（见参考文献〔1〕）。和定位陀螺一样，速度陀螺也可以采用瞬发式启动或电驱动。如果采用瞬发式启动，然后让其惯性运转，那么必须允许增益随时间连续减小。不过，如果仪表被用来对自动驾驶仪进行阻尼，那么大约20%的增益损失应该是容许的。一个气动速度陀螺重量仅有130克，其价值约为100英镑。相反，由英国航空空间公司（BAC）制造的质量很高的小型双轴速度陀螺，其重量仅有56克，它与重量为36克的电子组件一起，能够敏感绕二正交轴的角速度输入，并给出两个相应的直流输出。这种超小型传感器具有良好的分辨力和很小的零偏，同时有很宽的动态范围。其敏感元件的工作依赖于作用在绕轴高速旋转的流体上的陀螺力矩。这种组件在某些导引头中用于稳定是很理想的。

§5.5 加速度计

常用的线性加速度计有三种类型：

- （a）弹簧-质量加速度计，通常称之为灵敏质量加速度计；
- （b）压电加速度计；
- （c）力平衡加速度计。

其中第（b）类加速度计的工作原理是，在两个相对的平面上呈现的电荷正比于压力，亦即正比于加速度。但是，如果用它记录低频加速度，则需要一个专门的电荷放大器。类型（c）实际上是更准确的弹簧-质量加速度计，它用于要求精度很高的场合。类型（a）是最常用于战术弹中的一种，

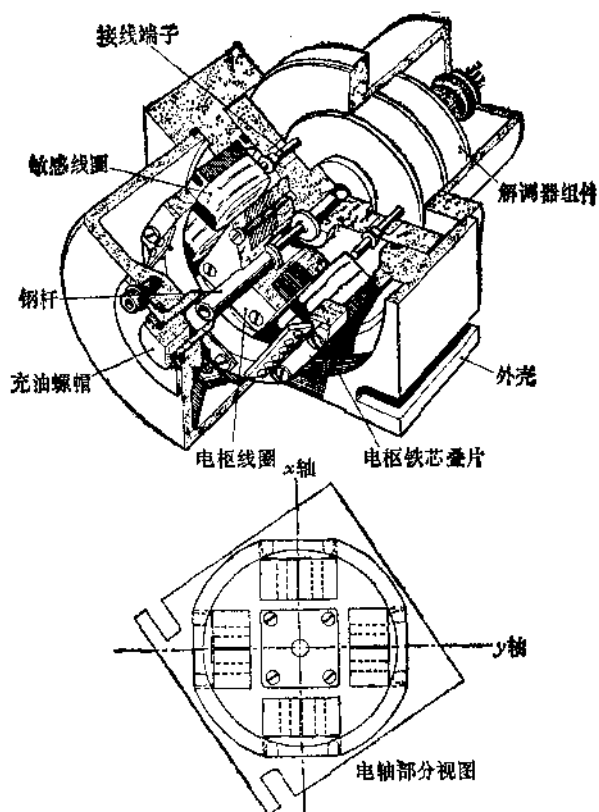


图5.5-1 双轴加速度计结构详图

它具有一个重物，该重物用低迟滞的弹簧支承于机壳内，重物的运动一般采用流体阻尼。弹簧力因而弹簧变形必定与加速度成比例。从设计上保证了这种加速度计的敏感轴只有很小的交叉耦合。不过在有些设计中具有更复杂的支承，并有两个传感器，以致能测量两个正交的加速度。然而，因为

系统是一般的弹簧-质量组合，所以它和速度陀螺一样，具有二阶滞后特性，与速度陀螺中所用的交流传感器相类似，在这里用以测量相对于壳体的位移。典型的无阻尼自然频率在80~100赫范围内。另外，线性度和高分辨力是比较容易达到的，但是在振动、不经心维护以及温度变化范围大等条件下，要保证其误差小于满刻度的 $\pm 2\%$ 是不容易办到的。战术导弹中所使用的加速度计，其价格大概在60~250英镑范围内，具体价格需视技术条件而定。某种双轴加速度计的详细结构表示于图5.5-1中。

§ 5.6 分 解 器

当导弹由地面制导，并且导弹本身没有滚动角位置稳定的情况下，需要将两个导引指令（即“上-下”和“左-右”）分解到导弹的自由滚动轴上。假设用 V_1 指挥导弹上下运动，并且导弹发射时升降舵处于水平位置，但后来逆时针方向产生了滚动角 ϕ 。如果升降舵伺服机构接受的指令与 $V_1 \cos \phi$ 成正比，方向舵伺服机构接受的指令与 $-V_1 \sin \phi$ 成正比，那么在假设气动力与控制面转角呈线性关系且控制面的转角正比于输入指令的条件下，导弹将向上机动。感应分解器由转子和定子组成，它们各有两个电轴互成 90° 的线圈。分解器的次级电压正比于轴转角的正弦和余弦。因此我们用滚动陀螺使转子相对空间保持稳定，而让定子随导弹一起转动。左-右制导信号加在另一个初级线圈上。由这一装置所产生的有关电压和控制力示于图5.6-1。初、次级绕组之间的耦合系数在正常情况下对每个绕组而言是相同的。

另一种使用直流电压的分解器表示于图5.6-2。假设上-下制导指令是 V_1 ，左-右制导指令是 V_2 ，那么 V_1 、 V_2 、

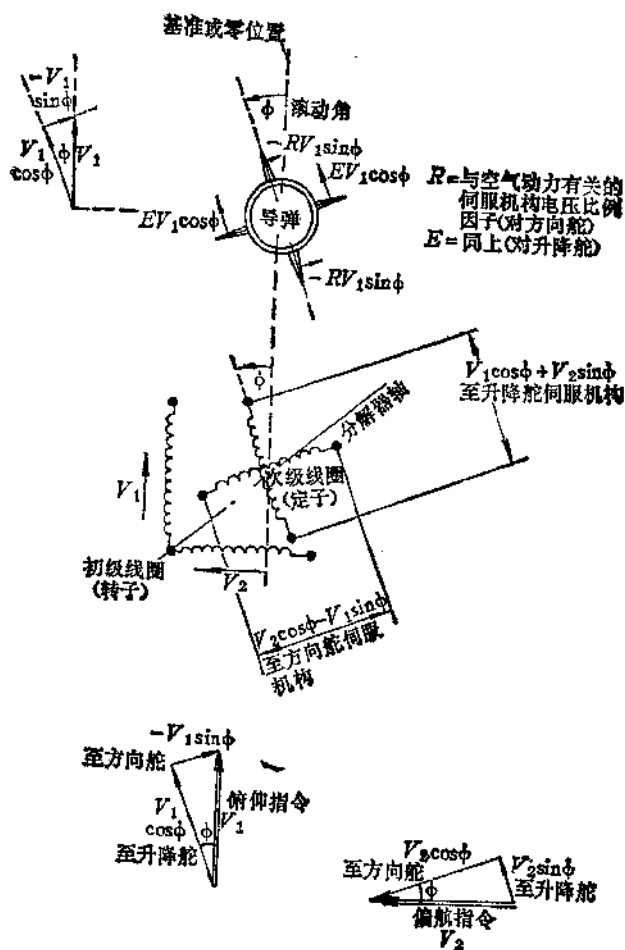


图5.6-1 由制导指令 V_1 和 V_2 所产生的有关电压和控制力

$-V_1$ 、 $-V_2$ 加到图示的各点。两个互成直角的电刷所取出的信号是 V_1 和 V_2 的线性函数，如果仔细选择电阻值，那么

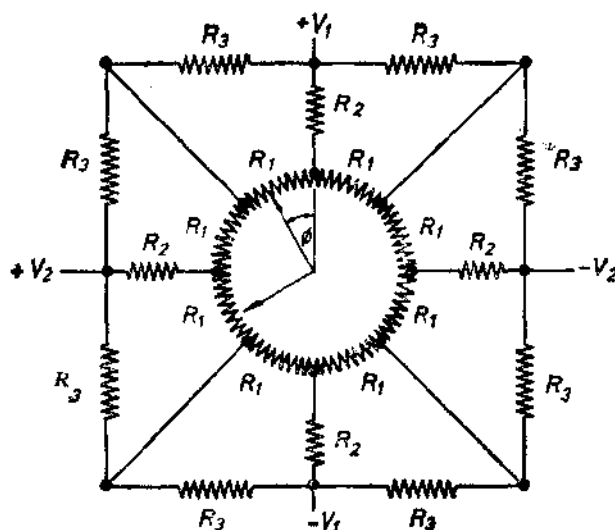


图5.6-2 环形分解器

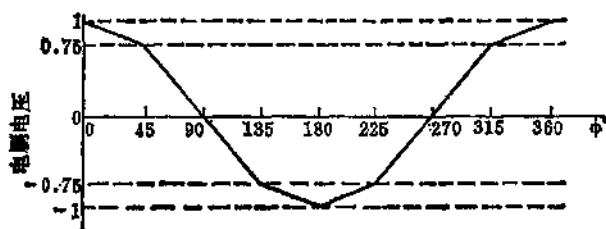


图5.6-3 作为电刷角函数的有关电压

这两个函数很近似正弦和余弦函数。如图所示，如果 45° 处的电压等于 0° 处电压的 0.75 倍，那末用八个抽头就可得到适当的近似值。图 5.6-3 表示，对于给定的 R_2/R_1 和 R_3/R_1 值，电刷角从 0° 至 360° 变化时，余弦的近似值。

§ 5.7 高 度 表

雷达高度表用以指示飞机相对于地面或海平面的高度,气压高度表用以指示海平面或另外某个被选定高度以上的高度。如果导弹需要在地面以上的给定高度飞行20或30公里距离,并且其高度不低于100米,那么用简单的气压式真空膜盒或者甚至用压电式压力传感器指示其高度就足够准确了,但当高度低于100米时,由于大气压力的局部微小变化以及这些仪表的鉴别能力和精度的限制而使它们不再适用了。

文献〔2〕对雷达高度表进行了讨论。FM/CW(调频/连续波)和脉冲式高度表目前都能在低至1米左右的高度上工作,而FM/CW高度表在0~10米范围内似乎更准确。这两种高度表都能在很宽的范围内连续地指示高度,但需要进行精心的设计。如果需要测量的高度仅在0~60米范围内,那么用一个结构较简单而重量不过2.5公斤的仪表就可以了。上述这两种高度表都能设计成宽波束的,容许导弹有 $\pm 25^\circ$ 甚至更大的滚动和俯仰角。被测距离是飞行器至最靠近的回波点的距离。典型的批生产的FM/CW高度表在10米以下的测量精度为 $\pm 5\%$ 或 ± 0.5 米。

激光高度表是另一种类型的装置。这种装置用一束由激光源发出的持续时间很短的辐射能照射目标。从目标反射或散射回来的辐射能被紧靠激光源的接受机检测。再采用普通雷达的定时技术给出高度信息。目前已经用普通的电源和半导体砷化镓(GaAs)器件构成了激光高度表。EMI电子有限公司用砷化镓激光器设计并生产了一个系统,它的典型的性能是从0.3米到50米,精度在10米以内是 ± 0.1 米,从10米到50米时是 $\pm 1\%$ 。激光高度表的波束宽度一般很窄(大约

1°数量级), 因此给出的是相对高度的定点测量结果。

参 考 文 献

- [1] SIMONS W.R. Errors in rate gyroscopes and some compensation techniques. Design Electronics, August 1966.
- [2] HOVANESSIAN S.A. Radar detection and tracking systems. Artec House Inc. 1973.

第六章 自动驾驶仪设计

§ 6.1 引言

自动驾驶仪是一个闭环系统，它是主制导回路内的一个小回路，但并非在所有导弹系统中都需要有自动驾驶仪。当转动控制面或改变推力方向时，导弹总是按要求的方式作上下或左右机动。如果导弹上装有加速度计和（或）陀螺，它们对导弹伺服机构形成附加反馈，以修正导弹的运动，则通常把由伺服机构、控制面或推力矢量元件、弹体和反馈仪表加控制电路所组成的导弹控制系统称为自动驾驶仪。一般地说，若控制导弹在俯仰平面与偏航平面内的运动，则称为侧向自动驾驶仪；若控制导弹绕纵轴运动，则称为滚动自动驾驶仪。与飞机自动驾驶仪通常的定义相对照，只有控制飞机偏航运动的驾驶仪才称为侧向自动驾驶仪，而控制飞机俯仰运动的则称为纵向自动驾驶仪。例如用于保持飞行方向不变的飞机驾驶仪称为侧向自动驾驶仪。对于对称“十”字型导弹来说，俯仰和偏航自动驾驶仪是完全相同的。在垂直面内引入一个 g 的偏差信号以补偿重力的影响，而这并不会影响自动驾驶仪的设计。滚动自动驾驶仪具有完全不同的用途，将单独地进行研究。

在指令和自动导引系统中，对一个性能良好的侧向自动驾驶仪所提的要求差不多是相同的，而先研究指令系统的要求会更有好处。在指令系统中制导接收机提供一个和导弹偏

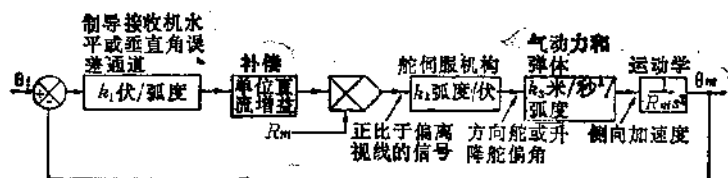


图6.1-1 垂直或水平面制导回路

离视线 (LOS) 的误差角成比例的信号。在图 6.1-1 中示出了一个在垂直面或水平面内没有自动驾驶仪的闭环制导回路的简化方块图。

目标的方位 θ , 由目标跟踪装置确定 (下一章我们将把目标和导弹跟踪系统一起加以说明)。假设制导接收机的增益为 k_1 伏/弧度 (误差角)。然后, 使制导信号有一定的相位超前, 以保证闭环系统的稳定性。为了保持对导弹偏离视线的线位移具有不变的灵敏度, 信号在进入导弹伺服机构之前, 乘以被测量的或计算的导弹飞行距离 R_m , 而这就意味着制导误差探测器的有效直流增益是 k_1 伏/米。如果导弹伺服机构的增益为 k_2 弧度/伏, 且控制面和弹体所产生的稳态侧向加速度为 k_3 米/秒²/弧度, 那末制导回路的稳态开环增益为 $k_1 k_2 k_3$ 米/秒²/米或 $k_1 k_2 k_3$ 秒⁻²。回路是由侧向加速度到侧向位移经过固有的两次积分而闭合的。以后将要讨论到二次积分的假设虽不是很精确的, 但对进行制导回路稳定性的计算来说, 这是一个良好的近似。由于误差角总是很小, 因此可以认为角度的变化量是导弹偏离视线的侧向位移除以导弹瞬时飞行距离 R_m , 这样乘以 R_m 和除以 R_m 就相互约掉了。我们将在下一章更详细地研究制导回路的结构, 而要求读者现在先承认制导回路的增益保持为常数, 它由误差探测器增益、伺服机构增益和气动力增益乘积组成。

现在研究气动力增益 k_3 可能发生的变化。由于以下原因将引起重心位置的不定和变化：(a) 推进剂的消耗；(b) 制造误差。以下原因将引起压心的变化：(a) 攻角的变化；(b) 导弹飞行速度的变化；(c) 制造公差的存在。譬如对于一个长约两米的导弹，如果静稳定度从 2 厘米变到 10 厘米，那末 k_3 值就很容易变为原来的五倍。此外由于飞行高度和速度的变化（许多导弹采用助推-滑行速度剖面），动压 $\frac{1}{2} \rho v^2$ 可能会有很大变化，因而气动力增益总的变化就很容易超过 100 倍。而且，我们已经看到，导弹的短周期振荡频率是衡量弹体在产生侧向加速度时响应速度的一个尺度。它又是静稳定度和气动力导数的函数。最后，由于导弹的响应依赖于气动力导数的无因次形式，所以反映导弹响应性能的各项指标将随着推进剂消耗所引起的质量和惯量的改变而变化。如果在制导回路内允许误差很大，则不可能设计出满意的制导回路，当然除非它们的变化已知。

为了使导弹在有目标运动和各种干扰的情况下产生最小的脱靶量，要求在设计时保证制导回路的带宽和阻尼系数为最优。所以接收机设计者及导弹控制系统设计者都必须严格限制增益的允许误差，而后者还应将动态响应限制在允许的范围内。使导弹伺服机构的增益保持不变是不成问题的。假如每发弹的重心位置都一样，并且在飞行过程中不偏移，压心的位置也不改变，且空气密度和导弹的速度保持不变，而弹体气动力特性又完全是线性的（即法向力正比于攻角），这样设计者就用不着担心了。有一些弹体的气动外形（通常指具有长根弦的弹翼）使导弹的压心在马赫数和攻角改变时变化很小。此外，如果所设计的导弹具有很高的稳定性，即具

有很低的操纵性（即静稳定度达到或超过全长的5%），那么在其压心或重心有小量移动时也不会造成静稳定度有很大的变化。很多反坦克导弹就是属于这一类型。这种用来攻击慢速目标的导弹，对最大过载的要求，典型值至多是3g或4g。此外，它们通常采用助推，并以近似不变的速度飞行。在这种情况下，几乎已不存在保持气动力增益大致不变的问题。

§6.2 侧向自动驾驶仪的设计任务

保持稳态气动力增益近似不变

大多数制导回路是条件稳定的，即不论增益增大还是减小，都会使稳定裕度变坏。这就要求导弹控制系统设计者把增益的允许误差限制在标称值的 $\pm 25\%$ 之内。而许多指令系统采用了“前馈项”来提高精度，这些将在下一章讨论。为了充分利用这些方法，控制系统应当有严格的稳态增益允许误差。理想情况为标称值的 $\pm 10\%$ 或更小一些。在自动导引系统中，我们将看到，如果“运动学环节增益”的变化大于理想值的 $\pm 30\%$ ，则性能会严重降低。由于“运动学环节增益”取决于控制系统增益、导引头增益和导弹-目标相对速度（后者不可能很精确地了解），所以我们希望导弹控制系统的设计人员把误差限制在 $\pm 20\%$ 以内。

这样我们就可以得到一个普遍的结论，对于具有很小静稳定度的高机动性导弹，特别是那些不能保持飞行高度和速度不变的导弹，基本上不能采用开环导弹控制系统。

提高短周期振荡频率

从制导回路的稳定性角度来看，短周期振荡频率高是基本的。由于回路的其余部分是由两个积分环节和一个放大环节所组成，因此即使回路中没有其它动态滞后，在整个频率

范围内开环相频特性也会有 180° 的相位滞后。为了使系统稳定,我们可以使制导误差信号通过一相位超前网络,其传递函数为

$$\frac{1+Ts}{1+\alpha Ts} \quad \text{其中 } \alpha < 1 \text{ 典型值约 } 0.1$$

在频率域中,当 $\omega\alpha T > 1$ 时,它近似等于 $1/\alpha$,由于几乎必然会存在一些高频噪声,所以加进超前网络对误差信号的近似微分作用,在频率大于 $\omega T = 1$ 处一定会造成信噪比的严重降低。当 $\omega T = 1/\sqrt{\alpha}$ 时,相位超前具有最大值 $\phi_{\max}$,此时

$$\tan \phi_{\max} = (1 - \alpha) / 2\sqrt{\alpha} \quad (6.2-1)$$

可以计算出

$$\alpha = 0.3 \quad \phi_{\max} = 33^\circ$$

$$\alpha = 0.2 \quad \phi_{\max} = 42^\circ$$

$$\alpha = 0.1 \quad \phi_{\max} = 55^\circ$$

如果 $\alpha = 0.2$,则常称这种网络为“5比1的相位超前网络”。称 $\alpha = 0.1$ 的网络为“10比1的相位超前网络”。要着重强调的是,在这时幅度要相乘,而相位要相加。我们将在下一章指出,可以用比这个传递函数更为复杂的相位超前网络而使性能更好一点,但信噪比降低的问题依然存在,即如果需要大于 60° 的相位超前,那么就必须用几个网络串联,但信噪比降低的情况会变得不能接受。因此,虽然网络数可以是任意的,但一般对相位超前量的要求都不超过 60° 左右。这就是说,如果打算设计一个最小相位裕度为 45° 的制导回路,那么在制导回路截止频率处导弹伺服机构和气动力环节总的容许相位滞后是 15° 。因此伺服机构必须是非常快速的,并且短周期振荡频率应当比制导回路无阻尼自然频率也就是比开环截止频率要高得多(比如五倍或更高)。这种要求,对一个开环

导弹控制系统来说，特别是当导弹在其速度范围低端和静稳定度较小时，可能是不实际的。

增大短周期振荡的阻尼系数

我们已经看到短周期振荡模态是严重欠阻尼的，特别是当导弹具有很高的静稳定度和在高空飞行时更是这样。这将产生一些不良的影响。首先，阻尼很差的振荡模态对宽带噪声将导致很大的均方根输出。使均方根攻角不必要增大而产生诱导阻力，使射程显著地缩短，且导弹的准确度也会有一定程度的降低。信号在暂时减弱后，可能又突然增强，就会使攻角和所获得的侧向过载产生很大的超调量，其结果有可能导致失速，至少也会使弹体承受的过载接近设计稳态过载最大值的两倍。

减小俯仰和偏航运动间的交叉耦合

如果导弹有两个对称面，并且没有滚动角速度，则在俯仰和偏航运动间就不存在交叉耦合。然而许多导弹是允许自由滚动的，方程 (4.2-2) 表明，由于滚动速度和俯仰攻角的存在，将产生一项沿 y 轴的加速度；同样，方程 (4.2-3) 表明，由于滚动速度和偏航攻角的存在，将产生一项沿 z 轴的加速度。类似地，因为绕滚动轴的转动惯量比绕偏航或俯仰轴的转动惯量通常小一个数量级，所以由于滚动速度和在其它平面中的角运动，就会在偏航和俯仰轴上产生诱导力矩，见方程 (4.2-5) 和 (4.2-6)。可以把这些交叉耦合的影响看作干扰，而任何闭环系统对任一干扰的灵敏度比开环系统要小。

有助于使导弹进入波束

在指令系统中，通常是在离开视线一定距离的地方发射导弹，将弹头指向视线，并且有前置角，使得在不存在干扰时导弹能飞入波束或视线。换句话说，导弹必须暂时作开环

飞行。推力方向不准、偏差和侧风对导弹的散布都是有影响的。导弹闭环控制系统(即自动驾驶仪)如果功能和其它闭环系统的一样,就应当具有抑制外来干扰的能力。为了提高制导精度,系统设计人员希望使用尽可能窄的波束。如果没有自动驾驶仪,那么大多数视线指令控制(CLOS)的超音速导弹和波束制导导弹进入制导波束的概率是很小的。可是,仍然有许多管发射式导弹带有信标机并使用红外敏感元件来跟踪导弹的。这些敏感元件装在发射管旁,所以导弹实际上是在波束中发射。在这些导弹中,有些是没有自动驾驶仪的。

在详细讨论一些具体自动驾驶仪之前,先将它们分类,如图 6.2-1 所示,这对讨论问题或许是有帮助的。

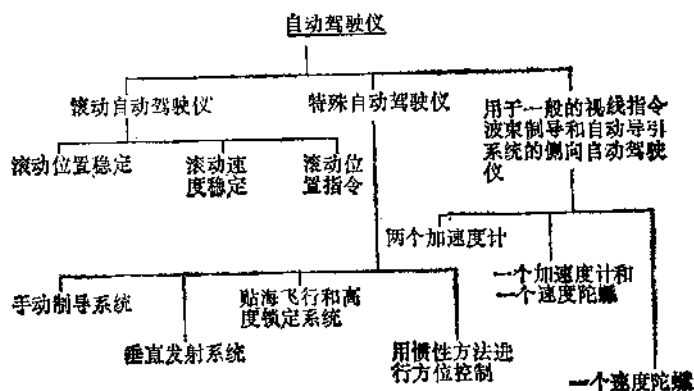


图 6.2-1 自动驾驶仪的类型

§ 6.3 使用一个加速度计和一个速度陀螺的侧向自动驾驶仪

在许多高性能的指令和自动导引的导弹上,通常采用加

速度计作主反馈而速度陀螺作阻尼器。如果导弹有两个对称面, 则使用相同的自动驾驶仪控制俯仰和偏航运动。因此, 我们只要研究一个通道 (譬如偏航通道) 就可以了。加速度计装在重心的前面, 大约相当于从重心到头部的二分之一到三分之二距离的位置上。它的敏感轴是在 oy 方向上。一定要避免把加速度计安装在导弹弹体主弯曲振型的波腹上, 否则在这一点所敏感的振动可能会导致弹体的破坏。如果导弹的伺服机构能响应弹体弯曲振型的振荡频率, 则所形成的舵面运动可能会加强这一自然振动。所以尽量不要把速度陀螺装在由于弹体振动引起的角运动最大的波节上。速度陀螺的敏感轴沿 oz 方向, 即它的输出正比于偏航角速度 r 。

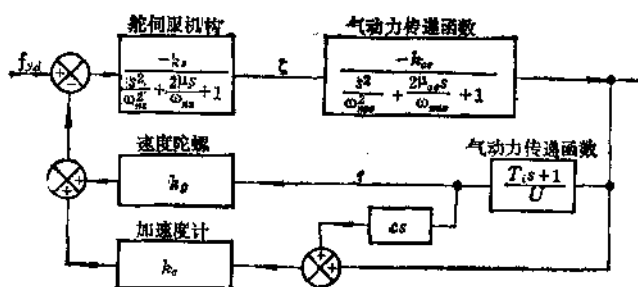


图6.3-1 尾部控制导弹侧向自动驾驶仪简图

图 6.3-1 以简化的形式给出了一个尾部控制导弹的结构图。首先, 因为速度陀螺和加速度计的频带通常大于 80 赫兹, 它们产生的相位滞后在感兴趣的频率范围内是可以忽略的, 所以忽略了速度陀螺和加速度计的动态滞后。其次, 假设舵伺服机构的动态性用一个二阶滞后环节来描述是合适的。第三, 忽略掉在传递函数 f_y/ξ 中小的分子项, 见方程(4.6-7)。

为了更清楚地说明问题，把传递函数表示为稳态增益 k_{ss} 和一个二阶滞后环节（即用短周期振荡频率 ω_{ss} 和阻尼系数来表示）。在 4.6 节中我们已经明确：一个稳定的尾部控制导弹有负的稳态增益。如果我们假设反馈仪表的增益是正的，并且把它们的输出从输入指令中减去，那么仅当伺服机构增益是负的，即正的电压输入产生负的舵偏转时，才能得到负反馈。

如果不进行具体计算，这个结构图能告诉我们什么呢？首先，因为自动驾驶仪是 0 型闭环系统，我们应当使平均开环稳态增益为 10 或更大，以便使闭环增益对气动增益的变化不大灵敏；此开环增益为 $k_1 k_{ss} (k_a + k_g/U)$ 。正向增益和反馈增益的增大将减小闭环稳态增益和增大系统的带宽。开环截止频率近似等于基本闭环自然频率。这一假设通常与实际情况很相近。如果我们需要一个最小带宽为 40 弧度/秒的自动驾驶仪，那么对舵伺服机构应当要求多大的带宽呢？因为开环截止频率至少是开环短周期振荡频率的 2 或 3 倍，所以我们可以认为在截止频率处低阻尼的弹体将产生接近于 180° 的相位滞后。从仪表反馈可以看出，速度陀螺提供一个大小为 k_g/U 倍输出的控制反馈加上输出一阶导数 $k_g T_i/U$ 倍的反馈信号。正是这个一阶导数项对提高闭环系统的稳定性是非常有用的。如果加速度计放在重心前距离为 c 的位置上，那么加速度计敏感的总的加速度等于重心加速度 (f_y) 加上角加速度 ($\ddot{r}$) 乘上距离 c ，总和为 $f_y(1 + cs/U + cT_i s^2/U)$ 。因此，如果 c 是正的（即加速度计放在重心前），则我们从这两个仪表就可得到一部分输出反馈以及输出的一阶和二阶导数的信号，它们全是负反馈。采用这种结构，在反馈通道可以得到 70° 或更多的相位超前，虽然现在还不能精确地确定

它的数值。如果是这样,为了获得 50° 开环相位裕度,我们可以允许舵伺服机构在截止频率处有 $20^\circ \sim 25^\circ$ 的相位滞后。这就意味着舵伺服机构带宽要比自动驾驶仪希望有的带宽大3或4倍。比如,对带宽为40弧度/秒的自动驾驶仪,舵伺服机构的带宽至少要有150弧度/秒。

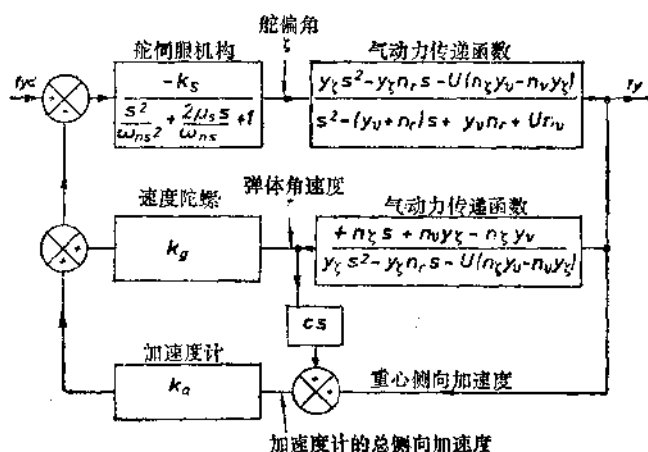


图6.3-2 具有一个加速度计和一个速度陀螺的侧向自动驾驶仪

现在我们来研究气动传递函数 f_y/ξ 的更精确的形式。这时 f_y/ξ 具有小的附加分子项, 见图6.3-2。它与(4.6-7)式中所表示的形式是相同的。这样一来, 图6.3-1中的 k_{ae} 等于 $U(n_\xi y_v - n_r y_\xi)/(y_v n_r + U n_v)$ 。遗憾的是, 弹体零点的存在也使传递函数 r/f_y 复杂化了。读者可以校核由这两个气动传递函数 f_y/ξ 和 r/f_y 的乘积得到的由(4.6-8)式给出的传递函数 r/ξ , 经处理后得到如下方程:

$$\frac{f_y}{f_{y\delta}} = -\frac{y_t s^2 + y_t n_r s + U(n_t y_v - n_v y_t)}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0} \quad (6.3-1)$$

其中

$$a_0 = \frac{1}{k_s} (y_v n_v + U n_v) + k_a U (n_t y_v - n_v y_t) + k_g (n_t y_v - n_v y_t)$$

$$a_1 = -\frac{1}{k_s} \left\{ \frac{2\mu_s}{\omega_{ns}} (y_v n_v + U n_v) - (y_v + n_v) \right\} - k_g n_t + k_a \left\{ y_t n_v + C(n_t y_v - n_v y_t) \right\}$$

$$a_2 = \frac{1}{k_s} \left\{ 1 + \frac{y_v n_v + U n_v}{\omega_{ns}^2} - 2\mu_s \frac{(y_v + n_v)}{\omega_{ns}} \right\} + k_a (-y_t - c n_t)$$

$$a_3 = \frac{1}{k_s \omega_{ns}} \left\{ 2\mu_s - \frac{(y_v + n_v)}{\omega_{ns}} \right\}$$

$$a_4 = \frac{1}{k_s \omega_{ns}^2}$$

为了设计尾部控制导弹的自动驾驶仪，我们必须首先估算一下所需要的气动力导数。我们对导弹在以 500 米/秒的速度飞行时可能要达到 250 米/秒²侧向加速度的情况进行计算（所要求的侧向过载 g 的大小在下一章讨论）。假设导弹是助推滑行飞行型的，其最大速度是 $\sqrt{2} \times 500$ 米/秒，而最小速度是 $500/\sqrt{2}$ 米/秒，即在全程最大速度是最小速度的两倍。我们假设法向力正比于攻角，且限制弹体的攻角为 0.2 弧度。因此

$$y_\beta \beta = 250 = y_\beta \times 0.2$$

由此可以推出

$$y_\beta = 1250$$

对于小的 β 角， $\beta = v/U$ ，所以 $y_v = 1250/500 = 2.5$ 。然而对于尾翼控制的导弹，弹体、弹翼、控制面总的升力要损失掉一部分，所以我们应当在估算值上至少再增加 10%，比

如使 $y_v = 3.0$ 。假设弹长为两米,推进剂燃烧完后导弹的质量为 52 公斤,侧向转动惯量 C 为 14 公斤·米²。 n_v 值取决于 y_v 和静稳定度的大小。因为我们可以一定范围内对弹翼的位置进行调整,所以就可以在一定程度对静稳定度进行调节。我们先对平均静稳定度为全长 4 ~ 5 % 这样一种情况进行讨论。要记住,随着攻角和马赫数的变化,它是会有一些变化的。

现在 $N_v = Y_v x^*$, 其中 x^* 是静稳定度, $n_v = N_v / C$, $y_v = Y_v / m$ 。如果 x^* 等于 0.09 米,即等于弹长的 4.5 %,那末可以求得 $n_v = 1.0$ 。下面我们研究所需要的方向舵力矩大小。如果方向舵的力臂是弹长的八分之三,即 0.75 米,静稳定度是 0.09 米,则当以 0.2 弧度的方向舵偏转角来平衡稳定力矩时,需要 $y_t = 1250 \times 0.09 / 0.75 = 150$ 。然而稳定的侧向加速度使弹体以稳定的角速度转动,从而产生一个反向阻尼力矩,这个力矩也与方向舵的力矩方向相反。设 $y_t = 180$ 。对阻尼导数 n_y 不需要规定,所以我们根据类似的想法可以取 $n_y = -3$ 。由于我们已知控制面力臂的长度,于是可以求出 $n_t = 500$ 。假设我们把加速度计装在重心前面 0.5 米处。这里我们来归纳一下所讨论的控制参数(加上正确的代数符号):

$$\begin{array}{ll} U = 500 & y_t = +180 \\ y_v = -3.0 & n_t = -500 \\ n_v = +1.0 & C = 0.5 \\ n_y = -3.0 & \end{array}$$

还剩下 k_r 、 ω_{sr} 、 μ_r 、 k_a 、 k_g 这五个参数,我们可以对它们进行适当的调整,通过调整尽量使系统最佳。首先我们试图设计一个没有任何补偿电路的自动驾驶仪。

这时技术条件将是怎样的呢？假设制导回路标称增益为 10，而由于加了相位超前网络，开环截止频率从 $\sqrt{10}$ 增至 5 弧度/秒附近。这样，在关键的频率范围，譬如说 2 ~ 12 弧度/秒内，我们希望自动驾驶仪有小的相位滞后。要求自动驾驶仪在 5 弧度/秒处最大相位滞后为 15° ，而在 10 弧度处为 30° 刚好合适。这正是在这种特定的系统中要求自动驾驶仪带宽最小值约 40 弧度/秒的根据。由于系统使用了前馈项，预期闭环增益保持在给定值的 $\pm 10\%$ 之内。在导弹速度达到最大或最小时，可以允许比这个数大百分之几，还包含描述系统稳定程度的一些指标，如时间域内的超调量，频率域内的相裕度和幅裕度。此外，为了限制等效的噪声带宽，对闭环幅频特性的最大值也要有一个限制。自动驾驶仪也必须能满足引导导弹进入波束的要求，而且对伺服机构的增益和带宽也必须给予足够的注意，以避免存在噪声时舵偏转角速度发生饱和。从这一点来说，设计者应使伺服机构增益尽可能低，而频带尽可能窄，因为这样做会降低舵偏转角速度的均方根值。

读者已经知道，在任何闭合回路中，基本的参量是开环增益，它是正向增益和反馈增益的乘积。为方便起见，我们可以把系统设计成 1 比 1 的系统，也就是闭环增益为 1 的系统。因为自动驾驶仪是一个零型反馈系统，并由速度陀螺提供一部分反馈。作为初步试探，我们先取加速度计增益为 0.8，这并不失去一般性。如果实际的加速度增益为这个值的十分之一，那末用提高伺服机构增益为原来十倍的办法就能很容易保持开环增益不变。让我们举一个特殊的例子，若设计要求制导回路开环增益为 10，而我们设计自动驾驶仪闭环增益为 1，那么，制导误差探测器等元件必须有 10 的

增益。我们也可以用减小自动驾驶仪反馈增益,例如改变为原来的十分之一,而将舵伺服机构增益增为原来的十倍的方法,自动驾驶仪开环增益保持不变。现在,自动驾驶仪闭环增益为 10,从而制导误差探测器增益必须减小到 1。显然,对于任何给定的制导误差,舵伺服机构的输出在这两个系统中是相同的。我们重复一下:在完整的闭环系统设计中,选择单独元件或子系统的增益要考虑到可采用的电平;其中有实际意义的是主回路或辅助回路的开环增益。

将伺服机构的无阻尼自然振荡频率 ω_n 定为 180 弧度/秒,并使 $\mu_r = 0.5$,这可以通过采用性能较好的燃气伺服机构和一般的气动伺服机构来实现。经初步模拟计算看出,似乎使 $k_r = 0.007$ 弧度/伏和 $k_g = 30$ 伏/弧度/秒可以得到一个较合理的自动驾驶仪。

我们把上面这些值代到方程 (6.3-1) 中去,可以得到:

$$\begin{aligned} a_0 &= 6.39 \times 10^5 \approx k_a U n_t y_r \\ a_1 &= 1.636 \times 10^4 \approx -k_g n_t \\ a_2 &= 2.06 \times 10^2 \approx 1/k_r + k_a(-y_t - c n_t) \\ a_3 &= 0.82 \approx 2\mu_r/k_r \omega_n^2 \\ a_4 &= 4.41 \times 10^{-8} = 1/k_r \omega_n^2 \end{aligned}$$

如果 $c = 0$, a_2 就近似等于零,这说明把加速度计放在重心前面是多么重要。为了研究这个四阶系统的稳定性和振荡形式,我们需要单独研究一下闭环传递函数分母的系数。把传递函数再写成微分方程的形式,并使方程左边为零,即可得到特征方程:

$$(0.689 \times 10^{-8} s^4 + 1.282 \times 10^{-6} s^3 + 3.222 \times 10^{-4} s^2 + 2.587 \times 10^{-2} s + 1) \times 6.39 \times 10^5 f_y = 0 \quad (6.3-2)$$

用试凑法对这个方程进行因式分解是不可能奏效的,因为差

不多可以肯定它能分解成两个有复根的二次方程。解这种方程的标准方法是把它写成下面的形式：

$$s^4 + 2as^3 + bs^2 + 2cs + d = 0$$

先求解三次方程 $2k^3 - bk^2 + 2(ac - d)k - a^2d + bd - c^2 = 0$ 。从这个三次方程总可以求得一个实根。再从方程

$$a^2 + 2k = b + e^2 \text{ 和 } k^2 = d + f^2$$

解出 e 和 f 的值，从而 s 值可以从下面两个二次方程得到，

$$s^2 + (a - e)s + (k - f) = 0$$

$$\text{和 } s^2 + (a + e)s + (k + f) = 0$$

这样，方程 (6.3-2) 便可分解为：

$$\left(\frac{s^2}{65.3^2} + \frac{2 \times 0.611s}{65.3} + 1 \right) \left(\frac{s^2}{185^2} + \frac{2 \times 0.286s}{185} + 1 \right) = 0 \quad (6.3-3)$$

用留数法很容易得出系统对阶跃输入的响应，它是由低频振荡决定的，其 $\omega_n = 65.3$ 弧度/秒和 $\mu = 0.611$ 。事实上，这个低频振荡具有较好的阻尼特性，其振幅约为高频振荡振幅的七倍。实际上高频振荡欠阻尼并不是个严重问题，因为相对来说它对系统响应的影响较小。开环短周期振荡振型由 $\omega_n^2 = Un_n + y_n n_r = 509$ 和 $2\mu\omega_n = -(y_n + n_r)$ ● 来确定。由此得出 $\omega_n = 22.5$ 和 $\mu = 0.13$ 。可见在回路中加了反馈之后，就把低频振荡响应速度提高了二倍，并使阻尼增大到相当合适的值。而对设计者来说，要得到一个响应较为满意的四阶系统，用什么方法更为有效呢？

用标称化的方法可以更清楚地理解线性系统的性质。考

● 原文误为 $2\mu\omega_n = y_n + n_r$ 。——译者

虑传递函数

$$\frac{\theta_0}{\theta_1} = \frac{1}{a_2 s^2 + a_1 s + 1}$$

我们习惯于用下面的形式来表示:

$$\frac{\theta_0}{\theta_1} = \frac{1}{s^2/\omega_n^2 + 2\mu s/\omega_n + 1}$$

其中

$$\omega_n = \frac{1}{\sqrt{a_2}}$$

或

$$\frac{\theta_0}{\theta_1} = \frac{1}{S^2 + 2\mu S + 1}$$

其中 $S = \frac{s}{\omega_n}$ 。我们知道时间响应或频率响应都可以用无

因次时间 $\omega_n t$ 和无因次频率 ω/ω_n 使之标称化。换句话说, 我们可把变量数目简化成为一个, 即系统的动态性能仅依赖于 a_1 的标称化值。我们也看到 2μ 多半是一个小的数, 譬如在 1 和 2 之间。文献[1]指出: 有相同标称化传递函数的任意阶系统, 具有相同的零极点分布, 差别仅在于其大小与标称化频率 ω_n 成比例。

因此, 对于四阶系统我们有 $\omega_n = (1/a_4)^{1/4}$ 和 $S = s/\omega_n$, 这样一来可以从式 (6.3-2) 重新列写特征方程

$$S^4 + 1.69S^3 + 3.88S^2 + 2.81S + 1 = 0 \quad (6.3-4)$$

这里 $\omega_n = 109.7$ 。我们已经研究了二阶系统的“最佳”阻尼系数, 也就是说我们只需调整 S 项的系数就可以了。在四阶系统中问题基本上是相同的, 只是现在必须调整的是 S^1 、 S^2 和 S^3 的系数。显然, 这些系数的最佳值将取决于性能指标的选择。在自动控制技术人员中有一个普遍的看法, 就是对任意阶系统, 在阶跃输入时, 若使时间乘误差绝对值的积分

(ITAE) 最小, 则其传递函数就能对应一个好的过渡过程和好的频率响应。对于闭环没有零点的系统, 最佳传递函数的系数如表 6.3-1 所示。

表6.3-1 闭环没有零点的标称化ITAE最佳系统的分母

阶 数	分 母
2	$S^2 + 1.4S + 1$
3	$S^3 + 1.75S^2 + 2.15S + 1$
4	$S^4 + 2.1S^3 + 3.4S^2 + 2.75S + 1$

从这一观点出发, 作者认为借助于标称化形式来设计三阶或四阶系统是特别有用的。当一次改变一个参数, 如改变开环增益时, 根轨迹法对人们深刻认识系统的性能也是很有价值的。对侧向自动驾驶仪来说, 由于导弹速度的变化, 引起气动力增益的改变会同时造成其它所有的气动力参数发生变化, 例如造成短周期振荡频率和短周期阻尼系数的变化。我们看到由式 (6.3-4) 给出的标称化分母与 ITAE 最佳形式是很类似的。研究这样的系统所得到的经验表明, 在所谓最佳值附近有一个相当宽的范围, 系统响应对系数在这些最佳值附近的小量变化是不很敏感的。式 (6.3-4) 中 S^3 的系数约为最佳值的 80%。这表明一个振型可能是欠阻尼的。如果观察组成 a_3 的各项, 我们看到它与伺服机构的阻尼系数有相当好的比例关系。用根轨迹法进行设计的读者将会体会到, 改善闭环系统阻尼的最简单方法首先是使开环系统有较好的阻尼。这样就得出一个基本而重要的结论: 如果伺服机构有合适的阻尼 (如 $\mu = 0.7 \sim 1.0$), 那么设计一个阻尼合适的自动驾驶仪也就十分容易了。

最后, 在研究导弹速度变化时, 自动驾驶仪动态响应将

如何变化之前, 我们先用劳斯-霍尔维茨稳定判据来考察一下自动驾驶仪的传递函数是有益的。这时稳定条件是

$$a_1(a_3a_2 - a_1a_4) > a_0a_3^2 \quad (6.3-5)$$

无论我们用原来的传递函数, 还是用标称化的形式, 都将得到同样的结果。在后一种情况下, $a_4 = a_0 = 1$, 此时 (6.3-5) 式可简化为

$$a_1(a_3a_2 - a_1) > a_3^2 \quad (6.3-6)$$

文献[2]中已说明, 在 $a_1 = a_3$ 时使系统稳定的 a_2 绝对最小标称化值等于 2。分析影响 a_2 的项使我们确信, 由于 a_2 随着 C 的增大而增大, 因此应当把加速度计尽可能地往前放。确实, 方程 (6.3-6) 说明了实现稳定性的两个条件, 一个已经很清楚, 另一个是

$$a_3a_2 - a_1 > 0$$

我们可以直接看出, 增大 a_3 值对提高系统的稳定性肯定是有利的, 而对另外两个系数 a_3 和 a_1 来说却不是这样, a_1 值的大小在很大程度上依赖于速度陀螺增益 k_s 。在模拟机上进行模拟很容易证明, 过大的速度陀螺增益值将导致系统不稳定。同样, 方程 (6.3-6) 告诉我们, 如果伺服机构的阻尼过大 (增大了 a_3 值), 那么也可能导致系统不稳定。

现在来看一下自动驾驶仪的响应是如何随导弹速度的变化而变化的。对一些典型的细长、小展弦比的超音速导弹进行风洞实验并研究其结果表明, 作为合适的一次近似可以认为, 对于给定的攻角, 法向力正比于 $\frac{1}{2}\rho U^2$, 而在所研究的速度范围内同马赫数仅有较弱的依赖关系。因此如果导弹速度增至原来速度的 $\sqrt{2}$ 倍, 那末就可以认为 y_c 、 n_c 和 n_r 增至原来的 2 倍, 而 y_r 和 n_r 则增至原来的 $\sqrt{2}$ 倍, 可参阅 4.7

节。

把这些新得到的值代入方程 (6.3-1)，所得到的分母系数列于表 6.3-2 中。

表6.3-2 自动驾驶仪传递函数分母的系数

	$U = 500/\sqrt{2}$	$U = 500$	$U = 500 \times \sqrt{2}$
a_0	1.821×10^5	6.39×10^5	2.37×10^6
a_1	8.291×10^3	1.636×10^4	3.204×10^4
a_2	1.746×10^2	2.06×10^2	2.675×10^2
a_3	0.806	0.82	0.839
a_4	4.41×10^{-3}	4.41×10^{-3}	4.41×10^{-3}

对 $U = 500/\sqrt{2}$ ，相应闭环传递函数简化为：

$$\begin{aligned} \frac{f_y}{f_{yd}} &= \frac{0.907 \left(-\frac{5.45s^2}{10^4} - \frac{8.41s}{10^4} + 1 \right)}{\frac{2.422s^4}{10^5} + \frac{4.43s^3}{10^6} + \frac{9.59s^2}{10^4} + \frac{4.55s}{10^2} + 1} \\ &= \frac{0.907(-0.0238s + 1)(0.0229s + 1)}{\left(\frac{s^2}{37.1^2} + \frac{2 \times 0.739s}{37.1} + 1 \right) \left(\frac{s^2}{176.6^2} + \frac{2 \times 0.362s}{176.6} + 1 \right)} \end{aligned}$$

标称化分母为 $S^4 + 2.280S^3 + 6.161S^2 + 3.650S + 1$ 和 $\omega_0 = 80.2$ 弧度/秒。

对于 $U = 500$ ，相应闭环传递函数可简化为：

$$\begin{aligned} \frac{f_y}{f_{yd}} &= \frac{1.03 \left(-\frac{2.73s^2}{10^4} - \frac{8.18s}{10^4} + 1 \right)}{\frac{0.689s^4}{10^5} + \frac{1.282s^3}{10^6} + \frac{3.222s^2}{10^4} + \frac{2.587s}{10^2} + 1} \\ &= \frac{1.03(-0.0169s + 1)(0.0161s + 1)}{\left(\frac{s^2}{65.3^2} + \frac{2 \times 0.611s}{65.3} + 1 \right) \left(\frac{s^2}{185^2} + \frac{2 \times 0.286s}{185} + 1 \right)} \end{aligned}$$

标称化分母为 $S^4 + 1.69S^3 + 3.88S^2 + 2.81S + 1$ 和 $\omega_0 = 109.7$ 弧度/秒。

对于 $U = 500 \times \sqrt{2}$, 闭环传递函数可简化成为:

$$\begin{aligned} \frac{f_y}{f_{yd}} &= \frac{1.11 \left(-\frac{1.364s^2}{10^4} - \frac{8.18s}{10^4} + 1 \right)}{\frac{1.861s^4}{10^8} + \frac{1.129s^3}{10^6} + \frac{1.129s^2}{10^4} + \frac{1.352s}{10^2} + 1} \\ &= \frac{1.11(-0.01211s + 1)(0.01129s + 1)}{\left(\frac{s^2}{111.7^2} + \frac{2 \times 0.142s}{111.7} + 1 \right) \left(\frac{s^2}{785^2} + \frac{2 \times 0.202s}{785} + 1 \right)} \end{aligned}$$

标称化分母为 $S^4 + 1.250S^3 + 2.617S^2 + 2.058S + 1$ 和 $\omega_0 = 152.2$ 弧度/秒。

对这三种导弹速度, 其闭环系统频率特性如图 6.3-3 所示, 系统对 $50^*/\text{秒}^2$ 的阶跃输入信号的响应如图 6.3-4 所示。现在我们可以看看是否能满足所提出的技术要求。

(a) 闭环增益从 0.907 变到 1.11, 偏离标称值 -9.3% 到 $+11\%$ 。这一变化是由于气动力增益大约增大了三倍造成的, 而我们最初的要求是变化不超过 $\pm 10\%$ 。

(b) 在规定的频率范围内, 自动驾驶仪很容易满足对相位滞后所提出的要求。在低频段相位滞后小的原因是低频振荡无阻尼自然频率增大了。表 6.3-3 综合了这些情况。

从图 6.3-3 很容易看出闭环响应速度增大的原因。开始时由于反馈很小而使得舵偏转非常大, 然而很强的相位超前反馈立刻使舵面反转, 力图阻止超调。因此这个闭环系统的作用和其它反馈系统基本上没有什么不同。响应速度的增大不仅取决于传导函数本身, 而且也取决于在传递函数中表现不出的因素——如系统应该满足功率、速度、角度等要求的

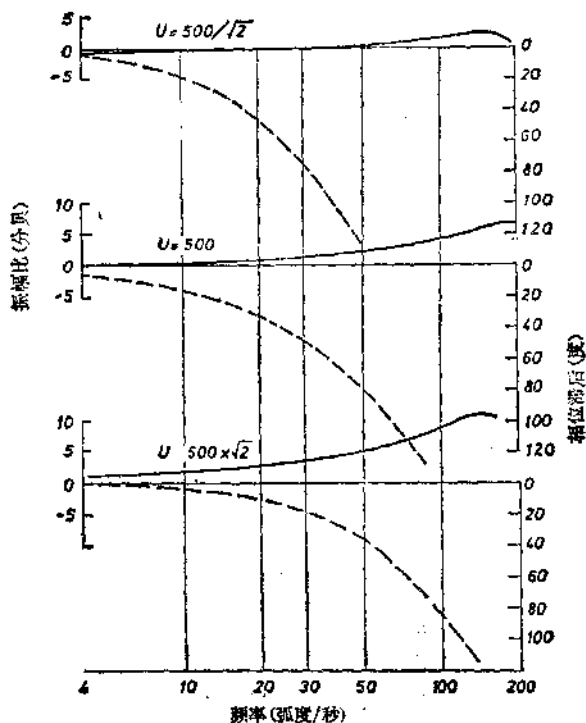


图6.3-3 侧向自动驾驶仪的闭环频率特性

实际能力。如果不考虑稳定性，那么使伺服机构增益进一步提高为原来的两倍就可以明显地提高响应速度。这时给一个输入，开始时舵有达到原来偏角两倍的趋势。由于改变正向增益时稳态侧向加速度近似不变。所以闭环响应应当加快。然而我们能够利用的舵偏角显然有一个限制，但无论如何伺服机构必须提供两倍于前一情况的舵偏转角速度，而这可能会超出它的工作能力。因此，如果我们要相信所列写的传递函数，那么就必须对系统或子系统的增益加以限制。

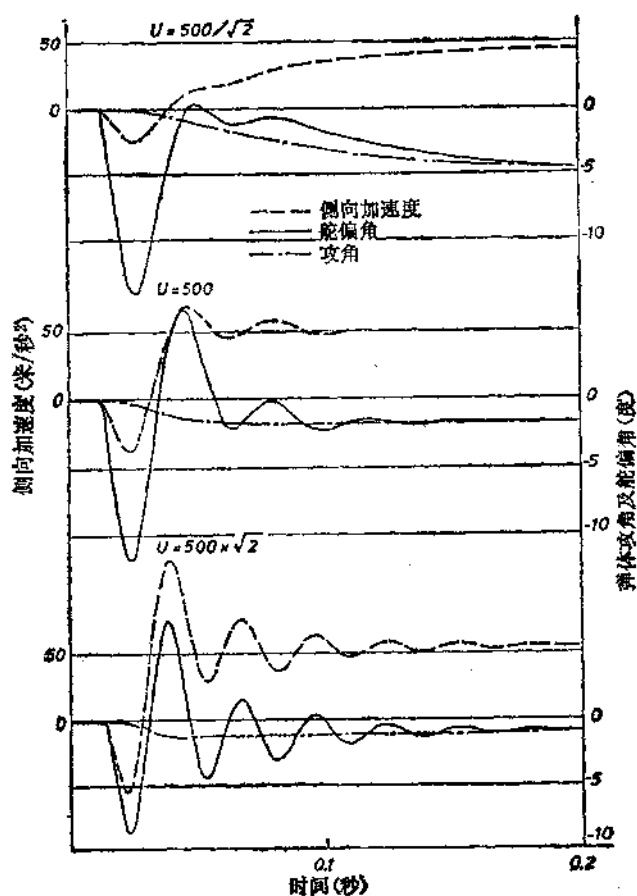


图6.3-4 侧向自动驾驶仪对 50 m/s^2 阶跃输入信号的响应

(c) 我们也注意到，闭环系统的阻尼一般还是适当的，但这并不是由于增大了空气的粘度，而是由于我们适当地选取了反馈，调整了力矩产生装置的动作时间或相位。尽管如

表6.3-3 开环和闭环特性的比较

导弹速度 (米/秒)	开 环		闭 环	
	无阻尼短周期振 荡频率(弧度/秒)	阻尼系数	低频振荡无阻尼 振荡频率(弧度/ 秒)	阻尼系数
$500/\sqrt{2}$	15.9	0.10	37.1	0.739
500	22.5	0.133	65.3	0.611
$500 \times \sqrt{2}$	32.0	0.16	111.7	0.142

此，在高速范围内也可以看出有两种振荡都是欠阻尼的。如果加速度计能稍微向前移动，则低频振荡的阻尼将能大大改善。此外，如果使速度陀螺的信号有适当的相位超前，比如使用三比一的相位超前网络，则系统的稳定性也能有所改善。

现在我们来讨论一下补偿网络的使用问题。只有当相位超前网络或相位滞后网络的时间常数调整到与开环截止频率相关联时，这些网络才是有效的。如果开环增益变化很大，那么补偿网络可以在系统的一个极端增益点处改善其性能，而实际上在另一个极端增益点系统的动态性能却要降低。一般对误差信号加相位超前网络是不可行的，因为在主制导回路中对自动驾驶仪的输入信号已经有了相位超前。在输入端信噪比较低的情况决不会由于有了自动驾驶仪反馈信号而得到改善。从表面上看，因为误差信号已被伺服机构和弹体传递函数滤波，所以让加速度计信号经相位超前网络是不会有问题的。而实际上由于弹体传递函数中存在着两个零点，所以在高频段它的滤波效果是很差的。这就是说，即使弹体在

舵偏转后完全不转动，那么由于舵面上存在法向力也会使得导弹产生侧向加速度。此外，气动力或发动机扰动也会造成弹体的附加运动。如果弹体上的任何一点有侧向运动分量 y_n ，

$$y_n = \hat{Y}_n \sin \omega t$$

那么在这点的加速度就是 ω^2 与该值之积。当此噪声中存在高频分量时，则在加速度计输出端的噪声成分就会非常大。即使加速度计能够精确地放在主弯曲振型的波节上，但这一点并非高频弯曲振型的波节。因此很少有使加速度计信号经过相位超前网络的。而角速度信号的噪声一般不大可能会有这样大，从而角位置信号就应当很好地滤波。对于来自位置陀螺的信号，通常要经过具有相对安全性的相位超前网络。然而，在反馈通道中使用相位滞后网络是有利的，因为它们降低了高频段的开环增益，所以就允许采用高的开环增益，同时它们也将削弱反馈通道中的任何高频噪声。

于是我们得出以下结论：仪表反馈能改善弹体的响应，并且系统对气动力增益的一般变化也是能够适应的。可以预料，如果要适应气动力增益变化很大的情况，就需要某种形式的自适应系统。

§ 6.4 “重要”气动力导数的讨论

我们已经说明，如果已知要求的最大过载和弹体最大容许攻角，则很容易计算出所需要的 y_B 或 y_v 值。对每一个平面有六个主要的侧向气动力导数，我们已经舍去了 y_r 和 z_q ，因为忽略它们是合理的。下面仅考虑偏航平面内的情况。我们已经讨论和确定了 y_n ，现在我们讨论其余四个气动力导数。见图 6.3-1，开环短周期振荡阻尼系数正比于 $(y_v +$

n_r)。但在反馈通路中, 如果没有合成阻尼项, 则闭环主振型(低频振荡)的阻尼确实是很低的, 不过我们发现得到一个有适当阻尼的闭环响应还是有可能的。计算了在该例中组成分母系数 a_0 、 a_1 等各项的读者会理解, n_r 的实际值的大小是无关紧要的, 若令其为零, 那么闭环系统的响应事实上也不会改变。现在还剩下三个侧向气动力导数 n_v 、 n_z 和 y_z 。在前面的例子中, 我们有点任意地规定了平均静稳定度, 这样, 如果给定了 y_v , 那么就固定了 n_v (或 n_θ) 值, 而我们已认识到 $n_z \xi$ 应当略大于 $n_\theta \beta$, 因为舵力臂是已知的, 所以一旦确定了 n_z , y_z 值也就确定了。因此我们确实可以说 y_v 的最小值是容易确定的, 而且如果静稳定度取给定的数值, 则所有其它导数在设计时所需要的数值自然也就得到了。现在假定静稳定度取原先假设值的一半, 这是否意味着 n_z 和 y_z 也可能被减小到原先值的一半呢? 在这个特殊的例子中, 回答是断然否定的。 n_z 值是衡量每单位舵偏角弹体所产生的初始角加速度大小的尺度, 因此在确定闭环响应速度时是一个关键的参数。如果它减小了, 则自动驾驶仪的频带将变窄。所以关键的侧向气动力导数就是 y_v 和 n_z , 而所有其余的参数相对来看是不重要的。图 6.4-1 表示了自动驾驶仪连同弹体的响应。它的开环特性应当是好的, 而实际上却是不稳定的。其中增益等参数和前面所举的例子中 $U=500$ 时所用的数值是相同的, 但 n_r 值已从 1.0 改变为 -1.0, 加速度计已移到重心前 0.7 米处。我们注意到, 对同样的输入指令值, 舵最终停在一个稳定的偏转角上, 此偏转角与稳定的导弹所获得的偏角符号相反。而对于不稳定的导弹来说, 虽然舵面力矩与弹体的不稳定力矩相反, 而作为整体考虑的舵和弹体所产生的力却是在同一方向上, 所以不稳定导弹的气动力增

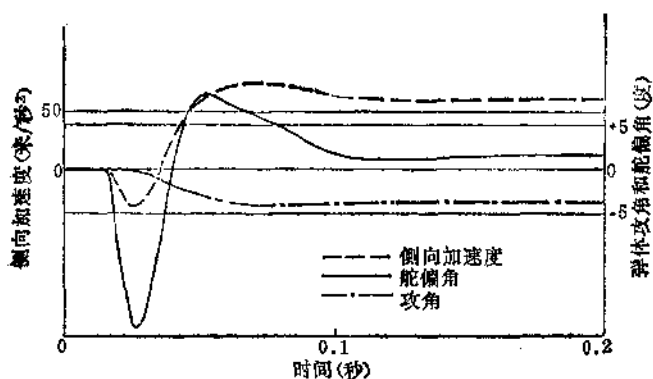


图6.4-1 开环不稳定导弹侧向自动驾驶仪的响应

益当然要增大。一个设计得很好的自动驾驶仪的响应对重心或压心位置的变化是不大敏感的（在合理的限度内）。有人提出，在理想情况下标称静稳定度应当为零。由于推进剂的消耗，重心必然是要移动的；大多数导弹推进剂的重心稍靠导弹的尾部。压心将随着攻角和马赫数而变化，其变化的大小取决于弹形的设计。幸好知道在这种情况下还可能得到满意的响应，条件是我们必须避免过大的静稳定度。这是因为，为了操纵导弹，舵应产生必需的弹体攻角，但舵只有有限的可用行程，静稳定度过大就做不到这点。

我们对更复杂的情况先作一个相当大的简化，然后再来研究自动驾驶仪传递函数分母的系数。

$$a_0 \approx k_s U (n_z y_v - n_v y_z) \approx k_s U n_z y_v$$

$$a_1 \approx -k_s n_z$$

$$a_2 \approx 1/k_s + k_s (-y_z - c n_z)$$

$$a_3 \approx 2\mu_s / k_s \omega_{ns}$$

$$a_4 \approx 1/k_s \omega_{ns}^2$$

可以看到, 对于较小的气动力增益, 自动驾驶仪的带宽也较窄, 在这种情况下 a_3 和 a_4 可以忽略, 也就是伺服机构的过渡过程可以忽略。此外, $-y_t$ 和 $-cn_t$ 两项差不多可以消掉, 因此粗略地假设它们完全消掉, 然后用 $k_a Un_t y_e$ 除 a_0 、 a_1 和 a_2 各项, 使 $a_0=1$, 这样我们得到新的系数 $a_2=1/k_a k_a Un_t y_e$ 。因此闭环无阻尼自然振荡频率约等于 $\sqrt{k_a k_a Un_t y_e}$; 另外还可以看到, 提供阻尼的是角速度陀螺反馈。在由于导弹速度较高因而回路增益也较高的情况下, 这些过分简化的假设在定量计算时就太粗糙了。尽管如此, 认为 n_t 和 y_e 总是“重要”的气动力导数这一点仍然是正确的, 由于 U 通常与 n_e 有关, 因而更确切地说, n_t 和 y_e 是重要的侧向导数。

§ 6.5 采用两个加速度计的侧向自动驾驶仪

一个增益为 k_a 的加速度计安装在重心前面与重心相隔距离为 c 的位置上, 其敏感轴平行于导弹 oy 轴, 这时它的输出信号为

$$k_a(f_y + c\ddot{r})$$

其中, t_y 为重心在 oy 方向上的加速度。

另一个加速度计输出轴的指向与上述加速度计相同, 但放在重心后相隔距离为 d 的位置上, 其输出信号为

$$k_a(f_y - d\ddot{r})$$

既然放在重心前面的加速度计输出的附加分量有重要的稳定作用, 那么把加速度计放在重心后面就应当完全是不合适的了。但有三个著名的英国导弹系统使用了两个隔开的加速度计来提供仪表反馈, 而叠加这两个信号的巧妙方法是: 把前面的加速度计增益提高到 $3k_a$, 后面的加速度计增益提高到 $2k_a$, 而这后一信号是正反馈。于是总的反馈是

$$\begin{aligned}
 & 3k_a(f_y + c\dot{r}) - 2k_a(f_y - d\dot{r}) \\
 & = k_a\{f_y + (3c + 2d)\dot{r}\}
 \end{aligned}$$

这与把一个加速度计放在更靠重心前面的情况是等效的。然而起稳定作用的项多半对闭环传导函数分母中的 a_2 项有影响。在具有一个加速度计和一个速度陀螺的系统中，支配 a_1 值的很重要的一项 $k_a n_c$ 现在已不存在。假设将装在后面的加速度计的信号通过一个滤波器而产生一个相位滞后，滤波器的传递函数为

$$\frac{1}{1 + T_{ra}s}$$

现在不考虑角加速度项（也就是认为两个加速度计都放在重心上），则总的负反馈为

$$3k_a - \frac{2k_a}{1 + T_{ra}s}$$

将该式改写为

$$k_a \frac{(3 + 3T_{ra}s - 2)}{1 - T_{ra}s} = k_a \left(\frac{1 + 3T_{ra}s}{1 + T_{ra}s} \right)$$

这与 3 比 1 相位超前网络的作用是等同的。相位超前网络的分母使自动驾驶仪成为五阶系统，详细分析这个闭环系统是比较繁琐的。图 6.5-1 表示使用两个加速度计的自动驾驶仪对阶跃输入信号的响应，每个加速度计距重心 0.5 米，它与具有一个加速度计和一个速度陀螺的自动驾驶仪有相同的伺服机构增益和气动导数，而且 $U=500$ ， T_{ra} 已调到 0.038 秒。还有其它一些叠加两个加速度计信号的方法，从而使这种结构变得非常灵活；特别是这种结构使快而又有良好阻尼的零系统的超调低频振荡较易实现。这在使用冲压发动机的系统中是很有意义的，因为大的攻角超调会使进气口阻塞而导致发动机熄火。

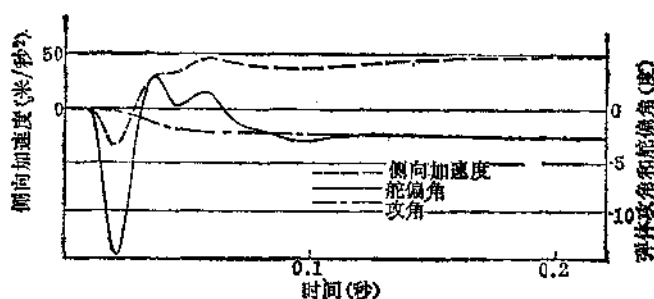


图6.5-1 具有两个加速度计的侧向自动驾驶仪
对阶跃输入信号的响应

§ 6.6 只有一个速度陀螺的侧向自动驾驶仪

据我们所知，仅有一种英国导弹“雷鸟”只使用速度陀螺反馈。因为和加速度计一起使用的速度陀螺所提供的反馈和主反馈（加速度计反馈）相比很小，可以看出，现在如果要设计一个自动驾驶仪而要求开环增益与原系统相近，那末就必须大大地提高速度陀螺的增益，其典型数值是使增益提高十倍左右。这就是说现在主阻尼项是太大了，我们可以使速度陀螺信号通过相位滞后网络来补救这一点。不过要得到与气动力增益适度变化相适应的响应是困难的。因为在静态时，加速度反馈正比于 $1/U$ ，所以单位输入所产生的侧向加速度就正比于 U 。在采用加速度计反馈的自动驾驶仪中，系统对 U 的变化是不敏感的。图 6.6-1 表示具有相位滞后反馈的一个速度陀螺自动驾驶仪的响应，系统的开环增益等参数与具有一个加速度计和一个速度陀螺的自动驾驶仪相同。

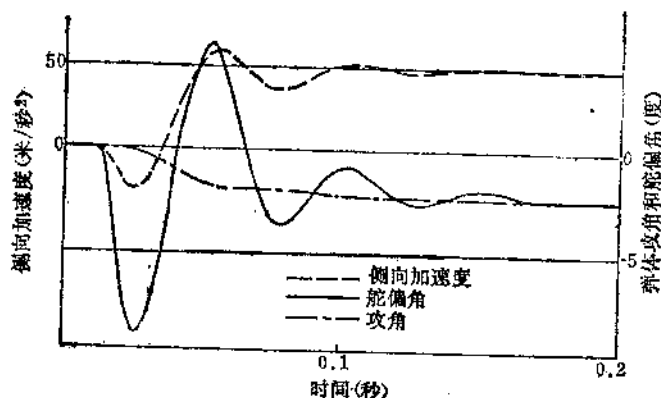


图6.6-1 具有一个速度陀螺的侧向
自动驾驶仪对阶跃输入信号的响应

§ 6.7 鸭式控制对侧向自动驾驶仪设计的影响

下面研究与前述尾部控制有同样弹体和主升力面的导弹，不过把尾部控制改为鸭式控制。这样就造成压心向前移动，我们再把主升力面向后移，以保持静稳定度不变。气动力导数的主要变化仅仅是 n_z 变成正的。现在我们研究鸭式控制导弹侧向自动驾驶仪的设计。假设它的气动力导数的大小和各环节增益与 § 6.3 中所介绍的自动驾驶仪是相同的。因为现在舵面的正向运动产生正的稳态侧向加速度，所以舵伺服机构的增益也必须是正的，不过这并不是件重要的事。如果导弹是静安定的，那么由于舵和整个弹体所产生的法向力同向而不是反向，所以气动力增益会比较大。不过当用加速度计使回路闭合时，在稳定程度上是有显著差别的。如果读者仔细分析新的闭环系统传导函数的符号，就会发现系数 a_1 的值非常近似地由下式给出：

$$a_z = 1/k_r + k_a(y_t + cn_t)$$

这三项现在全是正的，也就是对于鸭式控制的配置来说， a_z 变得相当大。我们从 (6.3-6) 式已经看到，要保持系统稳定，重要的是使 a_z 大于某一最小值。这是舵和弹体一起作用的直接结果；现在由舵运动产生的初始加速度反馈是负的，而不像在尾部控制时那样是正的。鸭式控制这种固有的较好的稳定性，在形成闭环系统时，使得在气动力变化的条件下能比较容易地设计成满意的自动驾驶仪。图 6.7-1 表示了 $U=500$ 米/秒时侧向自动驾驶仪的响应。这个驾驶仪和图 6.3-3 的驾驶仪响应之间的区别只是 n_t 已变成正的，并且舵伺服机构增益的符号也改变了。

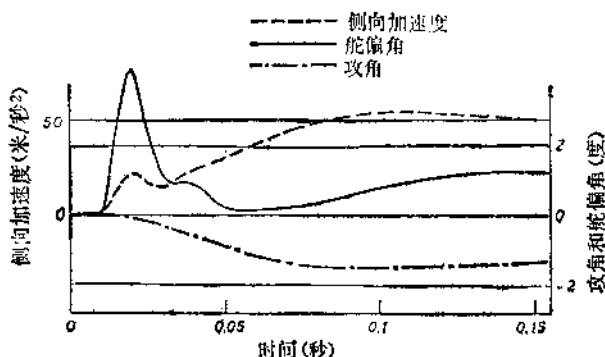


图6.7-1 鸭式控制侧向自动驾驶仪对阶跃输入信号的响应

在结束侧向加速度自动驾驶仪设计之前，画出开环波德图是有益的。这里把所有的传递函数表示为图 6.7-2 所示的静态增益和动态滞后是较简单的，开环短周期振荡频率用 ω_{nw} 表示。如果采用尾部控制，则气动力静态增益是负的，这样 k_r 必须是负的，而当采用鸭式控制时， k_r 必须是正的。

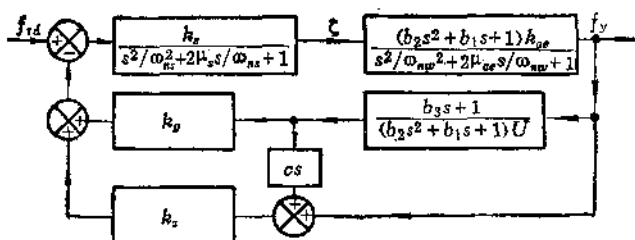


图6.7-2 使用一个加速度计和一个陀螺仪的侧向自动驾驶仪的传递函数

这样, b_2 和 b_1 在尾部控制时都是负的, 而在鸭式控制时都是正的。 b_3 是攻角滞后, 见 (4.6-9) 式和图 4.6-2。读者可以检验, 开环传递函数能简化为

$$\frac{k_r k_a k_g (1 + k_g/k_a U)}{(s^2/\omega_{nr}^2 + 2\mu_r s/\omega_{nr} + 1)} \cdot \frac{(Ys^2 + Xs + 1)}{(s^2/\omega_{nw}^2 + 2\mu_w s/\omega_{nw} + 1)}$$

其中 $X = (b_1 + c/U + k_g b_3/Uk_a)/(1 + k_g/k_a U)$

和 $Y = (b_2 + cb_3/U)/(1 + k_g/k_a U)$

对在 6.3 节讨论过的 $U = 500$ 的侧向自动驾驶仪的波德图如图 6.7-3 所示。所设计的闭环系统与由时间乘绝对值误差积分准则 (ITAE) 得到最佳形式非常接近, 并且得到 55° 的相裕度和 13.5dB 的增益裕度, 这一点也并不会令人感到意外。鸭式控制可得到的相裕度要大得多。不怕麻烦去检验这一点的读者将确信用标称化系数的方法设计不太复杂的系统更快和更直接。

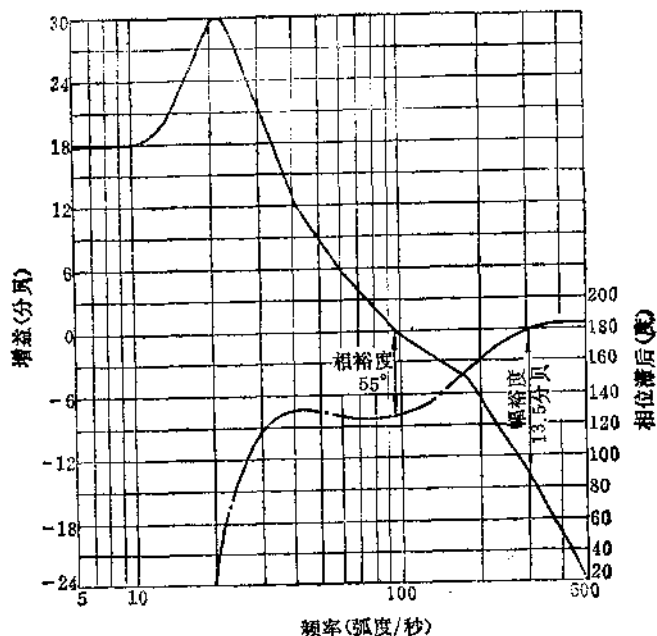


图6.7-3 侧向自动驾驶仪的波德图

§ 6.8 速度控制自动驾驶仪

“速度控制”的概念是和手控导弹系统相关联的，操作者同时跟踪目标和导弹，并向导弹发出指令，尽量使目标和导弹保持在视线上。通常用特别设计的手动控制器和与导弹相联的指令传输线路实现这一控制。如果没有自动驾驶仪，那么向导弹发出的上下或左右的常值指令信号将使导弹产生稳定的侧向加速度。我们来研究操作者在偏航平面内进行位置修正所必需的动作。为了进行左修正，一个熟练的操作者就会先操纵控制器以控制导弹“向左”，当一半误差被消

除后，再把控制器扳向相反的位置上。在理想情况下过渡过程应当非常之短，以致使操作者实际上感觉不出来。图6.8-1表示了导弹执行操作者的指令后产生不变的侧向加速度的情况。在这里导弹的过渡过程已被忽略。显然，要掌握这样的技术是需要经过长时间的培养和训练的，操作者要凭借自己的智慧和经验来决定所需的相位超前量。

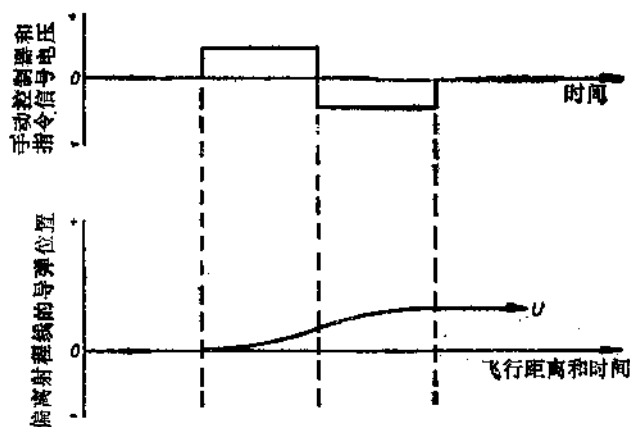


图6.8-1 导弹的加速度控制

研究某一装有定位陀螺的导弹，该陀螺反馈一个与偏航角成正比的电压。给舵的实际信号为指令和导弹所达到的角位置信号之差。当导弹对准所要求的方向时，舵自动地返回到中间位置，而导弹就在这新的方向上继续作直线飞行。如果导弹偏离新的飞行路线方向一个小角度 $\Delta\psi$ ，那么对静止的观察者来说，导弹好象有一个垂直于原来视线的恒定速度 $U\Delta\psi$ 。这个侧向速度与指令成比例。这样一种控制导弹飞行弹道的系统称为“速度控制”。图6.8-2表示使用速度控制

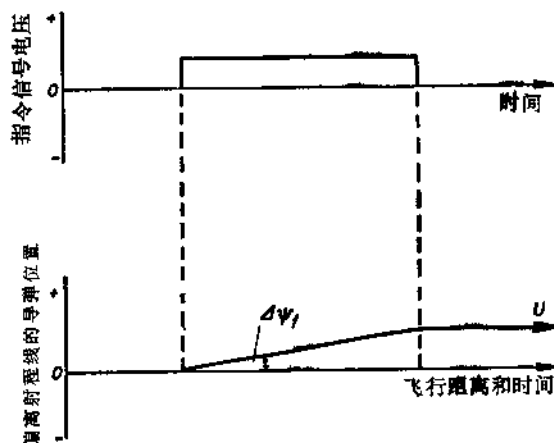


图6.8-2 导弹的速度控制

时在阶跃指令作用下所得到的导弹飞行路线平面图。在英国普遍认为，训练操作者掌握速度控制要比掌握加速度控制来得容易。不过多数人感到，使汽车从门柱间通过是比较容易的。但汽车不是随着方向盘的转动或操纵杆的移动而作圆周运动吗？因此这不也是加速度控制吗？严格地说，这不是加速度控制，其区别就在于导弹的操作者是静止的，而汽车司机如果把方向盘转在一个固定的位置，那么他就具有一个恒定的水平速度，所以对司机来说就好像是一个速度控制系统。操纵一个遥控的模型卡车穿过椅子腿是件非常困难的事，而这是一个真正的加速度控制系统。在回路中使用陀螺的另一优点是能自动地抵抗阵风、推力偏向或由于装配误差所引起干扰的影响。反坦克导弹经常有打地面的危险。当位置陀螺用在俯仰通道上的时候，导弹通常以一个设定的仰角

发射,陀螺开锁时相对弹体有一个角度,这样导弹就以一个小的固定攻角来克服重力,而在水平面内飞行。如果没有陀螺,就必须进行重力补偿。升降舵伺服机构偏转的任何误差,将导致导弹向上或向下加速,如果要使导弹回到弹道上来,就要求操作者有较熟练的操作技能。速度控制系统适于攻击静止的或缓慢移动的目标,在这种情况下,只要求操作者进行较小的调整就可以了。用来攻击快速横向运动目标的视线(LOS)系统,要求导弹实现较为弯曲的弹道,方位自动驾驶仪只会妨碍操作者把导弹保持在视线上。

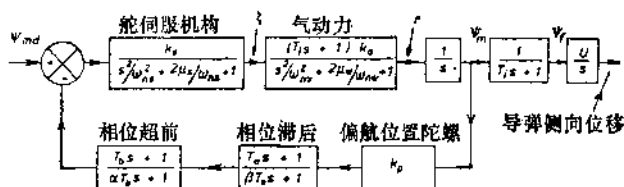


图6.8-3 速度控制自动驾驶仪

在结束这个问题的讨论之前,应当再研究一下攻角滞后的影响。速度控制自动驾驶仪结构图如图6.8-3所示。 r/ζ 的传递函数(见方程4.6-8)可以用无阻尼短周期振荡频率 ω_{nw} 的平方,即 $(y_v n_r + U n_v)$,除分子和分母,并重新整理所选择的导弹是具有0.75秒的攻角滞后和140米/秒的稳态速度的反坦克导弹。我们已经证实弹道或飞行路线速度可以认为就是滞后了这样一个时间常数(即攻角滞后,见图4.6-2)的弹体角速度。现在假设传递函数的初始条件为零,积分这两个量使我们看到,飞行路线的方向与弹体的方向由同一个时间常数联系起来(为了清楚说明问题,忽略掉 $\dot{\psi}_r/r$ 完整表达式中存在的较小的项,因为它们对于问题的论证几乎没有

什么影响)。既然操作者控制的是导弹重心的位置,那么导弹的角位置就是无关紧要的,而飞行路线的方向才是重要的。如果我们使 ψ_m/ψ_{md} 满足通常的响应的要求,那么在飞行路线变化时操作者会感到有相当大的相位滞后。对于一个给定的攻角滞后来说,改善这种响应的一个方法是在反馈回路中采用相位滞后网络。这就延迟了反馈,使弹体姿态角起始超调量较大。如果仔细地选择这个时间常数,其稳定性实际上是能够得到改善的。闭环传递函数中合成的大零点大大地补偿了攻角滞后。图6.8-4表示了 ω_{nw} 为10弧度/秒而开环

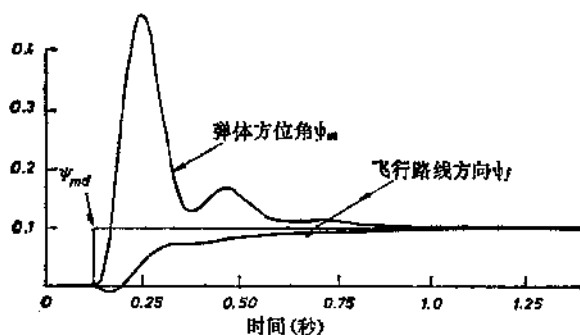


图6.8-4 速度控制自动驾驶仪对阶跃输入指令的响应

增益为35时速度控制自动驾驶仪的响应。反馈通道补偿网络传递函数为

$$\frac{0.068s + 1}{0.68s + 1} \frac{0.1s + 1}{0.01s + 1}$$

如果这种过大的弹体超调量是不允许的话,那末可以用增大 y_v (即增大升力面) 或由操作者加强相位超前来减小攻角滞后。

§ 6.9 侧向自动驾驶仪和发射时的散布

系统中所有的偏差或干扰都会导致产生误差，但由于闭环系统具有一定的抗干扰性，因此通常能把这种不良影响限制得非常小。然而某些指令系统把跟踪装置作为系统的一部分，这个跟踪装置可能离发射架达100米的距离。导弹在进入跟踪波束之前必须开环飞行一段时间。如果散布太大，则可能造成脱靶。即使是不一定要在波束中飞行的半主动自动导引导弹，在助推段需要按相当直的路线飞行。这是由于在助推段内助推发动机的火焰会使信号过分衰减，使尾部的参考信号不能使用。许多新式反坦克导弹是从装在三角架上的发射筒里发射出去的，这种很短的“炮筒”有助于减小散布。许多指令系统首先使用宽波束，而后变成相当窄的窄波束。我们不管这些情况如何，还是要详细地研究和模拟发射时的散布问题。

造成散布的最严重的原因通常是推力偏斜。即使是一个经过准确地制造和校准的拉瓦尔喷管，由于气流偏离精确的轴对称状态也会造成有影响的推力偏斜。文献〔3〕说明怎样才能确定给出无气流偏斜的喷管形状。但这只意味着在检验时对能满足和可检验出的制造公差有一个实际的限制。对有些系统，在任何一个平面内推力偏斜的允许误差采用 ± 2 毫弧度的数值。这个偏差看起来似乎很小（约 $7'$ ），但遗憾的是在助推段的推力很大。假设我们以 40 g 助推。对 2 毫弧度的偏斜，该力的侧向分量仅仅产生 $40\text{ g}/500 \approx 0.8\text{ m/s}^2$ 的侧向加速度。然而推力的偏斜在导弹上也产生偏转力矩。考虑弹体转过一小角度，比如说 0.05 弧度的情况，导弹的纵向加速度在垂直于初始发射方向将有一个分量，它的大小为 $40\text{ g}/20$

$= 2 \text{ g} \approx 20 \text{ m/s}^2$ 。这时角速度很小，所以阻尼力矩也很小。因此如果没有自动驾驶仪，那么减小散布的方法就只能是提高静稳定度了。

现在研究侧风的影响。如果静稳定度为零，那么侧风的存在使导弹有一个有效的攻角。这个攻角转而导致产生法向力，而导弹最终将以风速顺风漂移。然而一个稳定导弹会向顶风方向偏转，结果使推力方向偏向上风方向；这个作用通常比使导弹向顺风方向漂移的气动力作用要大得多。因此，为了减小由于侧风引起的散布，希望导弹有一个很小的静稳定度。

所有导弹都存在装配误差和舵伺服机构偏差。从导致散布这一点来看，它们的影响可能非常大，但在现代生产和检验的技术条件下，和发动机推力偏斜及侧风影响相比，它们的影响通常能被限制得很小，在这里我们就不对它们进行详细地研究了。

图6.9-1(a)和(b)分别表示由于2毫弧度的推力偏斜和10 m/s的侧风所引起的侧向位移与时间的关系。导弹的纵向加速度取作常数，为400 m/s²，气动力特性和§6.3中所研究的导弹相同。假设法向气动力正比于 $\frac{1}{2} \rho U^2$ ，在助推段静稳定度保持不变。可以看出，只要足够的静稳定度，则由侧风引起的散布对静稳定度的大小是不太敏感的，差别仅仅在于静稳定度较大时弹体有较大的初始角加速度。零静稳定度的导弹表现为很小的负散布，这当然是指向下风处的散布。在估计这种性质的偏差时，常常假设所有的偏差和干扰等都是正态分布的，并且它们都是互不相关的。采用和第一章中估计跟踪精度相同的方法，估计系统每个“输入”

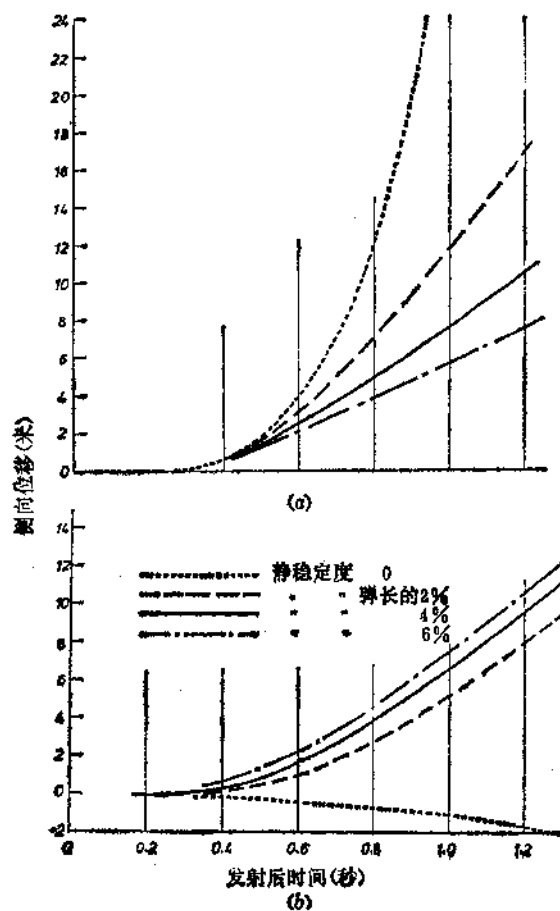


图6.9-1 无自动驾驶仪时的散布

(a) 由于2毫弧度推力偏斜引起的散布；

(b) 由于10米/秒侧风引起的散布。

的 1σ 和 2σ 值, 并计算总的影 响。取 10米/秒 为侧风的 2σ 值。因为相对发射方向来说, 风可以沿任意方向刮, 所以速度为 U_w 的风在任何一个方向上 (包括正反两种指向) 可能的分量为 $2U_w/\pi$, 所以我们说风在任何方向上的 2σ 值为 15.7米/秒 。由于实际情况是在各种可能的环境条件下的工作, 因此对风速的估计将受到导弹部署的影响; 可以想象, 安装在船上的系统会遇到比在陆地上大得多的风。

对于开环系统, 由于推力偏斜引起的散布是依靠大的静稳定度来减小的。普遍认为, 由制造允差引起的误差是正态分布的, 其平均值为零, 而 2σ 值等于其允差。已取 ± 2 毫弧度为允差。

图 6.9-2(c) 和 (d) 表示由于相同原因所造成的侧向位移, 不过导弹现在装有采用一个加速度计和一个速度陀螺的自动驾驶仪。可以看出, 由于推力偏斜所引起的散布已被大大地减小了。应当记住的是, 在助推段静稳定度实际上多半是很小的, 甚至可能是负的。然而减小由侧风引起的散布所得到的结果是令人失望的。对零稳定度情况下的性能, 可作一合理的解释。如果由侧风引起的侧向加速度向右, 则自动驾驶仪就会尽力控制导弹向左, 从而大的纵向加速度好象是使自动驾驶仪进行了过补偿。

遗憾的是, 在导弹控制系统中包含有仪表, 从而使舵伺服机构反应出它们所存在的偏差, 这在开环系统中是不存在的。图 6.9-2(a) 和 (b) 分别表示加速度计偏差 6米/秒^2 和速度陀螺的偏差为 0.1弧度/秒 所引起的散布。如果加速度计能敏感的最大加速度为 $30g$, 而速度陀螺能敏感的最大角速度为 5弧度/秒 , 那么上述偏差 (包括迟滞回线的影响) 表示最大敏感值的 $\pm 2\%$ 。

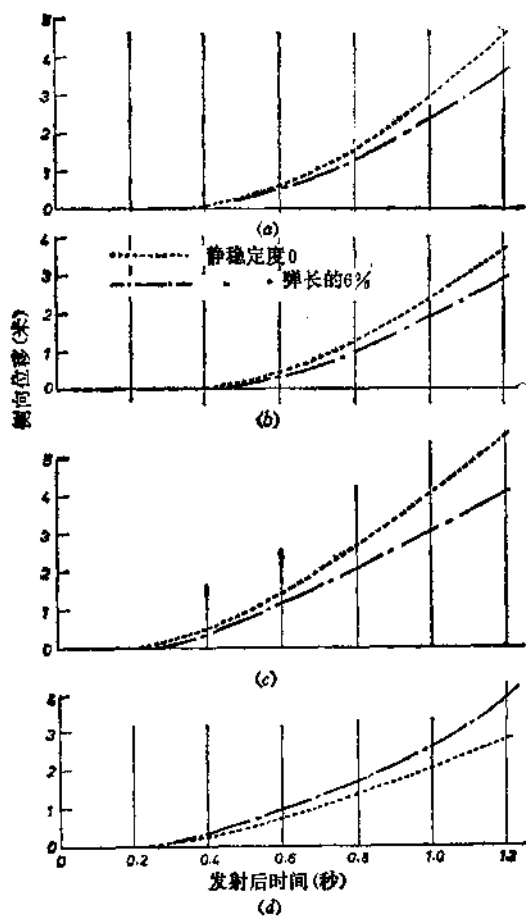


图6.9-2 有自动驾驶仪时的散布

- (a) 由于速度陀螺0.1弧度/秒的偏差引起的散布;
- (b) 由于加速度计6米/秒²的偏差引起的散布;
- (c) 由于2毫弧度推力偏斜引起的散布;
- (d) 由于10米/秒阵风引起的散布。

如果这样一些 2σ 值是可以接受的话, 那么让发射架过于精密就没有太大的意义了。在这里似乎取允许误差为 $\pm 1'$ 是合理的。对于有 2% 静稳定度的导弹来说, 在发射后 1 秒已顺风飞行了 200 米时, 其总的 2σ 散布由下式给出:

$$2\sigma_r = \sqrt{2.56^2 + 2.12^2 + 3.47^2 + 1.99^2 + 3.49^2} = 6.4 \text{ 米}$$

其中各项顺次是由速度陀螺加速度计、推力偏斜、侧风和指向误差产生的。如果使用有两个加速度计的结构形式, 那么要达到与之相应的性能就必须使这些仪表的偏差更低。这是因为此时一个加速度计增益增大到 3 倍, 而另一个则增大到 2 倍, 它们的总概率偏差增大到原来的 $\sqrt{3^2 + 2^2} = 3.6$ 倍。这时速度陀螺的偏差就不存在了。这种结构形式在导弹速度较低时产生的反馈作用较小, 而那时正需要有较大的反馈作用。如果导弹飞行路线按给定的角速度变化, 那末加速度计在导弹速度较高时就会给出较大的信号, 而在低速时则给出小的信号 ($f_y = \dot{\psi} U$)。然而如果弹体转动, 速度陀螺就会产生与导弹速度无关的信号。所以速度陀螺反馈在开始助推段是非常有用的。

最后应当注意的是, 如果导弹使用推力矢量控制, 那么 Y_{ξ} 和 N_{ξ} 值也就是 y_{ξ} 和 n_{ξ} 值与导弹速度无关。为了阻止由于推力偏斜所引起的转弯力矩, 可以依靠 $N_{\xi}\xi$ 的乘积。对于气动力控制来说, 在低速时 N_{ξ} 很小, 而对上面例子中所使用的自动驾驶仪来说, 这正是造成散布特别大的主要原因。使用推力矢量控制系统可以得到较好的结果。如果输入为推力偏斜或侧风, 则乘积 $K_a K_r n_{\xi}$ 是在反馈回路中, 作为一次近似, 侧向加速度与该乘积成反比。反之, 如果输入为仪表的偏差, 则该乘积在正向通道中, 因此它对散布的影响就会小得多。

§ 6.10 滚动控制自动驾驶仪

在第三章中我们已经讨论过必须对导弹进行滚动位置控制的一些原因。如果使用的四个舵伺服机构是互相独立的,那么就可以同时在滚动、偏航和俯仰三个方向实现控制。研究某种采用滚动位置稳定的空对空自动导引导弹,在很大程度上是由于发射变化,飞行速度可在 $M=1.4\sim 2.8$ 的范围内变化。表6.10-1列出了导弹在1500米高度和上述速度变化范围内滚动导数、气动力增益和时间常数的变化情况。它的滚动惯量为 $A=0.96$ 公斤·米²。

表6.10-1 滚动气动力导数、增益和时间常数

	$M=1.4$	$M=1.6$	$M=1.8$	$M=2.0$	$M=2.4$	$M=2.8$
$-L_{\xi}$	7050	8140	9100	10200	11700	13500
$-L_{\rho}$	22.3	24.9	27.5	30.3	34.5	37.3
$T_a = \frac{-1}{l_{\rho}} = \frac{-A}{L_{\rho}}$	0.043	0.0385	0.0349	0.0316	0.0278	0.0257
$\frac{l_{\xi}}{l_{\rho}} = \frac{L_{\xi}}{L_{\rho}}$	316	327	331	336	340	362

为了确定气动力增益和时间常数,读者可利用方程(4.6-6)。要设计滚动回路,则必须知道所能引起的滚动力矩的最大估计值和对滚动位置精度的要求。气动力专家们估计,由于俯仰和偏航的攻角不相等所引起的最大滚动力矩发生在 $M=2.8$ 处,且最大值为1000牛顿·米。如果导弹滚动角的最大允许值为 $1/20$ 弧度,那么回路的刚度必须不小于 $1000 \times 20 = 20000$ 牛顿·米/弧度。这就是说,为了平衡这一干扰力矩,我们必须提供1000/13500弧度的副翼偏转角,它近似等于 4.2° 。图6.10-1表示要求滚动位置为零时的滚动位置控制

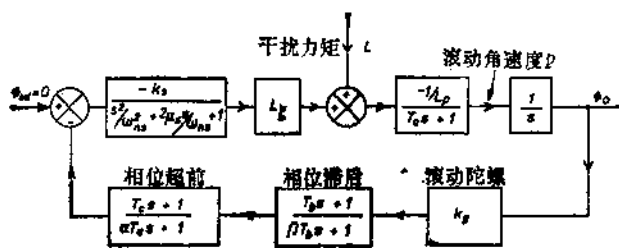


图6.10-1 滚动位置控制自动驾驶仪

回路结构图。另外，为了确保系统是负反馈系统，实际舵伺服机构的稳态增益 $-k_s$ ，必须是负的。因为对常值扰动力矩 L ，稳态滚动角 ϕ_{orr} 为

$$\frac{\phi_{orr}}{L} = \frac{0.05}{1000} = \frac{1}{-k_g k_r L_t}$$

由此可以推出 $k_r k_g$ 不能小于 $20000/13500=1.48$ 。如果 k_g 取1，则 k_r 必须是1.48。开环增益现在固定于 $1.48 L_t / L_p = 535$ 。为了判断舵伺服机构的动特性对系统性能是否有较大影响，先不考虑它，于是回路就是个二阶环节， $\omega_n^2 = 535 / T_p = 20800$ ，即 $\omega_n = 144$ 弧度/秒。如果如前所述， $\omega_{nr} = 180$ ，那么在我们所关心的频率处舵伺服机构将提供相当大的相位滞后。因为由纯积分给出了 90° 的相位滞后，而由气动力时间常数也引入接近 90° 的相位滞后，所以为了减小在截止频率处舵伺服机构的相位滞后，可以用相位滞后补偿网络来降低截止频率。在它后面可跟随一相位超前网络。如果它的传递函数为

$$\frac{1 + 0.05 s}{1 + 0.75 s} \quad \frac{1 + 0.0257 s}{1 + 0.0018 s}$$

那么，相位超前网络传递函数的分子消掉了气动力时间常数，这时开环系统的波德图如图6.10-2所示，从图中可以看

到, 系统具有足够的幅裕度和相裕度。

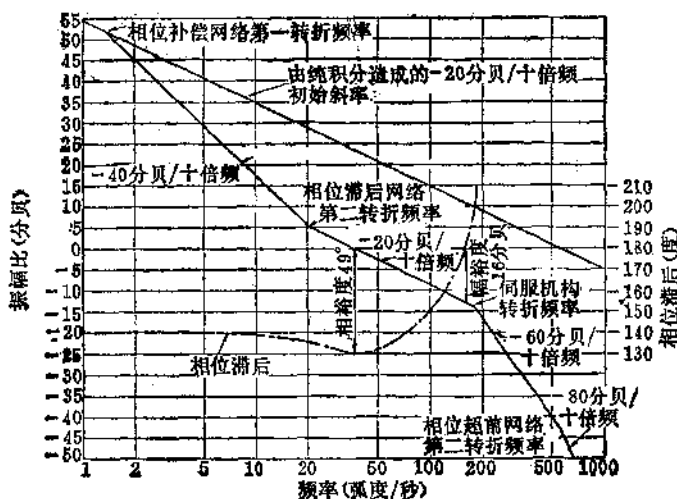


图6.10-2 滚动位置控制自动驾驶仪的波德图

已经有一些导弹采用了滚动角速度控制, 以防止滚动速度过高。如果担心引起的滚动力矩太大, 而又对滚动位置控制没有要求时, 则可以采取措施大大地减小滚动角速度的最大值, 即使用敏感轴与导弹滚动轴一致的速度陀螺作为导弹伺服系统的反馈装置, 提供反馈以产生附加的舵偏角来阻止滚动角速度增大。在稳态时, 常值滚动外力矩只产生较低的滚动角速度。如果导弹在侧向自动驾驶仪中已经采用速度陀螺, 那么这是一个很好的想法; 另外在设计上, 位置陀螺不如速度陀螺那样坚固 (robust), 因此在战术导弹中尽量不使用它。

限制滚动角速度的一个巧妙方法是使用“陀螺舵”, 这是

一种完全被动的方法。陀螺舵是装在每一个翼片后沿而用铰链连接的舵片。舵片上有一个带齿的轮，这个轮受到气流的冲击而高速旋转。假如导弹有一个滚动速度，则这个舵片由于陀螺效应而在气流中进动，如果铰链轴线与导弹横轴成 45° ，那么也能使导弹在偏航和俯仰上受到阻尼。

如果采用极坐标控制，则需要一个滚动位置自动驾驶员仪。这个方法除了有一个来自制导系统的滚动角要求外，其他方面均与用于制导系统中滚动位置稳定自动驾驶员仪类似。我们来研究如何实现对 R 和 ϕ 的指令。在直角坐标控制中，俯仰角和方位角信号要带有正负号，即分上下和左右。在极坐标控制中， R 和 ϕ 都没有符号。这就是说必须总是把 R 看作“向外移动”的指令。现在我们研究一下，为要测量滚动角，如果在滚动位置陀螺上使用一个环形电位器将会出现什么情况。因为电位器必然要有始端和终端，这在设计具有尽可能大的电输出角（如 358° ）的时候，可能会带来一些麻烦。为了方便，称这种电位器为 360° 电位器，且假设加在电位器两端的总电压为18伏。如果导弹滚动角处于 10° 位置，指令信号即为0.5伏。假定制导系统观测到目标相对导弹为 350° ，则指令电压必须为17.5伏。不完善时导弹应滚动 340° 。但如果导弹由于超调而滚动达 358° ，则误差就会变得很大，导弹必然要再滚一周。这样一直循环下去。因此这样的系统是不能应用的。

解决这个问题的方法之一是引入逻辑电路。常用的方法是使滚动指令信号与所测得的滚动位置信号进行比较，两者之差作为纯误差信号，该信号在送进副翼放大器之前，先送到两个比较放大器（逻辑装置1和逻辑装置2），它们分别驱动一晶体管开关电路。如果误差电压超过了相应于 $+180^\circ$

的位置变化的电压，则逻辑装置1组件动作，并把一个相应于 -360° 的跃变电压加到原信号上去。这样，有效的指令信号就不到 -180° 。类似地，如果“误差”超过 -180° ，则逻辑2组件动作，并把相当于 $+360^\circ$ 的跃变电压加到原信号上去，这样有效的指令信号就不到 $+180^\circ$ 。对于小于 180° 的有效误差信号电压，两个逻辑电路都不动作。这种系统的特点是：

- (a) 能保证导弹选择最短的途径旋转；
- (b) 在任何情况下，转角都不会超过 180° 。

这样，在电位器两个端点上的不连续性就不再是个问题了。不过，系统在这个死区内可能会发生来回的振荡。因此在很小的扇形区内可能有 2° 的伺服误差。图6.10-3说明了这一原理。从某种意义上来说，自动导引系统用极坐标控制系统似乎是自然的，这是因为制导指令控制导弹滚动时，在制导回路中就存在固有的滚动角反馈（制导接收机随导弹一起滚动）。这样为了使闭合回路稳定， ϕ 制导信号就必须在进入舵伺服机构之前进行补偿。

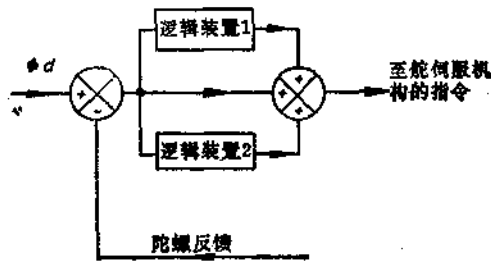


图6.10-3 滚动位置指令自动驾驶仪的输入逻辑装置

§ 6.11 滚动角速度对侧向自动

驾驶仪性能的影响

研究一个带有两个相同侧向自动驾驶仪的直角坐标控制的导弹，其滚动是不受限制的，并且两个制导指令在导弹上被分解了，这在 § 5.6 已经讨论过。分解的指令通常称作“在自由滚动弹体坐标轴上侧向加速度的指令值”。导弹在空间所获得的总的侧向加速度可看作是沿导弹 z 轴和沿导弹 y 轴侧向加速度的合成。这两个矢量都有垂直分量和水平分量，在空间获得的合成侧向加速度应当等于原来指令的侧向加速度，见图 6.11-1。

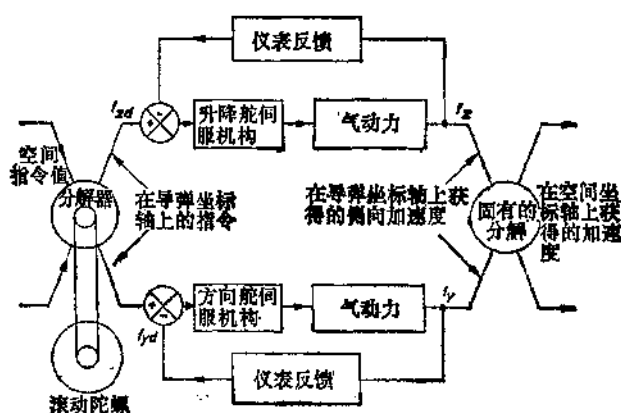


图 6.11-1 制导信号的分解

现设想导弹以稳态角速度 p 弧度/秒 滚动，暂时考虑有一个恒定的向上指令，而左右指令为零。这时俯仰和偏航伺服机构将作一频率为 p 弧度/秒 的简谐运动，在此频率上，两个

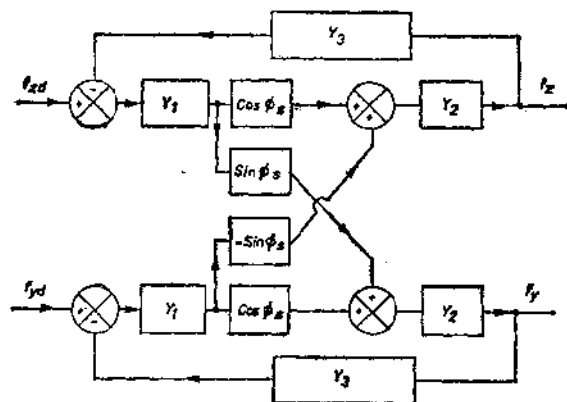


图6.11-2 由于存在滚动角速度和舵伺服机构相位滞后而在两相同侧向自动驾驶仪间的交叉耦合

伺服系统将出现相等的相位滞后 ϕ_s 。如果在给定的瞬间导弹滚动角为零，那么升降舵偏角将减小到原来的 $\cos \phi_s$ 倍，同时方向舵伺服机构将有一个正比于 $\sin \phi_s$ 的分量。图 6.11-3 表示受到一个恒定的向上指令时两个伺服机构各自的输出。重要的是要认识到由于存在滚动速度和伺服机构的动态滞后，在一个平面的部分指令实际上会在另一个平面的输出中表现出来。不难看出如果在一定的滚动速度下伺服机构的相位滞后是 90° 会出现什么情况。一个向上的指令会造成水平方向的运动，而人们可以将这种情况定义为 100% 的交叉耦合。5.7° 的相位滞后会造成 10% 的交叉耦合。如果指令是在水平面内，则上面的结果对俯仰平面也同样是正确的。因此，由于滚动速度和伺服机构相位滞后的影响，在两个平面间就会存在交叉耦合。这将对整个系统的精度产生有害的影响，我们准备在下一章中再考虑这个问题，目前先看两个

通道内系统的稳定性是否也受到了影响。图6.11-2是存在耦合时的系统的结构图, 其中 Y_1 、 Y_2 和 Y_3 分别是伺服机构、空气动力和总的实际的反馈传递函数。令 $f_{ya} = 0$, 则可得到 f_y/f_{yd} 的传导函数。如果把 f_y/f_{yd} 中的 $\sin\phi_r$ 改为 $-\sin\phi_r$, 则 f_x/f_{yd} 与 f_y/f_{yd} 完全相同。如果交叉耦合可忽略, 那么

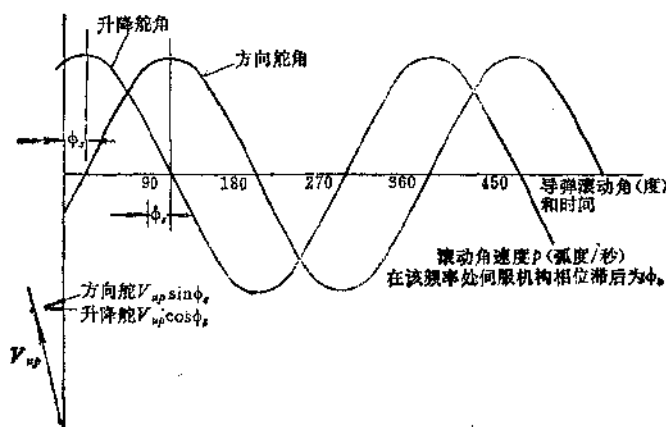


图6.11-3 滚动导弹舵伺服机构的输出

$$f_y = (f_{ya} - f_y Y_3) Y_1 \cos \phi_r Y_2 \quad (6.11-1)$$

$$f_x = (f_{xa} - f_x Y_3) Y_1 \cos \phi_r Y_2 \quad (6.11-2)$$

由于交叉耦合而进入这两个回路的附加信号是:

$$(f_{xa} - f_x Y_3) Y_1 \sin \phi_r \text{ 和 } (f_{ya} - f_y Y_3) Y_1 (-\sin \phi_r)$$

如果这两个信号同时乘上 Y_2 , 并分别加到 (6.11-1) 和 (6.11-2) 的右边, 那么就得到存在交叉耦合时的方程式。如果 $f_{ya} = 0$, 并用无耦合的开环传递函数 $Y = Y_1 Y_2 Y_3$ 来简化, 经处理后得到

$$\frac{f_y}{f_{yd}} = \frac{Y_1 Y_2 \sin \phi_r}{1 + 2Y \cos \phi_r + Y^2} \quad (6.11-3)$$

在上式中如果 $\phi_r = 0$ ，则两通道不存在交叉耦合，分母简化为 $(1 + Y)^2$ 。当然，每个通道的特征方程变为 $1 + Y = 0$ 。对于临界稳定状态，可用奈魁斯特判据：

$$2Y \cos \phi_r + Y^2 = -1 \quad (6.11-4)$$

$\phi_r > 0$ 时的一对复根是

$$Y = -\cos \phi_r \pm j \sin \phi_r$$

如果 ϕ_r 约小于 30° ，我们可写成

$$Y \approx -1 \pm j \phi_r$$

研究一下 $Y = -1 + j \phi_r$ ，它说明在临界稳定状态下开环的相角为 $-180^\circ + \phi_r$ ，而不是 -180° 。换句话说，在滚动角速度很小的情况下，自动驾驶仪的相位裕度减少量等于滚动频率处舵伺服机构的相位滞后。在原来为零滚动角速度场合所估计的相位裕度中，与截止频率对应的伺服机构滞后早已包含在开环传递函数 Y 中。因此，我们必须沿频率轴移动舵伺服机构的频率特性曲线的位置。移动量等于滚动角速度的大小。因此，如果滚动角速度为 P 弧度/秒，且在稳定性分析中所考虑的频率为 ω ，那么伺服系统频率应取为 $(\omega + P)$ 弧度/秒。一个较充分的论述已在文献〔5〕中给出。它证实了上述的一般性结论，但采用了完全不同的方法。滚动角速度的这种不稳定的影响就是大多数侧向自动驾驶仪要设计成在零滚动角速度时具有相当大的稳定裕度的原因。最典型的情况是取相位裕度为 50° ，有时甚至更大。

弗雷里 (Frary) 还考虑了惯性交叉耦合效应与马格纳斯 (Magnus) 导数的共同作用。如果研究一个在静止空气中绕其纵轴旋转的圆柱体，那么就很容易了解马格纳斯效应。假定同样的圆柱体还沿着与这个轴垂直的方向运动，那么圆柱两侧表面相对气流的速度是不相等的，造成附面层厚

度不等从而导致产生一个与运动方向垂直的力。因此，如果导弹在滚动，且有一侧向速度分量，那么将受到一个与该速度垂直的力。这些导数具有 y_{pv} 和 z_{pv} 的形式，而这些力是滚动角速度和侧向速度乘积的函数。人们发现，对于典型的防空导弹，仅当滚动角速度超过 200 弧度/秒以上时马格纳斯项才会明显地改变弹体的响应。可以看到，几种无滚动控制的新式超音速导弹，在整个拦截过程中是以非常低的角速度滚动的，而 20 弧度/秒就被认为是反常的高滚动角速度了。所以弗雷里得出结论，在大多数系统中马格纳斯效应是可以忽略的。

然而，惯性交叉耦合项是可以计算的。在得出方程(4.2-11)和(4.2-12)时，已假定滚动角速度很小。如果滚动角速度很大，那么对于对称的导弹，这些方程便变成

$$\dot{q} - \left(\frac{C-A}{B} \right) Pr = \frac{M}{B} \quad (6.11-5)$$

$$\dot{r} - \left(\frac{A-B}{C} \right) Pq = \frac{N}{C} \quad (6.11-6)$$

现在可以用这些新方程和角度方程、力的方程一起来求得气动力传导函数，这个传导函数将是滚动角速度的函数。由于侧向转动惯量 B 和 C 比滚动惯量 A 大得多，所以对于大多数导弹来说，括号内的函数趋近于一。弗雷里发现，对于典型的面对空导弹，当滚动角速度为 135 弧度/秒时开环便不稳定；而对闭合回路的影响很小。这会使大多数读者感到奇怪，因为大家知道，为了使炮弹气动力稳定，总是让它们以很高的速度自旋。然而文献〔8〕得出的结论是：在一定的结构和外形条件下，当滚动角速度超过一定值时，静稳定的导弹可以成为动态不稳定的。

因此，一般的结论是，只要滚动角速度确实不很高，那么马格纳斯力矩和惯性交叉耦合的影响将是很小的。但除非伺服机构的响应确实很快，否则即使是对于中等的滚动角速度，也由于交叉耦合的存在而使得两个通道的自动驾驶仪不稳定。

§ 6.12 自动驾驶仪和环境变化的关系

我们已经讨论了引起自动驾驶仪增益、时间常数等参数变化的原因，即由于推进剂的消耗而造成导弹质量的变化、速度和高度的变化以及静稳定度的变化。质量和转动惯量的变化相对说来比较小，而一个设计完好的自动驾驶仪，应能适应相当大的静稳定度的变化。但是，速度和高度的较大变化会使重要的气动力导数发生相当大的变化，因此为了使系统保持满意的响应，就要求回路中至少有一个增益是能改变的。显然，为了保持闭环静态增益不变，必须使反馈增益保持不变。实际上，改变用来综合输入指令值和反馈信号的放大器增益就可以很容易地调整正向增益。但是只改变这一参数还难以同时满足保持恰当的阻尼系数的要求。在应用一个加速度计和一个速度陀螺的侧向自动驾驶仪中，可以改变影响较大的速度陀螺增益；在使用两个加速度计的自动驾驶仪中，可通过改变后面加速度计的滞后时间常数的办法来实现对阻尼系数的调整。对于滚动位置控制自动驾驶仪，问题就更简单了，因为气动力增益 L_4/L_r 完全不随空气密度的变化而变化，且对速度的变化也不很敏感。但是气动力时间常数可能有很大的变化。不过，简单地改变一下增益也许就足够了。如果它是一种滚动位置指令系统，那末闭环增益将完全不随气动力导数的变化而改变，因为它是 I 型系统。

切换与运算放大器相联的不同数值的电阻与电容，就容易实现对增益和时间常数的调整。在面对空导弹系统中，可能还有一台与监视系统和制导系统有关的计算机。导弹速度作为时间的函数，在一定范围内是已知的，根据已知时间也就知道了导弹的飞行距离，再根据跟踪的仰角就能估算出导弹的飞行高度。由来自制导计算机的指令来控制导弹中的固体开关，以实现所需的变化。转换区段的数目应限制到最小。相反地，如果导弹能够测出与气动力条件有关的量，那么就能够在这方面不依赖地面设备而完成必要的改变。因为所有的法向力导数都正比于 $-\frac{1}{2}\rho v^2$ ，并对马赫数不很敏感，我们可以把一个膜片的一侧与一些弹体上的进气口连接起来，而另一侧连到静压头上来获得动压的近似值。因此，在马赫数变化范围不太大时，压力差亦即膜片上的合力近似与动压力成正比。从一个简单的压力转换器上得到的电信号可用来改变自动驾驶仪的增益和时间常数。

这样的自动驾驶仪还不真正是一般所说的“自适应”式自动驾驶仪。模型参考式自适应系统已用于许多大型飞机上，我们且不管这种系统的复杂程度如何，这些系统的成本和飞机的成本相比仍然是小的，但就已掌握的情况来看，在制导武器上使用这种系统还是嫌太贵，这就妨碍了它们在这种武器上的使用，而用上述的简单系统来完成这些任务已经比较满意了。然而在文献〔11〕中对较简单的模型参考系统提出了一个有益的建议，并在文献〔12〕中作了进一步叙述。所有模型参考系统的一般总体安排如图6.12-1所示。

自动驾驶仪的理想模型贮存在导弹的内部，并把理想的响应与实际响应相比较。这两个输出之差无疑就是“误差”。

通常的自适应系统要求按照这个误差的某个函数关系来调整系统的一个或多个参数，而这不是一个简单的过程。勒威斯(Lewis)建议把附加自适应指令输给自动驾驶仪(如果误差大于给定的容许值)，以便使误差函数达到最小。此外还存在一个与这样的方案的稳定性有关的问题，波特(Porter)已经非常详细地研究了这个问题。

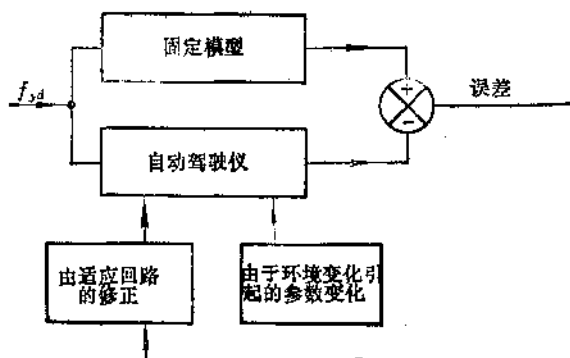


图6.12-1 模型参考闭环系统

§ 6.13 由陀螺和加速度计进行方位控制

有很多导弹利用监视系统来确定目标的高度和方向。当导弹接近目标时(如在2~5公里范围内)使用自动导引的方法，而在弹道中段(持续飞行阶段)则依靠陀螺进行方位制导。方位自动驾驶仪，除了可以完全没有指令信号外，与用在速度控制系统中的那种自动驾驶仪相似。使用这种系统的典型的导弹可有达100秒的飞行时间并可保持约250米/秒的飞行速度，而这样低的速度大大地减小了阻力。这里使用的定位陀螺比在反坦克弹中使用的陀螺质量要高，典型的陀螺

有 5° /小时的随机漂移率和 1.5° /小时/ g^2 的非等弹性漂移率。用来使导弹在较长时间内保持在航向上的陀螺通常称之为“制导陀螺”。因为导弹的自动导引头视角有限，所以必须估计当导弹进入末自动导引阶段时的最大视偏角。在这样的飞行弹道上，造成误差的原因有很多种：

(a) 一开始就可能没有准确地对准目标，或在导弹飞行过程中目标作了未知数量的运动；

(b) 在助推段陀螺仪有漂移；

(c) 在主发动机工作的持续飞行段陀螺有漂移（比较慢）；

(d) 由于侧风的影响而使得导弹顺风漂移，而定位陀螺在这样长的时间内对此并不进行修正，因为它所测量的是弹体的方向而不是速度矢量的方向。

如果导弹以恒定的速度持续飞行，而且考虑较长的飞行时间，那么弹体方向的变化将会造成飞行路线方向的同样变化。于是，如果陀螺漂移量为 ψ ，那么导弹飞行路线也改变 ψ 角。

我们记：

R ——从拦截起点的发射架位置到目标命中点的距离；

r ——自动导引阶段开始时从导弹到目标的距离；

ψ_1 ——瞄准误差；

ψ_2 ——助推段的陀螺漂移；

ω ——在恒速持续飞行段陀螺的漂移速度，并假设它为常数；

U_w ——风在垂直飞行路线方向上的分量；

T ——达到飞行距离为 $(R - r)$ 的时间，且

$$T = (R - r) / U_w$$

见图6.13-1。

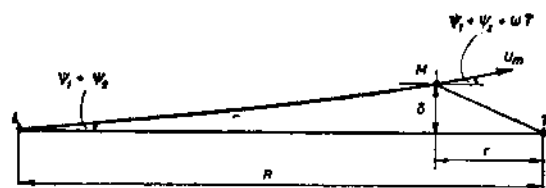


图6.13-1 拦截过程的几何关系，平面图

假设在计算导弹射程时不计助推段，并采用小角度近似，那么在 $(R-r)$ 距离内总的侧向位移 δ 可以由下式给出：

$$\delta = (\psi_1 + \psi_2)(R-r) + \int_0^T U_w \omega t dt + U_w T$$

视角 θ 等于 $(\delta/r + \psi_1 + \psi_2 + \omega T)$ 。于是有

$$\begin{aligned} \theta = & \psi_1 \left(1 + \frac{R-r}{r} \right) + \psi_2 \left(1 + \frac{R-r}{r} \right) + \frac{\omega(R-r)}{U_m} \\ & \left(1 + \frac{R-r}{2r} \right) + \frac{R-r}{r} \frac{U_w}{U_m} \end{aligned} \quad (6.13-1)$$

因为可以假设式中四项互不相关，因此如果每一项的 1σ 值都是已知的，那末就能估计出概率散布。此外可以看出，即使由于瞄准和陀螺漂移所引起的误差可以忽略，但由侧风引起的散布也仍然是相当大的。例如导弹的速度为250*/秒，侧风为10*/秒，当射程为25公里时，散布便为1公里。解决的办法是采用“侧向航迹导航仪”，由装在陀螺万向支架上的低偏差加速度计来形成负反馈，使得加速度计的敏感轴准确地处在水平面内，并垂直于导弹的初始航向指向。非常重要的一点是，该加速度计不敏感由于偏离水平面而出现的重力分量，否则在很长的飞行时间内假信号的累积会造成大的散布。

然而,为了防止漂移,也可以使用稍微有些摆性的陀螺。在无偏差的情况下,这种系统具有消除散布的能力,因为由任何因素所造成的速度侧向分量,一开始就以加速度计的输出来表现出来。参考文献〔4〕叙述了在巡航段受仪表控制的一些导弹系统的情况。

§ 6.14 高度控制和贴海飞行控制系统

为了使导弹在大部分飞行时间内飞行在敌人雷达的视界之下,许多国家设计了由高度表控制的飞得很低的导弹系统,包括用于监视和指示目标的遥控飞行器和飞行路线完全在海面上的反舰导弹。如果希望导弹在 100 米或更高的高度上飞行,那么气压高度表或压电传感器的精度就足以保证导弹不掉到地面或海面上。此外,大多数地面监视飞行器都装有电视摄像机,它连续地把地形图传给直接控制导弹高度和航向的操纵者;用这种方法控制一个飞行器,使它不掉到地面上,一般认为是不困难的。而海面的波浪即使很大,但和地面相比大致上仍可以认为是平的,所以如果按照相同的掉弹概率来计算,在海面上就可以飞得更低些。如果要在平均海平面上 10 米或更低的高度上飞行,就必须知道海情的一些数据,并一定要使用偏差很小的高度表。这一节主要介绍在海面上只用高度表控制的超低空飞行问题。

现在我们研究一下海浪的频谱。在这方面有大量的理论上的和以对海浪进行实际测量为根据的著作,其中有一本虽然是早期的,但仍是基本的教材(见参考文献〔6〕)。在《海浪统计学》^{〔7〕}和《标准海浪频谱》^{〔8〕}中有丰富的观测数据。与风速用蒲福风级来表示一样,国际海情也分为一至六级。级别用称为有效波高 $H_{1/3}$ 的参数确定,它等于在规定的时

间隔内所记录全部海浪第三最高值的平均高度值。 H_{sig} 比较普通的写法是 H_{3rd} , 这个值常常被引为峰到谷的高度。现在大概一致认为典型的海情为正弦波的随机集合, 其幅度为高斯分布, 而频率分布较窄且取决于海情。 H_{3rd} 和标准偏差 σ 之间的关系由 $H_{3rd}=4\sigma$ 来表示, 其中 σ 是相对当地的平均海平面来测量的。

毫无疑问, 海情是由风速决定的, 但要给出 H_{3rd} 和风速之间准确的关系式是不可能的, 因为它还取决于风刮了多久、作用范围有多远 (称为风区长度)、水的深度及海面是否受涌的影响 (由于风曾经或正在其它海区刮而产生)。这样虽然可以给出一个公认的关于海情的方程, 但必须指出这只是个经验公式。皮尔逊-马斯科维茨 (Pierson-Moskowitz) 频谱是国际普遍采用的标准, 它是在深水和充分广阔海面的情况下对于静止观测者的一维频谱, 其表达式为

$$\phi_r(\omega) = \frac{0.78}{\omega^5} \cdot e^{\frac{-4 \times 0.78}{(H_{3rd})^2 \omega^4}} \text{ 米}^2 \text{弧度}^{-1} \text{秒} \quad (6.14-1)$$

注意到有

$$\int_0^{\infty} \phi_r d\omega = (H_{3rd}/4)^2 = \sigma^2$$

在图6.14-1(a)、(b)和(c)中画出了不同海情的频谱。值得注意的是, 据文献[7]所述, 在康瓦尔附近海面, 全年 H_{3rd} 的最大可能值为0.75米, 而对北大西洋来说为1.8米。从这些图可以看出, 风浪大的海面 ($H_{3rd}=4$ 米) 频谱很窄, 且集中在约0.6弧度/秒及其附近, 与之对应的是每10秒一个浪。对 $H_{3rd}=1$ 米来说, 主要的频率集中在它的倍频内, 而频谱则稍宽一些。如果海浪频率为 f_w (赫兹), 传播速度为 c , 波长为 λ_w , 那末就有

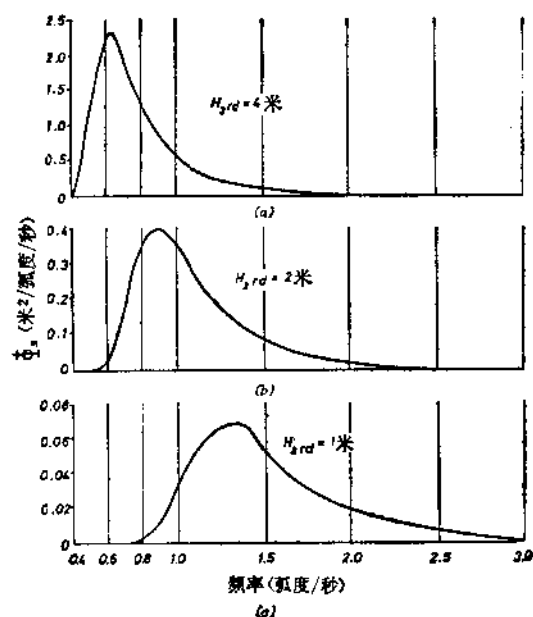


图6.14-1 不同海情的海浪频谱

$$\lambda_w = \frac{g}{2\pi f_w^2} \quad \text{和} \quad c = \frac{g}{2\pi f_w}$$

当然这些频率是对静止的观察者而言。如果导弹的速度方向相对海平面的夹角为 α ，那么从导弹来看海浪的频率

$$f_m = \frac{U_m \cos \alpha}{\lambda_m} \pm f_w = \frac{U_m 2\pi f_w^2 \cos \alpha}{g} \pm f_w \quad (6.14-2)$$

例如，若取 f_w 为 0.1 赫兹和 U_m 等于 300 米/秒，从导弹所看到的海浪就可能是 0 到 2 赫兹之间的某一频率，它主要依赖于导弹速度相对波速的方向，而比较平静的海面所呈现的较短波长，从导弹上看往往可达 3 ~ 4 赫兹。如果高度锁定系统

近似为一个二阶系统,其无阻尼振荡频率等于 $2\pi \times 3$ 弧度/秒,阻尼系数为0.5,那么在这个频率处(即3赫兹)对正弦输入的稳态误差也是正弦的,且幅度为输入幅度的 $\sqrt{2}$ 倍。这与准确地在该海面上水平飞行而其有效输入为真正输入幅度的 $\sqrt{2}$ 倍是等效的。既然已经指出系统的带宽是不大可能超过4弧度/秒的(这一点即将给以说明),那么我们只好遗憾地得出这样的结论:导弹是不可能完全按海面形状来飞行的。换句话说,高度锁定系统的输出和输入相位大概是相差 90° 或更多。这样,平均跟踪误差就可能大于浪高的平均偏差。

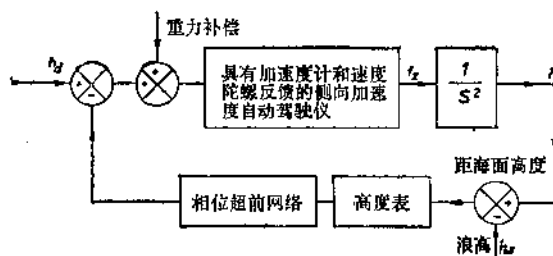


图6.14-2 一种高度控制系统

图6.14-2表示了一种高度控制系统。在垂直平面内的加速度计和速度陀螺反馈保证了满意的阻尼系数和与导弹相协调的响应。因为高度是垂直加速度的二次积分,所以如果使用高度表反馈,在整个系统中就会有两个固有的积分环节。为了保证回路的稳定性,必须有很大的相位超前。如果自动驾驶仪在开环截止频率处的相位滞后差不多可以忽略,比如说只有 $5^\circ \sim 10^\circ$,那么回路的稳定性问题就稍微容易解决一些。如果开环增益很低,例如4或更低,而且自动驾驶仪的带宽至少是开环截止频率的10倍时,这个问题是能够解决的;当开环增益是4时,开环截止频率就应当是2弧度/秒,考虑

到相位超前网络, 则此频率比 2 弧度/秒还要高。如果导弹是亚音速的, 而且比较重, 比如重量超过 150 公斤, 那么要获得一个响应快的自动驾驶仪或许是不切实际的。因为高度表感受的是导弹高度和瞬时海面高度 (它是随机的) 之差, 对高度表信号直接使用相位超前网络可能造成导弹伺服机构的饱和。如果用加速度计和高度表的叠加信号且经过滤以达到同一目的, 那么饱和问题就可以避免, 但这需要一定的技巧。重力补偿是很容易提供的。如果自动驾驶仪静态增益为 x 米/秒²/伏, 那么当系统不存在任何其它偏差时, 把常值偏差电压 g/x 伏加到自动驾驶仪中去就会使稳态高度误差为零。使用俯仰陀螺和高度表反馈可以组成另一种高度锁定系统。只要导弹速度大致不变, 一个固定的输入偏差电压便可用来产生一个充分的“弹头向上”的弹体角而刚好足以给出相当 $1g$ 的法向力。

现在我们研究一下导弹应当在什么样的高度上飞行。从文献[10]可以了解到, 标准的巡洋舰或航空母舰是一种容易被击中的目标, 而攻击小的导弹巡洋舰或高速快艇, 如苏联的纳努斯卡或欧撒 (Nanuchka or Osa) 级快艇, 导弹就不能采用低的飞行路线。究竟是采用飞得较高从而碰到浪峰的概率非常小但可能会飞越目标的方案, 还是采用飞得较低但要接受一个小的落水概率的方案呢? 普遍认为导弹攻击军舰时飞得越低则命中率就越高。所以, 对这个问题要特别认真。让我们举一个射程为 24 公里、导弹速度为 300 米/秒、飞行时间为 80 秒的典型拦截例子。首先必须考虑元件的偏差。如果使用一个加速度计, 且敏感加速度的最大值为 50 米/秒², 并以其 1% , 即 0.5 米/秒², 作为允许偏差 (2σ 值)。这时速度陀螺大致也产生一相应的偏差。如果希望导弹有很低的落水概率,

比方说是0.5%，那么当假定偏差为正态分布时，则取允许偏差为 2.8σ 。偏差比该值小的概率为99.5%。总的 2.8σ 加速度偏差为 $1.4\sqrt{0.5^2+0.5^2}=1\text{米/秒}^2$ 。如果回路增益为2，则稳态高度误差等于 $1/2=0.5\text{米}$ 。这是因为回路增益或“刚度”为 $2\text{米/秒}^2/\text{米}$ （高度误差）的缘故。为了计算高度误差，我们必须把高度表误差加上。如果取 2σ 为允许误差，比如0.5米，则 2.8σ 值对应0.7米。这两个偏差和为 $\sqrt{0.5^2+0.7^2}=0.86\text{米}$ 。现在研究 H_{3rd} 等于1米、2米和4米时的三种特殊的海情，并假设这些数据是在飞行前刚刚测出的近似值。如果对海情也取 2.8σ 值，并考虑到跟踪误差可能大于海浪“输入”而对 2.8σ 值再增加25%，那么就可写出导弹在海平面以上飞行应有的平均高度的粗略估计值，见表6.14-1。

表6.14-1 对“安全”飞行高度的粗略估计

H_{3rd}	1 米	2 米	3 米
$2.8 \times 1.25\sigma$	0.88	1.76	3.52
仪表误差	0.86	0.86	0.86
总的跟踪误差	1.23	1.96	3.63
考虑半翼展后增加0.4米	1.63	2.36	4.03
由于对海情估计不精确增加0.5米	2.13	2.86	4.53

可以通过气象船分析专门的测量浮标记录来得到海浪频谱。虽然有经验的水兵可以对海情进行判断，但在工作条件下估计海情毕竟是一个困难的问题。而对于没有经验的人来说，要准确地估计海情几乎是不可能的。如果导弹装在直升飞机上，而且必须从空中估计海情，那就更困难了。我们取0.5米这一数据加到表6.14-1中去以修正可能产生的误差。可以看到，与海浪相碰的概率必然随差飞行时间的增长而增大，

即飞行时间越长则与海浪相碰的概率就越大，所以“最好”的飞行高度也是与飞行时间有关的。

另一种方案是导弹在长时间的飞行中周期地估计海情，而在拦击目标前的最后几秒再降到较低的高度飞行。现在考虑海面非常平静时的情况，当自动驾驶仪没有偏差时，指令高度和测得的高度之差应为零。高度表的偏差不要引起固定的误差信号，因为固定的误差信号会使导弹有一个恒定的铅直方向加速度；而导弹的偏差仅仅会导致导弹在错误的高度上飞行。如果使用有很大积分时间常数的比例-积分控制，那么高度误差信号会减小到零，而且回路的稳定性几乎不受影响。在真实的海面上，误差信号是随机信号，其平均值为零。如果把误差信号平方后再求平方根，并对其在10秒或更长的一段时间内积分，合成信号就是衡量海情精确性的尺度。在该采样时间后的飞行高度可用简单的公式来计算，即

$$h_d = mx + c$$

其中 c 是修正高度表偏差、弹翼尺寸等因素影响的参数， x 是测得的海情， m 为一个常数。此外，如果积分时间为10秒，则计算的最佳高度在拦截过程中将连续不断地被修改。

§ 6.15 垂直发射自动驾驶仪

在 § 3.6 中讨论推力矢量控制时，已经叙述了对导弹垂直发射和随后它转向所要求方向所希望具备的一些特点。这样做要有正反两方面的许多考虑。如果是舰载导弹，并且垂直贮存在弹筒中准备发射，那么就不会受到由于船的结构妨碍而造成的有限的发射角度的限制。另一方面可以证明，如果能够提供两个常规的安装在甲板上的发射器，则整个系统的盲区问题就不会再发生了。另外还可以证明，当导弹部分

部件失灵时,垂直发射导弹会稍微增加对舰船安全的威胁;此外还存在着如何除去从导弹排出的气体的问题。垂直发射的最大优点是增加了可能的发射速度,因为所有的导弹在多目标密集到达时,几乎能同时发射;有可能采用单一的弹射点孔和圆盘型导弹进给装置。然而如果使用半主动末端自动导引头,则仍然要受到目标照射器数目的限制。无论是否从船上发射,垂直发射的另一个优点是系统的反应时间大约减少了两秒。通常要用约三秒的时间去升起和瞄准发射架(假设旋转 90°),但在垂直发射(而不是在精确的方向上发射)时,“损失”时间至多为1秒左右。在地面发射导弹,垂直发射还有另一理由,就是在多数情况下由于地形的影响,在小仰角发射时有出乎意外之多的盲区。孤立山顶场地不一定总能够找到。而垂直发射,并在50米左右的高度上转弯的导弹就可避免其中的大多数困难。然而这将要求一个专门的俯仰方向转动的目标跟踪装置(照射器),并提出了许多工程上的问题。结果虽然省去了可瞄准发射装置的成本和重量,却不可避免地使导弹的成本和重量有所增加(参见文献[15])。

现在我们来讨论自动驾驶仪的可能的布局。首先,助推-滑行型推进系统尽管简单,但并不是一种理想的型式。如果弹体在很高的前向速度下用推力矢量控制进行转弯,则诱导阻力是相当大的,并且许多燃料会被损失掉。在低速时使弹体转弯,然后将发动机推力增至最大推力是合乎逻辑的,但这样就排除了使用简单推力发动机的可能性。其次,我们必须决定在转弯时是否使用气动力控制。虽然只有进行详细模拟才能得到在给定情况下的真实答案,但气动力控制会使导弹花费更多的时间去完转弯。这样,导弹会升至更高的高度上。而从诱导阻力方面来看,转弯的效率也较低。推力矢量

控制会使转弯更为利落、迅速和有效。然而，假设导弹是自动导引的，而且为了便于自动导引头捕获目标，在转弯终了时必须进行滚动位置控制。在这种情况下应当使用什么类型的推力矢量控制呢？这时应用在 3.7 节中讨论过的双旋转喷管系统是理想的，并且几乎能符合任何需要的技术要求。当然，这样的系统是比较昂贵和笨重的，并且会使导弹的长度增加。单旋转喷管比较便宜，但滚动控制必须由切向推进器或气动力方法提供。如果滚动控制用气动力方法来实现，则整个过程较长，大概要延长 0.5 秒。由于气动力阻尼很小，如果伺服机构在转弯的前一半时间内尽力偏转，而在后一半时间内完全反向偏转，则可能实现最利落的转弯。这在编程上很容易，然而这也许会造成大到不能接受的导弹攻角和诱导滚动力矩，对伺服机构的指令值也许必须根据模拟结果进行修正（参看文献〔16〕）。

最后，在助推段之后应该如何控制呢？如果存在滑行飞行段，那么后续的控制必须用气动力控制的方法。这就是说要用单独的作动器去推动控制舵，或者与液压推力矢量伺服机构并联来控制舵面。对这两种方法酌情任选一种。如果有主发动机工作段，则对于近似静止的目标可全程使用推力矢量控制。对快速运动的目标这当然是不合适的（可参阅 § 4.8）。

垂直发射自动驾驶仪要求什么类型的仪表呢？如果导弹是自动导引的，则要求导弹在转弯之后在空间指向给定的方向，以便使自动导引头能捕获目标。精度要求大致是在 $\pm 2^\circ$ 或 $\pm 3^\circ$ 的指向误差范围以内。如果目标在 2 或 3 公里以外，那么几十米的高度或横向变化几乎没有什么影响。如果用普通的万向支架自由陀螺测量导弹的姿态，那么就存在陀螺的

翻倒问题。为解决这个问题已成功地设计了包含附加框架的较为精致的系统，并已交付使用。但这种系统的结构较为复杂，其价格也比较昂贵。英国航天公司设计了一种“自由转子陀螺仪”。它本质上是由空气轴承支撑的自由旋转球，没有常平架。并且这种仪表具有不受限制的角度自由度。在转子上刻画着黑白相间的图形。有三个光源和光电检测装置安装在陀螺的外壳上。如同其它自由陀螺一样，围绕陀螺旋转轴的角度信息是无法取出的。因此，对于三个轴的控制总是需要两个陀螺。驱动信号是空间姿态变化的指令值和在空中所达到的姿态的测量值这两个量之差。要记住，导弹将垂直架设。导弹的 z 轴水平指向给定的方向。如果这个方向碰巧在原来的 z 方向上，则只需把指令供给升降舵。如果要求的方向是在原来导弹的 y 方向，则只需把指令供给方向舵。如果要求任何其它的最终方向，只要把指令分配给方向舵和升降舵即可。换句话说，制导计算机必须分解这个指令。如同任何其它角位置自动驾驶一样（见§6.8），需要采用角速度反馈来保证闭环系统的稳定性。当从自由陀螺检出的信息噪声很大以致不允许使用相位超前网络时，则也需要使用速度陀螺。

另一种每个闭环只需要一个仪表的设计方案是使用捷联式仪表，即速度陀螺组。角位置信息可用积分其各自的输出而获得。因为积分时间很短，所以计算的姿态误差不会太大。然而在选择速度陀螺时要相当小心。如果要求转弯很快，那么最大角速度可能极高，约为400度/秒或更高，如果仪表饱和，则所计算的角位置可能有很大误差。如果速度陀螺的动态范围扩大到500度/秒，则全量程的1%偏差在1秒之内的积累可有5°的误差。然而，当使用捷联式仪表时存在一个基

本差别,就是速度陀螺测量的是绕自由旋转的导弹弹轴的角速度,它们测量角速度 p 、 q 和 r ,而我们所要求的是相对空间已知轴系的角位置(和角速度)。如果两个右手直角坐标系之间用三个角度关系 ϕ 、 θ 和 ψ 联系起来(注意包括它们的顺序),则弹体的固定角速度对欧拉角速度(在我们的情况下指相对于地球的角速度)之间的关系式可用下式给出:

$$\begin{aligned}\dot{\phi} &= p + q\sin\phi\tan\theta + r\cos\phi\tan\theta \\ \dot{\theta} &= \cos\phi - r\sin\phi \\ \dot{\psi} &= \sin\phi\sec\theta + r\cos\phi\sec\theta\end{aligned}$$

坐标轴间的反变换关系式为

$$\begin{aligned}p &= \dot{\phi} - \dot{\psi}\sin\theta \\ q &= \dot{\theta}\cos\phi + \dot{\psi}\sin\phi\cos\theta \\ r &= -\dot{\theta}\sin\phi + \dot{\psi}\cos\phi\cos\theta\end{aligned}$$

使用速度陀螺的一种可能结构如图6.15-1所示。为了了解导弹由 p 、 q 和 r 所造成的欧拉角速度,必须知道 ϕ 、 θ 和 ψ 的初始值(导弹可能装在运动平台上),它可用以上第一组方程获得。如果积分这些角速度,则可以得到适合要求的 ϕ 、 θ 和 ψ 。反过来,当要求绕导弹弹轴的角速度时,必须进行反运算。为了便于用数字方法求解,这些转换通常用矩阵的形式来表示。速度陀螺的使用就意味着角位置和角速度反馈两者都可采用。附加的补偿网络可能需要,也可能不需要。为了在导弹上完成这些计算,必须有一个快速运算的数字计算机。有一种系统要使用一台具有2.25 k 存储容量的计算机,实际上需要1.25 k 的容量。它在1.25毫秒内完成包括自检程序在内的全部控制方程的计算,而在选择采样速度为350 赫时可得到2.85毫秒的时间间隔。它采用32 位定点乘法运算。快速计算速度是用附加专门的乘法单元、记忆型三角函数单

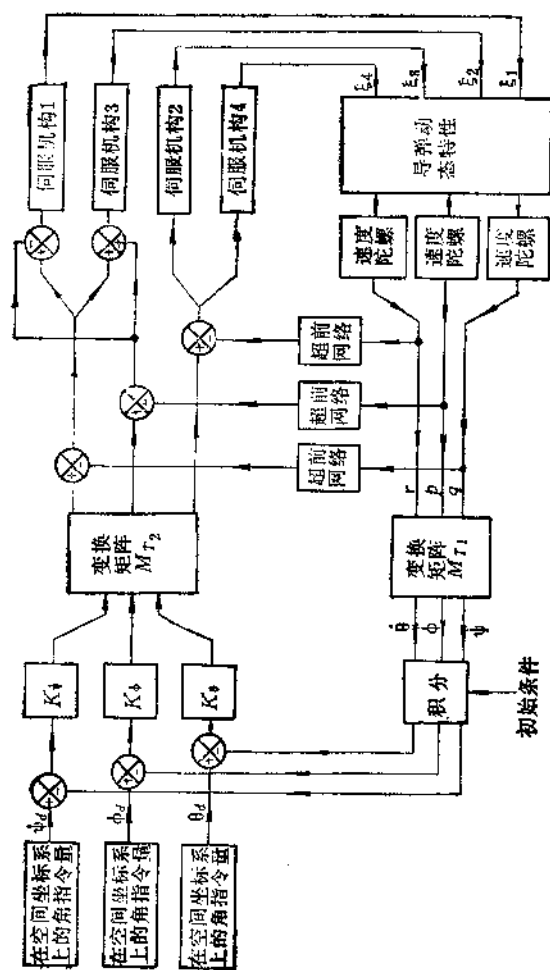


图6.15-1 采用速度陀螺的垂直发射自动驾驶仪

元和改进型存贮装置得到的, 见文献[13]。如果垂直发射与视线系统一起使用, 则自动驾驶仪的设计就更困难了。不仅导弹必须近似指向正确的方向, 而且必须使导弹进入导弹跟踪器波束内。这时必须使用加速度计, 以便能够计算出在空间的位置。据我们所知, 这样一种自动驾驶仪至今还没有被设计出来。

§ 6.16 舵伺服机构饱和的影响

因为自动驾驶仪的输入总会有噪声, 所以舵(或推力矢量)伺服机构可能很容易饱和。一个很明显的结果是, 舵伺服机构不能实现它应当准确执行的真实指令。然而如果饱和时间持续不长, 那么系统也可能完全恢复正常。但饱和还是会有其它不太明显的影响。考虑一个位置伺服系统, 其输入是频率和幅度都一定的正弦信号。如果输入信号幅度较小, 伺服机构就按一定的幅度比和相位滞后跟随输入信号。现在如果将幅度或频率提高一倍, 则要求输出的最大角速度也加倍。但任何伺服机构的最大角速度都是有限的; 在电枢控制的电动伺服机构中, 它受电源电压的限制; 在液压或气动伺服机构中, 则要受到阀的最大开口的限制。对速度的限制必然会影响系统的动态性能, 在这种情况下的性能比由名义上的传递函数所对应的性能要差。传导函数只描述一个线性系统, 其中也意味着没有发生饱和现象。显著的速度限制必然在时间域内造成动态品质的下降, 因为它会使完成指令的时间变长; 在频率域内, 速度限制会使幅值比稍微变小而相位滞后显著增加。目前, 自动驾驶仪大多依靠响应很快的伺服机构来维持回路稳定性。在我们关心的频率范围内, 伺服机构相位滞后的增加对自动驾驶仪的稳定性是不利的, 而通常

所说的“速度限制”必然导致自动驾驶仪严重地趋向于不稳定。另外，自动驾驶仪的稳定性降低就意味着有效阻尼的减小，这样噪声的增大就会使自动驾驶仪的均方根输出增大，从而降低了系统的精度，而且增大了诱导阻力，使导弹的有效射程也减小了。噪声不是只包含单一幅度和单一频率的信号，所以重要的是由噪声引起的均方根舵面速度。如果均方根舵面速度接近或超过伺服机构所能达到的最大速度，则系统的有效性就达到了临界极限状态。这就是通常对伺服机构提出这样高的动态性能指标的基本原因。若要求较高的气动力增益（例如零静稳定度）和较低的伺服机构增益，那么舵伺服机构的设计就会容易一些。

因为所有的舵伺服机构或推力矢量伺服机构都装有限制角行程的机械限位装置，所以我们研究一下角度限制对伺服机构性能可能的影响。角度限制明显地有减小伺服机构均方根增益的作用。如果伺服机构在速度上没有受到限制，则有利于它的时间（或频率）响应的改善，这是因为，伺服机构工作起来不再那么费力，这通常表现为在任何给定频率处，相位滞后都有所减小。

最后应当指出，对这种限制进行精确的模拟是困难的（例如，当达到机械限位时，舵速度下降到零呢，还是负荷跳动？）。研究伺服机构动态性能对自动驾驶仪性能的影响，最好用实际的伺服机构、模拟的气动力和仪表反馈来进行。由作者所做的这种模拟表明，实际上速度限制多半对自动驾驶仪的性能产生很大的影响，并且由于影响肯定是坏的，故可以得出结论：舵伺服机构的实际性能是很重要的。一般来说，人们很容易夸大这方面的影响，去采取较安全的办法，而这通常需要做大量多余的研制工作。实际上采用常规或现有的

设计就可以了。

§ 6.17 数字自动驾驶仪

尽管大多数导弹伺服机构要求模拟量输入，并且反馈传感器也是模拟的，大多数自动驾驶仪仪表的输出也是模拟量，但数字控制仍有其本身的优点。首先，数字电路和数字计算机发展很快，它现在非常便宜，许多电的功能可以在时间上进行分配，它的无可争议的优点是灵活性和适应性，这是因为计算机可以编排程序进行逻辑判断，而且这些程序又可以根据需要而很容易地进行改变；自检程序也能加进来，而又不需要太大的额外费用。对动态范围也不存在限制，因为可以把更多的位加到字长上去。数字电路不受漂移的影响。最后，一般认为数字电路比一般模拟电路更为可靠。确实，若无弹上数字计算机，在6.15节中所介绍的垂直发射自动驾驶仪恰恰是不能实现的。

尽管如此，数字控制仍然存在某些缺点，它必须进行从模拟量到数字量和从数字量到模拟量的转换，并且采样速度必须高，字长必须与采样速度相适应，这种情况将在7.6节中讨论；最后，数字控制还必须编制软件、排程序和排除机器故障。

作者认为，数字控制用在自动导引导弹上可能要比用在视线瞄准导弹上的机会多，因为在自动导引系统中可用它来计算截获目标的最佳可能弹道，并且这肯定需要弹上计算机，而这在视线系统中事实上是不现实的。这个情况将在下一章末作更详细的讨论。在所有的系统中，对与引爆有关的数据处理，采用数字电路是理想的，而对自动导引导弹，则还具有与导引和信号探测、最佳导引规律和自动导引头的稳定有

关的附加功能。在文献〔14〕中介绍了由于飞行条件的改变对自动驾驶仪增益的处理及对气动力交叉耦合的补偿方法。另外,使用数字控制有可能防止作动器发生速度饱和,这样就避免了自动驾驶仪失稳的可能性。对于不需要改变飞机或发射架的方位而可在任何给定的方向上快速发射机载导弹的数字自动驾驶仪的设计方案,可参考文献〔17〕。

参 考 文 献

- 〔1〕 GRAHAM D. and LATHROP R. C. 1953 Trans. Am. Inst. Elect. Engrs, 72, 273.
- 〔2〕 TOWILL D. R. Transfer function techniques for control engineers. Hiffe Books Ltd 1970.
- 〔3〕 DARWELL H. M. and TRUBRIDGE G. F. P. Design of rocket nozzles to reduce gas misalignment. Journal of Spacecraft and Rockets, January 1968.
- 〔4〕 International Defence Review. April 1971, pp 168-9.
- 〔5〕 FRARY D. J. The prediction of autopilot behaviour in the presence of roll motion. British Aircraft Corporation Report no. ST 5686. May 1971.
- 〔6〕 DARBYSHIRE J. Proc. Royal Soc. A. 215 Vol 215 1952 No. 1112 pp 299-328 "The generation of waves by wind".
- 〔7〕 HOGGEN N. and LAMB F. E. Ocean Wave Statistics. H. M. Stationery Office 1967.
- 〔8〕 NEVILLE E. J. Standard wave spectra. National Physical Laboratory Ships TM 301 March 1971.
- 〔9〕 MURPHY C. H. Free flight motion of symmetric missiles. Aberdeen Proving Ground report no. 1216 July 1963.
- 〔10〕 Jane's Fighting Ships 1979-80. Jane's Yearbooks.
- 〔11〕 LEWIS H. Proposals for an adaptive control system for tail controlled cruciform type guided missiles. Royal Aircraft Establishment Tech Memo WE 1316 October 1969.
- 〔12〕 PORTER N. D. Further investigations into an adaptive autopilot control system for a tail controlled cruciform missile. Royal Ai-

- ircraft Establishment Tech Memo DW 8 September 1977.
- [13] VFW-FOKKER. Development in Germany of an experimental vehicle for vertical launch. 1975.
 - [14] NESLINE F. W. and NABBEFELD. Design of digital autopilots for homing missiles. AGARD Conference proceedings no 270. "Missile system flight mechanics" May 1979.
 - [15] CARTER J. W. System design requirements for separation of tactical air-launched missiles. AGARD Conference proceedings no 270.
 - [16] SCHMITZ K. and GAIDOSCH H. Vertical launch and its implications for missile stability and control. AGARD Conference proceedings no 270.
 - [17] KLESTADT B. Rapid all aspect postlaunch control of an air launched missile. AGARD Conference proceedings no 270.

第七章 视线制导回路

§ 7.1 目标和导弹的运动对导弹 “G”要求值的影响

视线系统有许多种，在研究它们之间的差别之前，我们先来考虑其某些共同的方面。视线系统可以被称为“三点制导”系统，这是因为，它是由跟踪装置确定一个点，而由目标确定另一个点，并由导弹的位置确定第三个点。制导系统的作用是迫使导弹尽可能靠近跟踪装置和目标的连线（称为视线，简称为 LOS）。这个概念比较简单明了，而且能用许多方法来实现，因此至今还在设计的大多数导弹系统都是视线系统。但是，使用这种系统对于其本身的性能和作用距离都有一定的限制。

假定目标以一恒定的速度作直线飞行，而导弹以另一个恒定的速度飞行，且当目标位于 T_0 时发射导弹，见图 7.1-1。这

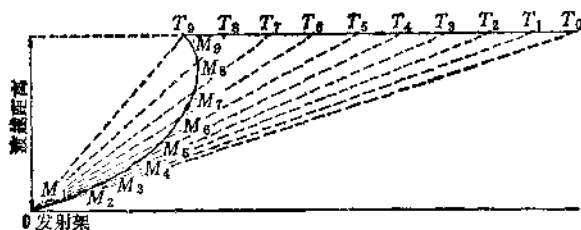


图 7.1-1 对于活动目标的典型的导弹飞行路线

个包含目标速度矢量和跟踪装置的平面称为飞行平面。在时间过了 1, 2, 3 ……秒后, 相应的视线如 OT_1 , OT_2 , OT_3 , ……所示。在理想的情况下, 导弹总是位于视线上, 因此飞行路线是一条曲线; 对于一个接近的目标来说, 当靠近遭遇点时, 曲线的曲率就急剧地增大。我们注意到, 飞行路线上任何一点的切线确定了导弹速度的瞬时方向。可见通常导弹速度矢量并不是沿着视线方向的, 在靠近遭遇点时, 它们之间可能相差一个相当大的角度。

由于视线通常是指波束, 所以我们称这个角度为“弹道-波束角”, 然而真正有意义的是弹体-波束角, 它与“弹道-波束角”之间相差一个攻角。读者可以用图 7.1-1 来验证这一点, 在俯视导弹的飞行路线时, 侧向加速度一定是向左的, 这就意味着相对的气流来自导弹的右边, 因此弹头必然在飞行路线的左边。

在某些视线系统中, 导弹带有一个无线电信标器, 把位置信息传到地面跟踪装置。这个信标器的波束宽度有限, 如果弹体-波束角超过了它, 信号就会发生严重的衰减。如果我们采用回射器来跟踪导弹, 由于它们的效能随角度的增大而降低, 因此上面的这种推理对此也能应用。在采用无线电信标器时, 40° 的限制通常认为是合适的, 而采用回射器时是 45° , 对波束制导和指令中继接收机来说是 50° 。以上这些数字仅仅是一些典型的数字, 但是, 对于一个给定的系统, 上述参数值一经确定, 则对导弹作用距离的限制也随之而定。由于波束的运动, 导弹必须产生一个垂直于波束的加速度分量, 而且弹体-波束角越是接近于 90° , 其所产生的垂直于导弹弹体的气动操纵力的效率就越低, 从而对侧向加速度的指令值也越大。从这一点看弹体-波束角也是一个重要的

参数。

现在, 如果导弹沿着一根旋转的直线以速度 U 运动, 那么它将受到一个与该线垂直的加速度, 其值等于柯氏分量 ($2U\dot{\theta}$) 加上一个等于 $R\ddot{\theta}$ 的分量, 这里 R 是导弹和固定的旋转中心之间的距离。当速度矢量 U_m 与该线的夹角为 σ_m , 且假定所产生的侧向加速度与速度矢量 U_m 垂直时, 我们发现柯氏分量是不变的, 这是因为沿着该线 (在我们的情况下是视线) 的速度分量的减小因子是 $\cos\sigma_m$, 而侧向加速度的有用分量 (也就是垂直于视线的分量) 的减小因子也是 $\cos\sigma_m$ 的缘故。但是由于 $\ddot{\theta}$ 项而使导弹必须获得的侧向加速度是随因子 $1/\cos\sigma_m$ 的增大而增大。此外, 如果导弹在速度矢量方向上有一个加速度分量 $\dot{U}_m$ (按习惯的说法是加速或减速), 那末将会有 $\dot{U}_m \sin\sigma_m$ 的垂直于波束的加速度分量。这样, 我们现在便能够写出所要求的垂直于速度矢量的侧向加速度, 由于导弹与跟踪装置的距离为 R_m , 目标与跟踪装置的距离为 R , 因此

$$\begin{aligned} f &= 2U_m\dot{\theta} + R_m\ddot{\theta}/\cos\sigma_m - \dot{U}_m\sin\sigma_m/\cos\sigma_m \\ &= 2U_m\dot{\theta} + R_m\ddot{\theta}/\cos\sigma_m - \dot{U}_m\tg\sigma_m \end{aligned} \quad (7.1-1)$$

现在, $\dot{\theta}$ 和 $\ddot{\theta}$ 显然取决于目标的速度和位置。如果按图 7.1-2 所表示的关系, 我们可以写出:

$$\dot{\theta} = U_m \sin\sigma_m / R_m = U_t \sin\sigma_t / R_t$$

$$\text{即} \quad \sin\sigma_m = \sin\sigma_t \frac{R_m}{R_t} \frac{U_t}{U_m} \quad (7.1-2)$$

对于一个直线飞行的目标, 其渡越距离 d 为一常数, 因此, $\dot{\theta}$ 的另一表达式为:

$$\dot{\theta} = U_t \sin^2\sigma_t / d \quad (7.1-3)$$

利用关系式 $\dot{\theta} = -\dot{\sigma}_t$, 可得到 $\ddot{\theta}$:

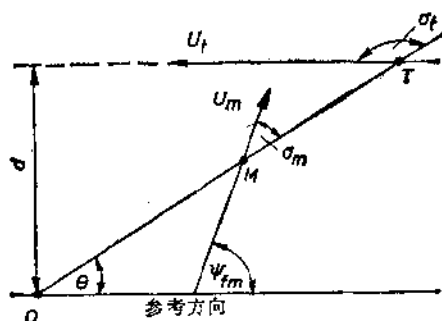


图7.1-2 飞行平面几何关系

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{d}{d\theta} \left(\frac{d\theta}{dt} \right) \cdot \left(\frac{d\theta}{dt} \right) = -\frac{2U_t^2}{d^2} \sin^2\sigma_t \cos\sigma_t \quad (7.1-4)$$

将 $\dot{\theta}$ 和 $\ddot{\theta}$ 的表达式代入方程 (7.1-1) 中并加以重新整理, 那么对于常值速度的导弹则有:

$$f = \frac{2U_m U_t}{d} \frac{\sin\sigma_t \sin(\sigma_t - \sigma_m)}{\cos\sigma_m} = \frac{2U_m U_t}{d} \times \alpha \quad (7.1-5)$$

其中 α 是一个无因次量, 它是 σ_t 和 σ_m 的函数。如果 σ_t 已经给定, 那末 σ_m 可用方程 (7.1-2) 来计算。图 7.1-3 表示了当 $R_m U_t / R_t U_m$ 为精心选择的数值时 σ_m 和 σ_t 之间的关系, 图中也画出了加速度系数 α 的常值曲线。

如果 $\dot{U}_m$ 已知, 那么就会有方程 (7.1-1) 中已经写出的一个附加分量。如果导弹因滑行而减速, 且假定纵向加速度譬如为 60 米/秒^2 , σ_m 为 50° , 那么导弹必须获得的附加的侧向加速度为 $60 \tan 50^\circ = 71.5 \text{ 米/秒}^2$ 。这是助推-滑行速度分布的一个缺点, 在滑行段导弹要求的 g 值增大了。

为什么图 7.1-3 中的几何图形用 σ_t 来做自变量而不是

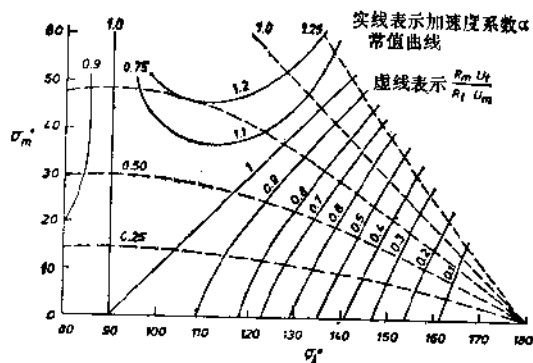


图7.1-3 弹道波束角和加速度系数与 σ_r 的关系曲线

用 θ 呢？其理由是这样做可以使得参考方向画在任意方向上时方程(7.1-3)仍然成立。很自然，只有当目标等高飞行时，在 $\theta^* = 180^\circ - \sigma_r^*$ 的情况下，才能将参考方向画成平行于地面，但这不是一般的情况。方程(7.1-3)适用于任何情况。在这个图形上我们能得出什么样的一般性结论呢？首先，侧向加速度的要求值在 σ_r 等于 $130^\circ \sim 100^\circ$ 的范围内显然为最大，因而对 θ 值来说相当于在 $50^\circ \sim 80^\circ$ 的范围内为最大。导弹速度大是一个优点，因为这将有助于保持弹道-波束角为一合适的数值。在渡越点的角加速度为零，而超过渡越点后($\sigma_r^* < 90^\circ$)则角加速度为负值。方程式(7.1-1)表明，在尾追目标时，侧向加速度的要求值有减小的趋势。那末方程式(7.1-5)是否意味着：渡越距离 d 越小则侧向加速度的要求值越大呢？现在来考虑 $d = 0$ 的极限情况，也就是目标向着跟踪装置飞行的情况。在这种情况下，视线角速度、视线角加速度和 σ_m 都为零，因此导弹以零侧向加速度作理想直线飞行，而方程(7.1-5)可简化为

$$f = \frac{2U_m U_t}{d} \sin^2 \sigma_t = \frac{2U_m U_t}{d} \sin \sigma_t \cdot \frac{d}{R_t} = 0$$

如果我们考虑一个在给定斜距上的目标, 那末渡越距离的减小将导致 θ 的减小, 也就是说, σ_t 将趋向 180° 。因此对于给定的目标距离来说, 渡越距离小将导致侧向加速度要求值的减小, 我们所考虑的情况是目标近乎对准跟踪装置飞行。因此真正困难的任务是面防御而不是点防御。即使如此, 对面防御系统来说, 如果命中点的距离, 譬如说, 超过大约三公里, 那末由于 $\dot{\theta}$ 与 R_t 成反比, 则 $\ddot{\theta}$ 与 R_t^2 也成反比, 而其它情况不变, 所以侧向加速度的要求值将是中等的或是较低的。表 7.1-1 中列出了对于不同的渡越距离和拦截距离 R_{it} , 且当 $U_t = 270$ 米/秒和 U_m (假设为常数) = 540 米/秒时导弹在拦截位置所要求的侧向加速度。

表 7.1-1 拦截时要求的侧向加速度(米/秒²)

R_{it} (公里) \ d (米)	100	200	500	2000
0.5	173	342	583	几何上不可能
2	10.9	21.8	54.4	146
3	4.8	9.6	24.2	90.4

对于近程导弹来说, 当其速度大约超过 $M=1.5$ 时, 所设计的导弹可获得 20 个 g 以上的加速度, 例如在 $M=2$ 的情况下甚至可达 30 个 g 。但是如果速度降到 $M=1$ 或更小时, 则只可能有中等的侧向加速度。实际上导弹所能得到的侧向加速度不仅受到动压力和机翼尺寸等的限制, 而且也受到可允许的最大攻角的限制。这样, 我们就有必要讨论一下图 7.1-3 和表 7.1-1 中所列的数据与考虑到导弹的攻角后这些数据的变化。实际情况确实需要考虑攻角。现考虑弹道-波束角为

10° ，并假设攻角为 5° 的情况。由于 10° 和 15° 的余弦仍然接近 1，所以 $\dot{\theta}$ 和 $\ddot{\theta}$ 两项乘上了一个可忽略的因子 $\cos 10^\circ / \cos 15^\circ$ ， $\dot{U}_m$ 项乘上了因子 $\tan 15^\circ / \tan 10^\circ$ 。换句话说，当角度很小时，攻角的影响实际上可以忽略不计。若弹道-波束角为 40° ，则情况就有所不同，特别是当这些角度很大时，攻角的值很可能是最大。即使在不计信标器、回射器或接收机问题的情况下，就可看到，如果弹体-波束角很大，特别是导弹正在滑行时，那么侧向加速度的要求值可能上升到一个很不合理的数值。

什么是导弹的理想的速度分布图呢？显然对于手控系统，当操作者既跟踪目标又跟踪导弹时，导弹等速就有可能设计一种不采用仪表反馈而响应接近一致的系統。对于一个近程的空-空弹系统，若飞行时间只有几秒钟，则可能飞近、越过或飞离目标。用 $4 \sim 5$ 秒的时间提供 $10g$ 左右的中等推力的发动机具有这样的优点：在侧向加速度的要求值特别高的关键时间内 $\dot{U}_m$ 为正值〔见方程 (7.1-1)〕。从飞机上发射的导弹一开始就有一个相当大的速度增量，但是如果导弹的初始机动性不够，则使用推力矢量控制和助推系统就可提供特别好的机动性。用于迎击目标的面对空导弹的助推-滑行推进发动机在 2 秒钟内要提供，比如说， $40g$ 。我们已经看到，最大的侧向加速度的要求值往往会发生在近距离上。因此，如果由于捕获目标较晚或者飞近的目标速度极高而使得命中距离很近，那么我们就要求导弹尽快地具有最大的机动性，这就要求导弹具有很高的飞行速度。如果目标速度较低或者捕获目标较早，那么命中点将发生在较远的距离上，因此侧向加速度的要求值也就较小，在较远的距离处较低的导弹速度也许将不会限制导弹的作用范围。而且，助推-滑行需要

一个简单的发动机,它的喷嘴出口面积可按最大推力来设计。需要用二级推动的发动机就比较复杂一些,由于此时喷嘴的设计必须采用折衷方案,因此效率较低。助推-滑行的速度分布图与低助推,紧接着是保持阶段的导弹的速度分布图比较,使导弹能在开始的二、三秒钟内走完一段较远的距离。这在简单的系统中可能是特别重要的,因为这种场合监视不可能在超过四、五公里的距离处发现目标。因此助推-滑行有助于减小侧向加速度的要求值。最后,如果要求操作者不间断地进行跟踪,那末在滑行阶段没有烟雾将有利于操作者执行跟踪任务。

对于助推-滑行导弹,决定其作用距离的很有用的运动学条件指标已经由文献〔1〕给出。这里假设导弹被瞬时加速到目标速度的 B 倍,而目标速度假定为常数。并且假设导弹的负加速度与它的速度成正比,那末在超音速情况下的很好的近似关系是:

$$\dot{U}_m = -U_m / \tau$$

其中,对于很多超音速导弹来说, τ 的典型数字为8~10。如果我们假定所得到的操纵力是垂直于速度矢量的,则对于一个特定的 B 值就可求得拦截时所要求的侧向加速度和弹道-波束角。现定义下面的无因次量:

$$r = R/U_t \tau \quad \text{其中 } R \text{ 是拦截时的斜距}$$

$$A = f_c/U_t$$

虽然表示在图7.1-4(a),(b)和(c)上的曲线是近似的,它们可能是基于一些假说而得出的,但对于一个针对快速目标的导弹来说,除非它的速度被加速到目标速度的两倍,否则导弹的作用距离是很小的。例如,若 $\tau=10$, $U_t=200$,那么最大的渡越距离近似为

对于 $B=1.5$, $r=0.5$, 即 $d=1000$ 米

对于 $B=2.0$, $r=1.0$, 即 $d=2000$ 米

需要强调的是, 随着 σ_m 的增大, 由于需要计算弹体攻角, 所以这些曲线就必然变得愈来愈不精确了。

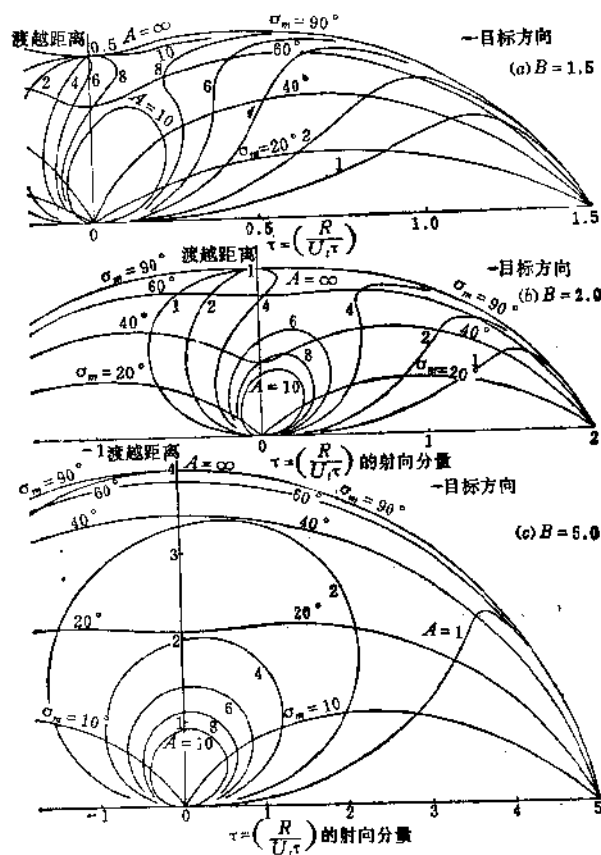


图 7.1-4 助推-滑翔导弹在不同 B 值时的加速度等值线和弹道-波束角

§ 7.2 视线系统的类型

视线系统的类型有许多种，但大多数是属于下面所归纳的四种主要类型之一。

波束制导系统

波束制导系统使用一个目标跟踪装置，它的目的是保持天线视轴指向目标反射面的中心。在第一章里，我们已经讨论过目标跟踪装置的一些特性。导弹携带一个复杂的接收机，它能测出导弹偏离波束中心的角度偏差。因此被用来引导导弹返回波束中心的操纵信号由弹上产生，这样也就不需要导弹跟踪装置了。如同第六章 § 1 里已经讨论过的那样，为了保持接收机的灵敏度（伏特/偏离波束的米数）不变，它的输出实际上乘上了一个与从发射装置到导弹的距离（通常是假设的）成正比的因子。早期的导弹取得这个信号的方法是把接收机的输出送到电位器的一端。滑动端由一个电动机通过减速器带动，滑动端的电压就是修正后的误差信号。如果导弹速度近似为常数，那么用一个线性电位器和一个等速电动机就够了；如果导弹速度不是常数，那么就可以设计一个专门绕制的非线性电位器。目前，非常精确的集成电路乘法器已被采用，它的一个输入是与假设的名义射程成正比的电压，另一个是来自接收机的信号。图 7.2-1 是用方块图表示的一个平面内的波束制导系统的一般结构。

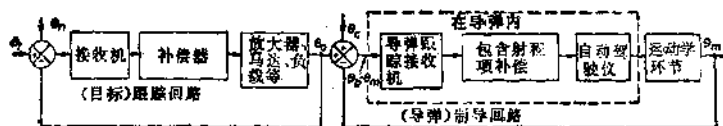


图 7.2-1 波束制导系统跟踪和制导回路

如果系统将一个波束作为跟踪用，而另一个波束作为制导导弹用，那么就存在一个保持这两个波束精确平行的问题，并把校准误差 θ_c 作为制导回路的一个输入量。若用同一个波束来跟踪目标和制导导弹，那么校准误差也就不会出现了。

手控系统

手控导弹系统这一名称表明，操作者的任务是既要跟踪目标又要跟踪导弹，并发出把导弹引入视线的指令信号。大多数已经设计出来的手控系统是反坦克系统。在射程超过800米以上时，某些目标需要放大，因而操作者必须将目标保持在瞄准器的视界范围之内，并利用一个特殊设计的手动控制器来产生指令信号。应该特别注意的是，操作者的作用相当于一个差动跟踪装置，倘若他能使目标和导弹都保持在视界范围之内，那末绝对跟踪精度就没有关系。借助于训练模拟装置，操作者能够培养成为一名高超的导弹控制手。当某种使指令的执行效果容易辨认的确定背景出现时，操纵任务总是比较容易执行。这种跟踪任务通常称作“追踪”。在面对空发射的情况下，天气晴朗，他只能辨认角度误差，指令的执行效果就不容易辨认，特别是如果目标还有机动的话，这样一种任务通常被称之为“补偿”跟踪。尽管由操作者来完成跟踪任务非常简便，但是目前很难与半自动系统相比。可惜的是即使是采用一台好的模拟装置，也需要花时间来训练操作者，也就是说这种武器是一种要求操作技术很高的武器。此外，恶劣的天气将大大减小它的效果；而且由于从导弹开始发射到操作者完全控制导弹至少需要花三秒钟的时间，所以总是有一个最短有效射程的限制。自动的或半自动的系统将比这种系统工作得要好一些。

半自动系统

在半自动系统中，操作者只跟踪目标，他的任务是保持瞄准器的光学中心线指向要求的导弹命中点。瞄准器上装有“+”字线，或者在分度镜上有一个蚀刻点，用来瞄准目标。它很可能是由手动操纵杆产生的指令在水平和垂直方向上驱动的伺服装置。图 7.2-2 画出了面对空导弹系统“长剑”⁽²⁾的一些大家熟悉的特点。导弹跟踪装置与跟踪望远镜装在一起，且对它加以平行校准。与导弹偏离导弹跟踪装置视轴的角度偏差成正比的信号，经地面计算机处理后利用无线电指令线再送到导弹上。我们已经知道“处理”将包括乘一个正比于导弹距离的项，如果使用一台数字计算机，那么这是很容易做到的。换句话说，这种制导回路的结构与波束制导回路没有本质上的区别。

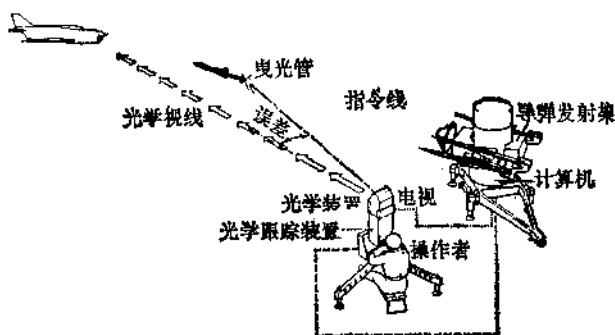


图 7.2-2 “长剑”半自动视线指令系统

然而，除了波束制导导弹外，大多数自动和半自动视线系统都使前馈项来提高精度，这一特点将要在这一章里加以详细地讨论。图 7.2-3 所示为使用前馈项的半自动制导和控制系统的一般结构图。在这种系统中一定要测量视线角速度。

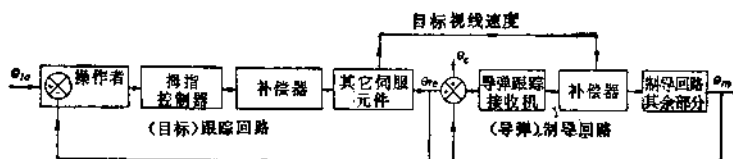


图7.2-3 半自动系统跟踪和制导回路

由于指令是在地面进行计算的，所以在计算机和导弹之间一定要有一个指令线。对反坦克系统来说，常常是用一根导线，但对超音速导弹的系统来说，则用无线电指令线。由于存在两个完全分离的跟踪系统，所以一定有一些校准误差或干扰量 θ_0 。

采用差动跟踪装置的视线系统

设计差动跟踪装置的目的是消除由于目标跟踪的不完善所带来的不精确。图 7.2-4 所示为差动跟踪装置的简化方块图。天线是伺服机构控制的，通常使它跟随目标方向转动。使用多波束形成或多路复用时，常常用同一个天线窗口来获得一个与天线视轴跟导弹方向之间的角偏差成正比的信号。

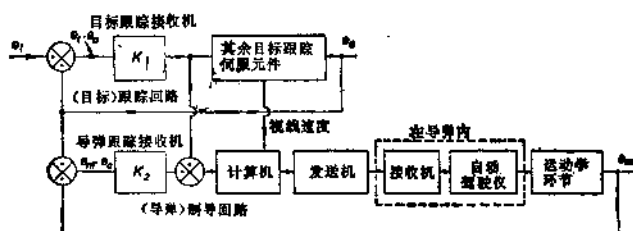


图7.2-4 差动跟踪系统跟踪和制导回路

从目标跟踪装置的误差信号中减去这个信号，就有：

$$(\theta_i - \theta_a)k_1 - (\theta_m - \theta_a)k_2$$

如果 $k_1 = k_2$ ，那么上式就变成 $(\theta_i - \theta_m)k_1$ ，即天线方向的影响被抵消了。然后，即使用同一个接收机来进行测量，也不容易做到两次测量增益的结果完全一致，因此需要采用专门的反馈和校准技术。需要特别注意的是，在所有其他的系统中，目标跟踪装置对热噪声和闪烁起低通滤波器的作用。而在装有差动跟踪装置的制导回路外没有这样一种滤波作用。由于附加的滤波作用不可能被引入没有降低稳定裕度的导弹制导回路中，所以必然得出这样的结论：在使用差动跟踪装置时，与跟踪目标有关的噪声的作用对脱靶量将会有很大的影响。不过可采用很巧妙的方法，在制导回路的外部对高频噪声能起一定的过滤作用。

§ 7.3 运动学环节和制导

回路的稳定性

如果导弹在制导指令的作用下产生一个侧向加速度，那末当我们假定导弹跟踪装置固定时，由导弹跟踪装置所看到的导弹的角速度变化与导弹的侧向加速度之间的运动学关系应该是什么样的呢？方程 (7.1-1) 给出了假设侧向加速度垂直于速度矢量时所需要的大小。但是我们知道侧向力产生在弹体的垂直方向。若只考虑偏航平面，且假定弹体攻角为 β ，那末我们就可以看到，由于平行于波束的加速度分量无助于减小角度偏差，所以侧向加速度的有用分量是垂直于波束的分量。若 f_y 是导弹的侧向加速度，那末有用分量便是 $f_y \cos(\sigma_m + \beta)$ 。如果弹体-波束角超过 45° ，那末制导回路的增益就会发生严重的衰减，这就是要避免大弹体-波束角的非

常重要的原因。

在前面的讨论中，我们一直假定，有用的导弹侧向加速度除以导弹的距离再积分两次，就是跟角度通道接收机观察到的一样的导弹角度的变化。这个假设对于稳定性分析来说是合理的，但是用来模拟制导回路则是不精确的，主要由于导弹的距离不是常数。由图 7.1-2 上我们可以得到关系式 $R_m \dot{\theta} = U_m \sin \sigma_m$ ，若两边对 t 微分，就可得到：

$$\begin{aligned} \dot{R}_m \dot{\theta} + R_m \ddot{\theta} &= U_m \cos \sigma_m \cdot \dot{\sigma}_m \quad (U \text{ 为常数}) \\ &= U_m \cos \sigma_m (\dot{\psi}_{fm} - \dot{\theta}) \end{aligned} \quad (7.3-1)$$

由于 $\dot{R}_m = U_m \cos \sigma_m$ ，将它代入方程 (7.3-1) 后重新整理得：

$$(TD + 1) \dot{\theta} = \dot{\psi}_{fm} / 2 \quad (7.3-2)$$

$$\text{其中 } T = R_m / 2U_m \cos \sigma_m$$

如果我们作 $R_m = U_m \tau$ 这样的近似，其中 τ 为发射后所经历的时间，同时 $\cos \sigma_m$ 接近于 1，那末参数 T 可以粗略地被认为是发射后所经历的时间的一半。方程 (7.3-2) 可以写成：

$$\left(D + \frac{2U_m \cos \sigma_m}{R_m} \right) R_m \dot{\theta} = U_m \cos \sigma_m \dot{\psi}_{fm} = f_y \cos \sigma_m$$

$$\text{其中 } f_y = U_m \dot{\psi}_{fm}$$

因此用传递函数形式可写成：

$$\frac{\theta}{f_y} = SR_m (S + 2U_m \cos \sigma_m / R_m) \quad (7.3-3)$$

取我们乐意看到的近似形式是：

$$\frac{\theta}{f_y} = \frac{1}{S^2 R_m}$$

但是方程 (7.3-3) 包含一项积分和一项时变参数，其中 $\cos \sigma_m$ 项已讨论过，它表示由弹体-波束角引起的制导回路

放大系数的减小。基于稳定性的考虑，我们现在必须验证一下，此时间常数在增益截止频率附近接近于纯积分。假设制导回路的开环截止频率是4弧度/秒， $U_m=500$ ， $R_m=500$ ， $\cos\sigma_m \approx 1$ ，那末在该频率上，传递函数的虚频形式等于：

$$\frac{1}{4jR_m(4j+0.2)} = \frac{1}{16.02R_m} \angle -177^\circ$$

而不是

$$\frac{1}{16R_m} \angle -180^\circ$$

因此考虑到制导回路在整个飞行时间和飞行距离内必须是稳定的这一点，做下面这种假设比较切合实际：即认为把侧向加速度变换为导弹位置的运动学环节会产生 180° 的相位滞后。现在我们来考虑确保制导回路中有适当稳定裕度的最符合需要的补偿形式。在第一章里已经讲过，如果一个闭环系统包含两个积分，并且假定它是一个阻尼系数为0.5的二阶系统，那末给定一个开环放大系数后，最小噪声带宽就可以求出，当然作了补偿在前馈支路上这样的假设。附加的滞后会增大等效的噪声带宽。对于一个阻尼系数为0.5的二阶系统，要求的相位裕度为 52° 。由于自动驾驶仪在截止频率处必然会有一点相位滞后，因此我们真正要求的是至少 60° 的相位超前。

现在假定，我们任意地限定高频噪声的放大量为一个10比1的数字，一阶相位超前网络给出的最大相位超前是 55° 〔见方程(6.2-1)〕，而二阶相位超前网络的形式是：

$$\frac{(1+Ts)(1+Ts)}{(1+\alpha Ts)(1+\alpha Ts)}$$

其中 $\alpha = \sqrt{0.1}$ ，给出的最大相位超前是 62.6° 。三阶相位超

前网络的 $\alpha = \sqrt{0.1}$ ，它确实将给出 64.4° 的最大相位超前，但是仅位于又陡又窄的区域内。图 7.3-1 表示 10 比 1 单级有源超前网络和二级串联的 $\sqrt{10}$ 比 1 网络相比较的增益特性和相位特性。串联网络的相位特性比单级网络“尖锐”。三阶网络的那些相位特性变得更加“尖锐”，因此如果由于弹体-波束角很大而减小了回路的放大系数，并且使得截止频率发生了显著变化，那么这样一种结构便会引起严重的失谐。这表明了应用三阶相位超前网络没有真正的优越性。

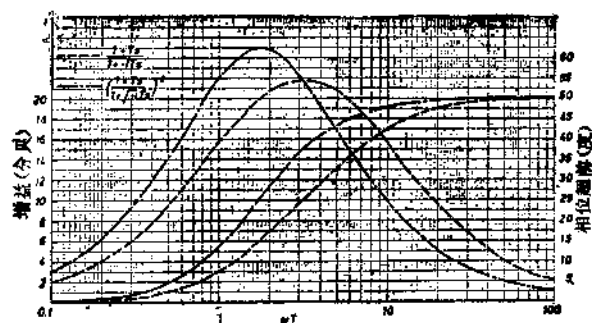


图7.3-1 相位超前网络的增益和相位特性

对提出的任何一个制导回路的等效噪声带宽进行校核总是有益的。在回路中有两个积分环节，其开环放大系数的截止频率应位于 $\omega_c = \sqrt{K}$ 处，这里 K 是制导回路的静态放大系数，或称刚度。由于放大系数以 -40 分贝/十倍频的斜率减小，而 10 比 1 的相位超前网络在最大相位超前处有 10 分贝的增益，因此若放大系数等于 1 处有最大的相位裕度，那末新的截止频率将是 $\sqrt{10}\omega_c$ 。上面这些讨论同样适用于串联网络。因为最大相位超前是出现在 $\omega T = 1/\sqrt{\alpha}$ 处，读者将发现，对于一阶网络最佳的 T 值是 $1.778\sqrt{K}$ ，而对于二阶网络

则是 $1/\sqrt{K}$ 。

把这些数值代入到一个有两项积分的系统中, 用表1.6-1给出的噪声带宽公式计算时, 我们看到一阶相位超前网络的噪声带宽是 $(\pi/2)\sqrt{K} \cdot 2.61$, 二阶相位超前网络的噪声带宽是 $(\pi/2)\sqrt{K} \cdot 2.51$, 而一个由前馈回路稳定的, M 等于 0.5 的简单二阶系统的带宽为 $(\pi/2)\sqrt{K} \cdot 2$ 。

实际上, 二阶相位超前网络也许比上面说的还要有利, 因为自动驾驶仪肯定会带来相位滞后 (在截止频率上是 10°), 而且在制导回路内装进一台数字计算机的话, 还要增加一个很小的相位滞后。另外, 装入一个小的滤波器 (几毫秒的指数滞后) 或许是有价值的, 这样可以在指令信号进入自动驾驶仪之前就滤掉信号中频率较高的噪声。实际上, 稳定裕度总是小于最佳值, 所以利用一个串联网络来增加一些相位裕度的方法值得经常采用。

§ 7.4 前馈项的概念

“前馈”这个术语需要在这一节里重新作些规定。大家都知道, 任何一个闭环系统都是由一个正向支路 (包括正向元件) 和一个反馈支路构成的。假如采用积分控制, 那末我们就说前馈误差的积分, 当然这是加在成正比例的控制信号之上的。同样我们也可以前馈误差信号的微分值。此外还有一种可用来提高闭环控制系统精度的方法, 那就是输入的某种函数的前馈。假设我们希望消除在第一章里所描述的跟踪伺服系统中的速度滞后而不采用积分控制。没有这种附加的积分器, 则系统的传递函数是:

$$\frac{\theta_o}{\theta_i} = \frac{1}{s^2/\omega_n^2 k_1 k_2 k_3 + 2\mu s/\omega_n k_1 k_2 k_3 + s/k_1 k_2 k_3 + 1} \quad (7.4-1)$$

来自接收机的以单位速度驱动天线所必需的电压为 $1/k_3k_3$ ，因此如果有可能在闭合回路外产生一个与目标速度成正比的电压，并把它送入如图 7.4-1 所示的正向支路中，那末因输入角速度引起的所有误差将被消除。然而这种方法在本质上是一种开环补偿的方法，并且取决于能否使这个附加的输入量跟伺服系统中某些元件的放大系数相配。现在，系统的传递函数是：

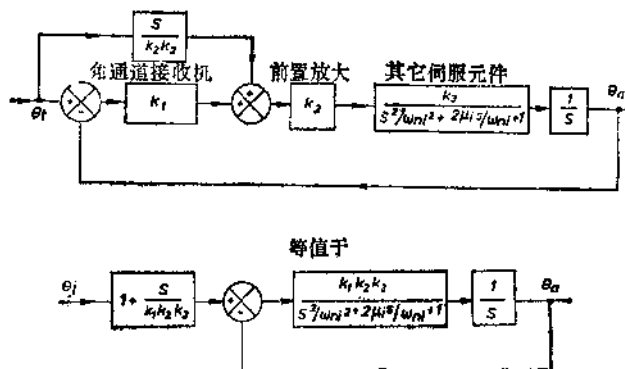


图 7.4-1 输入微分的前馈

$$\frac{\theta_n}{\theta_i} = \frac{s/k_1k_2k_3 + 1}{s^2/\omega_{n1}^2 + 2\mu_1 s/\omega_{n1} + s/k_1k_2k_3 + 1} \quad (7.4-2)$$

从上式中可以看到分子和分母中“ s ”项系数形式上相同，这是速度误差为零的情况。恰巧这种方法不能用在跟踪雷达上，因为此时唯一的可利用的物理量是角度通道接收机的输出。对于火炮或发射装置的指挥仪那样的跟踪装置来说，送到下一部分的信号是目标跟踪装置的方位和俯仰轴的角度位置。测速发电机测出这些“输入”，产生与输入角速度

成正比的信号。在这样的系统中通常采用输入前馈。

在制导回路中采用附加的前馈项在原理上确实是一样的，它只是为了使系统更精确一些；不管输入的性质如何，人们总是试图消除误差。在制导回路中，某些输入函数的简单前馈刚好是不能实现的。这是由于存在一个与制导功能明显有关的 R_m 项，以及一个与运动学环节有关的 $1/R_m$ 项。这将引起结果异常，使得即使输入是一个等角速度，也需要有一个侧向加速度。由于这个原因把制导回路看作一个简单的Ⅱ型系统可能使人引起很大的误解。为此我们采取了另一种方法，即在地面上以时间连续函数的形式，精确地计算侧向加速度的要求值，来使导弹保持在视线上；假设在指令的作用下导弹产生一个侧向加速度，这就意味着，我们需要知道导弹所需的侧向加速度。获得导弹侧向加速度的表达式将是方便的，它所包含的项，我们既容易测量又可用某种置信度来假设。首先我们计算目标在飞行平面内运动所引起的导弹的侧向加速度。很显然，无论目标作直线飞行还是以任意方式机动，只要目标没有垂直于飞行平面的加速度，那末导弹将总是保持在飞行平面内。因此导弹速度矢量始终位于飞行平面内，也就不需要垂直于飞行平面的侧向加速度。现在用 f_1 表示导弹在飞行平面内的侧向加速度。这时侧向加速度是导弹飞行速度和飞行路线方向角变化率的乘积（见方程 4.3-1）。如果参照图 7.1-2，则

$$f_1 = U_m \dot{\psi}_m = U_m (\dot{\theta} + \dot{\alpha}_m) \quad (7.4-3)$$

在一般情况下，飞行平面既不是铅垂面，也不是水平面（参看图 7.4-2）。如果跟踪装置的方位和俯仰轴上分别装上了用来测量 $\dot{\gamma}$ 和 $\dot{\psi}$ 的测速发电机，那末总的角速度 $\dot{\theta}$ 可由下式来计算。

$$\dot{\theta} = \sqrt{\dot{\gamma}^2 \cos^2 \phi + \dot{\phi}^2} \quad (7.4-4)$$

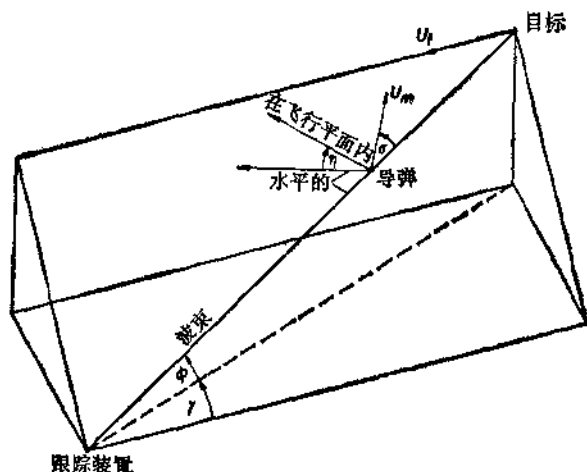


图7.4-2 飞行平面的几何关系(三维视图)

由于没有测量 σ_m 和 $\dot{\sigma}_m$ 的方法, 所以需要加以计算。但是我们已经有了 $\sin \sigma_m$ 的表达式和图 7.1-2 中使用过的关系

$$\dot{\theta} = U_m \sin \sigma_m / R_m$$

即 $\sin \sigma_m = \dot{\theta} R_m / U_m \quad (7.4-5)$

对上式微分可得到:

$$\frac{d}{dt} \sin \sigma_m = \dot{\theta} \frac{d}{dt} \left(\frac{R_m}{U_m} \right) + \left(\frac{R_m}{U_m} \right) \ddot{\theta} \quad (7.4-6)$$

我们也能使用:

$$\frac{d}{dt} \sin \sigma_m = \frac{d}{d\sigma_m} \sin \sigma_m \frac{d\sigma_m}{dt} = \cos \sigma_m \cdot \dot{\sigma}_m \quad (7.4-7)$$

但是

$$\cos \sigma_m = \sqrt{1 - \sin^2 \sigma_m} \quad (7.4-8)$$

综合上面的 (7.4-5)、(7.4-6)、(7.4-7) 和 (7.4-8) 四个等式, 我们可以得到求 $\dot{\sigma}_m$ 的等式如下:

$$\dot{\sigma}_m = \frac{\dot{\theta} \frac{d}{dt} \left(\frac{R_m}{U_m} \right) + \left(\frac{R_m}{U_m} \right) \ddot{\theta}}{\sqrt{1 - (\dot{\theta} R_m / U_m)^2}} \quad (7.4-9)$$

把 $\dot{\sigma}_m$ 代入等式 (7.4-3) 后可得:

$$f_1 = U_m \dot{\theta} + U_m \frac{\dot{\theta} \frac{d}{dt} \left(\frac{R_m}{U_m} \right) + \left(\frac{R_m}{U_m} \right) \ddot{\theta}}{\sqrt{1 - (\dot{\theta} R_m / U_m)^2}} \quad (7.4-10)$$

因此我们除了需要知道 $\dot{\theta}$ 外, 还需要知道 $\ddot{\theta}$, 它可以用微分 $\dot{\theta}$ 来得到。由于经常存在一些噪声, 故还需要使用一个高频滤波器, 这实际上意味着 $\ddot{\theta}$ 的计算值始终滞后于真实值。如果导弹的侧向加速度 (有时称为“偏差侧向加速度”) 是用这种方法计算的, 那末一定要知道随时间变化的 U_m 和 R_m/U_m 值, 而且还要有适当的精度。

现在假如目标在飞行平面的垂直方向上有机动, 那末为了使导弹保持在飞行平面上, 从而在视线上, 导弹就必须有垂直于飞行平面的机动。这个侧向加速度分量 f_2 可以这样计算, 即可用围绕波束轴的导弹飞行路线的角速度乘上一个垂直于波束的导弹速度分量 $U_m \sin \sigma_m$, 其表达式如下:

$$f_2 = U_m \sin \sigma_m (\dot{\gamma} \sin \phi + \dot{\eta}) \quad (7.4-11)$$

式中 $\sin \eta = \dot{\phi} / \dot{\theta}$ 和 $\cos \eta = \dot{r} \cos \phi / \dot{\theta}$ 。两个关系式中任一个都可用来求出 η , 当然 $\dot{\eta}$ 可以用微分 η 来求得。

现在必须将分量 f_1 和分量 f_2 分解成导弹的“上-下”和“左-右”指令。但是遗憾得很, 这个问题还没有完全得到解决, 这是由于弹体坐标系和跟踪装置坐标系指向不一致造成的, 这里有一个定向的问题, 需要单独地进行讨论。然而,

现在已经很清楚,为了计算前馈指令,需要一台数字计算机。应该注意,前馈指令的计算一般较简单,仅仅在目标速度很快时才比较复杂。现在我们来考虑一个半自动的反坦克导弹系统。假设导弹的速度为 250米/秒 ,目标速度一般在 10米/秒 以下,这时导弹的侧向加速度是很低的,弹体-波束角也可以忽略不计。读者可以很容易地利用方程 (7.1-1)、(7.1-3) 和 (7.1-4) 来验证,当导弹速度远远超过目标速度时,侧向加速度可以由下式精确地给出:

$$f_1 = 2U_m \dot{\theta} \quad (7.4-12)$$

事实上,假如导弹速度基本上是常数,并假设目标的运动基本上是在水平平面上,那末前馈指令将和方位跟踪角速度成正比,这个方位跟踪角速度可以用一个装在发射装置三角架上的测速发电机来测量。

在结束前馈项这个题目以前,现在解释一下怎么样从图 7.2-1、7.2-3 和 7.2-4 上推断出前馈不用在波束制导中的原因。现在人们能够在地面上计算这些系统中任何一种所需要的偏差侧向加速度,但是在波束制导中,由于导弹本身已经获得了角度误差信号,因而也就不需要一条从地面至导弹的指令线。倘若除了已装在弹上的制导接收机之外,再使用一台独立的发射机和一台独立的接收机,那末就可以采用前馈。但是一般不采用这种复杂的方法,而采用一个与要求的侧向加速度成正比的量来操纵超前于目标的制导波束。反之,可以设法调制波束,使导弹即使处在波束中心的情况下也能使弹上的接收机获得所需要的侧向加速度的信息。

§ 7.5 相位误差和定向的困难

我们在 § 6.11 中已经看到,如果导弹有滚动,那末两个

侧向自动驾驶仪之间就会有力学上的耦合，对于伺服系统在滚动频率处的一个小相位滞后 ϕ_r ，反映在自动驾驶仪上就是相位裕度损失，其一次近似值等于 ϕ_r 。但是，每个自动驾驶仪都是制导回路之一的一部分，倘若由于一种或多种原因而使来自一个角度通道接收机的部分指令在另一通道上被执行，那末我们就说有了相位误差。这时两个通道已经耦合，再也不是两个完全独立的制导回路了。图 6.11-2 画出了两个制导回路，其输入和输出分别为目标和导弹的方向角， Y_1 表示制导函数和自动驾驶仪， Y_2 表示回路的运动学部分， Y_3 为 1。为说明影响，我们来考虑一个特殊的例子，其中指令之一用来产生 150 米/秒^2 侧向加速度，而且在假设为恒定的滚动频率处伺服系统存在 0.1 弧度的相位滞后。由于 $\sin \phi_r \approx 0.1$ ， $\cos \phi_r \approx 1.0$ ，因此对于制导回路的放大系数的影响不大，而且在垂直于指定方向的方向上（即在另一通道上）产生大约 15 米/秒^2 的侧向加速度。譬如制导回路的放大系数或刚度为 10，那末耦合的结果是，导弹达到稳态时在垂直指令信号的方向上偏离视线 1.5 米。假使没有另一通道放大系数耦合的影响，则导弹仅以 15 米/秒^2 的加速度向视线外加速。由于侧向加速度 f_a 的指令值和 ϕ 弧度的相位误差所引起的制导误差的一次近似可表示为 $f_a \sin \phi / K$ ，其中 K 是制导回路的刚度。而且，此相位误差 ϕ 作为一次近似将使制导回路的相位裕度减小 ϕ 。需要着重注意的是，在 ϕ 的要求值很大的系统中，譬如面对空或空对空系统中，相位误差的影响可能很严重。现在我们来考虑其它影响相位误差的因素。在整个导弹飞行过程中，要求滚动陀螺垂直轴和角度通道接收机上一下轴指向一致。在发射前它们两者之间的任何差异都将引起相位误差。陀螺可能存在一个小的开锁误差，而且还将发生漂

移，在助推段更是如此。目前有一种测量精度为10弧分的相当好的分解器，是一种昂贵的精密仪器，但可采用另一种略为便宜而加工略为粗糙的仪器。假如采用感应式分解器，那末就需要采用某种电子线路来把分解器的输出转换成直流信号。这三个外加因素共同作用的结果将产生一个振幅误差和一个角度误差。这个角度误差就是对相位误差的另一种影响。耦合也可能发生在接收机内部，不过与上面刚讨论过的影响相比，由这个原因对相位误差的任何影响通常是很小的。需要注意的是，这些影响通常都是未知的和带有随机性质的。我们既不知道导弹朝哪个方向滚动，也不知道滚动角速度的大小，而陀螺的漂移又是不能预测的，而且除非对分解器和电子线路加以特殊校准，否则也不知道它们的影响。由于这些误差是不知道的，所以我们也就无法估计它们了。

现在我们来研究对相位误差的另一种可能的影响，由于它可以在制导计算机中加以考虑，有时候被称作由导弹定向所引起的相位误差。它是由于弹轴与跟踪装置轴指向不一致所造成的。现在考虑一个沿波束轴直线发射的导弹，并在波束轴附近做较小的机动。左-右指令信号要求导弹在垂直于波束的水平方向上有机动，但是因为弹体和波束重合，故在垂直于波束的方向上导弹要有一个侧向加速度。同样上-下指令信号不必要求垂直的机动，它在垂直平面内需要一个侧向加速度，而且由于跟踪装置的仰角而后偏一个角度 ϕ 。但是由于导弹的 ox 轴跟水平平面也有一个偏角 ϕ ，所以“上-下”这个解释不会有什么问题。除此以外，除了目标正对着跟踪装置飞行的唯一情况，导弹在飞行平面内都将受到侧向加速度的影响。如同前面讨论过的那样，导弹的速度矢量和视线之间有一个夹角 σ_m ，这已经在推导方程(7.4-6)时考

虑过了。可是如果计算能力足够的话，我们就应该考虑所得到的侧向加速度垂直于弹体且不垂直于速度矢量的这种情况，也就是说我们需要计算跟给出侧向加速度有关的弹体攻角，这也就意味着导弹速度和导弹高度必须是已知的。此外，假如导弹在发射以后有俯仰和偏航运动，则陀螺框架系统的形状将发生变化，而导致滚动角不能正确地判读。这就是说除非在计算机中进行精确的坐标变换，否则也将会发生附加的相位误差。我们在 § 5.3 中已注意到了这种改变的大小。在计算机中进行坐标变换时，任何由发射架引起的导弹指向波束的角度和导弹提前角都是应该加以考虑的。我们真正想要知道的是滚动陀螺内框架和飞行平面之间的夹角。需要着重注意的是，只有由滚动角速度和舵伺服系统相位滞后引起的相位误差才使得自动驾驶仪趋向不稳定，因为这发生在自动驾驶仪回路内部。由于任何原因引起的相位误差都发生在制导回路的内部，因此总的相位误差会影响制导回路。

§ 7.6 制导回路中数字计算机的影响

在制导回路中，比较简单的半自动反坦克系统是不需要数字计算机的，导弹制导回路中“乘距离”这一项可以简便地用模拟电路来实现。对于面防御而不是点防御的高质量的面防空系统，几乎都要用一台数字计算机来计算前馈指令。由于这些指令必须与角度通道接收机经补偿的信号相加，因此对侧向加速度指令值的整个计算过程通常是用数字计算的方法来进行的。

如果计算机每隔 τ 秒算一次值，那末在计算机的一个接口处需要模拟-数字转换装置，同时在另一个接口处需要装带有保持电路或者箝位电路的数字-模拟转换装置。图 7.6-1

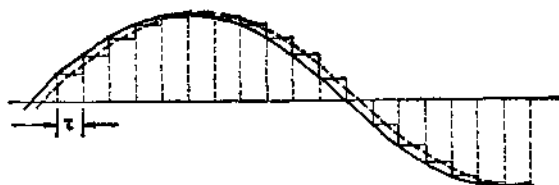


图7.6-1 若在一正弦波上每隔 τ 秒采样一次并保持到取新值时所产生的一个有相移的近似正弦波

中说明它在传送信息时的影响。假如在一个周期内，对频率为 ω 弧度/秒的正弦波取值许多次，那么对振幅的影响不明显而相位却有移动。由于时间延迟 τ 引起的相移是 $\omega\tau$ ，因此由不连续信息所引起的平均相移为 $\omega\tau/2$ 。而且计算机进行必要的计算也需要花一些时间，如果计算所需要的时间是 τ_c ，那么由计算机引起的总的有效时间延迟为 $\tau_c + \tau/2 = \tau'$ 。因此，对制导回路的影响是一个引起不稳定的因素。如果制导回路的开环截止频率是 ω_c 弧度/秒，那末在该频率上必须附加相位滞后 $\omega_c\tau'$ 。譬如当制导回路的截止频率为5弧度/秒，处理数据速度为100个/秒而平均计算时间为5微秒时，由计算机引起的在截止频率处的相位滞后是 $5(0.005 + 0.01/2) = 0.05$ 弧度 $\approx 3^\circ$ 。由于这样的相位损失在一个制导回路中是勉强可以接受的，所以若要在闭环系统中采用计算机，计算时间短和数据速率高是极其重要的。

现在考虑以数字方式实现相位超前方法，也就是必须把下面的传递函数用离散形式表示：

$$\frac{u}{e} = \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts} \quad (7.6-1)$$

这就意味着当 e 和 u 用采样形式时，一定要采用下面这个等式：

$$u + \alpha T \dot{u} = e + T \dot{e} \quad (7.6-2)$$

若取 e_{n-1} , u_{n-1} 和 e_n , u_n 为连续信号 e , u 在第 $(n-1)$ 和第 n 个采样瞬时的值，那么 $\dot{e}$, $\dot{u}$ 的最简单近似值应该是

$$\dot{e} \approx \frac{e_n - e_{n-1}}{\tau} \quad (7.6-3)$$

$$\dot{u} \approx \frac{u_n - u_{n-1}}{\tau} \quad (7.6-4)$$

式中 τ 是采样间隔。虽然这里为了便于说明而用了一次近似，但在实际情况下经常采用复杂的表达式。为了得到 u_n 值，我们可以使用下式：

$$u_n = u_{n-1} + \dot{u}_{n-1} \tau \quad (7.6-5)$$

因此我们得到了如下的递推关系式：

$$u_n = c_1 e_n + c_2 e_{n-1} + c_3 u_{n-1} \quad (7.6-6)$$

式中系数 c_1 , c_2 , c_3 分别由 $1/\alpha$, $(\tau/T - 1)/\alpha$, $1 - \tau/\alpha T$ 给出。

换句话说，数字网络 n 时刻的输出值 (u_n) 取决于 n 时刻的输入值 (e_n) 和 $n-1$ 时刻的输入和输出值 (e_{n-1} , u_{n-1})。现在我们可以考虑当使用数字形式来实现一个连续网络时可能出现的误差。所有这些误差起因于下面这一事实，即实际情况下数字信息只能被表示到一定的精度，而它又是可用的二进制码的位数（字长）决定的。

字长的限制将影响到以下几个方面，

(a) 输入和输出处被采样信号精度，并使信号限制在取各离散电平的值。

(b) 网络系数的存贮精度（例如等式(7.6-6)中的 c_1 ,

c_2 和 c_3)。

(c) 执行算术运算的精度。譬如, 在计算等式(7.6-6)时, 必须用 e_n 乘上 c_1 。如果这两个量都用 m 位二进制数字表示, 那么为了保持精度起见, 乘积需要用一个 $2m$ 位的二进制数字表示。如果用 m 位二进制数字来表示这个乘积, 就必须舍掉后 m 位二进制数字。

虽然当进行算术运算时所发生的量化误差通常是采用“截断”或“舍入”等术语来描述的, 但上述所有的由有限字长所引起的误差仍可称为量化误差。

在采样信号上的量化误差的影响类似于附加的白噪声, 就这个原因来说, 它是不希望有的。然而比较严重的后果可能发生在低信号电平时, 因为这时的量化误差会淹没信号的真实特性, 在这些情况下, 制导回路内网络的特性与原来的连续特性之间可能有相当大的差别。

在网络系数中, 误差的影响取决于实现网络方程式或编制网络方程程序的方法。同样, 截断或舍入误差取决于所使用的运算方法, 即是使用定点运算还是使用浮点运算。上述这些影响中的大部分在文献中已经详细地介绍过, 特别是文献[3]的内容跟导弹系统有关。因此, 为了说明从连续系统到离散系统的转换未必是一个简单的过程, 以及为了在系统设计的初始阶段适当考虑有限字长的影响, 这里详细研究一下量化误差的一种形式。

仿照上述文献中比较详细地讨论过的一个例子, 我们假定不是所有方程(7.6-6)的系数都可以被精确地表示, 更具体地说, 系数 c_3 作为 c'_3 存贮, 因此存在一个误差 ε , 即

$$c'_3 = c_3 + \varepsilon$$

若考虑稳态情况, 这时数字网络的输入和输出为常值,

即 $e_n = e_{n-1} = e_{n-2} = \dots$ 等, 以及 $u_n = u_{n-1} = u_{n-2} = \dots$ 等, 那末由方程 (7.6-6) 可以得到以下关系式:

$$u_n = c_1 e_n + c_2 e_n + c'_3 u_n$$

因此 $\frac{u_n}{e_n} = \frac{c_1 + c_2}{1 - c_3}$ 是网络的稳态放大系数。将 c_1 、 c_2 和 c'_3 代换后得:

$$\begin{aligned} \frac{u_n}{e_n} &= \frac{\frac{1}{\alpha} + \frac{\tau/T - 1}{\alpha}}{1 - (1 - \tau/\alpha T) - \varepsilon} \\ &= (1 - \varepsilon \alpha T / \tau)^{-1} = 1 + \varepsilon \alpha T / \tau + \dots \end{aligned}$$

可见稳态放大系数 (在这个例子中它应该是 1) 既取决于 ε 也取决于 τ , 而且很难提高它的精度。采样区间 τ 的减小将加剧这种状况。这个结果仅仅是由于用有限字长的数表示 c_3 所引起的。

§ 7.7 估计制导精度的一些数字例子

中程面对空波束制导系统

如果按图 7.2-1 所示的方案, 就一定要设计两个闭环系统, 即目标跟踪回路和导弹制导回路。我们假定, 这种系统是用来迎击飞机或导弹的, 目标的速度范围为 $0.7 \sim 2.0M$, 导弹的最小射程为 6 公里 (主要是因为导弹携带了用后抛掉的助推器而使得导弹的初始散布相当大所造成的), 导弹的最大射程为 40 公里。在第一章里, 我们已经确定了设计跟踪伺服回路的合理的方法是, 加进一个电子积分器并采用一个高增益的速度反馈回路, 以此来减小由马达和负载所引起的滞后。我们发现, 当速度回路中的滞后可以忽略不计而闭环阻尼系数等于 0.5 时, 就可以得到最小噪声带宽。现在我们

来确定当最大仰角为 45° 时位于最小射程上的等速直线飞行目标所产生的俯仰通道中的跟踪误差, 见图 1.5-1 和方程 (1.5-6)。一种特定跟踪装置的闭环传递函数十分近似于:

$$\frac{\theta_s}{\theta_e} = \frac{s/3+1}{s^2/9+s/3+1}$$

因为 $\ddot{\theta}_{\max} = U_e^2/R_{\min}^2$ 和 $\theta_e \approx \ddot{\theta}/\omega_n^2$

$$\theta_e = \frac{(0.7 \times 340.3)^2}{6000^2} \times \frac{1}{9} \quad (\text{对 } M=0.7 \text{ 的目标})$$

$$= 0.000175 \text{ 弧度} = 1.05 \text{ 米 (在目标处)}$$

因为视线角加速度和目标速度的平方成正比, 所以当目标速度 $M=2$ 时, 在目标处的偏差是 8.58 米。但是我们注意到, 由于视线角加速度与 $1/R^2$ 成正比, 所以当所有其它情况相同时, 在目标处的跟踪精度 (单位为米) 会随着距离的增大而提高。现在我们来考虑热噪声的影响。就一个特定的接收机来说, 我们发现对于一个无闪烁的反射面积为 4 米^2 的目标, 在 40 公里的距离上的热噪声的频谱密度可由下式给出:

$$K_n^2 = 3.3 \times 10^{-9} \text{ 弧度}^2 / \text{弧度/秒}$$

在 1.6 节中已经介绍过, 这样一个系统的有效噪声带宽为 $\pi\omega_n$, 弧度 = 9.42 弧度。因此在这个距离上的均方波束颤动是:

$$\sigma^2 = \frac{9.42 \times 3.3}{10^9} \text{ 弧度}^2$$

在目标处用米来表示, 即

$$\frac{9.42 \times 3.3}{10^9} \times 40^2 \times 10^6 \text{ 米}^2$$

$$= 49.7 \text{ 米}^2 \quad (\text{均方根值为 } 7.05 \text{ 米})$$

这是对一个反射面积为 4 米^2 的目标而言的, 而对于一个诸如导弹那样有效反射面积只有 0.1 米^2 的小型目标来说,

其数值将是相当大的。另一方面，噪声的影响将随距离的减小而减小。在 10 公里的距离上，均方根波束颤动为 40 公里距离上的 $1/4^2$ ，用米表示时则减小到 $1/4^3$ 。信号噪声功率比提高 4^4 倍。

如果目标有闪烁，那么除非伺服系统的带宽确实很窄，或者采用了频率捷变的方法，否则由闪烁引起的波束颤动的均方根值多半接近于闪烁本身的均方根值，见表 1.7-1。总而言之，对于近距离上的快速目标来说，由于角加速度很高，所以精确跟踪是一个困难的问题，而当射程增大时，热噪声将成为一个主要的误差源。但是，由闪烁引起的跟踪误差（单位为米）并不是距离的函数。

现在我们来研究制导回路的设计。由于导弹是按中程设计的，所以多半很重，可达 1000 公斤或更重一些。对于几何外形相似的导弹来说，惯量与 l^3 成正比，而控制面的力矩与 l^3 成正比。因此大型导弹具有较低的短周期频率。假设可以设计这样一个侧向自动驾驶仪，它的动态特性接近于由 $\omega_n = 12$ 和 $\mu = 0.6$ 决定的二阶滞后环节。在制导回路的开环截止频率处允许的最大相位滞后在 § 6.2 中已经讨论过了。如果按介绍过的那样，把滞后限制在 15° ，也就是说，我们所能用的最大静态放大系数为 3 左右，那么当有两个积分环节时，由于相位超前网络对放大系数的影响，开环截止频率总是大于放大系数的平方根值。因此让我们来考虑一下，如果制导回路放大系数为 3 时将会有的脱靶量。一个典型的拦截例子将充分地说明这个问题。假设 $U_t = 250$ 米/秒，并且目标作直线飞行，渡越距离为 6 公里。如果当目标的斜距为 13.5 公里时导弹在斜距 5 公里处引入波束，且设导弹以 500 米/秒的等速飞行，那末经过一些几何上的分析后可知，导弹

将在进入波束后12秒钟截住目标，该遭遇点的斜距是10.86公里。读者可以验证，在遭遇点的准确的导弹侧向加速度是 18.2米/秒^2 。因为回路的放大系数为3，这就意味着由于偏差侧向加速度所引起的导弹脱靶量近似等于 $18.2/3 \approx 6$ (米)。精确的模拟已经表明，如果侧向加速度增大，则这个假设使得脱靶量的估计略有些偏高。在估计图1.5-2和图1.5-3中的跟踪伺服系统的误差时，我们已经注意到这个影响。如果遭遇发生在比这更近的斜距上，或者目标的速度比较大，那么导弹的侧向加速度一定更大，由此将导致较大的脱靶量。我们能否采用别的方法来设计一个回路而使得脱靶量减小呢？现在我们来考虑采用比例加积分控制而不采用比例控制的方法。这时将导致相位裕度的减小，因此把静态放大系数减小到譬如说1。如果积分时间常数取2，那么这就意味着，假如导弹偏离波束的误差为常数 x 米，则自动驾驶仪的输出将以 $x/2\text{米/秒}^3$ 的速度增大。导弹在拦截目标的最后几秒钟内，侧向加速度的增加速度大约为 0.75米/秒^3 。利用方程(7.1-1)对 t 微分就可以容易地确定这个结果。现在，脱靶量应该为 $0.75 \times 2 = 1.5$ 米，因此我们已经使侧向加速度造成的脱靶量减小到 $1/4$ 。另外，这也已经使制导回路静态放大系数减小到原来的 $1/3$ ，因此也就减小了有效噪声带宽，进入导弹伺服系统的噪声的均方根值也就有了相当大的减小。如果使用一个二阶相位超前网络来稳定这个回路，那末整个制导回路的传递函数就可以用图7.7-1来表示。

运动学环节被表示为两个积分和一项 $1/R_m$ 的乘积，这跟§7.3中已经讨论过的情况是一样的，对于稳定性分析来说，这样的假设是合理的。制导回路的波德图如图7.7-2所示。图上所表示的相位裕度为 35° ，振幅裕度为10.5分贝。

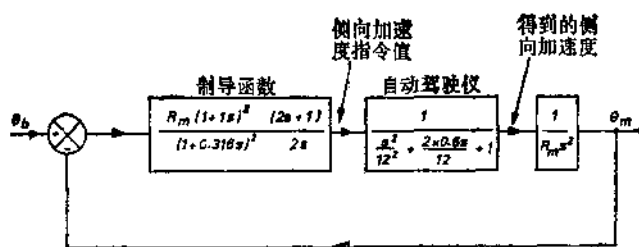


图7.7-1 波束制导回路稳定性分析的结构图

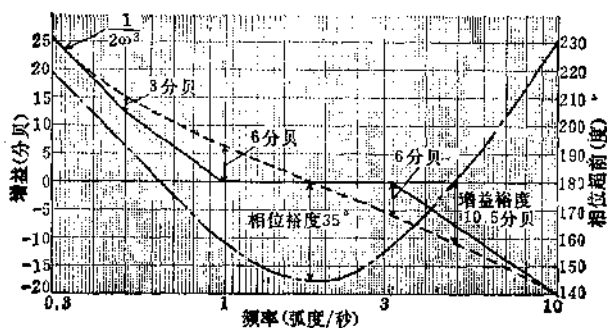


图7.7-2 波束制导回路的波德图

利用制导回路的传递函数与跟踪装置传递函数相乘以及计算总的噪声的等效噪声带宽，就可以来估计由热噪声引起的导弹的实际脱靶量。对于直至10阶的传递函数的积分在参考文献(4)中已经给出。对于有闪烁的情况，考虑到闪烁是“有色噪声”而不是“白噪声”，因此除需要加进一个一阶滤波器之外，仍可通过同样的步骤来计算。详细的分析表明，由噪声引起的脱靶量的均方根值并不比波束颤动小很多，这是因为制导回路中的阻尼很小，因此等效噪声带宽就

高得难以预料。装有附加积分器的制导回路的一个重要特征是，由舵偏差引起的自动驾驶仪中的任何偏差或者仪表的误差都不产生脱靶量，当然这要有一个条件，即假定偏差是保持不变的或者其变化是相当缓慢的。

上面的例子乃是在所有的制导回路设计中都必须采用折衷方案的一个很好的实际例子。我们需要用高增益来提高稳态精度，而需要用低增益来提高稳定性和减小噪声引起的脱靶量，同时采用低增益和不太大的相位超前可以避免系统的饱和。在这个特定的设计中，因为拦截时间的典型数据是15~18秒，因此在回路中放进一个低速积分器就已经相当大地提高了稳态精度，不过采用比例加积分控制以后使相位裕度损失了 16° 左右，使制导回路变成了一个稍欠阻尼的控制系统。

近程半自动面对空视线指令控制系统

在这种情况下，我们假设操作者是借助于伺服控制的光学系统来跟踪目标的。我们现在要提出的问题是，一个经过训练的操作者跟踪飞行器的精确程度如何呢？一般认为，采用速度伺服系统对操作者的帮助最大，一个给定的控制器位置将导致一个不变的视线角速度，而一个接近的目标将导致视线的加速。因此，如果系统是针对接近的目标而设计的，那末加进一个低增益的积分器对操作者是有帮助的，因为它能使一个不变的输入产生一个缓慢加速的输出。在任何一个特定的拦截过程中，积分器的放大系数不是太高就是太低，因此为了得到最好的折衷方案，大范围的实物模拟程序将是必要的。另外，某些相位超前也会抵消伺服机构和操作者的滞后。几种已经设计好的系统，要求在飞行平面内的跟踪精度为0.2~0.3毫弧左右均方根值。并且要求在2~6公里的

斜距上，其跟踪精度比与飞行平面相垂直的方向上要好，但是更取决于导弹速度接近目标速度的程度和渡越距离与控制器的时间常数的匹配程度。

如果导弹跟踪是借助于弹上的摄像管和曳光管，那么将会存在准直问题。准直误差的出现，不仅是由于温度变化而引起的不均匀的膨胀造成的，而且也是由于目标跟踪装置电零轴的漂移造成的。准直必须能够在现场进行校核。几种已经设计出来的使用两个完全独立的跟踪系统的系统，能够把准直误差下降到 0.2 毫弧以下。

在近程系统中，导弹对 g 的要求量可能非常高；许多系统的设计最大值为 $25g$ ，有时甚至更高。如果命中距离从 1 公里到 6 公里，遭遇时间在 2 到 12 秒之间，那么很显然，对导弹 g 的要求量在飞行过程中可能有非常迅速的变化。假如导弹侧向加速度为 200 米/秒^2 ，那末为了保持侧向加速度的偏差所造成的脱靶量（譬如说为 2 米），就需要一个大小为 100 的制导回路放大系数，或者可采用较低的静态放大系数，并加进一个快速积分器。采用第一种办法将出现严重的稳定性问题，而且在有噪声时几乎一定会导致舵伺服系统饱和；而采用第二种办法时，由于快速积分器的不稳定性，大概同样是不可能实现的。我们已经知道的另一种可以采用的办法是使用前馈项。此时，任何侧向加速度偏差所形成的脱靶量，是由计算和执行这些前馈指令时的不完善所引起的。换句话说，如果所采用的制导回路的放大系数譬如为 15，而计算和执行这种指令信号的误差为 $x \text{ 米/秒}^2$ ，那末将会在飞行平面内引起一个 $x/15$ 米的脱靶量。如果由前馈所获得的侧向加速度大于精确值，那末它将超前视线飞行，反之就落后于视线。换一种情况，如果前馈指令产生被执行的精确指令

信号的 90% 或 110%，那末制导回路提供其余相应的 $\pm 10\%$ 或 -10% 。因此无论对以上哪一种情况，制导精度均提高了 10 倍。并注意，使用前馈指令对由相位误差引起的脱靶量没有影响。如果在回路中没有电子积分器，自动驾驶仪中的任何偏差都会产生脱靶量。习惯上用米/秒² 来估计自动驾驶仪中的总的可能的偏差，对于十字形对称的导弹的每一个平面通常有相同的指标。这个偏差除以制导回路的放大系数，就是这个原因所引起的脱靶量。

最后，在制导回路中还将有由热噪声引起的脱靶量，不过在这样近的距离上它通常是很小的。现在假如各种影响制导精度的因素之间是互不相关的，而且能够假设为正态分布的话，那末就可以用计算均方和的方法来估计总的均方脱靶量。如果输入是白噪声，则这个假设是完全正确的；只要系统可以被看作是一个线性滤波器，那么输出将具有零均值的正态分布。如果输入是闪烁，并假定它的频谱是经过线性滤波器的白噪声，那么这个假设也是正确的。当研究譬如说自动驾驶仪的偏差时，我们还没有充分肯定的理论根据。但是我们经常做这样的假设，认为相当多的来自加速度计、速度陀螺等的偏差具有零均值，各个偏差的分布是具有 1σ 值的正态分布，而 1σ 值为制造公差的 $1/2$ 。

在用表列出对脱靶量的各种影响之前，我们也许应该相当详细地研究一下自动驾驶仪的一些缺点。假设侧向自动驾驶仪的参数是在 § 6.3 的例子中已经用过的那些数字，

自动驾驶仪的标称放大系数 $1 \text{ 米} \cdot \text{秒}^{-2} \cdot \text{伏}^{-1}$

加速度计的标称放大系数 $0.8 \text{ 伏} \cdot \text{米}^{-1} \cdot \text{秒}^2$

速度陀螺的标称放大系数 $30 \text{ 伏} \cdot \text{弧度}^{-1} \cdot \text{秒}$

如果加速度计满刻度偏转是 30 g，公差是满刻度的

$\pm 2\%$ 或实际值 5% 中较大的一个, 那末要求值为零时, 就会产生一个 $\pm 0.01 \times 30 \times 9.81 \times 0.8 = \pm 2.35 \text{ V}$ 的 1σ 的偏差, 这转而使自动驾驶仪产生 2.35 米/秒 的偏差。 $25g$ 的要求值将产生 $0.025 \times 25 \times 9.81 \times 0.8 = 4.9 \text{ 米/秒}^2$ 的 1σ 偏差。速度陀螺的满刻度读数是 5 弧度/秒 , 偏差的公差是满刻度的 $\pm 2\%$, 另外还有实际放大系数值 $\pm 10\%$ 的公差 (其原因基本上是由于瞬发式起动和陀螺转子速度下降引起放大系数改变而造成的)。因此, 当导弹没有转弯时 (侧向加速度为零) 偏差是 3 米/秒^2 , 而当导弹上作用有 $25g$ 的侧向加速度, 且假定导弹飞行速度为 500 米/秒 时, 则转弯速度为 $25 \times 9.81 / 500 = 0.49 \text{ 弧度/秒}$ 。因此很可能有一个 $5 \times 30 \times 0.05 \times 0.49 = 3.7 \text{ 米/秒}^2$ 的附加偏差。开环时的 $-\frac{1}{2}^\circ$ 的舵偏差 (1σ 值), 在标称速度为 500 米/秒 时将引起 11.4 米/秒^2 的偏差, 但是采用仪器反馈后偏差将减小到 1.3 米/秒^2 。表 7.7-1 概括了在飞行平面上导弹受到零和最大侧向加速度时的位置。用 米/秒^2 作单位的 1σ 侧向加速度误差, 被制导回路放大系数相除后已经变成用米表示的 1σ 脱靶量。表内数据是假设导弹和目标的遭遇发生在斜距 4 公里处的情况下得出的。由于跟踪目标引起的对脱靶量的影响已在表内列出, 这些影响将取决于许多已经指出的因素。但是, 如果导弹获得很高的侧向加速度, 这就意味着视线速度和视线加速度都很高。在这种情况下, 目标跟踪的精度势必会降低。

可见在这个假想的系统中, 影响脱靶量的一个主要的影响是目标跟踪过程中的不精确度。当加速度很高时, 相位误差在飞行平面的垂直平面内会对脱靶量起很大的影响。此外, 在这样情况下还有一个由自动驾驶仪的静态放大系数的变化引起的重要影响。改进这种系统状况的方法之一是, 按导弹

速度和高度的函数关系来改变自动驾驶仪的正向支路的放大系数。如果导弹获得的侧向加速度 g 很大, 那末在任何情况下系统的精度必然会有所降低。

采用差动跟踪装置的系统

由不完善的前馈所引起的对脱靶量的影响同样会施加于使用差动跟踪装置的系统。然而, 由跟踪目标引起的误差大部分被消除了, 只是由于两个放大系数不可能完全相等而可能会有一个小的脱靶量, 见图 7.2-4。这时已没有准直误差, 但是还存在着闪烁的影响。还有, 如 § 7.2 中已经提到过的, 目标跟踪回路这时不会以一个低通滤波器的形式对在目标处发生的噪声起作用。

表 7.7-1 计算和执行反馈指令的差错、跟踪误差、相位误差等对脱靶量的影响

系统 组件	误差原因	2 σ 误差值或公差	在飞行平面内的 1 σ 脱靶量 (米)		在飞行平面内的 垂直平面内的 1 σ 脱靶量(米)	
			0 g	25 g	0 g	25 g
地面 计算机	测速发电机输入, 斜距和速度中的不定性, 字长	实际值的 7 % 或满刻度的 2 % 中较大的一个	0.16	0.57	0.16	0.16
导弹 接收机	带有译码器的时间比较器	实际值的 2 % 或满刻度的 1 %	0.08	0.16	0.08	0.08
分解器 和分解器 电路	机械加工和组件公差	实际值的 $\pm 5\%$	—	0.41	—	—
自动驾 驶仪放 大系数 和偏差	由高度和速度变化引起的放大系数变化	标称放大系数的 $\pm 10\%$	—	0.82	—	—
	加速度计偏差和放大系数公差	实际值的 $\pm 5\%$ 或满刻度的 $\pm 2\%$	0.16	0.33	0.16	0.16
	速度陀螺偏差和放大系数公差	实际值的 $\pm 10\%$ 满刻度的 2 %	0.10	0.24 0.10	— 0.10	— 0.10
	舵伺服系统偏差	$\pm 1^\circ$	0.09	0.09	0.09	0.09

(续)

系统 组件	误差原因	2σ 误差值或公差	在飞行平面内的 1σ 脱靶量 (米)		在飞行平面的 垂直平面内的 1σ 脱靶量(米)	
			0 g	25 g	0 g	25 g
相位 误差	陀螺安装、开锁和漂 移	$\pm 5^\circ$				
	分解器	$\pm 3^\circ$				
	分解器电路	$\pm 2^\circ$				
	导弹滚动角速度 2σ 值15弧度/秒	$\pm 3.2^\circ$				
	总的 2σ 相位误差	7.0°	—	0.02	—	1.00
操作者	目标跟踪不精确度 ——偏差加噪声	射程变化, 视线 速度, 视线加速度	0.60	1.20	0.30	0.50
跟踪头 组件	瞄准误差	0.2毫弧度	0.40	0.40	0.40	0.40
制导接 收机	由于跟踪导弹引起的 热噪声	将随导弹斜距变 化	0.20	0.20	0.20	0.20
	均方根脱靶量(米)		0.78	1.73	0.60	1.24

§ 7.8 关于精度的某些一般性结论

现有许多种用来跟踪目标和导弹的方法, 显然, 对脱靶量的影响因系统而异。例如, 采用一个适当的探测器来检测目标放射的红外线, 就不会出现闪烁现象。但是寻的器“看到”的目标可能偏离目标的中心部位相当一段距离, 譬如就喷气式飞机来说, 是在尾喷管的后部。因此为了使制导指令包含纠正偏差的信号, 就必须采用专门的技术。

不过通常的做法是, 按照前一节讲过的方法对系统的精度作一次估计, 并且用详尽的仿真来验证这些结果。如果仿真的情况是二维的, 而气动特性的线性度相当高, 同时每个

分系统内没有出现严重的饱和,那么其结果大致与原来的估计相近。但是,如果当导弹接近遭遇点时由于噪声的影响而使舵机伺服机构出现饱和现象,或者气动特性的非线性严重,或者气动力有耦合而进行完全的三维仿真,那么其结果可能有很大的差异,通常的情况是脱靶量很大。这是因为在出现严重的非线性时,叠加原理不适用了。设计师们很明白这些危险,并想方设法来减小它们的影响。譬如,采用滚动位置控制和围绕导弹控制系统的反馈来减小非线性与气动特性的变化带来的影响,以及适当地选择增益和补偿器来避免出现严重的饱和。下面让我们来研究一下所设计的“最好的”系统是否真的为最好。所谓最好,就是说系统的均方根脱靶量最小。表 7.7-1 中的例子已经清楚地表明,系统可以采用较好的滚动陀螺和较好的分解器,或者采用规定滚动位置控制来提高精度,或者我们可以设法提高准直精度等。但是上面这些想法是费钱的,而且很可能得不到一种花钱少而效果好的武器系统。作者认为,几乎不可能精确地定义什么样的武器系统是花钱少而效果好的武器系统。例如,有人问,如果一个便宜的武器系统导致其杀伤概率的一定降低,那么这些系统对于不同时刻到达的目标来说,其效率降低了多少呢?这可能大大地降低系统最后保存杀伤能力的概率。但是我们可以说,表 7.7-1 中的预分析清楚地表明了这是很有影响的。如果要想改进,那么薄弱环节是很显然的。

一个有益的问题是,在一个使用前馈项的视线系统中的每个制导回路内利用了多少个状态。制导接收机给我们提供了角度误差,如果采用复杂的相位超前网络,那末我们就要计算误差的一次导数和二次导数。导弹的角速度和侧向加速度在弹上测量。目标的角速度用测量方法求得,而目标的

角加速度可测出, 或者用平滑微分网络来计算。导弹的标称斜距和速度通常存放在地面计算机中。以上一共九个状态。除此以外我们还用些什么其他信息呢? 在 § 7.5 中, 我们已经注意到了由于导弹的定方位而存在一些附加的误差, 并且有关导弹攻角的知识告诉我们, 对攻角的影响也需要加以补偿。肯定地说, 使用着眼于减小噪声和偏差的又多又好的测量方法就可以继续提高精度。

那么现代控制理论如何来帮助系统工程师呢? 我们可以从以前的方法说起, 在第一章里我们知道, 采用按跟踪误差的变化来改变目标跟踪回路的增益的方法, 就能够获得较好的跟踪精度。但是设计整个回路结构的方法和用于自适应机构中的滤波器设计, 在本质上是一种结合经验的试凑过程, 到最后我们还是不能肯定得到了最好的解。我们在第六章中还看到, 假如采用一种性能准则, 就能够设计出“最好的”自动驾驶仪。“最好的”自动驾驶仪的传递函数可以这样来定义, 即当输入为阶跃时, 时间 $\times$ 绝对误差的积分为最小, 也就是

$$J = \int_0^{\infty} |e| + dt$$

如果这个“最好的”定义被接受了, 那末只存在一个最好的传递函数。这种设计过程是一个直接的过程, 不再是一门专门的技术了。现代控制理论比这种方法还要更深入一步。通常的目标是使下面这种积分的值为最小:

$$J = m_{t_f}^2 + \int_0^{t_f} (r_1 x_1^2 + r_2 x_2^2 + r_3 x_3^2 + \dots) dt$$

这里, m_{t_f} 是在遭遇点时导弹偏离视线的距离; $x_1, x_2, \dots$ 是系统的某些状态, 诸如要求的加速度、导弹舵偏转速度; $r_1, r_2, \dots$ 是加权因子, 通常不一定是常数。当这些参数值

很小时, 就表明对解的工程上或物理上的约束相对地不太重要; 而当这些参数的值很大时就表示, 如果侧向加速度的要求值以及舵转速很大, 那末导弹将是非常昂贵的。当然, 困难是给这些加权因子设置实际的数值, 同时, 为了得到现实的解, 需要具有某些结合实际设备采用现代控制理论的解。不管怎样, 必须强调的是, 当给定整个系统和约束之后, 现代控制理论将给出最好的滤波器设计和最好的控制方法, 其中各个放大系数必须随时间变化, 因而系统内部必须装置一台数字计算机。在实际情况下, 用现代控制理论设计的系统常常表现为一定程度上优于用经典法设计的系统的情况是不奇怪的。不过, 考虑到现代控制理论可以用于任何系统(这可能包含一个新的问题, 即从以前的经验来看, 有些系统结构很不明显), 以及计算机比以前更小, 运算速度更快, 计算能力更大, 而价格也更加便宜, 因此可以肯定, 现代控制理论将会在今后的十年中得到较广泛的应用。

参 考 文 献

- [1] GRIDLEY D. O. A. An analogue computer study of the interception kinematic properties of boost-coast line of sight missiles. Royal Aircraft Establishment Technical Report 66274 September 1966.
- [2] FLIGHT International 22nd April 1971.
- [3] FOX J. E. An introduction to the effect of word length on digital networks. British Aircraft Corporation report ST 7135 May 1972.
- [4] NEWTON C. J., GOULD L. A., and KAISER J. F. Analytical design of linear feedback controls. John Wiley and Sons Inc 1957.
- [5] HEAP E. Methodology of research into command-line-of-sight and homing guidance. AGARD lecture series no 52 on guidance and control of tactical missiles, May 1972.
- [6] HOFMANN W. and JOOS D. Missile guidance techniques. AGARD lecture series no 101. Guidance and control for tactical guided weapons with emphasis on simulation and testing June 1979.

第八章 导引头及其稳定性问题

§ 8.1 引言

下一章，我们要讨论自动导引制导系统的特性，并将指出，大多数这样的系统采用一种称之为“比例导引”的特殊导引规律，它要求飞行路线角速度是视线角速度的 k 倍，其中 k 称为导引系数。为了实现这种导引规律，必须首先计算视线角速度，这可以由装于导弹上的导引头来实现。导引头是一个目标跟踪装置，当它被装在导弹上时，有时称之为“寻的器”或“探寻器”。在自动导引系统中，视线被定义为导弹至目标的连线相对于空间基准面的方向。因为我们所关心的只是角度差或角速度，因此任何空间基准面都是可取的。为了方便，在图 8.1-1 中只定义了一个平面内的角度，而实际上我们将涉及视线角速度的两个分量。当目标跟踪装置装在导弹上时，因为可以使导弹的控制轴（俯仰和偏航）和跟踪装置的“上下”及

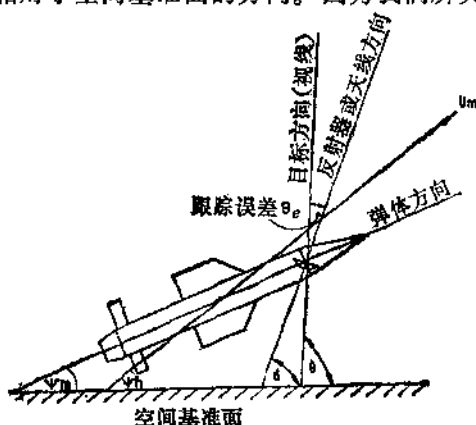


图 8.1-1 角度的定义

“左右”轴一致，所以就无需对信号进行滚动分解。的确，如果导弹滚动，则制导轴和控制轴会一起随之滚动。这样，如果把我们的讨论限制在一个运动平面内，也不失一般性。

§ 8.2 对导引头的要求

所有目标跟踪装置的精度在一定程度上受基座运动的影响。因为导引头安装在弹体上，因而“基座”的运动可能会影响视线角速度的计算。因此，在导引头中，看来需要某种陀螺，以便能提供惯性基准。在所有系统中，当没有任何制导信号时，导引头必须在空间保持稳定。这里所说的制导信号指的是，例如在系统中，当目标被一专门的跟踪装置（通常在地面上）跟踪和照射时，寻的器就检测到一些反射的能量。但是在助推段，过量的发动机废气流会妨碍来自后面的基准信号通过，这时就不可能有制导信号。

因为寻的器安装在导弹中的一组框架中，因而它相对导弹的转动自由度将受到限制。在下一章将会看到，在经过很好设计的自动导引系统中，导弹相对于视线自动产生一超前角，除非目标开始机动，否则导弹会直线地飞行接近碰撞点。图 8.2-1 表示了拦截过程接近段的情况。当弹体攻角为零时，自动导引头的视角是飞行路线方向和视线之间的夹角；

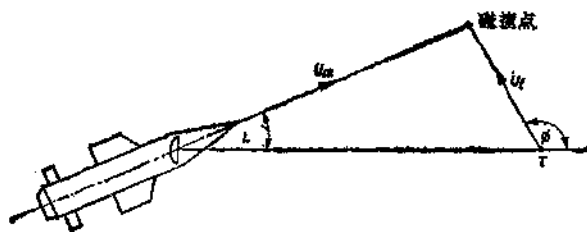


图 8.2-1 自动导引弹道接近段

跟踪误差通常为零点几度。当导弹和目标分别以速度 U_m 和 U_t 作等速飞行时, 视角 (L) 可以从下式导出:

$$U_m \sin L = U_t \sin \phi$$

式中, ϕ 是目标速度矢量与导弹-目标连线所成的角度, 即

$$\sin L = \sin \phi / n$$

其中 $n = U_m / U_t$ 。对于给定的速比, 当 $\phi = 90^\circ$ 时, 视角最大。如果所设计的系统仅仅用作接近迎头攻击或尾追攻击, 那么 ϕ 实际上不可能达到 90° 。但是, 如果需要采用任何拦截路线, 并且允许譬如 $\pm 15^\circ$ 的弹体攻角 (即 $\psi_m \neq \psi_t$), 那么框架组件必须可能提供的最小机械转角如表 8.2-1 所示。

人们发现, 设计框架转角大于 $\pm 60^\circ$ 的自动导引头是不现实的。许多设计限制在 $\pm 40^\circ$ 左右。由此可见, 如果要能大范围拦截, 最重要的是至少要有 $\sqrt{2}$ 倍的速度比。

表 8.2-1 对于给定速比所需的最小框架转角

n	ϕ°	L°	最小框架转角(度)
1	150	30	45
	135	45	60
	120	60	75
	90	90	105
} 实际不可能			
$\sqrt{2}$	150	21	36
	135	30	45
	120	38	53
	90	45	60
2	150	15	30
	135	21	36
	120	26	41
	90	30	45

最后还要指出，用以保持天线指向目标的自动导引头伺服机构，必须有足够的带宽。在下一章中将证明，自动导引头带宽，对于大多数情况来说，在 $1 \sim 2$ 赫之间就足够了。然而，如果由于导弹的滚动可能引起突然的大幅度干扰，并且导引头和弹体之间有较强的机械耦合，那么为了使跟踪精度很好地保持在天线波束宽度之内，伺服机构有足够的带宽是十分必要的。对于快速通过的目标，视线角速度可能相当大，伺服机构必须至少能以这个角速度带动或“进动”导引头。

§ 8.3 某些机电装置

目标跟踪装置力图使它的视轴自动地对准目标反射面积的中心。当基座不动时，瞄准精度受噪声、偏差和摩擦的限制。如果出现基座运动，它势必扰动天线，这时伺服机构必将驱动天线，并力图使天线抛物面返回原来的位置。在基座无任何运动的情况下，供给马达的电压可以用来衡量天线稳态角速度的大小，而对于理想的伺服机构，天线角速度必将等于视线角速度。当然，实际上在天线跟踪视线的过程中是会有动态滞后的。导引头伺服机构的理想带宽将在下一章讨论。然而，导弹的俯仰和偏航运动引起一个问题，就是导弹的运动往往扰动头部，这种扰动的强度取决于驱动马达和头部的机械耦合程度。伺服机构克服这种扰动的结果会被认为是由于目标的运动引起的，这就产生了虚假的操纵信号。很清楚，我们希望抛物面反射天线能和弹体的运动百分之百地解耦。

图 8.3-1 示出了英国皇家航空研究院设计的自动导引头机电装置。用一个陀螺转子使探测器在空间保持稳定，该陀

螺转子依靠释放装在一个小瓶子里的高压空气而使其起转。转子在俯仰和偏航平面内进动所需的力矩由两对伺服操作的螺线管提供。探测器和陀螺组件的重心在框架轴的交点上。这样的系统能很好地与弹体解耦。接至探测器的导线和一些轴承摩擦力会引起杂散力矩,但是,它们与陀螺的角动量 $J\omega$ 相比是非常小的。应用螺线管的缺点是,它所产生的力和这个力所引起的力矩,以及产生的陀螺进动角速度,与流过它的电流的平方成正比,并且是气隙的非线性函数。为了产生正比于视线角速度的操纵信号,则需要某种非线性补偿电路。

由马可尼空间和防御系统有限公司设计的一个更一般的自动导引头表示在图 8.3-2 中。用普通的永磁直流马达和总减速比为 200:1 的齿轮减速器驱动头部,但这一装置使得天线和弹体间存在一些耦合。设想弹体有一角加速度,因为马达被安装在弹体上,因此,如果要保持头部不动,那么马达就必须加速。另一方面,如果马达转子和弹体之间存在任何相对速度,那么在马达绕组中将产生电压。设计的原则与图 1.4-1 所表示的类似,在那里,依靠增益很高的速度内回路,在引入速度陀螺反馈后,大大地消除了弹体运动对头部的影响。在某些大的自动导引头中,用液压作动筒驱动头部,这时机械耦合问题将变得更为严重。为了克服这种机械耦合而采用“导弹补偿”和“视线隔离”等方法,对这些将单独进行讨论。可以证明,速度陀螺输出不是表示视线角速度的最好信号,因为这个信号中另外还包含了无需知道的稳定信号。人们已经想出一些巧妙的方案,这种方案综合了误差信号和速度陀螺信号,使得其结果能最好地代表视线角速度。

需要注意的是,视线角速度是寻的器所看到的角速度,除了寻的器对准导弹正前方的目标这一情况以外,它的轴一

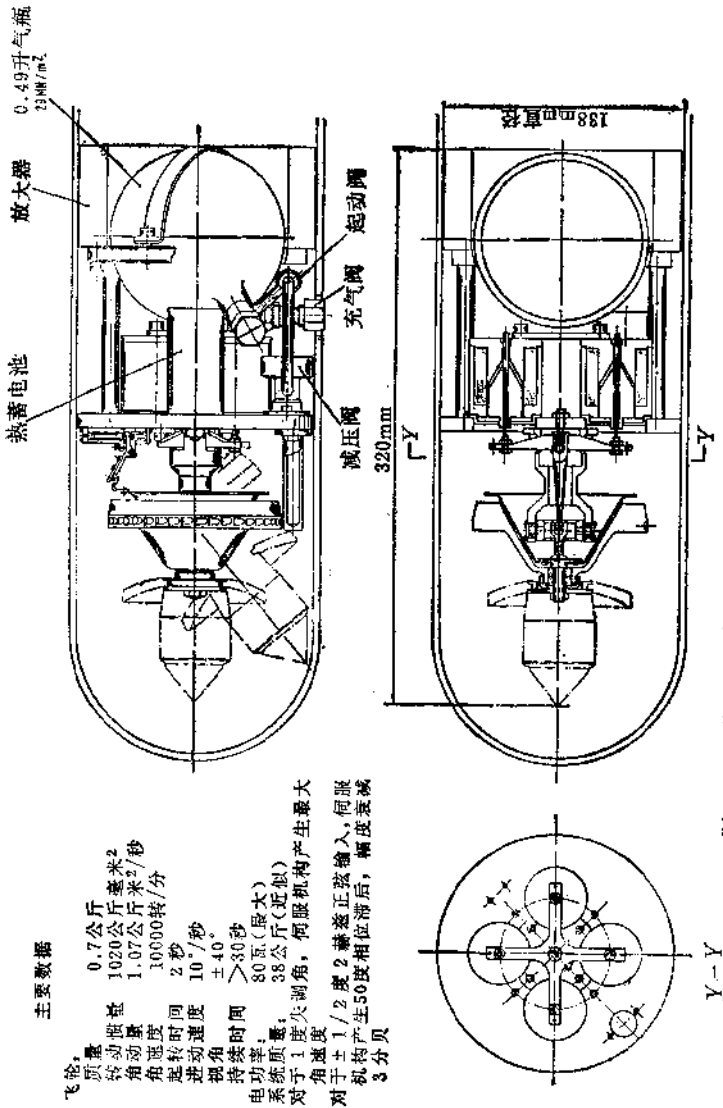
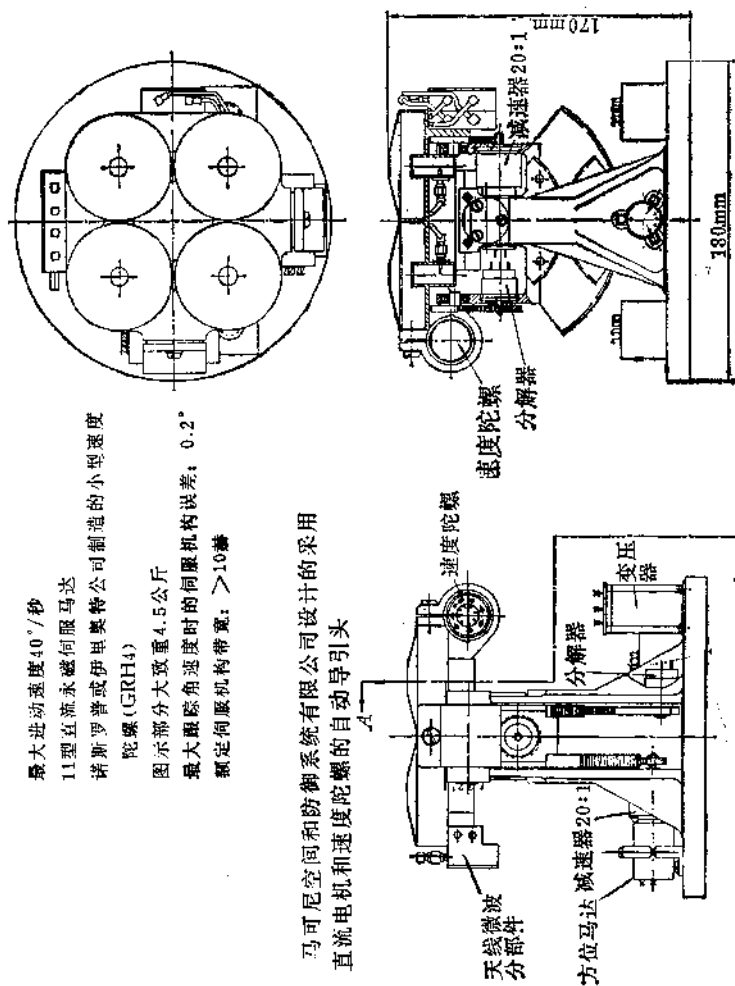


图8.3-1 英国皇家航空研究院设计的采用陀螺稳定的导引头样机



剖视 A-A (不带变压器)

不带陀螺误差的视图

最大进动速度 $40^\circ/\text{秒}$
 11 型直流永磁伺服马达
 诺斯罗普或伊里奥特公司制造的小型速度
 陀螺 (GRH4)
 图示部分大致重 4.5 公斤
 最大跟踪角速度时的伺服机构误差: 0.2°
 额定伺服机构带宽: $>10\text{赫}$

图 8.3.2 马可尼空间和防御系统有限公司设计的采用
 直流电机和速度陀螺的自动导引头

般是不与弹轴一致的。如果把外框转轴安装在 oz 方向, 且已转过 α 角, 内框从正前方位转过 β 角, 那么导弹的运动和头部运动的关系是:

$$\dot{\theta}_{mz} = \dot{\theta}_{hz} \cos \beta$$

及
$$\dot{\theta}_{my} = \dot{\theta}_{hy} \cos \alpha + \dot{\theta}_{hz} \sin \alpha \sin \beta$$

其中下标 m 和 h 分别代表导弹和导引头头部。这就需要两个正余弦分解器, 它们表示在图 8.3-2 中。这个问题在陀螺转子稳定的导引头中更为复杂, 因为绕外框轴的稳态进动角速度的减小与内框转角的余弦即 $\cos \beta$ 成比例; 陀螺自旋矢量 $J\omega$ 不再与力矩轴垂直。为了准确测量进动角速度, 必须使正比于加矩电流的信号衰减 $\cos \beta$ 倍。尽管如此, 在某些预计有大速度优点的系统中就不作这种分解; 如果 α 和 β 是小角度, 那么详细的模拟表明, 这一点对导引精度无显著影响。

那么寻的器究竟是怎样捕获目标的呢? 这有两种不同的方法。如果有警戒雷达, 它进行角搜索, 捕获住目标, 并提供目标的角位置信息, 这样就可利用简单的 1 比 1 的位置伺服机构使得导引头指向同一方向; 这意味着, 警戒雷达和导弹发射架必须在方向上保持一致。另一种方法是导引头搜索目标, 就是用两个相位相差 90° 的信号供给两个进动马达, 带动导引头作椭圆扫描。当进入系统的能量达到某个确定的水平时, 这两个信号被切断, 于是导引头“锁定”目标。

§ 8.4 天线罩象差的影响

现在研究装有目标跟踪装置的自动导引导弹, 它的目标跟踪装置装在称之为天线罩的防护罩内, 天线罩的外形主要由气动力考虑决定。天线罩使跟踪天线的极图产生了角位移,

而视在视线和实际视线之间的这一角度差称之为天线罩象差。对于给定的天线罩，其象差是视角 $\theta - \psi_m$ 的函数，见图 8.4-1 和 8.4-2。如果象差不是常数，那么导弹的任何运动都将改变视角，并将产生视在视线角速度，因而影响导弹的姿态。在这里，对于直径小的导弹是不利的，因为象差是波长与导弹直径之比的函数。我们必然要问：

(a) 这种明显的天线-弹体耦合，能否导致制导回路不稳定？

(b) 它能否降低系统的品质？

(c) 怎样才能确定，什么样的天线罩象差是可容许的？

对于任何 $\theta - \psi_m$ 值，象差角可定义为：

$$\theta_{as} = c + \gamma(\theta - \psi_m) \quad (8.4-1)$$

其中， c 未必是常数； γ 是在这一点的象差的斜率，它的值也不是常数，但是在一定的角度范围内，它常常近似为常数，而在此基础上作出的以下分析是合理的。因此，寻的器所看到的角度 θ' 为：

$$\begin{aligned} \theta' &= \theta + \theta_{as} = \theta + c + \gamma(\theta - \psi_m) \\ &= \theta(1 + \gamma) + c - \gamma\psi_m \end{aligned} \quad (8.4-2)$$

如果自动导引头产生正比于视线角速度的信号，而自动驾驶仪执行指令来改变飞行路线角速度，那么这两个子系统用二阶滞后环节来表示是适当的，这时系统结构图表示在图 8.4-3 上。正向回路的有效静态增益已表示为一个数，即导引系数 k 。为了很好地拦截目标，这个数通常取在 2~6 范围内。因为 c 是系统的有效输入或干扰，所以如果它不是常数就会使导弹产生角速度，显然这将影响系统的精度，在系统模拟中加入实际的导引头和真实的信号源进行实物模拟，是评价其影响的唯一满意的方法。然而，现在象差斜率 γ 提供了一

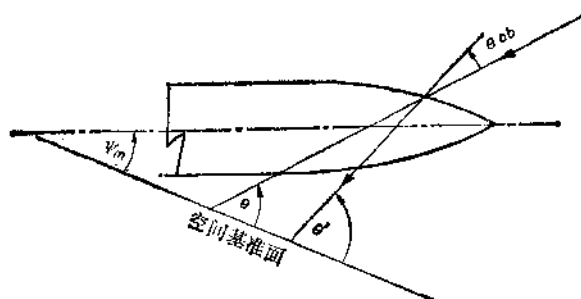


图8.4-1 天线罩象差

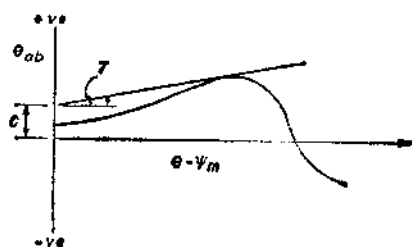


图8.4-2 象差角为视线和弹轴夹角的函数

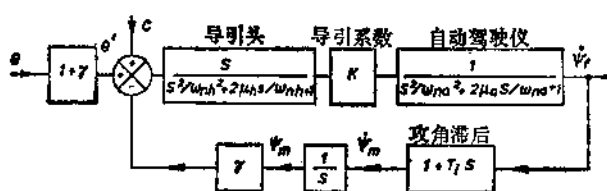


图8.4-3 天线罩象差引起的寄生反馈回路

个新的反馈通路, 所以要考虑它对制导回路稳定性的影响。
 传导函数 $\dot{\psi}_f/\theta$ 是:

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\psi}_f}{\theta} &= \theta \frac{\dot{\psi}_f}{(1+\gamma)} \\ &= \frac{1}{\left(\frac{s^2}{\omega_{nh}^2} + \frac{2\mu_h s}{\omega_{nh}} + 1 \right) \left(\frac{s^2}{\omega_{na}^2} + \frac{2\mu_a s}{\omega_{na}} + 1 \right) + \frac{(1+T_i s)\gamma}{s}} \end{aligned}$$

简化为,

$$\frac{\dot{\psi}_f}{\theta} = \frac{k \frac{1+\gamma}{1+k\gamma}}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + 1} \quad (8.4-3)$$

其中

$$\begin{aligned} a_4 &= \frac{1}{\omega_{nh}^2 \omega_{na}^2} / (1+k\gamma) \\ a_3 &= \left(\frac{2\mu_h}{\omega_{nh} \omega_{na}^2} + \frac{2\mu_a}{\omega_{nh}^2 \omega_{na}} \right) / (1+k\gamma) \\ a_2 &= \left(\frac{1}{\omega_{nh}^2} + \frac{1}{\omega_{na}^2} + \frac{4\mu_h \mu_a}{\omega_{na} \omega_{nh}} \right) / (1+k\gamma) \\ a_1 &= \left(\frac{2\mu_h}{\omega_{nh}} + \frac{2\mu_a}{\omega_{na}} + kT_i \gamma \right) / (1+k\gamma) \end{aligned}$$

当自动驾驶仪远较导引头快, 而它的动态过程可以忽略时, 可得到最简单的情况。在这一极限情况下, 当 $a_1 = 0$ 时出现临界稳定状态, 即

$$-kT_i \gamma = 2\mu_h / \omega_{nh}$$

$$\text{或} \quad -k\gamma = 2\mu_h / \omega_{nh} T_i \quad (8.4-4)$$

可见, 唯有负的象差斜率减小了稳定裕度, 而正的象差斜率却增大了系统的有效阻尼。如果 $\mu_h = 1.0$, $\omega_{nh} = 10$, $T_i = 1.0$ 和 $k = 4$, 那么负的象差斜率必须不超过 0.05 或 5%。为

了做到这一点,设计导引头时通常至少要满足临界阻尼的条件。另一个极端情况是,当自动导引头和自动驾驶仪有相同的无阻尼自然频率时,可用劳斯-霍尔维茨判据求出稳定的条件是:

$$a_1(a_2 - a_1 a_4 / a_3) > a_3$$

对于一个更实际的系统模型,从图 8.4-4 可见,正负象差斜率两者都可能是有害的,但一般说负斜率肯定更危险些。读者应当注意到,不止一个作者将象差定义为 $\psi_m - \theta$ (而不是 $\theta - \psi_m$) 的函数,在这种情况下,正的斜率与我们这里负的斜率相对应。如果加大导引头和自动驾驶仪两者的阻尼,那么天线罩象差所引起的不稳定或接近不稳定的机会将被大大地减小。另外还可以看到,攻角滞后是十分重要的,它的典型值对在低空飞行的超音速导弹是 0.5 秒或更小,但是在接近超音速和高空飞行时,它很容易达到 2 秒或更大。如果导弹要在某个速度及(或)高度范围之上运用,而且产生了天线罩象差,那么导引头带宽必须很窄,比如在 4~6 弧度/秒范围内。读者可参考文献〔1〕,那里更详细地论述了这方面的以及其它类似的课题。

与三十年前相比,自动导引导弹的直径有减小的趋势。这使得象差的影响更成为问题了,因为象差斜率近似地正比例于无线电波长与整流罩直径之比。因此,如果一个直径 24 厘米的整流罩在 10 千兆赫(10GHz)时象差斜率是 4%,那么如果直径变成 16 厘米,它应当增大到 6%。如果我们将频率变成 15 千兆赫而保持原来的直径不变,那么斜率将被降低到大约 2.7%。但是改变直径也改变了波束宽度,而这样又会受到频率改变的影响。另外,象差斜率还对整流罩的锐度 (L/D) 非常敏感。头部越尖则象差越大,上面的典型数

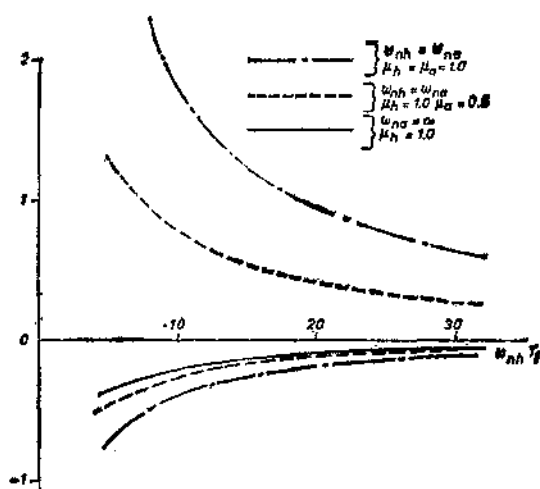


图8.4-4 象差斜率乘导引系数的极限值

值适用于锐度 $L/D=2.5$ 。对于比值 $L/D=1$ ，即整流罩是一个半球，这时象差接近于0。然而后面这种情况大大地增大了气动阻力，在超音速时尤其是这样，而大多数自动导引系统都是超音速的。另一种减小象差，也就是减小象差斜率的技术是使壁厚逐渐地稍稍变薄。频率捷变也减小了有效象差。随着廉价的微处理机的出现，有人已经严肃地提出了这样的看法：因为对于任何给定的导引头，它的近似的象差事先是知道的（或者制成以后可以被测出），并且角 $\theta - \psi_m$ 可用两个装在框架上的电位器连续地测出，这样一来，象差就可在微处理机中得到修正了。

§ 8.5 视线的隔离和导弹的补偿

如果用滑阀控制的液压作动筒作为天线伺服机构的执行

机构, 那么天线-弹体耦合是最严重的, 这是由于当弹在中间位置时液压伺服机构具有很硬的特性的缘故。可以近似地认为伺服机构使天线相对于弹体产生运动; 探测器的位移是伺服机构的位移加上由于弹体的运动所引起的位移。用普通速度陀螺稳定头部时的耦合情况表示在图 8.5-1 中。其中:

Y_r 是接收机加上必须考虑的网络的传递函数;

Y_h 是伺服放大器和执行机构的传递函数;

Y_g 是速度陀螺的传递函数;

k 是导引系数;

Y_i 是内回路耦合滤波器的传递函数 (不经常用);

Y_o 是自动驾驶仪对于弹体位置输出的传递函数。

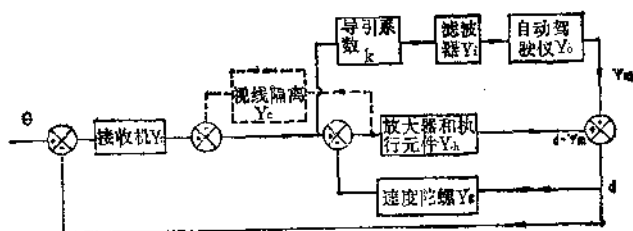


图8.5-1 视线隔离的采用

所考虑的传递函数 d/θ , 由结构图变换得到,

$$\frac{d}{\theta} = \frac{1 + kY_iY_o/Y_h}{1 + Y_g/Y_r + 1/Y_rY_h + kY_iY_o/Y_h}$$

如果使得 $k = 0$, 那么上式便成为简单的无耦合的自动导引头伺服机构的传递函数。如果 Y_h 很大, 那么可以看出弹体的运动对伺服机构的影响是很小的; 这是不足为奇的, 因为

有很高增益的伺服机构能有效地消除干扰的影响。对于中等的 Y_s 值 (及/或大的 Y_s 值), 影响可能是减小稳定性。在实践中, 采用如图所示的称为“视线隔离”的附加反馈来减小这种影响。通过仔细地选择传导函数 Y_s , 可以减小接收机输出变化的影响, 而这种变化是由影响视线速度测量所引起的。

除了采用视线隔离的方法以外, 改善系统稳定性的第二个方法是, 试图反馈一个附加的进动信号来消除弹体的运动对伺服机构的影响, 这个信号取自自动驾驶仪的速度陀螺 (假设有此陀螺), 如图 8.5-2 所示。这种方法通常被称为“导

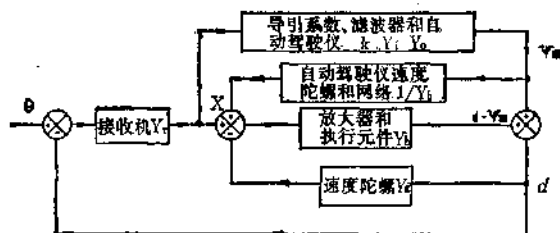


图 8.5-2 导弹补偿的采用

弹补偿”。这种方法论证如下。在弹体姿态没有任何耦合的情况下, 传递函数 d/θ 为:

$$\frac{d}{\theta} = \frac{1}{1/Y_r Y_b + Y_s/Y_r + 1}$$

然而还有一个从“X”点出发的前馈项, 它的传递函数是 $kY_i Y_o$ 。现在自动驾驶仪速度陀螺的输出通过处理后可以作为弹体姿态的测量值。假如通过进一步处理可以使得从 ψ_m

到“X”点的传递函数等于 $1/Y_h$ ，这里 Y_h 是放大器和执行机构的传递函数，那么这个附加的负反馈传递函数为 $kY_i Y_o \times Y_h / Y_h = kY_i Y_o$ 。当然在实际上不存在 100% 的弹体耦合，并且伺服机构也可能是非线性的。据说当采用液压执行机构时，用导弹补偿方法能抵消弹体运动的 80%。对于寻的器装在陀螺转子上的系统，通常无需采用这种方法，因为这时弹体的耦合是相当微弱的。

参 考 文 献

- [1] JACKSON R. E. The choice of autopilot bandwidth in a homing missile. British Aircraft Corporation report ST 7409, September 1972.

第九章 比例导引和自动导引制导回路

§ 9.1 引 言

我们已经看到指令系统是将制导开环放大系数设计成近于常值的系统，我们也已经看到与制导回路有关的三个点是地面上的固定跟踪装置、导弹和目标。在自动导引系统中，目标跟踪装置是装在导弹内部的，就本章的任何论证或讨论而言，它与输入导弹导引头的信号能源是无关的，也就是说，我们关心的是来自目标的辐射能所引起的导弹相对于目标运动的性能。自动导引的制导有时叫做“两点制导”。在自动导引系统中，当导弹接近目标时，弹内的角误差探测器的放大系数与 $\frac{1}{r}$ 成反比地增长，其中 r 是导弹与目标间的瞬时距离；当导弹不断逼近目标时，一个给定的偏离跟踪装置轴线的侧向位移在截击过程中好像是一个不断增大的角度一样。研究自动导引制导时，大家必须经常记住这个简单的事实，这是个可能很强也可能很弱的信号源。因为回路中有一系列的滞后，所以系统似乎最终必然会趋向不稳定。然而我们将说明两点制导允许采用视线角速度而不是视线角作为制导信号，这样就可认为制导回路含有一个固有微分，它起着补偿一个固有积分的作用。在导弹与目标相距较远时，并不立即涉及制导回路的稳定性，但是相距较近时就一定要详细研究了。

§ 9.2 一种特殊情况

在采用数学处理之前,为了使大家对问题能得到一些感性认识,先考察下面这样一种拦截特殊情况是有意义的,即导弹和目标的速速是常值,而且譬如说 $U_m/U_t = 2$ 。假设目标作直线飞行,且一开始用来瞄准目标的方法与视线指令或波束制导系统中的一样。制导回路被设计成弹道变化角速度 $\dot{\psi}$ 等于 k 乘以视线的角速度 $\dot{\theta}$, 其中 k 叫做导引系数,亦即

$$\dot{\psi} = k\dot{\theta} \quad (9.2-1)$$

现在考察两种情况: (a) $k = 1$ 和 (b) $k = 4$ 而且忽略系统中的滞后。在图 9.2-1 中, M_0 、 M_1 、 M_2 和 T_0 、 T_1 、 T_2 分别是导弹和目标在发射处和发射后相继时间间隔的位置。虚线表示视线。如果导引系数是 1, 那么不难看出, 弹道方向以与视线相同的角速度变化, 并且导弹一开始就瞄准目标, 于是所画的切于导弹飞行路线的直线必然自始至终与视线重合。飞行路线的切线表示飞行路线的瞬时方向, 这样一类的弹道通常称为“追逐线”, 可设想为狗追兔子那样的轨道, 它总是朝着“目标”追逐, 而并没试图向它前面瞄准。如果导引系数比方说取 4, 视线角速度开始时应该与前面的情况相同, 但是导弹的操纵指令是四倍于前者, 以致导弹更加向左偏。确实, 如果导弹从一开始就作很大的机动, 那么随着不断逼近目标, 这种机动是否会愈来愈小呢? 由图可见, 随着导弹不断逼近目标, 视线角速度的确是不断减小。最重要的是实现这种导引规律会自动形成一个前置角, 对此, 我们还可以进一步论证。现在考察导弹和目标都以常值速度作直线飞行, 其速度分别为 U_m 和 U_t , 而且在 I 点遭遇, 见图 9.2-2。因为

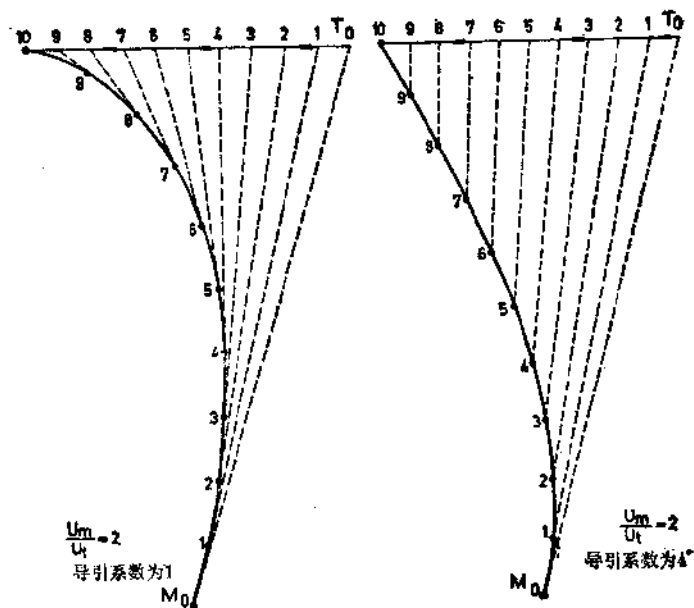


图9.2-1 比例导引弹道

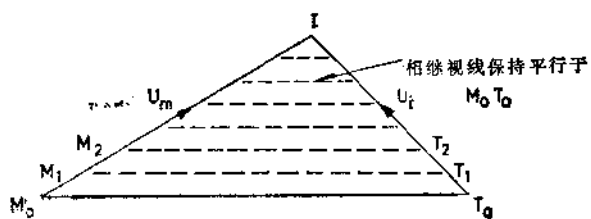


图9.2-2 固定航向的遭遇航线

$$\frac{M_0 I}{T_0 I} = \frac{U_m}{U_t} \quad (9.2-2)$$

那么这些三角形 $M_0 T_0 I$ 、 $M_1 T_1 I$ 等显然都是相似三角形，所以相继的视线 $M_0 T_0$ 、 $M_1 T_1$ 等都是互相平行的，亦即视线是不转动的。这个十分简单的事实是比例导引的基础。如果视线在空间不转动，那么导弹总是在遭遇航线上，这就无需操纵指令。如果视线转动（亦即 $\dot{\theta}$ 存在），那么就要求改变弹道的方向，而且必须在相同的方向上使 $\dot{\theta}$ 减小。显然，机动平面一定在 $\dot{\theta}$ 的平面内。设想导弹是滚动位置稳定的，导引头测量视线角速度的垂直分量和水平分量，而且把这些信号分别以适当的比例传输给升降舵和方向舵的伺服机构。如果导弹没有滚动位置稳定，那么导引头将随导弹和导弹伺服机构一起转动，这样也就不需要分解了，自然也就无需垂直基准。

比例导引的概念可能起源于航海者，多少世纪以来航海者就已经知道，如果前面有动的或静的物体，看起来它像静止的，但又隐隐约约地愈来愈逼近，这时只有改变航线才能避免碰撞。下面将说明对一个设计良好的自动导引系统来说，当导弹接近目标时（只要目标无机动），其侧向加速度趋向于减小；而对指令系统来说，接近目标时决非如此，其侧向加速度在将近遭遇时趋向于增大。现考察一种简化的情况，如图 9.2-3 所示，假设在持续时间为 T 秒的拦击期间内，导弹在这两种情况中的最大侧向加速度是 $\hat{j}$ ，又假设在情况 1 中 $\hat{j}$ 随时间而线性递减，而在情况 2 中则随时间而线性递增。假如不允许侧向加速度的方向连续变化，那么，

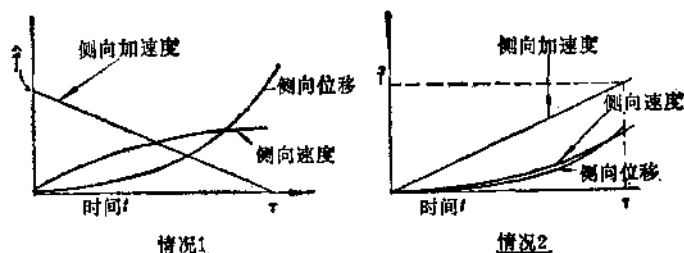


图9.2-3 导弹加速度，速度和位移与时间的关系

	情况 1		情况 2
导弹侧向加速度 $f = \hat{j}(1-t/T)$			$= \hat{j}t/T$
侧向速度 $= \hat{j} \int (1-t/T)dt + c_1$			$= \frac{\hat{j}}{T} \int tdt + c_2$
$= \hat{j}(t - t^2/2T) + c_1$			$= \hat{j}t^2/2T + c_2$
侧向位移 $= \hat{j} \left(\frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{6T} \right) + c_1t + c_3$			$= \hat{j}t^3/6T + c_2t + c_4$

而且对于零初始条件，取 $t = T$ ，侧向位移表示式

可简化为

$\frac{\hat{j}T^2}{3}$	$\frac{\hat{j}T^2}{6}$
------------------------	------------------------

这是并不奇怪的，因为侧向位移是侧向加速度关于时间曲线的面积矩，而在 $t = T$ 时，情况 1 的面积矩是情况 2 的两倍。换句话说，如果目标的速度不是指向导弹的发射架，则导弹就一定要有侧向位移，这样采用比例导引的自动导引导弹对侧向加速度的需要量比用视线指令导引或波束导引的要小。当然，在具有某种计算装置的自动导引系统中，一开始就能提前瞄准，以便更进一步减小侧向加速度的需要量。现在我们来进行分析。

$$U_m \sin \psi_{fco} = U_r \sin \phi_0 \quad (9.3-1)$$

图中的虚线是以速度 $U_m \sin \psi_{fco}$ 上升得到的而且平行于 $M_0 T_0$ 。导弹和目标在垂直于该直线的任何扰动量，分别以 Z_m 和 Z_r 表示。可得下列关系式：

$$\operatorname{tg} \theta = (Z_r - Z_m) / r = (Z_r - Z_m) / U_r \tau \quad (9.3-2)$$

对于小角度，有

$$\theta \simeq \operatorname{tg} \theta \quad (9.3-3)$$

式中 θ ——视线角；

r ——导弹到目标的瞬时距离；

U_r ——相对或接近速度， $U_r = U_m \cos \psi_f - U_r \cos \phi_0$ ；

τ ——为继续飞行所需的时间，当 $r = 0$ 时 $\tau = 0$ 。

作者用以计算平面内的脱靶量的方法来计算 $r = 0$ 处的 $Z_r - Z_m$ 值，这个量不是真正的矢量脱靶量，但是可以证明，只要小扰动的概念还成立，这个量就很接近真正的矢量脱靶量。

在一般的闭合回路中这种模型应该怎样来表示呢？如果 ψ_0 很小，那么可认为 $\psi_f = \psi_{fco}$ ，

因为 $\psi_f = \psi_{fco} \pm \psi_e$ (9.3-4)

和 $\cos \psi_f = \cos(\psi_{fco} \pm \psi_e) = \cos \psi_{fco} \cos \psi_e \mp \sin \psi_{fco} \sin \psi_e$

(9.3-5)

假设导引头的稳态放大系数是 K_1 伏·弧度⁻¹·秒，而且从动态角度看，可将它看作是一个二阶滞后环节，这个信号加到放大系数为 K_2 伏/伏的导引系数放大器。自动驾驶仪使用加速度计加上速度陀螺反馈，于是稳态放大系数显然是常数 K_3 米·秒⁻²·伏⁻¹，而且亦可把它看作为一个二阶滞后环节。合并这三个放大系数并表示为 $K = K_1 K_2 K_3$ 。我们注意到由导引头中误差探测器测得的仅是垂直于视线的相对运动。闭

合回路的模型如图 9.3-2 所示。继续飞行的时间 $\tau = T - t$ 对整个系统和拦截过程是共同的, 其中 T 是初始位置 $M_0 T_0$ 处的待飞时间。如果对相同的动态滞后来说有

$$K \cos \psi_{fco} / U_r = \text{常数} = \alpha \quad (\text{譬如说}) \quad (9.3-6)$$

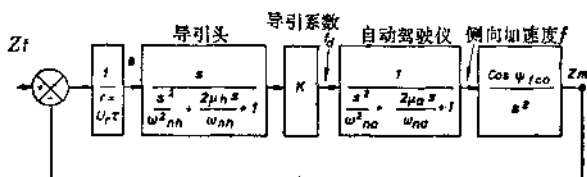


图9.3-2 自动导引系统小扰动闭合回路的表示

则所有系统将是相同的。 α 是无因次常数, 通常称之为运动学增益或运动学刚度; 但它不是开环放大系数, 开环放大系数是 α/τ 。如果 α 存在最佳值, 那末由它可得导引系数, 即

$$K = U_r \alpha / \cos \psi_{fco} \quad (9.3-7)$$

将要证明, 在大多数情况下 α 值应在 3.5 到 4 之间。现在由于考虑到机械视角的缘故, 视角 ψ_{fco} 不可能超过 45° , 而且在大多数情况下比这个角要小。我们在实际系统中采用以下三种途径之一来处理这个变量:

(a) 像通常在视线指令系统和波束导引系统中那样完全忽略它, 因为它的存在只引起开环放大系数较小的损失。

(b) 在 $0.707 < \cos \psi_{fco} < 1$ 中取近似值, 因而 $\cos \psi_{fco} \approx 0.85$ 。

(c) 计算 ψ_f 或 ψ_{fco} , 据作者所知, 还没有一种系统已经这样做过。

U_r 的计算与否, 将在以后讨论。

现在假设导弹的自动驾驶仪仅采用速度陀螺反馈，而由于存在时间常数，这个速度陀螺反馈有滞后，且近似于攻角的滞后，这样的自动驾驶仪在指令信号作用下产生飞行路线角速度。以 k 表示这种系统的导引系数（其量纲是飞行路线改变的速率与视线改变的速率之比，也是无因次的）。由于

$$f_y = \dot{\psi}_r U_m \quad (9.3-8)$$

如果 $k = K/U_m \quad (9.3-9)$

亦即 $k = \alpha U_r/U_m \cos \psi_{fo} \quad (9.3-10)$

则这种系统等价于一个具有侧向加速度自动驾驶仪的系统。观察这样一种系统或许比观察加速度系统要容易些。假设 $U_m/U_r = 2$ ，那么

(a) 迎面攻击的情况， $U_r/U_m = 1.5$ 和 $\cos \psi_{fo} = 1$ ；

(b) 侧面攻击的情况， $U_r/U_m = 0.866$ 和 $\cos \psi_{fo} = 0.866$ ；

(c) 尾追情况， $U_r/U_m = 0.5$ 和 $\cos \psi_{fo} = 1$ 。

因此，当 α 是 4，情况 (a) 应要求飞行路线的角速度是视线角速度的六倍，情况 (b) 应要求是视线角速度的四倍，而情况 (c) 要求飞行路线角速度必须减小到二倍的视线角速度。

为什么导引系数应该正比于相对速度？这可作一个简单的物理说明。对任何给定的系统，导引头的放大系数与继续飞行距离成反比地增长；同样，可以说它与继续飞行时间同相对速度之积成反比。但在所有的情况下，继续飞行时间必定是按 4 秒、3 秒、2 秒、1 秒等等进行的。于是相对速度低的那种情况，例如在尾追时，由于距离的影响，时间长而导致大的增益，因此应减小导引系数。当出现迎面攻击时，距离短，因此放大系数高，但只不过在短时间内存在，所以

导引系数应该取得较大。我们现在讨论开环放大系数是随时间变化的情况, 如果 α 是常数, 在相同的飞行时间里, 整个系统就有相同的开环放大系数。如果 $\alpha = 4$, 那么当 $\tau = 4$ 时, 开环放大系数就是 1; 当 $\tau = 2$ 时, 它就是 2; 当 $\tau = 1$ 时, 它是 4; 而当 $\alpha = 0.5$ 时, 它就是 8。

§ 9.4 以前工作的总结

就作者知道的所有已发表的文章中, 都采用围绕固定航向的弹道附近小扰动的简化假设。文献〔1〕得到导弹弹道的一般解, 由于一般解的复杂性, 所以仅仅研究了由一个时间常数表示的系统。在这篇重要的文章中还确定了运动学增益 α 的含义, 在这个领域内, 以后所有的工作也都指出, 重要的是这个量而不是导引系数本身。文献〔2〕推广到对以二次滞后来表示动态性能的系统进行了分析, 而且得到由于目标逃避机动, 线性噪声和角噪声等所引起的脱靶量的一般解。研究了 α 值为 1、2、3 的情况。文献〔3〕推广了这个工作, 而且还包括了导弹初始航向误差对脱靶量影响的分析。文献〔4〕、〔5〕研究了由于导弹航向误差, 目标的逃避机动和目标的迂回飞行对脱靶量的影响。对前面两种情况, 还对导弹侧向加速度作了限制。而且, 系统也是用二阶滞后的形式来表示的。文献〔6〕得出了无噪声系统一些有趣的弹道, 而且一般地讨论了噪声和最佳滤波器的影响。最后, 文献〔7〕确定了一个具有各种初始条件和扰动的系统五阶模型的精度 (在导引头和自动驾驶仪之间附加了一个一阶滤波器)。

§ 9.5 导弹航向误差的影响

如果导弹有一个小的初始瞄准 (亦即航向) 误差 ψ_0 , 那

么求出导弹侧向加速度的一般解将是有益的，如果系统中所有的滞后都被忽略，那么可得到一个简单的解。这似乎太无实际意义了。但读者最后还是会发现这个解是有意义的，当拦截时间比系统的反应时间长时，这个解就可提供有关自动导引系统性能的有用信息。读者可回忆上面提到的数学模型；如果导弹以常速沿 ψ_{fo} 方向（亦即“正确”的飞行路线方向）飞行，如图 9.3-1 所示，而目标以常速沿 ϕ_o 方向作直线飞行，那么，对一切 t 值，有 $Z_m = Z_r = \dot{Z}_m = \dot{Z}_r = 0$ 。然而，如果初始飞行路线方向是 ψ_f ，则有一个等于 $\psi_f - \psi_{fo}$ 的瞄准误差或航向误差 ψ_e 。对 ψ_f 来说，航向误差通常等于零。当然，这意味着我们一开始就瞄准目标。如果 ψ_f 是负的，则由于我们对准的是目标的后面，通常把这种初始发射叫做“滞后”发射。如果 ψ_f 是正的，这种初始发射通常叫做“超前”发射；显然，超前发射可减小导弹所需的侧向加速度。所以，对于一个小的瞄准误差 ψ_e 而言，垂直于遭遇航线的导弹速度是 $U_m \psi_e$ 。而垂直于“参考”视线的分量是 $U_m \psi_e \cos \psi_{fo}$ 。对于无滞后系统的结构图示于图 9.5-1。现在比较容易看出

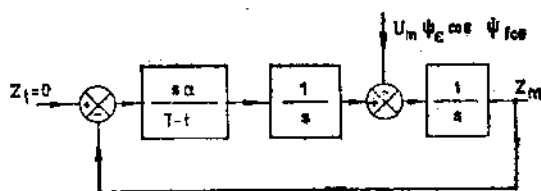


图9.5-1 具有阶跃速度输入的滞后系统

为什么航向误差不是一个阶跃位置输入。在没有制导指令信号时，位置误差将随时间而线性地增大，而这就是为什么航

向误差常常叫做阶跃速度输入的理由。由图可见, 由于这样的输入, 可得输出 Z_m 为:

$$\frac{Z_m}{U_m \psi_c \cos \psi_{fo}} = \frac{1}{S + \frac{\alpha}{T - t}} \quad (9.5-1)$$

或写成微分方程形式为:

$$\left(D + \frac{\alpha}{T - t}\right) Z_m = U_m \psi_c \cos \psi_{fo} \quad (9.5-2)$$

该方程的解是:

$$Z_m = U_m \psi_c \cos \psi_{fo} \left(\frac{T - t}{\alpha - 1}\right) \left\{ 1 - \left(1 - \frac{t}{T}\right)^{\alpha-1} \right\} \quad (9.5-3)$$

将上式微分两次得 $\ddot{Z}_m$:

$$\ddot{Z}_m = -U_m \psi_c \cos \psi_{fo} \frac{\alpha}{T} \left(1 - \frac{t}{T}\right)^{\alpha-2} \quad (9.5-4)$$

因为 $\ddot{Z}_m = f_m \cos \psi_{fo}$, 经重新整理为无因次的形式:

$$-\frac{f_m T}{U_m \psi_c} = \alpha \left(1 - \frac{t}{T}\right)^{\alpha-2} \quad (9.5-5)$$

对于 $\alpha = 1, 2, 3, 4$ 方程 (9.5-5) 可示于图 9.5-2, 可

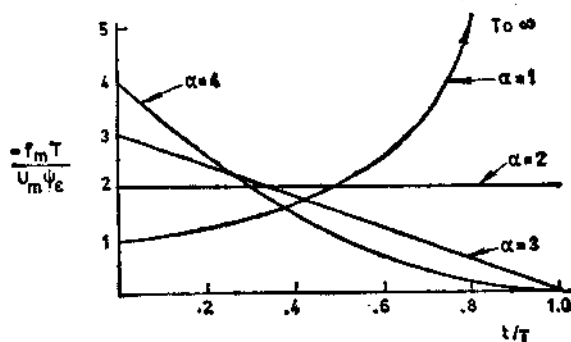


图9.5-2 阶跃速度输入无滞后系统产生的导弹侧向加速度

以看出, 如果 $\alpha = 3$, 导弹侧向加速度随时间按直线减小; 如果 $\alpha = 4$, 当然初值是较大的, 但是在接近拦截终点时导弹的侧向加速度却很小; 这条弹道最后接近一条航向恒定的航线。当 $\alpha = 2$ 时, 侧向加速度保持不变, 亦即弹道是一圆弧, 该解的正确性是容易检验的。在没有操纵指令时, 由于航向误差而在 $t = T$ 时的 Z_m 值是:

$$Z_m = U_m \psi_c \cos \psi_{fco} T \quad (9.5-6)$$

如果导弹的侧向加速度 $f_m = \text{常数}$, 那末垂直于初始视线的侧向位移, 在 $t = T$ 时为:

$$Z_m = -\frac{1}{2} f_m \cos \psi_{fco} T^2 \quad (9.5-7)$$

在方程 (9.5-5) 中, 将 $\alpha = 2$ 代入后得到 f_m 值为:

$$f_m = -2U_m \psi_c / T \quad (9.5-8)$$

把此值代入式 (9.5-7), 得

$$Z_m = -U_m \psi_c \cos \psi_{fco} T \quad (9.5-9)$$

因此在 $t = T$ 时导弹的总位移是零。观察方程 (9.5-5) 后表明, 侧向加速度通常与拦截时间成反比, 而这就清楚地表明, 对于短距离拦截, 对导弹侧向加速度的限制会限制系统的作用距离; 在这个意义下, 三点 (视线) 系统与自动导引系统之间是有相似之处的。

α 的最佳值应该是多大呢? 假如我们希望随 α 变化的导弹侧向加速度的平方对时间的积分为极小, 为了求出这个值, 我们利用方程式 (9.5-5) 而且作变量置换 $\tau = 1 - \frac{t}{T}$, 这样 $dt = -T d\tau$, 因此 $t = 0$ 时, $\tau = 1$; $t = T$ 时, $\tau = 0$, 使用这个变换后, 我们得到

$$\int_0^T f_m^2 dt = \frac{U_m^2 \psi_c^2}{T} \left(\frac{\alpha^2}{2\alpha - 3} \right) \quad (9.5-10)$$

对 α 的最佳值来说, 有 $\frac{\partial}{\partial \alpha} \int_0^T f_m^2 dt = 0$, 由此得 $\alpha = 3$ 。

在分析由一个更实际的系统模型得到的结果之前, 我们应该考察一下, 当 α 小于 2 时会发生什么样的结果。对方程 (9.5-5) 的考察表明, 当 α 小于 2 时, 恰好在遭遇之前, 对侧向加速度的要求值趋于无限大, 因此在要遭遇的关键阶段就不能执行正常的操纵指令, 必然要产生一定的脱靶量, 而且还可能比较大。如果 α 取较大值 (例如取 5), 那么在较早的一段时间内导弹就将需要大的侧向加速度, 而且在一段时间内保持其极限值。在这点上自动导引系统完全不同于三点系统。如果在三点系统的情况下导弹在不太短的时间内取极限加速度, 那么导弹将迅速地跑出视线或波束之外, 这就意味着导弹飞行失败了。而自动导引系统就有更多的灵活性。

现在讨论一个更为实际的系统模型。图 9.5-3 到图 9.5-6 表示有航向误差时导弹侧向加速度与时间的关系。这些结果是作者用模拟仿真程序, 在一台 ICL 1903 A 数字计算机上获得的。假设导引头是系统中的主要滞后环节, 而导引头和自动驾驶仪两者都用二阶滞后环节来表示。如果这假设是可以被接受的, 那么所有系统一定是处在下面这样两种极端情况之间:

(a) $\omega_{na} = \omega_{n\lambda}$ (自动驾驶仪和导引头滞后相同),

(b) $\omega_{na} = \infty$ (自动驾驶仪比导引头反应要快得多, 因此系统仅仅等效于一个二阶滞后环节)。

图中示出了下列情况的结果, 即关于一个阻尼较差和一个阻尼较好的导引头, 关于 α 分别按实际情况取其高端值 4.5 和低端值 2.5 的情况, 以及关于以 $\omega_{n\lambda}T = 10$ 和 30 确定的相对“短”和相对“长”的拦截时间的情况。在所有这些

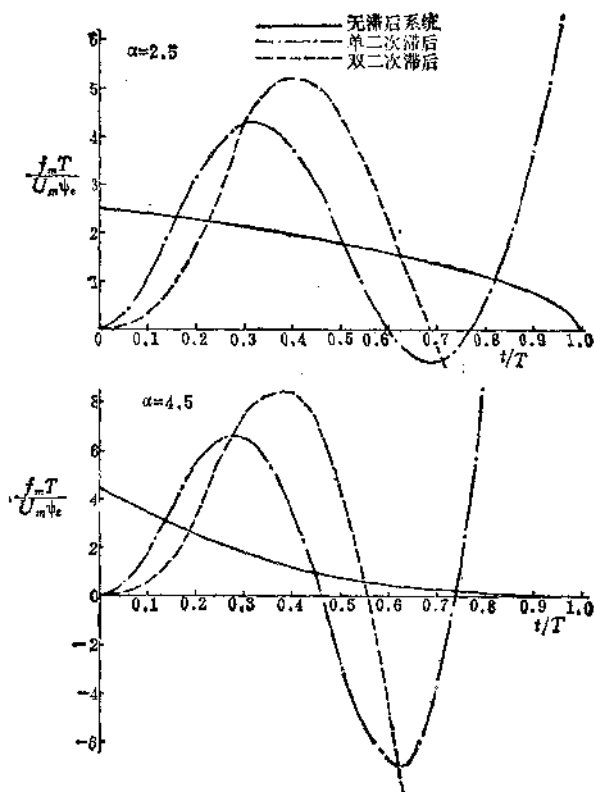


图9.5-3 有航向误差时导弹侧向加速度与时间关系曲线
 ($\omega_{ah}T=10$, $\mu_h=0.25$, $\mu_a=0.5$, 侧向加速度无限制)

情况中，自动驾驶仪的阻尼系数都取为 0.5。为了比较，还包括无滞后系统的结果。可以看出，“短”拦截、不适当的阻尼系数和高的 α 值都会发生振荡的响应曲线。

图 9.5-7 到图 9.5-9 示出了由航向误差引起的脱靶量

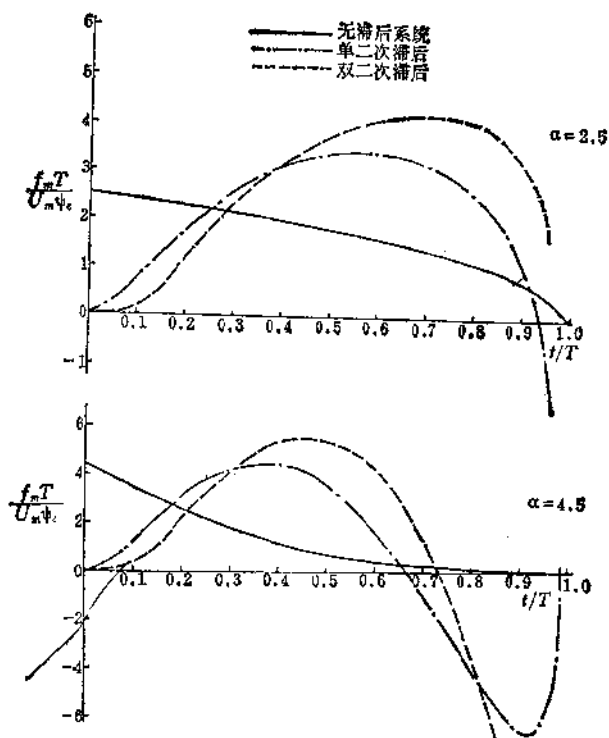


图9.5-4 有航向误差时导弹侧向加速度与时间关系曲线
 ($\omega_{nA}T = 10$, $\mu_A = 1.0$, $\mu_G = 0.5$, 侧向加速度无限制)

M_h 曲线。这些曲线都是相对于标称化拦截时间 $\omega_{nA}T$ 画的。曲线上的所有点都是对应于 $t = T$ 画的。换句话说，这些曲线是对应于拦截时间小于 $T = 30/\omega_{nA}$ 的脱靶量轨迹。虽然由因次分析能十分简单地得到无因次脱靶量和无因次拦截时间，但证明这种表示法正确还是有一定意义的。我们已在 § 6.3 中看到，如果它们的标称化微分方程相同的话，那么

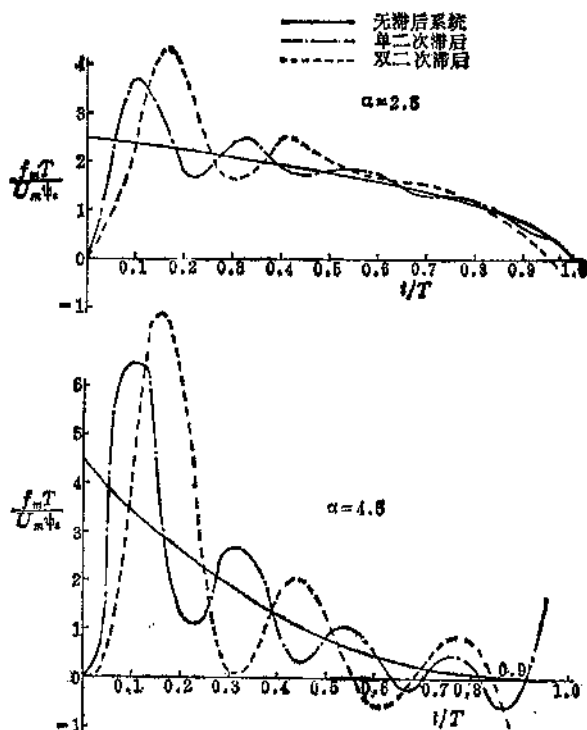


图9.5-5 有航向误差时导弹侧向加速度与时间关系曲线
 $(\omega_n A T = 30, \mu_A = 0.25, \mu_a = 0.5, \text{侧向加速度无限制})$

这两种系统的标称时间（或频率）响应曲线就相同。这些响应曲线的时间或频率尺度是不同的，它是与标准频率 ω_0 成比例。现考察由方程 9.5-2 所规定的系统，在此系统中引入两个动态滞后环节，其特征方程为：

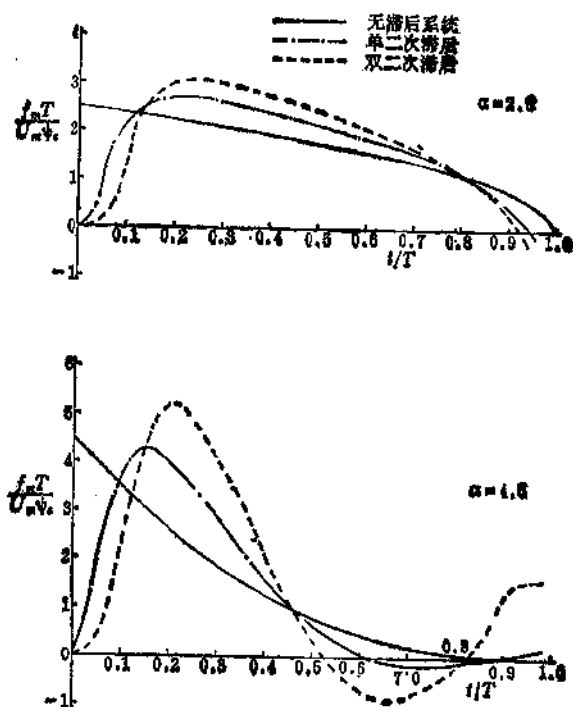


图9.5-6 有航向误差时导弹侧向加速度与时间关系曲线
 $(\omega_{nh} = 30, \mu_h = 1.0, \mu_a = 0.5, \text{侧向加速度无限制})$

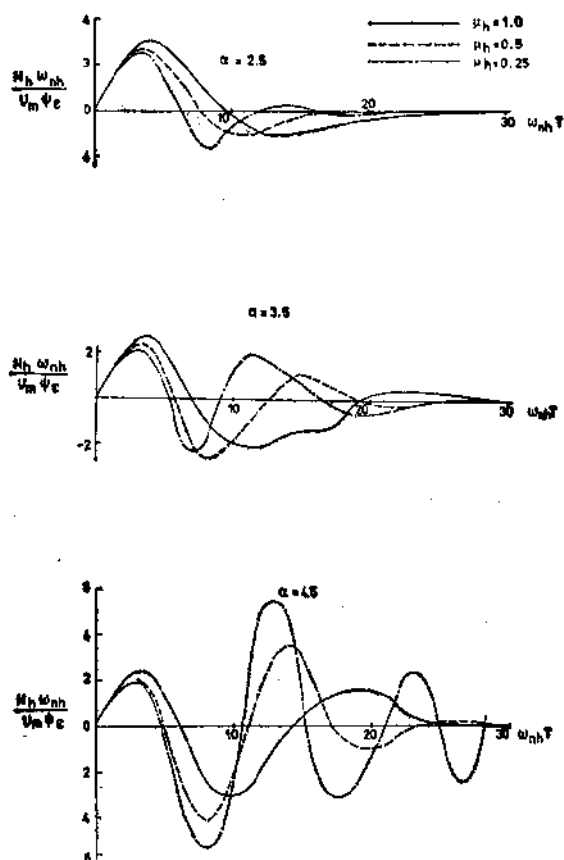


图9.5-7 由航向误差引起的脱靶量 (双二次系统,

$\omega_{nd} = \omega_{nh}$, $\mu_a = 0.5$, 侧向加速度无限制)

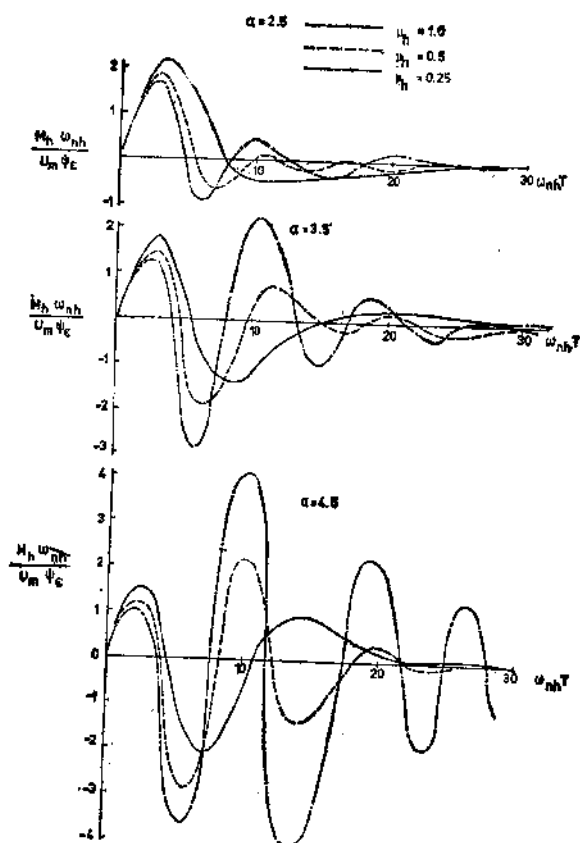


图9.5-8 由航向误差引起的脱靶量(双二次系统,
 $\omega_{na} = 2\omega_{nh}$, $\mu_a = 0.5$, 侧向加速度无限制)

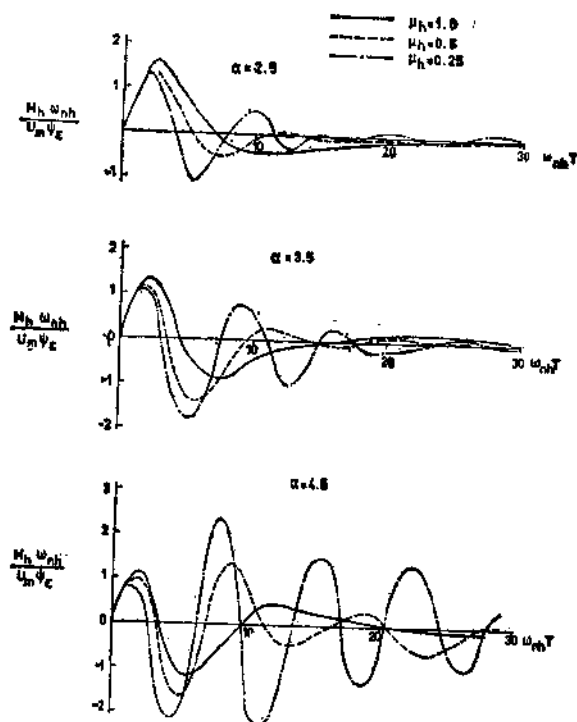


图9.5-9 由航向误差引起的脱靶量 (双二次系统,

$\omega_{na} = 5\omega_{nh}$, $\mu_a = 0.5$, 侧向加速度无限制)

$$\left\{ D \left(\frac{D^2}{\omega_{nh}^2} + \frac{2\mu_h D}{\omega_{nh}} + 1 \right) \left(\frac{D^2}{\omega_{na}^2} + \frac{2\mu_a D}{\omega_{na}} + 1 \right) + \frac{\alpha}{T-t} \right\} Z_m = 0 \quad (9.5-11)$$

设想下面两种情况:

(a) 给定自动导引时间 T , ω_{nh} 和 ω_{na} ,

(b) 自动导引时间比方说是等于 $\frac{T}{2}$, 而 ω_{nh} 和 ω_{na} 是

两倍于 (a) 的值。

对于这两种情况, $\omega_{nA}T$ 是相同的, ω_{nA}/ω_{nA} 的值亦是相同的。如果方程 (9.5-11) 用 $(T-t)$ 乘之, 则对于给定的 t 值 (具有时变增益) 就容易看出情况 (b) 中的 D 的系数是情况 (a) 中的一半, D^2 的系数是情况 (a) 的四分之一, D^3 的系数是情况 (a) 中的八分之一等等。换句话说, 如果导引头和自动驾驶仪加快一倍, 而且拦截时间减半, 那么在情况 (b) 中过渡过程的时间是情况 (a) 中过渡过程时间的一半, 它们的标准频率相差 2 倍。换句话说, 在情况 (b) 中, 较快的导弹是在导弹到目标间距离的一半处出发, 而且一开始又以二倍的开环放大系数工作。

现在来考察标称化●脱靶量。我们仍讨论线性系统而不管时变系数增益。因此脱靶量 M_A 正比于位置输入量 $U_m\psi_eT$ 的大小, 所以用 $M_A/U_m\psi_eT$ 作为标称化脱靶量是合适的。然而, 由于对曲线上任何点来说, $\omega_{nA}T$ 是已知数, 那么我们可以用乘 ω_{nA} 而不用除以 T 来表示。这样一来, 对于给定的瞄准误差等条件, 这些曲线图表明标称化脱靶量是拦截持续时间的函数; 拦截时间在纵坐标的计算中并没有考虑。对于 $\alpha=2.5$ 至 3.5 和阻尼适当的情况下, 假如导引头和自动驾驶仪的动态滞后相同, 而且 $\omega_{nA}T>25$, 以及假如在自动驾驶仪比导引头快得多的情况下, 而且 $\omega_{nA}T>15$, 那么可以看到脱靶量将会很小。但是对于 $\alpha=4.5$ 和主要滞后环节的阻尼较差的情况下, 系统的稳定时间则较长, 这个结果对于两个环节滞后相等的情况就更为明显了。过阻尼一般要比欠阻尼好一点, 但是在阻尼和低 α 值的情况下响应曲线就要稍微缓慢些。一般的结论是, 倘若有时间使瞬变过程衰减 (此

● 原文误为线性化。——译者

时间取决于系统中滞后性质和 α 值的大小), 那么比例导引律将使得由于航向误差所产生的脱靶量趋于零。对于 $\alpha = 3.5$, 滞后相等和 $\mu_h = 1.0$ 的情况, 假如 $\omega_{nh}T = 3$, 就会发生最大的脱靶量, 此值可由下式给出,

$$\frac{M_h \omega_{nh}}{U_m \psi_s} = 2.7 \quad (\text{来自图 9.5-7})$$

如果 $U_m = 500$, $\psi_s = 0.3$ 和 $\omega_{nh} = 6$, 那么 $M_h = 67.5$ 米。因为拦截时间仅仅是 $3/6 = 0.5$ 秒, 如果系统完全没有反应的话, 那么就会有 $500 \times 0.3 \times 0.5 = 75$ 米的脱靶量。这些曲线说明为什么在自动导引系统作用距离的初步研究中常常要作这样的假设, “自动导引时间至少需要三秒钟”。如果导弹导引头和自动驾驶仪的带宽分别取 6 和 12 弧度/秒, 那么三秒钟的自动导引时间, 意味着标称化的拦截时间由 $\omega_{nh}T = 18$ 给出, 对这样一种系统来说, 这恰恰是在最小拦截时间附近。一个较快速的系统需要的自动导引时间当然就更小。可看出对于具有航向误差的系统来说, 没有必要取 $\alpha = 4.5$ 这么大的值, 因为弹道是振荡的。

现在考察当开环增益较高时, 在离目标很近的地方, 系统变得不稳定可能产生的影响。譬如说, 不稳定发生在正常遭遇前半秒钟。这时便会瞬间偏转控制舵, 而且在 0.25 秒钟后产生了 $15g$ 。由于这个作用, 脱靶量是 $0.5 \times 15 \times 9.81/16 = 4.6$ 米。作者认为大多数设计良好的系统都宁愿在比这更晚些时候趋向不稳定。这样不稳定对精度的影响通常小。说来也奇怪, 要使读者相信自动导引系统实际上易趋向不稳定, 是不容易的。在无噪声 (实际系统不可能完全无噪声) 时, 一个长时间的拦截中使系统在开始不稳定之前的瞬变过程衰减, 那么影响就不明显。假若拦截时间非常短, 则没有足够

时间去形成振荡过程。现在来考察图9.5-10中的曲线。这些曲线是在 $\omega_{nh}T=20$ 和欠阻尼导引头的情况下算得的。拦截时间是既不“长”也不“短”。为了比较,无滞后系统的响应曲线也画到图中。实际系统的任何响应随时间的增长而对这条曲线发散。这个系统可认为是不稳定的。对 $\alpha=2.5$ 来

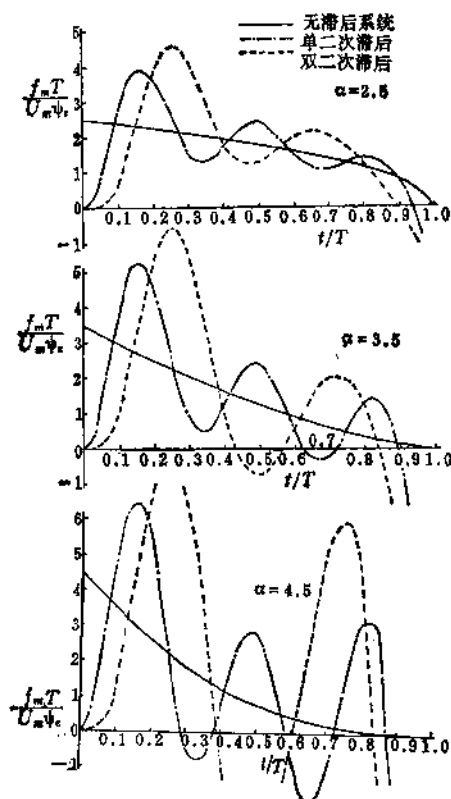


图9.5-10 有航向误差时导弹侧向加速度与时间的关系 ($\omega_{nh}T=20$, $\mu_a=0.5$, 侧向加速度无限制)

说,要辨别出不稳定是不可能的,但是对 $\alpha=3.5$,由单个二次滞后环节表示的系统,比如说在 $(t/T)=0.75$ 以后,就可说是不稳定的了。对 $\alpha=4.5$,约在 $(t/T)=0.6$ 附近开始不稳定。根据图9.3-2,我们能写出对于具有无限快速的自动驾驶仪的系统(亦即等效于单个二次滞后环节)的传递函数。

$$\frac{Z_m}{Z_r} = \frac{1}{\left(\frac{s^2}{\omega_{nh}^2} + \frac{2\mu_h s}{\omega_{nh}} + 1 \right) \frac{\tau s}{\alpha} + 1} \quad (9.5-12)$$

大家知道劳斯-霍尔维茨稳定性准则适用于常系数的多项式,当然在这里也能应用其他的稳定性准则。如果系数是(错误地)冻结在一个给定的 τ 值处,那么这个判据将会预言些什么呢?当 $a_1 a_2 < a_0 a_3$ 时,这样的系统是不稳定的,亦即

$$\frac{\tau}{\alpha} \times \frac{2\mu_h}{\omega_{nh}} < \frac{1}{\omega_{nh}^2}$$

$$\text{亦即} \quad \tau < \alpha / 2\mu_h \cdot \omega_{nh}$$

$$\text{亦即} \quad \tau / T < \alpha / 2\mu_h \cdot \omega_{nh} T \quad (9.5-13)$$

图9.5-10是对 $\omega_{nh} T = 20$ 和 $\mu_h = 0.25$ 计算的,由于这个原因,方程(9.5-13)能简化为

$$\tau / T < \frac{\alpha}{10} \quad (9.5-14)$$

因为 $\tau = T - t$ 和 $\tau / T = 1 - \frac{t}{T}$ 。可看出,对 $\alpha = 3.5$,和 $\alpha = 4.5$ 的情况,可预言不稳定是从 $\frac{t}{T} = 0.65$ 和 $\frac{t}{T} = 0.55$ 开始的,看来这点与图还是很吻合的。对于系统运动学增益为5或更大的情况,能非常容易地说明很早开始就不稳定了。

然而，即使劳斯-霍尔维茨判据似乎能作为这种情况下不稳定与否的近似准则，还应指出，从方程(9.5-12)所得到的关于 Z_m 的齐次方程，即

$$\left\{ \left(\frac{D^2}{\omega_{nh}^2} + \frac{2\mu_h D}{\omega_{nh}} + 1 \right) \left(\frac{(T-t)D}{\alpha} + 1 \right) \right\} Z_m = 0 \quad (9.5-15)$$

由于方程中出现时间 t ，所以它与关于 $\dot{z}_m$ 和 $\ddot{z}_m$ 的方程不同，也就是说对于位移、速度、加速度的不稳定性存在着不同的判据。文献[1]指出了这点，但实际上没有考虑这个不稳定课题。就我们所知，从此以后，自动导引系统趋向不稳定的可能性问题还没有讨论过。

现在讨论导弹侧向加速度受限制的影响。因为当 $\alpha > 2$ 时，侧向加速度的最大要求值发生得早而不是晚，如果出现极限值时，导弹会暂时保持着这个极限值，但后来就离开这个极限值并且还可能击中目标。现在考虑这样一个系统， α 取3而“ g ”限制器取一个假设值，为方便计，取 $2U_m\psi_c/T$ 。由方程(9.5-5)可看出，导弹开始将力图使侧向加速度加速到 $3U_m\psi_c/T$ ，由于做不到这一点，导弹就在整个拦截期间都保持这个极限值。由于在任何实际系统中，在达到侧向加速度满值之前都有时间滞后，所以就必然会产生脱靶量。因此为了使拦截成功， α 总是取大于2的值，而“ g ”限制器应调整到超过 $2U_m\psi_c/T$ 的值。考虑到这一点已用计算机做了许多，而在每次相继的运算中，逐步减小置于限制器中的那个参数。当限制时间过长时，就可看到脱靶量突然而又明显地增大，则这一组运算就被停止。很清楚，拦截时间愈长临界限制值就越接近 $2U_m\psi_c/T$ 。如果可达到的侧向加速度 f_{ma} 由下式给出：

$$f_{ms} = cU_m \psi_c / T \quad (9.5-16)$$

那么表9.5-1对若干可能的系统参数来说, 给出了 c 的极小值, 使得这种限制值对脱靶量将没有影响。

表9.5-1 c 的最小值 (在所有场合 $\mu_a = 0.5$, $\omega_{na} = 2\omega_{nh}$)

α $\omega_{nh} T$	$\mu_h = 0.25$			$\mu_h = 0.5$			$\mu_h = 1.0$		
	2.5	3.5	4.5	2.5	3.5	4.5	2.5	3.5	4.5
10	2.7	2.6	2.5	2.8	2.7	2.6	3.0	2.8	2.7
15	2.5	2.4	2.3	2.5	2.5	2.4	2.7	2.5	2.3
20	2.4	2.3	2.3	2.4	2.4	2.3	2.5	2.4	2.3
30	2.3	2.2	2.2	2.3	2.3	2.2	2.3	2.2	2.2

当我们考察瞬变过程的效果时, 要注意的是, 它是否与脱靶量或极小加速度需要量有关。通常可相当精确地假设一条固定的曲线来表示导引头的动态特性, 但是对自动驾驶仪的响应就不能这样做了。如果导弹是从静止状态发射的, 需要经过二或三秒钟才达到全速, 在此加速段的初期阶段, 由于空气动力的增益很小, 所以, 与全速时相比自动驾驶仪具有相当缓慢的响应特性。然而我们可加快导引头的响应, 在自动驾驶仪能快速响应之前所必须经过的实际时间实际上会限制, 对航向误差造成的给定脱靶量而言, 自动导引时间的绝对极小值。此外, 表9.5-1中所引用的数字是对 $\omega_{na} = 2\omega_{nh}$ 而言的。如果自动驾驶仪的带宽窄, 而且要得到它需要经过一段长时间, 则这些数值当然是乐观的。在这方面, 空对空导弹的瞬变过程性能就稍好些, 因为它们是在一个非零的速度下发射的。通过考察具有航向误差 ψ_c , α 取 2, 在 T_0 时刻

拦截一个固定目标的无滞后系统的飞行路线，可以更深地理解自动导引运动学关系。参见前面图 9.3-1 和方程 9.3-2 和 9.3-3，我们能写出

$$\theta = (Z_t - Z_m)/U_r, \tau = (Z_t - Z_m)/U_r(T - t) \quad (9.5-17)$$

对固定目标而言，对 t 的所有值其航向误差 $Z_t = 0$ ，因此

$$\theta = \frac{-Z_m}{U_r(T - t)} \quad (9.5-18)$$

这式子对 t 进行微分，给出：

$$\dot{\theta} = \frac{U_r(T - t)(-\dot{Z}_m) - Z_m U_r}{U_r^2(T - t)^2}$$

取 $t = 0$ ，而且注意 $Z_m = 0$ 。

$$\dot{\theta} = -\frac{U_m \psi_i}{U_r T} = -\frac{U_m \psi_i}{R_0} \quad (9.5-19)$$

其中 R_0 是初始距离。换句话说，初始视线角速度并不受相对速度实际值的影响。对于固定飞行路线角速度或侧向加速度而言，图 9.5-11 清楚地表示从发射到遭遇点飞行路线角总变化是视线角 ψ_i 总变化的 2 倍。现在考察某个运动目标，设 $U_t = U_m/3$ ，其速度是在 $M_0 T_0$ 方向上。在此情况下， U_r 减少

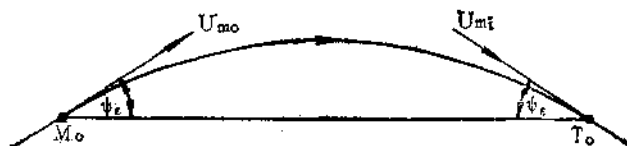


图 9.5-11 $\alpha = 2$ 的自动导引弹道

到 $2/3$ ，而拦截时间增加到 $\frac{3}{2}$ 。但是对相同的航向误差，初始视线角速度也相同。现在将在 T_0 较右的某点处遭

遇，如果在整条弹道上加速度都保持不变，那么我们就需要这样大的指令值了。反之，如果目标是向着我们飞来，致使 U_r 增加，那么用来改变导弹飞行路线的空间（或时间）就较小了；因此，给予导弹的指令信号必须较大。这就清楚地说明：如果对自动驾驶仪的指令值是正比于视线角速度乘以相对速度，那么作为时间函数的弹道，其一般形状是不变的。

最后，我们说明另一种形式的“航向误差”，无论在什么初始条件下，导引头本身必须是几乎正好指向目标，精度当然是在它的波束宽度的一半范围内。如果在 $t=0$ 时，抛物面天线有一个小的瞄准误差，那么在弹道上就会出现一个瞬变过程。对导引头来说，这是个阶跃位置输入，这种输入的效果并没有用图线表明，但是它们近似地为航向误差情况下的两倍，而此瞬变过程与航向误差引起的瞬变过程恰好有相同的衰减时间；然而由于抛物面天线的瞄准误差至多可能是二或三度，所以除了极短距离的拦截外，对脱靶量的影响必定是很小的。

§ 9.6 由于目标侧向加速度引起的脱靶量

在这种情况下，已经假设对不变航向弹道的扰动，是目标在遭遇前以常数 g 进行了 T 秒的躲避机动动作。如果目标侧向加速度是 f_t ，那么它垂直于原视线的分量是 $f_t \cos \phi_0$ ，垂直于原视线的速度分量是 $f_t \cdot t \cos \phi_0$ 。在考虑航向误差时，我们曾说过，存在一个等于 $U_m \psi \cos \psi_{fco}$ 的输入速度。因为系统是对相对运动反应的，所以无论我们把这个干扰看做导弹侧向速度还是目标的侧向速度，都是无关紧要的。因此，微分方程一定与方程（9.5-2）有相同的形式。

$$\left(D + \frac{\alpha}{T - t}\right)Z_m = f_t \cdot t \cos \phi_0 \quad (9.6-1)$$

这个方程的解是:

$$Z_m = \frac{f_t \cos \phi_0 (T - t) T}{(\alpha - 1)(\alpha - 2)} \left\{ (\alpha - 1) t / T - 1 + \left(1 - \frac{t}{T}\right)^{\alpha-1} \right\}$$

将它微分二次就得 $\ddot{Z}_m$:

$$\ddot{Z}_m = f_t \cos \phi_0 \left\{ \frac{\alpha}{\alpha - 2} \right\} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{t}{T}\right)^{\alpha-2} \right\}$$

因此

$$f_m = f_t \frac{\cos \phi_0}{\cos \psi_{fso}} \left\{ \frac{\alpha}{\alpha - 2} \right\} \left\{ 1 - \left(1 - \frac{t}{T}\right)^{\alpha-2} \right\} \quad (9.6-2)$$

另外, 可从上式看到, 如果 $\alpha < 2$, 那末当 $t \rightarrow T$ 时, $f_m \rightarrow \infty$ 。假如余弦项的影响是可忽略 (例如迎面攻击或尾追时), 也可看到, 如果 $\alpha = 3$, 则导弹初始加速度甚至在无滞后系统中都为零。而最终的侧向加速度三倍于目标的侧向加速度。如果 $\alpha = 4$, 则终端的侧向加速度二倍于目标的侧向加速度。在 $\alpha = \infty$ 这个极限情况下, 导弹的有效侧向加速度在整个拦截期间都等于目标的侧向加速度。

图9.6-1表示的是在 $\omega_{nk}T = 20$ 和用双二次滞后环节表示系统情况下导弹侧向加速度与无量纲时间 t/T 的关系曲线。在每个图中, 实线表示一个无滞后系统的响应曲线。这是由方程 (9.6-2) 给出的。因此这个弹道与由于航向误差所产生的弹道十分不同。如果 $\alpha > 2$, 则在有航向误差的情况下, 导弹的侧向加速度随拦截的继续进行而减少。而在目标有侧向加速度的情况, 导弹的侧向加速度从零一直增大到遭

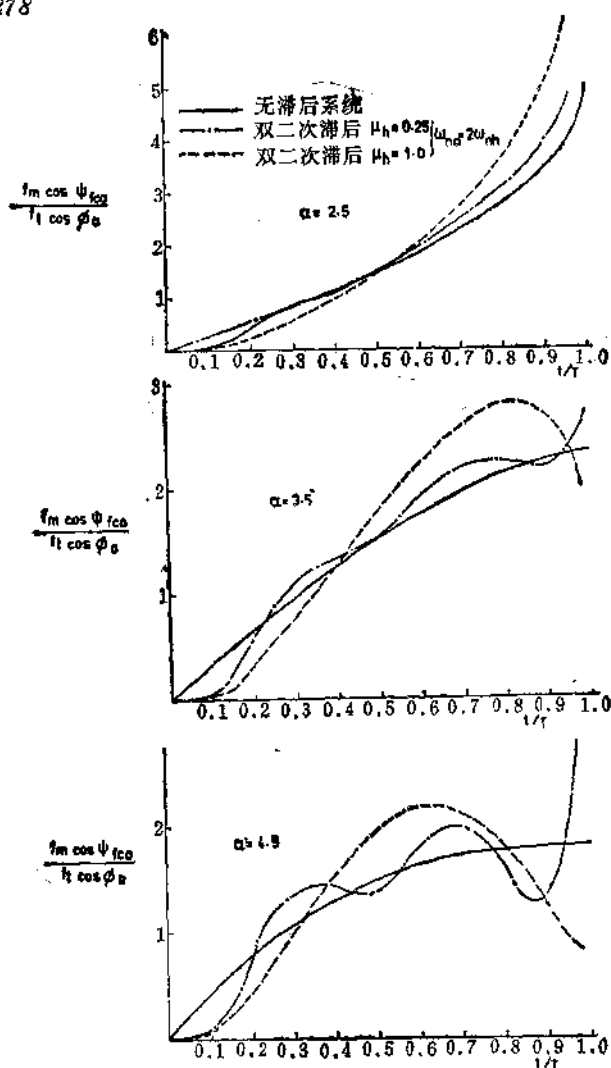


图9.6-1 由目标侧向加速度引起的导弹侧向加速度与时间的关系
($\omega_{nh}T = 20$, $\mu_a = 0.5$, 无侧向加速度限制)

遇处的最大值。如果导弹的侧向加速度始终存在，在后一种情况下就会在拦截终点或其附近发生限制侧向加速度的情况。如果这种情况出现约有一秒钟之久，则它对系统精度的影响可能是灾难性的。

由于在遭遇前 T 秒开始目标有侧向加速度，所得的脱靶量 M_s 表示在图9.6-2到图9.6-4中。想在指令的侧向加速度上加上某些限制是合适的。对于 $\alpha = 2.5$ ，无滞后导弹的终端有效侧向加速度是目标有效侧向加速度的五倍；经模拟表明：在具有动态滞后的系统中，如果限制值是调到超过上述量大约25%时，那么这个限制并不引起精度有任何严重的恶化。这个附加的导弹侧向加速度之所以是必需的，主要理由是导引头和自动驾驶仪的动态滞后要“损失”时间，如同在有航向误差的情况下，当拦截时间较长时，这些滞后相对而言意义就小了。对于 $\alpha = 3.5$ 和 $\alpha = 4.5$ ，限制值调得较小，但在这两种情况下，它们都超过了各自无滞后终端值的25%，因为把限制值调得明显低于这些值，就会引起大的脱靶量，所以为了使准确的遭遇成为可能，要考虑宁可把限制值调到最小允许值上。把这些极限值调得较高一点，对这些曲线的形状仅有很小一点影响。关于脱靶量标称化是合理的论述如下：如果在正常遭遇前 T 秒目标开始机动，那么垂直于视线的方向上移动的距离为 $0.5 f_t \cos \phi_0 T^2$ ，而且忽略了原来拦截几何关系中任何有影响的变形。这样标称化脱靶量可认为是 $M_s / f_t \cos \phi_0 T^2$ 。（如果把数字0.5包含内，那么画曲线时纵坐标加大一倍）。对于图线上任意给定的点， $\omega_{ss} T$ 就确定了，而且为了使纵坐标不包含拦截时间，我们以 ω_{ss}^2 乘纵坐标而不是以 T^2 除。

由图可见， $\alpha = 2.5$ 对拦击机动目标并不好，特别是，如

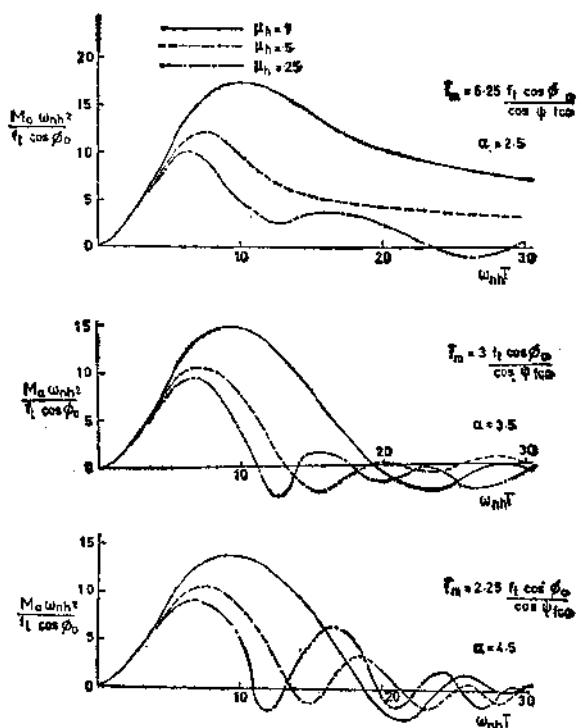


图9.6-2 由目标侧向加速度引起的脱靶量(双二次系统,

$$\omega_{na} = \omega_{nh}, \mu_a = 0.5)$$

果系统中的主要滞后环节是过阻尼情况。其响应就显得太迟钝。当然,这时导弹的终端侧向加速度也会很高。看来, α 在3.5~4之间取值最好。 α 值比这个范围大得多,特别是如果主要滞后环节是欠阻尼的,那就会引起极度振荡响应。在减小响应振荡的适当阻尼和太大的阻尼之间存在一个良好的平衡。过大的阻尼会使响应延迟,特别是 α 取较低值时更

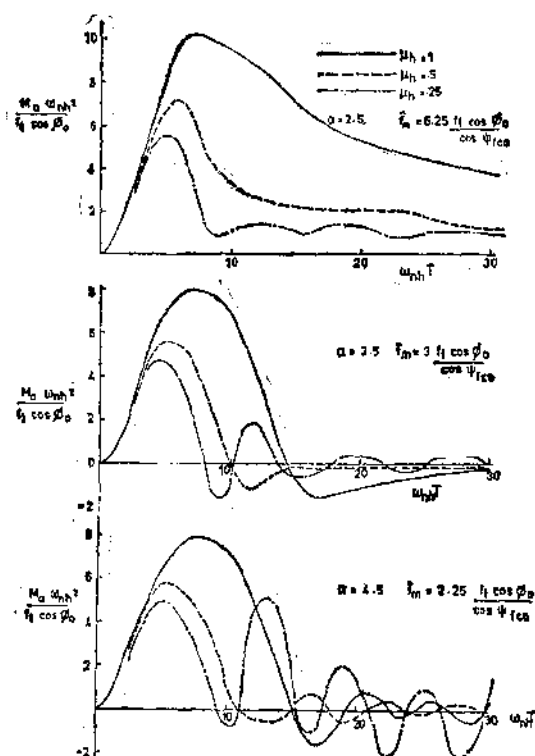


图9.6-3 由目标侧向加速度引起的脱靶量(双二次系统,
 $\omega_{na} = 2\omega_{nh}$, $\mu_a = 0.5$)

是如此。这对目标在遭遇前一秒左右作机动是有利的。对于自动驾驶仪响应为导引头二倍到五倍之间的自动导引系统来说, 目标对抗自动导引系统开始机动的最佳时间是遭遇前 T 秒, 其中 $\omega_{nh} T = 8$ 。如果 $\omega_{nh} = 4$, 最佳时间是遭遇前 2 秒。如果自动驾驶仪的响应和导引头的响应差不多相同, 那么目

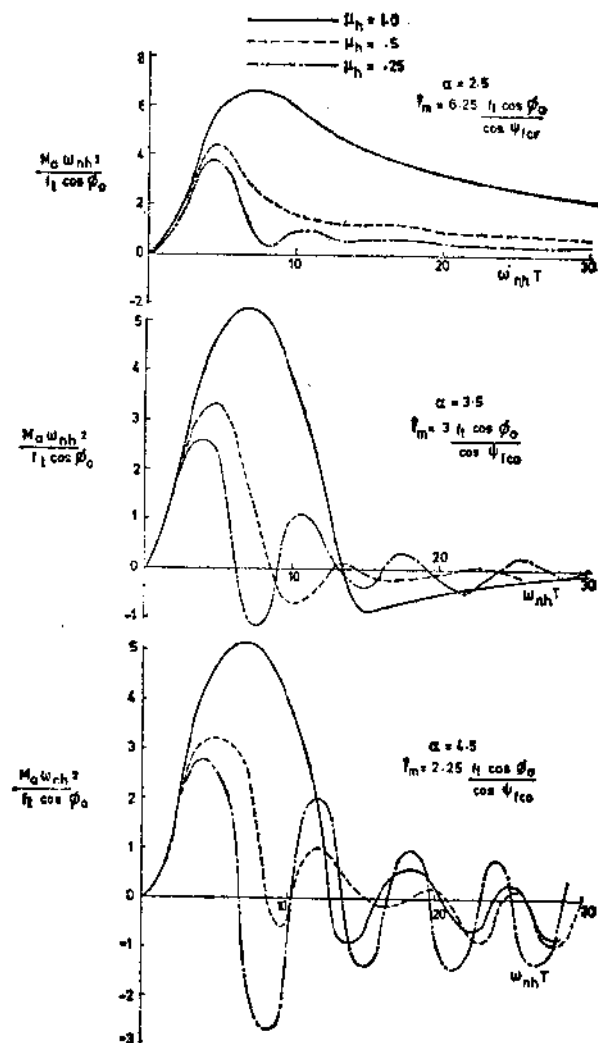


图9.6-4 由目标侧向加速度引起的脱靶量 (双二次系统,
 $\omega_{ng} = 5\omega_{nh}$, $\mu_g = 0.5$)

标具有更宽裕的时间去成功地完成机动，而导弹产生的脱靶量就可能更大了。

现在考察由于目标突然机动可能发生的脱靶量的大小。当导引头和自动驾驶的动态滞后相同，而 α 小，譬如说 $\alpha = 2.5$ ， $\omega_{na} = \omega_{na} = 5$ ，和 $\mu_a = 10$ 时，这将会发生最坏的结果。图 9.6-2 表明，最大的标称化的脱靶量发生在 $\omega_{na}T = 10$ 左右（亦即待飞时间为 2 秒时，目标开始机动），其数值是 17。如果拦截是迎头的或者尾追的情况， $\cos\phi_0 = 1$ ，和 $f_r = 10$ ，目标的扰动比方说是 20 米，实际脱靶量就是 $17 \times 10/5 = 6.8$ 米，如果目标以 n 个 g 运动的话，这的确是个很大的脱靶量。对于较小的 $\omega_{na}T$ 值来说，这些曲线表明脱靶量随时间接近抛物线增大，表明导弹的反应较小。现在考察 $\omega_{na}T = 5$ ，亦即 $T = 1$ 的情况，标称化脱靶量现在是 10 左右，像以前那样，当 $f_r = 10$ 时，实际脱靶量 $10 \times 10/5^2 = 4$ 米。此时目标的扰动是 5 米，表明导弹的制导-控制系统只是刚刚起作用。

采用简单的比例导引的自动导引制导和指令制导之间的微妙差别，现在就明显了，对于快速接近的情况，为了减少脱靶量到 1 米左右，后一种系统需要作大量的改进和计算。无噪声时，自动导引系统能使脱靶量减小到零，这是由于回路放大系数在弹道终点附近接近很大的值，而且总是假设系统有足够的时间使瞬变过程衰减。这种类型制导的最大优点是导弹侧向加速度在拦截点趋向于零，这是由于导弹的航向误差产生了足够的 g 去对付目标逃避机动的缘故。简单比例导引自动导引的弱点是：甚至对于设计良好的系统来说，导引规律都不是能很巧妙地对付目标的逃避机动。在一般的指令系统中，目标以 ng 作机动的的影响，多半要以那个量为近似值去增加或减少现在导弹的侧向加速度。在接近拦截终点

时, 比例导引要求导弹实现的侧向加速度比这个值要大或者要大得多。

§ 9.7 由于角噪声引起的脱靶量

在半主动系统中, 对于一个给定了信噪比和接收机特性的白噪声, 一般可以假定在遭遇前几秒明显地保持为常值; 这可能是接收机中的热噪声或是远距离干扰的结果。它的频谱是 $\phi_n(\omega) = K^2 \text{弧度}^2/\text{弧度}/\text{秒} = \text{常数}$ 。因为现在系统的输入是角噪声, 在任何仿真中, 它必定在视线角模拟量的那一点进入闭合回路, 见图9.7-1。

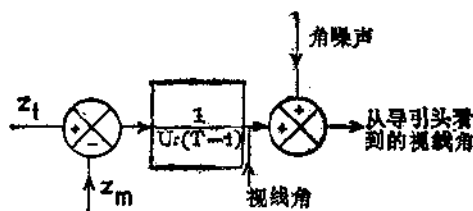


图9.7-1 进入自动导引系统的角噪声

控制工程师可把这看作是系统结构图的一部分, 其中 Z_m 是输出, 而且反馈传递函数是 $\frac{1}{U_r(T-t)}$, 亦即当 $t \rightarrow T$, 反馈放大系数 $\rightarrow \infty$ 。这意味着只要系统保持稳定, 而系统的响应速度很快, 当待飞时间 $\rightarrow 0$ 时, 输出应当 $\rightarrow 0$ 。然而, 因为对任意的给定待飞时间来说, 反馈增益是与导弹—目标的相对速度成反比的, 根据这个理由, 可得出输出必与相对速度成正比。显然, 脱靶量的均方值也必与噪声频谱密度 K^2 成正比。对于导引头和自动驾驶仪的给定

阻尼系数以及给定 $\frac{\omega_{nh}}{\omega_{na}}$ 的比值, 经因次分析得出的标

称化脱靶量 M_n 是 $M_n \sqrt{\omega_{nh}} / U_r K_a$; 这意味着窄频带的系统比宽频带的系统有较大的脱靶量。换句话说, 当待飞距离还较长时, 一个给定角度的输入可解释成视在目标的一个大的线位移。当距离减小时, 视在目标线位移亦减小。确实, 当待飞距离为零时, 视在目标就与实际目标一致了。由于无滞后系统一直到待飞时间为零都能为自己提供信息, 因此, 人们希望有一个无限快速的系统, 使得由角噪声产生的脱靶量为零。因为实际系统总是存在滞后而且恰好在遭遇前必定开始不稳定, 所以角噪声一定会产生脱靶量; 但由于自动导引系统的信噪比恰好在遭遇前一般是非常好的, 所以, 脱靶量通常是小的。的确, 在主动式和被动式两种系统中, 信号源和接收机间的总距离在遭遇处实际上为零; 同样, 在这两种情况下, 由于热噪声所引起的脱靶量通常就没有意义了。在半主动式系统中, 由于在接近目标时, 从施照体到目标的距离是最小值, 而反射路线的长度是零, 所以在遭遇处的信噪比通常是好的。如果无滞后系统出现零脱靶量, 那末由于角噪声的缘故, 人们将料想到零带宽的系统会出现无限大的脱靶量。文献〔3〕利用一般化的数学方法得到这个结论。然而人们注意到在他所得到的一般解中, 暗示着拦截时间比系统的有效时间常数大得多。这意味着拦截时间是无限大的平方, 这是个困难的概念。因为待飞时间很长, 开环放大系数实际上是零, 可设想频带窄的导弹由于角噪声的缘故而偏离正确弹道的偏差, 倾向于增加到非常大的值, 而且还不能有效地回复原状。对于10秒的拦截时间和导引头的带宽在 $2 \sim 8$ 弧度/秒范围内的情况, 其结果表示在图 9.7-2 中。这是在模拟计

机上得到的。文献〔7〕指出：当拦截的标称时间较短时，由热噪声引起的脱靶量相应地较小。换句话说，所示的脱靶量是对标称拦截时间比由 $\omega_{na}T=20$ 所确定的要长而言的。可以看出，在此范围内，由于角噪声而引起的脱靶量的均方根值 M_n 与相对速度成正比，与噪声频谱密度的平方根成正比，与主滞后环节的带宽成反比。在有噪声输入时，欠阻尼对系统性能有坏的影响；事实上，如果主振型的阻尼系数减到比

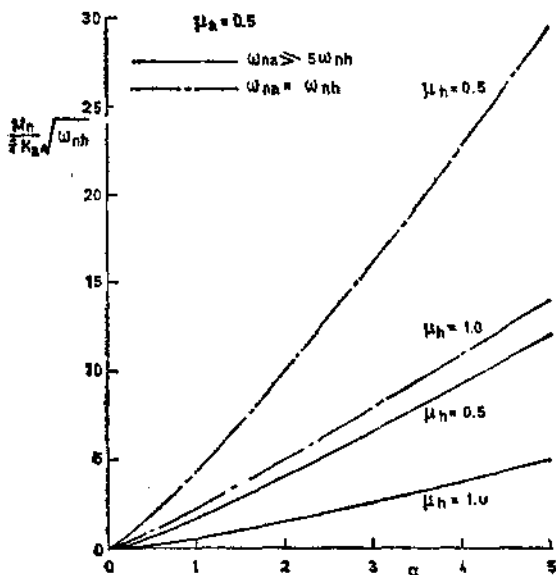


图9.7-2 由角噪声引起的脱靶量

0.5小得多时，那末其影响是灾难性的，这已被文献〔3〕注意到了。在自动驾驶仪缓慢的情况下，将可看到脱靶量会进一步增加。这是可以料想到的，因为整个系统的带宽减小了，然而细心地观察计算机的运算结果，发现引起脱靶量增大的

部分原因是由于这样一个系统的稳定性降低了。对于 $\alpha = 1, 2, 3, 4, 5$ 和 ω_{nh} 的三个值的情况, 我们已经得到了结果。为得到脱靶量的均方根值的一个合理的近似值, 对曲线上的每个点要进行一百次运算, 这样计算机总共作了六千次运算。

在许多设计研究中使用雷达时, K_g^2 经常被引用的一个数字是 10^{-7} 弧度²/弧度/秒。如果 u_r 大约为 $M = 2.5$ (850 米/秒), 那么当 $\alpha = 4$ 而 $\omega_{nh} = 8$ 时, 由角噪声而引起脱靶量的均方根值就可能在 0.4 到 2 米范围内, 具体值与阻尼系数和自动驾驶仪的带宽有关。

§ 9.8 由于闪烁引起的脱靶量

我们早已了解, 闪烁是目标的视在移动, 这是由于目标的运动在接收机中引起不同相位变化的缘故。跟指令系统一样, 在理想情况下, 要求导弹能滤去所有这种虚假信息。不幸的是, 闪烁主要是很低的频率现象, 其典型的带宽等于或小于我们所讨论系统的带宽。这意味着, 在指令系统中只要制导回路有适当好的阻尼, 脱靶量的均方根值几乎不大于闪烁本身的均方根值。在自动导引系统中, 我们已经看到, 并没有企图尝试对距离的变化进行补偿, 因此目标的给定视在线运动随着待飞距离的缩短而使闪烁引起的噪声不断增大。那么脱靶量将随着系统带宽一起倾向于增大。当 $\tau \rightarrow 0$ 时, 如同具有热噪声那样, 是正向放大系数而不是反馈放大系数 $\rightarrow \infty$ 。现在假设闪烁频谱定义为

$$\phi_g(\omega) = \frac{K_g^2}{1 + \omega^2 T_g^2}$$

其中 K_g^2 具有米²/弧度/秒的因次, 而 T_g 是一个常数, 典型值

约为0.25秒。我们能够确定闪烁的均方根值 L_g 为

$$L_g^2 = K_g^2 \int_0^\infty \frac{d\omega}{1 + \omega^2 T_g^2} = \frac{\pi}{2} \frac{K_g^2}{T_g}$$

因为系统带宽与噪声带宽之比显然是相关的, 所以我们可规定这量为 $\omega_{nh}/1/T_g = \omega_{nh}T_g$; $\omega_{nh}T_g$ 超过1就意味着系统带宽大于噪声带宽, 反之亦然。考虑到这些参数, 在模拟计算机中已进行了一系列运算, 脱靶量 M_g 的均方根值示在图9.8-1中, 这些结果清楚地表明, 在自动导引系统中, 由于闪烁引起脱靶量的均方根值大于闪烁本身的均方根值。高运动学增益和低阻尼将使脱靶量增大。一个缓慢的自动驾驶仪尽管有效带宽减小亦会增大脱靶量; 其次, 由于回路较早开始不稳定, 脱靶量增大也几乎是必然的了。这两族曲线亦表明, 如果系统带宽小于噪声带宽, 那么就有大量的噪声被滤掉, 而得到较小的脱靶量。图9.8-1(b)可能是一个比较典型系统, 其中, 譬如说 $\omega_{nh} = 8$, 而且由于接收机的频率捷变, T 实际上已被减到1/16秒。然而根据实际情况必须指出, 导引到闪烁目标上去的实际系统的性能, 比起上面所描述的系统常常是要更加复杂。如果闪烁是严重的, 那么限制同样可能在遭遇前一秒钟左右出现在系统的某个地方, 这将倾向于减少脱靶量; 但是, 如果导弹为了捕捉机动目标已力图得到 g 的极大值, 也就可能增大脱靶量。在某些利用实际的导引头加一个施照体和目标的物理模型的模拟中, 增大系统带宽实际上将使闪烁引起的脱靶量减小; 而且也发现这与自动增益控制的特性是有关的。显然, 较大带宽的系统在信号强度大的区域中, 所花费的自动导引时间会更多, 而这会影响精度。尽管如此, 上面的论述必然表示一般的趋势, 毫无疑问, 在利用雷达的系统中, 闪烁在自动导引系统中常常是影响脱

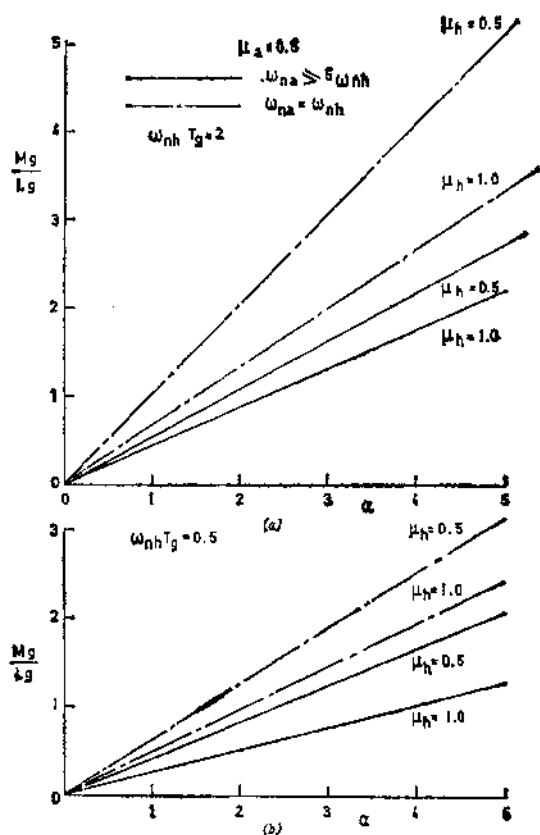


图9.8-1 由闪烁引起的脱靶量

靶量的主要因素，而使用频率捷变就能有效地减小它的影响。

§ 9.9 三维自动导引

在任何实际拦截中，问题确实都是一个三维问题吗？在考察航向误差引起的运动时，我们曾经将此问题作为二维问题研究。如果导弹和目标的速度都位于同一平面，很清楚，这是二维问题，但是这显然是个特殊情况。现在考虑视线转动，这一定在一个给定的转动平面内，如果这张纸就是这个平面，而且导弹和目标速度在此平面内有分量 U_{m1}, U_{t1} ，在垂直此平面内的分量是 U_{m2}, U_{t2} ，那么引起视线转动的是 U_{m1} 和 U_{t1} 之间的差，见图9.9-1。因此， U_{m2} 和 U_{t2} 必定相等而且

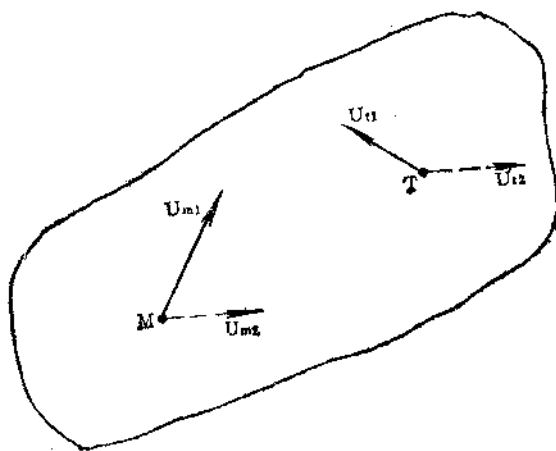


图9.9-1 在这纸面上以及与之垂直的平面上的导弹和目标的速度它们的效果仅仅是使得此平面发生平移。类似地，如果在此平面上存在着分量 $\dot{U}_{m1}$ 和 $\dot{U}_{t1}$ ，它们的效果是随着时间变化在

此平面内改变视线角速度。在这样的情况下，我们可以将问题看成二维问题。然而，如果在该平面的垂直方向上有相对加速度存在，那么垂直于该平面的方向上将开始产生视线角速度的分量。现在的情况是：由于有航向误差，运动应在一个平面内，而由于有加速度输入，那么运动又应垂直于这个平面；在垂直平面内，不存在航向误差。在此意义下就与视线系统中的情况类似了。如果目标作直线飞行，一旦导弹进入制导波束内，那么就存在一个飞行平面，而且问题是二维的。如果目标作垂直于飞行平面的机动，则导弹的弹道就是三维的了。

由于有热噪声，导弹的运动就不具有特定的方向，而由于闪烁目标引起的导弹运动将基本上被限制在目标的偏航平面内。因此，拦截问题可按下面说的进行分析。

(a) 导弹和目标在一个平面内运动，这是由于航向误差、导弹可能的正向加速度和（或）目标的侧向加速度都在这个平面内。

(b) 目标具有在此平面内的所有其他初始条件，但其垂直于该平面的侧向加速度应取为零。

(c) 热噪声引起的干扰在两个平面内是相同的。

(d) 由于闪烁引起的干扰大多数只在目标的那个平面内。

像视线系统那样，在一个平面内分别估算或模拟将是现实的，只要在这些平面间没有严重的相互交联，以及在此系统中的任何地方没有明显的饱和就可以了。

§ 9.10 比例导引的一种积分形式

我们已经看到，重要的是建立一个不受弹体运动影响的

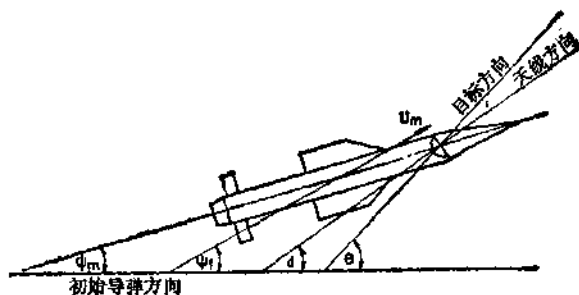


图9.10-1 各种角度的定义

精确测量视线角速度的方法，任何这样一种耦合都会减小稳定裕度和降低自动导引过程的精度。在理想的情况下，要求自动驾驶仪去调整导弹的响应，要求头部的速度陀螺去消除头部和导弹运动间的耦合。比例导引的积分形式是企图减少弹上仪器的数量及费用，而且是使用下面这种形式的导引律：

$$\psi_f = K\dot{\theta} \quad (9.10-1)$$

去替代通常的形式 $\psi_f = K\dot{\theta}$ 见方程 (9.3-10)。只要初始条件相同，这两种类型的比例导引将没有什么不同。

图9.10-1表明这些角之间的相互关系。角通道接收机产生一个与 $(\theta - d)$ 成正比的信号。如果电位器安装在头部和弹体之间，那么就可以测量 $(d - \psi_m)$ 的值。如果弹上装有一个自由陀螺，那么就能测量相对于原发射方向的量 ψ_m 。可写出所得的 θ 角

$$\theta = (\theta - d) + (d - \psi_m) + \psi_m \quad (9.10-2)$$

这意味着为了得到与相对空间基准面的视线角成正比的信号。我们需要正反馈一个与 $(d - \psi_m)$ 成正比的信号和另一个正比于 ψ_m 的信号，而且将这些信号与自动导引头接收机的

输出相加, 该输出与 $(\theta - d)$ 成正比。对于固定航向的小扰动比例导引积分形式的简化结构图见9.10-2。来自接收机的信号, 使之经过滤波器, 这样可减小高频噪声分量, 然后将这个信号加到伺服机构, 它是驱动抛物面天线使之相对导弹转动用的, 为了改变弹体方向, 它亦被用作自动驾驶仪的指令信号。因此自动驾驶仪也采用由陀螺提供的弹体角

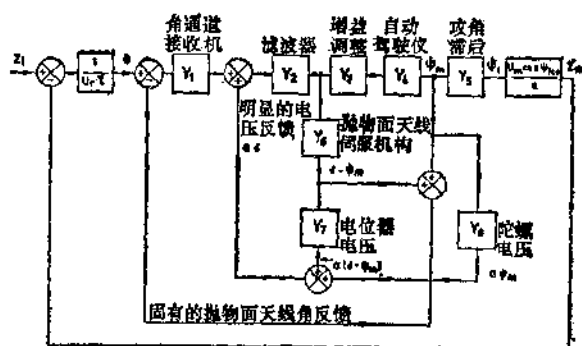


图9.10-2 比例导引积分形式的结构图

反馈。这个完整的自动驾驶仪包含舵伺服机构、气动力、陀螺和所用的任何补偿环节, 它们以传递函数 Y_i 的方块来表示。自动驾驶仪所用的陀螺反馈在图中并未明显地表示出来。陀螺信号与电位器的信号相加后, 又用来提供一个与抛物面天线角成正比的信号, 这时虽然陀螺是在自动驾驶仪方块中, 但它仍以传递函数 Y_8 单独来表示。只要 $Y_1=Y_7=Y_8$, 读者便可无困难地证明系统里就没有抛物面天线角或弹体角的反馈了。因此, 系统从 θ 到 ψ 基本上是个开环系统(当然自动驾驶仪中的陀螺反馈除外), 所以我们能写出

$$\frac{\dot{\psi}_f}{\theta} = Y_1 \cdot Y_2 \cdot Y_3 \cdot Y_4 \cdot Y_5 = Y = \frac{\dot{\psi}_f}{\theta}$$

导引系数能用调节 Y_5 进行调整。如果 Y 的静态放大系数是 K ，那末

$$\alpha = \frac{KU_m \cos \psi_{fso}}{U_r}, \quad \text{见方程(9.3-10)}$$

要注意下面几点：

(a) 整个制导回路包含一个积分而不是两个积分，无固有微分——实际上没有什么变化。

(b) 导引头滞后没有算作系统滞后之一，而和以前一样存在攻角滞后、自动驾驶仪滞后，而且任何滤波都可设计在 Y_2 和 Y_5 中。

(c) 匹配 Y_1 、 Y_2 和 Y_5 的困难不该低估。非线性（或偏差）或者导致某些有效的负反馈，使开环放大系数显著减小；或者相反，可能导致一些纯粹的正反馈，引起系统不稳定。

(d) 陀螺任何漂移的影响很小。 $0.1^\circ/\text{秒}$ 的漂移与导弹 $573\text{米}/\text{秒}$ 的速度一起只产生 $1\text{米}/\text{秒}^2$ 的有效侧向加速度。一般陀螺的漂移都比这个量要小得多。

一个明显选用此种类型比例导引的是一种贴海面飞行的导弹。它用无线电高度表进行高度控制。用一个高质量的自由陀螺进行中段航向控制。如果末端制导是采用自动导引，那么这时对俯仰、偏航两个导引通道来说，就可使用一个陀螺。

§ 9.11 其它自动导引制导规律

到目前为止，据作者所知，所设计的或所建议的所有其它形式的自动导引制导都是比例导引的变形。首先，如果目

标运动较慢，而且信噪比在遭遇点附近较好，则试图改进指令侧向加速度由下式

$$f_{ya} = 3 \dot{\theta} U_r / \cos \psi_{ra} \quad (9.11-1)$$

给出的制导规律，多半是不可能的。在脱靶量很小（除拦截时间极短的情况外），制导规律使侧向加速度均方值的积分为最小，且诱导阻力近似地正比于侧向加速度的平方时，弹道可认为是最佳的。

我们现在来考察某些情况，其中简单的比例导引显示出其利较小。现考虑一种短距离（比方说3秒）的拦截情况，在此期间，导弹加速到 $20g$ 。如果目标的运动是相当快的，而且还有点作横向运动，那末我们容易得到一个 30° 的超前角。这就意味着存在一个关于视线的 $20 \sin 30^\circ = 10g$ 的加速度分量。如果运动学增益是3，则意味着导弹在拦截终端必须得到比 $30g$ 还多的加速度才能刚好用来克服系统的“偏差”。方程9.6-2是可以采用的，如同我们早已在自动导引中讨论过的那样，是相对运动决定了弹道。这个情况与常速导弹和在垂直于视线方向上获得 $10g$ 的目标相同。我们还讨论过后期的加速度会大大地增加平均加速度，因而也增大了均方加速度，这种不希望的情况是容易纠正的。在图9.11-1中，如

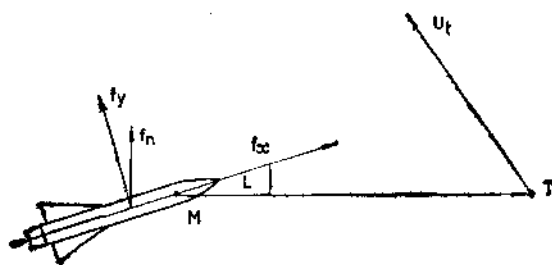


图9.11-1 加速度分量

果超前角或视角是 L ，而导弹纵向加速度是 f_x ，那么指令值 f_{ya} 应修改为

$$f_{ya} = 3\dot{\theta} \frac{U_r}{\cos \psi_{rao}} - \frac{f_x \sin L}{\cos L} \quad (9.11-2)$$

现在视角可用固定在导引头框架上的电位器很容易地测量，而 f_x 也可作为时间的函数被存贮起来，或用附加的纵轴加速度计进行测量。如果导弹具有良好的速度比， L 是一个小角，于是我们可用 L 代替 $\sin L$ (亦即简单线性电位器的输出)，而余弦的影响可忽略。这种制导规律的形式通常叫做“具有加速度补偿的比例导引”。因为没有必要将自动导引导弹保持在狭窄的波束或视线内，所以对于增大自动导引导弹的距离，特别是对攻击低空目标来说，设计出可实现的方案是容易的。对于中程系统来说（例如，当目标在50公里或更远时发射的导弹），导弹可用固定在 55° 左右的仰角发射，而且直到继续飞行时间只剩10秒左右都使用一个很低的导引系数。由于制导要求低的缘故，所以诱导阻力也低，又由于在高空，所以零攻角阻力极低。为保证在自动导引真正开始之前视角不会变得太大，事先作些计算是必要的。类似地，如果人们希望以一个相当陡的俯冲角攻击地面目标，例如坦克，那么弹道就能很简单地“成形”。我们可以把一个向上的加速度偏差输入到系统中，这就会引起一个相当大的向下的指向弹道终点的导弹加速度。或者，在垂直平面内阻止一切制导指令，使之在规定高度上飞行，直到所测得的视线角速度超过给定值为止。当简单比例导引用于短程的空对空的情况时，其缺点就表现得最明显。拦截时间也许很短，目标也许交叉飞行，而引起较大的航向误差，导弹也许在加速而目标可能进行一个大的躲避机动。这类系统几乎总是使用推力矢量控制、理想

的估值器—控制器计算遭遇点并且一旦发射后,就尽可能快地(比方说,少于0.5秒)转动弹体,使弹体(以及推进装置)直接指向该点,见文献[8, 9, 10, 11, 12]。可惜考虑发射飞机的安全性,通常要求发射后约0.2秒内,导弹全部控制装置都锁定。在导弹低速时,弹体大的转动会引起低的诱导阻力和低的导弹侧向加速度。使用“框架角操纵”的某些系统已经设计出来了。如果目的是尽可能快的建立一个大的超前角,那么合乎逻辑的方法是对视角提要求而不是对导弹的侧向加速度提要求。在第一秒左右,采用抛物面天线角反馈,再加上对指令值加限制来保证框架锁定不会发生;通常的比例导航可用于拦截的其余部分。

然而,在上述多数参考文献中提出的最佳制导规律的近似式为

$$f_{ya} = \frac{K_1 U}{\cos \psi_{fo}} \dot{\theta} + K_2 \hat{f}_t + K_3 f_x$$

其中, K_1 近似取 3, 在估算遭遇前一秒钟左右下降到一个小的值, 它在极大程度上依赖于信噪比和导弹的动态特性。这就能有效地减少由于噪声引起的脱靶量。

$\hat{f}_t$ 是垂直于视线的目标估算的侧向加速度, 而 K_2 是继续飞行时间的函数。

$\hat{f}_x$ 是导弹纵向加速度, 而 K_3 是框架角和继续飞行时间的函数。

如果把所有的情况都凑在一起的话, 实现这样的规律就存在着难以克服的困难。待飞时间必须精确地估计出来; 估计过低的影响可能是灾难性的, 因为这样会使遭遇点附近的合理要求不能实现。另外, 实际上估计目标的加速度也是困难的。由于考虑到噪声, 对视线角速度进行微分的简单办法

也是不大可能的。但是在这个领域里,许多工作还正在进行,实际的最佳制导规律也许还是可能的。自动导引制导给予控制工程师很大的激励,不象在所有视线系统中那样,导弹的飞行路线并不限制要位于“波束”内,所以很巧妙地设计这样的弹道在理论上是有可能的。

参 考 文 献

- [1] CORNFORD E. C. and BAIN R. W. The kinematics of proportional navigation courses for a missile with a time lag. Royal Aircraft Establishment Tech Note № G. W. 85 October 1950.
- [2] BAIN R. W. and TREBBLE F. E. Proportional navigation for a missile with a quadratic time lag. Royal Aircraft Establishment Tech Note № G. W. 307 April 1954.
- [3] BAIN R. W. The analysis of linear homing navigation systems. Royal Aircraft Establishment Tech Note № G. W. 427 August 1956.
- [4] JENKINS D. P. Proportional navigation with a quadratic lag missile. Royal Radar Establishment Memorandum № 1250 October 1957.
- [5] JENKINS D. P. Proportional navigation against a weaving target. Royal Radar Establishment Memorandum № 1572 May 1959.
- [6] HEAP E. Methodology of research into command-line-of-sight and homing guidance. AGARD Lecture Series № 52 on Guidance and control of tactical missiles. May 1972.
- [7] NICHOLLS C. A determination of the homing accuracy of a fifth order missile system using the adjoint method. British Aircraft Corporation report ST 7611 November 1973.
- [8] FOX J. E. Performance assessment of homing guidance laws. British Aircraft Corporation report no ST 17076 August 1977.
- [9] FOX J. E. Optimum guidance for accelerating missiles. British Aerospace report ST 19801 October 1979.
- [10] GONZALEZ J. New methods in the terminal guidance and co-

ntrol of tactical missiles. AGARD lecture series no 101. Guidance and control for tactical guided weapons with emphasis on simulation and testing. June 1979.

- [11] HOFFMANN W. and JOOS D. Missile guidance techniques. AGARD lecture series no 101.
- [12] COLEMAN R. The estimation of the target manoeuvre in a fighter-interceptor/aircraft target engagement. British Aerospace report no ST 20379 May 1978.

第十章 维纳滤波理论在制导 回路设计中的应用

§ 10.1 引 言

到目前为止,几乎所有的导弹控制系统和制导系统都是采用“经典”控制理论设计的。而经典理论中的主要内容,从马克思威尔在1868年所作的关于调节器的工作起,一直持续到1930年美国的贝尔电话实验室所作的贡献,特别是奈奎斯特和波德的工作,使搞理论的和搞实际工作的人结合得非常成功。在第二次世界大战期间,由于对雷达和大炮高精度定位的要求,使得这些经典的技术为很多领域的工程师和科学家们所应用。到战争结束时,这些技术已经发展到这样的地步,即如果不完全改变控制系统的设计方法,就不可能有更多重大的进展了。

正是这些经典方法受到人们的充分评价,目前还在很成功地继续为控制工程师所应用,而且各种迹象表明,在今后的很多年中,它们仍将是每个控制工程师的一套基本工具。

采用经典方法来设计控制系统的主要特点是在于专门研究每一种因素的影响,例如,稳定性、噪声或非线性通常都是分别和依次地考虑的,并且反复地设计直至达到合适的折衷方案为止。现在来考虑一个导弹制导回路的设计。尽管目的是要使遭遇点的脱靶量为最小,但这在设计过程中是很少明确地说明的。为了满足稳态精度的要求,我们不是去选择一种特殊的制导回路结构,而是要确定一个足够大的回路放

大系数。然后采用补偿网络使回路满足稳定性的要求，直到在奈奎斯特图（或与它等效的其它方法）中表明振幅和相位裕度已经达到了允许值时为止。然后研究噪声对系统性能的影响，通过计算或模拟的方法，如果发现它引起了不允许的脱靶量或在某个元件中可能出现饱和时，就必须引进滤波器或减小回路放大系数。因为这又可能会引起脱靶量的增大，因此必须重新在此范围内进行调整。最后，可能的结果是在噪声性能、稳定性和稳态精度之间达成一种折衷方案。其它的影响同样必须考虑，例如，如果将大信号加到系统，就很可能使用线性系统近似不成立，那末这些影响也就必须进行研究，这可以通过某种方法，如描述函数法或模拟法来研究。这样一种途径已经使用了三十多年，而且用得很成功，这就把经典控制理论置于一个强有力的地位，所以要用其它的方法来代替经典理论的想法是不明显的。但是，在我们以前所用的“允许的增益和相位裕度”、“噪声性能和稳定性之间的折衷方案”的表示中，我们能发现提出这种要求的线索：什么是最好的允许振幅和相位裕度呢？什么是最好的折衷方案呢？甚至就在系统已经设计完了而似乎无法再调整参数来使系统更好时，我们能否确信最好的系统已确实得到了呢？而在这种情况下，脱靶量是否已达到最小了呢？

在某些领域中最佳系统和次最佳系统之间百分之几的差别是无关紧要的。但是，对于导弹来说，脱靶量有这样一点的减小就可以使武器系统的杀伤力有很大的提高。

和经典控制理论相反，“现代”控制理论明显地和某一个或某几个参数的最佳化有关，例如使脱靶量为最小，它得出这样的结果并没有经过使用经典方法时所必需的特定的过程。当然，这种要求得到（或至少规定）最佳值的想法，象

三十多年前一样，今天仍然是工程师们非常关心的事。现代控制理论的确是起源于第二次世界大战期间，并与维纳滤波器一起发展的。尽管它实际应用导弹领域内还有些限制，但这里提出维纳滤波器不仅是因为它在历史上的重要性，而且是因为它引进了许多现代控制的思想，以及为了解状态估值和最佳控制的现代概念提供了很好的准备。

§ 10.2 维纳滤波器

在1940年，工程师们所面临的一个基本问题是怎样设计一部雷达，使它在有噪声的情况下(例如闪烁或热噪声)能以最小可能的误差跟踪目标。这里首先要确定什么是最小可能的误差。有一种解释是取下式的最小可能值：

$$\int_0^T e \, dt$$

式中， e 是在跟踪的时间间隔 $0 < t < T$ 内的瞬时误差。

但是这并不是一个令人满意的尺度，当 e 既有正偏差又有负偏差时，即使 e 具有很大的均方根值，此积分值仍然可能很小。这个问题可以用积分误差的绝对值来解决，但实际上这时所选的“性能指标”(PI)是：

$$\int_0^T e^2 dt$$

已经证明，这种指标着重权衡大的误差，而对小的误差考虑较少，而这样选择的主要原因是这种性能指标在数学上便于处理，所以至今还是很流行的。

下一个问题是要设法确定目标和噪声可能的特性。显然，若目标运动或噪声是一个完全确定的时间函数，那末就不存在什么问题了。但是，它们通常是时间的随机函数，如图

10.2-1所示。

这两个特性显然都是随机的，而且每一个都有能够使它区别于另一个的特性。很明显，目标运动信号的大部分功率集中在较低频率处（比如说，一架飞机由于其惯性很大而不可能很快地从一个位置运动到另一个位置）。我们同样能够看到，由于这个原因，在某一时间 t_1 时的 θ_T 值在一定程度上是和 t_2 时刻的 θ_T 值相关的。随着 $\tau = (t_2 - t_1)$ 的增大，此相关性就变小了，但它还是存在的。另一方面假设噪声 θ_N 具有均匀地分布在很宽频带上的功率谱，这时在 t_1 时的 θ_N 值和 t_2 时的 θ_N 值之间的相关性就非常小了。仅当 τ 变得非常小时，才显出一些相关性。

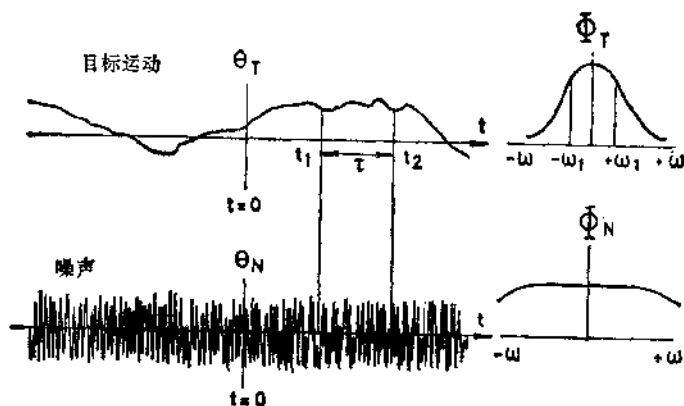


图10.2-1 目标运动和噪声的特性

现在假定这两个信号 θ_T 和 θ_N 是平稳的，意味着它们的统计特性是不随时间而变的，那么设计维纳滤波器所需要的全局信息就是信号和噪声的功率谱（表示在图10.2-1的右面）或等效的自相关函数。应该注意到对应于负频率的那部分功

率谱恰好和对应于正频率的那部分频谱一样。若用旋转矢量的水平投影来产生正弦波,正频率就是用反时针旋转来产生,而负频率是用顺时针旋转来产生。这样频率分量 ω_1 的总功率认为是 $+\omega_1$ 和 $-\omega_1$ 的功率和。

在原始的滤波器概念中,维纳使用了 θ_T 和 θ_N 的自相关函数,并且也考虑了 θ_T 和 θ_N 之间的互相关性(如果有的话),例如 θ_N 可能是由于目标运动所引起的闪烁噪声。然而这种方法需要十分冗长的数学处理,它虽然是非常普通的,但也往往会掩盖了滤波器的物理作用。我们假设 θ_T 和 θ_N 之间是互不相关的,并且只用这两个信号的功率谱来表示,按照文献〔1〕那样给出了维纳滤波器的简化推导。由于我们主要是关心导弹系统的设计,所以假设滤波器所要求的输出是 θ_M ,这是我们想要导引导弹的角位置(图10.2-2)。

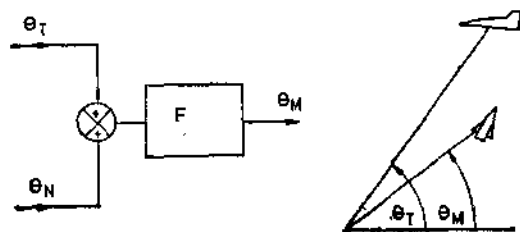


图10.2-2 滤波器 F

滤波器的输入是 $\theta_T + \theta_N$,而且假设通过事先的试验和测试,我们已经得到了目标运动和噪声的功率谱 ϕ_T 和 ϕ_N 。如果进一步假设我们研究的是视线指令系统或波束导引系统,那么我们的目的就是要寻找一个滤波器 F ,它表示将 θ_M 同输入 $\theta_T + \theta_N$ 联系起来的整个闭环系统,并使下面的性能指标值达到最小:

$$\int_0^T (\theta_M - \theta_T)^2 dt$$

式中 T 是飞行时间。这就是说, 我们希望在整个飞行时间内导弹对目标瞄准线具有最小平方误差。从对功率谱 ϕ_T 和 ϕ_N 的分析中就很清楚, 必定能得到某种形式的低通滤波器以满足我们的要求。我们的目的将是集中于使性能指标的最小化上, 并依靠从数学上来得到最好的滤波器, 而不是对不同频带的各种低通滤波器作试验来得到。这就是现代方法的精髓。

§ 10.3 维纳滤波器的推导

为了利用已经给出的信息, 即 θ_T 和 θ_N 的功率谱, 必须把性能指标变成能在频率域内表示信号和噪声的形式。为此, 我们必须考虑下面这种形式的性能指标:

$$\bar{e}^2 = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T (\theta_M - \theta_T)^2 dt$$

也就是我们必须考虑所有时间内的 θ_M 和 θ_T 值, 包括过去的和将来的。只有这样, 我们才能使用功率谱信息, 而它不能用来表示象图 10.3-1 所示的那种明显地为非平稳的信号。在间隔 $-T < t < T$ 之外, 它为零或至少是没有定义的。为了



图 10.3-1 非平稳信号

有所进展, 需要假设在整个时间内 θ_M 和 θ_T 都是已知的, 这假设显然牵涉到关于所推导出任何滤波器的实际可实现性问

题, 这一点以后我们还将继续讨论。

现在我们作最后一个假设, 认为 F 是线性的, 那么性能指标的另一种形式可以写成:

$$\bar{\varepsilon}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} \{ |F|^2 \phi_N + |1 - F|^2 \phi_T \} d\omega$$

为简短起见, 式中自变量 ω 已被省略。

被积函数的第一项表示噪声对误差功率谱的影响。由于 F 通常并不等于 1, 因此即使没有噪声存在, θ_M 也不能精确地跟踪 θ_T , 被积函数的第二项就表示 F 不等于 1 对误差功率谱的影响。设 $F = A e^{j\phi}$, A 和 ϕ 是滤波器的增益和相移, 它们都是频率的函数。因此

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \{ |A e^{j\phi}|^2 \phi_N + |1 - A e^{j\phi}|^2 \phi_T \} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \{ (A^2 \cos^2 \phi + A^2 \sin^2 \phi) \phi_N + ((1 - A \cos \phi)^2 \\ &\quad + A^2 \sin^2 \phi) \phi_T \} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \{ A^2 \phi_N + A^2 \phi_T - 2 A \phi_T \cos \phi + \phi_T \} d\omega \end{aligned}$$

若 $\cos \phi$ 是最大值, 即 $\phi = 0$, 则上式将达最小。被积函数中加上和减去 $\phi_T^2 / (\phi_N + \phi_T)$ 我们得到:

$$\begin{aligned} \bar{\varepsilon}^2 &= \int_{-\infty}^{+\infty} \{ A^2 [\phi_N + \phi_T] - 2 A \phi_T + \phi_T^2 / (\phi_N + \phi_T) \\ &\quad + \phi_T - \phi_T^2 / (\phi_N + \phi_T) \} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \{ [A \sqrt{\phi_N + \phi_T} - \phi_T / (\sqrt{\phi_N + \phi_T})]^2 \\ &\quad + \phi_T \phi_N / (\phi_N + \phi_T) \} d\omega \end{aligned}$$

若 $A \sqrt{\phi_N + \phi_T} - \phi_T / (\sqrt{\phi_N + \phi_T}) = 0$

则上式将最小。那末:

$$F = A e^{j\phi} = \phi_T / (\phi_N + \phi_T) \quad (10.3-1)$$

是使所选的性能指标达到最小的最佳滤波器。遗憾的是，所推导的这个结果并没有考虑到物理上的可实现性，因为在推导中假设整个时间 ($-\infty < t < +\infty$) 内的 θ_r 和 θ_N 都是已知的。

只要想起方程 (10.3-1) 的福里哀反变换就是所要求的滤波器在时域内的脉冲响应，就可以更清楚地看出这个含义了。这个脉冲响应将既有正的又有负的部分 (图10.3-2)，而负的部分是不能利用的，除非事先已知今后打算加到滤波器的输入值，因为只有这样，来自它的脉冲响应的负值部分的影响现在才能够计算出来。

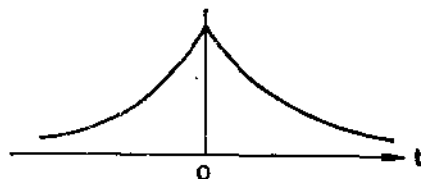


图10.3-2 不可实现滤波器的脉冲响应

于是只有当 $\theta_r + \theta_N$ 的全部时间过程的信息都可利用时，才能实际上实现方程 (10.3-1) 所给出的最佳滤波器。这就意味着只有等到拦截结束时，才能决定怎样去控制导弹在发射时的角度 θ_M 。

图10.3-3可以说明这一点，图中画出了输入信号 $\theta_r + \theta_N$ 的两个脉冲分量 (A 和 B) 和它们各自的脉冲响应。这样在某一任意时间 $t = 0$ 时滤波器的输出 θ_M 中不仅有 A 引起的脉冲响应的正的部分，而且还有 B 引起的脉冲响应的负的部分。但遗憾的是我们想要推算现在的 ($t = 0$) θ_M ，就必须放弃由于 B 引起的负的部分的影响，当然除非我们能等待 α 秒，

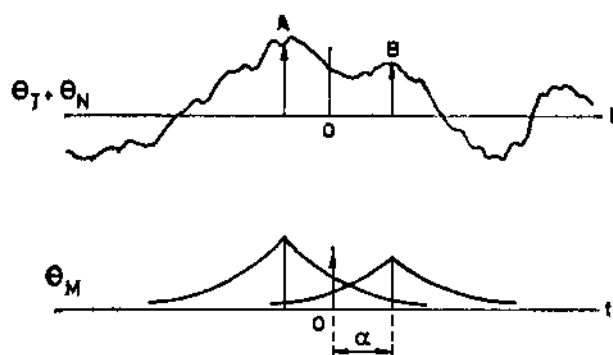


图10.3-3 滤波器的输入 A 和 B 引起的脉冲响应

而这在实际的应用中通常是不可能的。这也就是说，我们所需要的视线角 θ_M 是 α 秒之前的 θ_T 值。

看来要摆脱这个困难的方法应该仅仅考虑脉冲响应的正的部分。由于它并不依赖于将要发生的 $\theta_T + \theta_N$ 的值。无疑，这应该是物理上可实现的。但是它不能使 $\bar{e}^2$ 达最小值。

维纳滤波器设计的关键在于认识到虽然不能精确地知道脉冲 B 的值（无法等待 α 秒），但因为信号 $\theta_T + \theta_N$ 和 α 秒时的信号具有某种相关性，因此应该可以推演出由 α 秒以后的 B 所引起的脉冲响应的负的部分对现在最大可能的影响。维纳的成就就是给出了怎样解决这个问题方法。下面按照波德—申南的推导，我们将首先从方程(10.3-1)所给出的最佳的、但物理上不可实现的滤波器出发，并注意到方程(10.3-1)的分母可以分解成两个部分：一部分是 $(\phi_N + \phi_T)^+$ ，它具有位于上半平面内的所有极点和零点；另一部分是 $(\phi_N + \phi_T)^-$ ，它具有位于下半平面内的所有极点和零点。这样我们可以认为滤波器 F 可以分解成两个相串联的部分： F_1 和 F_2 (图10.3-4)。

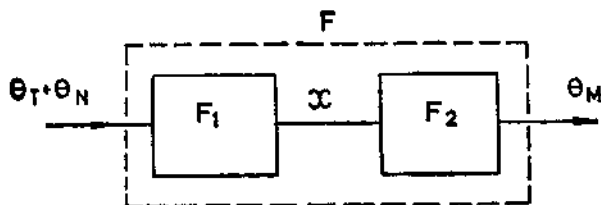


图10.3-4 由两部分相串联所表示的滤波器

若我们使 $F_1 = 1/(\phi_N + \phi_T)^+$, 则 F_1 的输出 x 的功率谱将是:

$$\phi_x = |F_1|^2 (\phi_N + \phi_T) = 1$$

若我们现在并不考虑物理上的可实现性, 我们应当使:

$$F_2 = \phi_T / (\phi_N + \phi_T)^+$$

以使 $F = F_1 \cdot F_2$ 等于所给出的方程 (10.3-1)。但是由于现在 F_2 的输入是白噪声 ($\phi_x = \text{常数}$), 因此从一个瞬间到下一个瞬间的 F_2 输入是互不相关的, 即将来任何时刻的 x 值和现在时刻的 x 值是互不相关的。由于将来的 x 值对现在 θ_M 的影响正与负出现的机会相同, 这些将来值的影响总和的最佳估值是零, 因此我们可以不考虑 F_2 反变换的负的部分。所以方程 (10.3-1) 物理上可实现的形式是:

$$F_{pr} = (1/(\phi_N + \phi_T)^+) \cdot [\phi_T/(\phi_N + \phi_T)^+]_+ \quad (10.3-2)$$

式中 $[\]_+$ 仅仅表示只考虑 F_2 在上半平面具有极点的那部分 (因此在 $t < 0$ 时反变换等于零)。

例10.3-1

求物理上可实现的滤波器, 使 $(\theta_M - \theta_T)^2$ 最小, 其中 θ_T 已受到噪声 θ_N 的污染, 而 θ_T 和 θ_N 各自的功率谱是 $\phi_T = 3/(1 + \tau^2 \omega^2)$ 和 $\phi_N = 1$ 。

$$\begin{aligned} \phi_N + \phi_T &= 1 + 3/(1 + \tau^2 \omega^2) = (4 + \tau^2 \omega^2)/(1 + \tau^2 \omega^2) \\ &= (2 - \tau j \omega)(2 + \tau j \omega)/(1 - \tau j \omega)(1 + \tau j \omega) \end{aligned}$$

$$(\phi_N + \phi_T)^+ = (2 + \tau j\omega) / (1 + \tau j\omega) \text{ 和}$$

$$(\phi_N + \phi_T)^- = (2 - \tau j\omega) / (1 - \tau j\omega)$$

$$F_1 = 1 / (\phi_N + \phi_T)^+ = (1 + \tau j\omega) / (2 + \tau j\omega)$$

$$\begin{aligned} F_2 &= [\phi_T / (\phi_N + \phi_T)^-]_+ = [3 / (1 + \tau j\omega)(2 - \tau j\omega)]_+ \\ &= [1 / (1 + \tau j\omega) + 1 / (2 - \tau j\omega)]_+ \\ &= 1 / (1 + \tau j\omega) \end{aligned}$$

因此物理上可实现的滤波器是

$$F_{pr} = F_1 \cdot F_2 = 1 / (2 + \tau j\omega)$$

或把 $j\omega$ 写成 S 时为:

$$F_{pr} = 1 / (2 + \tau s) \quad (10.3-3)$$

令人感兴趣的是, 注意到若已取由方程 (10.3-1) 给出的 F 的反变换的正的部分, 我们就有

$$\begin{aligned} [F]_+ &= [\phi_T / (\phi_N + \phi_T)]_+ = [3 / (4 + \tau^2 \omega^2)]_+ \\ &= (3/4) / (2 + \tau j\omega) \end{aligned}$$

或 $[F]_+ = (3/4) / (2 + \tau s)$

这样 $[F]_+$ 和物理上可实现的最佳值并不一样。 F_{pr} 和 $[F]_+$ 相比所增大的放大系数 $(1:3/4)$ 在物理意义上可这样解释: 考虑实际上最可能的附加影响, 是将来的 $\theta_T + \theta_N$ 值的脉冲响应的负的部分使 θ_M 为现在 M 的值。

§ 10.4 有约束的维纳滤波器

为了突出维纳滤波器的主要特点, 已尽可能地简化了设计问题。具体地说, 性能指标也可能并不是一个实际的指标, 这是由于我们选择了均方误差最小, 而并没考虑在实际中可以加到系统上的任何约束。例如, 为了达到这个最小值, 同时可能需要确保侧向加速度不超过某一允许值。

在系统对某一变量 θ (速度、加速度等) 任何附加的

限制都可以被考虑到性能指标中去。假设性能指标采用这样的形式:

$$PI = \int_0^T \{(\theta_M - \theta_T)^2 + \lambda \theta^2\} dt$$

虽然这仅提供了对 θ 的并不很严重的限制, 但如果合理地选择权重因子 λ , 将能保证 θ 只是在与 T 相比较短的时间内才超过规定的范围。而且, 信号的功率谱的表示法只对充分长的飞行时间 T 才有效, 这是维纳滤波器所有应用的一个必要条件。

我们假设用传导函数 $1/H$ (图 10.4-1) 把 θ 和 θ_M 联系起来。于是, 所需要的最佳滤波器 F 就被分成两个部分, 第一部分的输出 θ 是我们希望受约束的变量。下面按照与无约束维纳滤波器同样的处理方法, 并注意到性能指标 PI 能够表示成等效的频域形式, 总的平均误差功率由下式给出:

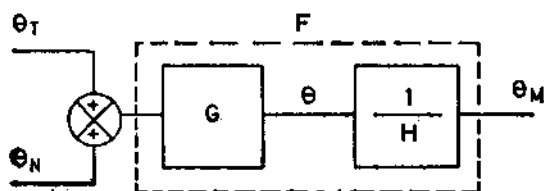


图10.4-1 有约束的变量 θ

$$\begin{aligned} \langle \bar{\epsilon}^2 \rangle = & \int_{-\infty}^{+\infty} \{ |G/H|^2 \phi_N + |1 - G/H|^2 \phi_T \\ & + \lambda |G|^2 (\phi_N + \phi_T) \} d\omega \end{aligned}$$

同前面的方法一样, 展开并配成完全平形式, 就可以证明

$$F = G/H = \phi_T / (1 + \lambda |H|^2) (\phi_N + \phi_T)$$

而物理上可实现的最佳值为:

$$F_{pr} = \{1/(1 + \lambda |H|^2)^*(\phi_N + \phi_T)^*\} \\ \cdot \{(\phi_T/(1 + \lambda |H|^2))^*(\phi_N + \phi_T)^*\}_+$$

例10.4-1

采用和无约束的维纳滤波器同样的数据, 但现在假设是按照使性能指标 PI

$$\int_0^T \{(\theta_M - \theta_T)^2 + \lambda \dot{\theta}_M^2\} dt$$

达最小而将 $\dot{\theta}_M$ 限制在某一范围内。

因此

$$H = S$$

和 $1 + \lambda |H|^2 = 1 + \lambda (j\omega)(-j\omega)$

$$= (1 - \sqrt{\lambda} j\omega)(1 + \sqrt{\lambda} j\omega)$$

$$(1 + \lambda |H|^2)^* = (1 + \sqrt{\lambda} j\omega),$$

$$(1 + \lambda |H|^2)^* = (1 - \sqrt{\lambda} j\omega)$$

$$F_{pr} = \{(1 + \tau j\omega)/(1 + \sqrt{\lambda} j\omega)(2 + \tau j\omega)\}$$

$$\cdot \{3/(1 + \tau j\omega)(1 - \sqrt{\lambda} j\omega)(2 - \tau j\omega)\}_+$$

$$= \{(1 + \tau j\omega)/(1 + \sqrt{\lambda} j\omega)(2 + \tau j\omega)\}$$

$$\cdot \{A/(1 + \tau j\omega) + \dots\}_+$$

式中 $A = 3/(1 - \sqrt{\lambda}(-1/\tau)) \cdot (2 - \tau(-1/\tau))$

$$= \tau/(\tau + \sqrt{\lambda})$$

把 $j\omega$ 写成 S :

$$F_p = (\tau / (\tau + \sqrt{\lambda})) / (1 + \sqrt{\lambda} s)(2 + \tau s) \quad (10.4-1)$$

可以看出这和无约束维纳滤波器 (10.3-3) 的差别是附加了一个因子

$$[\tau / (\tau + \sqrt{\lambda})] / (1 + \sqrt{\lambda} s)$$

虽然现在我们可以注意到, 这个结果是由于我们希望约束控制变量而产生的 (若我们考虑控制 $\hat{\theta}_M$ 就可以控制 导弹的运动), 但它的意义在下一章中将变得更明显, 而因子 $1/(2 + \tau s)$ 是和输入量 $\theta_T + \theta_N$ 的滤波有关的。

虽然所选的例子是对应于一种实际导弹系统, 例如速度控制的反坦克导弹, 而任何全自动的视线指令系统很有可能采用加速度控制 ($H = S^2$)。此外, 目标运动和噪声信号的频谱, 即使假设它们是平稳的随机信号, 也远比所举的这个例子要复杂得多。文献〔2〕明确给出了维纳滤波器的理论应用于导弹控制系统的论述, 而他们最近的工作已扩展到考虑有色噪声 (频带有限) 的情况〔4〕。

虽然这些更加实际的维纳滤波器公式的推导方法, 在原理上和我们在简单例子中所采用的没有什么差别, 但是滤波器的复杂性却迅速地变得难以克服了。而且所得到的滤波器表示整个闭环系统的响应。制导回路滤波器本身也必须从这里引出, 因而最终的结果是一个控制工程师感到难以说明的, 也是很难修正的滤波器 (如有必要进行修正的话)。

现代控制理论的最近发展使得在维纳滤波器中互相混杂而又难于分开的滤波 (或估值) 和控制作用能分开进行研究。这就意味着虽然目的还是使性能指标 PI 达最小, 但工程师现在能够在最后设计中用参数来区别各种功能。

参 考 文 献

- 〔1〕 BODE H. W. and C. E. SHANNON A simplified derivation of linear least square smoothing and prediction theory. Proc IRE. April 1950.
- 〔2〕 BURT E. G. C. and R. W. BAIN On the statistical optimisation of guided weapon systems. HMSO 1966.
- 〔3〕 RICHARDS L. J. and PAMELA THORN Optimum Wiener filters for line-of-sight guided weapon systems. RAE Tech Report 72116. 1972.

第十一章 现代控制理论在制导回路设计中的应用

§ 11.1 现代控制理论引言

在前一章中我们曾看到，用现代控制理论的方法来设计控制系统的实质在于集中力量使性能指标（PI）达到最小。然而，虽然维纳滤波器的目的也是使性能指标（PI）达到最小，但是它还不真正代表是近二十年来已经得到发展的现代技术。

现代控制理论的特点在于信号是在时域内表示和处理的，而经典控制理论实质上是在频域内进行分析的。在经典理论中信号依赖于用其各个频率分量来描述系统，这就意味着所考虑的系统必须限制为线性的，并且参数是不随时间而变的，这样就能应用叠加原理，虽然这点并没有明说。留在时域内我们就不受这些限制了，但当系统设计依赖于描述系统的微分方程的显式解时，我们似乎退到了波德和奈奎斯特以前控制理论的状态。事实上是因为我们现在能够使用数字计算机来求解方程的数值解，而这个条件在1950年以前是不太容易得到的。确实，可以说最近几年来控制理论的巨大发展是和数字计算机的广泛应用分不开的。

现代控制理论的另一个重要概念是系统状态的思想。现在考虑一个被简化了的系统：例如有一个被看成质点的导弹（图11.1-1）。

假设施加一个由于舵的运动而引起的侧向控制力 u 。那

么描述导弹运动的微分方程就是

$$u = m\ddot{x} \quad (11.1-1)$$

式中 m 是导弹的质量。若每一时刻的位置 (x) 和速度 ($\dot{x}$) 都已知, 那么这个二阶系统的“状态”就完全被确定了。相应的变量 x 和 $\dot{x}$ 就称之为系统的状态变量。

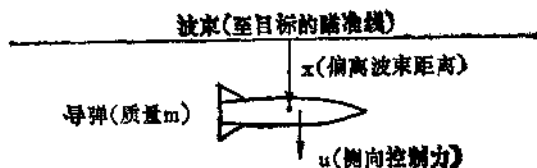


图11.1-1 一个被简化了的导弹系统

因此具有变量 x 、 $\dot{x}$ 的二维矢量就确定了系统的状态, 而且称为系统状态矢量, 并写成

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \end{bmatrix}$$

注意矢量这个词的用法。我们确实认为它是二维“状态空间”中的一个点, 并且可以把时间 t_1 的状态想象成以原点或系统的平衡状态 ($x = 0$, $\dot{x} = 0$, 见图11.1-2) 为起点的矢量的顶端。

对于三阶系统就需要三维状态空间, 而对 n 阶系统就需要 n 维状态空间。

要紧的是不要被数学的术语所吓倒。当我们说到一个四维状态空间时, 所指的仅是四阶系统的四个状态能够取到的所有可能的数组, 这些状态均表示像位置和速度那样的实际物理量。

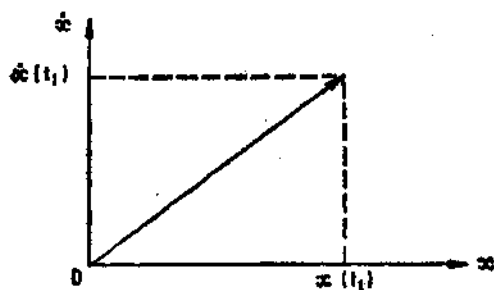


图11.1-2 二维状态空间中的状态矢量

现在我们用状态变量来重新改写方程 (11.1-1)

$$\begin{aligned} \text{设} \quad & x = x_1 \quad \text{和} \quad \dot{x} = x_2 \\ \text{则} \quad & \dot{x} = \dot{x}_1 = x_2 \end{aligned} \quad (11.1-2)$$

$$\text{和} \quad \ddot{x} = \dot{x}_2 = u/m \quad (11.1-3)$$

也就是我们把一个二阶微分方程分解成二个一阶微分方程。这样的形式适合于用计算机进行数值解。考虑系统的所有状态 x_1 和 x_2 ，而不是通常在经典方法中所采用的只考虑一个输出量 x_1 ，所以这样做的另一个理由与即将简要论述的最佳控制的实现问题有关。

用另一种方法把方程 (11.1-2) 和 (11.1-3) 换写成矢量——矩阵的形式。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1/m \end{bmatrix} u$$

当研究高阶系统时，这种表示法就显得很紧凑和有用，虽然应注意到它仅适用于线性系统，也就是 $\dot{x}_1$ 和 $\dot{x}_2$ 是由 x_1 和 x_2 的线性组合而成的，而并没有 $x_1 x_2$ 和 x_1^2 的项。尽管如此，大家还应该了解到非线性的一阶微分方程组虽然不能表示成紧凑

的矢量-矩阵形式, 但同样能和线性方程组一样方便地用电子计算机来处理。

把二阶系统的例子加以推广, 任意 n 阶线性系统都能够用下列矢量-矩阵方程的形式来表示:

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \quad (11.1-4)$$

一般来说, 式中 A 和 B 可以是变参数的, $\underline{u}$ 可以表示多个输入量或控制量, 而 $\underline{x}$ 的 n 个分量中的任意一个可以认为是系统的输出。

这就突出了经典的和现代的控制理论之间的另一个本质的差别。利用了状态空间法很自然地适应于多维输入或输出, 而经典理论却只适用于单输入和单输出的情况。

§ 11.2 确定型最佳控制

我们的主要目的是应用现代控制理论去解决在例10.4-I中采用维纳滤波技术已成功地解决了的问题, 也就是使下面的性能指标达最小:

$$\int_0^T \{(\theta_M - \theta_r)^2 + \lambda \dot{\theta}_M^2\} dt$$

式中 θ_r 是随机函数, 它的测量结果中混有噪声 θ_N 。但是为了引进最佳控制的概念, 我们将首先假设 θ_r 是固定的, 且不存在噪声。这就是确定型调节器问题。为了方便起见, 把“参考点” θ_r 取为零。

因而我们就有由下式确定的一个状态的系统(图11.2-1)

$$\dot{\theta}_M = u \quad (11.2-1)$$

我们的目的是要使下面的性能指标达最小,

$$J = \int_{t_0}^T \{\theta_M^2 + \lambda u^2\} dt \quad (11.2-2)$$

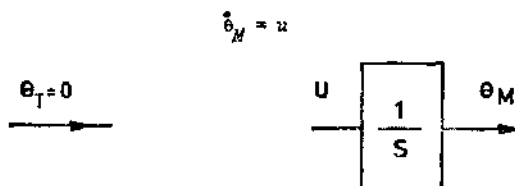


图11.2-1 一个状态的调节器系统

这里为使以后的方程中符号更清楚些，已把积分下限改为 t_0 。然而为了求出更一般最佳控制问题的解答，我们将首先考虑这样形式的性能指标：

$$J = P(T)\theta_M^2(T) + \int_{t_0}^T \{\theta_M^2 + \lambda u^2\} dt \quad (11.2-3)$$

附加项 $P(T)\theta_M^2(T)$ 是强调在所规定的时刻 T 处使脱靶量达到最小，对于拦截时间 T 事先已知的情况（在视线指令系统中一般不是这种情况），它对性能指标的补充显然是合理的。然而按照文献〔1〕所给出的一种启发性的处理，对这种形式的性能指标提出了一种解决最佳控制问题的方法。特别是附加项 $P(T)\theta_M^2(T)$ ，使人联想起下面一种积分的终值：

$$\int_{t_0}^T \left\{ \frac{d}{dt} P(t)\theta_M^2(t) \right\} dt$$

因此考虑 $\frac{d}{dt} P\theta_M^2 = \dot{P}\theta_M^2 + 2P\theta_M\dot{\theta}_M = \dot{P}\theta_M^2 + 2P\theta_M u$

这里为了简洁起见，自变量 t 已被省略。因而

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^T \left\{ \frac{d}{dt} P\theta_M^2 \right\} dt &= \int_{t_0}^T \{\dot{P}\theta_M^2 + 2P\theta_M u\} dt \\ &= \int_{t_0}^T \{\dot{P}\theta_M^2 + 2P\theta_M u + \theta_M^2 + \lambda u^2\} dt - \int_{t_0}^T \{\theta_M^2 + \lambda u^2\} dt \\ &\quad (\text{先加上然后减去 } \theta_M^2 + \lambda u^2) \\ &= P(T)\theta_M^2(T) - P(t_0)\theta_M^2(t_0) \end{aligned} \quad (11.2-4)$$

因此

$$\begin{aligned}
 J &= P(T)\theta_M^2(T) + \int_{t_0}^T \{\dot{\theta}_M^2 + \lambda u^2\} dt \\
 &\quad (\text{重新写出方程 11.2-3}) \\
 &= P(t_0)\theta_M^2(t_0) + \int_{t_0}^T \{\dot{P}\theta_M^2 + 2P\dot{\theta}_M u + \dot{\theta}_M^2 + \lambda u^2\} dt \\
 &\quad (\text{由方程 11.2-4 得来})
 \end{aligned}$$

现在在我们原先的性能指标中, 即方程 (11.2-2) 中, 没有 $P(T)\theta_M^2(T)$ 这一项, 也就是 $P(T)=0$, 因此

$$\begin{aligned}
 J &= \int_{t_0}^T \{\dot{\theta}_M^2 + \lambda u^2\} dt = P(t_0)\theta_M^2(t_0) + \int_{t_0}^T \{\dot{P}\theta_M^2 + 2P\dot{\theta}_M u + \dot{\theta}_M^2 \\
 &\quad + \lambda u^2\} dt \quad (11.2-5)
 \end{aligned}$$

使方程 (11.2-5) 的两边对 u 取最小值, 得

$$J_{opt} = P(t_0)\theta_M^2(t_0) + \min_{\text{对 } u} \int_{t_0}^T \{\dot{P}\theta_M^2 + 2P\dot{\theta}_M u + \dot{\theta}_M^2 + \lambda u^2\} dt$$

而 $P(t_0)\theta_M^2(t_0)$ 只取决于初始时间 t_0 , 不受 u 的影响。

考虑被积函数 $\{\dot{P}\theta_M^2 + 2P\dot{\theta}_M u + \dot{\theta}_M^2 + \lambda u^2\}$, 可以将它写成完全平方的形式:

$$(K\theta_M + \sqrt{\lambda}u)^2 = (\dot{P} + 1)\theta_M^2 + 2P\dot{\theta}_M u + \lambda u^2$$

$$\text{只要} \quad K^2 = \dot{P} + 1 \quad (11.2-6)$$

$$\text{及} \quad 2K\sqrt{\lambda} = 2P \quad (11.2-7)$$

假若能满足方程 (11.2-6) 和 (11.2-7), 则被积函数总是非负的, 并且要得到积分项的最小可能值 (也就是零), 只需

$$u = u_{opt} = -\frac{1}{\sqrt{\lambda}}K\theta_M = -\frac{P}{\lambda}\theta_M \quad (11.2-8)$$

即 u_{opt} 是使被积函数在 $t_0 < t < T$ 内为零的控制量。因此, 只要 P 能够确定, u_{opt} 就能求出。在方程 (11.2-6) 和 (11.2-7)

中消去 K 而得到一个关于 P 的一阶微分方程, 即

$$\dot{P} = (P^2 - \lambda) / \lambda$$

式中

$$P(T) = 0$$

虽然这个特殊的非线性微分方程可用解析法解出, 而通常总是需要得到其数值解, 下面就是用此法来解的。从已知的边界条件 $P(T) = 0$ 出发, 用数字计算机对微分方程由后向前积分到 t_0 , P/λ 随时间的变化表示在图11.2-2中。这个图也说明了由方程(11.2-8)给出的最佳控制的基本反馈性质。

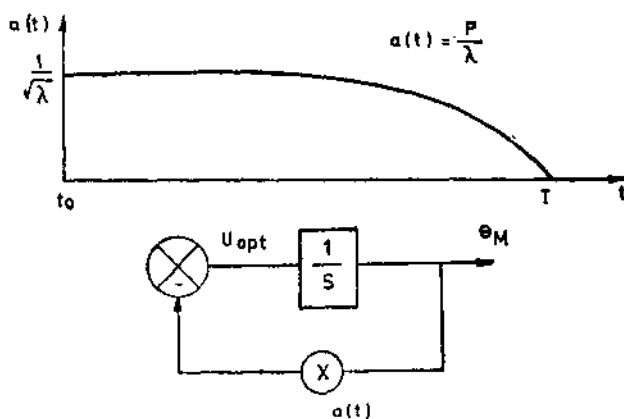


图11.2-2 随时间变化的最佳反馈增益

令人感兴趣的是, 观察到当 $(T - t) \rightarrow \infty$, $u_{opt} \rightarrow -(1/\sqrt{\lambda})\theta_M$ 。换句话说, 如果在拦截的时间 $t = T$ 之前有一个较长的飞行时间, 则反馈放大系数就能保持为常量 $1/\sqrt{\lambda}$ 。仅仅只在遭遇之前才需减小反馈放大系数。减小放大系数的意义在于, 不管选择怎么样的 u 值, 由于同系统积分有关的滞后(图11.2-2)在待飞时间很短的情况下,

使 θ_M 产生的变化是很小的, 而减小 u 至少可以减小它对性能指标的影响。

在遭遇之前减小反馈放大系数恰好是和控制系统目的相反的。这是由于我们在选择性能指标时, 并没有考虑使状态的终值 $\theta_M(T)$ 达到最小值所引起的, 而仅仅要求实现在 t_0 到 T 的时间范围内达到最小值。对于视线指令和波束制导的导弹来说, 这样的性能指标将是相当满意的。确实在大多数情况下, 对于终值时间 T 的先验知识多半是不可能被利用的。文献〔2〕已经研究了视线指令系统中在性能指标 PI 值中的终值加权和不加权的情况下时变和恒定($\dot{p}=0$)反馈放大系数的优缺点。在大多数情况下, 发现采用最佳和次最佳系统或固定放大系数系统之间在性能上的差别很小。尽管如此, 对于已知拦截时间 T , 并在性能指标包含对最终状态特殊加权的情况, 与根据经典理论所设计的系统相比, 最佳控制系统能够提供一个重要的、理论上的改进。但这并不意味着实际上这样的系统应该或一定能够实现。然而最佳控制理论使工程师对设计问题有更深刻的了解, 并常常建议采用放大系数变化的方案(可能是次最佳的), 这在以前是不明显的。这种例子将在§11.4中论述, 在那里考虑了自动导引导弹的最佳控制问题。

最后应该注意的是虽然这一节处理了一个特殊而简单的例子, 所要求最佳控制器的推导强调了三个主要的特点, 这些特点对于二次性能指标的线性多变量最佳控制问题是共同的, 它们是:

(a) 最佳控制是系统的所有状态的线性组合。用经典控制的说法, 这是一个反馈(有时是前馈)控制(参看 $u_{opr} = -(P/\lambda)\theta_M$)。

(b) 最佳化的性能指标只取决于初始状态。事实上，可以进一步一般化而说最佳化的性能指标为二次型（参看 $J_{opt} = P(t_0)\theta_M^2(t_0)$ ）。

(c) 最佳控制器的导出，要求解一个非线性微分方程（参看 $\dot{P} = (P^2 - \lambda)/\lambda$ ）。

对于具有二次型性能指标的一般线性多变量系统来说，最佳控制的导出可以在附录 A 中找到。推导是根据前面的例子在带有启发性的基础上作出的。

§ 11.3 随机最佳控制

现在我们考虑使下面的性能指标达到最小值的问题：

$$\int_{t_0}^T \{(\theta_M - \theta_T)^2 + \lambda \dot{\theta}_M^2\} dt$$

式中 θ_T 不再固定，而是一个具有功率谱为 Φ_T 而期望值为零的随机函数。由于我们力图在系统的未来特性受到某种不定因素的影响（此时随机输入量是 θ_T ）时构造一个使性能指标达最小的控制器，这就产生了一个随机控制问题。由于被积函数中的随机变量使性能指标本身受到不定因素的影响，这种类型的问题应通过取性能指标的期望值为最小来解决。好在只要系统中的不定因素能够用零均值的白噪声源来表示，如果需要可用适当的滤波器来“成形”，那么设计过程就和确定型的最佳控制一样，并且可以直接使用附录 A 中的结果。这样做的理由可以在最近的许多教科书中找到（例如文献〔3〕）。

再次假设 θ_T 是可以精确地测量的，也就是 $\theta_M = 0$ ，对于 θ_T 混有噪声的情况将在下一章中讨论。因此我们有两个状态的系统（见图 11.3-1）。图中 ω 表示每单位带宽功率为 q^2 的

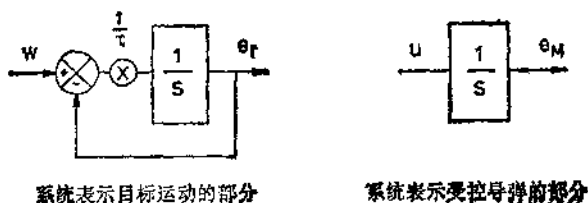


图11.3-1 二维随机系统

零均值白噪声，这样

$$\phi_T = q^2 / (1 + \omega^2 \tau^2)$$

设 $\theta_T = x_1$ 且 $\theta_M = x_2$

因此 $\dot{x}_1 = -(1/\tau)x_1 + (1/\tau)W$

$$\dot{x}_2 = u$$

这里把问题再叙述成矢量-矩阵的形式，要找一个使性能指标 (PI) 达到最小的控制 u 。

$$J = \int_0^T \left\{ [x_1 \ x_2] \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \lambda u^2 \right\} dt \quad (11.3-1)$$

〔参看附录 A 中的方程 (A2)〕

此时系统方程为

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau} \\ 0 \end{bmatrix} W \quad (11.3-2)$$

〔参看附录 A 中的方程 (A1)〕

现在只要 W 是零期望值的白噪声 (严格地服从高斯幅值分布)，则对于使 J 的期望值达最小来说，方程 (11.3-2) 的最后一项可以略去。附录 A 中介绍的方法就能直接应用。

此时

$$u_{opt} = -R^{-1}B^T P \underline{x}$$

式中

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix}$$

由下面的黎卡提方程的解给出:

$$-\dot{P} = Q + PA + A^T P - PBR^{-1}B^T P$$

由于 P 是对称的 ($p_{21} = p_{12}$), 这个矩阵方程确定了独立变量 p_{11} 、 p_{21} 和 p_{22} 的三个独立的联立微分方程组, 而 p_{11} 、 p_{21} 和 p_{22} 可根据方程 (11.3-1) 和 (11.3-2) 代换 Q 、 R 、 A 和 B 得到。这样就给出:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -\dot{p}_{11} & -\dot{p}_{21} \\ -\dot{p}_{21} & -\dot{p}_{22} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{p_{11}}{\tau} & 0 \\ -\frac{p_{21}}{\tau} & 0 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} -\frac{p_{11}}{\tau} & -\frac{p_{21}}{\tau} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} p_{21}^2 & p_{21}p_{22} \\ p_{21}p_{22} & p_{22}^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

因此

$$-\dot{p}_{11} = 1 - \frac{2p_{11}}{\tau} - \frac{p_{21}}{\lambda} \quad (11.3-3 a)$$

$$-\dot{p}_{21} = -1 - \frac{p_{21}}{\tau} - \frac{p_{21}p_{22}}{\lambda} \quad (11.3-3 b)$$

$$-\dot{p}_{22} = 1 - \frac{p_{22}^2}{\lambda} \quad (11.3-3 c)$$

因为在性能指标中对遭遇处 ($t = T$) 的状态值没有加权, 所以 $P(T) = 0$, 也就是方程组 (11.3-3) 必须满足边界条件

$p_{11}(T)=0$ 、 $p_{21}(T)=0$ 和 $p_{22}(T)=0$ 。因此方程组 (11.3-3) 可以根据已知的边界条件 (图 11.3-2) 向后积分, 求出其数值解。随着遭遇前飞行时间的加长而使 $\dot{p} \rightarrow 0$, 这并不是太令人意外的, 它意味着在飞行的大部分时间内控制增益是常数。

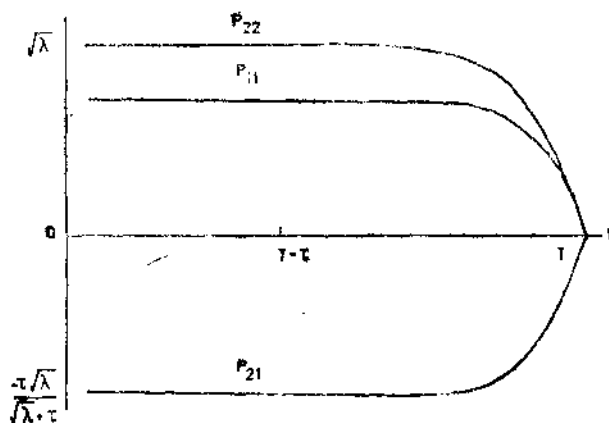


图 11.3-2 方程 (11.3-3) 的解

最佳的控制就由下式给出:

$$u_{opt} = -\frac{1}{\lambda} \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{21} & p_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$= -\frac{1}{\lambda} (p_{21}x_1 + p_{22}x_2)$$

如果只研究稳态情况, 那末就可以直接从方程组 (11.3-3 b) 和 (11.3-3 c) 中令 $\dot{p}_{21} = \dot{p}_{22} = 0$ 来求得 p_{21} 和 p_{22} 相应的恒定值, 而不需要积分所有的三个方程 (11.3-3)。于是

$$0 = -1 - \frac{p_{21}}{\tau} - \frac{p_{21}^2}{\tau}$$

$$0 = 1 - \frac{p_{22}^2}{\lambda}$$

从而

$$p_{22} = \sqrt{\lambda}$$

且

$$p_{21} = -\tau \sqrt{\lambda} / (\sqrt{\lambda} + \tau)$$

因此对于遭遇前一个较长的飞行时间内有

$$u_{opt} = [\tau / \sqrt{\lambda} (\sqrt{\lambda} + \tau)] x_1 - (1 / \sqrt{\lambda}) x_2$$

只要 $x_1(\theta_T)$ 和 $x_2(\theta_M)$ 可以测量或用其它方式确定, 这个控制就可以如图11.3-3所示的那样来实现。

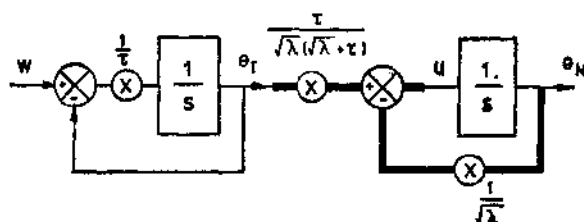


图11.3-3 二维随机系统的最佳控制器

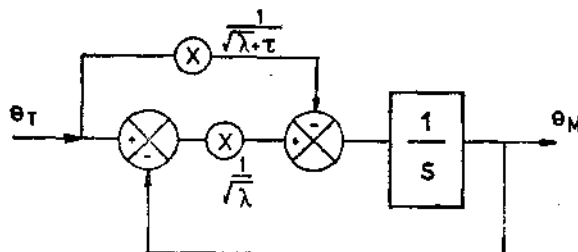


图11.3-4 最佳控制器的另一种表示法

重新变换这个最佳控制器 (图11.3-4) 就可以看出最终的设计是由一个闭环系统以及一个前馈支路一起构成的。

设 $\lambda \rightarrow 0$ (即对控制“功率”没有约束) 并且注意到从目标运动模型, 按平均来说 $\dot{\theta}_r = -\frac{1}{\tau}\theta_r$, 则就能看出前馈项是衡量 $\dot{\theta}_r$ 大小的有效尺度。换句话说, 和负反馈回路一起的“经典”前馈, 已经直接用数学表示出来了, 而带宽 ($1/\sqrt{\lambda}$) 是根据可用的控制功率来确定的。

有趣的是, 联系 θ_M 和 θ_r 之间的传导函数为:

$$\frac{\theta_M}{\theta_r}(S) = \frac{\frac{\tau}{\tau + \sqrt{\lambda}}}{1 + \sqrt{\lambda} S}$$

它和维纳滤波器解, 即式 (10.4-1) 的一部分相, 该式是与需要约束控制变量 ($u = \dot{\theta}_M$) 有关的。由于这一章中已经假设测量中没有噪声 ($\theta_N = 0$), 因此就不会再得到带有附加因子 $1/(2 + \tau s)$ 的完整维纳滤波器的解了。

虽然维纳滤波器和最佳控制的方法都能得到同样的完全解, 但是用后一种方法能更加深入地理解控制系统的基本结构, 对工程师来说, 这比求得控制器参数的值常常更为有用。另外, 对于更加实际的因而也更加复杂的问题来说, 最佳控制方程的解法通常也远比用维纳滤波器方法所要求的频谱因式分解要容易得多。事实上, 频谱因式分解问题已转换为求解非线性代数方程组的问题。对于高阶系统来说, 向后积分求解黎卡提方程直到获得稳态解为止 (见图 11.3-2), 通常是很容易的。

应当注意附录 A 中所论述的最佳控制设计方法只适用于具有特殊类型性能指标的线性系统。虽然许多实际问题可以有效地化成这种形式, 但处理非线性系统是很困难的。在这种情况下, 虽然很难产生一个显式的反馈控制系统, 可是通

过把系统表示成状态变量的形式，仍旧可以利用计算机以迭代方式来求控制问题的数值解。

在下一章开始考虑具有噪声 (θ_N) 情况下状态 θ_r 和 θ_M 的估值问题之前，我们将应用附录 A 的结果来设计一个自动导引系统。

§ 11.4 最佳控制在自动导引系统中的应用

这一节的目的，不仅是进一步给出一个应用最佳控制理论的例子，而且也提供一个设计第九章中所讨论过的自动导引系统的补充方法。

采用第九章的符号，将拦截情况重复表示在图 11.4-1

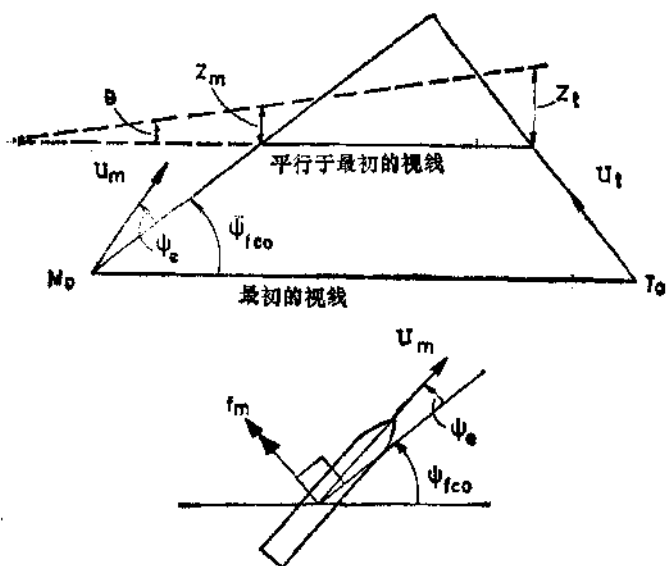


图11.4-1 拦截几何图形

中, 选择下面这个状态变量看来是合适的:

$$x_1 = Z_r - Z_m$$

由于 $Z_r - Z_m$ 是衡量脱靶量大小的尺度, 显然 它必须被包含在性能指标的某个地方。

由于我们是控制导弹的加速度, 这就需要有二个积分器, 也就是二个状态, 因此在我们表示导弹系统的动力学模型中, 还需要选择一个状态变量。若设目标的运动不是恒速的, 则为了确定目标的运动就需要更多的状态变量。文献〔4〕考虑了具有加速度运动的目标情况, 但是为了简单起见, 我们将假设 u_r 为常量, 其余的状态变量可方便地取为:

$$\begin{aligned} x_2 &= \dot{x}_1 \\ &= \dot{Z}_r - \dot{Z}_m \\ &= -\dot{Z}_m \quad (\text{由于 } u_r \text{ 是常量}) \\ \text{因此} \quad \dot{x}_2 &= -\ddot{Z}_m \\ &= -u \end{aligned}$$

假设自动驾驶仪是无滞后的, ψ_r 很小, 而且导弹的攻角可以完全忽略, 这里 u 是垂直于初始视线 ($M_0 T_0$) 的指令加速度。于是系统以矢量—矩阵的形式表示为:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} u \quad (11.4-1)$$

按照通常的步骤, 我们将规定一个性能指标 (PI), 然后求出使性能指标达到最小的控制量 u 。如果应用附录 A 中的结果, 此性能指标必须是二次型的。但是倘若性能指标满足由方程 (A2) 所给出的形式, 就没有理由在性能指标中不包含对所选状态终值的加权。到目前为止, 对所考虑的视线指令系统来说, 都忽略了性能指标中的这一附加项 (在方程

(A2) 中取 $P(T) = 0$), 但为了能和第九章的结果相比较, 我们将选择如下的性能指标:

$$J = x_1^2(T) + \lambda \int_0^T u^2 dt \quad (11.4-2)$$

第一项表示要求在遭遇时的脱靶量达最小, 而积分项表示要求在整个飞行中消耗的能量达最小——能量消耗是由于机动飞行而引起的诱导阻力的影响造成的。

把所选的性能指标〔方程 (11.4-2)〕与标准形式〔方程 (A2)〕相比较, 我们就有:

$$P(T) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R = \lambda$$

另外, 由方程 (11.4-1) 我们有:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

把 A 、 B 、 Q 和 R 代入黎卡提方程 (A10) 并且展开, 此问题就变成一个求解三个非线性微分方程的问题:

$$-\dot{p}_{11} = -\frac{p_{21}^2}{\lambda} \quad (11.4-3 a)$$

$$-\dot{p}_{21} = p_{11} - \frac{p_{21}p_{22}}{\lambda} \quad (11.4-3 b)$$

$$-\dot{p}_{22} = 2p_{21} - \frac{p_{22}^2}{\lambda} \quad (11.4-3 c)$$

假如边界条件为 $p_{11}(T) = 1$, $p_{21}(T) = 0$, $p_{22}(T) = 0$ 。这些方程可由时间 T 开始向后积分来求数值解。对于一个特殊的 λ 值, 解得的结果表示在图 11.4-2 中:

把这些结果作为例子和性能指标中不含有终值加权的图 11.3-2 的结果进行比较是有意义的。在目前的场合没有显著

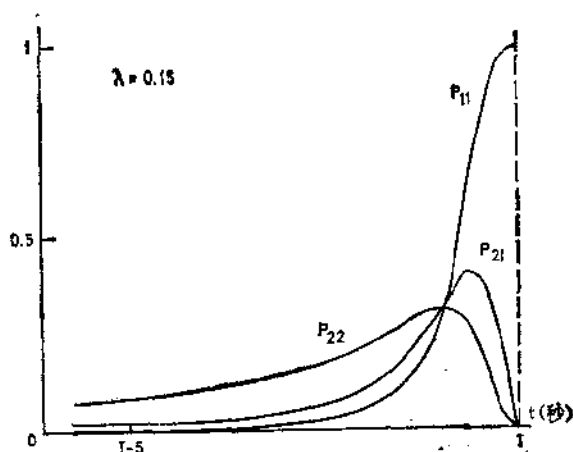


图11.4-2 方程 (11.4-3) 的解

的控制作用到弹上，而只有在导弹接近遭遇点时， p_{11} 、 p_{21} 和 p_{22} 具有迅速变化才能给以有效的控制作用，这一点是并不感到意外的。当然只有在遭遇时间 T 是已知时，才能使这些参数实现最佳的变化。如果自动导引系统采用脉冲雷达，那末求出 T 的估值是有可能的，但是由改变最佳放大系数所得的好处能否补偿由于改变放大系数和估计 T 所带来的复杂性，将是一个实际上必须考虑的重要问题。

虽然这类问题通常是不能得到解析解的，但是碰巧方程 (11.4-3) 的解析解是存在的，即

$$p_{11} = \frac{3\lambda}{3\lambda + (T-t)^3} = f(t)$$

$$p_{21} = (T-t)f(t)$$

$$p_{22} = (T-t)^2 f(t)$$

而这些可以很容易地用置换的方法来验证。现在由方程(9.3-2)可得

$$\theta \approx \frac{(Z_t - Z_m)}{U_r \tau} = \frac{x_1}{U_r (T - t)}$$

式中 u_r 是接近速度, τ 是由时刻 t 到达遭遇点的飞行时间。因此若 θ 很小, 作为精确的近似值有:

$$x_1 = U_r (T - t) \theta$$

和
$$x_2 = U_r ((T - t) \dot{\theta} - \theta)$$

或写成矢量-矩阵的形式:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = U_r \begin{bmatrix} (T - t) & 0 \\ -1 & T - t \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad (11.4-4)$$

因此给出的最佳控制为

$$\begin{aligned} u_{opt} &= -R^{-1} B^T P x \\ &= (T - t)^3 f(t) U_r \dot{\theta} / \lambda \end{aligned} \quad (11.4-5)$$

在第九章中已经说明在经典的比例导引系统中, 垂直于初始视线的加速度由下式给出:

$$\begin{aligned} u &= f_m \cos \psi_{eo} \\ &= \alpha U_r \dot{\theta} \end{aligned} \quad (11.4-6)$$

式中 α 是运动学增益。

比较方程 (11.4-5) 和 (11.4-6) 可以看出最佳控制也是比例导引。只是具有随时间变化的运动学增益

$$\alpha = (T - t)^3 f(t) / \lambda = \frac{3(T - t)^3}{3\lambda + (T - t)^3}$$

由此式可得出这样的结论: 若 $\lambda = 0$, 这意味着性能指标为

$$J = x_1^2(T) \quad (11.4-7)$$

那么由 $\alpha = 3$ 就得到最佳控制。但是, 若 $\lambda = 0$, 由于 $R^{-1} = \lambda^{-1}$ 是不定的, 所以矩阵黎卡提方程 (A10) 就不能应用了。

文献〔5〕已经研究了与 J [方程(11.4-7)] 最小有关的问题, 结论是有无数个控制器能导致 $J = 0$ 。

从设计的观点来看, 这个没有用处的结果仅仅强调选择一个现实的性能指标是多么的重要, 在任何实际情况下, 必须考虑完成此项任务所能利用的能量, 而要做到这一点, 最方便的方法是在性能指标中包括一个能衡量 u 大小的值。

最后让我们考虑如下的性能指标:

$$J = \int_0^T u^2 dt$$

和前面一样, 可以严格地推导出最佳控制规律。只是现在

$$\lambda = 1 \text{ 和 } P(T) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}。$$

通过置换可以证明:

$$p_{11} = \frac{3}{(T-t)^3}, \quad p_{21} = \frac{3}{(T-t)^2}, \quad p_{22} = \frac{3}{T-t}$$

是矩阵黎卡提方程的解, 而且写成最佳控制的形式为:

$$u_{opt} = -\frac{3}{(T-t)^2} x_1 + \frac{3}{(T-t)} x_2$$

或者利用方程 (11.4-4) 得到

$$u_{opt} = 3u_r \dot{\theta}$$

这和第九章 (方程 9.5-10) 所得到的结果是一致的。

参 考 文 献

- 〔1〕 PITMAN D. L. Optimisation and Kalman filter. Paper 3c. AGARD lecture series No 52 May 1972.

- [2] GARDNER A. H. A simulation study of optimal and sub-optimal control of second and fourth order dynamical systems. RAE Tech Memo WE1399 1974.
- [3] JACOBS O. L. R. Introduction to control theory. O. U. P. 1974.
- [4] STALLARD D. V. Classical and modern guidance of homing interceptor missiles. Raytheon Company Report P247 April 1968.
- [5] HAMMOND J. K. Proportional Navigation - a singular problem in optimal control. A. A. S. U Report No 309 September 1971.
- [6] ANDERSON B. D. O. and J. B. MOORE Linear Optimal Control. Prentice-Hall 1971.

第十二章 卡尔曼滤波器

§ 12.1 问题回顾

在第十章和第十一章中，我们处理了最佳随机控制系统的设计问题。这就是当状态变量的未来值不能完全确定而且又是时间的随机函数时，要使性能指标达到极小值的问题。为了使问题有所进展，我们把信号限制为平稳随机信号，并且假设它们的功率谱是可以得到的。

另外，在第十章中，问题是在这样一种不利条件下讨论的，即状态 θ_T (被追踪目标的角位置) 的当前值不能精确测量而且混有噪声 θ_N 。利用维纳滤波理论的方法，得到了表示物理上完全可实现的传导函数 F_{pr} (方程 10.4-1)。 F_{pr} 是由量测值 $(\theta_T + \theta_N)$ 到导弹位置 θ_M 的传导函数 (图 12.1-1)。

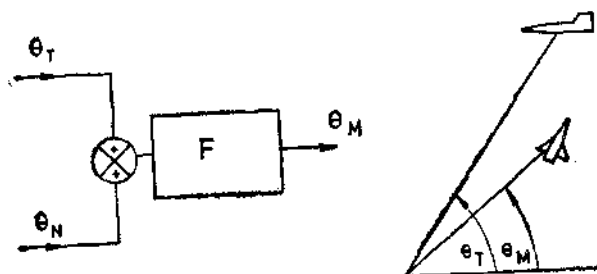


图12.1-1 物理上可实现的最佳滤波器 F_{pr}

仅根据前述例子所得的经验以及第十一章结果的预测，有没有可能把 F_{pr} 的因子分离成“控制”和“滤波”。而且，在

设计能被实现之前, F_{pr} 的闭环结构形式仍须推断出来。这一点以及在推导 F_{pr} 中需要的谱因子分解方法, 对工程技术人员来说是不常用的, 对他们来说, 系统结构的知识是头等重要的。

已经在 § 11.3 中用了现代控制理论的方法, 在那里虽然讨论了同样的随机控制问题。但作为权宜之计, 曾假设 θ_r 的量测值不混有噪声。可以看出, 可直接得到反馈控制规律, 而且能用于以后设计研究的系统结构也显露出来了。另外, 也注意到对于到遭遇点还要飞很长时间的情况, 当最佳控制增益保持常值时, 所得到的总的传递函数就对应于维纳滤波器的“控制”作用那一部分。

这一章将考虑当一个量测值 θ_r 含有噪声 θ_N 时, 提供 § 11.3 中所讨论问题的最佳控制器的方法, 系统状态信息为 $x_1(\theta_r)$ 和 $x_2(\theta_M)$ 。这将完满解决最初在例 10.4-1 中提出并用维纳滤波理论解决过的问题。

更一般地说, 已知系统状态中少数几个(也许只有一个)不精确的量测值, 我们要求有一个能估计全部系统状态的装置。这就是卡尔曼滤波器所要完成的任务。

§ 12.2 卡尔曼滤波器介绍

这里重复研究一下 § 11.3 中所介绍的两个状态的随机系统 (如图 12.2-1)。

图 12.2-1 表示一个实际系统的数学模型。如果能以某种形式的模拟器构成一个等效的物理模型, 那末就可以 (至少在原理上) 利用模拟器模型给出的 θ_r 和 θ_M 值, 而不需要再参考原来的系统了。如果模拟器模型在正确的初始条件下起动, 一直模仿实际系统的行为, 这样就无需对实际系统进

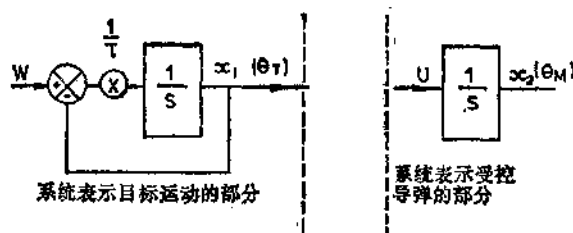


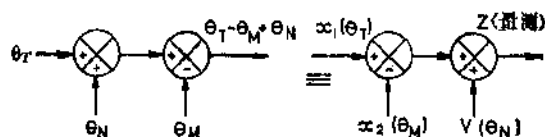
图12.2-1 两个状态的随机系统

行量测了。

遗憾的是，这样一个理想情况是不能得到的，即使实际系统的模型结构、参数值和初始条件都能精确地知道，也不能把作为时间随机函数的输入量 w 在模拟器模型上复现出来。基于我们对实际系统的认识， w 实际上代表了不确定性。

当然，实际上要对系统进行一些量测，而这些量测不会是理想的，因为任何量测过程总有误差，我们在例 10.4-1 中就已经看到了这点，我们在那里曾假设 θ_T 上有白量测噪声 θ_N 。而那里假设 θ_M 的任何量测量（这是以后按照负馈系统来实现 F_{pr} 时需要的量）是完善的。

然而，通常对视线指令跟踪系统的情况不是分别给出 θ_T 和 θ_M 的量测值，而仅仅是给出它们的差 $(\theta_T - \theta_M)$ 。这种情况和更一般的符号，都表示在图 12.2-2 中，图中 z 表示量测值，而 v 表示量测噪声。

图12.2-2 混有噪声 v 的量测值 z

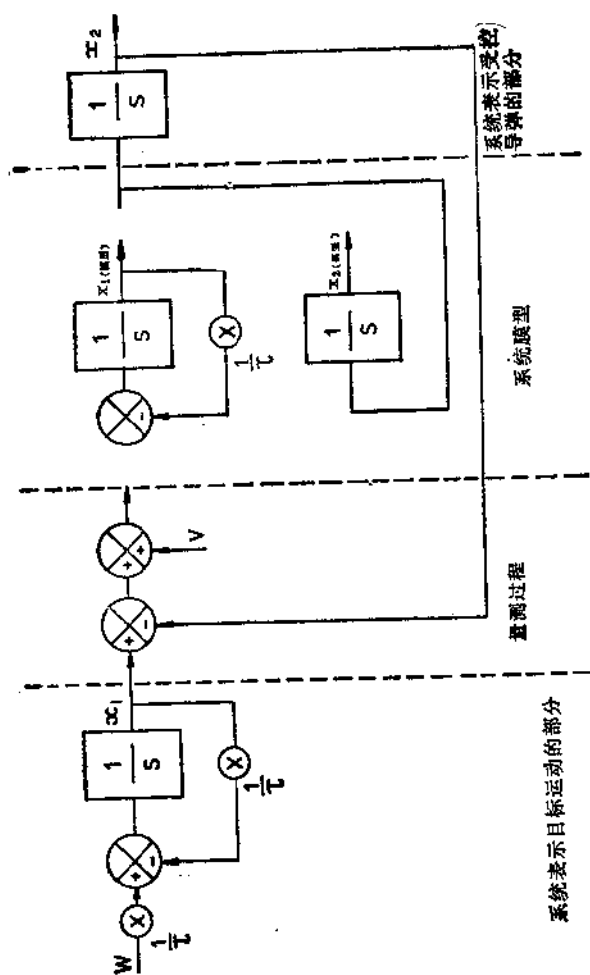


图12.2-3 已知系统模型和量测值 z 求 x_1 和 x_2 的最佳估值

我们的任务是从给出量测值 z 、系统结构及其参数值以及噪声源 w 和 v 的统计特性, 来求得状态 x_1 和 x_2 在某种意义下的最佳估值。除零均值的白噪声源 w 以外, 我们所假设的系统模型 (它等价于以前提出的模拟器模型), 是和实际系统模型等同的。因为任何瞬间 w 的最佳估计是零, 故完全可以把它省略, 从而表示所假设系统模型中的不确定性。这个问题概括在图 12.2-3 中。

卡尔曼滤波器解决这个问题是把量测过程和系统模型输出当作实际系统状态的两个独立估值来处理的。同时组合这些输出以形成最佳估值 (在具有最小方差的意义下)。

§ 12.3 离散的卡尔曼滤波器

从概念上来说, 离散 (或采样) 形式的卡尔曼滤波器是最易用公式表示的。现在研究一维连续随机系统 (图 12.3-1)。图中 A 和 B 是常值, w 是一个零均值的白噪声源。

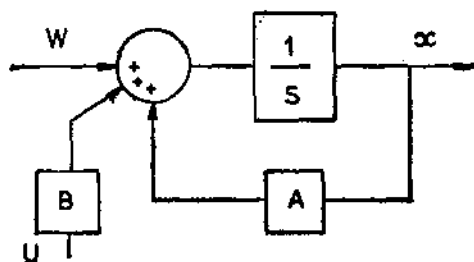


图12.3-1 一维随机系统

描述这个系统的方程是

$$\dot{x} = Ax + Bu + w \quad (12.3-1)$$

这个方程用离散形式来表示可写成

$$\frac{X_{n+1} - X_n}{\Delta t} = AX_n + BU_n + W_n \quad (12.3-2)$$

其中 $X_n \Rightarrow X(t_n)$ 等等, 而 Δt 是采样间隔。只要 Δt 足够小, 方程 (12.3-2) 非常接近于方程 (12.3-1)。可将方程 (12.3-2) 改写为

$$X_{n+1} = \Phi X_n + B\Delta t U_n + \Delta t W_n \quad (12.3-3)$$

其中

$$\Phi = (1 + A\Delta t)$$

假设采样后一个零均值的白噪声序列 w_n 的方差是 σ_w^2 。现在假设 x_{n+1} 的量测值为 Z_{n+1} , 并且这个量测值混有均值为零、方差为 σ_v^2 的白噪声序列 v_{n+1} (如图 12.3-2 所示)。

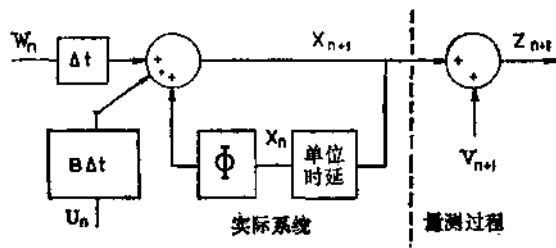


图12.3-2 一维离散随机系统和量测过程

除了量测值 Z_{n+1} 外, 还假设我们能根据系统的先验知识构成相应的模型, 这个模型并没有达到完善程度, 这是因为在方程式 (12.3-3) 中的白噪声序列 w_n 是未知的。然而, 对可得到的信息来说, 由于 w_n 的平均值是零, 在模型中除了假设 w_n 是零之外, 不太可能还有更好的办法了。于是, 这个系统的原始模型可由具有 $w_n = 0$ 的方程 (12.3-3) 来构成。

现在, 先颠倒一下, 让我们假设所要求的 X_{n+1} 的最佳估值 $\hat{x}_{n+1}$ 已经得到。设 Y_{n+1} 是根据前一个采样间隔所得到的最佳估值 $\hat{x}_n$, 由模型得到的 X_{n+1} 的预测值, 并且设 Z_{n+1} 是

X_{n+1} 现在的量测值, 那么我们把这种情况表示在图 12.3-3 中。

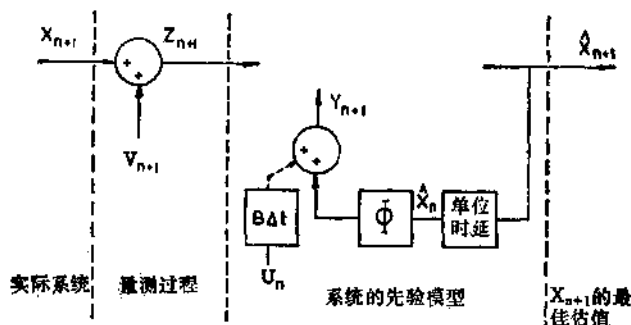


图12.3-3 离散量测过程和系统原始模型

取 Y_{n+1} 的方差为 $\sigma_{Y_{n+1}}^2$ (现在还未确定), 现在我们有可得到的 x_{n+1} 的两个独立估值:

- (a) 量测值 Z_{n+1} , 方差为 σ_z^2 ;
- (b) 模型预测值 Y_{n+1} , 方差为 $\sigma_{Y_{n+1}}^2$ 。

因为控制输入量 U_n 对实际系统和模型是共有的, 在目前的讨论中, 它可以忽略, 因为它不影响模型的精度, 所以它也不影响 x_{n+1} 最佳估值的选择。因此模型的方程是:

$$Y_{n+1} = \Phi \hat{X}_n \quad (12.3-4)$$

由参考文献〔1〕证明了 X_{n+1} 的最佳 (最小方差) 估值 $\hat{X}_{n+1}$ 可由带有加权因子 K_{n+1} 的 Z_{n+1} 和 Y_{n+1} 的线性组合给出, 这样就有

$$\hat{X}_{n+1} = (1 - K_{n+1})Y_{n+1} + K_{n+1}Z_{n+1} \quad (12.3-5)$$

其中

$$K_{n+1} = \frac{\sigma_{Y_{n+1}}^2}{\sigma_{Y_{n+1}}^2 + \sigma_z^2} \quad (12.3-6)$$

这个结果的物理解释是简单的。这意味着 Z_{n+1} 越是不

确定 (σ_y^2 大于 $\sigma_{y_{n+1}}^2$)。 Y_{n+1} 所占据的份量也越是明显。反之亦然。

这样, 最佳估值器 (或滤波器) 如图 12.3-4 所示。

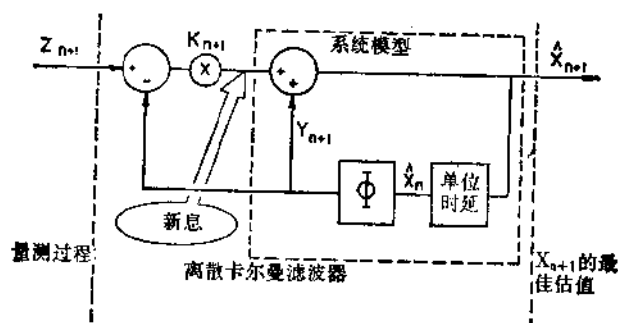


图12.3-4 离散卡尔曼滤波器

应当注意到, 滤波器在本质上是在观测下由一个信号进行不断更新的系统模型, 这个信号常称为新息或剩余新息, 它正比于 X_{n+1} 的模型估值和量测估值之差。在需要计算最佳加权因子 K_{n+1} (方程 12.3-6) 时, 所不知道的仅是 $\sigma_{y_{n+1}}^2$ 。这可利用一般统计学的标准结果就可以找到, 即如果两个独立的正态随机变量, 如图 12.3-5 那样组合起来, 那末组合的方差就是

$$\sigma^2 = K_1^2 \sigma_1^2 + K_2^2 \sigma_2^2 \quad (12.3-7)$$

因此, 我们可以说

$$\sigma_{y_{n+1}}^2 = \Phi^2 \hat{\sigma}_n^2 + \Delta t^2 \sigma_w^2 \quad (12.3-8)$$

换句话说, 与真实的状态 X_n 比较, 模型输出的不确定性是由于以下两个因素造成的 (图 12.3-6)。

第一, 模型是由最佳估值 $\hat{x}_n$ 而不是由真实状态 X_n 激励的。

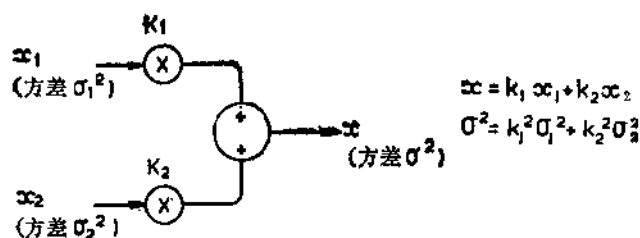
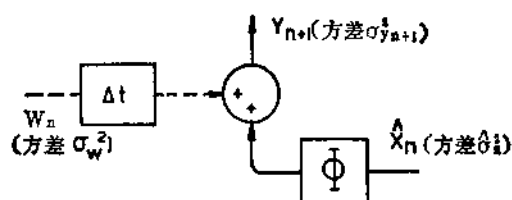


图12.3-5 正态随机变量的线性组合

图12.3-6 Y_{n+1} 不确定性原因

第二，对于输入 W_n ，在真实系统中是存在的，而在模型中却不存在。因此它表明模型本身的不确定性。

$\hat{x}_n$ 的方差或不确定性用 $\hat{\sigma}_n^2$ 表示，这个量也必须进行计算。幸而它能立即从方程 (12.3-6) 和 (12.3-7) 推导出来。因为：

$$\hat{\sigma}_n^2 = (1 - K_n)^2 \sigma_{y_{n+1}}^2 + K_n^2 \sigma_w^2$$

利用方程 (12.3-6) 消去 σ_w^2 ，得

$$\hat{\sigma}_n^2 = (1 - K_n) \sigma_{y_n}^2 \quad (12.3-9)$$

最后，把从 (12.3-4) 到 (12.3-9) 的式子汇集一起，去掉 (12.3-7) 式，就可得到一维系统的一组完整的离散卡尔曼滤波方程：

$Y_{n+1} = \Phi \hat{X}_n$	模型 X_{n+1} 的估值	
$\sigma_{Y_{n+1}}^2 = \Phi^2 \sigma_n^2 + \Delta t^2 \sigma_w^2$	Y_{n+1} 的方差	
$K_{n+1} = \frac{\sigma_{Y_{n+1}}^2}{\sigma_{Y_{n+1}}^2 + \sigma_v^2}$	滤波器增益	(12.3-10)
$\hat{X}_{n+1} = Y_{n+1} + K_{n+1} (Z_{n+1} - Y_{n+1})$	X_{n+1} 的最佳估值	
$\hat{\sigma}_{n+1}^2 = (1 - K_{n+1}) \sigma_{Y_{n+1}}^2$	$\hat{X}_{n+1}$ 的方差	

应当注意到, 这些方程的某些推导方法取 W_n 是一个直接对 Y_{n+1} 起作用的噪声序列, 在这种情况下, 方程 (12.3-8) 中 σ_w^2 的系数是 1 而不是 Δt^2 。

在多维情况下, Y_{n+1} 、 $\hat{X}_n$ 等变为矢量, Φ 是一个矩阵, $\sigma_{Y_{n+1}}^2$ 、 $\hat{\sigma}_{n+1}^2$ 等用协方差阵表示。但是方程的形式仍然不变。实际上还必须考虑这样一种情况, 即一般说来, 量测的数目要少于状态的数目, 且在形成新息以前, 为了维数协调, 必须在模型输出实行矩阵相乘。对多维卡尔曼滤波器更详细处理感兴趣的读者, 可以看一看文献[1]的内容。

应当注意到, 为了得到第 $(n+1)$ 个时间间隔上的最佳估值, (12.3-10) 的五个方程仅仅利用了第 n 个时间间隔上的信息。因为所有过去的量测数据都可舍弃不用, 它们构成一个只需要数字机具有适中存贮容量的递推算法。这就非常适合在数字计算机上进行运算。实际上, 大多数卡尔曼滤波器的工作也都是这样做的。

然而, 为了说明在最佳控制 (如在第十一章中对连续系统所叙述的) 和最佳估计 (在上面所推导的卡尔曼滤波器) 之间有明显的相似性, 就有必要研究连续型卡尔曼滤波器。

§ 12.4 连续型卡尔曼滤波器

连续型卡尔曼滤波器方程，可以形式上从方程 (12.3-10) 使采样间隔 Δt 趋于零再取极限而导出。然而，一开始我们采取主要是根据对离散卡尔曼滤波所得的结果重新进行物理说明的方法。从我们使用离散卡尔曼滤波的经验来看，我们能够说，连续卡尔曼滤波必须包含我们正要对其状态进行估值的系统模型。另外，这个模型将连续地被新息所激励，这个新息与模型和量测值之间的差值成正比，这个情况表示在图 12.4-1 中。

我们也能说，滤波器增益 (K) 必须这样来提供新息，即这新息是与量测值和模型值的相对不确定性有关的。然而，应当注意到，在连续的和离散的卡尔曼滤波器之间，其本质差别在于：在连续的情况下，模型输出也就是最佳估值。

因此，为了用最佳估值的方差 ($\hat{\sigma}_{n+1}^2$)，而不是用模型方差 σ_v^2 来表示 K_{n+1} ，我们利用方程 (12.3-6) 和 (12.3-9)，得

$$K_{n+1} = \frac{\hat{\sigma}_{n+1}^2}{\sigma_v^2} \quad (12.4-1)$$

它好象是离散卡尔曼滤波器增益的另一种形式。

为了推导连续卡尔曼滤波器的 K ，我们必须研究方程 (12.4-1) 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时的情况。

从方程 (12.3-10)，我们有

$$\begin{aligned} \hat{X}_{n+1} &= Y_{n+1} + K_{n+1}(Z_{n+1} - Y_{n+1}) \\ &= \Phi \hat{X}_n + K_{n+1}(Z_{n+1} - \Phi \hat{X}_n) \end{aligned}$$

把 Φ 用 $(1 + A\Delta t)$ 来代替 (见方程 12.3-3) 并重新整理，得

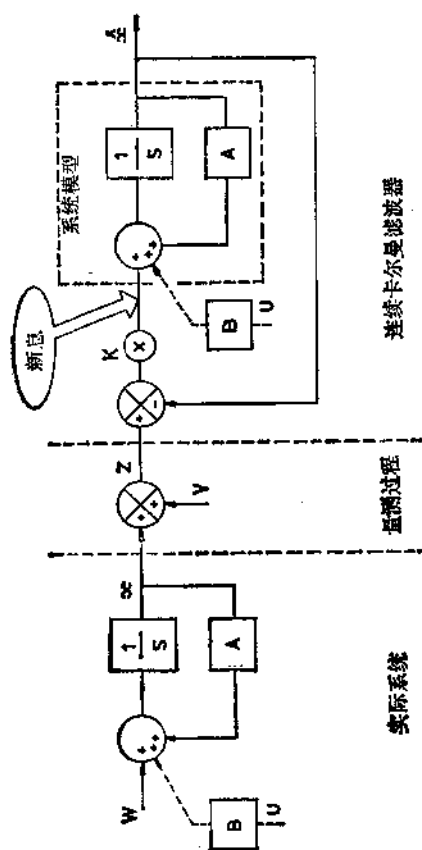


图12.4-1 一维连续卡尔曼滤波器

$$\frac{\hat{x}_{n+1} - \hat{x}_n}{\Delta t} = A\hat{x}_n + \frac{K_{n+1}}{\Delta t}(Z_{n+1} - \hat{x}_n - A\Delta t\hat{x}_n)$$

因此, 当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时取极限, 我们得

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + K(z - \hat{x}) \quad (12.4-2)$$

其中 K 由下面的极限来定义:

$$\frac{K_{n+1}}{\Delta t} \rightarrow K \quad (\text{当 } \Delta t \rightarrow 0) \quad (12.4-3)$$

方程 (12.4-2) 证实了以前所推出的连续型卡尔曼滤波的形式(图 12.4-1)。然而, 从方程 (12.4-1) 和 (12.4-3) 可以看出, K 是当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时 $\frac{\hat{\sigma}_{n+1}^2}{\sigma_v^2 \Delta t}$ 的极限。

这并不意味着 K 是不确定的, 而是我们必须严密注意, 当采样时间 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 表示式中其它项的变化情况。特别是, 我们应更详细地考察白噪声序列 w_n 和 v_n 在此情况下的作用是怎么样的。

一个序列刚好是一组有顺序性的数, “白色”表示序列的每一个数与它前面的数是无关的, 或者说的不相关的。方差只不过是衡量这些序列值围绕平均值散布的一个尺度, 在现在这种情况平均值为零。当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时, 白噪声序列就变为一个连续白噪声过程, 现在可解释为随机过程“功率”的方差趋向无穷。这一点当处理这个虚构的无限带宽的噪声时, 始终是一个问题。克服的办法就是用白噪声的频谱密度, 也就是用每单位带宽的功率来描述白噪声的统计特性。

如果白噪声序列认为是连续白色噪声过程在整个采样时间间隔内滤波的结果, 那么白色噪声序列的方差和白色噪声过程的谱密度之间的关系式就可以得到(图 12.4-2)。

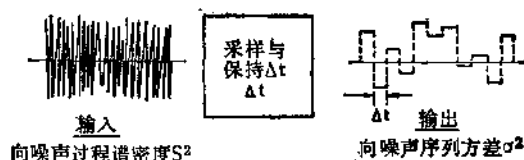


图12.4-2 白色噪声的采样

可以看出, 白噪声序列的方差 (σ^2), 可认为是白噪声过程经滤波后的功率含量, 它以某种方式与采样间隔成反比。显然, 当我们加长采样时间 Δt (大概等于低通滤波器的时间常数) 时, 输入白噪声过程中越来越多的高频功率分量将从输出白噪声序列中消除掉。

实际上, 它能表示为:

$$\sigma^2 \propto \frac{1}{\Delta t} \quad (\text{近似地})$$

且
$$\sigma^2 \rightarrow \frac{s^2}{\Delta t} \quad (\text{当 } \Delta t \rightarrow 0)$$

其中 s^2 是连续白色噪声过程的谱密度, 因此, 如果在连续卡尔曼滤波情况下 (图 12.4-1), 使系统噪声 (w) 和量测噪声 (v) 的谱密度分别为 q^2 和 r^2 , 那末

$$\sigma_w^2 \rightarrow \frac{q^2}{\Delta t} \quad (12.4-4)$$

和
$$\sigma_v^2 \rightarrow \frac{r^2}{\Delta t} \quad (\text{当 } \Delta t \rightarrow 0) \quad (12.4-5)$$

应该注意到, 因为 $\hat{x}_{n+1}$ 不形成白噪声序列, 所以最佳估值的方差 ($\hat{\sigma}_{n+1}^2$) 就没有这样的问题。这是滤波器的固有性质所造成的, 由于它的嵌入模型, 保证了逐次的最佳估值之间必有某种相关性。

因此, 由方程 (12.4-1)、(12.4-3) 和 (12.4-5) 取极限后有:

$$K = -\frac{\hat{\sigma}^2}{r^2} \quad (\text{当 } \Delta t \rightarrow 0) \quad (12.4-6)$$

为了确定 K 的值, 只要决定 $\hat{\sigma}^2$ 就行。这样就完成了连续卡尔曼滤波器的推导。

由方程 (12.3-8)、(12.3-9) 和 (12.4-1) 我们有

$$\hat{\sigma}_{n+1}^2 = \left(1 - \frac{\hat{\sigma}_{n+1}^2}{\sigma_v^2}\right) (\Phi^2 \hat{\sigma}_n^2 + \Delta t^2 \sigma_w^2)$$

其中 σ_w^2 和 σ_v 用方程 (12.4-4) 和 (12.4-5) 中的值代替, 则

$$\hat{\sigma}_{n+1}^2 = \left(1 - \frac{\hat{\sigma}_{n+1}^2}{r^2} \Delta t\right) (\Phi^2 \hat{\sigma}_n^2 + q^2 \Delta t)$$

最后, Φ 用 $(1 + A\Delta t)$ 代入并展开, 忽略 Δt^2 及其所有高次项, 我们有

$$\hat{\sigma}_{n+1}^2 \simeq \hat{\sigma}_n^2 + 2A\Delta t \hat{\sigma}_n^2 + q^2 \Delta t - \frac{\hat{\sigma}_{n+1}^2 \hat{\sigma}_n^2}{r^2} \Delta t$$

因此:

$$\frac{\hat{\sigma}_{n+1}^2 - \hat{\sigma}_n^2}{\Delta t} \approx 2A\hat{\sigma}_n^2 + q^2 - \frac{\hat{\sigma}_{n+1}^2 \hat{\sigma}_n^2}{r^2}$$

当 $\Delta t \rightarrow 0$, 有极限 $\hat{\sigma}_{n+1}^2 \rightarrow \hat{\sigma}_n^2 \rightarrow \hat{\sigma}^2$

$$\text{和} \quad \dot{\hat{\sigma}}^2 = 2A\hat{\sigma}^2 + q^2 - \frac{(\hat{\sigma}^2)^2}{r^2} \quad (12.4-7)$$

这样一来, 卡尔曼滤波器增益的推导, 要求解 $\hat{\sigma}^2$ 的一个非线性微分方程。这个方程可以解释如下。

在最佳估值中, 不确定性的变化率 ($\dot{\hat{\sigma}}^2$) 是由于:

(a) $2A\hat{\sigma}^2$ 项单单表示在滤波器内嵌入系统模型的影响;

(b) q^2 项表示由于系统噪声, 不确定性的增加率, 这一项实际上是与嵌入模型“优良度”相反的尺度;

(c) $\frac{(\hat{\sigma}^2)^2}{r^2}$ 项表示由于引入量测而引起的不确定性的

减少率。

将上述连续卡尔曼滤波的结果同 § 11.2 中对连续最佳控制所讨论的内容进行比较是有意义的。在这两种情况下，为了提供最佳控制或滤波器增益，必需要解一个很类似的非线性微分方程。这恰好是最佳控制和最佳估值之间存在对偶性的一个例子。这在多变量系统的情况下变得更明显。的确，已经建立了一维连续卡尔曼滤波器之后，我们现在将要考虑多维滤波方程。

§ 12.5 多维卡尔曼滤波器

对所需要的方程，我们只是叙述而不推导。并且只要有可能就与以前所得结果进行比较。需要详细推导时，可参考文献〔2〕。从一维到多维滤波的根本改变，仅仅是把标量改为矢量，将增益、方差和谱密度改用矩阵形式表示。这时还必须考虑的问题是量测数少于状态数的情况，这在图 12.5-1 中用矩阵 H 来完成。在字母下面的横划“—”（例如 $\hat{x}$ ）表示矢量。使用互连的双线是强调这是一个多维估值器。

设 P 、 Q 和 R 是分别对应于一维滤波器中 $\hat{\sigma}^2$ 、 q^2 和 r^2 的矩阵。对于 Q 矩阵和 R 矩阵，在主对角线上的元素是各个系统和量测噪声源的谱密度。主对角线以外的元素是用互频谱密度表示的各噪声源之间的相互关系。但在许多问题中，各噪声源是独立的，也就是说，这些元素将是零。

然而，对 P 矩阵就不是这种情况。在这里，对角线以外的各项是协方差。它表示一个最佳估值和另一个最佳估值的 关系如何。并且，一般说来，这些值将不为零。由于这个原

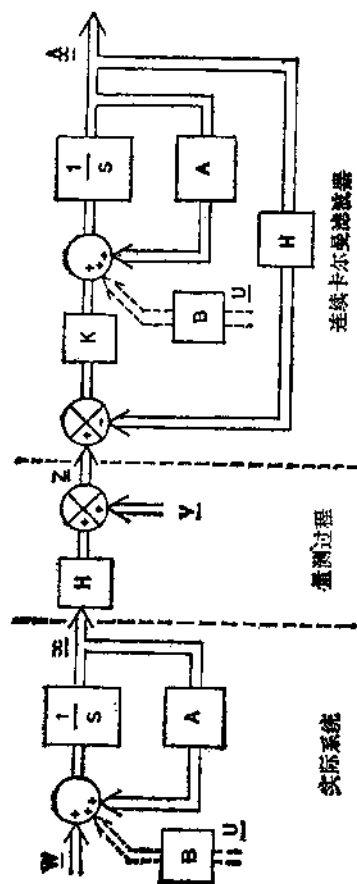


图12.5-1 多维连续卡尔曼滤波器

因, 即使主对角线上的项仍然对应于单独的最佳估值的方差, 但通常还是把 P 叫做协方差阵。当然, 滤波器的结构方程由图 12.5-1 能立即写出来。然而, 需要计算滤波器增益矩阵 K , 它是令人最感兴趣的。实际上它能够表示成 (参考文献〔2〕):

$$K = PH^T R^{-1} \quad (12.5-1)$$

其中 P 由下面方程的解给出:

$$\dot{P} = AP + PA^T + Q - PH^T R^{-1} HP \quad (12.5-2)$$

如果与前节对一维卡尔曼滤波器所导出的相应方程作比较, 这些方程就不太可怕了。确实, 如果量测矩阵 H 是单位矩阵, 这不过意味着量测的个数等于状态的个数。这样, 比较就完成了。现在把对应方程列在下面:

$$\text{一维情况} \quad K = \frac{\hat{\sigma}^2}{r^2}$$

其中 $\hat{\sigma}^2$ 由 $\dot{\hat{\sigma}^2} = 2A\hat{\sigma}^2 + q^2 - \frac{(\hat{\sigma}^2)^2}{r^2}$ 解出。

$$\text{多维情况} \quad K = PR^{-1}$$

其中 P 由 $\dot{P} = AP + PA^T + Q - PR^{-1}P$ 解出。

此外, 把方程 (12.5-1) 和 (12.5-2) 同方程 (A9) 和 (A10) 进行比较时发现, 最佳估值过程与第十一章中提出的最佳控制器是紧密相关的, 并且黎卡提微分方程的形式是两种情况所共有的。这不是太意外, 因为这两种情况的目的都是要使二次性能指标达到最小。这对最佳控制来说是明显的。而对最佳估值来说, 则是隐含在寻找最佳估值的要求之中, 就是说用了最小方差的要求。的确, 最佳估值方程也能直接从附录 A 导出, 只要把估值问题当作控制问题重新写出公式就行 (例如, 看参考文献〔3〕)。两个问题之间的主要差别

是，在控制情况下，黎卡提方程的边界条件是定义在遭遇处，并且这些方程是按时间向后积分求解的。在估值情况下，边界条件是定义在拦截的起始处。并且表示成初始估计而记入到协方差阵 P 中。只要系统是常参数的，且噪声源是平稳的，那末，随着估值过程的继续进行， P 的分量应趋于稳态值，并且这些值能够对黎卡提方程按时间向前积分而得到。

为了参考起见，我们把多维连续系统的最佳估值（卡尔曼滤波）方程叙述在附录 B 中。我们现在将利用这些方程去完成 § 12.2 中所提出的以及概括在图 12.2-3 中的问题。亦即已知误差 $(\theta_r - \theta_m)$ 的带有噪声的量测值，来求得 θ_r 和 θ_m 的最佳（最小方差）估值。为了方便起见，我们在图 12.5-2 中再重新说明所提的问题。假设系统噪声 w 的谱密度为 q^2 ，量测噪声 v 的谱密度为 r^2 ，这样，系统方程为：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} \frac{w}{\tau} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12.5-3)$$

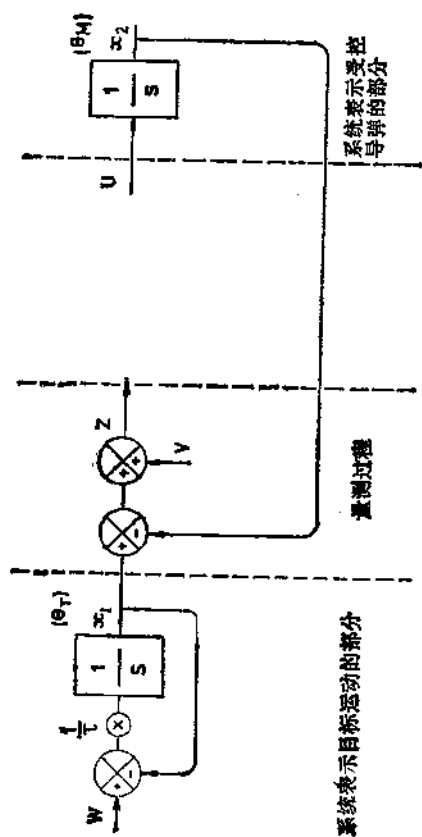
〔参考附录 B 的方程 (B1)〕

和一个量测值：

$$z = (x_1 - x_2) + v = [1 \ -1] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + v \quad (12.5-4)$$

〔参考附录 B 的方程 (B2)〕

在 $\dot{x}_1$ 上有噪声 $\frac{w}{\tau}$ （谱密度为 $\frac{q^2}{\tau^2}$ ），但在 $\dot{x}_2$ 上没有噪声。另外，仅有一个量测值，且直接混有白噪声 v ，因此

图12.5-2 求 x_1 和 x_2 的最佳估值

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{q^2}{\tau^2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{且} \quad R = r^2$$

把关于 Q 和 R 的表达式以及来自方程 (12.5-3) 和 (12.5-4) 的 A 、 B 和 H 的表达式一起代入黎卡提方程 (B5) 并展开, 就得

$$\dot{p}_{11} = -\frac{2p_{11}}{\tau} + \frac{q^2}{\tau^2} - \frac{1}{r^2}(p_{11} - p_{21})^2 \quad (12.5-5a)$$

$$\dot{p}_{21} = -\frac{p_{21}}{\tau} - \frac{1}{r^2}(p_{21} - p_{22})(p_{11} - p_{21}) \quad (12.5-5b)$$

$$\dot{p}_{22} = -\frac{1}{r^2}(p_{21} - p_{22})^2 \quad (12.5-5c)$$

对这三个联立微分方程按时间向前积分就可以解出 p_{11} 、 p_{21} 和 p_{22} 。为此必须假设 $p_{11}(0)$ 、 $p_{21}(0)$ 和 $p_{22}(0)$ 的值。在没有更多信息的情况下, 设 $p_{11}(0) = p_{21}(0) = p_{22}(0) = 0$ 是方便的, 当取这些初始条件且 q^2 、 r^2 、 τ 取一些特殊值时, 所得到的结果表示在图 12.5-3 中。

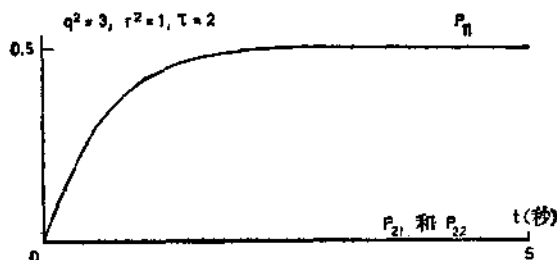


图12.5-3 方程 (12.5-5) 的解

因为 p_{21} 和 p_{22} 看来是稳态值为零, 所以我们所选的初始条件碰巧是对的, 其中只有 $p_{11}(0)$ 给出了一个不正确的数

值。考虑对初始条件选择不同的影响是适当的。比如说, 取 $p_{11}(0) = p_{21}(0) = p_{22}(0) = 0.25$ 时, 从图 12.5-4 就可以看出这种影响。

在这种情况下, 因为我们开始取了三个不适当的初始条件, 所以收敛到稳态值要很长时间。

因为协方差阵 P 的初始行为是由 $p_{11}(0)$ 、 $p_{21}(0)$ 和 $p_{22}(0)$ 的初始猜测决定的。所以我们仅仅集中注意在稳态情况, 也就是说 $\dot{P} = 0$ 的情况。虽然这能用向前积分直到稳态条件到达的方法来研究 (如图 12.5-3 所示)。但这样一个方法仅仅给出 q^2 、 r^2 和 τ^2 取特殊值的结果。然而, 在方程 (12.5-5) 中设 $\dot{p}_{11} = \dot{p}_{21} = \dot{p}_{22} = 0$, 并且求解所得的代数方程, 容易证明在稳态条件下有:

$$p_{21} = p_{22} = 0$$

和
$$p_{11} = \frac{r^2}{\tau} \left(\sqrt{1 + \frac{q^2}{r^2}} - 1 \right)$$

$$P^2 = 3, \quad r^2 = 1, \quad \tau = 2$$

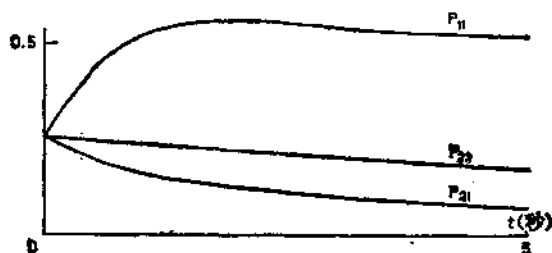


图12.5-4 方程 (12.5-5) 的解

回想起 p_{11} 和 p_{21} 分别是 $\hat{x}_1$ 和 $\hat{x}_2$ 的方差, 上面的结果表示, 即使有量测噪声存在, 虽然 x_1 的估值总有一些不确定性

继续存在着, 但状态 x_2 的估值是没有误差的。这个只要再看一下图 12.5-2 所示系统就可解释了。系统表示被控导弹的部分 (也就是状态 x_2) 是精确地知道的。当这一点在卡尔曼滤波器中构成模型时, 用它估计 x_2 就与量测噪声没有什么关系。然而表示目标运动的模型决不可能是很理想的, 因为白噪声 w 不能被包含在卡尔曼滤波器之内。实际上, 对于稳态条件, 我们现在能形成完整的卡尔曼滤波器, 这时有:

$$P = \begin{bmatrix} \frac{r^2}{\tau} \left(\sqrt{1 + \frac{q^2}{r^2}} - 1 \right) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$H = [1, -1], \quad R = r^2$$

因此, 由方程 (B 4), 卡尔曼滤波器的增益矩阵是

$$K = PH^T R^{-1} = \begin{bmatrix} K_{11} \\ K_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\tau} \left(\sqrt{1 + \frac{q^2}{r^2}} - 1 \right) \\ 0 \end{bmatrix}$$

由方程 (B 3) 推演而得的滤波器结构如图 12.5-5 所示。把这个图和图 12.5-2 比较就可以看到, 我们现在已经完成了这章开头提出的任务, 也就是怎样组合带有噪声的量测和系统原始模型来形成系统所有状态的最佳估值。

§ 12.6 滤波器和控制器的组合

在 § 11.3 中, 我们处理了随机控制问题, 那里假设代表目标和导弹位置的状态 x_1 和 x_2 能够精确地测得, 而且通过用平均值 (也就是零) 代替白噪声源, 那时我们就好象处理确定性系统一样来处理随机控制问题。

当所有状态变量不能得到和 (或) 它们的量测值混有噪声的时候, 情况会怎样呢? 很清楚, 我们能利用卡尔曼滤波器

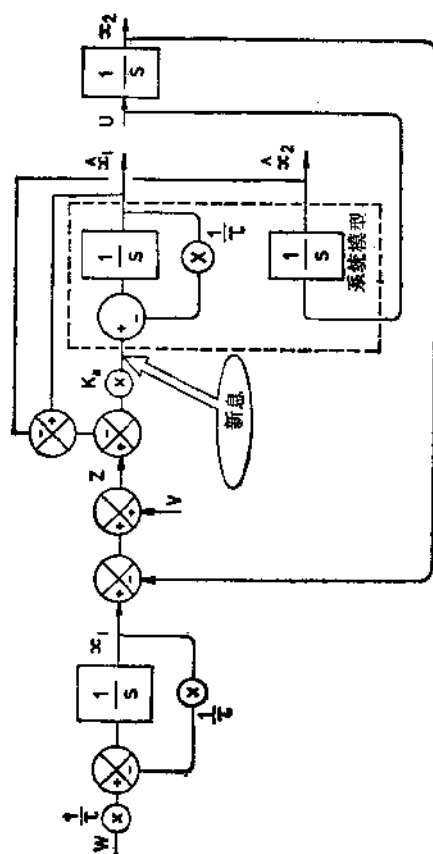


图12.5-5 两状态系统的卡尔曼滤波器

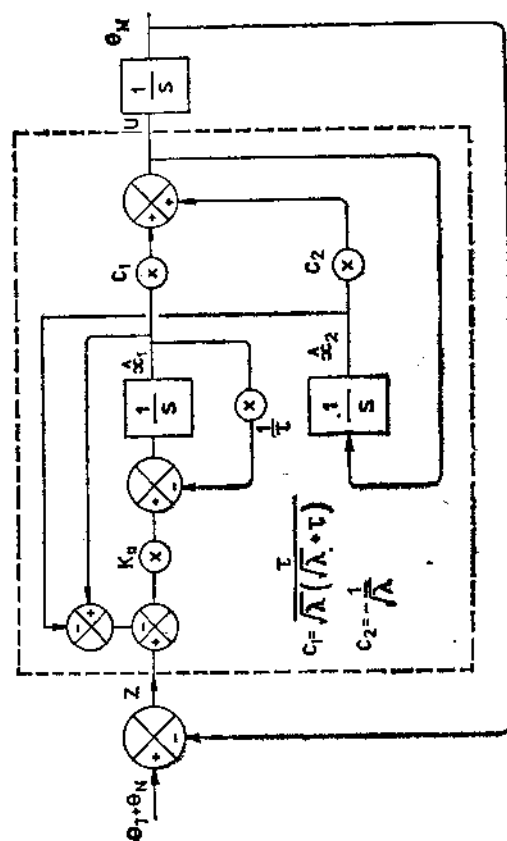


图12.6-2 两状态系统的组合滤波器/控制器

于是

$$K_{11} = \frac{1}{\tau} \left(\sqrt{1 + \frac{q^2}{r^2}} - 1 \right) = \frac{1}{\tau}$$

并且容易得到 θ 对 $(\theta_x + \theta_M)$ 的闭环传导函数, 它是由下式表示的,

$$\frac{\theta_M}{\theta_x + \theta_N} = \frac{\tau / (\tau + \sqrt{\lambda})}{(1 + \sqrt{\lambda/s})(2 + \tau s)}$$

特别是

$$\frac{\hat{x}_f}{\theta_x + \theta_N} = \frac{1}{2 + \tau s}$$

这正是我们所预料的结果。卡尔曼滤波器产生考虑量测噪声所需的附加因子。原来分别在第十一章和第十二章所推导的控制和估值功能已结合在一起得到与在第十章中用维纳滤波法所推导的完全相同的系统。更进一步结合最佳控制和估值的例子, 特别是应用到视线指令系统的例子, 可在参考文献〔4〕、〔5〕、〔6〕中找到。

§ 12.7 现代设计法与经典设计法的比较

只要我们所讨论的系统是线性的, 并且所希望的性能可用二次型性能指标来表示。那末我们可以看到, 最佳控制能用一个完全确定的步骤推导出来 (附录 A)。而且, 如果系统或量测值中的任何不确定性可用零平均值的白噪声源表示, 那末, 为了实现最佳控制而要得到所有状态的最佳估值, 也可采用类似的方法 (附录 B)。

可以发表这样的看法,即在所使用的这种方法中所做的假设是很不现实的,因此所得结果是单纯属于理论性的,而没有实际意义。然而,所有工程理论都依赖于在一定范围内的简化,但是,只要它们对问题的最后解决能引导出正确的方向,就可证明这样做是正确的。我们已经看到,近代方法能引导出一个完全肯定的控制器结构(例如图 12.6-2)。即使这些参数值后来发现是不能令人满意的。比方说,由于模拟的结果,它包含一些以前忽视的因素。至少作为基本设计还是有效的,以便在此基础上作进一步改进。

现代设计方法常常比用经典方法所能得到的结果,似乎更复杂一些。这是因为涉及被控系统的所有可能的信息,从一开始就被考虑了。并且能在带有系统模型的控制器中立刻反映出来。在经典的频域方法中,同样的信息体现在奈奎斯特图上只是一条曲线。当只集中注意稳定性问题时,这样做可以不用涉及到详细的系统结构,并且通常可得到一个相当简单的控制器。关于系统设计中的其它方面也应考虑,例如要考虑噪声,就要有一些附加项引入控制器中,并且这种步骤以一种专门的方法一直延续到令人满意的设计为止。实际上,越来越多的原系统结构的成分再次引入到控制器中。然而,最后的设计多半不象用近代方法直接得到的那样复杂。设计者要进行判断,然后决定不再引进那些对改善系统性能无重大改善的附加复杂因素。类似地,假如设计者首先从现代控制器的完整结构开始,无疑要考虑简化,一直简化到不使性能有明显的降低为止。在这两种情况下,在工程上不可避免一定要采取折衷的办法。并且希望导致一个十分类似的最后解决办法。确实,对许多单输入单输出系统,现代设计方法只不过是经典方法提供了一个补充方法。然而,对于

特定控制系统结构用以前的经验不是很理想的。对于多输入多输出的情况,现代方法为构成这样一种系统提供了强有力的工具。此外,虽然我们只集中注意于线性系统,但当处理非线性时变系统时,很自然要采用与数字计算机相结合解所需方程的状态空间法。最后,应当注意到,虽然现代控制理论用于实际情况还处在幼年时期,可以预料,在未来的几年内,导弹工业部门对这些技术的应用将会不断增加。正如大型数字计算机的计算能力已经能够做到系统控制的离线最佳化一样,最近微型计算机的出现,一定会促进在线最佳化,或者导弹内部的真正自适应控制实现的可能性。

参 考 文 献

- [1] BARHAM P. M. and D. E. HUMPHRIES Derivation of the Kalman filtering equations from elementary statistical principles. RAE Tech Report 69095 1969.
- [2] BRYSON A. E. and Y. HO Applied Optimal Control. Wiley 1975.
- [3] ANDERSON B. D. O. and J. B. MOORE Linear Optimal Control. Prentice-Hall 1971.
- [4] RICHARDS L. J. and M. R. ABBOTT A comparison of two methods of constructing the optimal transfer function for a simplified guided-weapon system. RAE Tech Memo MATH 7307 July 1973.
- [5] HEAP E. Combined Kalman filters and optimal control in analogue form for guided weapon systems. RAE Tech Memo WE 1386 March 1974.
- [6] HEAP E., P. J. HERBERT, H. LEWIS and T. E. COWLARD The equivalence of feedforward techniques, Wiener filters and steady-state Kalman filters in command-to-line-of-sight missile guidance design. RAE Tech Memo GW(NEW) 1014. July 1975.

附录A 具有二次型性能指标线性系统的最佳控制

在从事所用方法的详细证明以前,最重要的是在最佳控制应用中多多增加实践。为此目的,这里所给出的论述是提示性的,而不是完整的。更严格的推导,如果需要,可在直接与最佳控制理论有关的课本中找到,例如参考文献〔6〕的第十一章。

在论述多维系统之前,我们建议先复习§11.2中研究过的一个一维系统的例子。在这里我们要求熟悉矩阵转置(在右上角用 T 做记号)的概念和矩阵的运算。

假设多维线性系统用下式表示:

$$\dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \quad (A1)$$

我们的目的是要找到一个控制矢量 $\underline{u}$,使下面的性能指标达到极小:

$$J = \underline{x}^T P \underline{x}(T) + \int_{t_0}^T \{ \underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{u}^T R \underline{u} \} dt \quad (A2)$$

其中 P 、 Q 和 R 是对称矩阵。对称阵这种形式的限制,是保证在多维情况下,性能指标保持为二次型。如同第十一章中举的例子那样,在实际中这不是一个很严格的限制。

在性能指标中的 $\underline{x}^T P \underline{x}(T)$ 项,是要强调让所选状态的终值为最小。因此,根据参考文献〔1〕,我们注意到:

$$\begin{aligned}
& \int_{t_0}^T \left\{ \frac{d}{dt} \underline{x}^T P \underline{x} \right\} dt = \int_{t_0}^T \{ \underline{x}^T \dot{P} \underline{x} + \dot{\underline{x}}^T P \underline{x} + \underline{x}^T P \dot{\underline{x}} \} dt \\
& = \int_{t_0}^T \{ \underline{x}^T \dot{P} \underline{x} + \dot{\underline{x}}^T P \underline{x} + \underline{x}^T P \dot{\underline{x}} + \underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{u}^T R \underline{u} \} dt \\
& \quad - \int_{t_0}^T \{ \underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{u}^T R \underline{u} \} dt \\
& \quad \quad \quad \text{(用先加后减 } \underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{u}^T R \underline{u} \text{ 项而得)} \\
& = \underline{x}^T P \underline{x}(T) - \underline{x}^T P \underline{x}(t_0) \tag{A3}
\end{aligned}$$

因此

$$\begin{aligned}
J &= \underline{x}^T P \underline{x}(T) + \int_{t_0}^T \{ \underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{u}^T R \underline{u} \} dt \\
& \quad \quad \quad \text{(重新写出方程 (A2))}
\end{aligned}$$

$$= \underline{x}^T P \underline{x}(t_0) + \int_{t_0}^T \{ F \} dt \quad \text{(根据方程 A3)}$$

其中 $F = \underline{x}^T \dot{P} \underline{x} + \dot{\underline{x}}^T P \underline{x} + \underline{x}^T P \dot{\underline{x}} + \underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{u}^T R \underline{u}$

使 J 表达式的两边对 $\underline{u}$ 取极小, 则

$$J_{opt} = \underline{x}^T P \underline{x}(t_0) + \min_{\text{相对于 } \underline{u}} \int_{t_0}^T \{ F \} dt$$

因为 $\underline{x}^T P \underline{x}(t_0)$ 只与起始时间 t_0 有关, 且不受 $\underline{u}$ 的影响, 因此, 只要能找到控制向量 $\underline{u}$, 使得被积函数 F 在 $t_0 < t < T$ 时间内等于零, 则性能指标将是最小值。

把方程 (A1) 的 $\dot{\underline{x}}$ 代入 F 的表达式中, 得

$$\begin{aligned}
F &= \underline{x}^T \dot{P} \underline{x} + (\underline{Ax} + \underline{Bu})^T P \underline{x} + \underline{x}^T P (\underline{Ax} + \underline{Bu}) \\
& \quad + \underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{u}^T R \underline{u}
\end{aligned}$$

现在

$$\begin{aligned}
(\underline{Ax} + \underline{Bu})^T P \underline{x} &= (\underline{Ax})^T P \underline{x} + (\underline{Bu})^T P \underline{x} \\
&= \underline{x}^T \underline{A}^T P \underline{x} + \underline{u}^T \underline{B}^T P \underline{x}
\end{aligned}$$

因此

$$F = (\underline{x}^T \dot{p} \underline{x} + \underline{x}^T A^T P \underline{x} + \underline{x}^T P A \underline{x} + \underline{x}^T Q \underline{x}) \\ + \underline{u}^T B^T P \underline{x} + \underline{x}^T P B \underline{u} + \underline{u}^T R \underline{u} \quad (A4)$$

这能写成完全平方的形式

$$F = (K \underline{x} + \underline{u})^T R (K \underline{x} + \underline{u}) \quad (A5)$$

$$= (\{K \underline{x}\}^T + \underline{u}^T) R (K \underline{x} + \underline{u}) \\ = \underline{x}^T K^T R (K \underline{x} + \underline{u}) + \underline{u}^T R (K \underline{x} + \underline{u}) \\ = (\underline{x}^T K^T R K \underline{x}) + (\underline{u}^T R K \underline{x} + \underline{x}^T K^T R \underline{u}) \\ + \underline{u}^T R \underline{u} \quad (A6)$$

只要

$$K^T R K = \dot{p} + A^T P + P A + Q \quad (A7)$$

和

$$R K = B^T P \quad (A8)$$

(由比较方程(A4)和(A6)的系数而得)如果方程(A7)和(A8)满足的话,那末被积函数总是非负的,并且积分项的最小可能值(亦即零)将能达到,只要,

$$\underline{u} = \underline{u}_{opt} = -K \underline{x} \quad (\text{由方程(A5)}) \\ = -R^{-1} B^T P \underline{x} \quad (\text{用方程(A8)代替} K) \quad (A9)$$

因此,只要P能决定, $\underline{u}_{opt}$ 就能找到。从方程(A7)和方程(A8)消去K得,

$$(R^{-1} B^T P)^T R (R^{-1} B^T P) = \dot{p} + A^T P + P A + Q$$

简化以后就变成

$$-\dot{p} = A^T P + P A + Q - P B R^{-1} B^T P \quad (A10)$$

方程(A10)就是通常所说的矩阵形式的黎卡提方程,为了

确定由方程 (A 9) 所给出的最佳控制, 必须解这个方程求出 P 。

摘要:

$$\text{给定系统} \quad \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B\underline{u} \quad (\text{A } 1)$$

$$\text{和性能指标} \quad J = \underline{x}^T P \underline{x}(T) + \int_{t_0}^T \{ \underline{x}^T Q \underline{x} + \underline{u}^T R \underline{u} \} dt \quad (\text{A } 2)$$

于是, 使 J 最小的最佳控制为

$$\underline{u}_{opt} = -R^{-1} B^T P \underline{x} \quad (\text{A } 9)$$

其中 P 由黎卡提方程求得:

$$-\dot{P} = A^T P + P A + Q - P B R^{-1} B^T P \quad (\text{A } 10)$$

附录B 最佳估值——连续 型卡尔曼滤波

给定系统 $\dot{\underline{x}} = A\underline{x} - B\underline{u} + \underline{w}$ (B1)

量测方程 $\underline{z} = H\underline{x} + \underline{v}$ (B2)

其中 $\underline{w}$ 、 $\underline{v}$ 是白噪声矢量，它们的谱密度分别为 Q 和 R ，于是 $\underline{x}$ 的最佳估值 $\hat{\underline{x}}$ 由下式给出：

$$\dot{\hat{\underline{x}}} = A\hat{\underline{x}} + B\underline{u} + K(\underline{z} - H\hat{\underline{x}}) \quad (\text{B3})$$

其中 $K = PH^TR^{-1}$ (B4)

而 P 可从下面的黎卡提方程求出：

$$\dot{P} = AP + PA^T + Q - PH^TR^{-1}HP \quad (\text{B5})$$