

12
自动武器动力学原理

B. C. 普加契夫著

王新濤译



国防工业出版社

內 容 簡 介

本书叙述自动武器动力学的一般原理。全书共分三章：第一章简单分析自动武器中的作用力，论述傳速比与效率的計算，介绍自动武器机构运动的一般方程式之推导，并对各构件参与机构工作的冲击情况进行了討論。第二章研究設彈帶为只傳遞拉伸应力的彈性綫时彈帶的运动，并推导从彈帶方面作用于机构构件的力的表达式。第三章叙述武器机构运动方程式的积分法。

本书的主要讀者对象为自动武器設計研究人員及国防工业高等学校教师和学生。

苏联 В. С. Пугачев 著 'Основы динамики автоматического оружия' (А. Н. СССР 1946 年第一版)

* * *

國防工業出版社 出版

北京市书刊出版业营业許可証出字第 074 号
机械工业出版社印刷厂印刷 新华书店发行

*

850×1168 $\frac{1}{32}$ 印張 $3\frac{11}{16}$ 92 千字

1960 年 7 月第一版

1960 年 7 月第一次印刷

印数：0,001—2,341 册 定价：(11-8)0.71 元

NO. 3202

目 录

緒論	5
第一章 自动武器机构的运动方程式	7
1 自动武器中的作用力	7
2 自动武器中的傳速比和傳动效率的确定	11
3 自动武器机构运动方程式的推导	23
4 自动武器机构中的冲击	27
5 自动武器机构中能量的摩擦損耗活力方程式	31
6 非理想約束情况的第二类拉格朗日广义方程	35
7 非理想約束情况的阿伯尔广义方程	40
8 推导自动武器机构的运动方程式时第二类拉格朗日广义方 程和阿伯尔广义方程的应用	44
第二章 彈带的运动	47
9 引言	47
10 彈带的运动方程式	48
11 彈带运动方程式的解	51
12 作用于彈带上的摩擦力的計算	57
13 供彈对武器机构运动的影响	61
第三章 自动武器机构运动方程式的积分	64
14 自动武器机构运动方程式的一般形式	64
15 当作用力与時間无明显的关系时, 自动武器机构运动方程 式的积分	66
16 自动武器机构的运动諸元用波維特金近似法的計算	70
17 自动武器机构的运动諸元用胡佳柯夫解析法的計算	73
18 主动件向最后位置运动的最后路段上自动武器机构运动諸 元的計算	75
19 在初速等于零的路段上武器机构运动諸元的解析計算法	77
20 自动武器机构运动諸元用胡佳柯夫第二种方法的計算	83
21 用函数标度法进行自动武器机构的运动方程式的图解积分	86
22 自动武器机构运动諸元的計算举例	100
参考书目	113

緒 論

自动武器动力学的基础是由А. А. 勃拉崗拉沃夫(А. А. Бла-
гоправов) 院士的著作[1、2]所奠定的, 在这些著作中, 第一次
研究了射击时自动武器零件的运动計算。自动武器动力学的基本
的和最困难的問題, 就是确定作用在自动武器中的各个力的問
題。要完滿地研究作用在自动武器中的全部力, 需要化很长的时
間和运用許多資料。所以, 为了能为設計师們提供各种那怕是可
以用来粗略近似地計算自动武器机构运动的方法, А. А. 勃拉崗
拉沃夫院士在自己的著作中仅限于叙述利用总冲量和在导气式武
器中确定此总冲量的各項基本实验, 来考虑运动力——作用于各
机构构件上的火药气体压力——的近似計算法。

Е. Л. 勃拉文(Е. Л. Бравин)教授首先企图来考虑作为時間函
数的作用于机构主动构件上的火药气体压力和当此力作用时所发
生的有連結质量的情况[3、4]。Е. Л. 勃拉文教授研究了导气式机
枪活塞杆的运动, 而且在当时沒有任何关于气室内火药气体压力
与時間关系的資料的情况下, 他提出了对于这种关系的經驗公式。

以后, 关于自动武器各个机构的运动計算問題, 在Э. А. 戈
洛夫(Э. А. Горюх) [20], Р. Д. 波維特金(Р. Д. Повиткин)
[5], 和И. В. 胡佳柯夫(И. В. Худяков) [6]等人的著作中
研究过。Р. Д. 波維特金和И. В. 胡佳柯夫发展了解析法。这种
方法的基础是将运动方程的积分式展开成为按時間的整正幂排列
的級数(Р. Д. 波維特金)或按主动件的行程排列的級数(И. В.
胡佳柯夫)。但这种方法仅限于当主动件行程被分成若干区段, 而
在每一区段当中其轉化质量保持为常数的情形。此外, И. В. 胡
佳柯夫还提供了一种方法, 这种方法的基础是将每一区段上的全
部力和轉化质量加以平均并且采用等加速运动的公式。

大家都知道, 自动武器中最为重要的机构是供彈机构。所以,

很自然地，設計供彈机构和考虑它对自动武器机构主动件运动的影响問題，在上面所列举出的所有著作中几乎都占着很显著的位置。前几种关于供彈机构的計算和設計的見解是由A. A. 勃拉崗拉沃夫院士[2]所提出的，他們根据的假設是彈帶为絕對剛性的。以后，这个問題由И. В. 胡佳柯夫[6, 7]进行了研究，他发展了对于絕對剛性彈帶的供彈机构的設計方法。同时，B. E. 魯德涅夫(B. E. Руднев)研究了彈帶可能被当作只傳遞拉伸力的彈性綫（或同样地可当作彈簧）的情况下供彈机构的工作，并且提出了有关設計彈帶及供彈机构的一些見解。此外，B. E. 魯德涅夫还对某些具体形式的武器，用試驗証明了將彈帶看作为彈性綫的可能性。

本书叙述自动武器动力学的一般原理。

在第一章內，在簡單地分析了有关自动武器中的作用力的現有資料以及关于計算傳速比和效率的引导性論述之后，建立了自动武器机构的一般运动方程式，研究了各构件在冲击情况下参与机构工作的情形。

在第二章內，在彈帶为只傳遞拉伸应力的彈性綫的假設下研究它的运动，并推导出从彈帶方面作用于供送彈鏈机构构件的力的表达式。

在第三章內叙述了武器机构各种运动方程式的积分法。在这一章內研究应用在武器机构运动最一般方程式中的各个解法：用总冲量来考虑火药气体压力的方法（勃拉崗拉沃夫的方法的推广）；运动方程式按時間幂排列的积分法（波維特金的方法的推广）；运动方程式按位移幂排列的积分法（胡佳柯夫的方法的推广和作者的用于初始部分行程的方法）和函数标度的图解法（Графический метод функциональных циклов）。最后一种方法——函数标度法是計算自动武器机构运动諸元时最为方便而簡單的方法。并且它所能保証的准确度要比所研究过的其它方法要高。所以，我們建議在自动武器的設計實踐中广泛地利用这种方法。为了闡明这种方法，在第三章內引入了自动武器机构运动諸元的計算实例。

第一章 自动武器机构的运动方程式

1 自动武器中的作用力

正如在序言中所指出的，为了全面研究自动武器动力学，必须透彻了解作用在自动武器机构内的力。只有从理论上和用实验的方法全面地研究这些力，才能够获得这些知识。而在这里，实验的研究具有决定性的意义，因为在自动武器内发生的物理过程十分复杂，不可能找到适当的理论方案，来简便地而又精确地进行理论研究。因此，甚至当已经找到适当的理论方案并且已经得到作用于武器机构的主动件上的某一力的理论公式时，还必须提出试验性的研究，以检查此公式的准确性和应用范围，或者检查所采用的理论方案的许可性。最后，可以利用试验研究来求出理论公式中的系数和引入附加的实验校正系数。

作用在机构构件上的火药气体压力是使自动武器机构工作的主要力。这个力随武器之类型和结构的不同而有不同的规律。在枪管后座式或枪机后座式的武器中，弹丸在膛内运动时和后效期火药气体对膛底的压力使机构产生运动。在导气式的武器中，机构由作用于气室内的活塞上的火药气体压力而产生运动。

由内弹道学中可以十分精确地知道弹丸在膛内运动时火药气体对于膛底的压力。英国学者勒夫和具狄克根据射击时对火药气体的膛内运动方程的积分，对此作用力进行了比较精确的理论研究，这时假设装药是瞬间燃尽的。

至于在后效期内火药气体对武器膛底的压力，到现在为止无论在理论上或实验上都还没有进行十分详细的研究。现在有许多不同的后效作用的理论，但各人所得的公式之间差别很大。这种情况之所以产生是因为各种理论以不同的假设为基础，而所有这

些假設都与实际情况相差很远。这些理論都以气体从有孔的容器中单量地流出的热力学理論为基础。只是在B. Д. 捷林切耶夫 (В. Д. Терпигильцев) [9] 的不久以前的著作中才注意到了气体的徑向流动，而这也是粗略近似的，是用与平行于角的一边的平面平层流或直角流动的麦业尔 (Майер) 公式[10]的方法及用加入相应的实验修正量的方法求出的。至于B. Д. 捷林切耶夫的理論与从膛内流出的气体作用之真实情形接近程度如何，則依然是个悬而未决的問題。

我們注意到，檢查气体后效作用的所有理論都只用比較武器的自由后座的最大速度之理論值与实验值的方法来进行。这只能使火药气体的总冲量的理論值与实验值相符合，而不可能确定火药气体对膛底的压力随時間而变化的規律。

在自动武器中，为了增大和减小火药气体压力的作用，常常采用不同的膛口装置，这种情况使自动武器在气体后效作用期內火药气体对膛底的压力問題复杂化了。在枪管后座式通常口徑 (6~8毫米) 的机枪內，火药气体对膛底的压力不足以带动武器的全部机构动作，因此为了增大火药气体的冲量，設置專門的枪口罩，而枪口端面則作成与活塞相似的特殊形状。相反地，在大口徑自动机枪和火炮中，火药气体作用于膛底的压力过大，为了减小它对身管的作用，一般裝置膛口制退器。

帶膛口装置时火药气体的后效作用問題完全沒經過研究。現有膛口制退器的理論 [17] 是十分粗淺的，而实际上对每一种型式的武器，只得用实验的方法来决定气体后效期內火药气体的压力。

在导气式武器中火药气体对活塞的压力也研究得很少。A. A. 勃拉崗拉沃夫院士 [1, 2] 根据气流理論作出下述結論：火药气体对开式导气室的活塞之压力冲量与气体对膛底的冲量成比例，他还作了决定比例系数的实验。这是研究导气式武器中火药气体对活塞的压力的唯一重大的工作。E. Л. 勃拉文教授 [3, 4]

提出用下面的經驗指数公式表示彈丸通过导气孔后，膛内压力的变化規律：

$$P = P_s e^{-k(t-t_s)} \quad (1.1)$$

式中 P_s ——彈丸通过导气孔 t_s 瞬时膛内的压力；

k ——經驗系数，它是根据彈丸通过导气孔瞬时起膛内压力的真实冲量与利用公式 (1.1) 計算出的冲量相等的条件而选定的。

此后，E. Л. 勃拉文教授作出如下的論述：假若气体是理想的而且沒有慣性，則在每一瞬間内作用于活塞上的压力等于导气孔附近的膛内压力，但是，气体流入导气室的过程不是瞬間完成的，因而气体的一部分能量将損失掉；为了考虑这些損失，E. Л. 勃拉文教授在公式 (1.2) 中引入了补充項并对于火药气体作用于活塞的压力采用經驗公式：

$$P = P_s e^{-k(t-t_s)} [1 - e^{-\alpha k(t-t_s)}], \quad (1.2)$$

式中 α ——系数。它应当根据用試驗方法求出的气体作用于活塞的压力冲量与利用公式 (1.2) 計算出的冲量相等的条件来选定。

从质的方面来看，公式 (1.2) 正确地反映了导气室内火药气体对活塞的压力的变化規律。至于公式 (1.1)，它沒有考虑彈丸由膛内飞出瞬間导致 $\partial P / \partial t$ 的間断，E. Л. 勃拉文教授自己也指出了这一点。

以上所述表明，对火药气体作用于自动武器机构之件上的作用力研究得多么不够，我們对于这个力所知道的多么不足。可以說，对这个力的研究剛剛开始，因而，我們只能对每一种型式的武器用实验法决定这个力，实际上不可能在武器設計过程中預先精确地計算导气室或膛口装置。因此，为了使自动武器設計工作建立在可靠的科学基础上，完全有必要广泛地开展关于火药气体对武器机构构件的作用力的研究工作。

火药气体作用结束后，复进簧力是使自动武器机构运动的主

要力。通常应用圆柱螺旋弹簧作为武器的复进簧。一般认为复进簧作用于武器机构构件上的力和整个弹簧的绝对变形成比例。这等于考虑了一个基本振动的频率，或换句话说，等于假设弹簧是没有质量的。为了补偿在这种情况下所产生的某些误差，在武器机构的主动件质量中加上三分之一的弹簧质量。

我们对由这些假设所产生的误差作了评价，同时证明，当弹簧准确地符合虎克（Гук）定律时，即假若弹簧的特性为线性时[11]，这些误差小得可以略而不计。但是，圆柱螺旋弹簧是否符合于虎克定律的问题现在尚未研究清楚，特别是在高射速的武器中，弹簧变形到几乎完全被压缩的程度的情况。已有许多著作阐述弹簧的动力学问题。但是，自动武器中弹簧的工作情况还远未得到充分的研究。特别是关于多股弹簧研究的不充分，而它在自动武器中常常被用作复进簧。因此，弹簧的动力学问题是自动武器动力学中急待解决的问题。

为了吸收自动武器机构从火药气体所得到的多余能量，常采用液压制退器。通常根据炮架理论公式来计算液压制退器所产生的制动力。但是这些公式是很粗略的，对于火炮实践虽已相当精确，而却完全不足以表明液压制退器对自动武器动力学的影响。因此，液压制退器的动力学问题也是自动武器动力学中急待解决的问题。

最后，研究武器零件的摩擦力问题是自动武器动力学中最复杂和最重要的问题。在自动武器中所存在的不稳定平移运动条件下的摩擦力完全没有经过研究。此外，可以预料，这些力在很大程度上是偶然的，它决定于这样一些可变的因素：武器零件的润滑质量和性质，武器温度，武器零件的加工精度，各种污垢和机械损伤。所有这些使得研究自动武器内的摩擦问题成为非常复杂的事。但是，为了全面研究自动武器动力学，完全有必要对这个问题进行研究。

以上所述表明，自动武器动力学的基本问题——确定自动武

器各机构内的作用力的問題——还完全没有研究清楚。因此，自动武器动力学正处在一种萌芽的状态，并且現時还不是一种有力的工具，可以像在其他技术部門中那样在自动武器从設計到制成試驗样品的过程中用来完全地控制自动武器的质量。在这一方面，学者們面临着既困难而又饶有兴趣的繁重的任务。但是，除去专门性的研究以外，在这里，从对現有各种型式武器的作用的分析中也可以得到很大的益处。所以，完全有必要具备一种理論工具，以便用来整理对武器各机构的作用进行試驗性研究所得的結果。自动武器动力学中研究自动武器机构在任意給定力的作用下的运动的那一部分，便可給我們提供这种理論上的工具。这个部分的基础是建立在理論力学和机械原理的一般方法上。对自动武器动力学中这个部分的系統的叙述，便是本书的基本內容。

2 自动武器中的傳速比和傳动效率的确定

为了研究自动武器机构的运动，必須知道由主动构件到机构各构件的傳速比及傳动效率。

构件 B 位置参数的无穷小的变化对构件 A 位置参数的无穷小变化之比，或构件 B 位置参数的变化速度对构件 A 位置参数的变化速度之比叫作构件 A 到构件 B 的傳数比。同时，当某一构件的位置不决定于一个参数，而决定于数个参数时，將該构件看成是由数个构件組成，这些构件中的每一个构件的位置由一个参数来决定，这是比較方便的。

构件 B 在无限小的位移內所作出的单位有效功与构件 A 在相应无限小的位移內所消耗的单位功之比，叫作由构件 A 到构件 B 运动傳动效率。

假若构件 B 使构件 A 的运动受到阻力（即假若构件 A 是主动件），則构件 A 位移所消耗的功大于构件 B 所作的功，在这些情况下傳动效率小于 1。相反，假若构件 B 带动构件 A （即构件 B 是主动件），則消耗在构件 B 位移上的功比构件 A 所作的功大，在这

种情况下由构件 A 到构件 B 的传动效率大于 1。

在自动武器中机构的运动是不稳定的，而在运动过程中各种不同的构件都可能成为主动件。因此，在开始时这构件起主动件的作用，以后可能成为从动件，而只在表面上称为主动件。然而，当研究自动武器机构的运动时，承认这种假定性并将所研究的武器机构的某一构件在全部运动时间内都当作是主动件。因此，在某些情况下效率大于 1，这种情况使自动武器动力学与机械动力学有很大差别。

自动武器动力学与一般机械动力学的另一差别是在运动的某些时期内自动武器机构可以分成数个独立的机构，这些独立机构中的每一机构有自己的主动构件。换句话说，自动武器机构在运动的某些时期内可以形成具有数个自由度（一般是两个）的运动链。可用某些枪管短后座武器作为例子来说明这种情况。在这种武器中，枪管与枪机脱离后继续运动并带动与它相连的机构，而与枪机不发生联系。可以想像，在自动武器中有这样的一些机构，虽然它们連結成一个统一的运动链，但却具有数个自由度。

传动比和效率可用机械原理的一般方法——分析法或图解法来确定。

分析法适用于任何的机构，虽然在某些情况下利用它要进行繁复而令人厌烦的计算。但是，对于在自动武器内所遇到的那些机构，用分析法可得出比较简单的结果。

对于平面机构以及可轉化成平面机构的机构（例如圆柱形的），应用图解法来决定传动比及效率是很方便的。

为了用分析法确定由机构的主动件对此构件的传动比，应当给出主动件的无限小位移 δx ，并确定从动件的相应位移 δx_1 。则主动件对此构件的传动比 i 等于 $\delta x_1 / \delta x$ 的比：

$$i = \frac{\delta x_1}{\delta x} \quad (2.1)$$

在平面机构或可轉化成平面机构的机构中这个问题可用图解

● x 和 x_1 是构件的广义坐标，在个别情况下可以是直线位移或旋转角。

法解决,其方法为作出速度平面图。实际上,假若 $v = \dot{x}$ ——主动件的速度; $v_1 = \dot{x}_1$ ——从动件的速度(更准确一些說是构件位置参数 x 及 x_1 的变化速度),而 δt ——一般无限小的时间,則构件的位移(更准确一些說是决定构件位置的参数之变化)等于

$$\delta x = v \delta t; \quad \delta x_1 = v_1 \delta t, \quad (2.2)$$

公式(2.1)变为:

$$i = \frac{v_1}{v}. \quad (2.3)$$

因此,作出此机构的速度平面图并取主动件的速度为1,我們就可以直接从速度平面图上得出所求的 i 值。

为了用分析法决定由主动件至該从动件的运动傳动效率,应当給出使主动件运动的力 P , 作出使該构件与主动件相連的各构件的平衡方程式,此时須将各連接件的反力(其中包括摩擦力)計入。这些方程对于决定各連接件反力和力 P_1 是必要的并且是够用的,力 P_1 是为了使整个傳动系平衡而应当加于此从动构件的。带动主动件运动的力 P 之单位功将等于 $P \delta x$, 而所研究从动件之力 P_1 的单位功等于 $P_1 \delta x_1$ 。因而,效率 η 等于:

$$\eta = \frac{P_1 \delta x_1}{P \delta x} = \frac{P_1 i}{P}. \quad (2.4)$$

在平面机构或可轉化成平面机构的机构中,效率可用图解法来决定。为此,只須作出力的平面图和相应的索多角形,而取带动主动件的力 P 为1。此时,直接从力的平面图上可取得 $\frac{P_1}{P}$ 的值。将此值乘傳速比即得出 η 。

当計算傳速比,特别是計算效率时,常常将不同的构件当作主动件,然后,将求得的傳速比及效率的值对作为整个机构的主动构件进行換算。

为了推导由所选择的主动件換算到另一构件作为主动构件时的換算公式,我們来研究三个构件机构:一个主动件及二个从动件。将机构的所有从动件編上号,而主动件注为零号。用 i_{uv} ; η_{uv}

● P 及 P_1 是广义力,在个别情况可能是名符其实的力,也可能是力矩。

分別表示第 v 个构件对第 μ 构件的傳速比和效率 (即第 v 个构件作为主动件时)。設所研究从动件的編号为 P 与 q 。当主动件 (零号构件) 移动 δx 时, 这些构件得到的位移相应地等于:

$$\delta x_p = i_p \delta x, \quad \delta x_q = i_q \delta x (i_v = i_{v_0}). \quad (2.5)$$

由这些等式求出:

$$\frac{\delta x}{\delta x_p} = \frac{1}{i_p}, \quad \frac{\delta x_q}{\delta x_p} = \frac{i_q}{i_p}, \quad (2.6)$$

由此, 注意到按照傳速比的定义:

$$\delta x / \delta x_p = i_{op}, \quad \delta x_q / \delta x_p = i_{qp}$$

可以写出:

$$i_{op} = \frac{1}{i_p}, \quad i_{qp} = \frac{i_q}{i_p} \quad (2.7)$$

或

$$i_p = \frac{1}{i_{op}}, \quad i_q = i_{qp} \cdot i_p \quad (2.8)$$

假若已知傳速比 i_{op} , i_{qp} , 可以按这些公式計算出傳速比 i_p 和 i_q 。它們相当于将 P 构件看作为主动件的情形。

为了推导出各效率間的相互关系, 假設除了作用于主动件 (零号构件) 的力 P 和作用于 q 构件的使机构平衡的力 P_q 外, 在机构上不作用有其他任何的外力。我們用 P_p 表示作用于 P 构件的内力 (即当 $P = 0$ 时为了使机构平衡必須附加于 P 构件的力)。則考虑公式 (2.4) 可写出:

$$\left. \begin{aligned} \eta_p &= \eta_{p0} = \frac{P_p i_p}{P}, & \eta_q &= \eta_{q0} = \frac{P_q i_q}{P} \\ \eta_{pq} &= \frac{P_q i_{qp}}{P_p}, & \eta_{op} &= \frac{P i_{op}}{P_p} \end{aligned} \right\} \quad (2.9)$$

由此考虑公式 (2.8) 可求出

$$\eta_p = \frac{1}{\eta_{op}}, \quad \eta_q = \eta_{qp} \eta_p \quad (2.10)$$

这些公式于公式 (2.8) 是一致的。

在我們的任务中不包括詳細叙述机构原理的方法。因此, 在这里我們只研究計算傳速比和效率的二个例子。

我們將 MG-81 机枪枪管开鎖和枪机加速运动时机头的工作

作为第一个例子来研究。当计算传动比及效率时，将此零件看作机枪机构的主动件是方便的。

发射时，机头依靠火药气体对膛底的压力作平移运动。此时机头的滚柱沿机匣上端面凸轮的曲面滚动（图1），因此，机头除作平移运动还沿着本身的轴作旋转运动，此时枪管开锁。可见，开锁时机头的位置决定于两个参数。按照以上所述，在此时期我们可将机头看作是由两个构件组成的，其中一个构件作平移运动，而另一个作旋转运动。

将作为平移运动构件的机头叫做构件1，将作为旋转运动构

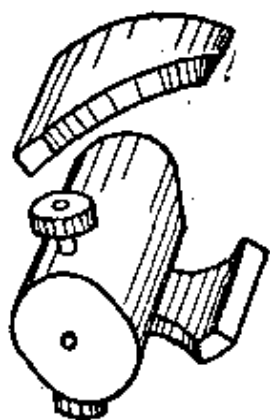


图 1

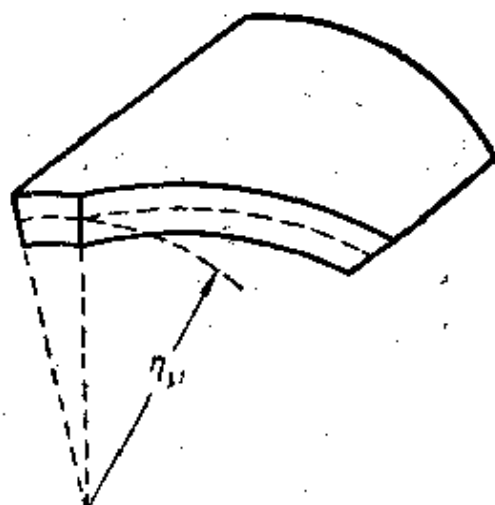


图 2

件的机头叫做构件2。现在我们来决定由构件1至构件2的传动比和效率。

两个端面凸轮的每一个凸轮都是圆柱形的，它被两个圆柱面凸轮的工作曲面及若干平面所包围（图2）。用 η_1 表示限制凸轮的内外圆柱面半径的算术平均值。我们把半径 η_1 的圆柱面称为端面凸轮的中間曲面，而将它与凸轮工作曲面的交线叫作凸轮的轮廓曲线。

像通常在机械原理中所做的那样，我们用与凸轮的实际轮廓曲线距离为滚柱半径的等距曲线来代替实际的轮廓曲线。此时，应该用一点来代替滚柱的圆柱体，并把此点看作为机头与凸轮的

切点。

用 α_1 表示凸輪輪廓曲綫在凸輪与机头接触点处的切綫同凸輪中間曲面的母綫之間的夹角。則当机头直綫位移为 δx 时机头旋轉角度为 (图 3):

$$\delta x_1 = \frac{\delta x \operatorname{tg} \alpha_1}{\eta_1}, \quad (2.11)$$

由此求出傳速比

$$i = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\eta_1}。 \quad (2.12)$$

为了决定效率，我們在构件 1 上加一与其运动方向 (机头的直綫运动) 一致的力 P ，并作出构件 1 及 2 的平衡方程式。此时我們假設，所有的零件制造得像理想一样准确。在此情况下，两个凸輪的法向反力将是相同的。用 N 表示反力，而用 f_1 表示机头对凸輪的摩擦系数 (滾柱沿凸輪廓曲綫的滾动摩擦和滾柱沿凸輪軸的滑动摩擦的綜合摩擦系数)。則机头对每一个凸輪的摩擦力将等于 $f_1 N$ 。对机头的軸投影机头的平衡方程式具有以下形式 (图 4):

$$P - 2N(\sin \alpha_1 + f_1 \cos \alpha_1) = 0。 \quad (2.13)$$

对垂直于机头軸的任一軸的投影平衡方程式由于对称关系同样能得到滿足。由方程式 (2.13) 我們可决定由每一凸輪作用于机



图 3

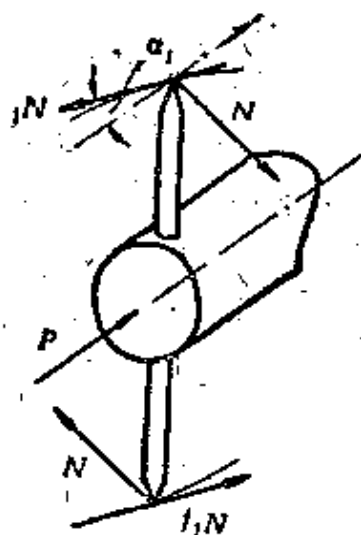


图 4

头的法向反力:

$$N = \frac{P}{2(\sin \alpha_1 + f_1 \cos \alpha_1)}。 \quad (2.14)$$

很容易看出，机头旋轉的力矩（合成力）等于：

$$P_1 = 2N(\cos \alpha_1 - f_1 \sin \alpha_1) \eta_1$$

$$= P \eta_1 \frac{\cos \alpha_1 - f_1 \sin \alpha_1}{\sin \alpha_1 + f_1 \cos \alpha_1} \quad (2.15)$$

将式 (2.12) 及 (2.15) 代入公式 (2.4) 内，即求出效率：

$$\eta = \operatorname{tg} \alpha_1 \frac{1 - f_1 \operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_1 + f_1} \quad (2.16)$$

在这种情况下，傳速比及效率的問題也可用图解法来确定，因为所研究的机构可轉換成平面机构。

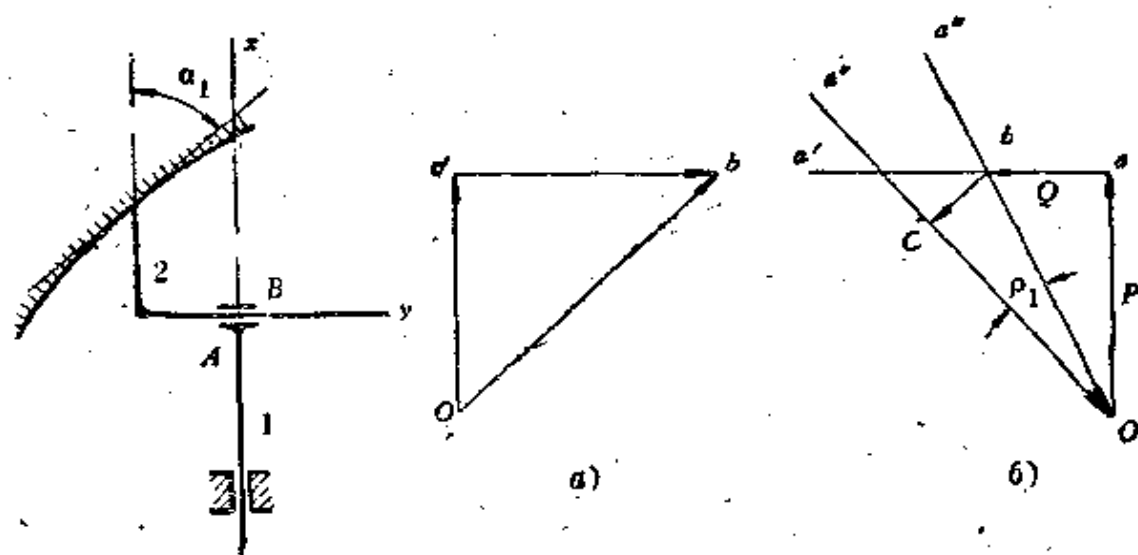


图 5

实际上，將凸輪的中間曲面展开成平面后，便得到图 5 上所示的机构。图 5 上表示出这一机构的速度平面图 (a) 和力的平面图 (b)。

速度平面图可用下述方法作出。設 A 为构件 1 上与构件 2 接触之点。B 为构件 2 上的点，在該瞬間此点与构件 1 的点 A 相重合。图 5 上点 A 的速度沿着 x 軸的方向。因此，應該用平行于 x 軸的綫段 Oa 表示它。我們知道，点 B 的瞬时絕對速度沿凸輪之廓曲綫的切綫方向，而它对点 A 的速度沿軸 y 的方向。因而，在速度图上分別平行于凸輪輪廓曲綫的切綫和 y 軸的直綫 ob 及 ab 的交点决定了 B 点的絕對及相对速度的向量終点。

綫段 ab 表示机头滾柱中心的圓周速度。为了得到机头的角

速度，应将綫段 ab 除以 η_{10} 。該时傳速比即等于

$$i = \frac{ab}{Oa\eta_{10}} \quad (2.17)$$

假若这样来选择力平面图的比例尺，使

$$Oa = \frac{1}{\eta}, \quad (2.18)$$

則綫段 ab 直接表示傳速比 i 。

力的平面图可用下述方法来作。沿 x 軸截取表示力 P 的綫段 Oa (图 5)。此力被三个力所平衡：凸輪的法向反力 $2N$ ，摩擦力 $2f_1N$ 和沿 y 軸方向的、构件 2 位移的有效阻力 Q 。为了求出这些力，我們作图如下。通过点 a 引出軸 y 的平行綫 aa' ，而通过 O 点引平行于凸輪与构件 2 的接触点处法綫的直綫 Oa'' 。然后将法綫向构件 2 的絕对运动方向轉动摩擦角 $\rho_1 = \arctg f_1$ 。由求得的直綫 Oa'' 与直綫 aa' 的交点 b ，引直綫 Oa'' 的垂綫。綫段 ab 表示构件 2 位移的有效阻力，綫段 bc 表示摩擦力，而綫段 co 表示凸輪的法向反力。确定了有效阻力 Q 后，求出这个力的力距 $P_1 = Q\eta_1$ 及效率。

$$\eta = \frac{P_1 i}{P} = \frac{ab}{Oa} \eta_1 i \quad (2.19)$$

假若选择速度平面图的比例尺为

$$Oa = \eta_1, \quad (2.20)$$

則为了决定效率，需要測量綫段 ab 并将它乘上傳速比 i 。

在此情况下，为了确定效率，只需作一个力的平面图就够了。由于在該情况下此三个平衡方程中的一个方程是滿足相等的条件的，故不必作索多边形。

我們將 MG-81 机枪的最复杂的部件——机头——枪机作为第二个例子来研究 (图 6)。机头的滾柱沿机匣上的端面凸輪滾动

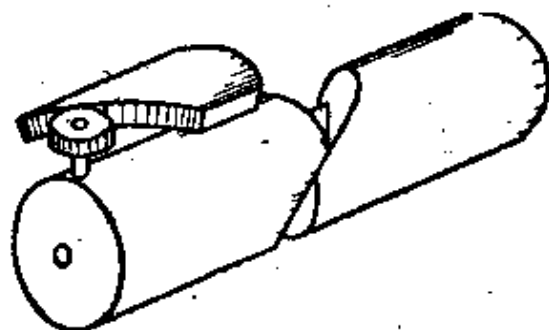


图 6

时，机头轉动，此时枪膛打开。同时，机头依靠其本身的螺旋斜

面来加速枪机的运动。

現在我們求由机头（看作平移运动的构件）到枪机的傳速比和效率。

用 α_2 表示螺旋斜面[●] 的中間輪廓曲綫的切綫与螺旋斜面的中間曲面圓的切綫之間的夾角，而用 η_2 表示螺旋斜面的平均半徑。

当机头移动距离 δx 时，它的轉动角度用公式 (2.11) 来确定。此时枪机对机头移动值为

$$\eta_2 \delta x_1 \operatorname{tg} \alpha_2。$$

枪机的总位移等于

$$\delta x_2 = \delta x + \eta_2 \operatorname{tg} \alpha_2 \delta x_1 = \left(1 + \frac{\eta_2}{\eta_1} \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg} \alpha_2 \right) \delta x, \quad (2.21)$$

而傳速比等于

$$i = 1 + \frac{\eta_2}{\eta_1} \operatorname{tg} \alpha_1 \operatorname{tg} \alpha_2. \quad (2.22)$$

为了确定效率，我們將沿机头軸的方向的力 P 加在机头上，并列出行头和枪机的平衡方程式。

作用在机头上有以下各力（图 7）：力 P ，凸輪的各法向反力（均用 N_1 表示），对凸輪的各摩擦力（各力

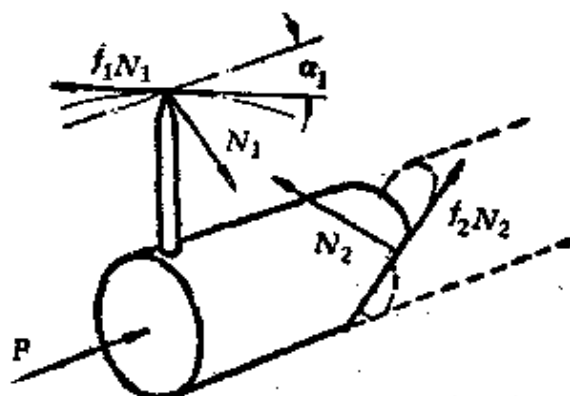


图 7

都等于 $f_1 N_1$ ），枪机的螺旋斜面的各法向反力（均用 N_2 表示），机头的螺旋斜面对枪机的螺旋斜面的各摩擦力（各力都等于 $f_2 N_2$ ，其中 f_2 ——枪机及机头的螺旋斜面間的摩擦系数）。

这些力及其对机头軸的投影的力矩之平衡方程式：

$$P - 2N_1(\sin \alpha_1 + f_1 \cos \alpha_1) - 2N_2(\cos \alpha_2 - f_2 \sin \alpha_2) = 0,$$

$$2N_1(\cos \alpha_1 - f_1 \sin \alpha_1)\eta_1 - 2N_2(\sin \alpha_2 + f_2 \cos \alpha_2)\eta_2 = 0。$$

(2.23)

● 螺旋斜面是端面凸輪，其輪廓曲綫为螺旋綫。

其余的方程式由于对称也同样得到满足。

当列出枪机的平衡方程时，必须考虑到枪机不可能沿机头轴而转动，因为枪机被限制在导槽内。因此，产生导槽的法向反力 N_3 及摩擦力 $f_3 N_3$ (图 8)。

因而，在枪机上作用有以下的力：机头螺旋斜面的各法向反力（均等于 N_2 ），相应的各摩擦力（均等于 $f_2 N_2$ ），导槽的各法向反力（均等于 N_3 ），相应的各摩

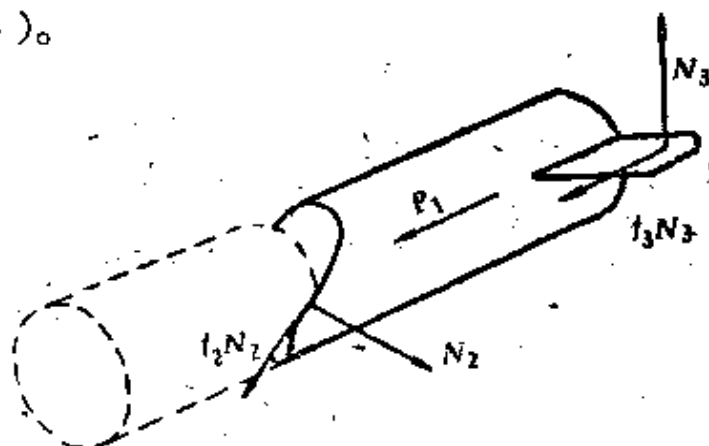


图 8

擦力（均等于 $f_3 N_3$ ）及有效阻力 P_1 (图 8)。

对枪机轴投影，得枪机的平衡方程式为：

$$\left. \begin{aligned} 2N_2(\cos\alpha_2 - f_2 \sin\alpha_2) - 2f_3 N_3 - P_1 &= 0 \\ 2N_2(\sin\alpha_2 + f_2 \cos\alpha_2)\eta_2 - 2N_3\eta_3 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

式中 η_3 ——导槽反力的作用点到机头轴的距离。

其余的平衡方程满足同等的条件。

解方程 (2.23) 及 (2.24)，求出反力 N_1 、 N_2 、 N_3 及有效阻力 P_1 ：

$$\left. \begin{aligned} N_1 &= \frac{P}{2\cos\alpha_1} \cdot \frac{\eta_2(\beta_2 + f_2)}{\eta_1(1 - f_1\beta_1)(1 - f_2\beta_2) + \eta_3(\beta_1 + f_1)(\beta_2 + f_2)} \\ N_3 &= \frac{P}{2\cos\alpha_2} \cdot \frac{\eta_1(1 - f_1\beta_1)}{\eta_1(1 - f_1\beta_1)(1 - f_2\beta_2) + \eta_2(\beta_1 + f_1)(\beta_2 + f_2)} \\ N_3 &= \frac{P\eta_1\eta_2}{2\eta_3} \cdot \frac{(1 - f_1\beta_1)(\beta_2 + f_2)}{\eta_1(1 - f_1\beta_1)(1 - f_2\beta_2) + \eta_2(\beta_1 + f_1)(\beta_2 + f_2)} \\ P_1 &= \frac{P\eta_1(1 - f_1\beta_1)(\eta_3(1 - f_2\beta_2) - f_3\eta_2(\beta_2 + f_2))}{\eta_3(\eta_1(1 - f_1\beta_1)(1 - f_2\beta_2) + \eta_2(\beta_1 + f_1)(\beta_2 + f_2))} \end{aligned} \right\} \quad (2.25)$$

为了简单起见，式中假设

$$\beta_i = \tan\alpha_i \quad (2.26)$$

将 (2.22) 及 (2.25) 式中的 i 及 P_1 代入公式 (2.4) 内，求出效率：

$$\eta = \frac{(1-f_1\beta_1)(\eta_1+\eta_2\beta_1\beta_2)[\eta_3(1-f_2\beta_2)-f_3\eta_2(\beta_2+f_2)]}{\eta_3(\eta_1(1-f_1\beta_1)(1-f_2\beta_2)+\eta_2(\beta_1+f_1)(\beta_2+f_2))} \quad (2.27)$$

将所研究的机构转换成平面机构。实际上，将凸轮的螺旋斜面的中间曲面展开成平面。考虑到机头上沿凸轮滑动和沿枪机的螺旋斜面滑动的点之圆周速度之比相应地为 η_1 及 η_2 之比，我们应当用图 9 所示的平面机构代替所研究的机构，在那里点 C 及 D 上的约束是理想的。

图 9 表示所研究机构的速度的平面图 (a) 及力平面图 (b)。

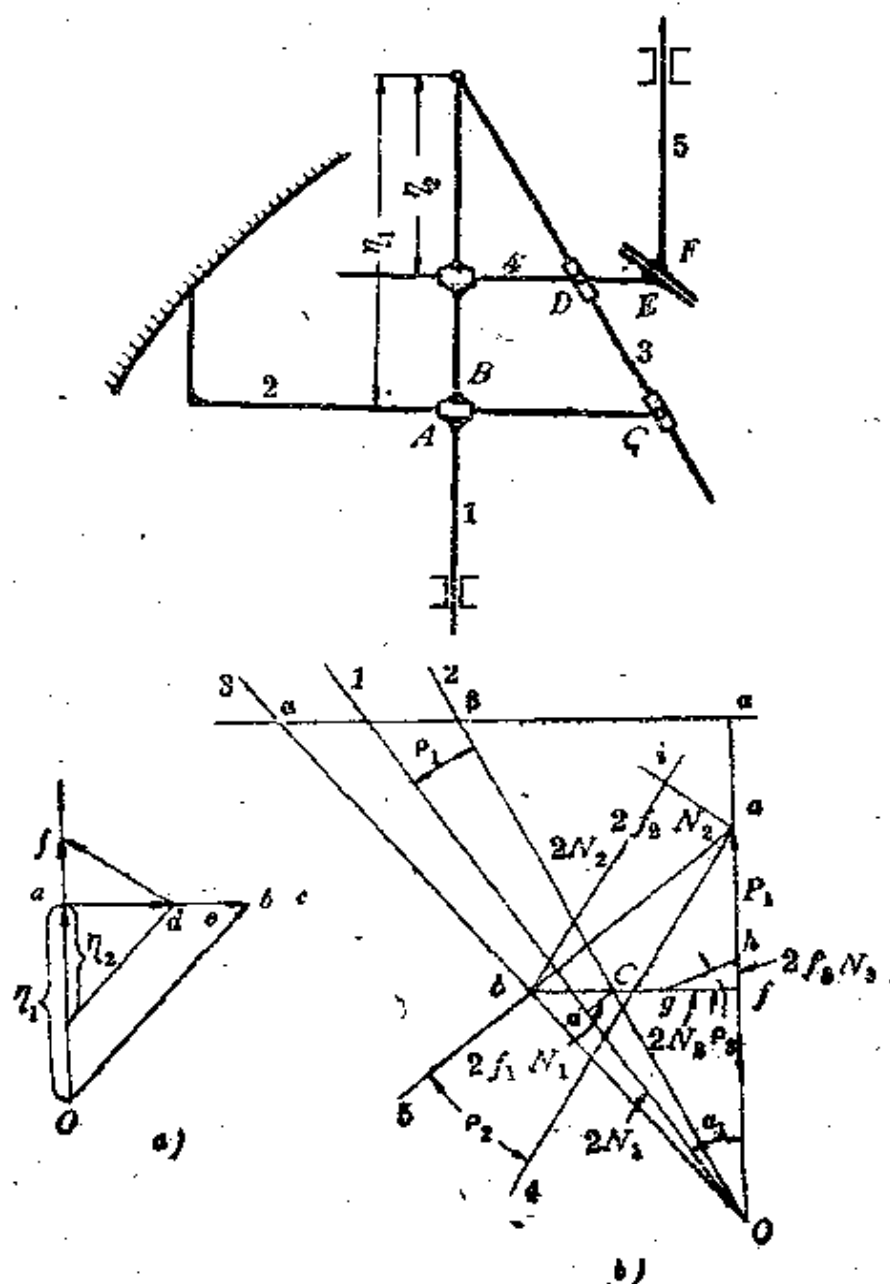


图 9

速度图可用以下方法来作。沿轴 x 截取线段 Oa ，此线段表示构件 1 沿轴 x 的速度，即点 A 之速度。由点 O 引凸輪輪廓曲綫的切綫之平行綫，而由点 a 引轴 y 的平行綫。我們按 $\eta_1/\eta_1 - \eta_2$ 的比例分割綫段 ab 。綫段 ae 表示 E 点沿 y 轴之速度（沿枪机的螺旋斜面滑动的点之圓周速度）。

由点 e 引被展开的螺旋斜面的輪廓曲綫的平行綫与綫段 Oa 相交。綫段 Of 表示点 F 的速度，即枪机的速度。

假若选择速度平面图的比例尺为 $Oa = 1$ ，則綫段 Of 将直接等于傳速比 i 。

为了作力的平面图沿轴 x 截取綫段 Oa ，表示力 P 。然后由点 O 引直綫 $O1$ 使它平行于与构件 2 接触点处的凸輪的法綫，同时引出直綫 $O2$ 使它对直綫 $O1$ 向构件 2 对凸輪的速度方向轉一个摩擦角 $\rho_1 = \arctan f_1$ 。然后，在距点 O 的任意距离处引直綫垂直于 Oa 。直綫 $O2$ 在此垂綫上截出綫段 $\alpha\beta$ 。取此綫段作为 η_2 ，以同一比例尺取 η_1 （綫段 $\alpha\gamma$ ）。通过点 γ 引直綫 $O3$ 。其次由点 a 引直綫 $a4$ 。它垂直于螺旋斜面的輪廓曲綫。引直綫 $a5$ ，将它对直綫 $a4$ 向构件 5（枪机）对构件 4 的速度方向（即在速度图上的向量 ef 方向）轉过摩擦角 $\rho_2 = \arctan f_2$ 。由直綫 $O3$ 及 $a5$ 的交点 b 引直綫 Oa 的垂綫。由此垂綫与直綫 $O2$ 的交点 c 作直綫 $O1$ 的垂綫 cd 。其次，由点 b 引直綫垂直于螺旋斜面輪廓曲綫并由点 a 引平行于螺旋斜面輪廓曲綫的直綫。再次作綫段 fg ，使它等于 $\frac{\eta_2}{\eta_1} Cf$ ，由点 g 引直綫 gh 与直綫 bf 成摩擦角 $\rho_3 = \arctan f_3$ 。綫段 ah 表示枪机运动的有效阻力 P_1 。其余綫段的值由图 9 可清楚地看出。

不难看出，在力平面图上所作的向量滿足机头及枪机的平衡方程式 (2.23) 及 (2.24)，因而力平面图給出方程 (2.23) 及 (2.24) 的图解解法。

假若选择力平面图的比例尺为 $Oa = 1$ ，則为了决定 η ，只須測量綫段 ah 并乘以傳速比 i 。

如第一个例子一样，在本例中我們只須作一个力平面图就够

了。不需要作出力的索多边形，因为图9上所示的机构的平衡方程式之一满足于相等条件。

我們看出，用图解法求傳速比及效率要比分析法簡單得多。因此，一有可能时，最好就用图解法。

3 自动武器机构运动方程式的推导

現在我們研究具有一个自由度的自动武器机构的运动。

引出以下符号：

x —— 决定主动构件位置的座标；

n —— 从动件数；

x_v —— 决定第 v 个从动件位置的座标；

m —— 主动件的质量；

m_v —— 第 v 个从动件的质量；

i_v —— 由主动件到第 v 个从动件的傳速比；

η_v —— 由主动件到第 v 个从动件的傳动效率；

F —— 作用于主动件的外力[●]；

F_v —— 作用于第 v 个从动件的外力[●]；

Q —— 作用于主动件上的从动件之反力和，即从动件对主动件的运动阻力。

Q_v —— 从主动件方面作用于第 v 个构件之力的和（直接的或通过其他的构件）[●]。

在一般情况下， i_v 及 η_v 的数值决定于主动件的座标 x 。力 F 及 F_v 在一般情况下决定于座标 x 、速度 $\dot{x}$ 及時間 t 。

我們指出，一般地說，摩擦系数及 η_v 的值与速度 $\dot{x}$ 有关，

● 由外力引起的武器固定零件之反力所产生的摩擦力属于外力。由武器零件間互相作用的力（内力）及由它們所引起的武器固定零件的反力所产生的摩擦力由效率加以考虑。

● 例如，假若某一第 v 个构件不作平移运动，而作旋轉运动，則我們將 α 当作相应的角座标，將 m_v 当作构件对旋轉軸的慣性力矩， F_v, Q_v 一对第 v 个构件的旋轉軸之外力矩和內力矩。

但是，由于对此种关系研究得很少且其作用也是次要的，故我们不考虑此种关系。

我们写出主动件及全部从动件的运动方程

$$m\ddot{x} = F - Q; \quad (3.1)$$

$$m_v \ddot{x}_v = F_v + Q_v \quad (v=1, 2, \dots, n). \quad (3.2)$$

将分配在各从动件上，表示主动件克服从动件的阻力所作的功 $Q\delta x$ 的方程式补充到这些方程式中去，而且，消耗在第 v 个构件上的部分功系用来将主动件的运动传递给此构件和克服在传动中的摩擦力。当主动件移动 δx 时主动件传给第 v 构件的能量等于 $Q_v \delta x_v$ 。主动件消耗于第 v 个构件的总能量等于 $\frac{Q_v \delta x_v}{\eta_v}$ 。因而，所求方程具有下述形式：

$$Q\delta x = \sum_{v=1}^n \frac{Q_v}{\eta_v} \delta x_v. \quad (3.3)$$

注意到

$$\delta x_v = i_v \delta x \quad (v=1, 2, \dots, n), \quad (3.4)$$

可将方程式 (3.3) 写成：

$$Q = \sum_{v=1}^n \frac{\delta_v Q_v}{\eta_v}. \quad (3.5)$$

从 $n+2$ 个方程式 (3.1), (3.2) 和 (3.5) 中消去 $n+1$ 个反力 $Q, Q_1, \dots, Q_n$ 并用 x 表示决定从动件位置的参数 x_v ，我们将得出整个机构的运动方程式。为了作到这点，把由公式 (3.2) 所获得的 Q_v 量代入公式 (3.5) 中得出

$$Q = \sum_{v=1}^n \frac{\delta_v}{\eta_v} (m_v \ddot{x}_v - F_v). \quad (3.6)$$

将此式代入 (3.1) 式内后，得

$$m\ddot{x} = F - \sum_{v=1}^n \frac{\delta_v}{\eta_v} (m_v \ddot{x}_v - F_v). \quad (3.7)$$

其次由 (3.4) 式得出

$$x_v = i_v x \quad (v = 1 \dots n), \quad (3.8)$$

由此得

$$\ddot{x}_v = i_v \ddot{x} + i_v' \dot{x}^2 \quad (v = 1 \dots n), \quad (3.9)$$

式中撇点表示对 x 的微分。

将 (3.9) 式代入 (3.7) 式內并移項整理, 得出

$$\left(m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) \ddot{x} + \sum_{v=1}^n \frac{i_v i_v' m_v}{\eta_v} \dot{x}^2 = F + \sum_{v=1}^n \frac{i_v F_v}{\eta_v} \quad (3.10)$$

此方程式就是所研究机构的运动方程式。

式子 $i_v^2 m_v / \eta_v$ 叫做第 v 个构件的轉化质量。式 $m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v}$ 叫

做机构的轉化质量, 它是主动件加速时的系数, 而式子

$$\frac{i_v (F_v - i_v' m_v \dot{x}^2)}{\eta_v}$$

叫作第 v 个构件的轉化力。

由于 i_v 及 η_v 的数值在一般情况下是 x 的函数, 机构的轉化质量在一般情况下是可变的。但是, 这并不是說可将机构假定地看作变质量的点。实际上, 变质量点的运动方程与 (3.10) 式有很大的差别。

假若主动件与第 v 个构件之間的約束是双边的, 則效率 η_v 可具有二个不同值中的一个值, 根据第 v 个构件实际上是从动件或主动件而定。假若 $Q_v > 0$, 則主动件带动第 v 个构件而 $\eta_v < 1$ 。假若 $Q_v < 0$ 則相反, 主动件制动第 v 个构件而 $\eta_v > 1$ 。当 Q_v 的符号改变时系数 η_v 即跳跃式地从小于 1 的值变成大于 1 的值或者相反。

假若在主动件与 v 号构件之間的約束是单边的, 則当 $Q_v < 0$ 时, 第 v 个构件的运动与其余的机构无关, 因而应从 (3.10) 式內除去相应的項。

因此, 在将方程式 (3.10) 积分时, 必須随时注意 Q_v 值的符号, 以便当 Q_v 的一个 (或若干个) 值改变时, 将方程 (3.10) 进行必要的改变。实际上, 这可以得到简化, 因为在自动武器中通常可以预先确定 x 的几个数值, 在这些数值的附近 Q_v 的某一值可能改变符号。

解有关 (3.2) 式中的 Q_v 并用 (3.9) 来代 x_v , 得出以下公式:

$$Q_v = m_v (i_v \ddot{x} + i_v' \dot{x}^2) - F_v (v = 1 \dots n). \quad (3.11)$$

当改变 Q_v 的某一值的符号时, 只要所采用的积分法不要求在此瞬间断开, 方程 (3.10) 的系数之跳跃变化不会在积分方程 (3.10) 时造成困难。

取主动件座标 x 作为自变量, 可以改写方程式 (3.10) 式。此时引入主动件速度的符号

$$v = \dot{x}, \quad (3.12)$$

并注意到

$$\frac{d}{dt} = v \frac{d}{dx}, \quad (3.13)$$

可将方程式 (3.10) 写成下述形式:

$$\left(m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) \frac{dv^2}{dx} + 2 \sum_{v=1}^n \frac{i_v i_v' m_v}{\eta_v} v^2 = 2 \left(F + \sum_{v=1}^n \frac{i_v F_v}{\eta_v} \right). \quad (3.14)$$

假若函数 F 及 F_v 明显地与时间无关, 则此方程式是一阶微分方程式。

假若函数 F 及 F_v 的某些函数明显地与时间 t 有关, 则方程式 (3.14) 包含二个未知函数 v 及 t , 因而, 对此式应补充由 (3.12) 式得出的方程式

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v}. \quad (3.15)$$

当函数 F 及 F_v 明显地与 t 无关时, 方程式 (3.14) 是特别简便的。

4 自动武器机构中的冲击

自动武器的机构不都是同时工作的，而是在主动件运动时按一定的程序参与和脱离运动。因而，在运动过程中方程式(3.10)的项数时时在变化。同时方程(3.10)的系数

$$m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v}, \quad \sum_{v=1}^n \frac{i_v i_v' m_v}{\eta_v}, \quad F + \sum_{v=1}^n \frac{i_v F_v}{\eta_v}$$

可以連續地或間断地变化。

方程式(3.10)系数的間断变化大大地增加了此方程式积分的困难。因此，方程式(3.10)通常必須分段积分，同时必須取方程式(3.10)的系数作間断变化的各个点作为各段的分界点。

至于在方程式(3.10)的系数不連續的点上方程式(3.10)积分变化的性质，可由物理上很清楚地知道：决定机构主动件位置（主动件的行程）的参数 x 常常連續地变化，而速度 $\dot{x}$ 則可以連續地或間断地变化。

由于某些构件的冲击脱离，在机构的轉化质量間断减少的各点上速度 $\dot{x}$ 作連續地变化。

由于某些构件的撞击加入，在轉化质量間断增大的点上，以及由于某些傳速比的断續变化，在轉化质量断續变化的点上，速度 $\dot{x}$ 都断續地变化。

現在我們推导若干个构件冲击加入时的主动件速度变化的公式。假設当 $x < x_0$ 时，所研究的机构由 l 个构件組成，而当 $x = x_0$ 时还有 $n - l$ 构件冲击加入机构中。假如在这些 $n - l$ 个构件和其余机构之間的約束是双边的，則在冲击后，即当 $x > x_0$ 时，所研究的机构是由 n 个构件組成的。假如在重新加入构件中的任一构件与其余机构之間的約束是单边的，則一般当 $x > x_0$ 时在所研究的机构內就不包括此构件，而在冲击瞬間从所研究的构件中脫开。仅在个别情况下，当此构件的速度恢复系数等于零时，当

$x > x_0$ 时, 此构件将保持在机构内, 好像约束是双边的。

因而, 从研究冲击的观点出发, 双边约束是速度恢复系数等于零时单边约束的特殊情况。

在一般情况下, 第 v 个构件的冲击加入机构发生在冲击前

$$v_v^- < i_v v^- \quad (\text{或 } v_v^- > i_v v^-) \text{ 时,} \quad (4.1)$$

式中 v^- 及 v_v^- ——主动件的和冲击前新加入的构件的速度。

于是在冲击后将得到

$$v_v \geq i_v v \quad (\text{相应地 } v_v \leq i_v v), \quad (4.2)$$

而且

$$v_v - i_v v = \varepsilon_v (i_v v^- - v_v^-), \quad (4.3)$$

式中 ε_v ——第 v 个构件的速度恢复系数。

速度恢复系数可具有在零与 1 之间的任何数值, 而且在个别情况下可以等于零或 1。

假若 $\varepsilon_v = 0$, 则约束是绝对非弹性的或双边的, 因为在这种情况下, 冲击后将有等式

$$v_v = i_v v, \quad (4.4)$$

此式表示, 在冲击后第 v 个构件仍留在机构内。

假若 $\varepsilon_v = 1$, 则约束是绝对弹性的, 并第 v 个构件从与它相冲击的机构以构件与机构相冲击时相同的相对速度反跳回来。

在冲击之前机构由 l 个构件组成, 它们的位置决定于座标 $x^1 \dots x_l$, 这样假设不会失去一般性。冲击前和冲击后的这些构件的速度关系由式 (3.8) 表示, 即

$$v_v^- = i_v v^-, \quad v_v = i_v v \quad (v = 1 \dots l) \text{ ①。} \quad (4.5)$$

假设在研究瞬时内机构与之相冲击的构件的位置决定于 $x_{l+1} \dots x_n$ 。对于这些构件, 即对于 $l+1 \leq v \leq n$, 关系式 (4.3) 是满足的。

假设 I 为冲击瞬间内从动件对主动件运动的阻力冲量, 而 I_v 为第 v 个构件由主动件所获得的冲量 (直接地, 或通过其他的从

① 由 (4.3) 看出, 当 ε 为任意值时, 关系式 (4.5) 中的各式是另一式推论。

动作)。

现在写出对机构的全部构件的冲量方程式

$$m(v^- - v) = I; \quad (4.6)$$

$$\dot{m}_v(v_v - v_v^-) = I_v (v = 1 \dots n). \quad (4.7)$$

此外, 冲量 I 及 I_v 是机构内力的冲量, 它们之间关系也由同一关系式 (3.5) 表示, 此式把内力本身联系起来 只有效率 η_v 在冲击时可以有另外的值。

因此, 可以写出

$$I = \sum_{v=1}^n \frac{i_v I_v}{\eta_v}. \quad (4.8)$$

冲击以前机构的各构件速度应该为已知的, 否则问题将不能决定。于是, 方程式 (4.3)、(4.5)、(4.6)、(4.7) 及 (4.8) 有可能决定未知的冲量 I , I_v 及速度 v , v_v 。

用冲量的表示式 (4.7) 代替公式 (4.8) 中的冲量 I_v , 得出

$$I = \sum_{v=1}^n \frac{i_v m_v}{\eta_v} (v_v - v_v^-). \quad (4.9)$$

将此式代入 (4.6) 式内, 得出

$$m(v^- - v) = \sum_{v=1}^n \frac{i_v m_v}{\eta_v} (v_v - v_v^-). \quad (4.10)$$

这里我们用式 (4.5) 代替值 v_v^- 及 v_v ($v = 1 \dots l$), 而用式 (4.3) 代替值 v_v ($v = l + 1 \dots n$)。

此时得出

$$m(v^- - v) = \sum_{v=1}^l \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} (v - v^-) + \sum_{v=l+1}^n \frac{i_v m_v}{\eta_v} [i_v v + e_v(i_v v^- - v_v^-) - v_v^-] \quad (4.11)$$

或

$$\left(m + \sum_{v=1}^l \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v}\right)(v^- - v) = \sum_{v=l+1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} v$$

$$+ \sum_{v=1}^n \frac{\varepsilon_v i_v^2 m_v}{\eta_v} v^- - \sum_{v=1}^n \frac{(1+\varepsilon_v) i_v m_v}{\eta_v} v^- = 0 \quad (4.12)$$

由此求出

$$v = \frac{\left(m + \sum_{v=1}^l \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} - \sum_{v=l+1}^n \frac{\varepsilon_v i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) v^- + \sum_{v=l+1}^n \frac{i_v}{\eta_v} (1+\varepsilon_v) m_v v^-}{m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v}} \quad (4.13)$$

根据此公式决定 v ，我們按公式 (4.3)、(4.6) 及 (4.7) 求出其余的未知数 $v_{l+1} \dots v_n$ 、 I 、 $I_1 \dots I_n$ 。在个别情况下，各个被冲击构件及其余机构之間的一切約束是双边的，則所有的恢复系数 ε_v 等于零而公式 (4.13) 可得到比較简单的形式：

$$v = \frac{\left(m + \sum_{v=1}^l \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) v^- + \sum_{v=l+1}^n \frac{i_v m_v}{\eta_v} v^-}{m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v}} \quad (4.14)$$

在更特殊的情况下，当冲击前被冲击的构件静止，即 $v^- = 0$ ($v = l+1 \dots n$) 时，公式 (4.14) 更加简化并示出：冲击时主动件的速度与机构的轉化质量成反比例地变化

$$v = \frac{m + \sum_{v=1}^l \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v}}{m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v}} v^- \quad (4.15)$$

假若对于第 v 个构件 $v^- < i_v v^-$ ，則主动件冲击第 v 个构件，而冲量 I_v 为正。

假若对于第 v 个构件 $v^- > i_v v^-$ ，則从动件冲击主动件而冲量 I_v 为負。

假若对于由第 $l+1$ 到第 n 个全部构件, $v_v^- > i_v v^-$, 則它們都冲击主动件, 因而冲量 $I_{l+1} \cdots I_n$ 都是負的。

一个或数个傳速比 i_v 的間断变化情况是自动武器机构中冲击的个别情况。

在这种情况下, 包括在机构內的构件数在冲击时无变化, 而构件起被冲击构件的作用, 这些构件的傳速比間断。

假設傳速比 $i_{l+1} \cdots i_n$ 相应地由 i_v^- 值跳跃地变到 i_v 值 ($v = l+1 \cdots n$), 則在冲击之前机构各构件的速度滿足关系式

$$v_v^- = i_v^- v^- \quad (v = l+1 \cdots n), \quad (4.16)$$

因而 $v_v^- = i_v v^-$ 。因此, 当在冲击之前被冲击的构件速度决定于公式 (4.16) 时, 某些傳速比的間断变化情况实际上是冲击的个别情况。

将冲击前构件的速度式 (4.16) 代入公式 (4.14) 时, 得出冲击后主动件速度的公式:

$$v = \frac{m + \sum_{v=1}^l \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} + \sum_{v=l+1}^n \frac{i_v i_v^- m_v}{\eta_v}}{m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v}} v^0. \quad (4.17)$$

5 自动武器机构中能量的摩擦

损耗活力方程式

現在我們来計算自动武器工作时能量的摩擦损耗。

机构运动时总的能量损耗等于主动件所消耗的功和克服从动件的阻力所消耗的功 $Q\delta x$ 与由主动件給与从动件的有效功

$\sum_{v=1}^n Q_v \delta x_v$ 之間的差:

$$\delta w = Q\delta x - \sum_{v=1}^n Q_v \delta x_{v0} \quad (5.1)$$

在这里将 $Q\delta x$ 表示式 (3.3) 的值代入, 得出:

$$\delta\omega = \sum_{v=1}^n \left(\frac{1}{\eta_v} - 1 \right) Q_v \delta x_v. \quad (5.2)$$

假若将公式 (3.2) 中的 Q_v 表示式代入, 则可将此式写成另一形式。于是得到:

$$\delta\omega = \sum_{v=1}^n \left(\frac{1}{\eta_v} - 1 \right) (m_v \ddot{x}_v - F_v) \delta x_v. \quad (5.3)$$

假若 $Q_v > 0$, 则如我們所知 $\eta_v < 1$ 及公式 (5.2) 或 (5.3) 的相应项是正的。假若 $Q_v < 0$, 则 $\eta_v > 1$ 及公式 (5.2) 或 (5.3) 的相应项仍旧是正的, 这完全符合这样的事实, 即摩擦只能吸收功而不能发出功。

因而, 在运动方程式 (3.1) 和 (3.2) 中机构的构件的所有内力 (约束反作用力) 在可能位移上的单位功等于

$$-Q\delta x + \sum_{v=1}^n Q_v \delta x_v = -\delta\omega, \quad (5.4)$$

功永远是负的, 并根据 (5.3) 用下式表示:

$$-Q\delta x + \sum_{v=1}^n Q_v \delta x_v = - \sum_{v=1}^n \left(\frac{1}{\eta_v} - 1 \right) (m_v \ddot{x}_v - F_v) \delta x_v. \quad (5.5)$$

有了摩擦损耗的表达式, 可以推导自动武器机构活力的规律。为此, 用 (3.4) 式及 (3.9) 式的 x_v 及 δx_v 代入 (5.3) 式, 用实际位移 dx 来代替可能位移 δx 。该时公式 (5.3) 具有下述形式:

$$\begin{aligned} \delta\omega &= \sum_{v=1}^n \left(\frac{1}{\eta_v} - 1 \right) (i_v^2 m_v \ddot{x} + m_v i_v' \dot{x}^2 - i_v F_v) dx \\ &= \sum_{v=1}^n \left(\frac{1}{\eta_v} - 1 \right) (i_v^2 m_v v dv + m_v i_v' v^2 di_v - i_v F_v dx), \end{aligned} \quad (5.6)$$

或

$$dw = \sum_{v=1}^n \left(\frac{1}{\eta_v} - 1 \right) \left(i_v^2 m_v \frac{dv^2}{2} + v^2 m_v \frac{di_v^2}{2} - i_v F_v dx \right). \quad (5.7)$$

另一方面，将方程 (3.14) 乘上 dx ，得出：

$$\left(m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) dv^2 + \sum_{v=1}^n \frac{m_v v^2}{\eta_v} di_v^2 = 2 \left(F + \sum_{v=1}^n \frac{i_v F_v}{\eta_v} \right) dx. \quad (5.8)$$

将此式与二倍的方程 (5.7) 逐项相加，得出：

$$\left(m + \sum_{v=1}^n i_v^2 m_v \right) dv^2 + \sum_{v=1}^n m_v v^2 di_v^2 + 2dw = 2 \left(F + \sum_{v=1}^n i_v F_v \right) dx. \quad (5.9)$$

此方程式的头二项是机构动能微分的二倍：

$$T = \frac{1}{2} \left(mv^2 + \sum_{v=1}^n m_v v_v^2 \right) = \frac{1}{2} \left(m + \sum_{v=1}^n i_v^2 m_v \right) v^2. \quad (5.10)$$

因而，可将方程 (5.9) 改写成以下形式：

$$dT + dw = \left(F + \sum_{v=1}^n i_v F_v \right) dx. \quad (5.11)$$

假设在 (x_0, x) 段上机构没有冲击。此时，积分 (5.11) 式，求得：

$$T - T_0 + w - w_0 = \int_{x_0}^x \left(F + \sum_{v=1}^n i_v F_v \right) dx, \quad (5.12)$$

式中 T_0 ——当 $x = x_0$ 时机构的动能，而 w_0 ——当 $x = x_0$ 时消耗于摩擦的能量。

这便是自动武器的活力规律，它表示这一事实：当机构在运动中无冲击时，外力的功消耗在改变机构的动能和克服摩擦力上。

我们注意到：假若用公式 (5.5) 而不用公式 (5.3)，由运动方程 (3.1) 及 (3.2) 可直接导出活力方程 (5.12)。

假若設（有时便这样作）效率 η_v 为常量^①，并取其平均值，則可使活力方程具有另一形式。为此我們指出，当 η_v 为常数时，可将方程 (5.8) 写成以下形式：

$$\frac{1}{2} d \left(m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) v^2 = \left(F + \sum_{v=1}^n \frac{i_v F_v}{\eta_v} \right) dx. \quad (5.13)$$

引入值

$$K = \frac{1}{2} \left(m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) v^2, \quad (5.14)$$

此值可称为机构的轉化动能，將 (5.13) 改写成下式：

$$dK = \left(F + \sum_{v=1}^n \frac{i_v F_v}{\eta_v} \right) dx. \quad (5.15)$$

假設在 (x_0, x) 段上机构工作时无冲击，并将方程式 (5.15) 积分。則得出

$$K - K_0 = \int_{x_0}^x \left(F + \sum_{v=1}^n \frac{i_v F_v}{\eta_v} \right) dx, \quad (5.16)$$

式中 K_0 ——当 $x = x_0$ 时机构轉化动能的值。

当然，当 η_v 为常数时，活力方程式 (5.16) 可以作为方程式 (5.12) 的特殊情况而得出。为此，只須將公式 (5.3) 写成以下形式：

$$d\omega = \sum_{v=1}^n \left(\frac{1}{\eta_v} - 1 \right) \left(m_v i_v v \frac{di_v v}{dx} - i_v F_v \right) dx. \quad (5.17)$$

將此公式在 (x_0, x) 段上积分，并将得到的 ω 表示式代入 (5.12) 式內，即得出 (5.16) 式。

方程式 (5.16) 可用来方便地計算在所有作用力 F 和 F_v 仅于主动件座标 x 有关的段上自动武器机构运动諸元。

① 通常，当傳速比变化时，不能將效率看作是常数。

6 非理想約束情况的第二类拉格朗日广义方程

对于有限自由度的加有理想完整約束的机械系統采用第二类拉格朗日方程。

在自动武器內，假若忽略有时用来减小摩擦的滚柱的质量，可将一切約束当作完整約束。但是不能把它看作是理想約束，因为摩擦力在自动武器內起很大的作用，忽略它們是不适宜的。所以，当研究自动武器机构的运动时，不能使用普通的第二类拉格朗日方程。但是，第二类拉格朗日方程不难推广于有摩擦的情况，不难以其推广形式来研究武器。

現在来研究具有 N 个自由度的机械系統，在系統上有 $N - \eta$ 个完整約束，其方程形式为

$$f_v(x_1, \dots, x_N, t) = 0 \quad (v = 1, \dots, N - \eta) \quad (6.1)$$

和在第3节中一样，系統 $x_1, \dots, x_N$ 的座标可理解为系統各元件的直綫位移或圍繞固定軸或平移运动軸的簡單旋轉运动。

假定认为，系統由 N 个元件組成，每一个元件具有一个自由度。为此，假若有某一个具有 K 个自由度的元件加入系統內，則将它看作由 N 个簡單元件所組成的复合元件，其中的每一个元件都具有一个自由度。

写出系統的运动方程

$$m_v \ddot{x}_v = F_v + R_v, \quad (v = 1, \dots, N), \quad (6.2)$$

式中 m_v ——系統第 v 个元件的质量，此元件的位置决定于座标 x_v ； F_v ——沿位移方向作用于第 v 个元件上的外力的合力； R_v ——沿位移 x_v 方向作用于元件上的各約束反力的合力。同时，如果 x_v 是角位移，則常常我們將对于旋轉軸的元件慣性力矩当作为第 v 个元件的质量，而将 F_v 、 R_v 当作能于旋轉軸的相应力的力矩。

将方程式 (6.2) 乘以 δx_v ，并按 v 綜合，得出：

$$\sum_{v=1}^N (F_v - m_v \ddot{x}_v) \delta x_v + \sum_{v=1}^N R_v \delta x_v = 0. \quad (6.3)$$

假若約束是理想的, 則

$$\sum_{v=1}^N R_v \delta x_v = 0, \quad (6.4)$$

方程式 (6.3) 具有拉格朗日-达朗培尔方程的一般形式:

$$\sum_{v=1}^N (F_v - m_v \ddot{x}_v) \delta x_v = 0, \quad (6.5)$$

由此方程导出第二类拉格朗日方程。

当約束有摩擦时, $\sum_{v=1}^N R_v \delta x_v < 0$, 方程式 (6.5) 不成立。为

了将第二类拉格朗日方程推广于有摩擦的約束, 与公式 (5.5) 相似假設

$$\sum_{v=1}^N R_v \delta x_v = - \sum_{v=1}^N K_v (m_v \ddot{x}_v - F_v) \delta x_v, \quad (6.6)$$

式中 x_v ——与座标 $x_1 \dots x_N$, 速度 $\dot{x}_1 \dots \dot{x}_N$ 及時間 t 有关的数值, 而且 K_v 的每一个数值的符号与相应值 $(m_v \ddot{x}_v - F_v) \delta x_v$ 的符号相同。这样在公式 (6.6) 的右端和的各项都为正。当值 $(m_v \ddot{x}_v - F_v) \delta x_v$ 的符号变化时, K_v 量由某一正值变到某一負值或者相反。

将約束反力的功的表示式 (6.6) 代入方程式 (6.3) 内, 得出拉格朗日-达朗培尔的广义方程式:

$$\sum_{v=1}^N (1 + K_v) (F_v - m_v \ddot{x}_v) \delta x_v = 0. \quad (6.7)$$

引入符号

$$\lambda_v = 1 + K_v \quad (v = 1, \dots, N), \quad (6.8)$$

将拉格朗日-达朗培尔的广义方程 (6.7) 改写成以下形式:

$$\sum_{v=1}^N \lambda_v (F_v - m_v \ddot{x}_v) \delta x_v = 0, \quad (6.9)$$

式中 λ_v 的值是 $x_1, \dots, x_N, \dot{x}_1, \dots, \dot{x}_N$ 的函数, 此外每一个 λ_v 值与相应量 $(F_v - m_v \ddot{x}_v) \delta x_v$ 的符号有关, 而且当此值的符号改变时, λ_v 由大于 1 的值突变为小于 1 的值或相反。

现在我们来推导第二类拉格朗日的广义方程。因为 n 个变量 x_v 满足于 $N - n$ 个约束方程式 (6.1), 所以我们可用 n 个独立参数 $q_1, \dots, q_n$ 及时间 t 来表示所有的变量 x_v :

$$x_v = x_v(q_1, \dots, q_n, t) \quad (v = 1, \dots, N). \quad (6.10)$$

由此得出:

$$\dot{x}_v = \sum_{i=1}^n \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial x_v}{\partial t}, \quad (6.11)$$

$$\delta x_v = \sum_{i=1}^n \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \delta q_i. \quad (6.12)$$

对 (6.11) 式中的 $\dot{q}_i$ 微分 (6.11), 求出

$$\frac{\partial \dot{x}_v}{\partial \dot{q}_i} = \frac{\partial x_v}{\partial q_i}. \quad (6.13)$$

除此之外, 得出

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \cdot \frac{\partial x_v}{\partial q_i} &= \sum_{j=1}^n \frac{\partial^2 x_v}{\partial q_i \partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial^2 x_v}{\partial q_i \partial t} \\ &= \frac{\partial}{\partial q_i} \left(\sum_{j=1}^n \frac{\partial x_v}{\partial q_j} \dot{q}_j + \frac{\partial x_v}{\partial t} \right) = \frac{\partial \dot{x}_v}{\partial q_i}. \end{aligned} \quad (6.14)$$

将座标的变化式 (6.12) 代入 (6.9) 式内, 得出

$$\sum_{v=1}^N \sum_{i=1}^n \lambda_v (F_v - m_v \ddot{x}_v) \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \delta q_i = 0, \quad (6.15)$$

或改变综合的顺序得

$$\sum_{i=1}^n \left\{ \sum_{v=1}^N \lambda_v (F_v - m_v \ddot{x}_v) \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \right\} \delta q_i = 0. \quad (6.16)$$

引用代号

$$\frac{d\lambda}{dt}, \frac{\partial \lambda}{\partial q_i}, \frac{\partial \lambda}{\partial \dot{q}_i}$$

表示微分手續，在此手續中將 $\lambda_1, \dots, \lambda_N$ 量當作常量，可寫成

$$\begin{aligned} \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \ddot{x}_v \frac{\partial x_v}{\partial q_i} &= \frac{d\lambda}{dt} \left(\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \dot{x}_v \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \right) \\ &\quad - \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \dot{x}_v \frac{d}{dt} \frac{\partial x_v}{\partial q_i}. \end{aligned} \quad (6.17)$$

或注意到(6.13)及(6.14)，

$$\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \ddot{x}_v \frac{\partial x_v}{\partial q_i} = \frac{d\lambda}{dt} \left(\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \dot{x}_v \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \right) - \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \dot{x}_v \frac{\partial \dot{x}_v}{\partial q_i}. \quad (6.18)$$

引入數量

$$K = \frac{1}{2} \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \dot{x}_v^2, \quad (6.19)$$

此量可稱為系統的轉化動能。對 $\dot{q}_i$ 及 q_i 將此量微分並且設 λ_v 量是常數，得出

$$\frac{\partial \lambda K}{\partial \dot{q}_i} = \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \dot{x}_v \frac{\partial \dot{x}_v}{\partial \dot{q}_i}, \quad \frac{\partial \lambda K}{\partial q_i} = \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \dot{x}_v \frac{\partial \dot{x}_v}{\partial q_i}. \quad (6.20)$$

利用這些公式，我們使(6.18)具有下述形式

$$\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \ddot{x}_v \frac{\partial x_v}{\partial q_i} = \frac{d\lambda}{dt} \frac{\partial \lambda K}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \lambda K}{\partial q_i}. \quad (6.21)$$

此外，引入符號

$$Q_i = \sum_{v=1}^N \lambda_v F_v \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \quad (i = 1, \dots, \eta), \quad (6.22)$$

將(6.16)式改寫成下式

$$\sum_{i=1}^{\eta} \left(Q_i - \frac{d\lambda}{dt} \frac{\partial \lambda K}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \lambda K}{\partial q_i} \right) \delta q_i = 0, \quad (6.23)$$

由此, 由于参数 $q_1, \dots, q_n$ 的独立性, 推出方程式

$$\frac{d\lambda}{dt} \frac{\partial \lambda K}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial \lambda K}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1 \dots n). \quad (6.24)$$

这也是第二类拉格朗日的广义方程。

为了采用第二类拉格朗日的广义方程必须用广义座标 q_i 及广义速度 $\dot{q}_i$ 表示系统的轉化动能。将(6.11)式內的 $\dot{x}_v$ 的表示式代入公式(6.19)內, 得出

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial x_v}{\partial t} \right)^2 \\ &= \frac{1}{2} \sum_{v=1}^N \sum_{i,j=1}^n \lambda_v m_v \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \frac{\partial x_v}{\partial q_j} \dot{q}_i \dot{q}_j \\ &\quad + \sum_{v=1}^N \sum_{i=1}^n \lambda_v m_v \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \frac{\partial x_v}{\partial t} \dot{q}_i + \frac{1}{2} \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \left(\frac{\partial x_v}{\partial t} \right)^2, \end{aligned} \quad (6.25)$$

或改变前二項合成相加順序得

$$\begin{aligned} K &= \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \left(\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \frac{\partial x_v}{\partial q_j} \right) \dot{q}_i \dot{q}_j \\ &\quad + \sum_{i=1}^n \left(\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \frac{\partial x_v}{\partial t} \right) \dot{q}_i + \frac{1}{2} \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \left(\frac{\partial x_v}{\partial t} \right)^2. \end{aligned} \quad (6.26)$$

在特殊情况下, 当約束与時間无关时, $\frac{\partial x_v}{\partial t} = 0$ 并且系統的轉化动能成为对广义速度 $\dot{q}_i$ 的平方形式:

$$K = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^n \left(\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \frac{\partial x_v}{\partial q_j} \right) \dot{q}_i \dot{q}_j. \quad (6.27)$$

拉烏特方程是在非完整理想約束情况下的第二类拉格朗日广义方程式。与我們推广第二类拉格朗日用于有摩擦約束的情况完全一样, 也可以推广拉烏特方程, 并因此得到关于有摩擦約束情况下动力学的一般方程式。

7 非理想約束情况的阿伯尔广义方程

阿伯尔方程对于非完整理想約束的系統是正确的（在特殊情況下，对于完整系統是正确的）[12]。按照前一节內我們用于推广第二类拉格朗日方程所用的方法，可以很容易地推广对于有摩擦約束情况的阿伯尔方程。

和在前一节中一样，我們来研究具有 N 个自由度的系統，将 $N - \eta$ 完整約束加在此系統上 (6.1)。这种系統的座标是 η 个参数 $q_1, \dots, q_\eta$ 和时间 t 的函数

$$x_v = x_v(q_1, \dots, q_\eta, t) \quad (v = 1, \dots, N). \quad (7.1)$$

由此求出

$$\dot{x}_v = \sum_{i=1}^{\eta} \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial x_v}{\partial t}, \quad (7.2)$$

$$\delta x_v = \sum_{i=1}^{\eta} \frac{\partial x_v}{\partial q_i} \delta q_i. \quad (7.3)$$

假若，除完整約束外，将 $\eta - S$ 非完整約束加在系統上，

$$\sum_{j=1}^{\eta} Q_{i,j} dq_j + Q_i dt = 0, \quad (i = 1, \dots, \eta - S), \quad (7.4)$$

則在微分 $dq_1, \dots, dq_\eta$ 中，只有 S 个是独立的。

由約束方程式 (7.4) 求出

$$\sum_{j=1}^{\eta} a_{i,j} \dot{q}_j + a_i = 0, \quad (7.5)$$

$$\sum_{j=1}^{\eta} a_{i,j} \delta q_j = 0. \quad (7.6)$$

由方程式 (7.5)，我們可以用其余的 S 个量来表示 $\dot{q}_j$ 量的 $\eta - S$ 个值，而由 (7.6) 式，我們可以用其余的 S 量表示 δq_j 量的第 $\eta - S$ 个值。这时方程 (7.2) 及 (7.3) 具有的形式相应为：

$$\dot{x}_v = \sum_{i=1}^S A_{vi} \dot{q}_i + A_v \quad (7.7)$$

$$\delta x_v = \sum_{i=1}^S A_{vi} \delta q_i \quad (7.8)$$

式中, A_{vi} 及 A_v 是参数 $q_1, \dots, q_n$ 及时间 t 的函数。

在特殊情况下, 当没有完整约束时,

$$A_{vi} = \frac{\partial \dot{x}_v}{\partial \dot{q}_i}, \quad A_v = \frac{\partial \dot{x}_v}{\partial t} \circ \quad (7.9)$$

以 δx_v 的表示式 (7.8) 式代替拉格朗日-达朗培尔 摩擦方程 (6.9) 中的 δx_v 值, 得出

$$\sum_{v=1}^N \sum_{i=1}^S \lambda_v (F_v - m_v \ddot{x}_v) A_{vi} \delta q_i = 0, \quad (7.10)$$

或改变相加的顺序

$$\sum_{i=1}^S \left(\sum_{v=1}^N \lambda_v F_v A_{vi} - \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \ddot{x}_v A_{vi} \right) \delta q_i = 0 \circ \quad (7.11)$$

将公式 (7.7) 对 t 全微分, 得出

$$\begin{aligned} \ddot{x}_v = & \sum_{i=1}^S A_{vi} \ddot{q}_i + \sum_{i,j=1}^S \frac{\partial A_{vi}}{\partial q_j} \dot{q}_i \dot{q}_j + \sum_{i=1}^S \frac{\partial A_{vi}}{\partial t} \dot{q}_i \\ & + \sum_{i=1}^S \frac{\partial A_v}{\partial q_i} \dot{q}_i + \frac{\partial A_v}{\partial t} \circ \end{aligned} \quad (7.12)$$

由此求出

$$\frac{\partial \ddot{x}_v}{\partial \dot{q}_i} = A_{vio} \quad (7.13)$$

因此,

$$\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \ddot{x}_v A_{vi} = \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \ddot{x}_v \frac{\partial \ddot{x}_v}{\partial \dot{q}_i} \circ \quad (7.14)$$

引入函数

$$S = -\frac{1}{2} \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \ddot{x}_v^2, \quad (7.15)$$

根据 (7.14) 可以写出

$$\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v x_v A_{vi} = \frac{\partial S}{\partial \dot{q}_i}. \quad (7.16)$$

此外, 对于与参数 q_i 相应的广义力引入符号

$$Q_i = \sum_{v=1}^N \lambda_v F_v A_{vi}, \quad (7.17)$$

将方程式 (7.11) 改成以下形式

$$\sum_{i=1}^S \left(Q_i - \frac{\partial S}{\partial \dot{q}_i} \right) \delta q_i = 0. \quad (7.18)$$

因此, 由于 $\delta q_1 \cdots \delta q_s$ 的变化的独立性, 求出方程

$$\frac{\partial S}{\partial \dot{q}_i} = Q_i \quad (i = 1, \cdots, S), \quad (7.19)$$

这些方程式就是对于有摩擦约束情况下的阿伯尔广义方程。

为了应用这些方程, 必须用广义加速度 $\ddot{q}_1, \cdots, \ddot{q}_s$ 表示函数 S 。为此, 用 (7.12) 的式子代替 (7.15) 式内的量 $\ddot{x}_v$, 得出

$$\begin{aligned} S &= -\frac{1}{2} \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \left\{ \sum_{i,j=1}^S A_{vi} A_{vj} \ddot{q}_i \ddot{q}_j + 2 \sum_{i=1}^S A_{vi} \left[\sum_{h,k=1}^S \frac{\partial A_{vk}}{\partial \dot{q}_h} \dot{q}_h \ddot{q}_k \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{h=1}^S \frac{\partial A_{vk}}{\partial t} \dot{q}_h + \sum_{h=1}^S \frac{\partial A_v}{\partial q_h} \dot{q}_h + \frac{\partial A_v}{\partial t} \right] \ddot{q}_i \right. \\ &\quad \left. + \left[\sum_{h,k=1}^S \frac{\partial A_{vk}}{\partial \dot{q}_h} \dot{q}_h \ddot{q}_k + \sum_{h=1}^S \frac{\partial A_{vk}}{\partial t} \dot{q}_h + \sum_{h=1}^S \frac{\partial A_v}{\partial q_h} \dot{q}_h + \frac{\partial A_v}{\partial t} \right]^2 \right\} \\ &= -\frac{1}{2} \sum_{v=1}^N \sum_{i,j=1}^S \lambda_v m_v A_{vi} A_{vj} \ddot{q}_i \ddot{q}_j \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sum_{v=1}^N \sum_{i=1}^S \lambda_v m_v A_{vi} \times \left[\sum_{h,k=1}^S \frac{\partial A_{vh}}{\partial q_k} \dot{q}_h \dot{q}_k + \sum_{h=1}^S \frac{\partial A_{vh}}{\partial t} \dot{q}_h \right. \\
& \left. + \sum_{h=1}^S \frac{\partial A_v}{\partial q_h} \dot{q}_h + \frac{\partial A_v}{\partial t} \right] \ddot{q}_i + \frac{1}{2} \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \\
& \times \left[\sum_{h,k=1}^S \frac{\partial A_{vh}}{\partial q_k} \dot{q}_h \dot{q}_k + \sum_{h=1}^S \frac{\partial A_{vh}}{\partial t} \dot{q}_h + \sum_{h=1}^S \frac{\partial A_v}{\partial q_h} \dot{q}_h + \frac{\partial A_v}{\partial t} \right]^2.
\end{aligned} \tag{7.20}$$

改变头二项综合相加顺序, 得出

$$\begin{aligned}
S = & \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^S \left(\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v A_{vi} A_{vj} \right) \dot{q}_i \dot{q}_j \\
& + \sum_{i=1}^S \left\{ \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v A_{vi} \left[\sum_{h,k=1}^S \frac{\partial A_{vh}}{\partial q_k} \dot{q}_h \dot{q}_k \right. \right. \\
& \left. \left. + \sum_{h=1}^S \left(\frac{\partial A_{vh}}{\partial t} + \frac{\partial A_v}{\partial q_h} \right) \dot{q}_h + \frac{\partial A_v}{\partial t} \right] \right\} \ddot{q}_i \\
& + \frac{1}{2} \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v \left[\sum_{h,k=1}^S \frac{\partial A_{vh}}{\partial q_k} \dot{q}_h \dot{q}_k + \sum_{h=1}^S \left(\frac{\partial A_{vh}}{\partial t} \right. \right. \\
& \left. \left. + \frac{\partial A_v}{\partial q_h} \right) \dot{q}_h + \frac{\partial A_v}{\partial t} \right]^2.
\end{aligned} \tag{7.21}$$

我們指出, 在求 S 的(7.21)式内的最后一个被加项与广义加速度 $\ddot{q}_i$ 无关, 所以, 在写出阿伯尔方程时不必计算这一项。因此, 对于函数 S 的前二项引入符号:

$$\begin{aligned}
S_i = & \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^S \left(\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v A_{vi} A_{vj} \right) \dot{q}_i \dot{q}_j \\
& + \sum_{i=1}^S \left\{ \sum_{v=1}^N \lambda_v m_v A_{vi} \left[\sum_{h,k=1}^S \frac{\partial A_{vh}}{\partial q_k} \dot{q}_h \dot{q}_k + \sum_{h=1}^S \left(\frac{\partial A_{vh}}{\partial t} \right. \right. \right.
\end{aligned}$$

$$\left. + \frac{\partial A_v}{\partial q_h} \right) \dot{q}_h + \frac{\partial A_v}{\partial t} \Big] \Big\} \ddot{q}_i, \quad (7.22)$$

可将阿伯尔方程改写成以下形式

$$\frac{\partial S}{\partial q_i} = Q_i \quad (i = 1, \dots, S). \quad (7.23)$$

这种形式的阿伯尔方程使用起来特别方便。

在特殊情况下，在约束方程式 $Q_i = A_i = 0$ 中无明显的时间关系时，公式 (7.22) 具有以下形式

$$\begin{aligned} S_i = & \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^S \left(\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v A_{vi} A_{vj} \right) \ddot{q}_i \ddot{q}_j \\ & + \sum_{i=1}^S \left[\sum_{h,k=1}^S \left(\sum_{v=1}^N \lambda_v m_v A_{vi} \frac{\partial A_{vh}}{\partial q_k} \right) \dot{q}_h \dot{q}_k \right] \ddot{q}_i. \end{aligned} \quad (7.24)$$

8 推导自动武器机构的运动方程式时第二类拉格

朗日广义方程和阿伯尔广义方程的应用

我们应用第二类拉格朗日广义方程来推导具有一个自由度的机构的运动方程式，此机构由一个主动件和 n 个从动件组成。在这种情况下，全部构件的位置决定于一个参数，主动件的座标 x 可当作此参数。

比较 (5.5) 及 (6.6) 式，得出：在该情况下，对于编号为 0 的主动件

$$K_0 = 0, \quad (8.1)$$

而对于从动件

$$K_v = \frac{1}{\eta_v} - 1 \quad (v = 1, \dots, n). \quad (8.2)$$

将这些式子代入公式 (6.8) 内，得出

$$\frac{\partial x_0}{\partial x} = \frac{\partial x}{\partial x} = 1, \quad \frac{\partial x_v}{\partial x} = i_v \quad (v = 1, \dots, n). \quad (8.4)$$

根据 (8.1), (8.2), (8.3) 及 (8.4), 轉化动能的式子(6.27), 具有下述形式

$$K = \frac{1}{2} \left(m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) \dot{x}^2. \quad (8.5)$$

假設 $\lambda_v = \frac{1}{\eta_v}$ 为常量, 将此式对 x 及 $\dot{x}$ 微分, 得出

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial_1 K}{\partial x} &= \left(m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) \dot{x}, \\ \frac{\partial_1 K}{\partial \dot{x}} &= \sum_{v=1}^n \frac{i_v i_v' m_v}{\eta_v} \dot{x}^2. \end{aligned} \right\} \quad (8.6)$$

当 $\lambda_v = \frac{1}{\eta_v}$ 为常量时, 将这些公式中的第一式对 t 全微分, 得出

$$\frac{d_1}{dt} \frac{\partial_1 K}{\partial \dot{x}} = \left(m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) \ddot{x} + 2 \sum_{v=1}^n \frac{i_v i_v' m_v}{\eta_v} \dot{x}^2. \quad (8.7)$$

根据 (8.1), (8.2), (8.3) 及 (8.4), 广义力的表示式(6.22) 具有下述形式

$$Q = F + \sum_{v=1}^n \frac{i_v F_v}{\eta_v}. \quad (8.8)$$

根据 (8.6), (8.7) 及 (8.8), 方程 (6.24) 具有以下形式

$$\left(m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) \ddot{x} + \sum_{v=1}^n \frac{i_v i_v' m_v}{\eta_v} \dot{x}^2 = F + \sum_{v=1}^n \frac{i_v F_v}{\eta_v}. \quad (8.9)$$

因此, 利用拉格朗日的广义方程 (6.24) 时, 我們能很简单地推导出自动武器机构的运动方程。

为了应用阿伯尔的广义方程来推导自动武器机构的运动方程式, 我們作出函数 S 的式子。注意到 (7.9) 与 (8.4) 式, 根据

公式 (7.24), 对具有完整约束的机构得出

$$S_i = -\frac{1}{2} \left(m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) \dot{x}^2 + \sum_{v=1}^n \frac{i_v i_v' m_v}{\eta_v} \dot{x}^2 \ddot{x}. \quad (8.10)$$

将此公式对 $\ddot{x}$ 微分, 得出

$$\frac{\partial S_i}{\partial \ddot{x}} = \left(m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v^2 m_v}{\eta_v} \right) \dot{x} + \sum_{v=1}^n \frac{i_v i_v' m_v}{\eta_v} \dot{x}^2, \quad (8.11)$$

而阿伯尔的广义方程具有 (8.9) 式的形式。

第二章 彈帶的运动

9 引言

到現在为止，研究供彈机构的工作时将彈帶看作絕對剛性的，并且將它的质量加到供彈机构中带动彈帶的零件的质量上去。同时彈帶的长度（或在彈帶內的枪彈数）應該对武器机构的轉化质量及对它的运动有严重的影响。但是，在實踐中沒有发现这样的事实。相反地，当彈帶水平地送向供彈机构的受彈器时，彈帶的长度从某一值起对自动武器机构的运动影响很小。这說明，彈帶的质量对武器机构的工作影响很小，因而在供彈时不能將彈帶看作是絕對剛性的。

这种見解使我們必須詳細研究供彈时彈帶的运动找出彈帶的适当的机械簡图，以便十分簡單地和精确地計算彈帶时武器全部机构运动的影响。

可以提出用以研究彈帶运动的各种不同簡图。集中质量（质点）系彈帶的最准确的簡图，集中质量处于一直綫上，它們之間用只能拉伸工作的許多彈簧联接，而且每根彈簧的一端与相应的集中质量剛性相連，而另一端可能在某些範圍內对相关的集中质量自由地移动（有某一“空隙”）（图10）。

但是，这种簡图对于数学研究來說是非常复杂的。簡化此簡图可有两种方法。

第一，可以忽略联接集中质量的彈簧的空隙和质量，并在各质点处的每一集中质量看作等于枪彈和构件质量之和（图11）。

第二，可以作出相反的假設：把枪彈和彈帶构件的质量看作沿彈帶长度連續分配的质量，即將彈帶当作彈性綫或只能拉伸的彈簧。此彈帶的簡图显然是一切可能图形中最簡單的图形。

B. E. 魯德涅夫用試驗証明了此簡圖計算彈帶构件及自动武器机构在第一发点射时的运动諸元是实际可行的。

在他关于这个问题的著作中给出了在一定的拉力作用于彈帶的一端之条件下，把彈帶看作彈性綫时的运动方程的解，确定了彈帶对武器机构运动的阻力并且对于具体武器式样作出了根据所提出的理論計算出的与用試驗所得到彈帶內力的比較。比較的结果使我們有根据认为，对于某些武器式样來說，研究第一发点射时武器机构的运动，可将彈帶看作彈性綫。



图 10



图 11

如何考虑第一发点射供彈結束时彈帶对武器机构在第二发和以后各发时运动的影响問題，現在还没有得到解决。

在本章中我們將把彈帶看作彈性綫并研究在彈帶的一端（此端与供彈机构中带动彈帶的零件相連）按一定規律运动时彈帶的运动。对問題这样的解釋比 B. E. 魯德涅夫的解釋簡單得多。

10 彈帶的运动方程式

將彈帶与供彈机构中带动彈帶的零件相連的一端取作座标的原点并沿彈帶所在的直綫引出軸 x (图 12)。

現在来研究长为 dx 彈帶单元。在某一瞬吋 t 內此单元的左端的位移值为 u ，而右端的位移值为 $u + du$ (图 12)。在 t 瞬吋內单元的絕對伸長等于

$$du = \frac{\partial u}{\partial x} dx。$$

因而，在 t 瞬吋內所研究的单元的相对伸長等于 $\partial u / \partial x$ 。

設 E 为单位长的一段彈帶的剛度。則在所研究的彈帶单元的左端上的張力將等于

$$P_1 = E \frac{\partial u}{\partial x}。 \quad (10.1)$$

在单元右端上的張力将等于

$$P_2 = E \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} dx \right). \quad (10.2)$$

假若用 ρ 表示在未受力状态下彈带的綫密度, 則所研究的彈带单元的质量将等于 ρdx 。

除了彈性力外, 对彈带作用的还有重力分力和摩擦力。用 θ

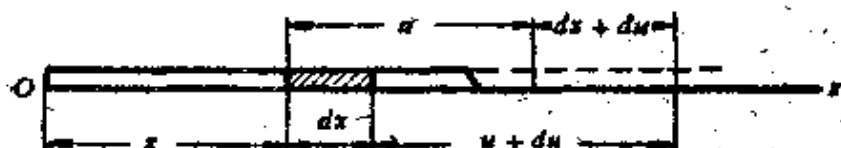


图 12

表示彈带对水平綫的傾角, 我們求出所研究彈带单元的重力之分力等于 $\rho g \sin \theta dx$ (图 13)。

开始时我們忽略摩擦力。然后 (第二节) 我們証明如何考虑摩擦力对彈带运动的影响。

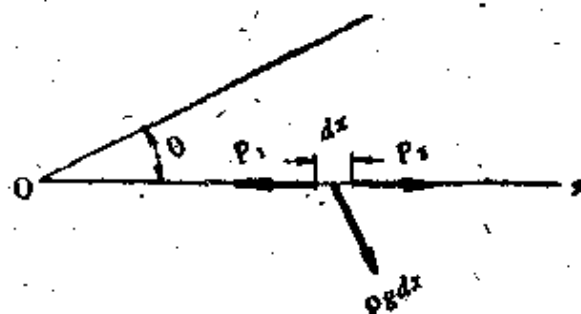


图 13

彈带单元运动方程具有以下形式

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx = P_2 - P_1 + \rho g \sin \theta dx. \quad (10.3)$$

将 (10.1) 及 (10.2) 式中張力 P_1 和 P_2 的表示式代入此式并进行簡化, 得出

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho g \sin \theta. \quad (10.4)$$

这就是所求的把彈带看作彈性綫的运动方程式。

引入符号

$$a^2 = \frac{E}{\rho}, \quad b = g \sin \theta, \quad (10.5)$$

将 (10.4) 式写成

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b. \quad (10.6)$$

此方程是二阶偏导数的线性微分方程。

方程 (10.6) 通常叫作波动方程，它在现代数学分析中已詳細研究过，并且可用不同方法解决。因此，根据问题的条件可以选择对该问题最适当的方程式解法。

为了把问题确定下来，必須使初始条件和边值条件与方程 (10.6) 联系起来。

开始瞬时彈带处于静止状态，因而，开始瞬时彈带的所有各点的速度都等于零。这给出了初始条件

$$t = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} = 0. \quad (10.7)$$

至于彈带各点移动的初始值，則它們由彈带的平衡条件决定，假若在彈带运动的方程式 (10.6) 内忽略彈带的慣性力，就能得到此条件

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b = 0. \quad (10.8)$$

这是二阶微分方程。因此它的积分将包含二个任意常数。为了确定它們必須有二个条件。

第一，到供彈机构工作开始时彈带左端 $x = 0$ 的位移等于：

$$x = 0, \quad u = 0. \quad (10.9)$$

第二，彈带右端是自由的，并且任何力都不作用于它。因而，在此端上的应力和应变常等于零。于是用 l 表示在張紧状态下彈带的长度，我們就得出第二个条件

$$x = l, \quad \frac{\partial u}{\partial x} = 0. \quad (10.10)$$

不难看出，滿足 (10.9) 及 (10.10) 的边值条件的方程式的积分 (10.8) 用以下公式表示：

$$u = \frac{b(2l-x)x}{2a^2}. \quad (10.11)$$

因此，第二个原始条件具有以下形式：

$$t = 0, \quad u = \frac{b(2l-x)x}{2a^2}. \quad (10.12)$$

現在談彈带运动时的边值条件。

第一，彈帶與供彈機構中帶動彈帶的零件相連的左端按照條件沿一定規律向左移動。這給我們一個邊值條件

$$x = 0, \quad u = -\varphi(t), \quad (10.13)$$

式中 $\varphi(t)$ ——給定的時間 t 的正函數。

第二，運動時彈帶的右端是自由的，並且任何力都不作用於它。因而，對於靜止狀態的彈帶，在右端上有條件(10.10)。

方程(10.6)、(10.7)及(10.12)式的初始條件及(10.10)和(10.13)式的邊值條件單值地決定了彈帶的運動。已知彈帶的運動後，可以求出作用於彈帶各截面的力，並且特別是作用於彈帶左端上的力，亦即彈帶對武器機構中帶動彈帶的零件的運動的阻力。

在決定彈帶的運動時必須注意，僅當 $\partial u / \partial x \geq 0$ 時，即當彈帶的一切單元承受拉力時，方程式(10.6)才成立。當在彈帶的任一段上 $\partial u / \partial x < 0$ 時，方程式(10.6)在這段上就不正確了，因為彈帶不可能傳送壓縮內力。因此，只有當在任一截面內 $\partial u / \partial x$ 為負時，才可以用這一節的方程研究彈帶的運動。由此瞬時起，為了研究彈帶的運動，必須取另一機械簡圖，並且所有的研究將是更複雜的。

11 彈帶運動方程式的解

為了將彈帶的運動方程式(10.6)積分，設

$$u = \frac{b(2l-x)x}{2a^2} + z. \quad (11.1)$$

則方程式(10.6)具有以下形式

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}. \quad (11.2)$$

初始條件(10.7)及(10.12)具有形式為

$$t = 0, \quad z = \frac{\partial z}{\partial t} = 0. \quad (11.3)$$

邊值條件(10.13)及(10.10)具有相應的形式

$$x = 0, \quad z = -\varphi(t), \quad (11.4)$$

$$x = l, \quad \frac{\partial z}{\partial x} = 0. \quad (11.5)$$

如所周知, 方程 (11.2) 的通积分用以下公式表示[21]:

$$z = f\left(t - \frac{x}{a}\right) + f_1\left(t + \frac{x}{a}\right), \quad (11.6)$$

式中 f 和 f_1 ——本身变数的任意函数。

为了确定函数 f 及 f_1 , 采用初始条件和边值条件。设 $x = 0$, 按照 (11.4) 的条件得出

$$-\varphi(t) = f(t) + f_1(t), \quad (11.7)$$

由此得

$$f_1(t) = -f(t) - \varphi(t), \quad (11.8)$$

而公式 (11.6) 具有以下形式

$$z = f\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right) - \varphi\left(t + \frac{x}{a}\right). \quad (11.9)$$

将此公式微分, 得出

$$\frac{\partial z}{\partial t} = f'\left(t - \frac{x}{a}\right) - f'\left(t + \frac{x}{a}\right) - \varphi'\left(t + \frac{x}{a}\right), \quad (11.10)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{a} \left[f'\left(t - \frac{x}{a}\right) + f'\left(t + \frac{x}{a}\right) + \varphi'\left(t + \frac{x}{a}\right) \right]. \quad (11.11)$$

在公式 (11.9) 内沿 $t = 0$, 则根据 (11.3) 的第一个条件得出

$$\text{当 } 0 \leq x \leq l \text{ 时, } 0 = f\left(-\frac{x}{a}\right) - f\left(\frac{x}{a}\right) - \varphi\left(\frac{x}{a}\right), \quad (11.12)$$

由此, 设 $\xi = \frac{x}{a}$, 求出

$$\text{当 } 0 \leq \xi \leq \frac{l}{a} \text{ 时, } f(-\xi) = f(\xi) + \varphi(\xi). \quad (11.13)$$

将此式微分, 得出

$$\text{当 } 0 \leq \xi \leq \frac{l}{a} \text{ 时, } -f'(-\xi) = f'(\xi) + \varphi'(\xi). \quad (11.14)$$

另一方面, 在公式 (11.10) 内设 $t = 0$,

$$x = a\xi,$$

按照 (11.13) 的第二条件, 得出

$$\text{当 } 0 \leq \xi \leq \frac{l}{a} \text{ 时, } 0 = f'(-\xi) - f'(\xi) - \varphi'(\xi), \quad (11.15)$$

由此得

$$\text{当 } 0 \leq \xi \leq \frac{l}{a} \text{ 时, } f'(-\xi) = f'(\xi) + \varphi'(\xi). \quad (11.16)$$

由 (11.16) 减去 (11.14) 得出

$$\text{当 } 0 < \xi \leq \frac{l}{a} \text{ 时, } 2f'(-\xi) = 0, \quad (11.17)$$

由此得

$$\text{当 } -\frac{l}{a} \leq \xi < 0 \text{ 时, } f'(\xi) = 0. \quad (11.18)$$

由此得出结论, 函数 $f(\xi)$ 等于区间 $-l/a \leq \xi < 0$ 内任意常数。因为公式 (11.9) 内只要有函数值 $f(\xi)$ 的差值, 则没有失去一般性, 可取

$$\text{当 } -\frac{l}{a} \leq \xi < 0 \text{ 时, } f(\xi) = 0. \quad (11.19)$$

则公式 (11.13) 得出

$$\text{当 } 0 \leq \xi \leq \frac{l}{a} \text{ 时, } f(\xi) = -\varphi(\xi). \quad (11.20)$$

为了在积分区间 $-l/a \leq \xi \leq l/a$ 以外开拓函数 $f(\xi)$, 采用边值条件 (11.5)。在 (11.11) 式内设 $x = l$, 根据 (11.5), 得出

$$0 = f\left(t - \frac{l}{a}\right) + f\left(t + \frac{l}{a}\right) + \varphi\left(t + \frac{l}{a}\right). \quad (11.21)$$

取积分, 得出

$$c = f\left(t - \frac{l}{a}\right) + f\left(t + \frac{l}{a}\right) + \varphi\left(t + \frac{l}{a}\right), \quad (11.22)$$

式中 c ——任意常数。为了决定 c , 在 (11.22) 内设 $t = 0$ 。则根据 (11.19) 和 (11.20) 得出 $c = 0$, 及 (11.22) 具有以下形式

$$0 = f\left(t - \frac{l}{a}\right) + f\left(t + \frac{l}{a}\right) + \varphi\left(t + \frac{l}{a}\right). \quad (11.23)$$

这里设 $\xi = t + \frac{l}{a}$; 得出开拓函数 f 用的方程

$$f(\xi) = -\varphi(\xi) - f\left(\xi - \frac{2l}{a}\right). \quad (11.24)$$

由此方程式和 (11.19) 求出公式 (11.20) 在区間 $l/a \leq \xi \leq 2l/a$ 的界限內才成立。因此,

$$\text{当 } 0 \leq \xi \leq \frac{2l}{a} \text{ 时, } f(\xi) = -\varphi(\xi). \quad (11.25)$$

利用此公式, 由方程式 (11.24) 求出

$$\text{当 } \frac{2l}{a} \leq \xi \leq \frac{4l}{a} \text{ 时, } f(\xi) = -\varphi(\xi) + \varphi\left(\xi - \frac{2l}{a}\right). \quad (11.26)$$

由此公式及方程式 (11.24) 得出

当 $4l/a \leq \xi \leq 6l/a$ 时,

$$f(\xi) = -\varphi(\xi) + \varphi\left(\xi - \frac{2l}{a}\right) - \varphi\left(\xi - \frac{4l}{a}\right). \quad (11.27)$$

开拓此过程式, 求出一般公式

当 $\frac{2nl}{a} \leq \xi \leq \frac{2(n+1)l}{a}$ ($n = 0, 1, \dots$) 时,

$$f(\xi) = \sum_{v=0}^n (-1)^{v+1} \varphi\left(\xi - \frac{2vl}{a}\right) \quad (11.28)$$

公式 (11.19) 及 (11.28) 对公式 (11.9) 的变数一切可能的值决定了函数 $f(\xi)$ 。

确定了函数 $f(\xi)$ 后, 我們根据 (11.1) 及 (11.9) 得出彈带运动方程式 (10.6) 的积分如以下形式

$$u = \frac{b(2l-x)x}{2a^2} + f\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right) - \varphi\left(t + \frac{x}{a}\right). \quad (11.29)$$

利用公式 (11.29), 我們可以計算当 $\partial u / \partial x$ 为負时彈带运动的一切諸元。

現在詳細研究一下彈带的运动。取彈带的截面 x_0 。

假設 $0 < t < \frac{x}{a}$, 則

$$-l/a < t - \frac{x}{a} < 0 < t + \frac{x}{a} < \frac{2l}{a}, \quad (11.30)$$

因而, 根据 (11.19)、(11.25) 及 (11.29),

$$u = \frac{b(2l-x)x}{2a^2} \quad (11.31)$$

因此，彈帶的截面 x 在瞬時 $t = x/a$ 前是不動的。

當 $\frac{x}{a} < t < \frac{2l-x}{a}$ 時，

$$0 < t - \frac{x}{a} < \frac{2l}{a}, \quad 0 < t + \frac{x}{a} < \frac{2l}{a}; \quad (11.32)$$

因而，根據 (11.25) 及 (11.29) 得

$$u = \frac{b(2l-x)x}{2a^2} - \varphi\left(t - \frac{x}{a}\right). \quad (11.33)$$

因此，彈帶的各截面的運動是相同的，而且截面 x 重複時間為 x/a 時末端 $x = 0$ 的運動，換句話說，運動以速度 a 沿彈帶傳播。

將公式 (11.33) 微分，當 $\frac{x}{a} < t < \frac{2l-x}{a}$ 時，求出

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\varphi'\left(t - \frac{x}{a}\right), \\ \frac{\partial u}{\partial x} &= \frac{b(l-x)}{a^2} + \frac{1}{a}\varphi'\left(t - \frac{x}{a}\right). \end{aligned} \right\} \quad (11.34)$$

比較此二式，得出結論，當供彈機構中帶動彈帶的零件沿任一規律運動時相對拉力及彈帶每一截面的內力是當末端 $x = l$ 反射的波在接近某截面時該截面的速度的綫性函數。

當 $\frac{2l-x}{a} < t < \frac{2l+x}{a}$ 時，

$$0 < t - \frac{x}{a} < \frac{2l}{a}, \quad \frac{2l}{a} < t + \frac{x}{a} < \frac{4l}{a}, \quad (11.35)$$

及根據 (11.25)、(11.26) 和 (11.29) 得

$$u = \frac{b(2l-x)x}{2a^2} - \varphi\left(t - \frac{x}{a}\right) - \varphi\left(t + \frac{x-2l}{a}\right). \quad (11.36)$$

因此，當 $t > \frac{2l-x}{a}$ 時，自末端 $x = l$ 反射到彈帶的波加到截面 x 的運動上。

取公式 (11.36) 的微分，求出

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\varphi'\left(t - \frac{x}{a}\right) - \varphi'\left(t + \frac{x-2l}{a}\right),$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{b(1-x)}{a^2} + \frac{1}{a} \left[\varphi' \left(t - \frac{x}{a} \right) - \varphi' \left(t + \frac{x-2l}{a} \right) \right]. \quad (11.37)$$

这些公式中的第二个証明，只有当函数 $\varphi'(t)$ 不是减小的或减小得很少，即当彈帶末端 $x = 0$ 的运动是加速的，等速的或减速的，但与加速度的绝对值比較是很小的时候，在彈帶的各截面內 $\partial u / \partial x \geq 0$ 。在相反的情况下，当反射波进入彈帶截面 x 后， $\partial u / \partial x$ 变为負数及改由公式 (11.36) 描述彈帶运动的瞬間便开始了。

因此，上述理論正确地描述了只有在反射激波还没有进入这个截面的瞬时之前彈帶的每一截面之运动。

正好，如 B. E. 魯德涅夫所証明的，武器机构工作的整个循环結果得比反射激波能够到达彈帶的自由端早得多。因此上述理論能充分地研究彈帶在第一发点射时对武器机构运动的影响。

在十分长的点射时，反射激波能够到达彈帶的任一截面，包括到达彈帶的末端 $x = 0$ ，因为彈帶的末端 $x = 0$ 运动中有停留，則 $\partial u / \partial x$ 必須成为負的，即枪彈彼此相撞，而彈帶不再給予机构中带动彈鏈的零件运动的阻力。因此在十分长的点射时武器机构将不平衡地工作。

为了使自动武器机构在点射时尽可能地平衡，必須更多地限制枪彈在武器的受彈器內横向移动，因而要消除枪彈在武器的受彈器內彼此相撞。这可用彈帶的导向装置来得到。假若有可能完全消除枪彈在导板內横向移动时，則在供彈时当 $\partial u / \partial x > 0$ 时反射波可以进入导板內。同时反射波减小彈帶对武器机构中带动彈帶的零件的运动的阻力。假若在不进行供彈时反射波接近彈帶的导板时，則反射波不能进入导板內，而反射到导板的末端时，相反地接近彈帶的自由端，无论如何也不能影响武器的工作。

长点射时，彈帶的长度各有不同，并在射击过程中发生变化。除此之外，完成武器工作循环的时间每发都不相同。所有这

些得出考虑反射波进入彈帶导板瞬时的根据是偶然的，并提出在供彈周期內反射波进入的或然率的問題，或者換句話說关于反射波对武器工作的影响或然率問題。显然，这个或然率愈小，則进行供彈的时间周期对武器整个工作循环的时间的比例也愈小。

上述意見証明，用特殊的导板限制彈帶在受彈器內橫向移动法可以达到减小彈帶內的反射波对武器机构工作影响的或然率，即使武器的工作平均起来較均匀些。但是用这个装置，也不能达到武器工作絕对的均匀。

为了用武器的动力計算来計算武器机构工作的可能不平衡性，就必须計算考虑彈帶阻力和不考虑彈帶阻力的两个方案。考虑彈帶阻力計算得出武器的正常工作循环，而不考虑彈帶阻力計算就得出有反射彈性波的极限影响的特殊循环。

12 作用于彈帶上的摩擦力的計算

用 n 表示作用于彈帶的单位长度的摩擦力（假設，摩擦力沿彈帶的长度均匀分配）。則值为 ndx 的摩擦将作用于彈帶的 dx 单元上，此摩擦力的方向与所研究的彈帶单元的运动方向相反。

因此为了計算摩擦力，必須将 $\mp ndx$ 加在方程式 (10.3) 的右端

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} dx = P_2 - P_1 + \rho g \sin \theta dx \mp ndx, \quad (12.1)$$

在此式中，从二个符号中当 $\partial u / \partial t > 0$ 时取負号，当 $\partial u / \partial t < 0$ 时取正号。

将 (10.1) 及 (10.2) 的 P_1 及 P_2 的式子代入 (12.1) 式內，得出

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \rho g \sin \theta \mp n. \quad (12.2)$$

利用符号 (10.5)，并設

$$c = \frac{n}{\rho}, \quad (12.3)$$

将方程式 (12.2) 写成以下形式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \mp c, \quad (12.4)$$

在此式中, 当在彈帶的那些截面內 $\partial u / \partial t > 0$ 时, 在 c 之前应取負号, 在那些截面內 $\partial u / \partial t < 0$ 时应取正号。

在这种情况下初始条件 (10.7) 及边值条件 (10.10) 和 (10.13) 仍有效。至于在供彈开始前由彈帶的平衡条件得出的原始条件 (10.12) 則将发生变化。为了确定位移的初始值 u , 我們研究在拉力的分力和摩擦力的作用下彈帶的平衡。去掉方程式 (12.4) 內的慣性力得出决定彈帶平衡的极限位置的方程

$$a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b \mp c = 0. \quad (12.5)$$

彈帶在任何滿足于不平衡式

$$-b - c < a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} < -b + c \quad (12.6)$$

的位置都可能平衡。

这些不平衡式和边值条件 (10.9) 及 (10.10) 完全决定彈帶平衡的可能位置的总体。

将不平衡式 (12.6) 由 x 到 l 取积分, 并由 (10.10), 得出

$$\frac{b-c}{a^2}(l-x) < \frac{\partial u}{\partial x} < \frac{b+c}{a^2}(l-x). \quad (12.7)$$

这些不等式对任意 b 与 c 的值都是正确的。但是, 当 $b < c$ 时, 不等式 (12.7) 中的一个可能得到修正, 因为 $\partial u / \partial x$ 不可能为負的。因此不等式 (12.7) 可能写成以下形式

$$\max\left\{0, \frac{b-c}{a^2}(l-x)\right\} < \frac{\partial u}{\partial x} < \frac{b+c}{a^2}(l-x). \quad (12.8)$$

将这些不等式由 0 到 x 积分并由 (10.9), 得

$$\max\left\{0, \frac{b-c}{2a^2}(2l-x)x\right\} < u < \frac{b+c}{2a^2}(2l-x)x. \quad (12.9)$$

結果得出由无限多个不等式 (12.6), (12.8) 及 (12.9) 所决定的彈帶的可能的初始位置。

因此, (10.12) 式的初始条件用以下条件代替:

$$t = 0, \quad u = \psi(x), \quad (12.10)$$

式中 $\psi(x)$ —— 任意連續函数, 此函数及其导函数滿足于条件

$$\max\left\{0, \frac{b-c}{2a^2}(2l-x)x\right\} < \psi(x) < \frac{b+c}{2a^2}(2l-x)x, \quad (12.11)$$

$$\max\left\{0, \frac{b-c}{a^2}(l-x)\right\} < \psi'(x) < \frac{b+c}{a^2}(l-x), \quad (12.12)$$

$$-\frac{b+c}{a^2} < \psi''(x) < \min\left\{0, -\frac{b-c}{a^2}\right\}. \quad (12.13)$$

在初始条件 (10.7) 及 (12.10) 和边值条件 (10.10) 及 (10.13) 下方程式 (12.4) 的完全积分是很繁雜的且很困难的, 因为在不同的彈帶区段, 在方程式 (12.4) 內的 c 之前的符号可以是不同的。但是, 假若利用这种情况, 即在供彈的全部时期內, 只有一个激波沿彈帶移动, 則可以很簡單地得出所要求的解答。

設在供彈全部工作时期內 $0 < t < l/a$ 。在这种情况下, 在 t 瞬时只有部分彈帶运动, 对于此部分彈帶 $0 \leq x < at$, 而对于 $at \leq x \leq l$ 的部分彈帶处于静止状态。因此, 除边值条件 (10.10) 外, 还有边值条件。

$$x = at, \quad u = \psi(at). \quad (12.14)$$

除此之外, 所有运动着的部分彈帶 $0 \leq x < at$ 在負方向移动 ($\partial u / \partial t < 0$), 为此在方程式 (12.4) 內在 c 之前应取正号。

因此, 問題归結到以下方程式在边值条件 (10.13) 及 (12.14) 下的积分

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + b + c. \quad (12.15)$$

为了解方程式 (12.15), 假設

$$u = \frac{b+c}{2a^2}(2l-x)x + z, \quad (12.16)$$

則方程式 (12.15) 具有以下形式

$$\frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \quad (12.17)$$

而边值条件 (12.14) 具有以下形式

$$x = at, \quad z = \psi(at) - \frac{b+c}{2a}(2l-at)t. \quad (12.18)$$

按达朗培尔形式的方程式 (12.7) 的通积分有以下形式

$$z = f\left(t - \frac{x}{a}\right) + f_1\left(t + \frac{x}{a}\right). \quad (12.19)$$

假设 $x = 0$ 并由 (10.13), 得出

$$-\varphi(t) = f(t) + f_1(t), \quad (12.20)$$

由此得

$$f_1(t) = -\varphi(t) - f(t), \quad (12.21)$$

公式 (12.19) 具有以下形式

$$z = f\left(t - \frac{x}{a}\right) - f\left(t + \frac{x}{a}\right) - \varphi\left(t + \frac{x}{a}\right). \quad (12.22)$$

为了确定函数 f , 假设 $x = at$ 。则由 (12.18) 得出

$$\psi(at) - \frac{b+c}{2a}(2l-at)t = f(0) - f(2t) - \varphi(2t), \quad (12.23)$$

由此得

$$f(\xi) = f(0) - \varphi(\xi) - \psi\left(\frac{a\xi}{2}\right) + \frac{b+c}{8a}(4l-a\xi)\xi. \quad (12.24)$$

将此式代入 (12.22) 式, 得出

$$\begin{aligned} z &= -\varphi\left(t - \frac{x}{a}\right) - \psi\left(\frac{at-x}{2}\right) + \psi\left(\frac{at+x}{2}\right) \\ &\quad + \frac{b+c}{8a^2}[(4l-at+x)(at-x) - (4l-at-x)(at+x)] \\ &= -\varphi\left(t - \frac{x}{a}\right) - \psi\left(\frac{at-x}{2}\right) + \psi\left(\frac{at+x}{2}\right) \\ &\quad - \frac{b+c}{2a^2}(2l-at)x. \end{aligned} \quad (12.25)$$

最后, 由 (12.16) 及 (12.25) 得出弹带截面移动的式子

$$u = -\varphi\left(t - \frac{x}{a}\right) - \psi\left(\frac{at-x}{2}\right) + \psi\left(\frac{at+x}{2}\right)$$

$$+ \frac{b+c}{2a^2} (at-x) x_0 \quad (12.26)$$

将此式微分后，求出在彈帶的不同截面內各单元的速度公式和相对拉力的公式

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} = & -\varphi' \left(t - \frac{x}{a} \right) - \frac{a}{2} \left[\psi' \left(\frac{at-x}{2} \right) - \psi' \left(\frac{at+x}{2} \right) \right] \\ & + \frac{b+c}{2a} x, \end{aligned} \quad (12.27)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} = & \frac{1}{a} \varphi' \left(t - \frac{x}{a} \right) + \frac{1}{2} \left[\psi' \left(\frac{at-x}{2} \right) + \psi' \left(\frac{at+x}{2} \right) \right] \\ & + \frac{b+c}{2a^2} (at-2x)_0 \end{aligned} \quad (12.28)$$

13 供彈对武器机构运动的影响

在第11节中我們假設，当沒有摩擦力和反射到彈帶的自由末端的激波时，在彈帶的任一截面內的力是此截面的速度綫函数。我們用数学法表示此位置。

采用公式 (11.34) 及 (10.5)，求出在彈帶截面 x 的內力

$$P = E \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{Eb(l-x)}{a^2} - \frac{E}{a} \frac{\partial u}{\partial t} = \rho b(l-x) - \frac{E}{a} \frac{\partial u}{\partial t}_0 \quad (13.1)$$

其中，彈帶对武器机构中带动彈帶的零件的运动的阻力将等于

$$P_0 = E \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = \rho bl - \frac{E}{a} \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{x=0}_0 \quad (13.2)$$

假設，供彈时在武器机构的运动中加入 n 个从动件，而且将其編号，使带动彈帶的零件为第 n 个构件。

則采用上一章的符号，求出彈帶末端 $x=0$ 的速度将等于●

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -v_n = -i_n v_0 \quad (13.3)$$

将此式代入公式 (13.2) 內及由 (10.5) 求出对第 n 个构件

● 因为 $\partial u / \partial t < 0$ ，所以取負号，此时我們认为参数 i_n 的計算方向已选定，因为 $v_n > 0$ 。

运动的彈帶阻力的表示式

$$P_0 = \rho b l + \frac{E}{a} i_n v = g_A \sin \theta + i_n \sqrt{EP} v, \quad (13.4)$$

式中 g_A ——彈帶重量。

因而，彈帶重量的分量包括在彈帶阻力的式子內 并且是相加的。

因此，作用于机构中第 n 个机构的外力 F_n 可用以下公式表示

$$F_n = F_n^* - i_n \sqrt{EP} v, \quad (13.5)$$

式中 F_n^* ——表示作用于第 n 个构件的各个外力的合力，除与速度有关的部分彈帶阻力外，在考慮彈帶的摩擦力时，根据公式(12.27)，(12.28)及(10.5)，从彈帶方面作用于武器机构中带动彈帶的零件的力将等于

$$\begin{aligned} P_0 &= E \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{E}{a} \varphi' \left(\frac{at}{2} \right) + E \psi' \left(\frac{at}{2} \right) + E \frac{b+c}{2a} t \\ &= -\frac{E}{a} \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{x=0} + E \psi' \left(\frac{at}{2} \right) + \rho \frac{b+c}{2} at_0. \end{aligned} \quad (13.6)$$

与(13.2)比較，分出彈帶的重量分力，得出

$$P_0 = \rho b l - \frac{E}{a} \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{x=0} + E \psi' \left(\frac{at}{2} \right) - \rho b l + \rho \frac{b+c}{2} at, \quad (13.7)$$

或由(10.5)及(13.3):

$$P_0 = g_A \sin \theta + i_n \sqrt{EP} \cdot v + E \psi' \left(\frac{at}{2} \right) - \rho b l + \rho \frac{b+c}{2} at. \quad (13.8)$$

与(13.4)比較得出結論，作用于彈帶的摩擦力对武器机构中带动彈帶的零件运动阻力的影响用最后三个被加数表示。我們評价一下这几个被加数。根据不等式(12.12)及公式(10.5)得出

$$\begin{aligned} \max \left\{ 0, \rho \left(b - c \right) \left(1 - \frac{at}{2} \right) \right\} &< E\psi' \left(\frac{at}{2} \right) \\ &< \rho \left(b + c \right) \left(1 - \frac{at}{2} \right). \end{aligned} \quad (13.9)$$

因而

$$\begin{aligned} \max \left\{ \begin{aligned} -\rho b \left(1 - \frac{at}{2} \right) + \rho c \frac{at}{2}, \\ -\rho c \left(1 - \frac{at}{2} \right) + \rho b \frac{at}{2} \end{aligned} \right\} &< E\psi' \left(\frac{at}{2} \right) - \rho bl \\ &+ \rho \frac{b+c}{2} at < \rho cl, \end{aligned} \quad (13.10)$$

或由 (10.5) 及 (12.3) 得出

$$\begin{aligned} \max \left\{ \begin{aligned} -\frac{gA}{l} \sin \theta \left(1 - \frac{at}{2} \right) + n \frac{at}{2}, \\ -n \left(1 - \frac{at}{2} \right) + n \frac{at}{2} \end{aligned} \right\} &< E\psi' \left(\frac{at}{2} \right) - \rho bl \\ &+ \rho \frac{b+c}{2} at < nl. \end{aligned} \quad (13.11)$$

因为 ψ 是任意函数，它满足条件 (12.11)、(12.12) 及 (12.13)，则弹带阻力可能有在 (13.11) 范围内的任一值，此阻力是由作用于此函数的摩擦力而产生的。

不等式 (13.11) 证明，根据弹带的初始状态，作用于弹带的摩擦力可以使供弹困难也可以使供弹容易。

假若有特殊的消除弹带横向运动的导板，则当第二发及以后的点射时，很显然，摩擦力将使供弹容易（当有直线弹带时），因为在发射后枪弹的摩擦力将尽量压缩弹带及在每一发点射之前处于初始状态的弹带的拉力将是最小的。

自然这些结论仅与直线弹带的情况有关。当供弹时弹带沿曲线可以产生附加力，这些力可以大大改变摩擦力及弹带动力作用的结果。

第三章 自动武器机构运动方程式的积分

14 自动武器机构运动方程式的一般形式

在前一章中我們看到，作用于武器机构中带动彈的构件上的力与主动件的速度有关，而假若考虑摩擦力，則与時間有关。

除彈帶的阻力外，液压制退器的阻力还和自动武器机构主动件之速度有很大关系。实际上，可以足够精确地认为作用在自动武器內的全部其余的力与速度无关。

通常认为，液压制退器所产生的阻力与武器机构的主动件的速度平方成比例。同时，比例系数是主动件位移 x 的函数，因为液压制退器內的液体沿着它流动的沟槽的截面与 x 有关。假設，液压制退器的阻力作用于机构的第 K 个构件上，可以写出

$$F_K = F_K \mp \sigma_K(x) v^2, \quad (14.1)$$

式中，在 v^2 之前应取与速度 v 的符号相反的符号。假若液压制退器的阻力作用于机构的主动件上，則公式 (14.1) 內的注脚 K 应取消。

可能作用于武器机构的数个构件上的火药气体压力，实际上可以足够精确地看作只是時間的函数^①。

如我們在第13节內所見，除火药气体的压力外，由摩擦所引起的彈帶的阻力部分与時間有关，而且这部分包括在彈帶阻力的公式內。

① 这不是很严格的，因为实际上火药气体的压力特别是在导气式武器內，与武器机构的运动有关。但是，用現代关于这个力的知識来解釋可以將它看作只与時間有关。其次，当火药气体的压力是两个变量 x 和 t 的函数时，綜合本章內所闡述的自动武器机构运动方程式的积分方法是非常基本的，因而并无任何困难。

可以将自动武器内作用的一切其余的力看作只是主动件的位移 x 的函数。

因此，假若忽略摩擦系数（因而还有效率）与速度的关系，则自动武器机构的运动方程式可以写成以下形式之一。

1) 在供弹机构不工作时

$$M(x)\ddot{x} + N(x)\dot{x}^2 = \psi_0(x) + \psi_1(x)\Phi_1(t) \quad (14.2)$$

或

$$M(x)\frac{dv^2}{dx} + 2N(x)v^2 = 2[\psi_0(x) + \psi_1(x)\Phi_1(t)],$$

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v}. \quad (14.3)$$

2) 在供弹机构工作时

$$M(x)\ddot{x} + N(x)\dot{x}^2 + L(x)\dot{x} = \psi_0(x) + \psi_1(x)\Phi_1(t) + \psi_2(x)\Phi_2(t) \quad (14.4)$$

或

$$M(x)\frac{dv^2}{dx} + 2N(x)v^2 + 2L(x)v = 2[\psi_0(x) + \psi_1(x)\Phi_1(t) + \psi_2(x)\Phi_2(t)], \quad \frac{dt}{dx} = \frac{1}{v}. \quad (14.5)$$

在这些方程式内， $M(x)$ 、 $L(x)$ 、 $N(x)$ 、 $\psi_2(x)$ 、 $\Phi_2(t)$ 是本身的自变量的给定函数，而且只在很短的开始时期内，当火药气体作用于机构构件时， $\Phi_1(t)$ 才不是零，而 $\Phi_2(t)$ 仅在供送弹带时期才不为零。函数 $M(x)$ 是武器机构的转化质量。

因此，研究武器机构运动的问题归结为将方程式 (14.2)、(14.4) 或 (14.3) 及 (14.5) 加以积分。

按一般形式来解这些方程式的积分是很复杂的问题，因此不得不放弃用精确的方法，而仅用近似的方法来解题。只在个别特殊的情况下，可以求出精确的积分。

可以用两种方法将自动武器机构的运动方程式近似地积分。第一种方法是简化方程式的本身，使之可以精确地用已知函数积分。第二种方法是，将大家都知道的近似积分法，例如数值法或图

解法应用于精确的方程上。

以这种简单的形式未必能获得武器机构运动的简化方程式的精确解答，这种形式可以利用闭合形式的精确解法之优点。除此以外，一般地只可在某些路段上得到精确的解答，因为不可能将武器机构运动的方程式简化成使这些方程式在机构的全部工作时期内足够精确，因此必须在不同的运动路线上采用不同的简化方程式。

因此，我们认为比较合适的是不简化运动方程式，而根据第二种方法将近似的解法直接用于精确的方程。通常精确方程式的近似解答总比近似方程式的精确解答更准确些，因此这种方法更为合理。

15 当作用力与时间无明显的关系时，自动武器

机构运动方程式的积分

假若 $\Phi_1(t) = 0$ ，即当火药气体不作用于武器机构构件上及运动依靠机构从火药气体所得到的动能来完成的时候，易于以一般形式将方程式 (14.3) 积分。实际上假若 $\Phi_1(t) = 0$ ，则第一方程式 (14.3) 变成具有未知函数 v^2 的一阶线性方程式：

$$M(x) \frac{dv^2}{dx} + 2N(x)v^2 = 2\Psi_0(x). \quad (15.1)$$

当 $x = x_0$ 时，取 v_0^2 ，可用以下公式表示这个方程式的积分

$$v^2 = e^{-2 \int_{x_0}^x \frac{N(x)dx}{M(x)}} \left\{ v_0^2 + 2 \int_{x_0}^x \frac{\Psi_0(x)}{M(x)} e^{2 \int_{x_0}^x \frac{N(x)dx}{M(x)}} dx \right\}. \quad (15.2)$$

按照此公式确定 v ，用求积法求出在所研究的路段上的机构运动时间：

$$t = \int_{x_0}^x \frac{dx}{v}. \quad (15.3)$$

在特殊情况下，当所研究的路段上的全部效率为常量及液压

制退器不工作时，公式 (15.2) 可以指数求积分来解出，并且可以用比較简单的形式表示公式 (15.2)。实际上，假若一切 η_i 值是一定的，并且 $\sigma_k = 0$ ，則如公式 (14.1)，(3.10) 及 (14.4) 所証明的，

$$2N(x) = M'(x), \quad (15.4)$$

而公式 (15.2) 取以下形式

$$v^2 = \frac{M(x_0)}{M(x)} \left\{ v_0^2 + \frac{2}{M(x_0)} \int_{x_0}^x \psi_0(x) dx \right\}. \quad (15.5)$$

显然，此公式仅是活力方程式 (5.16) 的另一种写法。

因此，自动武器机构的运动方程式在机构工作的任何时期都可以精确地解出，但火药气体作用时期及运送弹带时期除外（假若考虑弹带的弹性）。除去火药气体作用的短暫的开始时期外，对于具有弹匣供弹的武器机构的运动方程式在机构运动的全部时期可以精确地积分。

假若按照布拉貢拉沃夫院士的建議，用总冲量考虑火药气体的作用，即假設火药气体在瞬間将末速傳給机构的主动件，則对于弹匣供弹式武器來說，公式 (15.2) 及 (15.3) 能精确地解出运动方程。用这种方法解題时，我們不可能研究在火药气体作用时期內机构的运动。但是由于火药气体的作用时期很短，这并不重要。与外弹道学完全相似，我們并不研究当弹丸由膛內飞出后火药气体对弹丸的作用时期，而用虚拟的运动来代替在此时期內弹丸的真实运动，假若弹丸由膛內飞出后火药气体对弹丸的作用立即停止，則就会有这种虚拟的运动。

在外弹道学中，由于当弹丸由武器膛內飞出后火药气体对弹丸速度的影响很小，借助于选择一个参数（虚拟运动的初速），能够使弹丸的上述虚拟运动在全部弹道上与真正的运动足够准确地相符。

在自动武器內，主动件的真正运动在火药气体作用期間是由

速度零开始的它与开始时立即具有末速的虚拟运动有很大的区别。因此，自然，利用一个参数——虚拟运动的初速（或火药气体的冲量），不可能以外弹道学中所具有的那种准确度，使机构在开始期间的这种虚拟运动与机构在余下的全部工作时间内的真实运动相符合。

利用火药气体的冲量，只能使机构的主动件速度和位移相符合。同时，在运动时间内得到固定的误差。为了使虚拟运动与真正的运动完全相符合，必须把机构运动时间加以修正以补偿上述误差。在1912年E. Я. 格里哥尔耶夫[14]曾发表了在外弹道问题中的这种时间修正量的想法。最近，A. Ф. 波罗维科夫曾在用当量冲量来代替武器作用于弹性炮架的真正的力条件下，在弹性炮架的理论中引用过这个修正量[15]。

在研究自动武器机构的运动时，也可以引用这种对运动时间的修正量。

但是为了从理论上计算这个修正量，必须在火药气体作用时期，即当 $\Phi_1(t) \neq 0$ 时将方程式(14.2)、(14.3)、(14.4)或(14.5)积分，这只有在个别特殊情况下才能精确地完成，例如，武器机构的转化质量 $M(x)$ 在此时期内只能在给定的 x 值下作跳跃式变化（即各部分传动比 i_v 是常量，液压制退机及供弹机构在此期间不工作，而全部作用力为主动件的位移 x 的线性函数）。

最后，可用测量机构的主动件在某一点的运动速度及机构运动到此点的时间之方法来提出用试验法确定参数——火药气体冲量及时间修正量的问题。

为了证明这个方程，我们假设，当 $x = x_1, x_2, x_n, x_{n+1}$ 机构的接合是这样的：当 $x = x_v$ 由 M_v 值变到 $M_v > M_v$ 值时，转化质量跳跃地增加[●]。

● 假若在某一点 x_v 上的机构转化质量之断续变化决定于某些传动比 i_v 的断续变化，则可能有 $M_v < M_v$ 。在这种情况下，不应将 M_v 理解为间断前的转化质量，而应理解作公式(4.17)右端内分子的量。

該时将公式 (15.2) 用于 $x_{v-1} < x < x_v$ ($v=1, 2, \dots, n; x_0=0$) 每一个路段, 将公式 (4.15) 或 (4.17) 用于每一点 $x_1, \dots, x_n$, 我們得出 $x_n < x < x_{n+1}$ 路段的公式:

$$\begin{aligned} v^2 = & \left(\frac{M_1^- M_2^- \dots M_n^-}{M_1 M_2 \dots M_n} \right)^2 e^{-2 \int_0^x \frac{N(x) dx}{M(x)}} v_0^2 + 2 e^{-2 \int_{x_n}^x \frac{N(x) dx}{M(x)}} \\ & \times \int_{x_n}^x \psi_0(x) e^{2 \int_{x_n}^x \frac{N(x) dx}{M(x)}} dx + 2 \sum_{v=1}^n \left(\frac{M_v^- \dots M_n^-}{M_v \dots M_n} \right)^2 e^{-2 \int_{x_{v-1}}^x \frac{N(x) dx}{M(x)}} \\ & \int_{x_{v-1}}^{x_v} \psi_0(x) e^{2 \int_{x_{v-1}}^x \frac{N(x) dx}{M(x)}} dx, \end{aligned} \quad (15.6)$$

式中 v_0 主动件的初速 (即当 $x=0$ 时的速度)。

假若已知在区間 $x_n < x < x_{n+1}$ 內某一点 x 上主动件的速度 v , 則利用公式 (15.6) 可以确定主动件的初速:

$$\begin{aligned} v_0^2 = & \left(\frac{M_1 M_2 \dots M_n}{M_1^- M_2^- \dots M_n^-} \right)^2 e^{2 \int_0^x \frac{N(x) dx}{M(x)}} v^2 - 2 \left(\frac{M_1 M_2 \dots M_n}{M_1^- M_2^- \dots M_n^-} \right)^2 \\ & \int_{x_n}^x \psi_0(x) e^{2 \int_0^x \frac{N(x) dx}{M(x)}} dx - 2 \sum_{v=1}^n \left(\frac{M_1 M_2 \dots M_{v-1}}{M_1^- M_2^- \dots M_{v-1}^-} \right) \\ & \int_{x_{v-1}}^{x_v} \psi_0(x) e^{2 \int_0^x \frac{N(x) dx}{M(x)}} dx. \end{aligned} \quad (15.7)$$

此后, 我們可以根据公式 (15.3) 計算主动件运动到点 x 的时间。假若已知主动件运动到 x 点的真正時間, 則我們可以很容易地确定所需的时间修正量。

因此, 用試驗的方法决定在路段內某一点 x 处的主动件速度 (在此路段上火药气体已不作用于机构的构件), 及运动到此点的时间后, 可以确定主动件的虚拟初速及运动時間的修正量, 使除

去火药气体作用期間及供送彈帶的期間以外，公式(15.2)将正确地确定主动件在任何运动时期内的速度，而公式(15.3)在火药气体的作用期間外，当加入3相应的修正量后，将正确地确定机构在任何期間的运动時間。

除短的火药气体作用时期（此时期从計算射速的观点来看沒有重大的意义）外，用上述方法可以完全地研究任一种彈匣供彈式武器。我們指出，虽然上述方法在形式上精确地解决了武器机构的运动方程式，但实际使用此方法很困难，因为公式(15.2)是很复杂的，根据公式計算要費很多時間，特别是当必須用近似的数值法或图解法来計算包含在此公式內的求积法时。这就在很大程度上降低这个方法的实际价值。

16 自动武器机构的运动諸元用波維特金近似法的計算

P. Д. 波維特金[5]用按時間增量的正整幂次展开各未知量的方法将方程式(14.2)积分。同时，P. Д. 波維特金研究了一种特殊的情况，在这种情况下，机构的轉化质量在所研究路段上是常量，而作用力为主动件位移的綫性函数且与它的速度无关。此外，当将所研究的方法用于具体形式的导气式机輪时，P. Д. 波維特金对于火药气体加給主动件活塞的压力采用 E. И. 勃拉文的公式(1.2)。当武器机构的运动方程不包含在所研究的特殊情况內时，P. Д. 波維特金将机构的轉化质量加以平均并將它当作常量，而用 x 的綫性函数来代替函数 $\psi_0(x)$ 。

上面所列举的限制是由于 P. Д. 波維特金所解决的問題的偶然性，但絕不是这种方法所必需的。

在这里我們以最一般的形式用按時間大的增量幂展开未知量 x 的方法来叙述方程式(14.4)的解法，即除去为了能够采用展开所必需的限制之外，对方程式(14.4)內所包含的函数不加任何限制。

在 $L(x) = 0$ 时的特殊情况下，由这种解法得出方程式

(14.2)的解答。

按照著名的台劳公式，可以写出：

$$x = x_0 + \dot{x}_0(t-t_0) + \frac{\ddot{x}_0}{2!}(t-t_0)^2 + \frac{\dddot{x}_0}{3!}(t-t_0)^3 + \dots, \quad (16.1)$$

式中 $x_0, \dot{x}_0, \ddot{x}_0, \dots, t_0$ ——在所研究路段上 $x, \dot{x}, \ddot{x}, \dots, t$ 等值的初始数值。 x_0 和 $\dot{x}_0$ 是給定的量(由前几个路段的计算)。由微分方程式(14.4) 求出 $\ddot{x}_0$ ，并将 $t = t_0, \dot{x} = \dot{x}_0, x = x_0$ 代入此方程式内：

$$\ddot{x}_0 = \frac{\Psi_{00} + \Psi_{10}\dot{x}_0 + \Psi_{20}\dot{x}_0^2 - L_0\dot{x}_0 - N_0\dot{x}_0^2}{M_0}, \quad (16.2)$$

式中

$$\begin{aligned} \Psi_{i0} &= \Psi_i(x_0), \quad \Phi_{i0} = \Phi^i(t_0), \\ L_0 &= L(x_0), M_0 = M(x_0), N_0 = N(x_0). \end{aligned} \quad (16.3)$$

为了确定 $\ddot{x}_0$ 量，我們將方程式 (14.4) 对 t 取全微分。于是得到

$$\begin{aligned} M(x)\ddot{x} + [M'(x) + 2N(x)]\dot{x}\ddot{x} + N'(x)\dot{x}^3 + \\ L(x)\ddot{x} + L'(x)\dot{x}^2 = \Psi_1(x)\Phi_1'(t) + \Psi_2(x)\Phi_2'(t) + [\Psi_0'(x) + \\ \Psi_1'(x)\Phi_1(t) + \Psi_2'(x)\Phi_2(t)]\dot{x}_0. \end{aligned} \quad (16.4)$$

这里設 $t = t_0, x = x_0, \dot{x} = \dot{x}_0, \ddot{x} = \ddot{x}_0$ 并且为了简化而引用类似 (16.3) 的符号

$$\begin{aligned} \Phi_{i0}' &= \Phi_i'(t_0), \quad \Psi_{i0}' = \Psi_i'(x_0), \quad L_0' = L'(x_0), \quad M_0' = \\ &M'(x_0), \quad N_0' = N'(x_0), \end{aligned} \quad (16.5)$$

我們求出

$$\begin{aligned} \ddot{x}_0 &= \frac{1}{M_0} [\Psi_{10}\Phi_{10}' + \Psi_{20}\Phi_{20}' + (\Psi_{00}' + \Psi_{10}'\dot{x}_0 + \Psi_{20}'\dot{x}_0^2) \dot{x}_0 \\ &- L_0'\dot{x}_0^2 - N_0'\dot{x}_0^3 - L_0\ddot{x}_0 - (M_0' + 2N_0)\dot{x}_0\ddot{x}_0]. \end{aligned} \quad (16.6)$$

为了确定 $\ddot{x}$ ，我們再一次將(16.4)对 t 取全微分和將 $t = t_0, x = x_0$ ，代入所得的方程式内。結果得出

$$\begin{aligned} \ddot{x} = \frac{1}{M_0} & \left[\Psi_{10} \Phi_{10}'' + \Psi_{20} \Phi_{20}'' + 2(\Psi_{10}' \Phi_{10}' + \Psi_{20}' \Phi_{20}') \dot{x}_0 + (\Psi_{00}'' \right. \\ & + \Psi_{10}'' \Phi_{10} + \Psi_{20}'' \Phi_{20}) \dot{x}_0^2 + (\Psi_{00}' + \Psi_{10}' \Phi_{10} + \Psi_{20}' \Phi_{20}) \ddot{x}_0 - \\ & L_0'' \dot{x}_0^3 - 3L_0' \dot{x}_0 \ddot{x}_0 - L_0 \ddot{x}_0 - N_0'' \dot{x}_0^4 - 2(M_0' + N_0') \dot{x}_0 \ddot{x}_0 \\ & \left. - (M_0' + 2N_0) \ddot{x}_0^2 - (M_0'' + 5N_0') \dot{x}_0^3 \right], \quad (16.7) \end{aligned}$$

式中 Φ_{i0}' , Ψ_{i0}' ——当 $t = t_0$, $x = x_0$ 时, 函数 Φ_i , Ψ_i 的二阶导数。

与此类似, 可以确定出级数 (16.1) 的其余各系数。

将级数 (16.1) 微分, 得到对于主动件速度的展开式

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + \ddot{x}_0(t - t_0) + \frac{\ddot{x}_0}{2!}(t - t_0)^2 + \dots \quad (16.8)$$

在级数 (16.1) 及 (16.8) 内限制一定的项数, 我们就得出自动武器机构运动构件的简单的而方便的公式。我们指出, 仅能在某一路段的范围内展开 (16.1) 及 (16.8), 在此路段上方程式 (14.4) 的全部系数是连续的[●]。因此, 假若在某一直值 $x = x_1$ 下, 在所研究路段上, 方程式 (14.4) 的某些系数的连续性受到破坏, 必须对于此值 $x = x_1$ 由方程式 (16.1) 及 (16.8) 求出相应的值 t 和 $\dot{x}$, 假若必要的话, 可根据第四节冲击理论的公式重新计算 x 的数值, 然后取数值 $x = x_1$ 作为新路段的初始点。

P. Д. 波维特金证明, 在他所研究的特殊情况下可以得到完全足够的准确度, 同时在级数 (16.1) 内限于 $t - t_0$ 的三次项, 在级数 (16.8) 内则限于二次项, 并在转化质量 $M(x)$ 的相连两间断点间的全部路段内都能应用这些级数。P. Д. 波维特金将缓冲簧的工作时期作为例外, 对于此时期他根本不采用 (16.1) 及 (16.8) 的展开式。但是, 如 И. В. 胡佳柯夫 [6] 所指出, 对于火药气体作用的初始路段也可作为例外, 为此必须考虑级数 (16.1) 内的 $t - t_0$ 的四次项和级数 (16.8) 内的 $t - t_0$ 的三次项。

● 更准确地说, 必须使方程式 (14.4) 的全部系数都是其自变量的解析函数。但是, 实际上只要这些函数是连续的就够了, 因为根据著名的烈依也尔施特拉斯 (Рейерштрасс) 定理, 可以按任意的准确度用多项式表示任一连续函数。

上述方法在应用上很简单，这便是它与前一节中所述方法相比的一个很大的优点。

17 自动武器机构的运动諸元用胡佳柯夫解析法的計算

当运用前一节内所述的方法将自动武器机构的运动方程积分时，为了确定与每一路段的終点相当的运动時間，必須求解通常不低于三次的代数方程式，这些路段可由机构主动件的总位移划分而成，划分时应使方程式 (14.4) 内所包含的全部函数在每一路段上都是連續的。为了避免多次应用这种手續，自然要利用級数 (16.1)，其結果得到 $v = \dot{x}$ 和 t 值表示为对于主动件位移 x 的增量的幂級数形式。

(16.1) 級数的运算可以很容易地完成。但是，由武器机构运动的微分方程式 (14.5) 直接求出 v 和 t 值按 $x - x_0$ 的幂次的展开式要方便得多。对于机构的轉化质量是一定的，而作用于机构主动件的总轉化力 $\Psi_0(x)$ 与主动件的速度无关且为主动件位移的綫性函数的特殊情况，И. В. 胡佳柯夫首先进行了这种解法。

至于火药气体作用的轉化力 $\Psi_1(x)$ ， $\Phi_1(t)$ ，則 И. В. 胡佳柯夫将这个力认作为時間的导函数。当武器机构的运动方程式不适合这种特殊情况时，И. В. 胡佳柯夫也像 Р. Д. 波維特金一样将机构的轉化质量加以平均，而近似地用 x 的綫性函数代替轉化力 $\Psi_0(x)$ 。所有这些限制完全不是必要的。因此，我們在这里用按 $x - x_0$ 的正整幂次展开未知数 v 和 t 的方法来展开方程式 (14.5)，而除去要求这些函数具备为可能完成展开所必需的解析性以外，对这些方程式内所包含的函数不加任何的限制。

按照台劳公式，我們可写出

$$\left. \begin{aligned} v &= v_0 + v'_0(x - x_0) + \frac{v''_0}{2!}(x - x_0)^2 + \dots, \bullet \\ t &= t_0 + t'_0(x - x_0) + \frac{t''_0}{2!}(x - x_0)^2 + \dots, \end{aligned} \right\} \quad (17.1)$$

● И. В. 胡佳柯夫找到了 v^2 的展开式，但是，倘若求出了 v 量的展开式，計算将更加簡單。

式中 以 $v_0, v'_0, v''_0, \dots, t_0, t'_0, t''_0, \dots$ 分别表示 $x=x_0$ 时的 $v, dv/dx, d^2v/dx^2, \dots, t, dt/dx, d^2t/dx^2, \dots$ 的数值。

v_0, t_0 各值是已知的，因为它们是由计算前一路段上的运动构件的结果而得到的。假若将 $x=x_0, t=t_0$ 代入方程式 (14.5) 内， v'_0 和 t'_0 各值便可直接由此方程式决定。于是，在利用前一节之符号时，得出

$$v'_0 = \frac{\Psi_{00} + \Psi_{10}\Phi_{10} + \Psi_{20}\Phi_{20} - L_0v_0 - N_0v_0^2}{M_0v_0}, \quad t'_0 = \frac{1}{v_0}. \quad (17.2)$$

为了确定 v''_0 和 t''_0 ，我们将方程式 (14.5) 对 x 取全微分。于是，得出

$$\left. \begin{aligned} M(x)vv'' + M(x)v'^2 + [M'(x) + 2N(x)]vv' \\ + N'(x)v^2 + L(x)v' + L'(x)v \approx \Psi'_0(x) \\ + \Psi'_1(x)\Phi_1(t) + \Psi'_2(x)\Phi_2(t) + [\Psi_1(x)\Phi'_1(t) \\ + \Psi_2(x)\Phi'_2(t)]t', \quad vt'' + v't' = 0 \end{aligned} \right\} \quad (17.3)$$

此处假设 $x=x_0, t=t_0$ ，并利用前一节的符号，得出

$$\left. \begin{aligned} v''_0 = \frac{1}{M_0v_0} \left[\Psi'_{00} + \Psi'_{10}\Phi_{10} + \Psi'_{20}\Phi_{20} + (\Psi_{10}\Phi'_{10} \right. \\ \left. + \Psi_{20}\Phi'_{20})t'_0 - L'_0v_0 - N'_0v_0^2 - L_0v'_0 - \right. \\ \left. M_0v_0'^2 - (M'_0 + 2N_0)v_0v'_0 \right], \quad t''_0 = \frac{v'_0t'_0}{v_0} \end{aligned} \right\} \quad (17.4)$$

为了确定 v'''_0 和 t'''_0 ，我们再一次将方程式 (17.3) 对 x 取全微分，以后设方程式内的 $x=x_0, t=t_0$ 。结果，得出

$$\left. \begin{aligned} v'''_0 = \frac{1}{M_0v_0} \left[\Psi''_{00} + \Psi''_{10}\Phi_{10} + \Psi''_{20}\Phi_{20} \right. \\ \left. + 2(\Psi'_{10}\Phi'_{10} + \Psi'_{20}\Phi'_{20})t'_0 \right. \\ \left. + (\Psi_{10}\Phi''_{10} + \Psi_{20}\Phi''_{20})t'^2_0 + (\Psi_{10}\Phi'_{10} \right. \\ \left. + \Psi_{20}\Phi'_{20})t''_0 - 3M_0v'_0v''_0 - 2(M'_0 \right. \\ \left. + N_0)(v_0'^2 + v_0v''_0) - (M''_0 + 4N'_0)v_0v'_0 \right. \\ \left. - N''_0v_0^2 - L_0v''_0 - 2L'_0v'_0 - L''_0v_0 \right], \\ t'''_0 = -\frac{1}{v_0} (2v'_0t''_0 + v''_0t'_0). \end{aligned} \right\} \quad (17.5)$$

可以类似地得到展开式 (17.1) 的其余系数。

将展开式 (17.1) 限取一定的项数，我们得到 v 和 t 的很便于

計算的簡單解析公式。

這種方法比前一節內的方法優越，因為展開式 (17.1) 在每一路段的終點處直接給出 v 和 t 的數值，而前一節內的方法則需要解出確定在每一路段終點處的 t 的代數方程式。

但是展開式 (17.1) 只有在那些 v_0 足夠大的路段上才可能應用。實際上，從公式 (17.2)、(17.4) 及 (17.5) 直接可以看出， $v_0 = 0$ 時展開式 (17.1) 不存在。當 v_0 的值很小但不為零時，展開式 (17.1) 很慢地收斂，因而並無實際意義。

在 $v_0 = 0$ 的路段上，根據微分方程式的一般理論 [16]，當 $\Psi_{00} + \Psi_{10}\Phi_{10} + \Psi_{20}\Phi_{20} \neq 0$ 時，展開式 (17.1) 應該代以按 $(x - x_0)$ $1/2$ 的幕次的展開式，如果 $\Psi_{00} + \Psi_{10}\Phi_{10} + \Psi_{20}\Phi_{20} = 0$ ，但 $\Psi_{10}\Phi'_{10} + \Psi_{20}\Phi'_{20} \neq 0$ ，則代以按 $(x - x_0)$ $1/3$ 的幕次的展開式。

我們在下一節內給出這些展開式。

也可以在 $v_0 = 0$ 的路段上計算機構的運動諸元，方法如下，給出任意足夠小的值 $t - t_0$ 及按公式 (16.1) 及 (16.8) 計算 x 和 v 的相應數值，然後，假若數值 v 只在這部分的開始處足夠大，可將公式 (17.1) 用於所研究路段的其餘部分上。

18 主動件向最後位置運動的最後路段上

自動武器機構運動諸元的計算

前一節內所述的方法，對於主動件的位移數值在其終點處為已知的時候，應用在主動件的運動路段上是很方便的。

主動件向最後位置移動的最後路段是緩沖簧的工作路段，其特點為在此路段上的主動件之位移是未知數，因為位移與主動件同緩沖器相沖擊的速度有關。可是，已知在此路段終點處的速度等於零。因此，用下述方法計算在此路段上的運動時間及機構位移。設 (17.1) 式的第一個公式內 $v = 0$ ，應該解所得方程式求 $x = x_0$ 。實際上，此方程為三次或四次的，與公式 (17.1) 內的必須取的項數相應。

处理第一级数 (17.1), 可以得出此方程式的近似解法。为此, 假设

$$x - x_0 = \sum_{v=1}^{\infty} X_v (\nu - \nu_0)^v. \quad (18.1)$$

将此公式代入第一方程式 (17.1) 内, 得出

$$\begin{aligned} \nu - \nu_0 &= \nu_0' \sum_{v=1}^{\infty} X_v (\nu - \nu_0)^v + \frac{\nu_0''}{2} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} X_{\mu} X_v (\nu - \nu_0)^{\mu+v} \\ &+ \frac{\nu_0'''}{6} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} X_{\lambda} X_{\mu} X_v (\nu - \nu_0)^{\lambda+\mu+v} \\ &+ \frac{\nu_0^{(4)}}{24} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{\lambda=1}^{\infty} \sum_{\mu=1}^{\infty} \sum_{v=1}^{\infty} X_{\mu} X_{\lambda} X_{\mu} X_v (\nu - \nu_0)^{\mu+\lambda+\mu+v} \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (18.2)$$

比较方程式 (18.2) 的左右两部分内 $\nu - \nu_0$ 的次数相同项的系数, 得出

$$\left. \begin{aligned} 1 &= \nu_0' X_1, \\ 0 &= \nu_0' X_2 + \frac{\nu_0''}{2} X_1^2, \\ 0 &= \nu_0' X_3 + \nu_0'' X_1 X_2 + \frac{\nu_0'''}{6} X_1^3, \\ 0 &= \nu_0' X_4 + \frac{\nu_0''}{2} X_2^2 + \nu_0'' X_1 X_3 + \frac{\nu_0'''}{2} X_1^2 X_2 + \frac{\nu_0^{(4)}}{24} X_1^4, \end{aligned} \right\} \quad (18.3)$$

依次地求解这些方程式, 得出

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \frac{1}{\nu_0'}, \quad X_2 = -\frac{\nu_0''}{2\nu_0'^3}, \quad X_3 = \frac{\nu_0''^2}{2\nu_0'^5} - \frac{\nu_0'''}{6\nu_0'^4}, \\ X_4 &= \frac{2\nu_0''\nu_0'''}{2\nu_0'^6} - \frac{5\nu_0''^3}{8\nu_0'^7} - \frac{\nu_0^{(4)}}{24\nu_0'^5}, \dots \end{aligned} \right\} \quad (18.4)$$

将此公式代入公式 (18.1) 内, 得出

$$\begin{aligned} x - x_0 &= \frac{\nu - \nu_0}{\nu_0'} - \frac{\nu_0''}{2\nu_0'^3} (\nu - \nu_0)^2 + \frac{3\nu_0''^2 - \nu_0'''\nu_0'}{6\nu_0'^5} (\nu - \nu_0)^3 \\ &+ \frac{16\nu_0''\nu_0'' - 15\nu_0''^3 - \nu_0^{(4)}\nu_0'}{24\nu_0'^7} (\nu - \nu_0)^4 + \dots \end{aligned} \quad (18.5)$$

在主动件的最后位置 $v = 0$ 。这时，公式 (18.5) 给出主动件在向后行程的最后路段上的位移：

$$x - x_0 = -\frac{v_0}{v_0'} - \frac{v_0^2 - v_0'^2}{2v_0'^3} - \frac{(3v_0'^2 - v_0^2)v_0^3}{6v_0'^5} + \frac{(16v_0^2v_0'^2 - 15v_0'^3 - v_0^2v_0'^2)v_0^4}{24v_0'^7} + \dots \quad (18.6)$$

根据这个公式计算出主动件在其向后行程的最后路段上的位移后，再根据 (17.1) 的第二式求出最后路段上的运动时间。

19 在初速等于零的路段上武器机构运动

諸元的解析計算法

为了在起点机构的速度等于零的路段上将自动武器机构的运动方程式积分，将方程式 (14.5) 写成以下形式

$$\left. \begin{aligned} M(x)vv' + N(x)v^2 + L(x)v &= \Psi_0(x) + \Psi_1(x)\Phi_1(t) \\ &+ \Psi_2(x)\Phi_2(t), \quad vt' = 1. \end{aligned} \right\} \quad (19.1)$$

假设， x 和 t 的初始值等于零（这不限制其普遍性），并用级数形式表示函数 M ， N ， L ， Ψ_i ， Φ_i ●：

$$\begin{aligned} M(x) &= \sum_{v=1}^{\infty} M_v x^v, \quad N(x) = \sum_{v=1}^{\infty} N_v x^v, \quad L(x) \\ &= \sum_{v=1}^{\infty} L_v x^v, \quad \Psi_i(x) = \sum_{v=1}^{\infty} \Psi_{iv} x^v, \quad \Phi_i(t) = \sum_{v=1}^{\infty} \Phi_{iv} t^v. \end{aligned} \quad (19.2)$$

● 为了书写简便起见，我们写出无限级数。但是，实践中函数 M 用以下形式表示就完全够了：

$$M(x) = \sum_{v=0}^P M_v x^v + R_P(x), \dots$$

及相应地求出用以下形式表示的方程式 (19.1) 的解：

$$v = x^{p5} \sum_{v=0}^q v_v x^{v5} + Q_q(x), \dots$$

为了可能这样来表示，函数 M 是连续的就够了。

我們將方程 (19.1) 的解寫為級數形式

$$v = x^{\rho s} \sum_{v=0}^{\infty} V_v x^{vs}, t = x^{\sigma s} \sum_{v=0}^{\infty} T_v x^{vs}, \quad (19.3)$$

式中 s 為某一暫時未知的正有理數，而 ρ 和 σ 也是暫時未知的正整數。

為了確定數字 s , ρ , σ 及展開式 (19.3) 的係數 $V_1, T_1, V_2, T_2, \dots$, 將展開式 (19.2) 及 (19.3) 代入方程式 (19.1) 內，則得出

$$\left. \begin{aligned} & x^{2\rho s-1} \sum_{\lambda, \mu, v=0}^{\infty} M_{\lambda} V_{\mu} V_v (\rho + v) s x^{\lambda + (\mu+v)s} \\ & + x^{2\rho s} \sum_{\lambda, \mu, v=0}^{\infty} N_{\lambda} V_{\mu} V_v x^{\lambda + (\mu+v)s} \\ & + x^{\rho s} \sum_{\lambda, \mu=0}^{\infty} L_{\lambda} V_{\mu} x^{\lambda + \mu s} = \sum_{\lambda=0}^{\infty} \Psi_{0\lambda} x^{\lambda} \\ & + \sum_{\mu, v=0}^{\infty} \Psi_{1\mu} \Phi_{1v} x^{v\sigma s + \mu} \\ & \sum_{\lambda_1 \dots \lambda_v=0}^{\infty} T_{\lambda_1} \dots T_{\lambda_v} x^{(\lambda_1 + \dots + \lambda_v)s} \\ & + \sum_{\mu, v=0}^{\infty} \Psi_{2\mu} \Phi_{2v} x^{v\sigma s + \mu} \\ & \sum_{\lambda_1 \dots \lambda_v=0}^{\infty} T_{\lambda_1} \dots T_{\lambda_v} x^{(\lambda_1 + \dots + \lambda_v)s}, x^{(\rho+\sigma)s-1} \\ & \sum_{\lambda, \mu=0}^{\infty} V_{\lambda} T_{\mu} (\sigma + \mu) s x^{(\lambda+\mu)s} = 1. \end{aligned} \right\} \quad (19.4)$$

第二方程式的右端有 x 的零次項。因而，在左端內 x 的最低次項應該為零。因此，我們得出各數字 ρ , σ 和 s 之間的關係：

$$(\rho + \sigma)s = 1. \quad (19.5)$$

在 (19.4) 式的第一个方程式的左端内 x 的最低次数可能为 $2\rho_s - 1$ 或 ρ_s , 而在右端内, 只要 $\Psi_{00} + \Psi_{10}\Phi_{10} + \Psi_{20}\Phi_{20} \neq 0$, 则最低次数为零。因而, 假若 $\Psi_{00} + \Psi_{10}\Phi_{10} + \Psi_{20}\Phi_{20} \neq 0$, 则或者 $2\rho_s - 1$ 等于零, 或者 ρ 等于零。

假若初速不等于零, 则应该取 $\rho = 0$ 。这时, 我们重新得到前一节内所求出的按 x 的整幂次的展开式。

因为根据条件初速等于零, 故 $\rho \neq 0$, 因而

$$2\rho_s - 1 = 0, \quad (19.6)$$

由此,

$$\rho_s = \frac{1}{2}. \quad (19.7)$$

于是, 由 (19.5) 及 (19.7) 得出, 假若

$$\Psi_0 = \Psi_{00} + \Psi_{10}\Phi_{10} + \Psi_{20}\Phi_{20} \neq 0, \quad (19.8)$$

则

$$\rho_s = \sigma_s = \frac{1}{2}. \quad (19.9)$$

然后, 比较在方程式 (19.4) 左右两端内的对于 x 的零次项, 得出

$$-\frac{1}{2}M_0V_0^2 = \Psi_{00} + \Psi_{10}\Phi_{10} + \Psi_{20}\Phi_{20} = \Psi_0, \quad -\frac{1}{2}V_0T_0 = 1, \quad (19.10)$$

由此,

$$V_0 = \sqrt{\frac{2\Psi_0}{M_0}}, \quad T_0 = \frac{2}{V_0}. \quad (19.11)$$

在这样选择了 V_0 和 T_0 之后, 方程式 (19.4) 内的全部 x 的零次项被消去, 而 (19.4) 式的第一个方程式的左端内的 x 的最低次项为 S 或 $-\frac{1}{2}$, 而右端内的为 $1/2$ 。

因而, 可取

$$S = \frac{1}{2}, \quad \rho = 1, \quad \sigma = 1. \quad (19.12)$$

则比较方程式 (19.4) 左右两端内当 $x^{1/2}$ 时的系数得出

$$\left. \begin{aligned} \frac{3}{2} M_0 V_0 V_1 + \frac{1}{2} M_1 V_0^2 + L_0 V_0 &= (\Psi_{10} \Phi_{11} + \Psi_{20} \Phi_{21}) T_0, \\ V_0 T_1 + \frac{1}{2} V_1 T_0 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (19.13)$$

由此

$$V_1 = \frac{2[(\Psi_{10} \Phi_{11} + \Psi_{20} \Phi_{21}) T_0 - L_0 V_0] - M_1 V_0^2}{3 M_0 V_0}, \quad T_1 = -\frac{T_0 V_0}{2 V_0}. \quad (19.14)$$

当 x' 时比较方程式 (19.4) 左右两端的系数, 得出

$$\left. \begin{aligned} 2 M_0 V_0 V_2 + M_0 V_1^2 + \frac{3}{2} M_1 V_0 V_1 + \frac{1}{2} M_2 V_0^2 + N_0 V_0^2 \\ + L_0 V_1 &= \Psi_{01} + \Psi_{11} \Phi_{10} + \Psi_{21} \Phi_{20} + (\Psi_{10} \Phi_{12} \\ + \Psi_{20} \Phi_{22}) T_0^2 &+ (\Psi_{10} \Phi_{11} + \Psi_{20} \Phi_{21}) T_1, \\ \frac{3}{2} V_0 T_2 + V_1 T_1 + \frac{1}{2} V_2 T_0 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (19.15)$$

由此

$$\left. \begin{aligned} V_2 &= \frac{\Psi_{11} + \Phi_{11} T_1^2 + \Phi_{21} T_1 - M_0 V_1^2 - N_0 V_0^2 - L_0 V_1}{2 M_0 V_0} \\ &- \frac{3 M_1 V_1 + M_2 V_0}{4 M_0}, \quad T_2 = \frac{2 V_1 T_1 + V_2 T_0}{3 V_0}, \end{aligned} \right\} \quad (19.16)$$

$$\left. \begin{aligned} \Psi_i &= \Psi_{0i} + \Psi_{1i} \Phi_{10} + \Psi_{2i} \Phi_{20} \quad (i=0, 1, 2, \dots), \\ \Phi_i &= \Psi_{10} \Phi_{1i} + \Psi_{20} \Phi_{2i} \end{aligned} \right\} \quad (19.17)$$

比较当 $x^{3/2}$, x^2 , $x^{5/2}$ 时方程式 (19.4) 左右两端内的系数, 依次得出展开式 (19.3) 的各个系数。

因此, 假若满足不等式 (19.8), 则在初速等于零的路段上, 自动武器机构的运动方程式之解答可表示成

$$\left. \begin{aligned} v &= \sqrt{x} (V_0 + V_1 x^{1/2} + V_2 x + \dots), \\ t &= \sqrt{x} (T_0 + T_1 x^{1/2} + T_2 x + \dots), \end{aligned} \right\} \quad (19.18)$$

式中, 系数 $V_0, \dots, T_0$, 依次由公式 (19.11), (19.14) 及 (19.16) 等来决定。

通常在以主动件的最后位置为起点的路段上, 不等式 (19.8) 成立。在此路段上, 火药气体不作用于主动件, 而供弹机构也不工作; 因而

$$\Phi_i(t) = 0, \quad \Phi_{i0} = \Phi_{i1} = \dots = 0,$$

公式 (19.11), (19.14) 及 (19.16) 取比较简单的形式:

$$\left. \begin{aligned} V_0 &= \sqrt{\frac{2\Psi_{00}}{M_0}}, \quad T_0 = \frac{2}{V_0}, \\ V_1 &= -\frac{2L_0V_0 + M_1V_0^2}{3M_0V_0}, \quad T_1 = -\frac{V_1T_0}{2V_0}, \\ V_2 &= \frac{\Psi_2 - M_0V_1^2 - N_0V_0^2 - L_0V_1}{2M_0V_0} - \frac{3M_1V_1 + M_2V_0}{4M_0}, \\ T_2 &= -\frac{2V_1T_1 + V_2T_0}{3V_0}. \end{aligned} \right\} \quad (19.19)$$

实际上，在級数 (19.18) 內各取三項便完全够了。

現在研究

$$\Psi_0 = \Psi_{00} + \Psi_{10}\Phi_{10} + \Psi_{20}\Phi_{20} = 0 \quad (19.20)$$

的情况。此情况是初始路段所特有的，这时，火药气体对机构构件的压力不断地增加，而当此压力与阻力平衡时，机构开始运动。

在这种情况下，在 (19.4) 式的第一个方程式的右端內 x 的最低次項不是零，而是 σ^s 或 1。在此方程式的左端內 x 的最低次項将仍旧是 $2\rho^s - 1$ 或 ρ^s 。显然 $\rho^s \neq 1$ 及 $\sigma^s \neq 1$ ，否則方程式 (19.5) 便相应地給出 $\sigma = 0$ 或 $\rho = 0$ ，而根据初始条件这是不可能的。因而，应该有

$$2\rho^s - 1 = \sigma^s. \quad (19.21)$$

与 (19.5) 一起解此方程式，得出

$$\rho^s = \frac{2}{3}, \quad \sigma^s = \frac{1}{3}. \quad (19.22)$$

在这种情形中 (19.4) 式的第一个方程式左右两端內 x 的最低項次为 $1/3$ 。比較 $x^{1/3}$ 时此方程式左右两端內的系数并注意到 (19.17)，得出

$$-\frac{2}{3}M_0V_0^2 = \Phi_1T_{00}. \quad (19.23)$$

另一方面，比較 (19.4) 式的第二个方程式的左右两端內的对于 x 的零次項，得出

$$-\frac{1}{3}V_0T_0 = 1. \quad (19.24)$$

联立求解方程式 (19.23) 及 (19.24)，得出

$$V_0 = \sqrt{\frac{q\Phi_1}{2M_0}}, \quad T_0 = \frac{3}{V_0}. \quad (19.25)$$

当这样选定 V_0 和 T_0 后, (19.4) 式的第一个方程式内包含 $x^{1/3}$ 的项被消去而此方程式左端内的 x 的最低项将是 $s + \frac{1}{3}$ 或 $4/3$, 而在右端内为 $s + \frac{1}{3}$ 或 $2/3$ 。因此, 可以取

$$s = -\frac{1}{3}, \quad \rho = 2, \quad \sigma = 1. \quad (19.26)$$

这时, 比较当 $x^{2/3}$ 时在 (19.4) 式的第一个方程式左右两端内的系数和当 $x^{1/3}$ 时 (19.4) 式的第二个方程式左右两端内的系数, 并注意到 (19.17), 得出

$$\left. \begin{aligned} \frac{5}{2}M_0V_0V_1 + L_0V_0 &= \Phi_2T_0^2 + \Phi_1T_1, \\ \frac{3}{2}V_0T_1 + \frac{1}{3}V_1T_0 &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (19.27)$$

由此

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \frac{6V_0(\Phi_2T_0^2 - L_0V_0)}{10M_0V_0^2 + 3\Phi_1T_0}, \\ T_1 &= -\frac{V_1T_0}{2V_0}. \end{aligned} \right\} \quad (19.28)$$

依次比较当 x' , $x^{4/3}$, ... 时, 在 (19.4) 式的第一个方程式左右两端内的系数和当 $x^{2/3} > x$, ... 时 (19.4) 式的第二个方程式左右两端内的系数, 得出

$$\left. \begin{aligned} 2M_0V_0V_2 + M_0V_1^2 + L_0V_1 &= \Phi_3T_0^3 + 2\Phi_2T_0T_1 \\ &\quad + \Phi_1T_2 + \Psi_1, \\ V_0T_2 + \frac{2}{3}V_1T_1 + \frac{1}{3}V_2T_0 &= 0; \end{aligned} \right\} \quad (19.29)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{7}{3}M_0(V_0V_3 + V_1V_2) + \left(\frac{2}{3}M_1 + N_0\right)V_0^2 + L_0V_2 \\ &= \Phi_4T_0^4 + 3\Phi_3T_0^2T_1 + \Phi_2T_1^2 + \Phi_1T_3, \\ \frac{4}{3}V_0T_3 + V_1T_2 + \frac{2}{3}V_2T_1 + \frac{1}{3}V_3T_0 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (19.30)$$

依次求解这两对方程式, 得出

$$\left. \begin{aligned} V_2 &= \frac{3V_0(\Phi_3T_0^3 + 2\Phi_2T_0T_1 + \Psi_1 - M_0V_0^2 - L_0V_1) - 2\Phi_1V_1T_1}{6M_0V_0^2 + \Phi_1T_0}, \\ T_2 &= -\frac{V_2T_0 + 2V_1T_1}{3V_0}, \end{aligned} \right\} \quad (19.31)$$

等等。

因此，方程式 (14.5) 在火药气体开始作用路段内之解用下面的公式表示。

$$\left. \begin{aligned} v &= x^{2/3} (V_0 + V_1 x^{1/3} + V_2 x^{2/3} + \dots), \\ t &= x^{1/3} (T_0 + T_1 x^{1/3} + T_2 x^{2/3} + \dots), \end{aligned} \right\} \quad (19.32)$$

式中 $V_0, V_1, V_2, \dots, T_0, T_1, T_2, \dots$ 决定于公式 (19.25), (19.28), (19.31) 等等。

实际上，在这些公式内只须取二、三项。

用零初速的路段补充了公式 (19.18) 及 (19.32) 的 И. В. 胡佳柯夫的方法最简单的分析法。用这种方法按以下的顺序来计算自动武器机构的运动诸元。将主动件的位移划分为各个路段，其端点为运动方程中所包含的各个函数的间断点。根据公式 (19.32) 计算第一路段端点处的速度及运动时间。然后如果在此点上发生某些机构的冲击接合或某些传动比的间断变化，再根据公式 (4.15) 或 (4.17) 重新计算第一路段末端处的速度。其次，假若在两个路段的分界上产生机构的冲击接合，或某些传动比的间断变化，按照公式 (4.15) 或 (4.17) 重新计算速度时，将公式用于以后的每一路段的终点。假若，相反地，在两个路段的分界处发生机构的冲击脱离，则速度连续地变化而不再按公式 (4.15) 或 (4.17) 重新计算。

根据公式 (18.6) 及 (17.1) 式的第二个公式计算主动件在其向后行程的最后路段上的运动诸元。然后，按公式 (19.17) 计算在主动件向前行程的第一路段终点处的运动诸元。其次，按公式 (17.1) 依次计算主动件向前运动的诸元。

20 自动武器机构运动诸元用胡佳柯夫

第二种方法的计算

为了简化自动武器机构运动诸元的计算，И. В. 胡佳柯夫建议将方程式 (14.4) 内所包含的每一路段内的全部力和质量加以

平均。于是，方程式 (14.4) 所具的形式为

$$\begin{aligned} M_{cp}\ddot{v} + N_{cp}v_{cp}^2 + L_{cp}v_{cp} \\ = \Psi_{0cp} + \Psi_{1cp}\Phi_{1cp} + \Psi_{2cp}\Phi_{2cp} \end{aligned} \quad (20.1)$$

将此方程式积分，得出

$$v = \dot{x} = v_0 + \frac{\Psi_{0cp} + \Psi_{1cp}\Phi_{1cp} + \Psi_{2cp}\Phi_{2cp} - N_{cp}v_{cp}^2 - L_{cp}v_{cp}}{M_{cp}} (t - t_0)_0 \quad (20.2)$$

再积分一次，得出

$$\begin{aligned} x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{\Psi_{0cp} + \Psi_{1cp}\Phi_{1cp} + \Psi_{2cp}\Phi_{2cp} - N_{cp}v_{cp}^2 - L_{cp}v_{cp}}{2M_{cp}} \\ (t - t_0)^2. \end{aligned} \quad (20.3)$$

在公式 (20.2) 及 (20.3) 内比较容易决定仅与位移 x 有关的平均数值。至于火药气体的转化压力 $\Psi_1\Phi_1$ 、弹带的转化摩擦力 $\Psi_2\Phi_2$ 和速度 v ，则它们的平均值较难确定。可以建议，根据这些值在前一路段上的变化性质，用目测法决定弹带的转化摩擦力 $\Psi_2\Phi_2$ 和速度 v 的平均值。И. В. 胡佳柯夫建议在选擇火药气体的转化压力的平均值时，作这样的计算使在所研究路段的终点上乘积 $\Phi_{1cp}(t - t_0)$ 等于火药气体压力的真实冲量。为了作到这一点，我們对于火药气体的压力冲量引用符号

$$I(t) = \int_0^t \Phi_1(t) dt. \quad (20.4)$$

这时，对于所研究的主动件位移的路段终点，可将И. В. 胡佳柯夫的条件写成以下的形式：

$$I(t) - I(t_0) = \Phi_{1cp}(t - t_0)_0. \quad (20.5)$$

由方程式 (20.3) 及 (20.5) 内消去 Φ_{1cp} ，得出方程式

$$\begin{aligned} I(t) - I(t_0) = \frac{2M_{cp}(x - x_0)}{\Psi_{1cp}(t - t_0)} - \frac{2M_{cp}v_0}{\Psi_{1cp}} \\ - \frac{\Psi_{0cp} + \Psi_{2cp}\Phi_{2cp} - N_{cp}v_{cp}^2 - L_{cp}v_{cp}}{\Psi_{1cp}} \times (t - t_0)_0 \end{aligned} \quad (20.6)$$

对于所研究路段终点，主动件位移值 x 为已知，而时间 t 未知。

因此由方程式 (20.6) 可以决定 t 。

И. В. 胡佳柯夫建議用图解法或依次近似法来求解方程式 (20.6)。

为了用图解法求解方程式 (20.6), 必須作出火药气体冲量图表 (图14)

$$y = I(t)。(20.7)$$

然后, 对于火药气体产生作用的每一路段作曲线

$$y = I(t_0) + \frac{2M_{cp}(x-x_0)}{\Psi_{1cp}(t-t_0)} - \frac{2M_{cp}v_0}{\Psi_{1cp}} - \frac{\Psi_{0cp} + \Psi_{2cp}\Phi_{2cp} - N_{cp}v_{cp}^2 - L_{cp}v_{cp}}{\Psi_{1cp}}(t-t_0)。(20.8)$$

这些曲线与曲线 (20.7) 的交点决定相当于所研究路段終点的時間 t 的值。

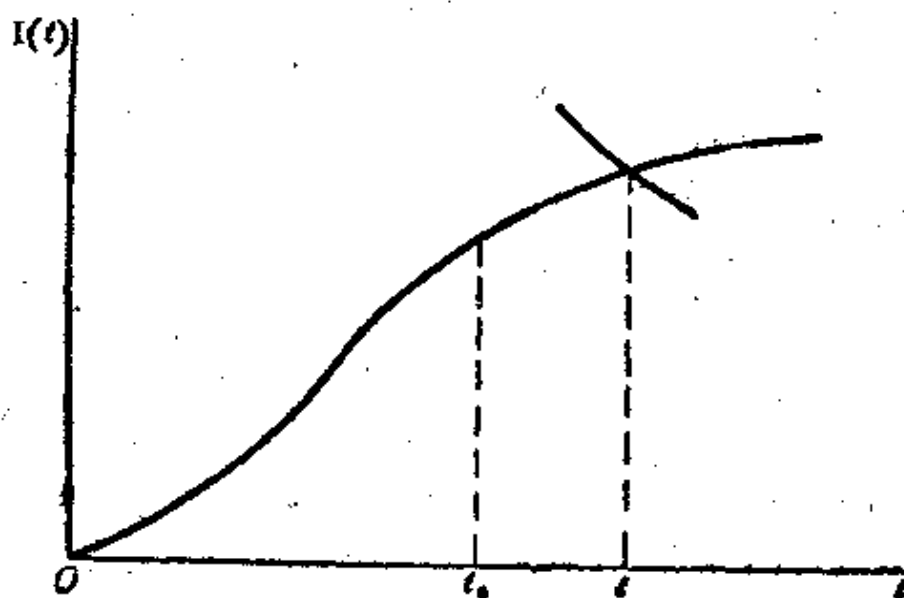


图 14

为了用依次近似法求解方程 (20.6), 在第一級近似中可将值 $\Phi_1(t_0)(t-t_0)$ 代替方程式 (20.6) 內的 $I(t) - I(t_0)$ 。

解出所得的二次方程式后, 求出 t 的一級近似值。根据 t 的这个值决定差值 $I(t) - I(t_0)$, 并将它代入方程式 (20.6) 內。解出此方程式之后, 即求出在 t 的二級近似值, 然后可以求出 $I(t)$

$-I(t_0)$ 的二級近似值。繼續此种过程，可以得到 t 的任意准确度的值。然后按照公式 (20.2) 求出在所研究路段終点处的速度 v 。

为了加速确定 t ，可以在一級近似中用 $\Phi_1(t_0 + \frac{x-x_0}{v_{op}})$ ($t-t_0$) 代替方程式 (20.6) 內的 $I(t)-I(t_0)$ 。这时，为了以所希望的准确度确定 t ，用二級近似就完全够了。

21 用函数标度法进行自动武器机构的运动方程式的图解积分

計算自动武器机构运动諸元的全部解析法，甚至是最简单的方法都需要作大量的运算。此外，由于机构运动方程的系数的間断性，必須分別就各个路段將它們进行积分，因此我們沒有得到运动諸元的公式（其中包括射速），而这些公式能够确定諸元与武器机构参数的关系。因此，当研究自动武器机构的运动及計算此运动时，不可能利用解析法的一般优点。

应用数值积分法也不一定有什么优点，因为必須計算各方程式系数的間断点上的全部运动諸元，就得經常使用內插法及依次近似法。而且，数值积分法只在必須在有較大的准确度及已知的原始数据具有相应准确度的情况下采用才有意义。在自动武器力学中，通常已知道的原始数据是很粗略的，因此从我們的观点看来，在自动武器力学中使用数值积分法是不合适的。

微分方程式的图解积分法是計算自动武器机构运动諸元的最适合的方法。图解法对于自动武器力学的問題具有足够的准确度，并且所需的計算量最小。將图解法用于积分自动武器机构运动方程式之所以合适还在于大多数情况下原始数据——方程式的系数——是用图表形式給出的。

函数标度法是一切图解积分法中對我們最合适的方法 [18.19]。此方法的原理是將函数在一实数值綫上表示成标度。假設以图表形式 (图15) 表示出函数 $y = f(x)$ 。在橫座标軸上用

相等的間隔定出許多點，而在縱座標軸上截取函數 $y = f(x)$ 的相應值。結果，在一般情況下，在 y 軸上得出變量 x 的不均勻標度。這標度完全決定了函數 $f(x)$ ，因為在此標度的垂線上作出變量 x 的均勻標度後，

我們就能作出曲線 $y = f(x)$ 。

用函數標度表示函數是很方便的，因為在這樣的表示法中，函數用直線表示，而普通以曲線形式表示函數時，則需要用面。

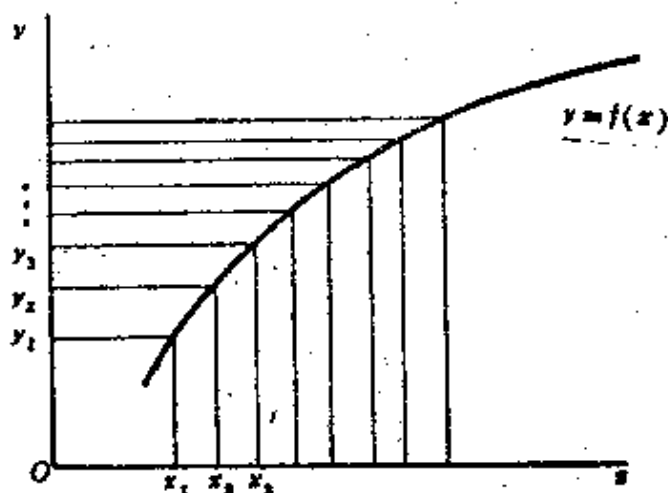


圖 15

假設，已知函數 $y = f(x)$ 以函數標度來表示（圖16），並要求求出關於這個函數的積分。我們選出等距的各值 $x_0, x_1, \dots, x_n$ 並引入符號：

$$\Delta x = x_i - x_{i-1} \quad (21.1)$$

當 Δx 足夠小及在閉合區間 x_0, x_1 上 $f(x)$ 為連續時，有近似等式

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx \approx f\left(\frac{x_0 + x_1}{2}\right) \Delta x = f\left(x_0 + \frac{\Delta x}{2}\right) \Delta x. \quad (21.2)$$

假若函數 $f(x)$ 在函數標度上以一單位長度為 m 以單位的比例尺表示，則用 $Y_{1/2}$ 為表示在標度上的 $f(x_0 + \xi \Delta x)$ 值的線段時，可將公式 (21.2) 改寫成以下形式

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx \approx m Y_{1/2} \Delta x. \quad (21.3)$$

現在我們在圖 16 上作圖如下。作直線 oz 垂直於 OY 及在與 oz 距離為 $Y_{1/2}$ 處作平行於軸 oz 的直線。然後，由軸 oz 上一任意點 z_0 以某角 2α 為頂角和高 $Y_{1/2}$ 作一等腰三角形。此三角形的

底边 Δz_1 即等于:

$$\Delta z_1 = 2Y_{1,2} \operatorname{tg} \alpha_0. \quad (21.4)$$

将此公式与 (21.3) 式比较, 得出

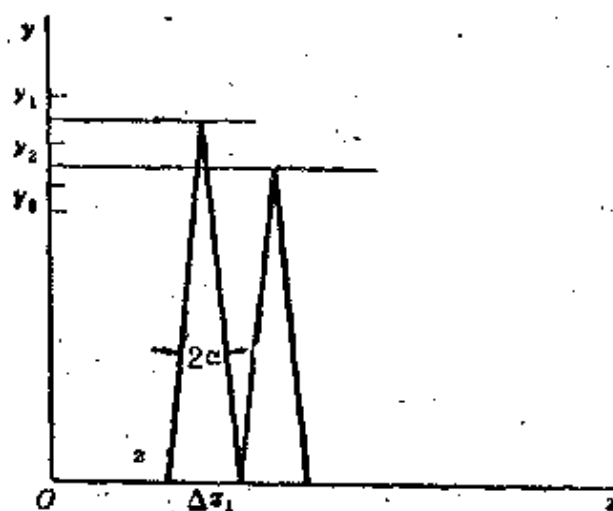


图 16

$$\int_{x_0}^{x_1} f(x) dx \approx \frac{m \Delta x}{2 \operatorname{tg} \alpha} \Delta z_{10} \quad (21.5)$$

由此作出结论, 线段 Δz_1 以一单位长为

$$n = \frac{m \Delta x}{2 \operatorname{tg} \alpha} \quad (21.6)$$

单位的比例尺表示 $\int_{x_0}^x f(x) dx$ 。在近旁作高为 $Y_{3/2}$ 的相似三角形

后, 得出线段 Δz_2 , 以同一比例尺表示 $\int_{x_1}^{x_2} f(x) dx$ 。继续这个作法, 我

们在轴 ox 上得出

$$z = \frac{z_0}{n} + \int_{x_0}^x f(x) dx. \quad (21.7)$$

量的近似函数标度自变量 Δx 的变化距离愈小 此标度愈精确。 z 量系根据 z 的初始值 z_0 来选择。

上述作法是将函数标度法用于微分方程积分的最便利的方案。

假若我們有一阶微分方程式

$$y' = f(y, x), \quad (21.8)$$

則我們可在参数为 x 的坐标 (y, y') 内作出曲线族 (21.8) (图 17), 并由点 y_0 开始重复前面的作图, 使先后各三角形的顶点都位在与参数 x 的各值 $x_{1/2} = x_0 + \frac{1}{2}\Delta x$, $x_{3/2} = x_1 + \frac{1}{2}\Delta x$ 相应的曲线族 (21.8) 上。同时, 三角形的高将以比例尺 m 相应地表示 $f(y_{1/2}, x_{1/2})$, $f(y_{3/2}, x_{3/2})$; 而底则以比例尺 n 表示 $\Delta y_1 = f(y_{1/2}, x_{1/2})\Delta x$, $\Delta y_2 = f(y_{3/2}, x_{3/2})\Delta x$ 。

由于这样作图的结果, 我們在坐标轴 Oy 和 Oy' 上得出未知函数 y 及其导数 y' 的近似函数标度。

我們指出, 如公式 (21.6) 所表示的那样, m , n , $\operatorname{tg} \alpha$ 和 Δx 中任何三个量都可以任意给出。实际上, 以将角 α 选为常量并制作角度为 $\frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{2} - \alpha$ 和 α 的特殊三角板为方便。这时可以任意选择比例尺 m 或比例尺 n 之一及自

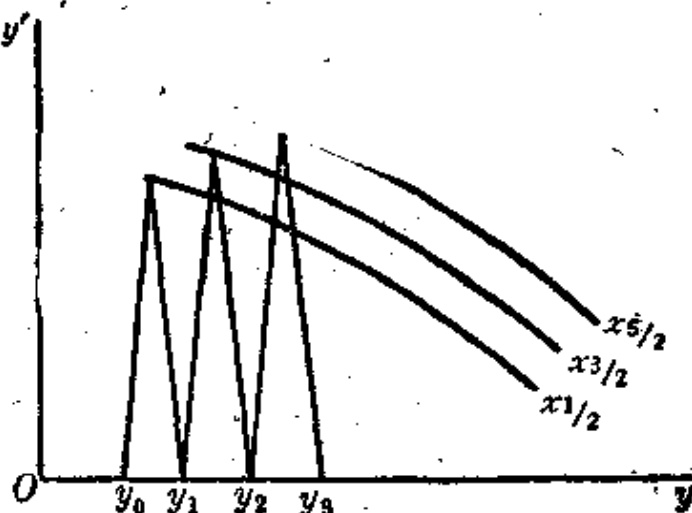


图. 17

变量的变化间距 Δx 。实际上, 给出未知函数 y 的自变量变化间距 Δx 及比例尺 n 为方便。这时, 按公式 (21.6) 确定导数 y' 的比例尺 m 。假若自变量的间距便于取成可变的, 则利用公式 (21.6) 有可能选择导数的可变比例尺 m , 使未知函数的比例尺 n 及角度 α 成为常量。这些意见可以大大地简化上述方法的实际应用。在我們所关心的积分自动武器机构运动方程式的情况下, 这些意见特别有用, 在这些方程中, 常常必须将积分间距取为变量, 以避免在方程系数的间断点处采用内插法。

我們先来研究当 $\Phi_i(t) = 0$ 时, 即当火药气体及彈带摩擦力

不作用于自动武器机构时的情况。在这种情况下, (14.5) 或 (14.3) 式的第一个方程式是含有未知函数 $y = v^2$ 的一阶微分方程:

$$M(x)y' + 2N(x)y + 2L(x)\sqrt{y} = 2\Psi_0(x). \quad (21.9)$$

假若 $L(x) \neq 0$, 即假若供弹机构工作, 曲线 $y' = f(y, x)$ 在所设情况下是抛物线, 当 $L(x) = 0$ 时, 即当供弹机构不工作时, 则为直线 (图18)。作出这些曲线后, 我们可用上述方法很简单而迅速地作出值 $y = v^2$ 的近似函数标度。

现在, 我们研究 (17.5) 式的第二个方程式的积分, 此方程式改写成以下形式

$$t' = \frac{1}{\sqrt{y}}. \quad (21.10)$$

作曲线 (21.10), 沿轴 y' 由某一点 O_1 起 (此点在特殊情况下可与 O 相重合) 截取 t' 量。由值 t' 的读数初始点起向左边引轴 t (图18)。沿曲线 (21.10) 可求出相当于量 y 的各值 $y_{3/2}, y_{5/2}, \dots$ 之数值 t' 。在轴 t 上作出高等于这些值 t' 的三角形后, 在此轴上得出值 t 的函数标度。图18上表示出全部必要的作图。此时我

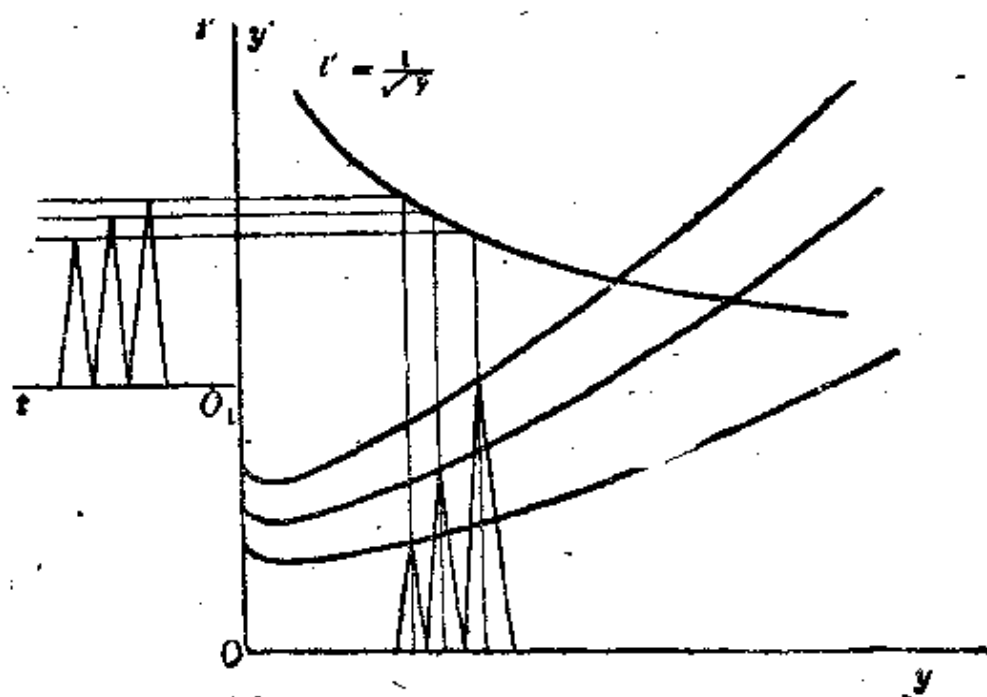


图 18

們將 $\nu_0 = 0$ 的路段上關於方程式 (21.10) 的積分問題暫時放在一旁。這一問題將在以後研究。

假若積分間距 Δx 在不同的路段上是不同的，則根據公式 (21.6)，曲綫 (21.10) 應以不同的比例尺 m 作出（比例尺與 Δx 值成反比）。此外，可以只取一條曲綫 (21.10)，用圖解法重新計算不同路段上的曲綫之縱座標。為此，必須以某一比例尺由軸 t 之某一點 P 起截取綫段 Δx (圖 19)，並由這些綫段的端點引平行於軸 t' 的直綫。這時將使曲綫 (21.10) 的縱座標移主軸 t' 上，並將所得點與點 P 相連，我們便在平行於軸 t' 的直綫上（它相當 Δx 的給定值）得到以所要求的比例尺表示的曲綫 (21.10) 的縱座標 (圖 19)。

現在研究當 $\Phi_1(t)$, $\Phi_2(t) \neq 0$ 時方程式 (14.5) 之積分。

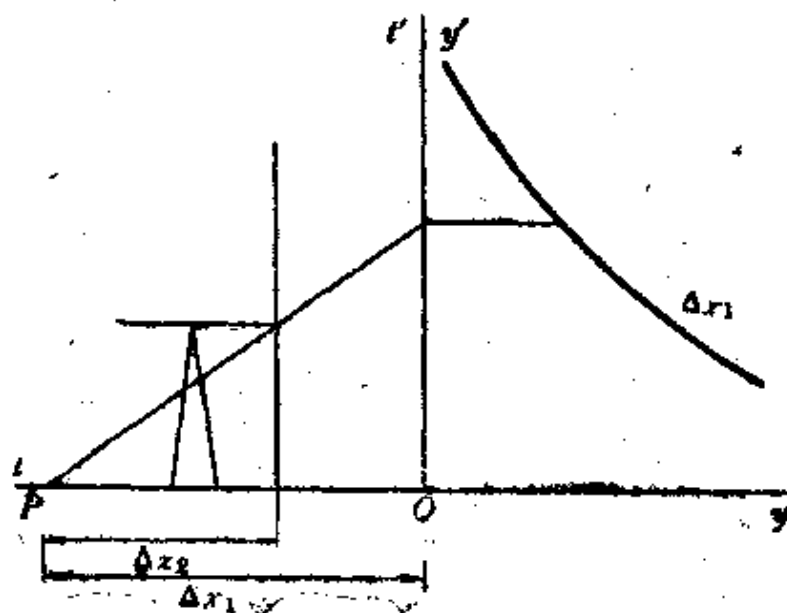


圖 19

為此，將這些方程式改寫成以下形式：

$$M(x)y' + 2N(x)y + 2L(x)\sqrt{y} = 2[\psi_0(x) + \Psi_1(x)\Phi_1(t) + \Psi_2(x)\Phi_2(t)], \quad t' = \frac{1}{\sqrt{y}}. \quad (21.11)$$

和前面的情況一樣，我們作出曲綫 (21.9) 及 (21.10) (圖 20)。相當於每一給定系列值 t 和 x 之 (21.11) 式的第一個方程

式的曲线是向上位移 $2[\Psi_1(x)\Phi_1(t) + \Psi_2(x)\Phi_2(t)]/M(x)$ 的相应曲线 (21.9)。也可以不作这种位移，相反地将轴向下错移同一量。为了用图解法决定这个位移，在左下象限 (x, t) 内对于值 x 的数值 $x_{1/2}, x_{3/2}$ 作出曲线 (图20)：

$$x = 2 \frac{\Psi_1(x)\Phi_1(t) + \Psi_2(x)\Phi_2(t)}{M(x)}. \quad (21.12)$$

同时， x 的读数初始点应位在轴 y 上。

这时方程式 (21.11) 的积分归结为以下的作图。用目测法决定轴 y 上我们所关心的路段之中点，例如 $y_{3/2}$ 后，我们求出相应的 t' 的数值，并作出高等于此数值 t' 而底在轴 t 上的三角形。由此三角形的顶点引垂直线与 $x = x_{3/2}$ 相应的曲线 (21.12) 相交。由所得交点引水平线。在此水平线上作一三角形，三角形的顶点在对应 $x = x_{3/2}$ 的曲线 (21.9) 上。然后，已知 $y_{3/2}$ 更为精确，可重复上述作法，由此修正 t_2, y_2 的数值。在需要的情况下，可以重复这个过程，直到得到所需准确度的 $t_2 y_2$ 为止。实际上，二级近似就完全够了。

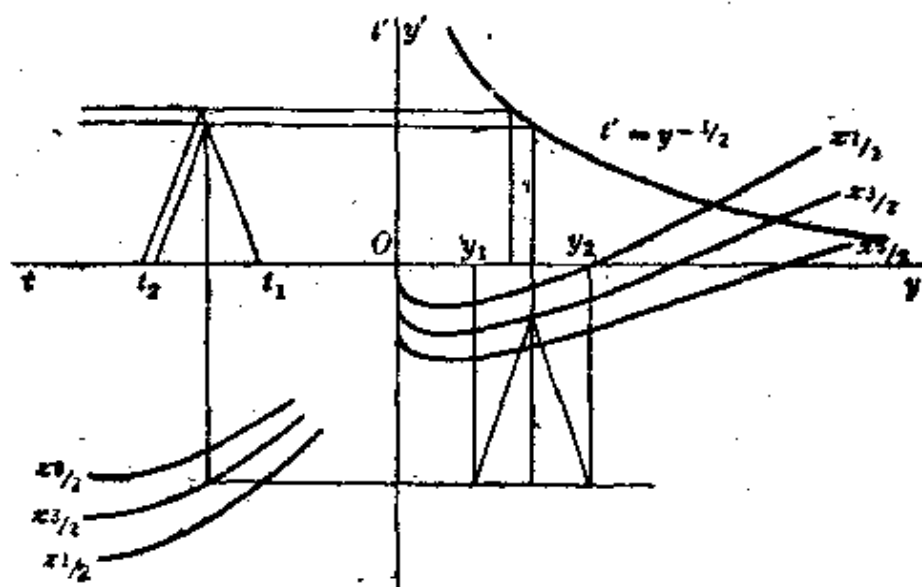


图 20

现在研究 $v_0 = 0$ 的路段。由于在这些路段的初始点处 t' 变为无穷大，故这些路段上的平均值 t' 不等于 $y = y_{1/2}$ 时的值 t' ，而

上述作图不能给出足够精确的值 y_1 和 t_1 。但是可以改变这种作图的形式，使它给出足够准确度。为此，我们计算出当 Δx 十分小时在主动件向前移动的开始部分上的平均值 t' 。

我们先研究主动件向后移动的开始部分。当这个路段的长度 $\Delta x_1 = x_1$ 十分小时，公式 (19.32) 及 (19.25) 给出

$$v_1 \approx V_0 x_1^{2/3}, t_1 \approx T_0 x_1^{1/2} = \frac{3}{V_0} x_1^{1/3}. \quad (21.13)$$

由此求出

$$v_1 = \frac{V_0^3 t_1^3}{9}, x_1 = \frac{V_0^3 t_1^3}{27} = \frac{v_1 t_1}{3}. \quad (21.14)$$

主动件在其向后移动的第一路段上的平均速度将等于

$$v_{cp} = \frac{x_1}{t_1} = \frac{v_1}{3}, \quad (21.15)$$

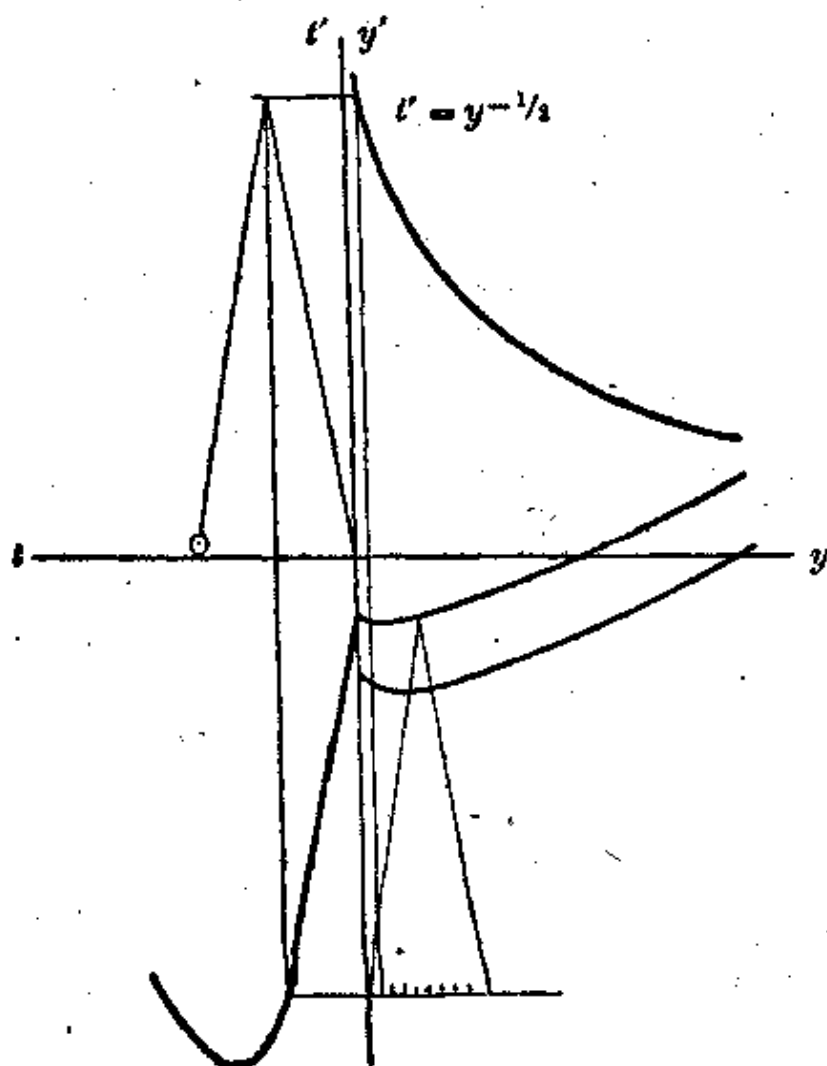


图 21

即主动件在其向后移动的第一部分上的平均速度等于此路段终点处速度的三分之一。在主动件向后移动的第一路段上的运动时间将等于：

$$t_1 = \frac{3x_1}{v_1} = \frac{3x_1}{\sqrt{y_1}} = \frac{u_1}{\sqrt{y_1/9}} \quad (21.16)$$

因此，当第一路段的长度 $\Delta x_1 = x_1$ 十分小时，可用上述方法将方程式 (21.11) 积分，只有在主动件向后移动的第一路段上必须取相当于第一三角形底边的九分之一的值 $y_1/9$ ，而不是它的一半（图21）作为平均值 t' 。

现在研究主动件向前移动的第一路段。当此路段的长度 $\Delta x_1 = x$ 十分小时，公式 (19.18) 及 (19.19) 给出

$$v_1 \approx V_0 \sqrt{x}, \quad t_1 \approx T_0 \sqrt{x} = \frac{2}{V_0} \sqrt{x} \quad (21.17)$$

由此求出

$$v_1 = \frac{V_0^2 t_1}{2}, \quad x_1 = \frac{V_0^2 t_1^2}{4} = \frac{v_1 t_1}{2} \quad (21.18)$$

因此，在主动件向前移动的第一路段上的平均速度等于

$$v_{cp} = \frac{x_1}{t_1} = \frac{v_1}{2} \quad (21.19)$$

即等于第一路段终点处的速度值的一半。在主动件向前运动的第一路段上，主动件的运动时间将等于

$$t_1 = \frac{2x_1}{v_1} = \frac{2x_1}{\sqrt{y_1}} = \frac{x_1}{\sqrt{y_1/4}} \quad (21.20)$$

因此，当主动件向前移动的第一路段的长度 $\Delta x_1 = x_1$ 十分小时，可以用上述方法积分方程式 (21.11)，只在主动件向前移动的第一路段上须要取等于第一三角形底边（图22）的四分之一的值 $y_1/4$ ，而不是它的一半为平均值 t' 。

为了用图解法决定速度 v 应当在座标 (y, y') 上作抛物线

$$y' = \sqrt{y} \quad (21.21)$$

并引出平行于轴 y' （图23）的轴 v 。这时，由值 y 的函数标度分点引纵标到与抛物线 (21.21) 相交并由所得的交点引平行于

橫座标軸的直綫，在軸 v 上得出 v 量的函数标度。

为了用图解出确定在机构的轉化质量間断变化点上的速度 v 的間断变化，应当在軸 y 上或在交軸 v 并平行于軸 y 的直綫上取在間断点的机构轉化质量值。这时，将函数标度的該分划 v 与相当于跳动后的轉化质量 $M(x)$ 的数值的点加以連接，并自相当于跳动前轉化质量数值的点引一平行直綫时，我們便在 v 軸上得到与跳动后的 v 的数值相当的点（图23）。

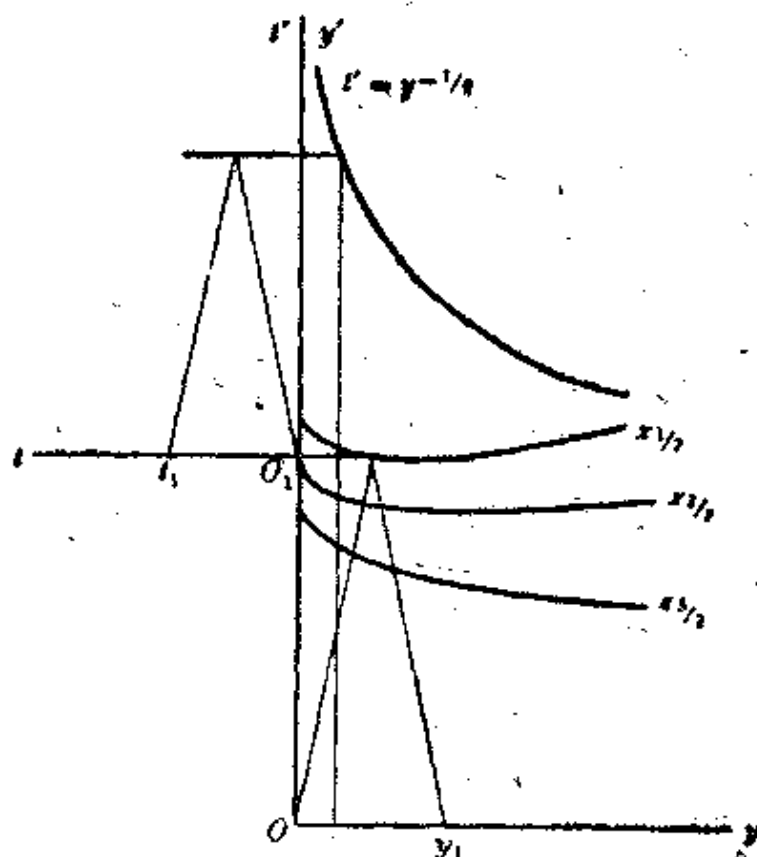


图 22

如果轉化质量的間断决定于某些傳速比的間断变化，則轉化质量的間断决定于某些傳速比的間断变化，

則轉化质量在跳动前的数值根据公式 (4.17) 應該代以数值

$$M = m + \sum_{v=1}^n \frac{i_v i_v m_v}{\eta_v}, \quad (21.22)$$

式中 i_v —— 傳速比 i_v 在間断前的数值。

所有其余的作图保留不变。

因此，用函数标度的方法将自动武器机构运动方程积分的过程归结为以下的手續。

1. 将主动件的位移分成各个十分小的路段，使方程式系数的間断点成为两个相邻的边界点。同时，各个路段的长度應該根据方程式系数的性质来选定。在全部系数变化緩慢的範圍內，可以将

綫 (21.10)。从所得到的点 P 沿 x 軸向右截取全部对之未作出曲綫 (21.10) 的 Δx 的数值。通过得到的各个点引出平行于 y 軸的直綫。这时，同一綫段 OP 同时可以以不同的比例尺表示不同的数值 Δx ，然后对这些数值作出曲綫 (21.10)。

5. 在左下 (第三) 象限內对各相应路段上的 x 的平均值画出曲綫 (21.12)，同时，每一条曲綫都应该相应于該路段的曲綫 (21.9) 的比例尺 m 画出。

6. 作出拋物綫 (21.21)，引出軸綫 v 和直綫 AM ，在其上截取它的間断变化点上的轉化质量数值。同时，对于轉化质量的間断决定于某傳速比的間断变化的各个点，轉化质量在間断前的数值用数值 M 来代替，此数值由公式 (21.22) 来确定。

我們指出，主动件后退行程的最后路段的长度預先并未精确地知道，因为它决定于緩冲簧的預压。所以，主动件行程的最后路段的长度 Δx 只能在計算完主动件的后退行程以后确定。

因此，相当于主动件后退行程中最后路段的曲綫的比例尺 (21.9) 开始只能近似地予以規定。

上面所指出的初步作图是自动武器机构运动方程的图解积分法工作中最費时的一个部分。

完成了初步作图以后，就可以着手进行图解积分法的过程。为此，按照公式 (19.25) 和 (21.13) 一級近似地計算出第一路段最后的值 $y = v^2$ 的数值 y_1 。然后，取定与 y 的数值为 y_1 ，相应的曲綫 (21.10) 纵标后，在軸 x 上作出以此纵标为高的三角形 (图36)。从这三角形的頂点引一平行于纵标軸的直綫与相当于第一路段的曲綫 (21.12) 相交。从所得到的交点引一平行于横标軸的直綫，并作出以此直綫为底，以相当于第一路段的曲綫 (21.9) 上的一点为頂点的三角形。这三角形的底便是二級近似的值 y_1 。重复图 36 上所指示的过程后，我們便得到更加准确的数值 y_1 和 y_1 。然后，用目測法配定数值 y_1 后，引平行于纵标軸的直綫与相应的曲綫 (21.10) 相交。从得到的交点引一平行于横标軸的

直線，并作出以軸 ν 为底和以指出直線上的一点为頂点的第二个三角形。其余的作图和第一路段上的完全相同。对于其余已經作出曲綫 (21.10) 的各路段的全部作图和第二路段的作图完全相同。对于不存在曲綫 (21.10) 的各个路段，其作图的差別为：从相应曲綫 (21.10) 起始的，平行于橫标軸的直線只引到縱标軸处。用一直綫将在縱标軸上所得到的点与点 P 連接。从这条直綫与和該路段相当的，平行于縱标軸的直綫的交点引一平行于橫标軸的直綫，并以此直綫上的一点为頂点而从軸 ν 为底作出三角形 (图 36)。其余的作图保持不变。

如果在所研究路段的終点处机构的轉化质量以跳跃的方式增加，則从軸 ν 上的相当于这一路段終了的一点引出縱标軸的平行綫与拋物綫 (21.21) 相交。从拋物綫上所得到的点引橫标軸的平行綫与軸 ν 相交。用直綫將軸 ν 上所得到的点与相当于机构的轉化质量在間断后的数值的直綫 AM 上的点連接。从与轉化质量在跳动前的数值 (或值 M) 相应的直綫 AM 上的一点起，引一平行直綫到与軸 ν 相交 (图 36)。从在軸 ν 上所得到的点起引橫标軸的平行綫到与拋物綫 (21.21) 相交，而从交点引縱标軸的平行綫与軸 ν 相交。軸 ν 上所得到的点与值 $\nu = \nu^2$ 在間断后的数值相当，因而應該取作軸 $\bar{\nu}$ 上下一路段的始点。

作到主动件后退行程的最后一路段时，我們在軸 ν 上得到与最后一路段相应的三角形的底。此时，它的頂点不在与此路段相当的曲綫 (21.9) 上，因为路段的长度 Δx ，以及这一曲綫的比例尺 m 預先并未确切地知道。为了用图解法确定最后路段的长度 Δx ，必須进行以下的作图。将最后一三角形的高延长到相应的曲綫处 (21.9)。从所得到的交点引一平行于橫座标軸的直綫，与平行于縱座标軸并相当于最后路段的长度 Δx 的近似值 Δx 的直綫相交 (图 24)。用直綫 BP 將交点 B 与点 P 連接。从 ν 軸上的最后一三角形的頂点引一平行于橫座标軸的直綫与直綫 BP 相交。从得到的交点 C 引一平行于縱座标軸的直綫。此直綫在軸 ν 上截取一綫段

22 自动武器机构运动諸元的計算举例

作为例证，我們用上面所述的图解法将彈仓供彈式机枪机构的运动方程加以积分，这种机枪的工作原理为枪管短后座式，并具有 MG-81 型德式机枪的閉鎖机构和加速机构。

这种机枪的机构由以下各个构件組成：枪管、机头、枪机。

射击时，枪管、枪机和机头后座，机头的滾柱沿着机枪体上的端面凸輪滚动，因此，机头轉动而枪管开鎖。同时，机头以其本身的螺旋斜面使枪机加速。开鎖一結束，机头即为枪机成剛性連結，而与它成为一个整体运动。此时，枪机以冲动的动作使机头离开枪管，并将射击后的彈壳抽出。继之，枪机、机头和射击后的彈壳便作为一个整体而运动，直到彈壳与机枪体上的长方形突部的退壳挺相遇，退壳挺使彈壳脫离开机头，并将它从机枪体内抛出（图 25）。

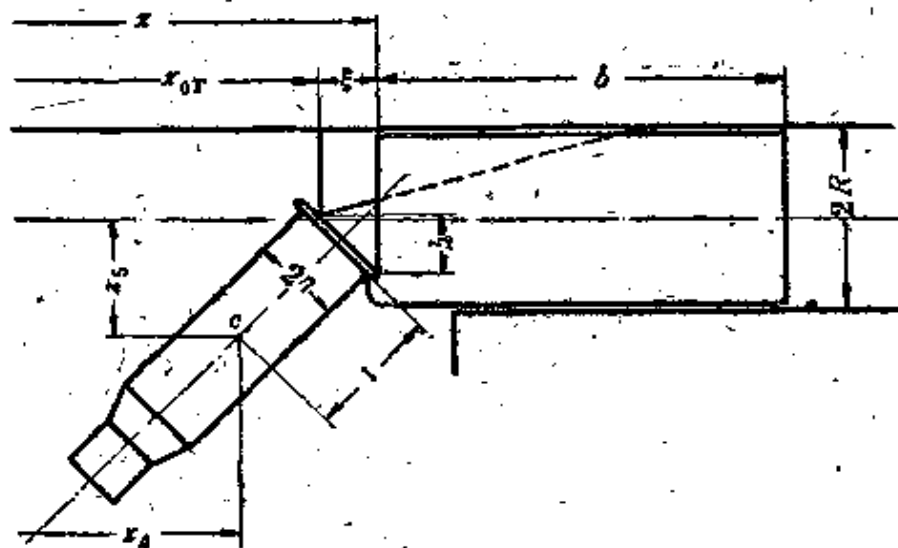


图 25

抛出彈壳以后，枪机和机头成为一个整体而运动，一直到碰住緩冲器为止。

离开緩冲器以后，枪机和机头一起在枪机复进簧的作用下向前运动，它們在本身的行程上与彈仓的彈簧所供应的枪彈相遇，

并与枪弹一起运动到机头上的滚柱与枪管后端面上的端面凸轮相遇为止。机头的滚柱沿着这些端面凸轮而滚动。此时，机头转动并进行闭锁。枪机沿正在转动的机头的螺旋斜面而滑动，它在击针簧和复进簧的作用下向前移动并用击针打击枪弹的底火。然后，整个循环再重复进行。

为了用例子来说明前面在前一节中所述的图解法的全部特点，只需研究枪机的向后运动。枪管在它脱离枪机以后的运动和枪机的向前运动，可以看作是完全类似的。

我们取枪机作为机枪机构的主动件。其余的构件编号如下：

第一构件——机头，作为平移运动的构件；

第二构件——机头，作为迴转的构件；

第三构件——枪管；

第四构件——射击过的弹壳，作为沿枪机运动方向作平移运动的构件；

第五构件——射击过的弹壳，作为沿垂直于枪机运动方向作平移运动的构件(抛出时)；

第六构件——射击过的弹壳，作为围绕通过弹壳质量中心的轴线而旋转的构件(抛出时)。

与此相应，我们取用以下的符号：

m ——枪机的质量加击针簧●质量的一半以及枪机复进簧质量的三分之一；

m_1 ——机头的质量加上击针簧质量的一半；

m_2 ——机头对它的纵向轴线的惯性力矩；

m_3 ——枪管的质量加上枪管复进簧质量的三分之一；

$m_4 = m_5$ ——弹壳的质量，集中在它的质量中心上；

m_6 ——弹壳对于通过它的质量中心并垂直于它的纵轴的轴线的惯性力矩；

● 击针簧将枪机和机头连接起来。所以，我们假定质量平均分配于枪机和机头之间。

- x ——枪机的位移;
- x_1 ——机头平移时的位移;
- x_2 ——机头绕它的纵轴的迴轉角;
- x_3 ——枪管的位移;
- x_4 ——彈壳的质量中心沿枪机运动方向的位移;
- x_5 ——彈壳的质量中心沿垂直于枪机运动的方向的位移;
- x_6 ——彈壳的迴轉角。

在机枪机构的各个构件上将作用有以下各力。

在机枪上作用有复进簧的力、击針簧的力和摩擦阻力,同时,所有的这些力都阻制枪机的向后位移。

复进簧的力是枪机位移 x 的綫性函数。

击針簧的力是枪机对机头的位移 $x - x_1$ 的綫性函数。

因此,利用第3节的符号,可以写出:

$$F = -\Pi - kx - \Pi_1 - k_1(x - x_1) - f$$

$$= -\Pi - \Pi_1 - f - kx - k_1 \int_0^x (1 - i_1) dx, \quad (22.1)$$

式中 Π ——枪机在最前端的位置时,枪机复进簧的力(枪机复进簧的預压力);

Π_1 ——枪机在最前端的位置时,击針簧的力(击針簧的預压力);

f ——枪机的重量所引起的摩擦阻力[●];

k ——枪机复进簧的剛度;

k_1 ——击針簧的剛度。

在机头上作用有火药气体加于彈壳底部的压力(但应减去抽壳的力)、击針簧的力和摩擦阻力。

因而,

● 必須考虑的只是由零件的重量和外力所引起的枪体反力所产生的摩擦阻力,因为机构中各构件相互作用的力(內力)及由它們所起的枪体反力的作用下所产生的全部摩擦阻力都已由效率考虑了。

$$\begin{aligned}
 F_1 &= P(t) + \Pi_1 + k_1(x - x_1) - f_1 = \\
 &= P(t) + \Pi_1 - f_1 + k_1 \int_0^x (1 - i_1) dx, \quad (22.2)
 \end{aligned}$$

式中 $P(t)$ ——火药气体加于弹壳底部的压力减去抽壳的力。

作用在枪上的有枪管复进簧的力和摩擦阻力，同时，复进簧的力为枪管位移 x_3 的线性函数。

因而，

$$F_3 = -\Pi_3 - f_3 - k_3 x_3 = -\Pi_3 - f_3 - k_3 \int_0^x i_3 dx. \quad (22.3)$$

在机枪的其余构件上并无任何的外力作用，即

$$F_2 = F_4 = F_5 = F_6 = 0.$$

① 在枪机的向后运动中，必须划分以下的各个阶段：

1) 枪管开锁和枪机加速。在这阶段上，运动方程中所包含的各函数的表达式如下：

$$\left. \begin{aligned}
 M(x) &= m + \frac{i_1^2(m_1 + m_2)}{\eta_1} + \frac{i_2^2 m_2}{\eta_2} + \frac{i_3^2 m_3}{\eta_3} \\
 N(x) &= \frac{i_1 i_1' (m_1 + m_2)}{\eta_1} + \frac{i_2 i_2' m_2}{\eta_2} + \frac{i_3 i_3' m_3}{\eta_3} \\
 \Psi_0(x) &= -\Pi - \Pi_1 - f - kx - k_1 \int_0^x (1 - i_1) dx \\
 &\quad + \frac{i_1}{\eta_1} \left[\Pi_1 - f_1 + k_1 \int_0^x (1 - i_1) dx \right] \\
 &\quad - \frac{i_3}{\eta_3} \left[\Pi_3 + f_3 + K_3 \int_0^x i_3 dx \right], \\
 \Psi_1(x) &= \frac{i_1}{\eta_1}, \quad \Phi_1(t) = P(t).
 \end{aligned} \right\} \quad (22.4)$$

2) 枪机、机头和弹壳在弹壳与退壳挺相遇前的运动。在这阶段上，机构运动方程中所包含的各函数的表达式如下：

$$\left. \begin{aligned}
 M(x) &= m + m_1 + m_4, \quad N(x) = 0, \\
 \Psi_0(x) &= -\Pi - kx, \quad \Phi_1(t) = 0.
 \end{aligned} \right\} \quad (22.5)$$

3) 拋出彈壳。在這階段上，運動方程中所包含的各函數的表达式為：

$$\left. \begin{aligned} M(x) &= m + m_1 + \left(\frac{i_4^2}{\eta_4} + \frac{i_5^2}{\eta_5} \right) m_4 + \frac{i_6^2 m_6}{\eta_6}, \\ N(x) &= \left(\frac{i_4 i_4'}{\eta_4} + \frac{i_5 i_5'}{\eta_5} \right) m_4 + \frac{i_6 i_6' m_6}{\eta_6}, \\ \Psi_0(x) &= -\Pi - kx. \end{aligned} \right\} \quad (22.6)$$

4) 槍機和機頭在撞上緩衝器以前的運動。在這一階段中，運動方程中所包含的函數的表达式為：

$$\left. \begin{aligned} M(x) &\approx m + m_1, \quad N(x) \approx 0, \\ \Psi_0(x) &= -\Pi - kx. \end{aligned} \right\} \quad (22.7)$$

5) 緩衝器的壓縮。在這個階段中，槍機的质量應附加上緩衝簧质量 m_6 的三分之一，而對作用於槍機的力，則附加上與壓縮量成比例的緩衝簧的力。因此，在這個階段中，運動方程中所包含的各函數的表达式為：

$$\left. \begin{aligned} M(x) &= m + m_1 + \frac{1}{3} m_6, \quad N(x) = 0, \\ \Psi_0(x) &= -\Pi - kx - k_6(x - x_6) \end{aligned} \right\} \quad (22.8)$$

k_6 ——緩衝簧的剛度；

x_6 ——槍機與緩衝器相遇時的位移 x 的值。

計算自動武器機構的運動諸元時，以利用公斤-毫米-毫秒的單位制為方便。我們即將按這一單位制進行計算。

我們採用所研究機槍的機構參數的數值如下：

$$m = 20 \frac{\text{公斤} \cdot \text{毫秒}}{\text{毫米}}, \quad m_1 = 14 \frac{\text{公斤} \cdot \text{毫秒}}{\text{毫米}}, \quad m_2 = 1500 \text{ 公斤} \cdot \text{毫秒}^2 \cdot \text{毫米},$$

$$m_3 = 90 \frac{\text{公斤} \cdot \text{毫秒}}{\text{毫米}}, \quad m_4 = 1 \frac{\text{公斤} \cdot \text{毫秒}}{\text{毫米}}, \quad m_5 = 800 \text{ 公斤} \cdot \text{毫秒}^2 \cdot \text{毫米},$$

$$m_6 = 3 \frac{\text{公斤} \cdot \text{毫秒}}{\text{毫米}},$$

$$\Pi + f = 4.04 \text{ 公斤}, \quad \Pi_1 + f_1 = 17.00 \text{ 公斤},$$

$$\Pi_3 + f_3 = 34.20 \text{ 公斤},$$

$$K = 0.06 \frac{\text{公斤}}{\text{毫米}}, \quad K_1 = 0.30 \frac{\text{公斤}}{\text{毫米}}, \quad K_3 = 0.70 \frac{\text{公斤}}{\text{毫米}},$$

$$K_6 = 2.67 \frac{\text{公斤}}{\text{毫米}}.$$

在第2节內已經推导出了以下各个計算傳速比和傳动效率用的公式。

从作为平移运动构件的机头到作为迴轉构件的机头的傳速比和傳动效率:

$$\left. \begin{aligned} i_{21} &= \frac{\beta_1}{\eta_1}, \\ \eta_{21} &= \beta_1 \frac{1-f\beta_1}{\beta_1+f_1} \end{aligned} \right\} \quad (22.9)$$

由作为平移运动构件的机头到枪机的傳速比和傳动效率:

$$\left. \begin{aligned} i_{01} &= 1 + \frac{\eta_2}{\eta_1} \beta_1 \beta_2, \\ \eta_{01} &= \frac{(1-f_1\beta_1)(\eta_1+\eta_2\beta_1\beta_2)(\eta_3(1-f_2\beta_1)-f_3\eta_3(\beta_2+f_2))}{\eta_3(\eta_1(1-f_1\beta_1)(1-f_2\beta_2)+\eta_3(\beta_1+f_1)(\beta_2+f_2))} \end{aligned} \right\} \quad (22.10)$$

設閉鎖机构的构造为这样的: 机头在轉动时以其本身的突笋沿着枪管上与枪管母綫构成 α_4 ($\operatorname{tg} \alpha_4 = \beta_4$) 傾角的螺旋槽而滑动; 我們就很容易推导出以下各个計算作为平移运动构件的机头到枪管的傳速比和傳动效率的公式:

$$\left. \begin{aligned} i_{31} &= 1 \frac{\eta_4\beta_1}{\eta_1\beta_4}, \\ \eta_{31} &= \frac{(1-f_1\beta_1)(\eta_1\beta_4-\eta_4\beta_1)(\eta_5(\beta_4+f_4)+f_5\eta_4(1-f_4\beta_4))}{\beta_4\eta_5(\eta_1(1-f_1\beta_1)(\beta_4+f_4)-\eta_4(\beta_1+f_1)(1-f_4\eta_4))} \end{aligned} \right\} \quad (22.11)$$

式中 η_4 ——机头的閉鎖突笋中心到它的纵軸的距离;

η_5 ——机枪体的限止枪管轉动的反力的作用点到枪管軸綫的距离;

f_4 ——机头的閉鎖突笋和枪管上的螺旋槽之間的摩擦系数;

f_5 ——枪管的引导槽与机匣之間的摩擦系数;

其余各个符号和第2节內的相同。

利用公式 (2.8) 和 (2.10), 我們自 (22.9) 和 (22.11) 求出:

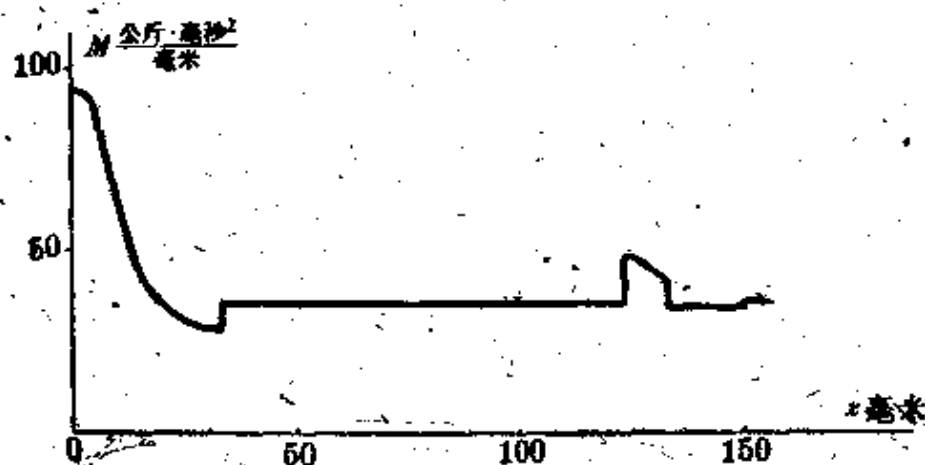


图 26

$$\begin{aligned}
 i_1 &= \frac{\eta_1}{\eta_1 + \eta_2 \beta_1 \beta_2}, \\
 i_2 &= \frac{\beta_1}{\eta_1 + \eta_2 \beta_1 \beta_2}, \\
 i_3 &= \frac{\eta_1 \beta_4 - \eta_4 \beta_1}{\beta_4 (\eta_1 + \eta_2 \beta_1 \beta_2)}, \\
 \eta_1 &= \frac{\eta_3 (\eta_1 (1 - f_1 \beta_1) (1 - f_2 \beta_2) + \eta_2 (\beta_1 + f_1) (\beta_2 + f_2))}{(1 - f_1 \beta_1) (\eta_1 + \eta_2 \beta_1 \beta_2) (\eta_3 (1 - f_2 \beta_2) - f_3 \eta_2 (\beta_2 + f_2))}, \\
 \eta_2 &= \frac{\beta_1 \eta_3 (\eta_1 (1 - f_1 \beta_1) (1 - f_2 \beta_2) + \eta_2 (\beta_1 + f_1) (\beta_2 + f_2))}{(\beta_1 + f_1) (\eta_1 + \eta_2 \beta_1 \beta_2) (\eta_3 (1 - f_2 \beta_2) - f_3 \eta_2 (\beta_2 + f_2))}, \\
 \eta_3 &= \eta_{31} \eta_{10}
 \end{aligned} \quad (22.12)$$

同样地，用第2节中所述的方法，我们推导出以下的公式：

$$\begin{aligned}
 i_4 &= 1 + \frac{h(\xi - \eta h)}{(h^2 + \xi^2)^{3/2}}, \\
 i_5 &= \frac{h(\eta \xi + l h)}{(h^2 + \xi^2)^{3/2}}, \\
 i_6 &= \frac{h}{(h^2 + \xi^2)}, \\
 \frac{1}{\eta_4} &= \frac{1}{\eta_6} \dots i_4 \dots + \frac{1}{i_4} \left(1 + \frac{f_6 R}{b} \right), \\
 \frac{1}{\eta_5} &= \frac{1}{\eta_6} + \frac{f_6}{i_5} \left(1 - \frac{f_6 R}{b} \right), \\
 \frac{1}{\eta_6} &= 1 + f_6 f_7 + (f_7 - f_6) \frac{\xi}{h} + \frac{f_6 R}{b} \left[1 - f_6 f_7 + (f_6 + f_7) \frac{\xi}{h} \right],
 \end{aligned} \quad (22.13)$$

式中

$$\xi = x - x_{or};$$

(22.14)

f_6 ——枪机对机匣的摩擦系数；

f_7 ——彈壳底緣对退壳挺的摩擦系数；其余的符号均可从图25上看出。

为了进行数字计算，我們設

$$\beta_1 = 5 \cdot 10^{-4} x_1^3, \beta_2 = 1, \beta_4 = 10, \eta_1 = 15 \text{ 毫米},$$

$$\eta_2 = \eta_4 = R = 10 \text{ 毫米}, \eta_3 = \eta_5 = 20 \text{ 毫米},$$

$$\eta = 8 \text{ 毫米},$$

$$l = 30 \text{ 毫米}, h = 12 \text{ 毫米}, b = 120 \text{ 毫米},$$

$$x_{or} = 120 \text{ 毫米},$$

$$f_1 = f_2 = f_3 = f_4 = f_5 = f_6 = f_7 = 0.2。$$

此时，公式 (22.12) 成为：

$$\left. \begin{aligned} i_1 &= \frac{3 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^3 + x_1^3}, \quad i_2 = \frac{1}{10} \frac{x_1^3}{3 \cdot 10^3 + x_1^3}, \quad i_3 = \frac{14}{15} i_1, \\ \eta_1 &= \frac{14120}{10^4 - x_1^3}, \quad \eta_2 = \frac{1.412 x_1^3}{x_1^3 + 400}, \\ \eta_3 &= \frac{0.692(3 \cdot 10^4 - x_1^3)}{15050 - x_1^3}。 \end{aligned} \right\} \quad (22.15)$$

公式 (22.13) 成为：

$$\left. \begin{aligned} i_4 &= 1 + \frac{22(5\xi - 16)}{(144 + \xi^2)^{3/2}}, \\ i_5 &= \frac{96(\xi + 45)}{(144 + \xi^2)^{3/2}}, \quad i_6 = \frac{12}{144 + \xi^2}, \\ \frac{1}{\eta_4} &= \frac{1}{\eta_6} - \frac{0.000556(70.8 + \xi)}{i_4}, \\ \frac{1}{\eta_5} &= \frac{1}{\eta_6} + \frac{0.197}{i_5}, \\ \frac{1}{\eta_6} &= 1.056 + 0.000556 \xi, \\ \xi &= x - x_{or} \end{aligned} \right\} \quad (22.16)$$

按公式 (22.4)、(22.5)、(22.6)、(22.7)、(22.8)、(22.15) 和 (22.16) 所进行的计算使我们作出以下的函数图表： $M(x)$ (图 26)、 $N(x)$ (图 27)、 $\Psi_0(x)$ (图 28) 和 $\Psi_1(x)$ (图 29)。在图 29、30 和 31 上以放大的比例尺给出了开锁路段上函数 Ψ_0 、 Ψ_1 、 M 的图表。在图 32 和 33 上则以放大的比例尺给出了射击过的弹壳在退壳路段上的函数 M 和 N 的图表。

最后，在图 34 上给出了减去抽壳力的火药气体压力的图表。

在完成了上述初步计算后，可以着手将机枪机构的运动方程积分。取 $\Delta x_1 = \Delta x_2 = \Delta x_3 = \Delta x_4 = 0.25$ 毫米， $\text{tg } \alpha = 0.1$ 后，首先将火药气体作用期间的这些方程式积分，而数值 y 的比例尺：

$$n = 0.25 \frac{(\text{米/秒})^2}{\text{毫米}}。$$

这时，我们按公式 (21.6) 求出数值 y' 的比例尺：

$$m = 0.2 \frac{\text{毫米/毫秒}^2}{\text{毫米}}。$$

给出时间的比例尺 $n' = 0.125$ 毫秒/毫米后，我们就按公式 (21.

6) 求出数值 r' 的比例尺：

$$m' = 0.01 \frac{\text{毫秒/毫米}}{\text{毫米}}。$$

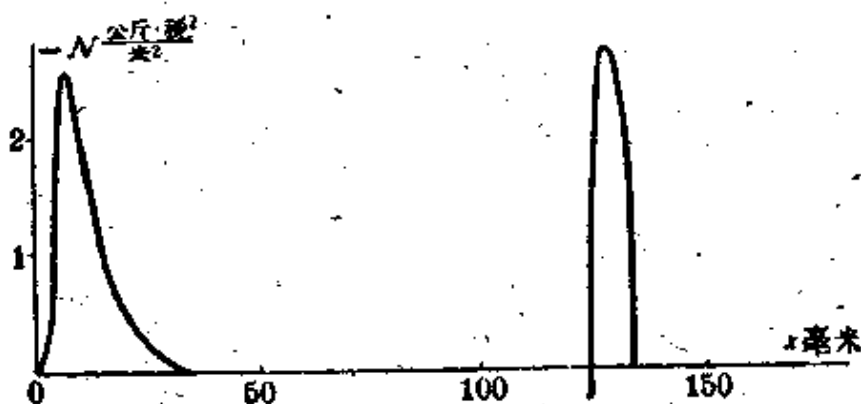


图 27

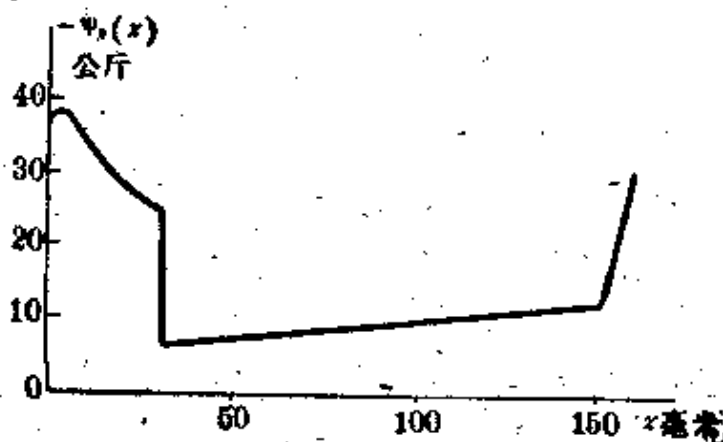


图 28

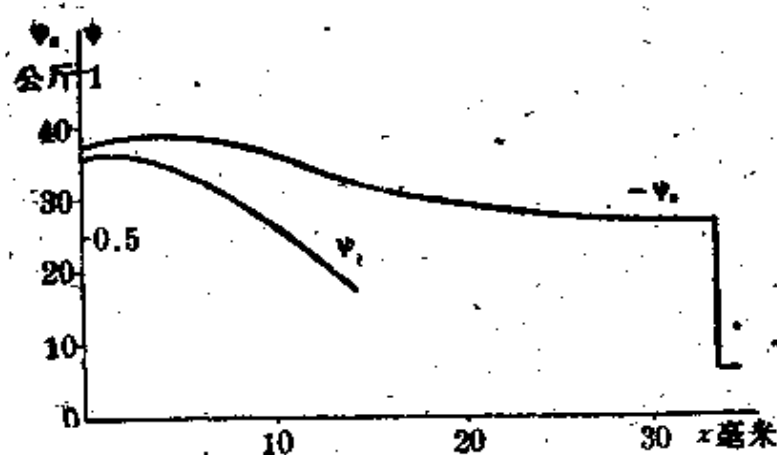


图 29.

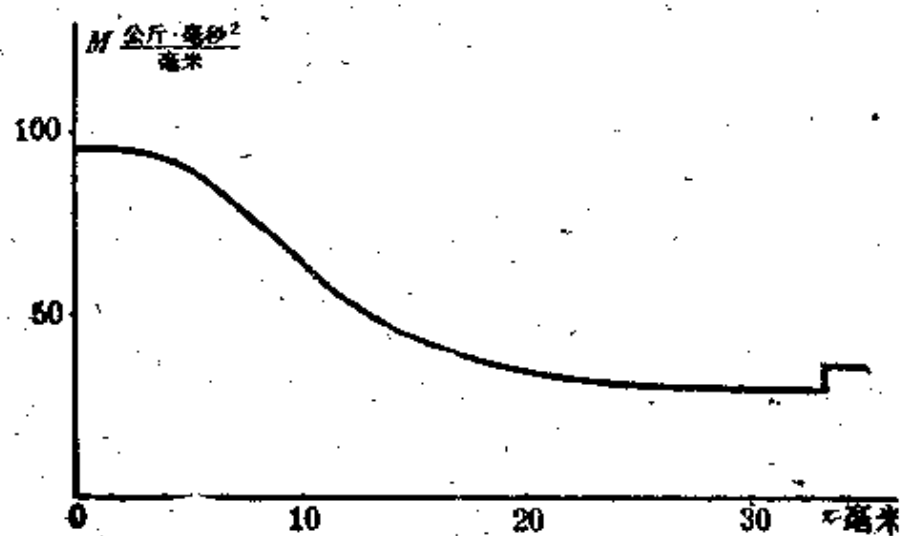


图 30

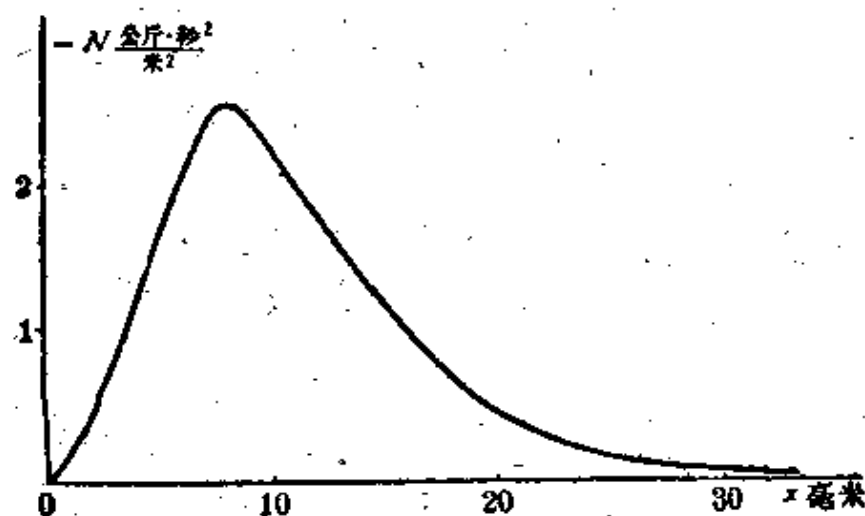


图 31

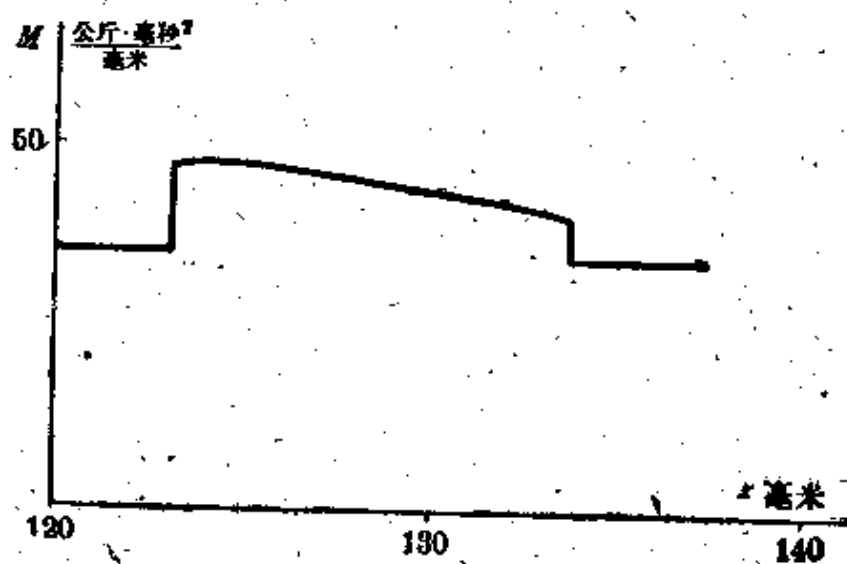


图 32

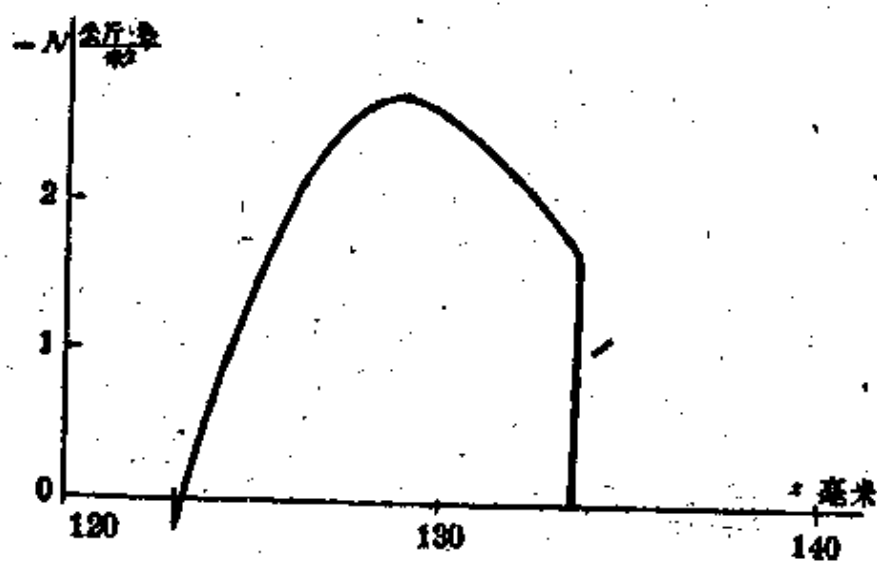


图 33

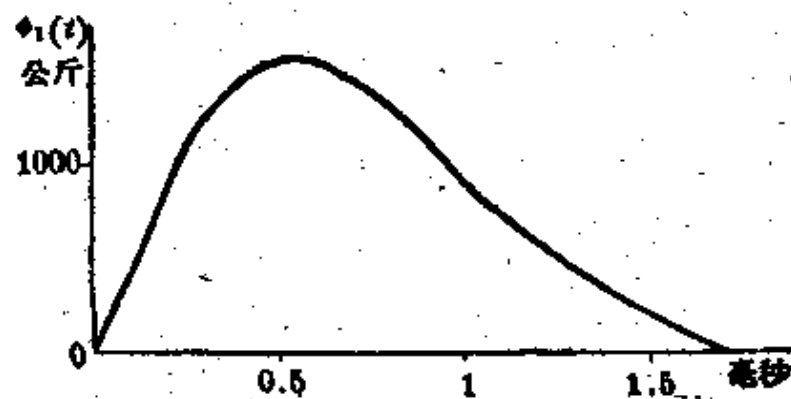


图 34

我們对于最初四个路段作出曲綫 (21.9), 它們实际上合而为一(图 36)。我們用数值 x 与曲綫相应的区間 (0~1) 来标定这些曲綫。最后, 我們作出曲綫 (21.10), 我們用数值 $\Delta x = 25$ 毫米来标定它。

我們用第21节內所叙述的作图在枪机行程的第一个毫米上将机枪机构的运动方程积分 (图 36)。

然后, 我們过渡到数值 y 的較小的比例尺:

$$n = 0.5 \frac{(\text{米/秒})^2}{\text{毫米}}。$$

我們根据函数 M, N 和 Ψ_0 的变化性质来选择各相連路段的长度 Δx 。

我們將各路段的边界和 Δx 的相应数值列成表格如下:

x	0	0.25	0.50	0.75	1	2	3	4	5	7	9	11	13	15
Δx	0.25	0.25	0.25	0.25	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2

x	17	19	21	23	28	33.34	43.34	53.34	63.34	73.34	83.34
Δx	2	2	2	5	5.34	10	10	10	10	10	10

x	93.34	103.34	113.34	123	125	127	129	133.58	140	150	152	154	156
Δx	10	10	9.66	2	2	2	4.58	6.42	10	2	2	2	

我們提醒一下, Δx 的最后一个数值系暂时概略取定的。

我們按公式 (21.6) 計算与 Δx 的选定数值相应的值 y' 的比例尺。我們作出曲綫 (21.9), 这些曲綫在所設情形中是直綫, 我們在各个相应路段上以值 x 的平均数將它們标出 (图 36)。

我們对于数值 $\Delta x = 1$ 毫米和 $\Delta x = 2$ 毫米, 对于時間比例尺 $n' = 0.125$ 毫秒/毫米, 对于数值 $\Delta x = 2$ 毫米和 $\Delta x = 10$ 毫米, 对于時間比例尺 $n' = 1$ 毫秒/毫米作出曲綫 (21.10)。我們用 Δx 的相应数值标出这些曲綫, 同时, 对于時間比例尺 $n' = 0.125$ 毫秒/毫米用小圈將它們描画出。

我們对于相应路段上的 x 的平均值作出曲线(21.12), 并用这些平均值将它们标出。

最后, 我們作出抛物线(21.21), 轴 v 和直线 AM 。

枪机速度的间断变化发生在三个点上: 1) 当机头的转动结束时, 这时, 傳速比 i_1 跳跃式地从小于 1 的数值变到等于 1; 2) 当彈壳冲击退壳挺时, 这时, 轉化质量突然地增长; 3) 当碰撞緩冲器时, 这时, 枪机和机头的质量上附加上緩冲簧质量的三分之一。

我們在直线 AM 上标出值 M 和 $\bar{M}$ 的数值, 在前面二个間断点上标出数值 v 。对于第三点上的間断我們忽略不計, 因为与枪机及机头的质量相比, 緩冲簧的质量小得可以忽略不計。

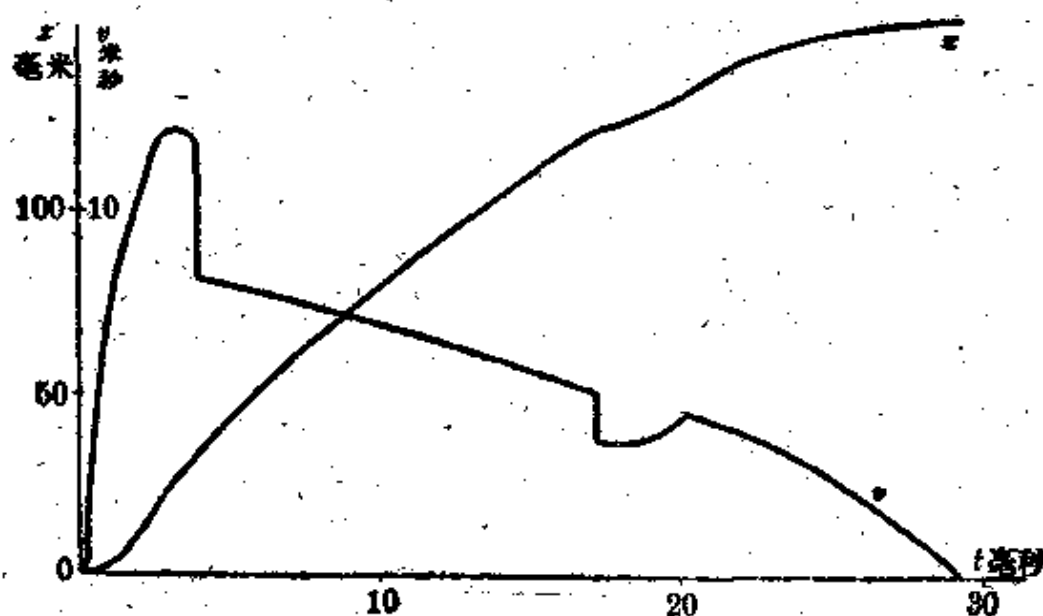


图 35

进行上述的作图, 我們按第21节內所叙述的作法将机枪机构的运动方程式加以积分。此时, 在火药气体的作用結束以前, 我們取時間比例尺 $\pi' = 0.125$ 毫秒/毫米。火药气体的作用結束以后, 我們过渡到時間比例尺 $\pi' = 1$ 毫秒/毫米。

由于积分的結果, 我們得到值 v 和 t 的函数标度, 根据这些标度, 我們作出曲线 $x = x(t)$ 和 $v = v_1(t)$ (图 35)。

枪机向后运动的計算到此即告結束。在这个例子中表明，我們所确定的最后路段 Δx 是精确的，所以，沒有必要重作第 21 节內所指出的計算。枪机的向前运动按相似的方法进行研究。

結 束 語

在最后一节內，我們利用按函数标度法进行的机构运动微分方程的图解积分，分析了枪管短后座式机枪的枪机的位移和速度曲綫的作图实例。我們看出，整个計算归結为极其基本的运算和作图。

我們指出，在

$$\begin{aligned} M(x) &= \text{常数}, \quad N(x) = 0, \\ \Psi_0(x) &= a + bx \end{aligned} \quad (A)$$

的路段上，可以将机构的运动方程积分到最后形式，并得到能立即算出滿足条件 (A) 的各路段終了机构运动諸元的公式。因此，在所設的例題中，若采用綜合的方法，即对于不滿足条件 (A) 的路段采用按函数标度的图解积分和对于滿足条件 (A) 的各路段采用积分的解析式（准确的，或近似的）时，就可以使計算加速。针对各种不同的特殊情况，这样的綜合方法可以有无穷多种，同时，在各种相应的特殊情形中，它們可以稍稍加速計算过程。

但是，上面所叙述的图解法的一个巨大的优点是它的普遍性和对任何原理的自动武器的适用性。这种情况促使我們將按照函数标度法的图解积分作为計算自动武器机构运动諸元的通用的一般方法来加以推荐。

参 考 书 目

1. А. А. Благонравов Известия Арт. Академии Т. V. (1933).
2. А. А. Благонравов Основания устройства и проектирование автоматического оружия. Воениздат (1940).

3. Е. Л. Бравин Нормальный расчет темпа стрельбы скорострельного пулемета. Изд. ВВА (1938).

4. Е. Л. Бравин, Е. Б. Луцк, М. В. Гурсвич, М. С. Дубнер Отстрелково-пушечное вооружение самолетов. Воениздат (1941).

5. Р. Л. Поветкин Диссертация (1944).

6. И. В. Худяков Диссертация (1944).

7. И. В. Худяков О методике проектирования механизмов подачи автоматического оружия. Труды научно-технической конференции ВВА(1944).

8. Love and Pidduck Phis. Trans. of Royal Soc. of London, Series A, V. 222 p. 167. Французский перевод см. в Memorial de l'Artillerie Fran, caise T. III. (1924).

9. В. Д. Терентьев. Изд. ВВА (1944).

10. Meyer Handbuch der Physik, Bd III.

11. В. С. Пугачев Юбилейный сборник научных трудов "X лет ФАВВВА" (1944).

12. Н. Н. Бухгольц Курс теоретической механики, Т. II.

13. Н. Г. Копанский Известия Арт. Академии, Т. XXV (1938).

14. Е. Я. Григорьев Диссертация (1943).

15. А. Ф. Боровиков Диссертация (1944).

16. Э. Гурса Курс математического анализа Т. II, Ч. 2 (1933).

17. Серебряков, Оплоков и Гретен Внутренняя баллистика. Оборонгиз(1939).

18. М. Л. Франк Математический сборник Т. 40, №2 (1933).

19. М. Л. Франк Графические методы интегрирования обыкновенных дифференциальных-уравнений, ГТТИ (1933).

20. Э. А. Горюв Диссертация (1941).

21. В. И. Смирнов Курс высшей математики, Т. II.

