

轨道炮速度趋肤效应的分析与仿真

杨玉东^{1,2}, 王建新¹, 薛文¹

(1. 南京理工大学 电子工程与光电技术学院, 南京 210094; 2. 淮阴工学院 电子与电气工程学院, 江苏 淮安 223001)

摘要: 根据 Maxwell 方程推导出电磁场参数与速度之间的关系, 建立了直角坐标下的电磁场和温度场扩散 2 维偏微分方程, 分析了固体电枢电磁轨道炮的速度趋肤效应。以矩形固体电枢为例, 给出了边界条件和激励源函数。采用有限差分法对方程进行求解, 并对数据进行了分析, 得到轨道和电枢中磁感应强度、温度和电流密度的分布曲线。计算结果表明: 电枢的运动使得电流密度集中在电枢和轨道交界面的尾部, 使得该局部地区温度增加, 进而引起电枢尾部的熔融与烧蚀。

关键词: 轨道炮; 速度效应; 有限元差分法

中图分类号: TJ012.1; TM153.3

文献标志码: A

doi: 10.3788/HPLPB20112307.1965

在电磁轨道炮发射试验过程中, 电枢会发生局部烧蚀现象, 烧蚀部位大多位于电枢和轨道相接的尾部, 且速度越快烧蚀越严重。为了分析这种现象的机理并找到解决方法, K. T. Hsieh 等人采用有限元方法分析了“C”电枢中电流密度分布情况^[1-3], J. D. Powell 等人采用数值计算等方法分别讨论了“U”和固体电枢中温度和电磁场的分布情况^[4-7], 陶孟仙、李昕等学者对不同形状、不同材料的电枢运动引起的电流密度分布情况做了分析和研究^[8-11], 这些研究都侧重于现象分析, 没有给出严格的算法设计。本文建立矩形电枢轨道炮的简化的 2 维模型, 推导出轨道和电枢运动的电磁场和温度场 2 维偏微分方程, 给出电磁场、温度场计算的边界条件和激励源函数, 使用有限差分法分析了速度引起的电流趋肤效应及轨道和电枢中电流密度的动态分布情况。

1 计算模型

轨道炮在发射过程中, 激励电流从轨道的一端进入, 通过电枢后从轨道另一端流出。根据电磁感应原理, 电枢受到电磁力作用, 以速度 v 沿着导轨向 x 轴正方向运动。轨道炮的 2 维模型和尺寸如图 1 所示。模型中, 轨道采用铜质材料; 电枢采用铝材料。

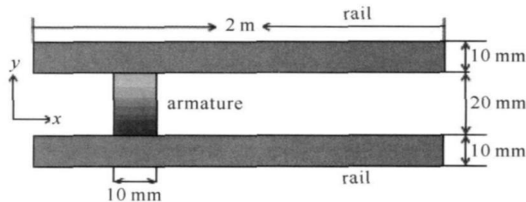


Fig. 1 2D model for railgun

图 1 轨道炮 2 维模型

2 理论分析

由 Maxwell 方程组可得到轨道和电枢的电磁方程

$$-\nabla^2 B = -\mu\sigma \frac{\partial B}{\partial t} + \mu\sigma \nabla \cdot (v \times B) \quad (1)$$

式中: σ 为导体的电导率; μ 为导体的磁导率; B 为导体中磁感应强度, 垂直于 xy 平面。式(1)为轨道和电枢的共同表达式, 在本文的分析中, 为了方便求解, 以电枢为参照物, 即假设电枢静止不动, 轨道相对于电枢反向运动。因此, 用式(1)分析磁感应强度扩散时, 轨道计算取速度为 $-v_x$; 电枢计算取速度 $v_x = 0$ 。

在直角坐标系中, 式(1)可写成 2 维抛物型偏微分方程形式, 即轨道方程

$$\frac{\partial^2 B}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 B}{\partial^2 y} + \alpha_{v_x} \frac{\partial B}{\partial x} = \alpha_l \frac{\partial B}{\partial t} \quad (2)$$

电枢方程

$$\frac{\partial^2 B}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 B}{\partial^2 y} = 0 \quad (3)$$

同时, 为了考察电枢与轨道内部的温度分布规律, 引入热传导方程, 其基本形式为^[11]

$$\lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 T}{\partial^2 y} \right) = \rho c_v \frac{\partial T}{\partial t} - \rho c_v v_x \frac{\partial T}{\partial x} \quad (4)$$

* 收稿日期: 2010-08-24; 修订日期: 2011-03-07

作者简介: 杨玉东 (1966—), 男, 副教授, 博士研究生, 主要从事高功率脉冲技术研究; yyudong@163.com。

式中: ρ 为密度; T 为温度; λ 为热导率; c_v 为质量定容热容。

3 计算方法

3.1 求解区域网格划分

考虑到导轨、电枢的外形具有对称性, 可选取一半区域作为研究对象, 一半导轨划分 $5\,000 \times 25$ 个计算网格, 一半电枢划分为 25×25 个计算网格。电枢运动的初始位置设定在导轨头部位。

3.2 求解方法

式(2)~(4)为2维抛物型偏微分方程, 采用有限差分法把偏微分方程化为差分方程, 用网格上的值代替微分方程的近似解, 选择 P-R 格式进行离散。P-R 差分格式结构简单, 无条件稳定, 具有二阶精度^[12]。P-R 格式是一个两步法, 即把一个时间步 $[t_k, t_{k+1}]$ 分成两步: 第一时间步 $[t_k, t_{k+1}]$ 在空间 y 方向上用隐式, 空间 x 方向用显式; 第二时间步 $[t_{k+1/2}, t_{k+1}]$ 在空间 x 方向上用隐式, 空间 y 方向用显式。进一步推导可得式(2)的具体差分格式为

$$\frac{B_{i+1,j}^{k+1/2} - 2B_{i,j}^{k+1/2} + B_{i-1,j}^{k+1/2}}{h^2} + \frac{B_{i,j+1}^k - 2B_{i,j}^k + B_{i,j-1}^k}{h^2} = \alpha \frac{B_{i,j}^{k+1/2} - B_{i,j}^k}{\tau} - \alpha \mu_x \frac{B_{i+1,j}^{k+1/2} - B_{i-1,j}^{k+1/2}}{2h} \quad (5)$$

$$\frac{B_{i+1,j}^{k+1/2} - 2B_{i,j}^{k+1/2} + B_{i-1,j}^{k+1/2}}{h^2} + \frac{B_{i,j+1}^{k+1} - 2B_{i,j}^{k+1} + B_{i,j-1}^{k+1}}{h^2} = \alpha \frac{B_{i,j}^{k+1} - B_{i,j}^{k+1/2}}{\tau} - \alpha \mu_x \frac{B_{i+1,j}^{k+1/2} - B_{i-1,j}^{k+1/2}}{2h} \quad (6)$$

同理对式(4)进行离散, 得到相应的离散格式为

$$\lambda \frac{T_{i+1,j}^{k+1/2} - 2T_{i,j}^{k+1/2} + T_{i-1,j}^{k+1/2}}{h^2} + \lambda \frac{T_{i,j+1}^k - 2T_{i,j}^k + T_{i,j-1}^k}{h^2} = \rho c_v \frac{T_{i,j}^{k+1/2} - T_{i,j}^k}{\tau} - \rho c_v v_x \frac{T_{i+1,j}^{k+1/2} - T_{i-1,j}^{k+1/2}}{2h} \quad (7)$$

$$\lambda \frac{T_{i+1,j}^{k+1/2} - 2T_{i,j}^{k+1/2} + T_{i-1,j}^{k+1/2}}{h^2} + \lambda \frac{T_{i,j+1}^{k+1} - 2T_{i,j}^{k+1} + T_{i,j-1}^{k+1}}{h^2} = \rho c_v \frac{T_{i,j}^{k+1} - T_{i,j}^{k+1/2}}{\tau} - \rho c_v v_x \frac{T_{i+1,j}^{k+1/2} - T_{i-1,j}^{k+1/2}}{2h} \quad (8)$$

以上各式中: h 为空间离散间隔; τ 为时间离散间隔。

4 初始和边界条件

当未加载激励电流时, 轨道和电枢的初始磁感应强度和电流密度皆为 0; 为了增加运算速度, 初始条件以 0^+ 时刻为计算时间, 即当时间步长 $k=1$, 此时电枢的左边界磁感应强度 $B=2\mu_j$, 轨道的左下边界的磁感应强度 $B=\mu_j$, 其它区域由于磁场来不及扩散, 磁感应强度仍然为 0; 同样, 在轨道和电枢内的电流密度 $j=0$ 。

根据参考文献[13], 设定导轨边界条件左侧 $\partial B / \partial x = 0$; 右侧和上边界 $B=0$; 相对电枢左下侧边界为 $B=\mu_j$; 右侧下边界 $B=0$; 与电枢相接处边界 $\partial B / \partial y = 0$ 。电枢左侧边界为 $B=2\mu_j$; 右侧边界为 $B=0$; 上下边界均为 $\partial B / \partial y = 0$ 。温度场导轨、电枢内部初温 $T_0 = 300\text{ K}$; 各边界满足 $\hat{n} \cdot \nabla T = 0$ 。

轨道激励线电流的拟合表达式^[14]

$$\begin{cases} j = j_0 \sin(\pi t / 2t_p), & 0 \leq t \leq t_p \\ j = j_0 \exp[-(t - t_p)/t_f], & t > t_p \end{cases} \quad (9)$$

式中: t_p 为电流脉冲上升沿时间, $t_p = 0.32\text{ ms}$; j_0 为最大电流密度, $j_0 = 4.50 \times 10^7\text{ A/m}$; t_f 为脉冲电流下降沿宽度, $t_f = 1.8\text{ ms}$ 。

根据仿真结果, 电枢运行速度与时间的关系如图 2 所示。

5 计算结果及分析

式(5)~式(8)的初始值、边界条件和激励参数确定后, 对其进行编程计算, 得到不同时刻的导轨、固体电枢

内部磁感强度与温度分布, 如图 3 和图 4 所示, 图中的横坐标为电枢在该时刻距离起始点的位移 x , 单位为 m。

从图 3 可以看出, 0.4 ms 时刻, 导轨、电枢内磁感强度最大值为 16.32 T , 最高温度 520 K 。此时电枢的运动速度为 250 m/s , 沿导轨的运动距离为 0.022 m 。最大磁感强度均分布在轨道的下侧和电枢左侧, 并由外向内扩散递减; 在导轨与电枢尾部的接触处趋于集中; 温度的最大值出现在电枢尾部与导轨接触的局部区域附

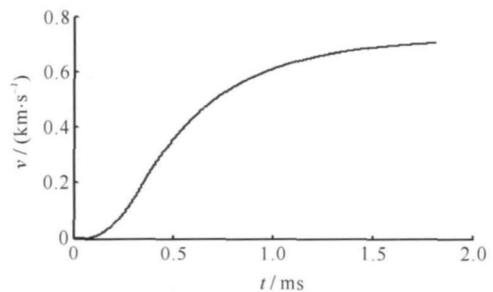


Fig. 2 Armature moving velocity curve

图 2 电枢运动速度曲线

近,并在电枢内部向外递减。在 1.6 ms 时刻,导轨、电枢内磁感强度最大值为 13.35 T,最高温度 1 120 K。此时电枢的运动速度为 700 m/s,向右运动的位移为 0.704 m。可见,随着电枢速度的增大,磁场在导轨中扩散的深度逐渐减小,在电枢中的扩散深度有所增加。

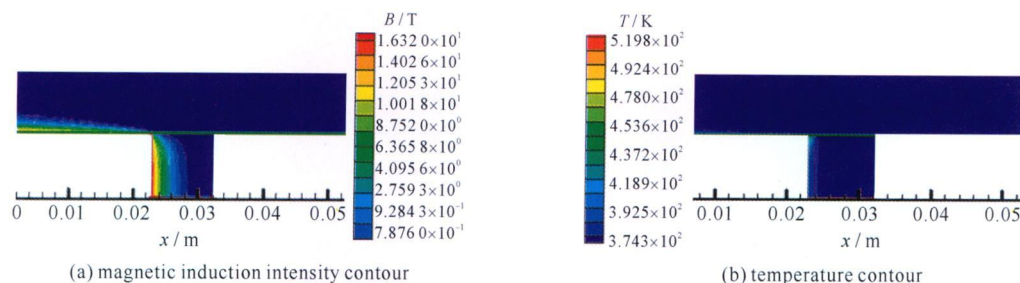


Fig. 3 Calculating parameter contour at 0.4 ms

图 3 0.4 ms 时参数分布图

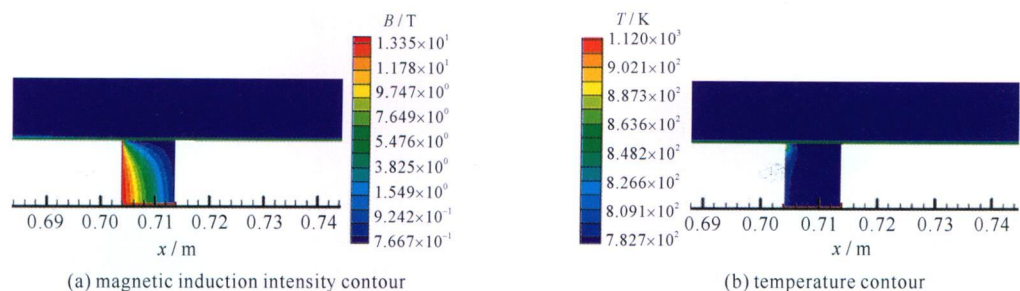


Fig. 4 Calculating parameter contour at 1.6 ms

图 4 1.6 ms 时参数分布图

图 5 是电枢与轨道在两个不同时刻运动时的电流密度分布图。0.4 ms 时刻导轨和电枢内的电流密度最大值为 $2.2 \times 10^{10} \text{ A/m}^2$; 1.6 ms 时为 $1.7 \times 10^{10} \text{ A/m}^2$,从图中可以看出,导轨和电枢内最大电流密度分布趋势与磁感应强度分布类似,分布在轨道和电枢的内侧,并由内至外扩散递减,电流密度在轨道和电枢拐角处达到最大值;速度进一步加大,则电流密度更趋近于轨道下侧。原因是:电磁场扩散需要时间,在静止情况下,电枢和轨道的电流随着时间变化迅速扩散;而在电枢高速运动时,由于在轨道和电枢交界处的电磁场来不及扩散,被电枢强行“拖拽”至其尾部,使得电枢和轨道的交界处,尤其尾部电流密度最大,从而使得该点(3 维时即电枢与轨道交界的后边缘部分)受到的欧姆热引起的升温最高,当温度达到电枢材料的熔点时,引起该点率先熔蚀烧蚀,这就是所谓的速度趋肤效应,上述图形结果与文献[12, 14]是比较吻合的。

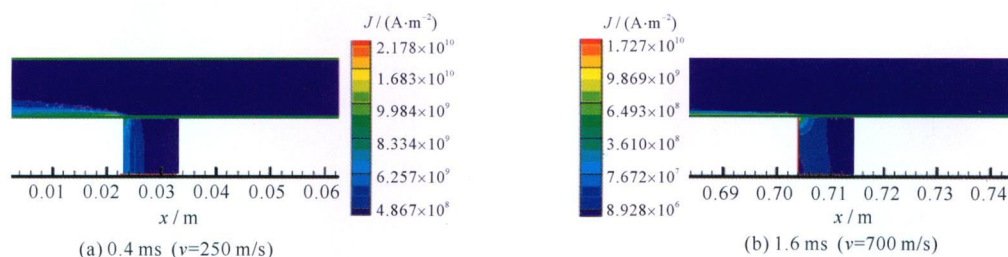


Fig. 5 Current density contour under motion state

图 5 运动状态下电流密度分布

本文计算过程中仅考虑热传导而忽略了热辐射;对磁场边界的处理,从理论上讲,磁场的零边界应位于无穷远处,而本文为了计算方便,将远场边界人为设定在导体的边界,这种截断会引入一定的误差。

6 结 论

本文采用有限差分法对矩形固体电枢的动态电磁特性进行了分析,推导出导轨和电枢的电磁场分布的 2 维抛物方程,并进行了算法分析,给出了边界和激励条件。通过计算,得到了导轨、固体电枢的磁感应强度、温度和电流密度的分布曲线。数值计算结果显示,轨道与电枢尾部接触处电流集中,电流密度最大,使得电枢与轨道交接面尾部温度剧增,进而引起电枢尾部的熔融与烧蚀。数值计算在一定层面上揭示了电枢运动的电流密度分布的规律。进一步研究表明:为了提高电枢的转捩速度,减少电枢的烧蚀程度,电枢可以采用导电率不

同的金属片叠加和改变电枢的形状, 如 C 型、U 型等方式来进行改进。

参考文献:

- [1] Hsieh K T. Hybrid FE/BE implementation on electromechanical systems with moving conductors[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2007, **43**(3): 1131-1132.
- [2] Thiagarajan V, Hsieh K T. Investigation of a 3-D hybrid finite element/boundary-element method for electromagnetic launch applications and validation using semianalytical solutions[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2005, **41**(1): 398-403.
- [3] Rodge R D, Lai H C. A comparison of formulations for 3D finite element modeling of electromagnetic launchers[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2001, **37**(1): 135-138.
- [4] Marshall R A. The distributed energy store railgun, its efficiency, and its energy store implications[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 1997, **23**(1): 582-583.
- [5] Kamran D, Rahimzadeh M. Dynamic response and critical velocity studies in an electromagnetic railgun[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2007, **43**(1): 126-127.
- [6] Thomas G, Engel J M. Efficiency and scaling of constant inductance gradient DC electromagnetic launchers[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2006, **42**(8): 2044-2047.
- [7] Powell J D, Zielinski A E. Ohmic heating in a double taper sabot armature[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2003, **39**(1): 153-157.
- [8] Liu Yuanqing, Li Jun, Chen Duo, et al. Numerical simulation of current density distributions in graded laminated armatures[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2007, **43**(1): 163-164.
- [9] 陶孟仙, 任兆兴, 吕庆敖. 固体电枢电磁场扩散效应研究[J]. 弹道学报, 1998, **6**(2): 29-30. (Tao Mengxian, Ren Zhaoxing, Lu Qing'ao. Research of electromagnetic field diffusion effect on solid armature. *Journal of Ballistic*, 1998, **6**(2): 29-30)
- [10] 李昕, 翁春生. U 型电枢非稳态电磁场二维数值模拟[J]. 火炮发射与控制学报, 2009, **3**(1): 1-3. (Li Xin, Wong Chunsheng. Two dimension numerical simulation of unsteady electromagnetic in U shaped solid armature. *Journal of Gunlaunch and Control*, 2009, **3**(1): 1-3)
- [11] Ghassemi M, Molayi B Y. Effect of liquid film (indium) on thermal and electromagnetic distribution of an electromagnetic launcher with new armature[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 2005, **41**(1): 410-412.
- [12] David A H. Analysis of startup behavior in a "C-Shaped" armature using linked EM AP3D LDYNA3D finite element codes[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 1999, **35**(1): 60-62.
- [13] Powell J D, Zielinski A E. Observation and simulation of solid armature railgun performance[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 1999, **35**(1): 84-89.
- [14] 李昕, 翁春生. 固体电枢电磁导轨炮非稳态电磁效应[J]. 南京理工大学学报, 2009, **33**(1): 108-109. (Li Xin, Wong Chunshen. Unsteady electromagnetic effect on solid armature railguns. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 2009, **33**(1): 108-109)

Simulation and analysis of velocity skin effect of railgun

Yang Yudong^{1,2}, Wang Jianxin¹, Xue Wen¹

(1. School of Electronic Engineering and Optoelectronic Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China;

2. Faculty of electronic and electrical engineering, Huaiyin Institute of Technology, Huai'an 223001, China)

Abstract: To study the velocity skin effect of railgun with solid armature, the relationships between the electromagnetic parameters and armature moving velocity were presented by Maxwell electromagnetic theory. The two-dimensional partial differential equations for electromagnetic field and temperature field in Cartesian coordinate system were set up; For a rectangular solid armature, the boundary conditions and excitation functions were described for the equations, the partial differential equations were resolved using finite difference method, the results were analyzed and the distributions of magnetic induction, temperature and current density within the rail and armature were obtained. The final results show that, the armature movement causes a high current density concentrating on the tail end of the interface of rail and armature, and subsequently increases the local temperature dramatically, melts and ablates the tail end of the armature.

Key words: railgun; velocity skin effect; finite difference method