

电磁轨道炮三维瞬态涡流场的有限元建模与仿真

林庆华, 栗保明

(南京理工大学 瞬态物理国家重点实验室, 江苏 南京 210094)

摘要: 本文分析了固体电枢电磁轨道炮的三维瞬态涡流问题, 建立了运动坐标下的磁扩散公式, 该公式基于准稳态麦克斯韦方程组, 用矢量磁位和标量电位作为未知量。在运动坐标下计算含有运动导体的磁扩散问题, 可以消除高速情况下的数值不稳定, 减少计算量和内存需求。通过施加库仑规范, 保证了方程解的唯一性。本文以方膛电磁轨道炮为例, 用有限元法和后向差分格式对方程组进行了解, 得到了轨道炮中电流密度的分布, 以及电流和电枢速度的变化过程。

关键词: 动力机械工程; 轨道炮; 电磁场; 涡流; 有限元; 数值计算

中图分类号: TM15; TJ012.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-1093(2009)09-1159-05

Finite Element Analysis of 3D Transient Eddy Field in Electromagnetic Railgun

LIN Qing-hua, LI Bao-ming

(National Key Laboratory of Transient Physics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, Jiangsu, China)

Abstract: The 3D transient eddy of railgun with solid armature was analyzed, the Lagrangian formulations of electromagnetic diffusive processes with moving coordinate based on quasi-static Maxwell's equations were established by magnetic vector and electric scalar potentials. Lagrangian description of field variables exhibits several advantages in modeling electromagnetic diffusive problems with moving coordinate, i. e. the numerical instability at hypervelocity can be eliminated, the computational cost and memory requirement can be reduced. With Coulomb gauge condition, magnetic vector potential is uniquely determined. Numerical simulation was carried out on a square bore railgun by the finite element and the backward difference method, to obtain the distribution of current densities and the profiles of current and armature velocity.

Key words: power machinery engineering; railgun; electromagnetic field; eddy current; finite element; numerical calculation

电磁轨道炮是一种电磁加速装置, 由两条平行导体(导轨)和一个可滑动的导体(电枢)组成, 如图1所示。当导轨和电枢所组成的导电回路中有电流流过时, 将产生磁场, 磁场与电流相互作用产生洛仑兹力, 电枢在洛仑兹力的作用下被加速。近年来, 电磁轨道发射技术被广泛研究^[1-2]。为了在有限长度的导轨上实现电枢的超高速发射, 必须对电磁轨

道炮施以脉冲大电流, 因此发射过程中会伴随着磁场扩散、热传导、结构变形等物理过程, 这些过程具有瞬态特性, 相互影响并形成了一个多物理场的耦合问题。对电磁场问题的求解有助于理解电磁轨道炮的物理过程, 指导工程设计。国内外许多学者开展了这方面的研究^[3-8], 开发了相关的计算程序如EMAP3D^[9]、MEGA^[10]等。

收稿日期: 2008-08-10

作者简介: 林庆华(1976—), 男, 工程师。E-mail: tsinghualin@yahoo.com.cn;

栗保明(1966—), 男, 教授, 博士生导师。E-mail: libaoming@mail.njust.edu.cn

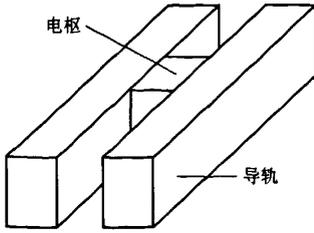


图 1 电磁轨道炮示意图

Fig. 1 Schematic of electromagnetic railgun

电磁轨道炮中的电磁场属于涡流场,本文建立了固体电枢电磁轨道炮的三维瞬态涡流场的模型,用有限元方法进行了计算,以实现发射过程中的磁场分布、电流分布及电枢受力情况的定量分析。

1 理论模型

电磁轨道炮由高功率脉冲电源驱动,发射时导电部件会承受很大的电动力,产生弹性或塑性变形,同时导轨与电枢之间存在着滑动电接触,这些因素增加了数值分析的难度。为了简化分析过程,作如下假设:1)将全部导体视为刚体;2)将导轨与电枢间的交界面视为理想电接触。

图 1 中的物理模型具有对称性,取其中的 1/4 作为计算区域,如图 2 所示。求解区域 Ω 由 Ω_1 、 Ω_2 、 Ω_3 组成,其中 Ω_1 为电枢区域, Ω_2 为导轨区域, Ω_3 为导体周围的空间区域。求解区域的外边界分为 S_B 、 S_H 和 S_∞ 共 3 个部分,其中对称面 S_B 上磁通密度的法向分量为 0,对称面 S_H 上磁场强度的切向分量为 0;远场边界 S_∞ 上磁场强度和磁通密度均为 0。求解区域的内部交界面分为 Γ_{12} 、 Γ_{13} 、 Γ_{23} 共 3 部分,其中 Γ_{12} 为两种不同导体(导轨/电枢)的交界面; Γ_{13} 、 Γ_{23} 为导体与非导体区域间的交界面。

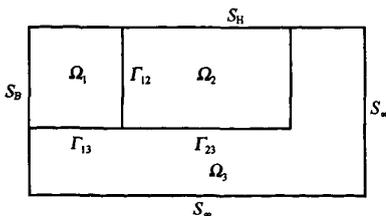


图 2 计算区域示意图

Fig. 2 Schematic of computational zone

电磁轨道炮涡流场控制方程可以从麦克斯韦方程组导出。由于脉冲电流的频率相对较低,电磁波的波长远远大于电磁轨道炮的几何尺寸,场点(观察点)的场强几乎瞬时地跟随场源的变化而变化,不像

高频场中,场点场强的变化滞后于场源的变化,因此位移电流密度与传导电流密度相比,可以忽略不计,即只考虑磁场变化产生的电场,而不考虑电场变化产生的磁场。选择矢量磁位和标量电位组成的电磁位对,将含有运动导体的麦克斯韦方程组变换为

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} = \sigma \left(\mathbf{u} \times \nabla \times \mathbf{A} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \right), \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \left[\sigma \left(\mathbf{u} \times \nabla \times \mathbf{A} - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \right) \right] = 0, \quad (2)$$

式中: \mathbf{A} 为矢量磁位; ϕ 为标量电位; \mathbf{u} 为导体运动速度; μ 为磁导率; σ 为电导率。(1)式和(2)式可以被视为涡流场控制方程的统一形式。在图 2 中的 Ω_1 、 Ω_2 区域,电场和磁场都需要描述,要同时用到(1)式和(2)式;在 Ω_3 区域,只需要描述磁场,只要令(1)式等号右端的涡流项为 0 即可。

在忽略了电通密度和面电流密度后,涡流问题中涉及到的不同媒质间的边界条件可表示为

$$\begin{cases} \mathbf{n} \times (\mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_2) = 0, \\ \mathbf{n} \times (\mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_2) = 0, \\ \mathbf{n} \cdot (\mathbf{B}_1 - \mathbf{B}_2) = 0, \\ \mathbf{n} \cdot (\mathbf{J}_1 - \mathbf{J}_2) = 0, \end{cases} \quad (3)$$

式中 \mathbf{n} 为交界面的单位法向量。要求交界面上:电场强度 \mathbf{E} 的切向分量连续;磁场强度 \mathbf{H} 的切向分量连续;磁通密度 \mathbf{B} 的法向分量连续;电流密度 \mathbf{J} 的法向分量连续。上述的交界面条件也可以表示成电磁位对的形式。

另外,为了保证矢量磁位解的唯一性,还要满足库仑规范条件

$$\nabla \cdot \mathbf{A} = 0. \quad (4)$$

对于瞬态情况下的初值问题,还需要加上初始条件。初始时刻,流过导体的电流为 0,以施加于导轨两端的电压为已知量,在导轨的一个端面上规定一个标量电位 ϕ 的参考点,这样,就可以求解以矢量磁位和标量电位为未知量的涡流场问题了。

2 有限元离散格式

采用加权余量法,可以获得控制方程组的有限元离散格式,离散过程包括对空间域的离散和对时间域的离散两部分。由于运动导体的存在,控制方程组中含有运动涡流项,使其成为对流扩散方程。引入 Peclet 数

$$P_e = \mu \sigma h u / 2, \quad (5)$$

式中: h 为运动方向的单元长度; u 为运动速度。当 Peclet 数大于 1 时,离散后的对流项要超过扩散

项,成为主导,这种数值算法将变得不稳定,有限元方程的解会产生振荡。对 Peclet 数的要求等效于要求网格间距不要超过趋肤深度。通过加密网格,减小 h ,或者采用迎风格式,可以在一定程度内解决这个问题。但在电磁轨道炮中,导体的运动速度会比较大,解决这一问题比较好的方法是在运动坐标(拉格朗日坐标)下描述运动导体,将运动涡流项从方程中消除^[11]。运动坐标下的控制方程为

$$\nabla \times \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} = \sigma \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \right), \quad (6)$$

$$\nabla \cdot \left[\sigma \left(-\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \phi \right) \right] = 0. \quad (7)$$

电枢在电磁力的作用下产生运动。由于电磁轨道炮中不含有高磁导率的铁磁性导体,用洛仑兹力公式能够比较有效而精确地计算出电磁力。电枢在洛仑兹力作用下的运动方程为

$$\mathbf{F} = m \frac{d\mathbf{u}}{dt} = \int_{\Omega_1} \mathbf{J} \times \mathbf{B} d\Omega \quad (8)$$

式中 m 为电枢质量。

用控制方程(6)、(7)和运动方程(8)来描述带运动耦合的三维瞬态涡流问题。采用六面体单元对磁扩散方程组的求解区域进行空间离散,库仑规范条件(4)以罚函数的形式加入到(6)式中。对于导体单元,得

$$\int_{\Omega'} \Psi_j \cdot \sigma \left(\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \phi \right) d\Omega + \int_{\Omega'} \nabla \times \Psi_j \cdot \frac{1}{\mu} \nabla \times \mathbf{A} d\Omega + \int_{\Omega'} (\nabla \cdot \Psi_j) \left(\frac{1}{\mu} \nabla \cdot \mathbf{A} \right) d\Omega = 0, \quad (9)$$

$$\int_{\Omega'} \left(\nabla \Psi_j \cdot \sigma \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} + \nabla \Psi_j \cdot \sigma \nabla \phi \right) d\Omega = 0, \quad (10)$$

式中 Ψ_j 为节点的形状函数。通过对整个计算区域的空间离散,得到矩阵形式的常微分方程组

$$\mathbf{M} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \phi \end{bmatrix} + \mathbf{K} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \phi \end{bmatrix} = \mathbf{0}, \quad (11)$$

式中 \mathbf{M} 、 \mathbf{K} 分别为阻尼矩阵和刚度矩阵。对于非导体区域,不含有对时间的偏导数项,因此对应的 \mathbf{M} 为 0。对(11)式中的时间导数项,采用无条件稳定的后向差分格式进行离散,得到

$$\left(\frac{\mathbf{M}}{\Delta t} + \mathbf{K} \right) \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \phi \end{bmatrix}^{n+1} = \frac{\mathbf{M}}{\Delta t} \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \phi \end{bmatrix}^n. \quad (12)$$

(12)式是以节点的矢量磁位和标量电位为未知量的线性代数方程组,通过 n 时刻的节点值,可以求出 $n+1$ 时刻的节点值。(12)式的系数矩阵为对称稀疏矩阵,可通过不完全乔列斯基分解共轭梯度(ICCG)法进行求解。

尽管采用后向差分格式,时间步长 Δt 可以任意选择,但在拉格朗日坐标下,运动导体的有限元网格将随着导体一起运动,如果随意选择时间步长,电枢与导轨交界面处的节点将会产生交错。为了避免节点交错,指定每个时间步长内电枢的运动距离等于一个网格间距,通过迭代过程来确定每个时间步长。

3 算例与分析

根据上述模型,建立计算程序,计算图 1 中方膛轨道炮的电流密度分布情况,以及电流和电枢速度的变化过程。取图 1 中的 1/4 部分进行计算,有限元网格的划分如图 3 所示,图中长方体的右侧端面 and 上端面分别对应于图 2 中的 S_B 和 S_H 对称面。从 $t=0$ ms 时刻起在炮尾端面上施加 0.75 V 电压,电流从炮尾流入,从电枢的 S_B 对称面上流出,电枢的运动方向如图 3 所示。

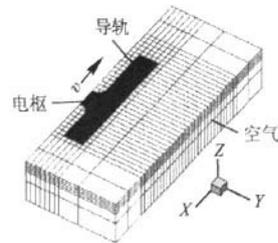


图 3 有限元模型的网格

Fig. 3 Mesh for the FE model

分别计算电枢固定不动和运动情况下的电流分布。图 4 为流过轨道炮的电流,其中 i_1 为电枢固定时的情况, i_2 为电枢运动时的情况。在炮尾施加电压后,存在一个瞬态的电流扩散过程,由于导体存在的趋肤效应,电流先在导体的表层流动,并逐渐向导体内部扩散,随着导电面积的增加,导体电阻逐渐减

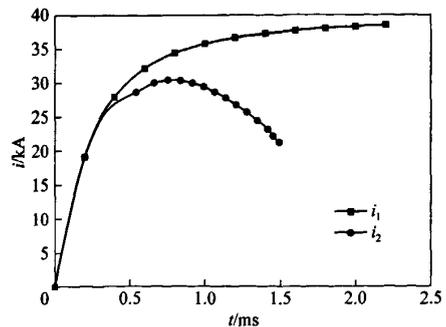


图 4 电流随时间的变化曲线

Fig. 4 Current curves for the fixed and moved armatures

小,因此无论电枢运动与否,导体中的电流都有一个上升过程。在电枢固定的情况下,电流逐渐变大并趋于常数,当扩散至电流密度在导体内均匀分布时,达到稳态,相当于流过导体的电流为直流。在电枢运动的情况下,电流 i_2 的峰值低于 i_1 ,到达峰值前的上升时间短于 i_1 ,这是由于随着电枢的运动,接入电路的导轨长度将增大,存在一个电阻增加的过程,因此电流到达峰值后,会逐渐下降。

图 5 为炮尾端面不同时刻的电流分布。图的左边界对应导轨的内侧,右边界对应导轨的外侧,上边界对应图 2 中的 S_H 对称面。图 5(a)和图 5(b)中的等值线间隔均是 $0.4 \times 10^8 \text{ A/m}^2$,通过图 5(a)和图 5(b)的对比可以发现,随着时间的推移,电流密度分布的梯度减小,也就是说,随着电流的扩散,电流密度分布将逐渐趋于均匀。根据图 5(a)和图 5(b)中等值线的数值大小可以看出,电流密度值从导轨表面向导轨内部逐渐减小。在图 5(a)的左下角与右下角处,电流密度值相对较大,而在图的中心偏上方,即整根导轨的内部,电流密度值相对较小,这说明当电流在导轨中扩散时,在导轨的拐角处

将存在电流密度集中现象;导轨内侧的电流密度值比外侧的要大,说明在扩散阶段的电流主要沿着导轨的内侧流动。在图 5(b)中,由于电流已经经过一段时间的扩散,电流分布逐渐趋于均匀,因此电流密度集中现象不再明显。

图 6 为运动情况下电枢 S_B 对称面上的电流分布,图的左侧为电枢前缘,右侧为电枢后缘,电枢运动方向为从右到左。图 6(a)为电枢刚开始运动时的电流密度分布,此时由于时间较短,电流扩散得不够充分,电枢前缘的电流密度比电枢中心的电流密度大,另外在图的左下角处也还存在电流密度集中的现象。图 6(b)是电枢被加速到一定速度后的电流密度分布,如果是在电枢固定不动情况下,随着时间的推移,电流密度分布应逐渐趋于均匀,但从图 6(b)中看出,电流密度从电枢前缘到电枢后缘逐渐增大,电流集中于电枢的后缘,这是电磁轨道炮中存在的速度趋肤效应,是由于电枢中电流扩散的速度赶不上电枢运动的速度而造成的,运动速度越大,这种效应越明显。

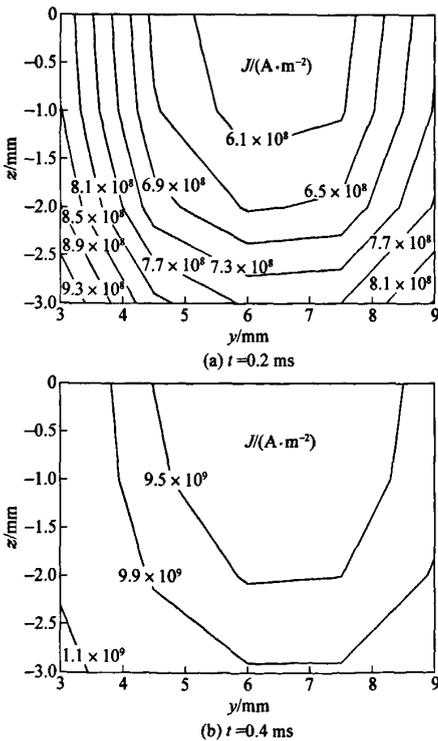


图 5 炮尾端面不同时刻的电流密度分布
Fig.5 Current density distributions of the breech at the different times

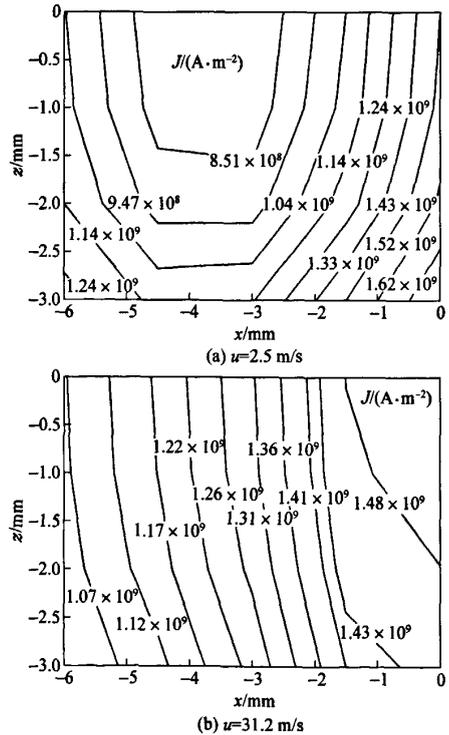


图 6 电枢 S_B 对称面在不同速度下的电流密度分布
Fig.6 Current density distributions of the armature S_B at its different velocities

趋肤效应与速度趋肤效应是电磁轨道炮中比较

典型的物理现象,通过算例验证,说明三维瞬态涡流场有限元模型能够模拟出轨道炮中的电磁过程及典型物理现象。

4 结论

本文建立了固体电枢电磁轨道炮三维瞬态涡流问题的计算模型,引入拉格朗日坐标消除了运动涡流项引起的计算不稳定,用简单算例分析了电磁轨道炮中的电磁场变化过程。该模型的建立为实现电磁轨道炮的多物理场分析打下了基础,通过电流密度与磁场分布可进一步计算出温度场、应力场等。该模型还存在一些不足,1)对远场边界的处理,从理论上讲,磁场的零边界应位于无穷远处,而为了计算方便,本文采用截断法,将远场边界人为设定在导体周围的有限距离内,这种截断会引入一定的误差;另外,感兴趣的主要是导体区域,然而采用有限元法,必须将导体外的一部分空间包含在计算模型之内,这增加了一定的计算量;2)脉冲电流作用下产生大量的焦耳热,使导体温度升高并导致电导率变化,在计算模型中引入了非线性,而在本文的模型中暂未考虑这一问题。因此有待于对计算模型作进一步的完善。

参考文献(References)

- [1] Harry Fair. Electromagnetic launch[J]. International Journal of Impact Engineering, 2003, 29(1): 247-262.
- [2] 范长增, 王文魁. 发展中的电磁轨道炮[J]. 燕山大学学报, 2007, 31(5): 377-386.
FAN Chang-zeng, WANG Wen-kui. Review on the electromagnetic railgun[J]. Journal of Yanshan University, 2007, 31(5): 377-386. (in Chinese)
- [3] Galanin M P, Khalimullin Y A, Lototsky A P. 3-D modeling of electromagnetic fields in application to electromagnetic launchers[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2003, 39(1): 134-138.
- [4] Musolino A. Finite-element method/method of moments formulation for the analysis of current distribution in rail Launchers[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2005, 41(1): 387-392.
- [5] Thiagarajan V, Hsieh K-Ta. Investigation of a 3-D hybrid finite-element/boundary-element method for electromagnetic launch applications and validation using semianalytical solutions[J]. IEEE Trans on Magnetics, 2005, 41(1): 398-403.
- [6] Tzeng J, Zielinski A, Schmidt E. Design considerations for electromagnetic railguns[J]. Journal of Pressure Vessel Technology, 2006, 128: 263-266.
- [7] Chen T, Long X, Dutta I, et al. Effect of current crowding on microstructural evolution at rail-armature contacts in railguns[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2007, 43(7): 3278-3286.
- [8] 陈庆国, 王永红, 魏新芳, 等. 电容驱动型轨道电磁炮电磁过程的计算机仿真[J]. 电工技术学报, 2006, 21(4): 68-71.
CHEN Qing-guo, WANG Yong-hong, WEI Xin-lao, et al. Computer simulation of electromagnetic process in the capacitor driven rail gun [J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2006, 21(4): 68-71. (in Chinese)
- [9] Watt T J, Watt M D Bryant. Modeling assumptions for railguns[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2007, 43(1): 380-383.
- [10] Rodger D, Lai H C. A comparison of formulations for 3D finite element modeling of electromagnetic launchers[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2001, 37(1): 135-138.
- [11] Yamazaki K, Watari S, Egawa A. Adaptive finite element meshing for eddy current analysis of moving conductor[J]. IEEE Transactions on Magnetics, 2004, 40(2): 993-996.

电磁轨道炮三维瞬态涡流场的有限元建模与仿真

作者: 林庆华, 栗保明, [LIN Qing-hua](#), [LI Bao-ming](#)
作者单位: [南京理工大学, 瞬态物理国家重点实验室, 江苏, 南京, 210094](#)
刊名: [兵工学报](#) [ISTIC](#) [EI](#) [PKU](#)
英文刊名: [ACTA ARMAMENTARII](#)
年, 卷(期): 2009, 30 (9)

参考文献(11条)

1. [Watt T J;Watt M D Bryant](#) [Modeling assumptions for railguns](#)[外文期刊] 2007(01)
2. 陈庆国;王永红;魏新芳 [电容驱动型轨道电磁炮电磁过程的计算机仿真](#)[期刊论文]-[电工技术学报](#) 2006(04)
3. [Chen T;Long X;Dutta I](#) [Effect of current crowding on microstructural evolution at rail-armature contacts in railguns](#)[外文期刊] 2007(07)
4. [Tzeng J;Zielinski A;Schnidt E](#) [Design considerations for electromagnetic railguns](#) 2006
5. [Thiagarajan V;Hsieh K-Ta](#) [Investigation of a 3-D hybrid finite-element/boundary-element method for electromagnetic launch applications and validation using semianalytical solutions](#)[外文期刊] 2005(01)
6. [Musolino A](#) [Finite-element method/method of moments formulation for the analysis of current distribution in rail Launchers](#)[外文期刊] 2005(01)
7. [Yamazaki K;Watari S;Egawa A](#) [Adaptive finite element meshing for eddy current analysis of moving conductor](#)[外文期刊] 2004(02)
8. [Rodger D;Lai H C](#) [A comparison of formulations for 3D finite element modeling of electromagnetic launchers](#)[外文期刊] 2001(01)
9. [Galanin M P;Khalimullin Y A;Lototsky A P](#) [3-D modeling of electromagnetic fields in application to electromagnetic launchers](#)[外文期刊] 2003(01)
10. [范长增;王文魁](#) [发展中的电磁轨道炮](#)[期刊论文]-[燕山大学学报](#) 2007(05)
11. [Harry Fair](#) [Electromagnetic launch](#) 2003(01)

本文链接: http://d.g.wanfangdata.com.cn/Periodical_bgxb200909002.aspx